



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL SUR

TESIS DE DOCTORA EN INGENIERÍA

**UN NUEVO MODELO CONTINUO DE ASIGNACIÓN DE TRÁFICO  
PARA EL DISEÑO ÓPTIMO DE REDES DE TRANSPORTE URBANO**

PATRICIA NERI DOMINGUEZ

BAHÍA BLANCA

ARGENTINA

2013



# Prefacio

Esta Tesis se presenta como parte de los requisitos para optar al grado Académico de Doctora en Ingeniería, de la Universidad Nacional del Sur, y no ha sido presentada previamente para la obtención de otro título en esta Universidad u otra. La misma contiene los resultados obtenidos en investigaciones llevadas a cabo en el ámbito del Departamento de Ingeniería durante el período comprendido entre el 13 de mayo de 2008 y el 4 de marzo de 2013, bajo la dirección del Dr. Víctor Hugo Cortínez, Profesor Titular de la Universidad Tecnológica Nacional, Facultad Regional Bahía Blanca, Profesor Asociado del Departamento de Ingeniería de la Universidad Nacional del Sur e Investigador Independiente del Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Tecnológicas (CONICET).

Patricia Neri Dominguez



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL SUR  
Secretaría General de Posgrado y Educación Continua

La presente tesis ha sido aprobada el .../.../....., mereciendo la  
calificación de .... (.....)



## DICTAMEN FINAL DE DEFENSA ORAL DE TESIS

-----En la ciudad de Bahía Blanca, a los 28 días del mes de agosto de 2013, a las 11.20 horas, en la Sala de Conferencias del Departamento de Ingeniería, se reúne el Jurado designado por la Secretaría de Estudios de Posgrado y de Educación Continua de la Universidad Nacional del Sur, para dictaminar sobre la tesis de la Ingeniera: Patricia Neri Dominguez DNI: 12.474.267, para optar al título de Doctor en Ingeniería.-----

-----Son miembros del Jurado, el Mg. Jorge José Galarraga, el Dr. Marcelo Tulio Piován, y el Dr. Pablo Andrés Lotito. Además, el Dr. Víctor Hugo Cortínez participa en carácter de Director de la tesis mencionada.-----

-----A juicio de este tribunal, la exposición de la Ing. Dominguez ha sido clara y precisa, respondiendo satisfactoriamente a las preguntas y observaciones realizadas.-----

-----El trabajo posee aspectos de originalidad incorporando una nueva metodología para la asignación del tráfico, formulada en un espacio continuo que tiene ventajas sobre la formulación discreta. Además estudia un modelo mixto continuo-discreto, el diseño óptimo de redes y la estimación de matrices origen-destino. Dedicó un capítulo a la validación de la metodología y otro a ejemplos de aplicación donde muestra la utilidad del modelo propuesto.-----

-----La tesis está muy bien escrita, es clara y fácil de leer. Las conclusiones son adecuadamente extraídas de los resultados obtenidos. Las líneas de investigación propuestas son interesantes y darán continuidad al trabajo realizado.-----

-----Por todo lo expuesto, complementando los dictámenes escritos individuales por el Mg. Jorge José Galarraga, el Dr. Marcelo Tulio Piován, y el Dr. Pablo Andrés Lotito, este Jurado dictamina por unanimidad aprobar esta tesis y calificarla con SOBRESALIENTE: (10) DIEZ PUNTOS.--

-----En consecuencia, se solicita a las autoridades de la Secretaría de Estudios de Posgrado y de Educación Continua de la UNS se otorgue el título de Doctor en Ingeniería a la Ing. Patricia Neri Dominguez DNI: 12.474.267-----

-----Siendo las 11:42 hs. se da por terminado el acto, con la firma de los miembros del Jurado en siete (7) originales.-----

  
P. LOTITO

  
Mg. Jorge J. Galarraga

  
M. T. PIOVAN

# Agradecimientos

Al llegar a esta página no me queda otra opción que mirar hacia atrás, hacia aquel día en que mi futuro director apareció en la oficina y, con su entusiasmo de siempre, me propuso hacer una tesis de magister estudiando el problema del tránsito urbano como causa de la contaminación ambiental de las ciudades. A pesar de la confusión inicial, pues yo estaba trabajando en el área de estructuras, me encantó la idea. El medio ambiente siempre fue, y sigue siendo, uno de los temas que más me apasiona y me preocupa. El desafío era muy grande por ser el terreno casi desconocido; sin embargo, era la oportunidad de entender un poco más de esta problemática tan acuciante. En definitiva, acepté, y con el tiempo y las nuevas perspectivas de investigación, que aparecían constantemente, la tesis de magíster se convirtió en esta tesis de doctorado que hoy cierro, pero que, por supuesto, es también un comienzo.

Por eso, mi primer agradecimiento es para mi director de tesis, el Dr. Víctor Hugo Cortínez, quien desde aquel momento me guió y me acompañó en cada tramo de este camino. Camino que, por extenderse a lo largo de casi cinco años, cruzó valles —entiéndase: tiempos de desarrollo constante y seguro—, pero también bordeó precipicios. Fue justamente en aquellos ríspidos recodos de la ruta, donde sus conocimientos, su seguridad y su paciencia me ayudaron a mantener la calma y a no perder el rumbo. Ha sido un placer trabajar junto a él y espero poder seguir haciéndolo, así como también seguir contando con su amistad.

Por supuesto, tuve en este viaje muchos compañeros de aventura y a todos, aunque no nombre especialmente, quiero agradecerles sus aportes, palabras, oídos y presencia.

Al Departamento de Ingeniería de la Universidad Nacional del Sur por haberme brindado la posibilidad de desarrollar esta tesis dentro de su estructura académica.

A mis compañeros y en particular al grupo de investigación GASM de la Universidad Tecnológica Nacional, por su constante compañía, los mates, las charlas, los viajes, los cafés y las cervezas, por supuesto, que compartimos en estos años.

A mis amigos, que siempre estuvieron y están junto a mí, por haberme respaldado en este proyecto y por haber mantenido la confianza en que sería capaz de llegar a destino.

A mi gran familia, grande en todo sentido, que me apoyó en todo momento, aún a costa del tiempo que habiendo podido dedicarles a ellos derivé en este trabajo. Comprendieron que esto es parte de mí y les agradezco profundamente la aceptación y el ánimo que me brindaron.

Finalmente, a mi esposo, mi compañero de años, quien me sostuvo tantas veces y me brindó su amor incondicional, pilar de esta realización.

# Resumen

El diseño de redes de transporte urbano es un tema de permanente interés debido a los altos costos que paga la sociedad por las deficiencias del sistema de tránsito en las ciudades medianas y grandes. Los centros urbanos, a causa de múltiples y complejos factores, tienden a nuclear cada día mayor cantidad de personas que requieren nuevos asentamientos y consecuentemente nuevas vías de circulación. Este hecho, conjuntamente con la preferencia de los habitantes por la utilización del vehículo particular para efectuar sus traslados, conducen a los conocidos problemas de congestión del tráfico urbano y sus consecuencias inmediatas: demoras e incremento de la contaminación acústica y atmosférica, aspectos que es necesario mitigar en pos de la sustentabilidad del desarrollo de las ciudades.

Para paliar el problema es necesario introducir modificaciones en la red de transporte, tales como apertura de nuevas calles, ensanchamiento de vías existentes, creación de pasos sobre vías férreas y ríos, cambios en el sentido de circulación y/o en la semaforización, entre otras. Tales transformaciones llevan a los usuarios a variar sus recorridos habituales hasta lograr un nuevo equilibrio en la distribución del flujo vehicular. El problema de encontrar dicho equilibrio en una red de transporte, a partir del conocimiento de las características físicas de la misma y del comportamiento de los conductores, se conoce como asignación de tráfico y se resuelve mediante la aplicación de modelos matemáticos.

Tradicionalmente, en dichos modelos, la definición de las características del tránsito urbano, tales como la cantidad de vehículos que circulan por hora o el tiempo de viaje, se definen individualmente para las intersecciones y tramos de calles. Esta formulación

discreta, conduce a problemas de optimización en gran escala que consumen grandes recursos computacionales a medida que las redes crecen.

Una alternativa, no suficientemente explorada aún, es la descripción del comportamiento de la red mediante funciones continuas. Tal idea está sustentada en la consideración de que la variación de las características del tráfico en áreas cercanas es pequeña cuando se la compara a las diferencias del sistema entero. En este caso, la cantidad de variables depende del método de resolución independizándose del tamaño físico de la red. En principio, los modelos de este tipo se utilizan cuando se requiere conocer rápidamente, el comportamiento general de la circulación vehicular utilizando poca información.

En esta tesis se desarrolla un nuevo modelo continuo espacial de asignación de tráfico que, a diferencia de los modelos anteriores, permite predecir en forma detallada el comportamiento vehicular en cada arteria de la red de transporte, contempla las características anisótropas de la circulación urbana y la multiplicidad de destinos y tipos de usuarios. El nuevo modelo, desarrollado a partir del tradicional enfoque discreto, mantiene la precisión del mismo con menor costo computacional. La correspondiente formulación matemática deriva en un sistema de ecuaciones diferenciales no lineales y un conjunto de ecuaciones algebraicas acopladas, que pueden resolverse por diferentes métodos numéricos, particularmente por el método de Elementos Finitos.

A su vez, el modelo de asignación de tráfico constituye la base fundamental de los problemas de diseño óptimo de redes de transporte sujeto a restricciones ambientales, como así también de los problemas inversos de estimación de las funciones de demanda de viajes, ambos temas abordados en la presente tesis, a través de programas de optimización y técnicas metaheurísticas de resolución.

Se compara el modelo desarrollado con los modelos clásicos, mediante estudios numéricos donde se manifiestan sus ventajas y se muestra, a través de ejemplos, la aplicación del mismo en problemas de diseño óptimo, en estudios de impacto ambiental y en la estimación de la demanda de viajes.

# Abstract

Urban transportation network design is an issue of permanent interest due the high costs that the society pays because of the deficiency of traffic systems in big and medium-sized cities. Urban centers, on account of multiple and complex factors, tend to gather each day more and more people who require new settlement and consequently new roads. This fact, together with inhabitants' preference of using their own vehicle to move, leads to the known problems of urban traffic jam and its immediate consequences: delays and growth of noise and air pollution, aspects that need to be mitigated in pursuit of sustainability of the cities development.

To cope with the problem, new modifications to the transport network need to be done, such as opening new streets, widening the existing ones, creating paths above railways and rivers, changing some streets directions and using traffic lights, among others. Those transformations make users to vary their regular itinerary until a new balance in the vehicle distribution is achieved. The problem of finding such balance in a transport network, from the knowledge of its physical characteristics and the drivers' behavior, is known as traffic assignment and it is solved by using mathematical models.

Traditionally, in those models, the definition of urban traffic characteristics, such as the traffic flow or the travel time, are individually defined for the intersections and links. This discrete formulation, leads to big scale optimization problems that consume important computational resources while the networks grow.

An alternative, which has not been explored yet, is the description of the network behavior through continuous functions. Such idea is based on the consideration that the

variation of the traffic characteristics in nearby areas is small when it is compared to the differences with the whole system. In this case, the amount of variables depends on the resolution method, independent from the network's size. Firstly, these models are used when it is required to know the general behavior of vehicular circulation quickly and using little information.

In this thesis, a new continuous spatial model of traffic assignment which, unlike previous models, allows to predict in detail the vehicle behavior in each artery of the transport network, contemplates the anisotropic characteristics of urban circulation and the multiplicity of destinations and users classes. The new model, developed from the traditional discrete approach, maintains its accuracy at a lower computational cost. Its corresponding mathematical formulation derives in a system of nonlinear differential equations and a group of coupled algebraic equations that can be solved through different numerical methods, particularly through the Finite Element method.

In turn, the traffic assignment model constitutes the fundamental basis of the problems of transport networks design subject to environmental restrictions, as well as inverse problems of estimation of travel demand functions, both issues developed in this thesis, through optimization programs and metaheuristic resolution techniques.

The developed method is compared to the classic models through numerical studies in which their advantages are revealed and, through examples, its application is shown in optimal design problems, in environmental impact studies and in the estimation of travel demands.

# Índice general

<b>1. Introducción</b>	<b>9</b>
1.1. Motivación e importancia del tema . . . . .	9
1.2. Alcance del estudio . . . . .	14
1.3. Objetivos . . . . .	14
1.4. Metodología . . . . .	15
1.5. Contenidos de la tesis . . . . .	18
<b>2. Planteo general del problema. Modelos tradicionales</b>	<b>19</b>
2.1. Representación de una red de tráfico . . . . .	20
2.2. El proceso de planificación del transporte urbano . . . . .	24
2.3. Equilibrio de usuario (EU) . . . . .	27
2.4. El tráfico como causa de contaminación urbana . . . . .	30
2.4.1. Contaminación acústica . . . . .	31
2.4.2. Contaminación atmosférica . . . . .	34
2.4.3. Tráfico y medioambiente . . . . .	39
2.5. Diseño óptimo de redes de transporte urbano . . . . .	41
2.6. Estimación de las matrices origen-destino . . . . .	45

<b>3. Modelo de difusión anisótropa para el problema de asignación de tráfico.</b>	
<b>Diseño óptimo</b>	<b>49</b>
3.1. Modelos continuos de asignación de tráfico. Antecedentes . . . . .	50
3.2. Formulación variacional dual del equilibrio de usuario . . . . .	53
3.3. Modelo continuo de tráfico urbano para una ciudad monocéntrica . . . . .	55
3.3.1. Puntos destacados de la formulación continua propuesta . . . . .	61
3.4. Generalización del modelo continuo . . . . .	62
3.4.1. Demanda variable . . . . .	62
3.4.2. Ciudad policéntrica . . . . .	63
3.4.3. Diferentes clases de usuarios . . . . .	65
3.5. Diferencias de la presente teoría con respecto a otras formulaciones continuas	67
3.6. Enfoque continuo-discreto . . . . .	68
3.7. Diseño óptimo de redes de transporte urbano basado en el enfoque continuo	71
3.8. Estimación de funciones de demanda . . . . .	74
<b>4. Métodos de solución</b>	<b>79</b>
4.1. Modelos continuos . . . . .	79
4.1.1. Utilización del método de Elementos Finitos para la solución de los problemas continuos . . . . .	80
4.1.2. Descripción del programa de Elementos Finitos FlexPDE . . . . .	83
4.1.3. Implementación de los modelos de tráfico y ambientales en FlexPDE	86
4.2. Técnicas de optimización . . . . .	91
4.2.1. Método de Recocido Simulado . . . . .	93
4.3. Algoritmo para el diseño óptimo de redes de transporte urbano . . . . .	94
4.4. Algoritmo para la estimación de la demanda de viajes . . . . .	98

<b>5. Validación del modelo de asignación de tráfico</b>	<b>101</b>
5.1. Validación de la solución computacional del modelo continuo. . . . .	101
5.2. Comparación entre el nuevo modelo continuo y el modelo discreto tradicional	106
5.3. Modelo continuo-discreto . . . . .	118
<b>6. Aplicación de los modelos de tráfico urbano</b>	<b>123</b>
6.1. Estudio del comportamiento del tráfico urbano ante cambios de configuración de la red. Enfoque continuo-discreto. . . . .	124
6.2. Diferentes clases de usuarios y demanda variable. . . . .	132
6.3. Estudios de impacto ambiental . . . . .	135
6.3.1. Impacto acústico. Modelo continuo . . . . .	136
6.3.2. Incorporación de una red de autopistas. Impacto acústico y atmosférico. . . . .	141
6.4. Rediseño óptimo de redes de transporte urbano considerando el impacto ambiental . . . . .	149
6.5. Estimación de la demanda de viajes . . . . .	159
6.5.1. Demanda constante por zonas . . . . .	160
6.5.2. Demanda estimada mediante un modelo de gravedad . . . . .	165
<b>7. Conclusiones</b>	<b>169</b>
7.1. Sumario . . . . .	169
7.2. Aportes originales . . . . .	172
7.3. Publicaciones realizadas . . . . .	174
7.4. Sugerencias sobre futuras líneas de investigación . . . . .	176
<b>Bibliografía</b>	<b>179</b>

<b>Apéndices</b>	<b>191</b>
<b>A. Otros modelos y algoritmos</b>	<b>192</b>
A.1. Modelos semiempíricos de ruido urbano . . . . .	192
A.2. Dispersión de contaminantes atmosféricos . . . . .	196
A.2.1. Velocidad del Viento . . . . .	196
A.2.2. Coeficientes de dispersión turbulenta . . . . .	197
A.3. Solución del problema de equilibrio de usuario del enfoque discreto. Método de Frank-Wolfe . . . . .	198
A.3.1. Algoritmo e implementación . . . . .	199
A.4. Solución del problema de EU con el enfoque continuo-discreto. Método de punto fijo. . . . .	201

# Índice de figuras

2.1. Representación gráfica de una red de tráfico . . . . .	20
2.2. Tiempo de recorrido de un arco . . . . .	21
2.3. Tráfico y medio ambiente. . . . .	31
3.1. Tramo de calle entre nodos. Dirección y sentido de circulación . . . . .	54
3.2. División de la ciudad en celdas de cálculo y distribución de calles dentro de las celdas. . . . .	56
3.3. Red de autopistas en una ciudad . . . . .	69
3.4. Resumen de ecuaciones del problema de asignación de tráfico . . . . .	72
3.5. Diseño óptimo . . . . .	75
4.1. Elementos Finitos . . . . .	81
4.2. Descriptor de FlexPDE . . . . .	84
4.3. Algoritmo continuo-discreto de asignación de tráfico . . . . .	90
4.4. Diseño óptimo de redes de tráfico urbano . . . . .	95
4.5. Algoritmo de Recocido Simulado para el diseño óptimo de redes de transporte urbano con restricciones de diseño, de costo y ambientales . . . .	97
4.6. Algoritmo de estimación de la demanda de viajes . . . . .	99
5.1. Elemento diferencial del modelo en coordenadas polares . . . . .	102

5.2. Validación del modelo continuo. Tiempo de viaje hasta el centro. . . . .	105
5.3. Validación del modelo continuo. Tiempo de recorrido del arco. . . . .	105
5.4. Validación del modelo continuo. Red de tráfico. . . . .	107
5.5. Tiempo de viaje hasta el centro casos a) y b) en la calle 1. . . . .	108
5.6. Tiempo de viaje hasta el centro casos a) y b) en la calle 2. . . . .	109
5.7. Tiempo de viaje hasta los nodos 57 y 163 en la calle 3. Caso c). . . . .	110
5.8. Tiempo de viaje hasta los nodos 57 y 163 en la calle 4. Caso c). . . . .	110
5.9. Tiempo de viaje en los tramos de la calle 1. Casos a) y b). . . . .	111
5.10. Tiempo de viaje en los tramos de la calle 2. Casos a) y b). . . . .	111
5.11. Tiempo de viaje en los tramos de la calle 3. Caso c). . . . .	112
5.12. Flujo vehicular en los tramos de la calle 1. Casos a) y b). . . . .	112
5.13. Flujo vehicular en los tramos de la calle 2. Casos a) y b). . . . .	113
5.14. Flujo vehicular en los tramos de la calle 3. Caso c). . . . .	114
5.15. Esquema de calles y numeración de nodos de la red discreta . . . . .	116
5.16. Demanda en puntos de la diagonal SO-NE . . . . .	117
5.17. Tiempo de recorrido de arcos de la calle 9 . . . . .	117
5.18. Red de tráfico con autopistas. Enfoque mixto continuo-discreto. . . . .	119
5.19. Zonas de la ciudad. Malla de elementos finitos. . . . .	119
5.20. Tiempo de viaje en los tramos de autopistas. . . . .	120
5.21. Flujo vehicular en los tramos de autopistas. . . . .	121
6.1. Red de Autopistas . . . . .	126
6.2. Malla elementos finitos. Caso 3. . . . .	126
6.3. Flujo hacia el Centro 10. Situación original. . . . .	127

6.4. Tiempo de viaje hasta el Centro 10. Situación original. . . . .	128
6.5. Tiempo de viaje hasta el centro 10. Caso 3. . . . .	128
6.6. Ingreso de vehículos en los accesos. Situación original. . . . .	129
6.7. Ingreso de vehículos en los accesos. Caso 3 . . . . .	129
6.8. Flujo en las autopistas. . . . .	130
6.9. Relación flujo/capacidad en las autopistas. . . . .	131
6.10. Relación tiempo de viaje/tiempo de viaje a flujo libre en las autopistas. . .	131
6.11. Dos centros y dos clases de usuarios. Malla de Elementos Finitos. . . . .	133
6.12. Tiempo de viaje. Caso 1: demanda constante. . . . .	133
6.13. Tiempo de viaje. Caso 2: demanda variable. . . . .	134
6.14. Demanda de viajes hacia el centro 1 de la clase de usuario 1. . . . .	134
6.15. Zonas de la ciudad y centros de atracción . . . . .	136
6.16. Tiempo de viaje hasta el destino (minutos). Situación original. . . . .	138
6.17. Flujo vehicular. Situación original. . . . .	138
6.18. Nivel sonoro (dBA). Situación original. . . . .	139
6.19. Mapa acústico. Centro 5 en zona norte . . . . .	140
6.20. Mapa acústico. Centro 5 en zona oeste . . . . .	140
6.21. Zonas, autopistas y puntos de control. . . . .	141
6.22. Relación Flujo máximo/Capacidad en los puntos de control de la ciudad .	145
6.23. Tiempo de viaje hasta el Centro 1 desde los puntos de control de la ciudad	146
6.24. Tiempo de viaje hasta el Centro 2 desde los puntos de control de la ciudad	146
6.25. Nivel sonoro en algunos puntos de control y cerca de las autopistas . . . .	147
6.26. Concentración de CO en puntos significativos de control de la ciudad . . .	148
6.27. Flujo en las autopistas . . . . .	148

6.28. Zonas de la ciudad, puntos de destino y red de autopistas . . . . .	151
6.29. Tiempo de viaje desde los puntos de acceso hasta el Centro 1 . . . . .	154
6.30. Tiempo de viaje desde los puntos de acceso hasta el Centro 5 . . . . .	155
6.31. Tiempo de viaje desde los puntos de acceso hasta el Centro 8 . . . . .	155
6.32. Relación flujo/capacidad en los tramos de red de autopistas . . . . .	156
6.33. Flujo vehicular en puntos de control significativos de la ciudad . . . . .	156
6.34. Nivel sonoro debido al tráfico en las calles en puntos de control significativos de la ciudad . . . . .	157
6.35. Concentración de CO en puntos de control significativos de la ciudad . . .	158
6.36. Flujo vehicular en ambos sentidos en las autopistas . . . . .	158
6.37. Nivel sonoro debido al flujo en las autopistas . . . . .	159
6.38. Zonas de la ciudad y malla de puntos de aforo de tráfico . . . . .	160
6.39. Comparación entre la demanda real y estimada para el Escenario 1 . . . .	163
6.40. Comparación entre el porcentaje de incremento real y estimado para el Escenario 1 . . . . .	163
6.41. Comparación entre los flujos medidos y estimados en los puntos más congestionados para el Escenario 1 en dirección Sur-Norte . . . . .	164
6.42. Comparación entre el porcentaje de incremento real y estimado de la demanda de viajes hacia el Centro 1 para el Escenario 2 . . . . .	164
6.43. Comparación entre el porcentaje de incremento real y estimado de la demanda de viajes hacia el Centro 2 para el Escenario 2 . . . . .	165
6.44. Comparación entre el porcentaje de incremento real y estimado de demanda de viajes hacia el Centro 1 . . . . .	167
6.45. Comparación entre el porcentaje de incremento real y estimado de demanda de viajes hacia el Centro 2 . . . . .	167

6.46. Comparación entre los flujos medidos y estimados en dirección O-E en los puntos de control . . . . .	168
6.47. Comparación entre los flujos medidos y estimados en dirección S-N en los puntos de control . . . . .	168
A.1. Trayectoria de un vehículo frente a un observador. . . . .	194



# Índice de cuadros

6.1. Impacto acústico. Características de las zonas de la ciudad . . . . .	136
6.2. Incorporación de una red de autopistas. Características de las zonas. . . . .	142
6.3. Factores de emisión de las distintas categorías de vehículos . . . . .	143
6.4. Diseño óptimo. Características de las zonas de la ciudad . . . . .	151
6.5. Resultados de la optimización . . . . .	154
6.6. Demanda de viajes y características de las calles por zona . . . . .	161



# Capítulo 1

## Introducción

### 1.1. Motivación e importancia del tema

El desarrollo de las ciudades modernas ha traído como un aspecto inherente, la aparición o agudización de diversos inconvenientes cuya complejidad hace necesario un estudio científico a efectos de darles solución. En particular pueden citarse los siguientes problemas urbanísticos de gran importancia: la congestión del tráfico, la polución acústica y la contaminación atmosférica. Tales problemas tienen su causa principal en el transporte urbano, estando íntimamente relacionados entre sí.

La congestión de tráfico, que puede entenderse como “la condición que prevalece si la introducción de un vehículo en un flujo de tránsito aumenta el tiempo de circulación de los demás” (Thomson y Bull, 2001) se manifiesta en la reducción de las velocidades de circulación, las colas y las detenciones. Estas demoras se traducen, justamente, en el incremento del tiempo de viaje para que los habitantes efectúen los traslados urbanos normales, tales como viajes desde el hogar hacia el lugar de empleo y su correspondiente retorno, viajes a centros comerciales, traslado de menores a establecimientos educativos, etc.

Los vehículos que más contribuyen a la congestión del tráfico urbano son los automóviles particulares, cuyo incremento ha sido particularmente notorio, a partir de las últimas

décadas del siglo pasado. Si bien, un vehículo de transporte colectivo tiene un efecto en la congestión equivalente al de tres automóviles, hay que considerar que el mismo traslada 50 pasajeros y un automóvil 1,5 personas en promedio, por eso, cada ocupante del automóvil produce 11 veces la congestión atribuible a un pasajero del transporte colectivo.

Tanto los pasajeros de los vehículos particulares como los que realizan sus traslados mediante transporte público no solo sufren el aumento de tiempo de viaje debido a la congestión sino también consecuencias económicas. Los viajeros de vehículos particulares ven aumentado el costo operativo debido al incremento en el consumo de combustible y los ciudadanos que utilizan el autobús sufren el aumento de la tarifa del mismo. En este caso, en un sistema congestionado, para proveer la misma capacidad de transporte que en condiciones de circulación fluida, se requieren más unidades con sus respectivos conductores, trayendo como consecuencia tarifas más elevadas (Bull, 2003).

Según Thompson (2004), de acuerdo a un estudio realizado en Chile, aumentar en promedio las velocidades de los viajes en automóvil en 1 km/h y los de transporte colectivo en 0.5 km/h implica una reducción de tiempos de viaje y costos de operación por un valor equivalente a 0,1 % del producto bruto interno. Es decir, los precios de la congestión son elevados.

Asimismo, el transporte urbano es la principal causa de contaminación tanto acústica como atmosférica, y este problema afecta a la totalidad de los habitantes de las ciudades. Los niveles sonoros en las grandes urbes alcanzan valores que generan molestia y en algunos casos afectan la salud ya que son causa de estrés, falta de concentración e insomnio, entre otras. Dichos niveles dependen fundamentalmente del flujo vehicular, al que se suman además, el ruido producido por la construcción, los centros de recreación, los vendedores ambulantes, etc.

De la misma manera los vehículos emiten a través de sus escapes, diversas sustancias tóxicas, tales como monóxido de carbono ( $CO$ ), óxidos de azufre ( $SO_x$ ) y de nitrógeno ( $NO_x$ ), plomo ( $Pb$ ) y compuestos orgánicos volátiles, cuyos valores de concentración en el aire dependen del flujo de tráfico y de las condiciones meteorológicas. La congestión de tránsito agrava la situación, al provocar una disminución de la velocidad y un

incremento de la permanencia en la red que aumentan, directamente, la emisión de gases contaminantes.

Debido a las intrínsecas relaciones entre tráfico y medioambiente, una estrategia integrada para atacar los problemas en forma conjunta conduce a soluciones más eficientes que la aplicación de medidas aisladas para combatir cada uno de ellos en forma separada.

Las ciudades se encuentran en constante expansión y las modificaciones en el uso del suelo tales como la incorporación y/o cambio de ubicación de un centro comercial, un aeropuerto, un nuevo desarrollo residencial, entre otros, requieren la implementación de los cambios correspondientes en la red de tráfico para posibilitar el transporte de personas y mercaderías hacia y desde los mismos.

Esto implica la elaboración de proyectos para la evaluación y la selección de la infraestructura vial adecuada, incluyendo tanto modificaciones como ampliación de la estructura actual. Algunos de estos cambios permiten implementaciones a corto plazo, tales como los programas para optimizar el uso de vehículos particulares y la sincronización de semáforos para reducir la congestión, mientras que otros requieren plazos largos y más costosos. Entre estos últimos, por ejemplo, pueden citarse la adición de nuevos tramos de autopistas, puentes y pasos sobre ríos y vías férreas. Cualquiera sea el caso, el proceso de planificación de los sistemas de transporte, como proceso racional que permite explicar los beneficios de los cambios para el viajero, así como su impacto para la comunidad y el medioambiente, es necesario para la valoración de tales proyectos.

De acuerdo a lo anterior, es claro que la adecuada planificación urbana, y particularmente del transporte, es un tema de vital importancia. Ésta es una tarea interdisciplinaria que involucra una serie de aspectos urbanísticos, económicos, técnicos y medioambientales, y se desarrolla en varios pasos. En primer lugar se definen las metas y los objetivos de la comunidad y se generan las distintas alternativas. Éstas, se someten a un proceso de estimación del comportamiento de la red de tráfico ante las modificaciones propuestas y a partir de allí a la determinación de costos. Finalmente, se evalúan las diferentes opciones para seleccionar el mejor proyecto.

Cuanto mayores son los cambios que se requieren en la red de tráfico, tanto más importante es la etapa de planificación y evaluación de alternativas y debido a la cantidad de variables e intereses que intervienen en el proceso, la utilización de programas matemáticos computarizados de simulación y optimización se convierte en una herramienta indispensable.

La predicción del comportamiento de una red de tráfico requiere relacionar el conocimiento de la cantidad de viajes entre puntos de origen y destino, la disponibilidad vial y de servicios y la adopción de criterios de decisión en la elección de rutas por parte de los conductores. Dicha estimación de la cantidad de viajes, o demanda, surge a partir del proceso de generación y distribución de los mismos hacia los diferentes destinos. Luego, estos viajes se “asignan” a las rutas disponibles. Este proceso de asignación, es el que determina, finalmente, la cantidad de personas o de vehículos por unidad de tiempo que puede esperarse viajen en un determinado segmento de un sistema de transporte.

Tradicionalmente, en el proceso de asignación, se han utilizado los denominados “enfoques discretos”, llamados así pues las características de la red de tráfico se modelan mediante un conjunto discreto de nodos y arcos. Los nodos de la red representan tanto los puntos de origen y destino de viajes como las intersecciones de rutas, mientras que los arcos son los tramos entre nodos, es decir reproducen aproximadamente el conjunto físico de calles que forman el camino que los une. A su vez, los arcos tienen asociadas funciones de tiempo de viaje que representan la resistencia de transitar a través de ellos y que dependen fundamentalmente de las características de las calles y de los flujos, es decir de la cantidad de vehículos que transitan por ellas en la unidad de tiempo. Estos modelos, llevan a plantear programas de optimización, donde las variables son los flujos vehiculares en los arcos y/o los tiempos de viaje entre puntos de origen y destino, cuya solución ha sido constante tema de investigación en las últimas décadas.

En las ciudades modernas las redes de transporte suelen ser muy grandes, por ejemplo la red de Chicago tiene 12982 nodos y 39018 arcos, y la de Filadelfia 13389 nodos y 40003 arcos. En estos casos, la cantidad de variables involucradas, hace que los mencionados

modelos se vuelvan muy caros, no solo computacionalmente, sino también desde el punto de vista de la disponibilidad de los datos requeridos.

En la búsqueda de alternativas a la solución de este problema surgen los modelos espacialmente continuos. En los mismos, se asume que, tanto las características de la demanda como las de los tiempos de viaje, tienen una variación pequeña entre puntos cercanos dentro de la ciudad. Esto implica la posibilidad de describir dichas características utilizando funciones continuas en el dominio de la misma y lleva a definir el problema mediante ecuaciones diferenciales a derivadas parciales que pueden resolverse adecuadamente por diferentes métodos numéricos. Este enfoque permite disminuir considerablemente la cantidad de variables del problema ya que, en este caso, las mismas no están determinadas por las calles e intersecciones físicas de la red, sino que se definen de acuerdo al método adoptado para resolver el problema continuo.

Sin embargo, hasta el momento, en los modelos desarrollados por distintos investigadores en este sentido, existen algunos puntos cuestionables o que es necesario profundizar. En primer lugar se asumen idénticas características de circulación en cualquier sentido, situación muy alejada de la realidad. Luego, las funciones de tiempo de viaje utilizadas están definidas directamente en el sistema continuo y no se aclara la manera de calibrarlas ni de obtenerlas a partir de las características de las calles. Entonces no queda clara la correspondencia con la estructura discreta del problema y, de hecho, no pueden recuperarse las variables discretas: flujos horarios en cada arco ni tiempos de recorrido y velocidad de circulación, datos necesarios para evaluar la contaminación.

La utilización de las bien conocidas y probadas funciones de tiempo de viaje del enfoque discreto en el desarrollo de un nuevo modelo continuo es uno de los puntos fundamentales que se explora en la presente tesis, así como el posible acoplamiento de ambos enfoques en un modelo generalizado que capture las diferentes modalidades de circulación de la red de transporte, por ejemplo calles comunes y autopistas.

Por otra parte, si bien existen numerosos modelos, tanto de contaminación acústica como atmosférica y todos ellos dependen de los flujos de tráfico, la cantidad de estudios contemplando el problema desde un punto de vista integral ha sido relativamente escasa.

Sin embargo, puede entenderse claramente la necesidad de tal enfoque puesto que, el diseño de soluciones urbanísticas que apunten a mitigar alguno de los aspectos mencionados (congestión, polución acústica y atmosférica) depende y a su vez impacta sobre los otros. Es decir, el diseño óptimo de redes de transporte urbano no puede llevarse a cabo sin considerar los aspectos ambientales. Tal es el punto de vista desde el que se aborda esta tesis.

## **1.2. Alcance del estudio**

El enfoque de esta tesis es esencialmente teórico y numérico. El modelo de tráfico que se desarrolla, básicamente describe el comportamiento del conjunto de conductores usando una red de transporte, desde un punto de vista estacionario y promediado. Es decir, no considera las perturbaciones transitorias (aceleraciones, frenadas, cambio de carriles, etc.) sino que utiliza como variables el tiempo de viaje entre puntos de origen y destino, en un período dado de un día típico.

De la variedad de problemas existentes en el estudio de redes de transporte urbano, el modelo de asignación de tráfico que se desarrolla se aplica a tres cuestiones fundamentales: el diseño óptimo de redes, el estudio de impacto ambiental y el problema de estimación de funciones de demanda de viajes.

## **1.3. Objetivos**

El objetivo general de la presente tesis es contribuir al desarrollo de un modelo teórico y computacional para el diseño de redes de transporte urbano que permita simultáneamente cumplir con regulaciones ambientales tanto desde el punto de vista acústico como de la calidad del aire.

En particular se pretende:

- Desarrollar un modelo continuo espacial de asignación de tráfico, a partir de la tradicional forma discreta, que permita obtener la configuración de flujo vehicular, velocidades de circulación y tiempos de viaje en cada tramo de la red de transporte.
- Asociar el modelo continuo a un modelo discreto en un modelo mixto continuo-discreto que posibilite el estudio del tráfico en sistemas con modalidades de circulación diferentes tales como las que corresponden a calles comunes y a autopistas.
- Aplicar tal modelo en estudios de impacto ambiental tanto acústico como atmosférico.
- Utilizar el modelo propuesto para el diseño óptimo de redes de transporte con restricciones ambientales.
- Emplear dicho modelo en la estimación de los parámetros de las funciones de demanda de viajes.
- Desarrollar los algoritmos necesarios para alcanzar eficientemente los objetivos descritos anteriormente e implementar dichos algoritmos en programas comerciales de acceso general (Matlab, 2007; FlexPDE, 2010).

## 1.4. Metodología

Se desarrolla un modelo teórico computacional continuo-discreto de tráfico urbano que permite describir el funcionamiento de las redes de transporte bajo diferentes condiciones de circulación. Tal es el caso, por ejemplo, de una ciudad donde coexiste una red de autopistas con las calles y avenidas comunes.

Las autopistas se caracterizan por tener largos tramos de vías de circulación en sentidos contrarios separadas, ausencia de cruces a nivel tanto de peatones como de vehículos y accesos espaciados y especialmente diseñados. Estas características facilitan la circulación a altas velocidades.

Por el contrario, las calles comunes, permiten rápidos cambios de dirección y sentido, y los vehículos que circulan por ellas deben variar constantemente su velocidad por la presencia de cruces con otras arterias, pasos a nivel, semáforos y peatones.

En la modelación de la circulación por las calles comunes urbanas, es posible asumir que los cambios en el tiempo de viaje hasta un destino específico desde puntos cercanos, son pequeños y por lo tanto pueden representarse mediante funciones continuas. Hay que tener en cuenta, asimismo, que las calles de la ciudad tienen diferentes tipologías, tal es el caso de las avenidas, por ejemplo, y que por lo tanto, es necesario capturar dichas diferencias, que implican características de anisotropía, en el modelo.

A partir de la forma dual del tradicional modelo discreto propuesto por Beckmann et al. (1956), se utiliza el método variacional para deducir una formulación continua del problema de asignación de tráfico que permite considerar la anisotropía de la red. Tal formulación conduce a un sistema de ecuaciones diferenciales no lineales de difusión anisótropa que gobiernan el problema descrito.

Por otra parte, los tramos de autopistas pueden representarse adecuadamente mediante arcos dirigidos, y sus correspondientes funciones de tiempo de viaje asociadas, entre los nodos de intercambio. La circulación en los mismos queda definida mediante ecuaciones algebraicas de continuidad en los nodos.

Ambos sistemas, el discreto que representa las autopistas y el continuo que permite modelar el tránsito en las calles comunes, interactúan en los puntos de acceso a la red de autopistas. Cabe destacar que, asimismo, el modelo discreto puede representar adecuadamente el cruce de ríos o vías férreas por puentes o pasos a nivel.

El modelo continuo-discreto que se desarrolla permite obtener los valores de flujo de vehículos y velocidad de circulación en cada calle o en cada tramo de la red, valores requeridos por los modelos de contaminación acústica y atmosférica para calcular niveles sonoros y de concentración de contaminantes en la ciudad. De esta manera, mediante simulación, es posible determinar el impacto ambiental que se produce por modificaciones en la red de transporte.

La estimación de los niveles de contaminación atmosférica debido al tráfico urbano, se realiza de acuerdo a conocidos modelos de emisión de contaminantes, tales como el propuesto por la Agencia Europea de Medioambiente EEA (EMEP/CORINAIR, 2009) conjuntamente con modelos de dispersión (Espert Alemani y López Jimenez, 2004; Seinfeld y Pandis, 2006; Puliafito, 2005). En cuanto a los modelos acústicos utilizados para calcular niveles sonoros se siguen, a manera de ejemplo, los lineamientos de los trabajos de Cortínez et al. (2005, 2006) y de la Federal Highway Administration (FHWA TNM®), 2012).

El problema de diseño de redes de transporte se aborda mediante un programa de optimización sujeto a restricciones de diseño, de costo económico y ambientales, donde el problema de asignación se resuelve utilizando los nuevos modelos.

Finalmente, el problema inverso de estimación de las funciones de demanda de viajes en base al conteo de vehículos y a datos preexistentes, también se resuelve mediante un problema de optimización, adecuadamente construido.

Se propone, tanto para la solución del modelo de asignación como de las ecuaciones del modelo de dispersión, la utilización del método de Elementos Finitos implementado en el software comercial FlexPDE (2010).

Para lograr el diseño óptimo de redes de transporte y para el estudio de la estimación de las funciones de demanda se utilizan técnicas metaheurísticas, en particular el método de Recocido Simulado o *Simulated Annealing*.

El modelo completo se implementa en entorno Matlab (2007). Desde los correspondientes programas de optimización, se llama al software FlexPDE (2010) para ejecutar los programas de asignación de tráfico, de emisión de contaminantes, de dispersión y de ruido urbano, de acuerdo a los requerimientos. La transferencia de datos entre ambos programas se realiza mediante rutinas desarrolladas para tal interacción.

## 1.5. Contenidos de la tesis

Primeramente, en el capítulo 2, se presentan los aspectos generales de la modelación del tráfico urbano y se describen los enfoques discretos tradicionales para la estimación de los flujos vehiculares, conjuntamente con un estudio de los antecedentes del problema, existentes en la literatura. Asimismo se formula el problema de diseño óptimo, a partir de estos modelos clásicos, como un programa bi-nivel y, siguiendo el mismo procedimiento, se plantea el problema de estimación de viajes entre puntos de origen y destino de los mismos.

Los capítulos 3 y 4 conforman, conceptualmente, la parte central de la tesis y en ellos se exponen los principales aportes realizados en la misma. En el capítulo 3 se desarrollan los fundamentos teóricos y la formulación del nuevo modelo mixto continuo-discreto de tráfico urbano y se presenta el modelo de diseño óptimo de redes de transporte con consideraciones ambientales y una nueva metodología para estimar la demanda de viajes. Luego, en el capítulo 4 se exponen los algoritmos adoptados para resolver los problemas mencionados.

En el capítulo 5 se realiza la validación de los modelos desarrollados y de los algoritmos de solución propuestos, mediante comparaciones con soluciones analíticas, modelos discretos y otros métodos de resolución publicados en la literatura.

A continuación, en el capítulo 6 se muestra, mediante ejemplos numéricos, la aplicación de los nuevos modelos a problemas de diseño, de estimación de demanda y de impacto ambiental.

Finalmente, en el capítulo 7 se presentan la discusión de los resultados obtenidos, las conclusiones y las posibles líneas futuras de investigación.

## Capítulo 2

### Planteo general del problema.

### Modelos tradicionales

En este capítulo se presenta la formulación matemática del problema general del diseño de redes de transporte urbano y los efectos en el medioambiente de acuerdo al tradicional enfoque discreto, conjuntamente con una revisión de la literatura en relación a los temas involucrados.

En las secciones 2.1 y 2.2 se presentan las cuestiones generales y el esquema tradicional que se sigue en el proceso de planificación del transporte urbano, respectivamente. A continuación, en la sección 2.3, se expone la formulación clásica que permite resolver el problema de asignación de tráfico en equilibrio. Luego, en la sección 2.4, se presentan los modelos de contaminación acústica y atmosférica de uso corriente. En la sección 2.5 se expone el problema de diseño óptimo de redes de transporte urbano y por último, en la sección 2.6, la formulación general del problema de estimación de viajes entre puntos de origen y destino, ambos según el clásico enfoque discreto.

## 2.1. Representación de una red de tráfico

Una red de tráfico, es el conjunto de vías y sus intersecciones que permiten la circulación de personas (Fernandez Aguilera, 2008). La representación de esta red involucra la abstracción de los elementos físicos de la vialidad, tales como calles e intersecciones, y la simulación del movimiento de objetos (personas, vehículos) en la red. Matemáticamente los elementos de la red se definen mediante un grafo dirigido  $G(N, A)$  donde  $N$  es el conjunto de nodos y  $A$  es el conjunto de arcos o tramos. Los nodos representan tanto los puntos de generación y atracción de viajes (centroides de zonas) como las intersecciones entre calles. Los arcos pueden identificar a una calle o a un conjunto de ellas, de acuerdo al nivel de detalle de la representación de la red, que permiten la circulación entre dichos nodos (Figura 2.1). Por otra parte, el movimiento de los objetos en la red se describe mediante algún modelo matemático específico para tal fin como los que se exponen en este capítulo y el siguiente. Por supuesto, existen distintos niveles de representación de redes de acuerdo al detalle requerido por el objetivo que se persigue (Sheffi, 1984; Ortúzar y Willumsen, 2002).

Para ir de un nodo a otro se pueden utilizar diferentes caminos o rutas, construidas como secuencias de arcos dirigidos. Por ejemplo para ir desde el nodo 1 hasta el nodo 4, sin pasar dos veces por un mismo nodo, se pueden usar 3 rutas: la primera formada solamente por el arco 2, la segunda por los arcos 1 y 5, y finalmente la tercera siguiendo los arcos 3, 12, 8 y 5, en ese orden.

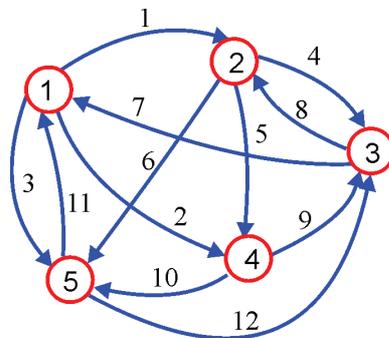


Figura 2.1: Representación gráfica de una red de tráfico

En una red de tráfico, los arcos tienen asociada una función que representa la resistencia de viajar a través de los mismos, siendo el tiempo de viaje la principal característica que refleja tal dificultad.

Se puede asumir, con suficiente precisión, que el tiempo de viaje  $t_a$  en el arco  $a$ , tal como se puede ver en la Figura 2.2, es una función creciente del flujo horario de vehículos  $x_a$ , expresado en vehículos por hora, existente en el mismo, es decir:

$$t_a = F(x_a) \quad (2.1)$$

El carácter creciente de tal expresión refleja el efecto de la congestión. Se han propuesto diferentes formas para dicha función, asumiendo que la misma debe cumplir ciertos requisitos identificados por Spiess (1990). Para el caso de muy bajo flujo ( $x_a \cong 0$ ), la expresión adopta un valor definido  $t_{a_0}$  que se designa “tiempo de recorrido a flujo libre”. Este valor es igual al cociente entre la longitud del arco y la velocidad a flujo libre, en la cual es determinante la distancia entre puntos con interrupciones del tráfico, por ejemplo, semáforos.

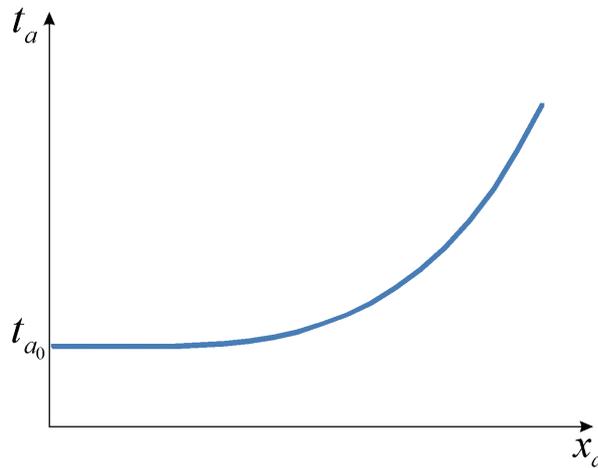


Figura 2.2: Tiempo de recorrido de un arco

Así, la velocidad a flujo libre en los tramos de más de 3 km sin intersecciones semaforizadas, tales como los tramos de autopistas, se obtiene, de acuerdo al “Manual de capacidad de carreteras” (HCM2000, 2000), a partir del límite de velocidad y de las

correspondientes reducciones por cantidad de carriles, ancho de los mismos y espacios laterales, entre otras. En el caso de calles señalizadas, la velocidad a flujo libre debe tener en cuenta tanto el límite de velocidad como así también las demoras en las intersecciones a lo largo del tramo, bajo condiciones de flujo libre.

Cabe destacar que las condiciones locales, características de los vehículos y modos de conducir, modifican los valores obtenidos de los manuales, de manera que es importante conocer los ajustes que es necesario aplicar a las expresiones sugeridas en los mismos. En este sentido, en Argentina son importantes los trabajos realizados por Baruzzi et al. (2008b,a).

El tiempo de viaje en cada ruta posible que une dos nodos de la red está determinado por la suma de los tiempos de los arcos recorridos.

En la práctica, se usan funciones empíricas sencillas para calcular el tiempo de recorrido de arco. Una de las más conocidas y ampliamente utilizada es la función BPR (U.S. Bureau of Public Roads, 1964) propuesta por el Departamento de Transporte de Estados Unidos. Esta función es de la forma:

$$t_a = t_{a0} \left[ 1 + \alpha_a \left( \frac{x_a}{C_a} \right)^{\varphi_a} \right] \quad (2.2)$$

En esta fórmula,  $C_a$  es la capacidad práctica del arco  $a$  y los parámetros  $\alpha_a$  y  $\varphi_a$  reflejan el tipo de circulación en las calles.  $\alpha_a$  corresponde a la relación entre la velocidad a flujo libre y la velocidad a capacidad y  $\varphi_a$  determina cuán abruptamente la curva de velocidad cae desde la velocidad a flujo libre. Un valor alto de  $\varphi_a$  hace que la velocidad se vuelva insensible a la relación  $\frac{x_a}{C_a}$  hasta que dicha relación esté cercana a 1, entonces, la velocidad decae abruptamente. El “Manual de capacidad de carreteras” (HCM2000, 2000) proporciona valores típicos de dichos parámetros para diferentes clases de rutas y calles, pero el mejor ajuste de la función es mediante la calibración de los mismos ya sea usando técnicas de regresión o métodos inversos de estimación, si se parte de la medición de flujos. Valores típicamente usados de los parámetros mencionados son  $\alpha_a = 0,15$  y  $\varphi_a = 4$ .

Es necesario en este punto aclarar que la capacidad ideal de un arco se define como el “número máximo de vehículos por unidad de tiempo que puede pasar por una sección de una vía, bajo las condiciones prevalecientes del tráfico” (Fernandez Aguilera, 2008) y puede calcularse a partir del diagrama fundamental que relaciona el flujo (veh/h) y la densidad (veh/km) de vehículos. La capacidad no es un valor absoluto ni aún para un mismo tramo de vía, ya que para diferentes circunstancias (características del conductor, estado de la ruta, condición climática, etc.) la capacidad cambia. Según Bull (2003), en general, una calle o una red urbana en América Latina tiene una capacidad inferior que otra de dimensiones geométricas iguales ubicada en Europa o Norteamérica debido tanto a las características de manejo de los conductores como al estado de conservación de las rutas. Por esta razón, el cálculo de la capacidad práctica se basa en modelo empíricos que ajustan el valor de la capacidad en condiciones ideales mediante factores de reducción si las mismas no se satisfacen.

Una de las razones fundamentales de la amplia difusión de la función BPR es que no se hace indefinida al alcanzar la capacidad y por lo tanto no inestabiliza los programas computacionales.

Existen también otras funciones para estimar el tiempo de viaje, por ejemplo, la desarrollada por Spiess (1990), denominada “conical delay function”. Esta curva se mantiene aproximadamente constante para valores bajos de  $\frac{x_a}{C_a}$  y no se incrementa tan rápidamente como la BPR para relaciones altas. La ecuación es la siguiente:

$$t = t_0 \left( 2 + \sqrt{\alpha^2(1 - x/C)^2 + \beta^2} - \alpha(1 - x/C) - \beta \right) \quad (2.3)$$

donde  $\alpha$  es un parámetro a calibrar mayor que 1 y  $\beta = (2\alpha - 1)/(2\alpha - 2)$ . Cuando el flujo alcanza la capacidad  $t = 2t_0$  y con flujo nulo  $t = t_0$ .

Si bien, como ya se comentó, el tiempo de viaje es la principal característica que define la resistencia a circular por un tramo de vía o arco, otras características pueden asociarse al tiempo de viaje en una función generalizada mediante factores de conversión. Por ejemplo, el costo, en pesos, de un pago de peaje, puede traducirse a tiempo de viaje multiplicándolo

por un factor expresado en unidad de tiempo/pesos (Hizir, 2006). En esta tesis, las expresiones “tiempo de viaje” y “costo de viaje” deben entenderse indistintamente como una función generalizada que involucra una combinación de factores.

## 2.2. El proceso de planificación del transporte urbano

Como ya se mencionó en el capítulo anterior, la planificación del transporte urbano es una tarea interdisciplinaria donde a partir de las condiciones existentes y de la definición de objetivos se generan diferentes alternativas que se someten a un proceso de estimación de flujos vehiculares horarios, tiempos de viaje y costos económicos, para elegir, luego de las evaluaciones pertinentes, el proyecto adecuado.

En el proceso que permite estimar el flujo vehicular, es decir la cantidad de vehículos por unidad de tiempo, que puede esperarse circulen en los diferentes tramos de la red de transporte y el tiempo de viaje entre puntos de origen y destino, tradicionalmente se utiliza un camino conocido como “proceso de cuatro pasos” (Garber y Hoel, 2005). Previo a la aplicación de este modelo, es necesario delimitar el área de estudio y dividir la ciudad en zonas de características semejantes, de manera tal que la actividad de las mismas pueda considerarse concentrada en un punto denominado “centroide”. Se asume que estos centroides son los puntos desde los cuales parten los viajes hacia otras zonas y, a su vez, son los puntos de destino de los viajes generados en el resto de la ciudad. Luego los pasos a seguir son:

**Paso 1:** Generación de viajes.

**Paso 2:** Distribución de viajes.

**Paso 3:** Selección del modo de viajar.

**Paso 4:** Asignación del tráfico a la red de transporte.

El Paso 1, la generación de viajes, es el proceso para determinar cuántos viajes van a comenzar o terminar en cada zona. Entre los métodos más utilizados figuran la

“Clasificación cruzada” y el “Análisis de regresión”. El primero es una técnica desarrollada por la Administración Federal de Carreteras (FHWA) para determinar el número de viajes que inician o terminan en el hogar, que representan una proporción importante de todos los viajes. Este proceso está determinado fundamentalmente por el uso del suelo y está basado en unidades individuales de muestras tales como personas, familias, ingresos y tenencia de vehículos. Se prefieren los métodos que emplean análisis desagregados, tal como el mencionado, a los métodos que utilizan datos agregados por zonas, tales como los de regresión.

En el Paso 2, los viajes generados se direccionan hacia otras zonas de acuerdo a un cierto criterio de distribución. Uno de los métodos más empleados en la distribución de viajes es el “Modelo de Gravedad” que establece que el número de viajes entre dos zonas es directamente proporcional al número de viajes atraídos por la zona de destino e inversamente proporcional al tiempo de viaje entre las zonas de origen y destino.

El tercer paso consiste en determinar el modo de viajar de las personas, es decir cuántos de los viajes entre zonas y para cada franja horaria, se realizan por transporte público y cuántos en automóviles particulares. En este punto es posible construir una matriz de viajes entre zonas llamada matriz Origen-Destino o matriz OD para cada modo de viajar y período. Los elementos  $Q_{rs}$  de esta matriz  $\mathbf{Q}$  corresponden a la cantidad de viajes entre zonas de origen, representadas por puntos o centroides,  $r$  y zonas de destino  $s$ .

La etapa final del proceso de estimación de viajes es determinar las rutas reales, es decir qué calles se usarán y el número de automóviles y de vehículos de transporte público que se espera en cada tramo de la red. Este último paso es de fundamental importancia en la predicción del comportamiento de la red de transporte, es asimismo conceptualmente el más complejo y constituye uno de los puntos de principal interés del desarrollo de la presente tesis.

En la práctica, estos pasos no se resuelven de manera totalmente independiente y secuencial. Por ejemplo, los resultados de la asignación de viajes pueden modificar la elección del modo de viajar, lo cual requiere un nuevo ajuste del último paso. Esto ha

llevado al desarrollo de modelos combinados de distribución-asignación, modo-asignación y distribución-modo-asignación.

Para resolver el proceso de asignación de viajes o de asignación de tráfico (Paso 4), se requiere: a) conocer las características físicas de la red vial, compuesta por calles e intersecciones, que posibilita el movimiento entre zonas, b) disponer de la matriz OD y c) definir algún algoritmo que permita elegir, entre todos los caminos posibles, los que se usarán para ir de un punto a otro de la ciudad, es decir establecer claramente los criterios mediante los cuales los conductores eligen los caminos a utilizar.

El comportamiento de los usuarios, en cuanto a la toma de decisiones a la hora de elegir la ruta, juega un papel preponderante y se puede decir que el logro de los objetivos propuestos en cualquier proyecto que involucre un proceso de asignación de viajes depende, fundamentalmente, del conocimiento de tal comportamiento.

En este sentido, a mediados del siglo pasado, Wardrop (1952) enunció un principio que fundamenta la mayoría de los enfoques utilizados actualmente en el estudio del tráfico urbano. Tal principio, describe, justamente, el comportamiento de los usuarios y establece que “para cada par origen-destino, en equilibrio del usuario, el tiempo de viaje sobre todos los caminos usados es menor o igual al tiempo de viaje que experimentaría un vehículo aislado por un camino no utilizado”.

De acuerdo a este principio los conductores eligen siempre los caminos que permiten minimizar su tiempo de viaje entre puntos de origen y destino. Es importante aclarar que tal principio asume que todos los usuarios se comportan de igual manera y que poseen un conocimiento total de las características de la red. Esta situación se da cuando los conductores han experimentado diferentes alternativas hasta encontrar el tiempo mínimo de viaje hacia su destino, es decir es una situación de equilibrio estacionaria.

Este principio o “primer principio de Wardrop” sustenta la solución conocida como “equilibrio de usuario” o EU que se describe en la sección 2.3.

El tiempo mínimo de viaje, que se asume conocido por los usuarios, no es un valor constante para cada tramo, sino que depende del flujo vehicular de acuerdo a la expresión

2.1. Por tal razón, para obtener los caminos utilizados por los conductores y el consecuente flujo horario de vehículos en los tramos de la red, primitivamente se propusieron enfoques heurísticos para cumplir con el primer principio de Wardrop.

Dos de estos enfoques son, el método de la Capacidad Modificada y el método de Asignación Incremental. Estos métodos fundamentalmente resuelven el problema en forma iterativa, con correcciones en los tiempos de viaje, utilizando asignaciones de la totalidad del flujo a los caminos de tiempo mínimo, sin considerar la congestión. Estos enfoques fueron los primeros utilizados en los paquetes de programas computacionales. El primero de ellos ha sido utilizado en el “Urban Transportation Planning Package” de la Federal Highway Administration (1977) y el segundo en el programa DODOTRANS desarrollado en el MIT por Manheim y Ruiter (1970). Sin embargo, a pesar de que aún se utilizan, se ha probado que dichos métodos no siempre convergen y consumen grandes recursos computacionales (Sheffi, 1984).

A continuación se expone la formulación matemática que cumple con el primer principio de Wardrop y que corresponde al estado de la práctica para resolver el problema de asignación de tráfico.

### 2.3. Equilibrio de usuario (EU)

La formulación matemática del primer principio de Wardrop (1952), conocida como “equilibrio de usuario”, fue propuesta por Beckmann et al. (1956) quienes para resolver este problema, propusieron un programa de minimización equivalente sujeto a restricciones. Específicamente establecieron la equivalencia entre las condiciones de equilibrio de la red de transporte y las condiciones de Kuhn y Tucker de un problema de optimización apropiadamente construido. En el tratado de Sheffi (1984), se demuestran tales equivalencias como así también la unicidad de la solución ya que se trata de un problema cuya función objetivo es convexa y está sujeto a restricciones lineales.

El problema de EU consiste en encontrar los flujos horarios de vehículos  $\mathbf{x} = (\dots, x_a, \dots)$ , en todos los arcos  $a \in A$  de la red de tránsito, que satisfacen el primer principio de Wardrop

(1952), cuando todos los viajes de la matriz  $\mathbf{Q} = (\dots, Q_{rs}, \dots)$ , entre pares de origen-destino han sido asignados a la red.

Este problema, para el caso de demanda fija o constante entre puntos de origen y destino, se puede resolver mediante el siguiente programa de minimización:

$$\min z(\mathbf{x}) = \sum_a \int_0^{x_a} t_a(y) dy \quad (2.4)$$

s.a.

$$\sum_k f_{rs}^k = Q_{rs} \quad \forall r, s \quad (2.5)$$

$$f_{rs}^k \geq 0 \quad \forall k, r, s \quad (2.6)$$

donde

$$x_a = \sum_r \sum_s \sum_k f_{rs}^k \delta_{rs}^{ak} \quad \forall a \quad (2.7)$$

En este programa  $z(\mathbf{x})$  define la función objetivo,  $t_a$  es la función que corresponde al tiempo de viaje en el arco  $a$ , definida por la ecuación 2.1 y  $x_a$  el flujo horario vehicular medido en vehículos por hora.  $Q_{rs}$  es la cantidad de viajes entre puntos de origen  $r \in R$  y de destino  $s \in S$  dados por la matriz OD.  $f_{rs}^k$  expresa el flujo horario en la ruta  $k$  entre  $r$  y  $s$ , y  $\delta_{rs}^{ak}$  vale 1 si el arco  $a$  pertenece a la ruta  $k$  y vale 0 en caso contrario.

La restricción 2.5 expresa el principio de conservación de flujo, según el cual la suma de todos los flujos de las diferentes rutas que unen cada par origen-destino deben igualar a la cantidad de viajes generados entre esos puntos proporcionados por la matriz OD. La restricción 2.6, de no negatividad del flujo, se requiere para asegurar que la solución del problema sea físicamente válida. La función 2.4 está definida en los arcos, mientras que la restricción de conservación de flujo 2.5 está formulada sobre las rutas, relacionándose ambas a través de 2.7.

Es posible demostrar que esta formulación, conocida como transformación de Beckmann, si bien no tiene ninguna interpretación económica ni de comportamiento intuitiva, es equivalente al primer principio de Wardrop y tiene solución única (Sheffi, 1984).

Casi simultáneamente con el trabajo de Beckmann et al. (1956) aparece el de Frank y Wolfe (1956) donde se formula un procedimiento, el método de las Combinaciones Convexas, para resolver problemas de programación cuadrática con restricciones lineales. Algunos años más tarde, Bruynooghe et al. (1968) sugirieron la utilidad de tal metodología para determinar flujos de equilibrio en redes de transporte. Poco tiempo después Le Blanc et al. (1975) lo programaron y lo aplicaron para el estudio de tráfico en una pequeña ciudad. Otros enfoques alternativos no tardaron en aparecer tratando de disminuir tiempos de cálculo, tal como el propuesto por Nguyen (1974), que sin embargo requiere más memoria computacional.

A lo largo de los años se trabajó mucho en mejorar el algoritmo de Frank-Wolfe que se vuelve ineficiente cuando las redes son muy grandes, fundamentalmente porque la convergencia se hace más lenta a medida que se avanza en las iteraciones. Para acelerar esta convergencia fueron propuestos varios métodos, entre ellos Florian et al. (1987) y Le Blanc et al. (1985) propusieron versiones aceleradas mediante adaptaciones del paso y de la dirección de búsqueda. Más recientemente Kang (2005) en su tesis doctoral también propone la adopción de un paso mayor de descenso y luego evaluar la función objetivo para el valor tradicional y el modificado adoptando el mejor.

Tanto los primeros enfoques heurísticos como el algoritmo de Frank y Wolfe (1956) requieren la aplicación iterativa de la asignación conocida como *todo o nada*, donde la totalidad del flujo entre puntos de origen y destino se asigna al camino que une dichos puntos que permite el mínimo tiempo de viaje. La solución de este algoritmo debe ser muy eficiente debido a que se utiliza muchas veces entre cada par origen-destino con diferentes niveles de flujo. Debido a esto se ha trabajado extensamente en la solución de este algoritmo que involucra conceptos de la teoría de grafos, tanto para su representación como para su recorrido, que pueden ser consultados en el tratado de Cormen et al. (1999). Uno de los algoritmos más utilizados en la literatura de investigación operativa es el conocido como método de Corrección de Etiqueta propuesto por Moore (1957) y modificado posteriormente por Pape (1974). Sobre modificaciones al algoritmo original y

aplicaciones en redes reales del medio oeste y sudeste de Estados Unidos pueden verse los trabajos de Zhan (1997) y Zhan y Noon (1998, 2000).

Varias extensiones del problema de asignación fueron realizadas en años subsiguientes, tales como problemas con demanda variable y elecciones de viaje multimodales (vehículos particulares y diferentes modos de transporte público). La literatura en estos temas es muy extensa pudiéndose consultar un adecuado tratamiento de tales problemas y una discusión de las mejores contribuciones en el trabajo de Nagurney y Dong (2002), en Boyce y Bar-Gera (2004) y en Han y Yang (2008).

El equilibrio de usuario puede resolverse también mediante algoritmos basados en las rutas posibles entre puntos de origen y destino, en vez de los basados en los arcos. La determinación del conjunto completo de los caminos factibles puede resultar muy difícil para ciertos problemas ya que su número aumenta exponencialmente con el tamaño de las redes. En la actualidad, los grandes equipos y los métodos de generación de columnas, en los cuales las rutas se generan a medida que se requieren, hacen más accesible este enfoque. En este sentido cabe destacar los trabajos de Larsson y Patriksson (1992) en el desarrollo de métodos como el DSD (descomposición simplicial desagregada) y el trabajo de Lotito (2006) en cuestiones de implementación del mismo.

Un interés continuado en el desarrollo de enfoques numéricos alternativos, mejorados, para los problemas de optimización involucrados tiene lugar hasta nuestros días. La mejora buscada se orienta en general a minimizar los recursos de memoria computacional y/o disminuir los tiempos de CPU, aunque también se ha buscado simplificar la comprensión de los métodos.

## **2.4. El tráfico como causa de contaminación urbana**

El tráfico urbano es el principal responsable de la contaminación acústica y atmosférica en las grandes ciudades. Los vehículos emiten ruido y contaminantes gaseosos y particulados de acuerdo a las características y composición del parque automotor y de

las condiciones de circulación. Estas emisiones se dispersan en la atmósfera según las condiciones ambientales, fundamentalmente viento y temperatura, y la fisonomía de la ciudad (ancho de calles, altura de edificaciones, obstáculos, etc.). Luego, en cualquier punto de la ciudad es posible estimar tanto el nivel sonoro como el de contaminantes atmosféricos si se dispone de modelos capaces de representar adecuadamente estos procesos.

La relación entre los modelos de tráfico y de contaminación necesarios para evaluar integralmente un nuevo proyecto de transporte se muestran en la Figura 2.3.

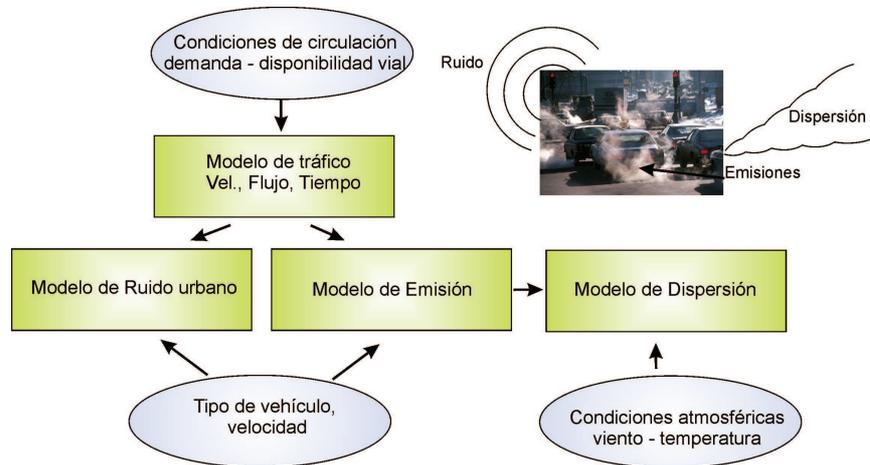


Figura 2.3: Tráfico y medio ambiente.

### 2.4.1. Contaminación acústica

Se sabe que el daño acústico es proporcional tanto a la intensidad del sonido como al tiempo de exposición. Uno de los indicadores más utilizados para medir el ruido ambiental es el nivel sonoro continuo equivalente  $L_{eq}$ , expresado en dBA, que se calcula por integración de los valores instantáneos del ruido a lo largo del tiempo de medida considerado. Existen asimismo otros indicadores tales como el nivel día-tarde-noche o el nivel diario equivalente.

La unidad de medida de la intensidad del sonido dBA corresponde al valor de la intensidad en dB corregida por un filtro de ponderación A que tiene en cuenta los efectos

diferentes de las altas y bajas frecuencias. De esta manera, después de la medición se filtra el sonido acentuando las frecuencias en las que el oído es más sensible y atenuando aquéllas en que es menos sensible (Gerges y Arenas, 2004), razón por la cual la exposición medida en dBA proporciona buena información sobre la posibilidad de riesgo auditivo.

La Organización Mundial de la Salud considera los 50 dBA como límite de confort deseable y ha sugerido que el ruido producido por el tráfico no sea superior a 70 dBA para evitar deficiencias auditivas.

Un modelo de ruido de tráfico urbano debe ser capaz de predecir el  $L_{eq}$  o algún otro indicador acústico (Gerges y Arenas, 2004) en relación a parámetros elegidos que se puedan obtener con relativa facilidad. Estos parámetros son usualmente el flujo y la composición del tráfico vehicular, la potencia acústica de las diferentes categorías de vehículos (autos, camiones, colectivos, motos), la velocidad de circulación y las características de las calles.

Se han desarrollado diversos modelos de ruido de tráfico, casi se podría decir que cada país, estado o ciudad tiene su propio modelo. Esto se debe fundamentalmente a que existen diferentes maneras de concebir un modelo de ruido y a que, tanto las condiciones de circulación y modos de conducir, como las características del parque automotor difieren de un lugar a otro.

Estos modelos semiempíricos pueden derivar de una formulación teórica (ver sección A.1) que considera un conjunto de vehículos en movimiento y llegan a una fórmula con parámetros que permiten ajustar el modelo utilizando datos medidos de flujo y nivel sonoro. Tales modelos predictivos se han utilizado y verificado en diversas ciudades del mundo. En este sentido se pueden nombrar los trabajos de Gaja Díaz (1984) y Barrigón Morillas et al. (2002) en España, González (2000) en Montevideo, Sommerhoff et al. (2004, 2006) en Chile y Cortínez et al. (2005, 2006) en Argentina, entre otros. Algunos modelos permiten contemplar, además, la existencia simultánea de fuentes fijas (Cortínez y Sequeira, 2010). Una revisión de los principales modelos de este tipo, utilizados en diferentes comunidades, se puede consultar en el trabajo de Steele (2001) y en la tesis doctoral de González (2000). Muchos de estos modelos han sido implementados en

programas computacionales comerciales, por ejemplo FHWA TNM® (2012), MITHRA, SoundPLAN, NOISEMAP, etc.

A los efectos de ilustrar acerca de las características generales de tales modelos, se describe a continuación el desarrollado por la Administración General de Carreteras de los Estados Unidos para determinar el ruido originado por el tránsito en las autopistas, el “Federal Highway Administration’s Traffic Noise Model” (FHWA TNM®, 2012).

Este modelo utiliza una extensa base de datos de los niveles sonoros de emisión y permite el cálculo de diferentes indicadores de ruido. Los parámetros utilizados son el tipo de vehículo, el tipo de pavimento, los dispositivos de control de tráfico y los fenómenos de propagación. En el mismo, el nivel sonoro continuo equivalente se calcula considerando el aporte de los  $n$  tipos de vehículos con la siguiente ecuación:

$$L_{eq} = 10 \log \sum_n 10^{L_{eq-n}/10} \quad (2.8)$$

donde, para cada categoría vehicular  $n$ :

$$L_{eq-n} = L_{eqe-n} + (10 \log(x/v) - 13, 2) + 10 \log\left(\frac{d_0}{d} \frac{\alpha}{180}\right) + \Delta s_n \quad (2.9)$$

En la ecuación 2.9, el primer término  $L_{eqe-n}$  corresponde al nivel sonoro emitido por la fuente, el segundo término a la corrección por flujo que es función, justamente, del flujo vehicular  $x$  (veh/h) y de la velocidad de circulación  $v$  (km/h), el tercer término contempla la corrección por distancia y el último término tiene en cuenta el efecto de barreras. En el tercer término,  $d_0$  es la distancia de referencia (15 m),  $d$  es la distancia a la línea que representa al segmento de carretera y  $\alpha$  es el ángulo subtendido por el segmento de carretera, en grados. La corrección por efecto de barreras y tipo de terreno  $\Delta s_n$  puede consultarse en la referencia citada. Finalmente, los niveles de emisión  $L_{eqe-n}$  para las diferentes categorías vehiculares se calculan mediante expresiones similares a las expuestas a continuación para los tipos de vehículos más comunes:

$$\begin{aligned} \text{livianos : } & L_{eqe-a} = 38,1 \log(v) - 2,4 \\ \text{medianos : } & L_{eqe-m} = 33,9 \log(v) + 16,4 \\ \text{pesados : } & L_{eqe-p} = 24,6 \log(v) + 38,5 \end{aligned} \quad (2.10)$$

Existen otros tipos de modelos teóricos que consideran los vehículos como fuentes fijas y permiten obtener el nivel sonoro de acuerdo a la densidad de vehículos en una calle o en una zona. Por ejemplo Rossi et al. (2006) calculan el nivel sonoro como la superposición del campo directo producido por la totalidad de los vehículos que transitan en una calle donde los carriles son tomados como fuentes de línea, más el campo reverberante producido por la reflexión del sonido en las fachadas y el pavimento. Los autores del artículo comparan sus resultados con valores simulados con el software comercial SoundPLAN. Este modelo fue utilizado por la autora de esta tesis para calcular el campo directo en un trabajo presentado en la Reunión Regional de Acústica desarrollada en Montevideo (Cortínez y Dominguez, 2011a).

Otro modelo diferente e interesante para el cálculo de ruido urbano es el desarrollado por Davies y Lyon (1973) quienes presentan un modelo aplicable tanto a recintos cerrados como a espacios abiertos o semiabiertos, teniendo en cuenta el efecto de barreras. En este caso, la zona de fuentes se modela como una región particionada en celdas con paredes capaces de absorber, transmitir y reflejar el sonido que en el caso de una ciudad, por ejemplo, pueden corresponder a las paredes de los edificios. En este trabajo los autores proponen una formulación diferencial en coordenadas polares que permite una solución analítica en un dominio circular, considerando el aporte del campo directo y del campo reverberante. Una de las utilidades del modelo es que permite el cálculo del ruido de fondo en las ciudades. Posteriormente Cortínez y Dominguez (2011a) extienden la formulación de Davies y Lyon (1973) para aplicarla a una ciudad de forma arbitraria.

### **2.4.2. Contaminación atmosférica**

Al estudiar el problema de la contaminación atmosférica se deben distinguir las fuentes emisoras de contaminantes y el medio en el cual son inyectados dichos contaminantes. En una ciudad, las fuentes emisoras son variadas e involucran fuentes fijas (chimeneas, quemas a cielo abierto, etc.) y fuentes móviles (vehículos automotores, trenes, etc.). Actualmente, la mayoría de los vehículos utiliza combustibles fósiles que producen la

emisión de contaminantes primarios y secundarios cuya proporción y cantidad difiere de acuerdo al tipo de combustible y a las condiciones de combustión.

Los contaminantes primarios son aquellos que se emiten directamente a la atmósfera desde los escapes de los vehículos, tales como el material particulado, los óxidos de azufre ( $SO_x$ ), los óxidos de nitrógeno ( $NO_x$ ), el monóxido de carbono ( $CO$ ) y el plomo ( $Pb$ ). Por otra parte, los contaminantes secundarios son aquellos que se forman como consecuencia de las reacciones y transformaciones que experimentan los contaminantes primarios una vez que se encuentran en el aire. Por ejemplo, el ozono se produce por reacciones entre los compuestos orgánicos volátiles VOCs y los óxidos de nitrógeno en presencia de la luz solar.

### **Emisión de contaminantes**

En los modelos de emisiones de fuentes móviles se usa en general el enfoque denominado “bottom-up” que consiste en la determinación de las emisiones en pequeñas áreas, de manera que las emisiones en áreas mayores pueden obtenerse por la suma de los aportes de las áreas más pequeñas. La determinación de estas emisiones se realiza en forma detallada a partir de modelos de tráfico que brindan el flujo de vehículos y del conocimiento del parque vehicular. De acuerdo a este enfoque, la emisión total de un determinado contaminante  $E$  por unidad de longitud y de tiempo se puede calcular mediante la siguiente expresión:

$$E = \sum_{i=1}^M FE_i \cdot x \cdot pm \quad (2.11)$$

donde  $i$  corresponde a las distintas categorías vehiculares y  $M$  es la cantidad total de las mismas,  $FE_i$  es el factor de emisión de un vehículo de determinado tipo o categoría para un contaminante específico,  $x$  es la cantidad total de vehículos que transitan en la unidad de tiempo (flujo vehicular) y  $pm$  es el porcentaje de vehículos de la categoría  $i$  en el flujo total.

En el caso de fuentes móviles (vehículos) el factor de emisión para la cada categoría vehicular  $FE_i$  es la cantidad de contaminante, en unidades de masa, vertido a la atmósfera por vehículo y por kilómetro recorrido. Este factor de emisión depende del tipo de vehículo (liviano, pesado, moto, etc.), del modelo, del estado del vehículo, del tipo de combustible utilizado por el mismo (gasoil, nafta, etc.) y de las condiciones de circulación. Entre estas últimas la más importante es la velocidad, pero también influyen la pendiente y el estado de la ruta. En este campo se destacan los aportes de Ntziachristos y Samaras (2000b, 2001) autores del programa COPERT (Ntziachristos y Samaras, 2000a; COPERT 4, 2012) y Ntziachristos et al. (2002), en los que se basa la redacción de la guía de la agencia europea de medioambiente (EMEP/CORINAIR, 2009). Asimismo existen otros programas de aplicación para calcular emisiones, entre ellos MOBILE 6 (2010) de la Agencia de Protección Ambiental (EPA) en Estados Unidos, y MODEM (2010) en Chile.

### **Dispersión de contaminantes**

Las sustancias contaminantes emitidas por los escapes de los vehículos se dispersan en la atmósfera de acuerdo a una serie de leyes que describen los fenómenos físicos y químicos que se producen luego de la emisión. En el caso de contaminantes primarios no reactivos, el proceso de dispersión es un fenómeno físico en el cual las condiciones meteorológicas, en especial la velocidad del viento y la turbulencia atmosférica, son determinantes. La velocidad del viento condiciona la rapidez con la cual el contaminante se separa de la fuente, mientras que la turbulencia atmosférica posibilita los efectos de mezcla y dispersión del mismo (Espert Alemani y López Jimenez, 2004).

Las características del viento son fácilmente medibles, sin embargo, para determinar la turbulencia atmosférica es necesario relacionarla con otro parámetro más sencillo de determinar como es la estratificación atmosférica. Este parámetro permite clasificar el estado de la atmósfera en categorías de estabilidad de acuerdo al grado de turbulencia: estable, neutra e inestable y su determinación se realiza a partir de la altura del sol durante el día, la cobertura de nubes y la velocidad del viento.

En la capa límite terrestre, que se extiende hasta una altura entre 800 y 1000 metros, dependiendo de la rugosidad del terreno, el movimiento del aire tiene, prácticamente

siempre, carácter turbulento debido al rozamiento con la superficie terrestre. Las magnitudes turbulentas son irregulares y aleatorias. En la práctica, tales magnitudes se pueden expresar como la suma de un valor medio que evoluciona de forma lenta y suave y uno fluctuante que se caracteriza por extremas variaciones espaciales y temporales con media cero. La correlación entre estas variables fluctuantes se hace depender del gradiente de concentración media de contaminante a través de los coeficientes de dispersión turbulenta.

De acuerdo a lo anterior y teniendo en cuenta que el efecto de la dispersión turbulenta es varios órdenes de magnitud mayor que la difusión molecular, la ecuación de transporte turbulento que describe el fenómeno es la siguiente:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + v_x \frac{\partial C}{\partial x} + v_y \frac{\partial C}{\partial y} + v_z \frac{\partial C}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left( H_x \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( H_y \frac{\partial C}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( H_z \frac{\partial C}{\partial z} \right) + r_g - r_d \quad (2.12)$$

donde  $C$  es la concentración media de la sustancia, medida en unidades de masa por unidad de volumen y de tiempo,  $v_x$ ,  $v_y$  y  $v_z$  son las velocidades medias del viento según las direcciones  $x$ ,  $y$  y  $z$  respectivamente,  $H_x$ ,  $H_y$  y  $H_z$ , corresponden a los coeficientes de dispersión turbulenta en las mismas direcciones y  $r_g$  y  $r_d$  a la generación y la remoción de contaminante. Para el estado estacionario  $\frac{\partial C}{\partial t} = 0$

Para resolver la ecuación 2.12 es necesario conocer las condiciones de contorno del problema, que se exponen a continuación y las formas funcionales de la velocidad y de los coeficientes de dispersión turbulenta que se calculan de acuerdo a expresiones que se detallan en la sección A.2 del apéndice.

Condiciones de contorno:

1. Para el caso de emisiones vehiculares, se puede considerar que lejos de la fuente de emisión la concentración de la sustancia emitida tiende a cero, es decir:

$$C \rightarrow 0 \text{ cuando } |x|, |y|, |z| \rightarrow \infty \quad (2.13)$$

2. No existe flujo difusivo a cierta altura  $h$  (altura de la capa de mezcla):

$$-H_z \frac{\partial C}{\partial z} \Big|_{z=h} = 0 \quad (2.14)$$

3. El flujo difusivo a nivel del piso es igual a los contaminantes emitidos por los vehículos por unidad de área y por unidad de tiempo  $D$ .

$$-H_z \frac{\partial C}{\partial z} \Big|_{z=0} = -D \quad (2.15)$$

Mediante estas ecuaciones es posible determinar la concentración de contaminantes, en diferentes puntos de la ciudad, producida por el tráfico urbano (Dominguez y Cortínez, 2011a). La concentración total debe considerar además los aportes de las fuentes fijas de contaminantes tales como los provenientes de la combustión de combustibles fósiles ya sea industriales o particulares.

Es importante destacar que este modelo no tiene en cuenta el “efecto cañón” que se produce en las calles de la ciudad, fundamentalmente cuando son angostas y la edificación es elevada. En este caso, las concentraciones de contaminantes en el aire pueden ser varias veces superiores a la contaminación de fondo urbana (Venegas y Mazzeo, 2012). Dichas concentraciones están determinadas por las características propias de la emisión, por la turbulencia generada por el movimiento de automóviles y por la turbulencia propia del aire en el interior del cañón donde los flujos son inestabilizados térmicamente por la insolación y por el calor generado en los edificios.

Los modelos de dispersión de contaminantes en cañones urbanos que se han desarrollado, incluyen desde expresiones analíticas hasta modelos basados en la dinámica de los fluidos (Huang et al., 2000; Chu et al., 2005). Tales modelos pueden ser paramétricos, estar basados en relaciones empíricas o semi-empíricas, o aplicar métodos numéricos, por lo tanto, las aplicaciones de los mismos pueden variar desde estimaciones de “sondeo simple” hasta la utilización de modelos numéricos. En la práctica, la aplicación de modelos complejos es muy limitada. En un trabajo de Venegas y Mazzeo (2012), se exponen brevemente 4 modelos y se comparan los resultados proporcionados por los mismos con valores medidos en un cañón urbano de Göttinger Strasse, Alemania.

### 2.4.3. Tráfico y medioambiente

A pesar de la enorme cantidad de trabajos existentes para la caracterización del ruido urbano y de la contaminación atmosférica, y de la aceptación de la influencia del tráfico en el medio ambiente, existen pocos estudios que utilizan esta relación para mejorar la calidad ambiental y/o tener en cuenta los costos ambientales en el diseño de redes de transporte.

Un llamado de atención entre la relación de los problemas de tráfico con las emisiones de contaminantes fue hecho por Nagurney (2000b) quien identifica tres fenómenos paradójicos diferentes que pueden ocurrir en zonas urbanas con redes congestionadas en cuanto a las emisiones totales generadas y demuestra, que las llamadas “mejoras” a la red de transporte pueden resultar en aumento de las emisiones totales generadas. En particular, se ilustra, a través de ejemplos concretos, que la adición de una carretera puede resultar en un aumento de las emisiones totales sin ningún cambio en la demanda de viajes, que el total de emisiones puede aumentar con una disminución de la demanda de viajes y que la mejora de una carretera en términos de costos de viaje puede resultar en un aumento en el total de las emisiones sin un cambio en la tasa de viajes. Mediante estos ejemplos la autora demuestra que la topología de la red, la estructura de costos y la estructura de la demanda de viajes deben ser tenidos en cuenta en cualquier sistema de políticas dirigidas hacia la reducción de las emisiones debidas a los vehículos de motor. Una alternativa para alcanzar la calidad ambiental es propuesta por la misma autora mediante la optimización de sistemas de permiso de emisiones (Nagurney, 2000a).

Uno de los primeros trabajos, y tal vez uno de los más interesantes, que integra el problema del medio ambiente al de diseño de redes de transporte es el de Guldmann y Kim (1996). En este trabajo se formula un problema de diseño óptimo de una red de transporte (se pretende diseñar ensanchamientos de calles y nuevas arterias) considerando la optimización del tiempo de permanencia en la red, de los costos de construcción y del consumo de combustible y respetando, simultáneamente, regulaciones ambientales con respecto a la concentración de monóxido de carbono. Tal enfoque combina un modelo de

tráfico, un modelo de emisión, uno de difusión y una estimación de costos. Sin embargo el modelo presenta algunos inconvenientes: no considera la polución acústica, el modelo de difusión empleado presenta imprecisiones para ciertas direcciones del viento con respecto a las calles y más importante, el modelo de tráfico empleado no se basa en el primer principio de Wardrop. El autor utiliza en su defecto, para el modelo de asignación, el segundo principio de Wardrop que se expone en la sección 2.5, pero que no es totalmente apropiado en este caso, pues no representa con precisión el comportamiento de los usuarios.

El problema de asignación de tráfico considerando la contaminación atmosférica fue tratado más recientemente por Zhang et al. (2010). En este trabajo se formula el problema como la minimización de una función pesada, de costos de viaje y de emisiones. Se introduce un enfoque basado en celdas y se estudian las concentraciones de emisiones promediadas y de valores máximos en la red. Las emisiones en una celda se modelan teniendo en cuenta la influencia de las fuentes de emisión de todas las celdas de la red. Un caso real de estudio demuestra que la minimización del costo del viaje y la reducción de contaminantes del aire no se pueden lograr al mismo tiempo. Se muestra que el procedimiento de asignación de tráfico puede reducir eficazmente las concentraciones de emisiones en los lugares con las peores condiciones de calidad del aire, con sólo un aumento marginal en el tiempo de viaje y en la concentración promedio de emisiones en la red. En este trabajo el modelo de tráfico utilizado es sumamente simple y no tiene en cuenta el efecto de la congestión.

Un trabajo que estudia simultáneamente la consecuencia del tráfico urbano en la concentración de monóxido de carbono y en el nivel de ruido es el publicado por Tang y Wang (2007). En él los autores proponen una metodología para determinar la influencia de la morfología de las calles (altura de edificios, ancho de calles, cantidad y tipo de intersecciones, etc.) en el nivel de contaminantes originados por el flujo vehicular en la península de Macao, China. El modelo propuesto integra el modelo de ruido urbano (CRTN, 1988) del Reino Unido, el modelo dinamarqués de contaminación atmosférica en calles urbanas (OSPM, 1988), mapas digitales de la península y el sistema de información

geográfica GIS. Este es un modelo prototipo que sirve para determinar el impacto ambiental siempre y cuando se conozca el flujo vehicular en cada calle.

Otros trabajos recientes hacen referencia a problemáticas localizadas, por ejemplo en el trabajo de He et al. (2009) se analiza la contaminación en una zona de peajes donde se produce acumulación de vehículos que circulan a muy baja velocidad. Los autores utilizan las ecuaciones de la mecánica de fluidos en un entorno 3D y analizan la influencia de diferentes condiciones ambientales y de obstáculos (paredes laterales) en el proceso de dispersión.

De acuerdo a lo anterior se puede ver que, si bien han existido intentos de relacionar el tráfico con sus consecuencias en el medio ambiente, no hay trabajos que abarquen la problemática en su conjunto. Sin embargo, la influencia en el medio debe ser considerada una cuestión prioritaria en todo proyecto de modificación de redes de transporte.

Cuanto más costosas sean las modificaciones que se proyecta realizar en las redes de transporte, tanto más importante se vuelve la etapa de estudio previo que permite estimar las consecuencias de dichas modificaciones, tanto desde el punto de vista del funcionamiento de la red como del impacto sobre el medio ambiente. En los casos más sencillos es suficiente simular la nueva situación calculando el nuevo estado de equilibrio y el consiguiente impacto ambiental mediante los programas adecuados de contaminación acústica y atmosférica. Sin embargo, cuando las variables que intervienen en el proceso (de diseño, económicas, ambientales, etc.) aumentan, es necesario recurrir a otras técnicas para evaluar las mejores alternativas, es decir para lograr un diseño óptimo, tema que se trata en la siguiente sección.

## **2.5. Diseño óptimo de redes de transporte urbano**

El proyecto de modificación o ampliación de la red urbana de transporte parte de la definición de objetivos que atañen a la sociedad en su conjunto. A su vez, el logro de tales objetivos depende de una serie de factores entre los cuales es fundamental el conocimiento

y la consideración del comportamiento individual de los usuarios de dicha red, quienes tienen sus propios objetivos. Es decir, se plantea una cuestión donde la toma de decisiones presenta dos intereses, muchas veces contrapuestos, que deben compatibilizarse. Esto ha llevado a plantear el problema de diseño de redes de transporte urbano de una manera jerárquica que puede resolverse mediante programas de optimización en dos niveles.

Históricamente los programas en dos niveles están estrechamente relacionados con la resolución de los problemas de liderazgo económico de Stackelberg en el campo de la teoría de juegos (Stackelberg, 1952). En este modelo, el “líder” hace el primer movimiento y el “seguidor” responde. Existen requisitos para que se logre el equilibrio de Stackelberg. El líder debe poder anticipar las reacciones de los seguidores y en consecuencia elegir la mejor estrategia posible, mientras que los seguidores tienen sus propias estrategias y sus funciones de costo y además juegan según el principio de no colaboración de Nash (1951). Los términos *bilevel* y *multilevel programming* fueron introducidos por Candler y Norton (1977).

En el caso de problemas de transporte urbano, en el nivel superior aparecen los objetivos que atañen a la sociedad en su conjunto, como puede ser, optimizar el funcionamiento de la red, minimizar accidentes, minimizar los niveles de contaminación acústica y atmosférica en zonas residenciales, maximizar ingresos por peaje, etc. Estos objetivos involucran la estimación del flujo de vehículos, del tiempo de viaje y de las velocidades de circulación en cada tramo de la red, que se calculan en el nivel inferior mediante modelos de tráfico urbano que garantizan el cumplimiento del primer principio de Wardrop (1952).

Entre los trabajos interesantes cabe mencionar los realizados por Poorzahedy y Rouhani (2007) y Babazadeh et al. (2011) en el diseño de redes con incorporación de nuevos arcos. En estos trabajos se optimiza el funcionamiento general de la red en el nivel superior con restricciones de costos de construcción y, en el nivel inferior se verifica el equilibrio de usuario. Estos trabajos no tienen en cuenta restricciones ambientales. Una amplia revisión de la extensa bibliografía de la programación bi-nivel en el diseño de redes de transporte se puede consultar en el trabajo de Colson et al. (2007).

Tal como se comentó anteriormente, el nivel superior responde a intereses sociales, razón por la cual, en general el objetivo buscado es cumplir con el segundo principio de Wardrop (1952). Este principio dice que “bajo condiciones de equilibrio social, en redes congestionadas se debe arreglar el tráfico de manera tal que minimice el costo medio (o total) de viajar en toda la red” y lleva a la solución conocida como “estado óptimo del sistema” o SO.

El SO no constituye una solución de equilibrio atendiendo a que, de ser posible, los usuarios se comportan de acuerdo al primer principio. Sin embargo, tal solución proporciona el mínimo tiempo total consumido por todos los usuarios usando la red en un determinado tiempo y escenario, razón por la cual se utiliza como indicador del funcionamiento general de la red o en la etapa de prediseño. Asimismo, este principio es de amplia utilización en sistemas centralizados de tráfico, donde las decisiones sobre la elección de rutas no dependen de los conductores.

En este caso, el problema de diseño óptimo de redes de transporte urbano con restricciones ambientales se formula de la siguiente manera:

### Nivel Superior

$$\text{mín } f(h) = \sum_a x_a^*(t_a(h))t_a(h) \quad \forall a \in A \quad (2.16)$$

s.a.

$$h^{\text{mín}} \leq h \leq h^{\text{máx}} \quad (2.17)$$

$$Cc(h) \leq Cc^{\text{máx}} \quad (2.18)$$

$$L_{eqa}(x_a^*, v_a^*, h) \leq L_{eqa}^{\text{máx}} \quad \forall a \in \bar{A} \quad (2.19)$$

$$C_{Re}(x^*, v^*, h) \leq C_{Re}^{\text{máx}} \quad \forall Re \in \bar{\mathfrak{R}} \quad (2.20)$$

### Nivel Inferior

$$\text{min } g(\mathbf{x}) = \sum_a \int_0^{x_a} t_a(\omega) d\omega \quad \forall a \in A \quad (2.21)$$

s.a.

$$\sum_k f_{rs}^k = Q_{rs} \quad \forall r, s \quad (2.22)$$

$$f_{rs}^k \geq 0 \quad \forall k, r, s \quad (2.23)$$

donde

$$x_a = \sum_r \sum_s \sum_k f_{rs}^k \delta_{rs}^{ak} \quad \forall a \quad (2.24)$$

En la función objetivo 2.16 del nivel superior,  $h$  es el conjunto de las variables de diseño, cuyos límites inferior y superior son respectivamente  $h^{mín}$  y  $h^{máx}$  expresados en la restricción 2.17 y  $x_a^*$  es el flujo en el arco  $a$ , solución del nivel inferior. La expresión 2.18 impone el límite máximo al costo de construcción  $Cc$ . La expresión 2.19 fija la restricción al nivel sonoro  $L_{eqa}$  en cada arco  $a$  que pertenece al conjunto de arcos  $\bar{A}$  donde se evalúa, que depende del flujo y de la velocidad de circulación en dicho arco. Por su parte, la expresión 2.20 acota el nivel de concentración de contaminantes  $C_{Re}$  en los puntos de control y depende asimismo, del flujo vehicular en el conjunto de arcos  $x^*$  y de la velocidad de circulación  $v^*$  en los mismos.

En el nivel inferior se plantea el equilibrio de usuario mediante la formulación de Beckmann et al. (1956) vista en la sección 2.3.

Las variables de diseño involucran todas aquellas características de la configuración de la red de tráfico que es posible modificar para lograr la solución óptima. Generalmente tales características se pueden representar por alguno de los parámetros de la función de tiempo de viaje. Entre las variables de diseño más utilizadas cabe mencionar, por ejemplo, la velocidad máxima de circulación permitida que determina el tiempo de recorrido del arco a flujo libre  $t_{a0}$ . Otra variable de diseño es la capacidad de las vías de circulación, que puede modificarse mediante medidas tan sencillas como restricciones en el estacionamiento o puede involucrar cuestiones mucho más complejas como la construcción de nuevos carriles, donde, en tal caso intervienen, además, evaluaciones de costo.

Una variable muy utilizada también para el control de la circulación es el tiempo de verde de los semáforos. En este caso, a la función de tiempo de viaje en el arco se le adiciona el tiempo de demora en las intersecciones semaforizadas, que es función del flujo horario vehicular, de la capacidad de la calle, del tiempo del ciclo del semáforo y del tiempo de luz verde (Chiou, 2007; Ceylan y Bell, 2004; Khalesian et al., 2009).

Cuando el objetivo es proteger una determinada zona de la ciudad, por ejemplo restringir el acceso al centro de la misma, la variable puede ser el valor del peaje que se cobra en el cinturón de acceso a dicha zona (Hizir, 2006).

Mientras que las restricciones de diseño simplemente imponen límites a las variables de diseño  $h$ , las restricciones de costo 2.18 requieren de la estimación de los valores de inversión y de mantenimiento de las obras a construir. Estos valores, son externalidades del problema, generalmente expresadas en unidades monetarias por unidad de longitud de carril a construir, de manera tal que es posible, en cada opción que se evalúa, verificar que el costo total  $Cc$  sea menor al monto máximo previsto para inversión  $Cc^{máx}$ .

La restricción 2.19 que se imponen al nivel sonoro  $L_{eqa}$  producido por el tráfico, requiere estimar el mismo mediante expresiones que lo relacionan con la composición vehicular, el flujo horario y la velocidad de circulación, tales como las que se presentaron en la sección 2.4.1. Dicho nivel sonoro debe mantenerse por debajo de un cierto nivel deseable  $L_{eqa}^{máx}$  en el subconjunto de arcos  $\bar{A}$  donde se evalúa.

Por último, la restricción 2.20 establece el límite permisible de concentración de cierto contaminante gaseoso en el conjunto de puntos de medición  $Re$ . Para predecir dicha concentración es necesario calcular la misma mediante modelos de emisión y de dispersión, tales como los que se expusieron en la sección 2.4.

## 2.6. Estimación de las matrices origen-destino

En el problema de asignación de tráfico que constituye la base del diseño óptimo de redes se asume conocida la matriz de viajes entre origen y destino o matriz OD, sin embargo, éste es uno de los datos más difíciles de obtener y de mantener actualizado.

La manera más confiable de obtener dicha matriz es mediante encuestas domiciliarias o viarias, metodología ampliamente utilizada desde mitad del siglo pasado (Garber y Hoel, 2005). Sin embargo tal metodología resulta muy costosa desde el punto de vista económico y social (Cáceres et al., 2010). Una segunda opción es la estimación de la

matriz OD mediante modelos de distribución. Esta metodología corresponde a las técnicas denominadas “técnicas de calibración de parámetros” (Verástegui Rayo, 2006) que usan el análisis de regresión lineal o no lineal para estimar las entradas de la matriz OD. La mayor desventaja de estas técnicas es que requieren amplia información de las zonas, datos difíciles de obtener. Por otra parte, las matrices así determinadas se desactualizan rápidamente, razón por la cual el trabajo debe repetirse con cierta periodicidad. La tercera alternativa, que ha sido la más utilizada en las últimas décadas, es la estimación de la matriz OD mediante conteos de tráfico e información previa de la matriz de viajes. Esta técnica cuenta con la ventaja de que los conteos o aforos de tráfico se realizan de manera automática y a muy bajo costo mediante diversos dispositivos, e incluso es posible obtener información de movilidad mediante la telefonía celular, según el interesante trabajo de Cáceres et al. (2010). Tal enfoque es muy eficiente para actualizar matrices OD previamente establecidas mediante los métodos clásicos comentados previamente.

Esencialmente, el problema de estimación de matrices OD puede ser visto como el problema inverso al de asignación, es decir, consiste en encontrar una matriz de viajes entre puntos de origen y destino que cuando sea asignada a la red, reproduzca, al menos aproximadamente, los conteos de tráfico observados (Lundgren y Peterson, 2008). Casi la totalidad de los algoritmos desarrollados para resolver este problema son heurísticos siendo uno de los más utilizados el algoritmo iterativo de optimización-asignación donde se resuelve un problema de optimización en dos niveles (Hall et al., 1980; Yang et al., 1992). Desde el punto de vista computacional resulta ser un problema de optimización de gran escala, razón por la cual el desarrollo de métodos convenientes para su solución es un área de gran interés.

En este caso, la función objetivo del nivel inferior, al igual que en el problema de diseño óptimo, corresponde al problema de asignación, mientras que en el nivel superior se plantea la minimización de una función ponderada de la discrepancia, con una norma adecuada, entre los valores de flujo calculados y los observados y de la diferencia correspondiente a las entradas de la matriz existente y de la estimada.

Matemáticamente, el problema se formula de la siguiente manera:

$$\text{mín } F(\mathbf{Q}) = \eta_1 F_1(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}) + \eta_2 F_2(\mathbf{Q}, \tilde{\mathbf{Q}}) \quad (2.25)$$

s.a.

$$\mathbf{x} \in \Lambda(\mathbf{Q}) \quad (2.26)$$

$$\mathbf{Q}(\theta) \in G \quad (2.27)$$

Donde  $\Lambda$  representa algún modelo de asignación de tráfico tal como el equilibrio de usuario descrito en la sección 2.3, las funciones  $F_1$  y  $F_2$  quedan determinadas por el método de estimación y los parámetros  $\eta_1$  y  $\eta_2$  reflejan la confianza relativa en los datos disponibles  $\tilde{\mathbf{x}}$  y  $\tilde{\mathbf{Q}}$ . La restricción 2.27 representa la región factible para el conjunto de matrices OD que dependen del conjunto de parámetros  $\theta$  a estimar, que pueden corresponder a la propia matriz  $\mathbf{Q}$  que se busca. Las restricciones usuales que contiene el conjunto  $G$  son, la no negatividad de las entradas de la matriz OD y/o la satisfacción de la información de zonas (atracción, generación de viajes) disponible.

En los dos problemas expuestos anteriormente, el diseño óptimo de redes y la estimación de matrices origen-destino, que se resuelven mediante programas de optimización bi-nivel, el programa de equilibrio de usuario del nivel inferior se puede correr cientos de veces en el proceso de optimización, razón por la cual debe ser lo más rápido posible. A medida que las redes crecen, tanto en cantidad de nodos como en puntos de origen y destino de viajes, el tiempo requerido para el cálculo de los flujos vehiculares crece de manera exponencial. Este es el principal motivo que llevó a la autora de esta tesis a investigar soluciones en el dominio continuo, que mantienen la precisión del enfoque discreto descrito, pero se independizan del número de nodos y arcos de la red discreta.

El desarrollo de nuevos modelos continuos de asignación y su aplicación en la solución de los dos problemas fundamentales de redes de transporte, descritos anteriormente, constituyen la parte central de esta tesis y se describen en el siguiente capítulo.



## Capítulo 3

# Modelo de difusión anisótropa para el problema de asignación de tráfico.

## Diseño óptimo

En el capítulo 2 se expusieron dos problemas fundamentales de redes de transporte urbano: el diseño óptimo y la estimación de las matrices origen-destino, ambos basados en un enfoque discreto de asignación de tráfico en equilibrio, donde las incógnitas del problema son los flujos vehiculares horarios en cada tramo de la red. Se comentó asimismo que la utilización de este enfoque en los problemas de asignación se torna muy demandante desde el punto de vista computacional a medida que las redes crecen, debido a la gran cantidad de variables del problema. Este es uno de los puntos fundamentales que motivó la exploración de los modelos continuos de asignación, llevada a cabo por diferentes autores, donde el número de incógnitas se independiza de la cantidad de nodos de la red de tráfico.

En este capítulo se desarrolla un nuevo modelo espacial continuo, a partir del enfoque discreto, que permite obtener resultados semejantes en precisión a los de dicho enfoque con menor costo computacional. Primeramente, se expone una reseña de los trabajos más significativos de la literatura en la investigación de los modelos continuos de tráfico urbano y luego, se desarrolla el nuevo modelo continuo de asignación de tráfico a partir

del caso más sencillo de una ciudad monocéntrica. Se generaliza luego el enfoque, para considerar varios puntos de destino, diferentes clases de usuario e interacción del sistema continuo con el sistema discreto. Por último, se muestra la aplicación del modelo en los dos problemas antes mencionados, el de diseño óptimo de redes de transporte urbano y el correspondiente a la estimación de la demanda de viajes.

### **3.1. Modelos continuos de asignación de tráfico.**

#### **Antecedentes**

Un enfoque diferente al presentado en el capítulo anterior, y que ha sido menos explorado, para analizar el problema de asignación de tráfico en grandes redes, es el empleo de una formulación continua. La idea de tal enfoque es que la variación, en áreas cercanas, de la demanda, de las características del tráfico y del tiempo de viaje hasta el punto de destino, es pequeña cuando se la compara a las diferencias del sistema entero. De esta forma se asume que dicha variación puede ser formulada como infinitesimal y las variables del problema se suponen distribuidas continuamente. Por ejemplo, en lugar de utilizar como variables al flujo vehicular en cada calle, éste se formula como un campo de intensidad de flujo. De igual manera, el tiempo de viaje desde cualquier punto de la ciudad hasta un destino determinado puede especificarse mediante una función continua de la distancia a recorrer y de la congestión vehicular.

Tal tipo de formulación tiene una serie de ventajas entre las que pueden citarse las siguientes: a) en algunos casos simples el problema continuo conduce a un sistema de ecuaciones diferenciales que tiene solución analítica; b) en casos más complicados es posible emplear métodos bien conocidos en la literatura de la mecánica del continuo tales como el método de Elementos Finitos o Diferencias Finitas; c) hace innecesarias ciertas hipótesis irreales establecidas para el modelo discreto tales como la definición artificial de “centroides” de zonas; d) finalmente la representación continua en redes grandes es más fácil de interpretar.

La formulación original del modelo continuo se debe a Beckmann (1952) quien sugiere que el problema de encontrar la mejor relación costo efectivo-flujo de mercaderías con producción continua en un terreno geográfico podía ser resuelto mediante un programa de minimización restringida por ecuaciones de continuidad y de frontera. Esta formulación establece un marco para este tipo de problemas, y es adoptado en una serie de estudios posteriores, entre ellos los de Dafermos (1980), Taguchi y Iri (1982) y Sasaki et al. (1990).

En algunos de los estudios primitivos, los modelos continuos se desarrollan para formas simplificadas específicas de ciudades, circulares o rectangulares. La configuración circular, donde los movimientos están restringidos a las direcciones radial y circunferencial, es una de las más comunes en la literatura. Este tipo de configuración permite soluciones analíticas aunque tales geometrías son inadecuadas para la solución de problemas reales. Una amplia reseña de los trabajos utilizando esta geometría se puede encontrar en la tesis de Ho (2005).

Beckmann (1952) es el primero en plantear las ecuaciones que permiten analizar una configuración arbitraria, pero debido a la complejidad de la solución del problema, solo pudo resolver algunos casos específicos. Luego, Taguchi y Iri (1982) son los primeros en formular y resolver modelos continuos con una configuración arbitraria. En su trabajo abordan tres problemas típicos mediante tres funciones objetivo diferentes: el problema de flujo máximo, el problema del camino mínimo y el problema de flujo de costo mínimo en el cual se minimiza el costo total de viaje. Asimismo, estos autores exponen la formulación dual de cada problema, proponen el método de Elementos Finitos (Zienkiewicz, 1982) para la solución de los mismos y muestran su efectividad en dos ejemplos numéricos aplicados a situaciones reales. Este método se convierte en el modelo numérico clave para resolver problemas continuos de tráfico que adquieren mayor importancia a partir del trabajo de Sasaki et al. (1990) quienes desarrollan la interpretación continua del problema de equilibrio de usuario introducido por Beckmann et al. (1956) para el modelo discreto.

La prueba de la existencia y unicidad de la solución en el problema continuo de equilibrio de usuario para el caso de demanda fija y una sola clase de usuario fue realizada por Yang (1996). Luego, Ho (2005) en su tesis doctoral realiza la misma prueba para demanda

variable y varias clases de usuarios determinando que la unicidad de la solución requiere funciones de costo de viaje y costo generalizado estrictamente crecientes y funciones de demanda estrictamente decrecientes.

El modelo continuo ha sido extendido a situaciones más complejas a partir de la formulación de elementos finitos mixta propuesta por Wong et al. (1998), en la cual el flujo de tráfico y el tiempo de viaje potencial se consideran como variables independientes. En vez de resolver el problema primal y el dual, dichos autores plantean un problema de minimización restringida en el cual las variables de la función objetivo (flujo de tráfico) y los multiplicadores de Lagrange (tiempo de viaje potencial) se resuelven mediante el equilibrio de usuario.

Esta formulación ha sido adoptada luego, para considerar problemas de asignación con múltiples clases de usuarios, problemas combinados de distribución-asignación (Wong et al., 2003a; Ho et al., 2006), problemas de tarifación de peajes (Ho et al., 2007) y problemas mixtos continuo-discreto (Wong et al., 2003b). Asimismo, tales modelos fueron aplicados a problemas reales por Ho (2005), por ejemplo para resolver el problema de coordinación de los aeropuertos en la región del *Pearl River Delta*, en China y para el caso de asignación de viviendas asociada a los costos de transporte.

Una contribución interesante es la realizada por Xu y He (2008) quienes utilizan el modelo continuo para determinar la mejor localización de rutas urbanas en el proceso de planificación. En la solución del problema utilizan el método de Elementos Finitos conjuntamente con el método de Optimización Estructural Evolutiva (ESO). Este método, desarrollado inicialmente para problemas estructurales, permite lograr un diseño óptimo eliminando gradualmente partes innecesarias de las mismas. Siguiendo este concepto, los autores utilizan el método para ir desestimando las zonas de bajo flujo vehicular, de manera tal que, al finalizar el proceso, se ponen de manifiesto aquellas que requieren nuevas vías de comunicación.

Sin embargo, hay dos cuestiones importantes que no han sido consideradas en los modelos continuos mencionados. La primera es que la circulación dentro de una ciudad no presenta la misma resistencia en las diferentes direcciones, ya sea por las características

de las calles y/o por la congestión. Es decir la red posee características de anisotropía, mientras que en los modelos anteriores se considera siempre una red isótropa. En segundo lugar, las funciones de costo de viaje están formuladas directamente para el caso continuo, lo que dificulta (pues no se ha aclarado cómo hacerlo) determinar luego tanto el flujo vehicular como el tiempo de recorrido en los diferentes tramos de la red. Estos constituyen puntos centrales de investigación en la presente tesis.

### 3.2. Formulación variacional dual del equilibrio de usuario

Tradicionalmente, el problema del equilibrio de usuario que cumple con el primer principio de Wardrop (1952) se establece a partir de la formulación variacional de Beckmann et al. (1956) que conduce a un programa de minimización equivalente de acuerdo a lo visto en la sección 2.3 del capítulo 2. Tal formulación se puede pensar asimismo, como un problema de optimización secuencial con el propósito de asignar, uno por vez, los flujos correspondientes a cada destino en forma iterativa. Esto puede ser expresado en la forma:

$$\min z^s(x^s) = \sum_a \int_0^{x_a^s} t_a^s(y) dy \quad s = 1, 2, \dots, S \quad (3.1)$$

s.a.

$$\sum_i x_a^s \lambda_{ij} + Q_j^s = 0 \quad s = 1, 2, \dots, S; j = 1, 2, \dots, R \quad (3.2)$$

donde el tiempo de viaje  $t_a^s$  en el arco  $a$  es una función del flujo  $x_a^s$  con destino al punto  $s$ , de acuerdo a 2.1 y  $Q_j^s$  es la cantidad de viajes generados en el nodo  $j$  con destino  $s$ .

La expresión 3.2 corresponde a la ecuación de continuidad en el nodo  $j$  entre los flujos entrantes y salientes desde los nodos adyacentes  $i$  y la cantidad de viajes generados en el mismo.  $\lambda_{ij}$  vale 1 si el flujo va de  $i$  hacia  $j$  y vale -1 si va desde  $j$  hacia  $i$  (Figura 3.1).

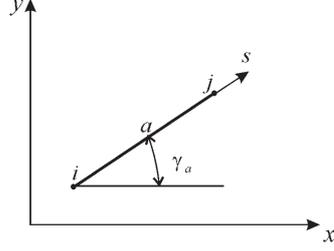


Figura 3.1: Tramo de calle entre nodos. Dirección y sentido de circulación

A partir de 3.1 y de 3.2, es posible plantear una formulación dual del equilibrio de usuario. En efecto, si se utilizan multiplicadores de Lagrange  $u_j^s$  para incorporar la restricción 3.2 en la función objetivo 3.1, se obtiene el siguiente funcional:

$$J^s = \sum_a \int_0^{x_a^s} t_a^s(y) dy + \sum_j u_j^s \left( \sum_i x_a^s \lambda_{ij} + Q_j^s \right) \quad (3.3)$$

que a partir de la definición de  $\lambda_{ij}$  puede reescribirse como:

$$J^s = \sum_a \left( \int_0^{x_a^s} t_a^s(y) dy + x_a^s (u_j^s - u_i^s) \right) + \sum_j u_j^s Q_j^s \quad (3.4)$$

La condición necesaria de mínimo se expresa en la forma  $\delta J^s = 0$ , es decir:

$$\delta J^s = \sum_a \left( t_a^s \delta x_a^s + (u_j^s - u_i^s) \delta x_a^s \right) + \sum_a \left( \delta u_j^s - \delta u_i^s \right) x_a^s + \sum_j \delta u_j^s Q_j^s = 0 \quad (3.5)$$

Considerando en la primera sumatoria que  $\delta x_a^s$  es arbitraria, se debe cumplir:

$$t_a^s = -(u_j^s - u_i^s) = -\Delta u_a^s \quad (3.6)$$

Debe observarse que esta igualdad permite interpretar al multiplicador de Lagrange  $u_j^s$  como el tiempo de viaje entre un punto dado  $j$  y el destino  $s$  (Figura 3.1), expresado mediante una función potencial. Considerando esta última ecuación, la expresión 3.5 queda finalmente de la siguiente forma:

$$\delta J^s = - \sum_a x_a^s \delta t_a^s + \sum_j Q_j^s \delta u_j^s = 0 \quad (3.7)$$

Se puede ver que la ecuación anterior corresponde a la variación primera del siguiente funcional:

$$\omega^s(u) = \sum_j u_j^s Q_j^s - \sum_a \int_{t_{a0}}^{t_a^s} x_a^s(z) dz \quad (3.8)$$

La segunda variación de 3.7 es:

$$\delta^2 \omega^s = - \sum_a \frac{dx_a^s}{dt_a^s} (\delta t_a^s)^2 \quad (3.9)$$

y teniendo en cuenta que  $\frac{dx_a^s}{dt_a^s} > 0$ , resulta  $\delta^2 \omega^s < 0$ , es decir corresponde a la maximización de dicho funcional.

Se llega de esta manera al mismo funcional utilizado por otros autores para resolver el problema dual del equilibrio de usuario (Malachy, 1985; Ferris et al., 1995).

Por otra parte, Sasaki et al. (1990) utilizan la forma dual, pero el problema se plantea para una red distribuida en forma continua (con funciones de costo y de demanda continuas). Asimismo, Robusté et al. (1996), utilizan la formulación dual en una red de transporte representada en forma discreta (como un conjunto de arcos dirigidos y vinculados), pero adoptando como variables de optimización a los tiempos de recorrido de arco  $t_a$ . Sin embargo, la utilización de la función potencial  $u$  como variable de optimización a través de la definición 3.6 facilita la formulación continua que se desarrolla a continuación.

### 3.3. Modelo continuo de tráfico urbano para una ciudad monocéntrica

En el enfoque discreto para el estudio del tráfico urbano se asume que toda la actividad de una zona de la ciudad está concentrada en un punto, a partir del cual se originan viajes hacia otras zonas y que es, a su vez, destino de los viajes que se inician en otras áreas de la ciudad. En realidad, los viajes se originan de manera distribuida en la superficie de la misma, razón por la cual, la demanda de viajes se puede representar mejor mediante

una función continua sobre el dominio de la ciudad. Asimismo, se puede considerar que el tiempo de viaje hasta un destino particular no sufre variaciones bruscas en tramos cortos comparados con las dimensiones de la ciudad, y de esta manera también puede ser representado por funciones continuas.

Bajo estas consideraciones, se propone la formulación continua que se describe a continuación obtenida a partir del problema dual de la formulación discreta expuesta en la sección anterior.

Se estudia el problema desde un punto de vista estacionario, es decir se asume que las condiciones de circulación se mantienen constantes en el período de estudio. En general los períodos que se estudian son de una hora de duración y corresponden a las horas pico de la mañana cuando se produce el ingreso de viajes hacia el centro de la ciudad o a las horas pico de la tarde cuando los automovilistas regresan a sus hogares.

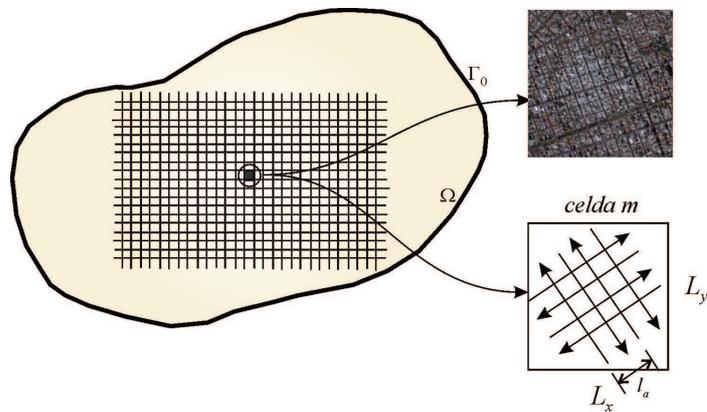


Figura 3.2: División de la ciudad en celdas de cálculo y distribución de calles dentro de las celdas.

Se define la ciudad como una superficie  $\Omega$  delimitada por un borde exterior  $\Gamma_0$  (Figura 3.2) donde se conoce el flujo vehicular que lo atraviesa y que, por simplicidad, por ahora, se asume que es nulo. Esta hipótesis se acerca tanto más a la realidad cuanto más alejado de las zonas densamente pobladas se define el borde.

Se divide el dominio completo de la ciudad  $\Omega$  en  $M$  celdas de área  $L_x L_y$ , tal como se puede ver en la Figura 3.2, donde las longitudes  $L_x$  y  $L_y$  son pequeñas con respecto a las dimensiones de la ciudad. Se asume asimismo que, en el área que se examina, existe un sistema de calles paralelas de tal manera que para cada calle en una dirección y sentido, existe otra en igual dirección y sentido contrario, aunque también pueden considerarse otros tipos de configuraciones. De esta manera, los arcos que se suman en la expresión 3.8 corresponden a la mitad de los arcos y las longitudes  $l_a$  de los tramos a tener en cuenta, son las distancias entre dos calles de igual dirección y sentido. Se considera, por último, que el sentido de circulación en el arco  $a$ , en la dirección  $s$ , que forma un ángulo  $\gamma_a$  con el eje  $x$ , es desde el nodo  $i$  hacia el nodo  $j$  de acuerdo a la Figura 3.1.

Para facilitar la comprensión de la presente formulación se comienza con el caso más sencillo de una ciudad donde los viajes se originan de manera distribuida en la superficie de la misma y todos se dirigen a un solo destino (razón por la cual no se colocan los superíndices que indican el punto de destino). Este puede ser, por ejemplo, el caso simplificado del comportamiento de la red en la hora de ingreso de vehículos hacia el centro de la ciudad.

De acuerdo a 3.6, el tiempo mínimo de recorrido del arco se puede expresar como  $t_a = u_i - u_j$  y esta diferencia de potencial entre los dos nodos del arco puede aproximarse de la siguiente manera:

$$\Delta u \simeq -\frac{\partial u}{\partial s} l_a \quad (3.10)$$

Teniendo en cuenta que:

$$\frac{\partial u}{\partial s} = \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial s} + \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial s} = \frac{\partial u}{\partial x} \cos \gamma_a + \frac{\partial u}{\partial y} \text{sen} \gamma_a \quad (3.11)$$

el tiempo de recorrido del arco puede ser escrito en la forma:

$$t_a = -l_a \left( \frac{\partial u}{\partial x} \cos \gamma_a + \frac{\partial u}{\partial y} \text{sen} \gamma_a \right) \quad (3.12)$$

En las expresiones 3.10 y 3.12 se asume implícitamente que  $u$  puede representarse como una función continua bidimensional que adopta los valores adecuados en cada uno de los nodos a los cuales se los identifica por sus coordenadas cartesianas  $(x, y)$ . En consecuencia  $u(x, y)$  representa el tiempo de viaje desde el nodo ubicado en  $(x, y)$  hasta el centro (punto de destino).

De acuerdo a la ecuación 3.7 y teniendo en cuenta la división de la ciudad en  $M$  celdas, se obtiene la siguiente expresión para  $m = 1, 2, \dots, M$ :

$$\delta\omega = \sum_r \delta u_r Q_r - \sum_m \sum_{a \in m} x_a(t_a) \delta t_a = 0 \quad (3.13)$$

donde  $a$  denota cada arco (en uno de los dos posibles sentidos) perteneciente a cada celda  $m$ .

La formulación anterior es válida para diversas expresiones del tiempo de recorrido de arco  $t_a$ . En esta tesis se considera la función U.S. Bureau of Public Roads (1964) ya mencionada en el capítulo anterior, que aquí se expresa de la siguiente manera:

$$t_a = t_{a0} \left[ 1 + \alpha_a \left( \frac{x_a + x_{R_a}}{C_a} \right)^{\varphi_a} \right] \quad (3.14)$$

En la ecuación 3.14 el flujo en el arco se considera como la superposición de dos términos, uno que describe el flujo de usuarios que se comportan según el primer principio de Wardrop  $x_a$ , mientras que el otro describe flujos residuales  $x_{R_a}$  que no cumplen tal principio. Este último término permite representar, por ejemplo, el flujo de vehículos de transporte público.

Si se invierte la expresión 3.14, se obtiene el flujo en el arco  $a$  en función del tiempo de recorrido del mismo:

$$x_a(t_a) = \left( \frac{t_a - t_{a0}}{\alpha_a t_{a0}} C_a^{\varphi_a} \right)^{\frac{1}{\varphi_a}} - x_{R_a} \quad (3.15)$$

Multiplicando y dividiendo el segundo término de 3.13 por  $t_a$ , teniendo en cuenta que

$$\delta t_a = \left( \frac{\partial t_a}{\partial u_x} \delta u_x + \frac{\partial t_a}{\partial u_y} \delta u_y \right) \quad (3.16)$$

y empleando la notación  $p_a = x_a(t_a)/t_a$ ,  $u_x = \frac{\partial u}{\partial x}$ ,  $u_y = \frac{\partial u}{\partial y}$ , se llega a la siguiente expresión:

$$\delta\omega = \sum_r \delta u_r Q_r - \sum_m \sum_{a \in m} p_a (-l_a (u_x \cos \gamma_a + u_y \sin \gamma_a)) (-l_a \cos \gamma_a \delta u_x - l_a \sin \gamma_a \delta u_y) = 0 \quad (3.17)$$

y luego:

$$\begin{aligned} \delta\omega = \sum_r \delta u_r Q_r - \sum_m \sum_{a \in m} p_a l_a^2 \cos^2 \gamma_a u_x \delta u_x + p_a l_a^2 \cos \gamma_a \sin \gamma_a u_x \delta u_y + \\ + p_a l_a^2 \sin \gamma_a \cos \gamma_a u_y \delta u_x + p_a l_a^2 \sin^2 \gamma_a u_y \delta u_y = 0 \end{aligned} \quad (3.18)$$

Multiplicando y dividiendo ahora, por el área  $L_x L_y$  y reagrupando se llega a:

$$\delta\omega = \sum_r \delta u_r Q_r - \sum_m (k_x u_x \delta u_x + k_{xy} u_x \delta u_y + k_{xy} u_y \delta u_x + k_y u_y \delta u_y) L_x L_y = 0 \quad (3.19)$$

donde:

$$k_x = \sum_{a \in m} p_a(t_a) \frac{l_a^2 \cos^2 \gamma_a}{L_x L_y} \quad (3.20)$$

$$k_y = \sum_{a \in m} p_a(t_a) \frac{l_a^2 \sin^2 \gamma_a}{L_x L_y} \quad (3.21)$$

$$k_{xy} = \sum_{a \in m} p_a(t_a) \frac{l_a^2 \cos \gamma_a \sin \gamma_a}{L_x L_y} \quad (3.22)$$

Las expresiones 3.17 a 3.22 llevan implícita la suposición de que en cada celda, las derivadas parciales de  $u$  no varían. Ésta es una muy razonable hipótesis si se considera que las dimensiones de la celda son muy pequeñas frente a las distancias características de toda la ciudad.

Con tal idea se toma a continuación el límite de la expresión 3.19, cuando el área  $L_x L_y$  tiende a un diferencial de área  $d\Omega$  y se asume la demanda de viajes distribuida continuamente en el área,  $q(x, y)$  (número de viajes/unidad de área). De esta manera se obtiene la siguiente expresión integral:

$$\delta\omega = \int_{\Omega} \delta u q d\Omega - \int_{\Omega} (k_x u_x \delta u_x + k_{xy} u_x \delta u_y + k_{xy} u_y \delta u_x + k_y u_y \delta u_y) d\Omega = 0 \quad (3.23)$$

Integrando por partes el segundo término de la ecuación 3.23 se llega a:

$$\begin{aligned} \delta\omega = \int_{\Omega} \left( q\delta u + \frac{\partial(k_x u_x)}{\partial x} \delta u + \frac{\partial(k_{xy} u_x)}{\partial y} \delta u + \frac{\partial(k_{xy} u_y)}{\partial x} \delta u + \frac{\partial(k_y u_y)}{\partial y} \delta u \right) d\Omega - \\ - \oint_{\Gamma_0} (n_x k_x u_x \delta u + n_y k_{xy} u_x \delta u + n_x k_{xy} u_y \delta u + n_y k_y u_y \delta u) d\Gamma_0 = 0 \end{aligned} \quad (3.24)$$

siendo  $n_x$  y  $n_y$  las componentes del versor normal a la curva que define el contorno de la ciudad. Entonces, como  $\delta u$  es arbitraria, se deben cumplir las siguientes condiciones:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k_x \frac{\partial u}{\partial x} + k_{xy} \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k_{xy} \frac{\partial u}{\partial x} + k_y \frac{\partial u}{\partial y} \right) + q = 0 \quad \forall (x, y) \in \Omega \quad (3.25)$$

y

$$f_x n_x + f_y n_y = 0 \quad \forall (x, y) \in \Gamma_0 \quad (3.26)$$

donde:

$$f_x = - \left( k_x \frac{\partial u}{\partial x} + k_{xy} \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (3.27)$$

$$f_y = - \left( k_{xy} \frac{\partial u}{\partial x} + k_y \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (3.28)$$

Las ecuaciones 3.25 y 3.26 así determinadas corresponden a las ecuaciones de Euler del funcional 3.24. Considerando la interpretación de  $q(x, y)$ , es claro que, con las definiciones de densidad de flujo de tráfico  $f = (f_x, f_y)$  dadas por 3.27 y 3.28, la expresión 3.25 corresponde a una ecuación de continuidad de vehículos/hora.

Debe observarse la no linealidad de las ecuaciones precedentes donde los coeficientes 3.20 a 3.22 de la ecuación diferencial 3.25 y de la correspondiente condición de contorno 3.26, dependen de las derivadas espaciales de la función incógnita.

Otras condiciones de contorno posibles son las siguientes:

a) valor nulo de  $u$  en el punto de destino  $(x_c, y_c)$ , por definición del potencial  $u$ :

$$u(x_c, y_c) = 0 \quad (3.29)$$

b) valor conocido  $\hat{u}$  de  $u$ , en el punto de destino:

$$u(x_c, y_c) = \hat{u} \quad (3.30)$$

Este valor  $\hat{u}$  puede representar, por ejemplo, un costo “in situ”, tal como el tiempo utilizado en buscar estacionamiento.

c) valor conocido del flujo  $\hat{f}_n$  en el borde interno (punto de destino) o externo:

$$f_x n_x + f_y n_y = \hat{f}_n \quad (3.31)$$

La ecuación gobernante 3.25 y las condiciones de contorno (3.26, 3.29, 3.30, 3.31) constituyen el modelo continuo propuesto para una ciudad monocéntrica. Es decir, el problema se reduce a uno gobernado por una ecuación diferencial a derivadas parciales no lineal del tipo difusión y sus correspondientes condiciones de borde.

Es interesante notar que los coeficientes de “difusión” (3.20, 3.21 y 3.22) son simétricos con respecto al sentido de circulación en cada una de los arcos (valen lo mismo para  $\gamma$  o  $-\gamma$ ), por lo tanto, el sentido de circulación viene determinado por el gradiente de  $u$  de acuerdo a 3.27 y 3.28.

Asimismo es significativo destacar que la formulación propuesta asimila la circulación de vehículos en una red de transporte a un problema de flujo en un medio poroso.

### 3.3.1. Puntos destacados de la formulación continua propuesta

1. La función de tiempo de recorrido básica  $t_a = F(x_a)$  es exactamente la misma que se utiliza en el enfoque discreto, y entonces queda perfectamente definida a partir de los métodos experimentales usuales. Por otra parte la forma que se da a tal función de acuerdo a la expresión 3.14 hace posible la consideración simultánea de flujos de arco que no siguen el primer principio de Wardrop, hecho de utilidad para el transporte público.
2. La presente formulación se deduce directamente del caso discreto como un paso al límite, entonces la ecuación gobernante considera adecuadamente la estructura discreta en los coeficientes de difusión 3.20, 3.21 y 3.22, pudiendo acomodar en forma natural características anisótropas de la red. Como se observa, puede admitir arcos

no paralelos a los ejes de referencia  $x$  e  $y$ , y diferentes características para cada dirección.

3. La directa relación entre las formulaciones discreta y continua permite recuperar las variables discretas en cada arco, una vez resueltas las ecuaciones diferenciales gobernantes, esto es, el tiempo de recorrido de cada arco  $t_a$  mediante la expresión 3.12 y el flujo en el mismo  $x_a$  mediante 3.15.
4. El modelo para una ciudad monocéntrica y demanda constante presentado se puede generalizar de manera sencilla para considerar la demanda variable, varios puntos de destino y diferentes clases de usuarios tal como se describe en la siguiente sección. Asimismo este modelo se puede acoplar a un sistema discreto de manera tal que, arterias con características especiales, como autopistas o avenidas, pueden modelarse en forma discreta y asociarse a la formulación continua que representa el resto de las calles. Esta formulación se detalla en la sección 3.6

## 3.4. Generalización del modelo continuo

### 3.4.1. Demanda variable

En general, la demanda de viajes es de naturaleza elástica con respecto al tiempo mínimo de viaje, fundamentalmente cuando el tráfico está congestionado. Ante el aumento del tiempo de viaje, es probable que algunos usuarios decidan no viajar en el horario considerado o utilizar otro medio de transporte. Se asume entonces que:

$$q(x, y) = D(u(x, y), x, y) \quad (3.32)$$

donde  $D(u(x, y), x, y)$  es una función estrictamente decreciente capaz de reflejar el comportamiento elástico de la demanda. Por ejemplo, una función típica de demanda es la siguiente:

$$q(x, y) = q_0(x, y)e^{-\xi u(x, y)} \quad (3.33)$$

donde  $q_0(x, y)$  es la demanda potencial de viajes, es decir la cantidad de viajes que se generan si no existe congestión y  $\xi$  es un parámetro que mide la sensibilidad de la demanda con respecto al tiempo de viaje  $u(x, y)$ .

### 3.4.2. Ciudad policéntrica

Se puede generalizar el razonamiento desarrollado en la sección 3.3 para contemplar múltiples destinos. En este caso, el tiempo de recorrido en cada arco depende del flujo total sobre el mismo, es decir que puede ser expresado, modificando la ecuación 3.14, en la forma:

$$t_a^s = t_{a0}^s \left( 1 + \frac{\alpha_a}{C_a^{\varphi_a}} \left( \sum_i x_a^i + x_{Ra} \right)^{\varphi_a} \right) \quad (3.34)$$

expresión que puede ser reescrita de la siguiente manera:

$$t_a^s = t_{a0}^s \left( 1 + \frac{\alpha_a}{C_a^{\varphi_a}} \left( x_a^s + \left( \sum_{i \neq s} x_a^i + x_{Ra} \right) \right)^{\varphi_a} \right) \quad (3.35)$$

Comparando esta última expresión con la 3.14 se puede observar que es posible interpretar esta última como el tiempo de recorrido de arco de los vehículos que se dirigen hacia el centro  $s$ , coexistiendo en tal arco un flujo “residual” o “pasivo”  $\left( \sum_{i \neq s} x_a^i + x_{Ra} \right)$  que no respeta la elección de tiempo mínimo hacia el centro  $s$ . Con tal interpretación el problema queda formulado para los vehículos que se dirigen hacia el centro  $s$ , de una forma análoga al caso unicéntrico. Luego, a partir de 3.35 se puede obtener la expresión para el flujo horario en el arco  $a$ , dirigiéndose al destino  $s$  en la forma:

$$x_a^s = \left( \frac{t_a^s - t_{a0}^s}{t_{a0}^s} \frac{C_a^{\varphi_a}}{\alpha_a} \right)^{\frac{1}{\varphi_a}} - \left( \sum_{i \neq s} x_a^i + x_{Ra} \right) \quad (3.36)$$

donde, de acuerdo a 3.12, el valor mínimo de  $t_a^s$  puede ser expresado en la forma:

$$t_a^s = -l_a \left( \frac{\partial u^s}{\partial x} \cos \gamma_a + \frac{\partial u^s}{\partial y} \text{sen} \gamma_a \right) \quad (3.37)$$

De esta manera, para un destino genérico  $s$ , siguiendo los mismos pasos desarrollados en la sección 3.3, se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales no lineales acopladas que rige el problema considerado:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k_x^s \frac{\partial u^s}{\partial x} + k_{xy}^s \frac{\partial u^s}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k_{xy}^s \frac{\partial u^s}{\partial x} + k_y^s \frac{\partial u^s}{\partial y} \right) + q^s = 0 \quad (3.38)$$

$$\forall (x, y) \in \Omega, s = 1, 2, \dots, S$$

donde:

$$k_x^s = \sum_{a \in m} p_a^s(t_a^s) \frac{l_a^2 \cos^2 \gamma_a}{L_x L_y} \quad (3.39)$$

$$k_{xy}^s = \sum_{a \in m} p_a^s(t_a^s) \frac{l_a^2 \cos \gamma_a \operatorname{sen} \gamma_a}{L_x L_y} \quad (3.40)$$

$$k_y^s = \sum_{a \in m} p_a^s(t_a^s) \frac{l_a^2 \operatorname{sen}^2 \gamma_a}{L_x L_y} \quad (3.41)$$

$$p_a^s = \frac{x_a^s}{t_a^s} \quad (3.42)$$

En esta última expresión  $x_a^s$  y  $t_a^s$  vienen dadas por 3.36 y 3.37 respectivamente. Obviamente una vez resuelto el problema se verifica que:

$$t_a = t_a^s \quad \forall s \quad (3.43)$$

En este caso, las condiciones en el borde externo de la ciudad son las mismas que para el caso de un solo centro, es decir flujo vehicular conocido y en particular flujo nulo:

$$f_x^s n_x + f_y^s n_y = \hat{f}_n^s \quad f_x^s n_x + f_y^s n_y = 0 \quad (3.44)$$

$$\forall (x, y) \in \Gamma_0, s = 1, 2, \dots, S$$

$$f_x^s = - \left( k_x^s \frac{\partial u^s}{\partial x} + k_{xy}^s \frac{\partial u^s}{\partial y} \right) \quad (3.45)$$

$$f_y^s = - \left( k_{xy}^s \frac{\partial u^s}{\partial x} + k_y^s \frac{\partial u^s}{\partial y} \right) \quad (3.46)$$

Y en cada uno de los puntos de destino, valor nulo o conocido de  $u$  :

$$u^s(x_c, y_c) = 0 \quad u^s(x_c, y_c) = \hat{u}^s \quad (3.47)$$

### 3.4.3. Diferentes clases de usuarios

Hasta ahora se consideró que todos los usuarios de la red de transporte se comportan de la misma manera y que todos tardan lo mismo en recorrer los mismos arcos de la red. Sin embargo esto no es así en la realidad, lo que se deduce directamente si se observa el desplazamiento de un vehículo pesado y de un automóvil en una calle cualquiera. Es posible considerar la existencia de diferentes clases de usuarios asignándole a cada clase  $c$  su propia función de tiempo de viaje. De acuerdo a 3.34, el tiempo de viaje de los usuarios de la clase  $c$  hacia el centro  $s$  se puede calcular como:

$$t_a^{c,s} = t_{a_0}^{c,s} \left( 1 + \alpha_a^c \left( (x_a + x_{Ra}) / C_a \right)^{\varphi_a^c} \right) \quad (3.48)$$

donde

$$x_a = \sum_s \sum_c x_a^{c,s} \quad (3.49)$$

ya que en el tramo considerado coexisten los flujos hacia los distintos centros de las diferentes clase de usuario.

La ecuación 3.48 puede reescribirse, de acuerdo a 3.35 de la siguiente manera:

$$t_a^{c,s} = t_{a_0}^{c,s} \left( 1 + \frac{\alpha_a^c}{C_a^{\varphi_a^c}} \left( x_a^{c,s} + \left( \sum_{i,i \neq s} \sum_{j,j \neq c} x_a^{i,j} + x_{Ra} \right) \right)^{\varphi_a^c} \right) \quad (3.50)$$

Invirtiendo la ecuación 3.50 se obtiene el flujo para la clase de usuarios  $c$  hacia el centro  $s$ :

$$x_a^{c,s} = \left( \left( \frac{t_a^{c,s}}{t_{a_0}^{c,s}} - 1 \right) \frac{C_a^{\varphi_a^c}}{\alpha_a^c} \right)^{1/\varphi_a^c} - \left( \sum_{i,i \neq s} \sum_{j,j \neq c} x_a^{i,j} + x_{Ra} \right) \quad (3.51)$$

El último término de 3.51 permanece constante (son los flujos pasivos) cuando se considera el centro  $s$  y la clase de usuario  $c$ .

A su vez, el tiempo mínimo de recorrido del arco  $a$  puede expresarse, de acuerdo a 3.34 como:

$$t_a^{c,s} = -l_a \left( \frac{\partial u^{c,s}}{\partial x} \cos \gamma_a + \frac{\partial u^{c,s}}{\partial y} \operatorname{sen} \gamma_a \right) \quad (3.52)$$

En la solución del problema se debe verificar que  $t_a^c = t_a^{c,s}$ ,  $\forall s$ , es decir que el tiempo de recorrido del arco para cada clase de usuario es el mismo independientemente del destino.

Siguiendo los mismos pasos que cuando se desarrolló el modelo para una sola clase de usuario, se llega ahora a un sistema de  $S \times C$  ecuaciones diferenciales:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k_x^{c,s} \frac{\partial u^{c,s}}{\partial x} + k_{xy}^{c,s} \frac{\partial u^{c,s}}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k_{xy}^{c,s} \frac{\partial u^{c,s}}{\partial x} + k_y^{c,s} \frac{\partial u^{c,s}}{\partial y} \right) + q^{c,s} = 0 \quad (3.53)$$

$$\forall (x, y) \in \Omega, \quad s = 1, 2, \dots, S; \quad c = 1, 2, \dots, C$$

donde:

$$k_x^{c,s} = \sum_{a \in m} p_a^{c,s}(t_a^{c,s}) \frac{l_a^2 \cos^2 \gamma_a}{L_x L_y} \quad (3.54)$$

$$k_{xy}^{c,s} = \sum_{a \in m} p_a^{c,s}(t_a^{c,s}) \frac{l_a^2 \cos \gamma_a \operatorname{sen} \gamma_a}{L_x L_y} \quad (3.55)$$

$$k_y^{c,s} = \sum_{a \in m} p_a^{c,s}(t_a^{c,s}) \frac{l_a^2 \sin^2 \gamma_a}{L_x L_y} \quad (3.56)$$

$$p_a^{c,s} = \frac{x_a^{c,s}}{t_a^{c,s}} \quad (3.57)$$

En el borde del dominio, se debe cumplir para cada centro y cada clase:

$$f_x^{c,s} n_x + f_y^{c,s} n_y = 0 \quad (3.58)$$

$$\forall (x, y) \in \Gamma_0, \quad s = 1, 2, \dots, S; \quad c = 1, 2, \dots, C$$

$$f_x^{c,s} = - \left( k_x^{c,s} \frac{\partial u^{c,s}}{\partial x} + k_{xy}^{c,s} \frac{\partial u^{c,s}}{\partial y} \right) \quad (3.59)$$

$$f_y^{c,s} = - \left( k_{xy}^{c,s} \frac{\partial u^{c,s}}{\partial x} + k_y^{c,s} \frac{\partial u^{c,s}}{\partial y} \right) \quad (3.60)$$

Otras condiciones de contorno posibles son, al igual que para los casos vistos anteriormente:

a) valor nulo o conocido de  $u$  en el punto de destino:

$$u^{c,s}(x_0, y_0) = 0 \quad u^{c,s}(x_0, y_0) = \hat{u}^{c,s} \quad (3.61)$$

b) valor conocido de flujo  $\hat{f}_n$  en el borde interno (centro de destino) o externo:

$$f_x^{c,s} n_x + f_y^{c,s} n_y = \hat{f}_n^{c,s} \quad (3.62)$$

### 3.5. Diferencias de la presente teoría con respecto a otras formulaciones continuas

Como ya se comentó en los antecedentes, existen en la literatura otras formulaciones continuas, la mayoría basadas en la formulación continua de Sasaki et al. (1990). Estos autores realizaron una contribución muy importante que permitió la aplicación de técnicas computacionales de gran desarrollo tal como el método de Elementos Finitos al problema de asignación de tráfico. A su vez este modelo fue extendido por otros autores para considerar problemas de mayor complejidad, tales como la existencia de demanda variable, problemas combinados de distribución-asignación (Wong y Sun, 2002; Ho, 2005) y problemas con diferentes clases de usuarios (Ho et al., 2003; Ho, 2005). Estos modelos fueron utilizados, previamente al desarrollo del nuevo modelo continuo, en estudios de impacto ambiental acústico (Cortínez y Dominguez, 2009) y atmosférico (Dominguez y Cortínez, 2009).

La principal diferencia entre el modelo de Sasaki et al. (1990) y el aquí presentado está en la manera de considerar los tiempos de recorrido en función de los flujos de tráfico. En aquel, tal definición se hace directamente para una formulación continua. Así se introduce el tiempo de recorrido por unidad de distancia sobre el continuo:  $c(x, y)$ . Esta magnitud se hace dependiente de la intensidad del flujo de tráfico continuo  $f = (f_x, f_y)$ . La forma básica utilizada de acuerdo a tal hipótesis es la siguiente:

$$c(x, y) = \alpha(x, y) + \beta(x, y) \left| \sqrt{f_x^2 + f_y^2} \right|^\gamma \quad (3.63)$$

Las funciones  $\alpha$  y  $\beta$  dependen de parámetros específicos promediados de la red en un entorno del punto  $(x, y)$ . Así  $\alpha$  es la inversa de la velocidad a flujo libre media, mientras que  $\beta$  depende de una definida densidad de capacidad de tráfico y de otras funciones no

explícitas que a su vez, al igual que  $\gamma$ , pueden depender de características particulares tales como anchos de calle, características de la semaforización, etc.

Estas últimas funciones deben obtenerse empíricamente efectuando mediciones y observaciones para diferentes zonas de una ciudad, aunque no se indica taxativamente como realizar tales tareas. Esto representa un claro inconveniente.

Otro problema es que el tiempo por unidad de longitud  $c$  debe ser un escalar, estando adecuadamente definido en términos del módulo del flujo continuo en la expresión 3.63. Sin embargo, esta expresión indica que el tiempo de recorrido no depende de la dirección. Es decir se trata de una función isótropa. Éste no es necesariamente el caso en ciudades reales en las cuales pueden existir diferencias de características de calles en distintas direcciones. En la teoría de Sasaki et al. (1990) no se indica modo alguno de considerar tal anisotropía.

Por otra parte, el modelo de Sasaki et al. (1990) se desarrolla directamente a partir de una formulación continua. Entonces no queda clara la correspondencia con la estructura discreta del problema y, de hecho, no pueden recuperarse las variables discretas: flujos horarios en cada arco ni tiempos de recorrido. Por lo tanto, se propone la utilización de tal enfoque tan solo como un método rápido, muy conveniente para visualizar las características generales en las etapas previas de diseño, aunque para cálculos más detallados habría que recurrir al clásico método discreto.

### 3.6. Enfoque continuo-discreto

Para resolver algunos problemas de tráfico urbano puede ser conveniente tratar la circulación de vehículos como un sistema continuo acoplado a un sistema discreto. Por ejemplo, en una gran ciudad coexisten redes de autopistas con calles comunes y las modalidades de viaje en unas y otras son muy diferentes. Las autopistas se caracterizan por tener vías de circulación en sentidos contrarios separadas, ausencia de cruces a nivel y accesos espaciados y especialmente diseñados. Estas características facilitan la circulación de vehículos a altas velocidades. Por el contrario, las calles comunes, permiten

rápidos cambios de dirección y sentido, y los vehículos que circulan por ellas deben variar constantemente su velocidad por la presencia de cruces con otras arterias, pasos a nivel y circulación peatonal.

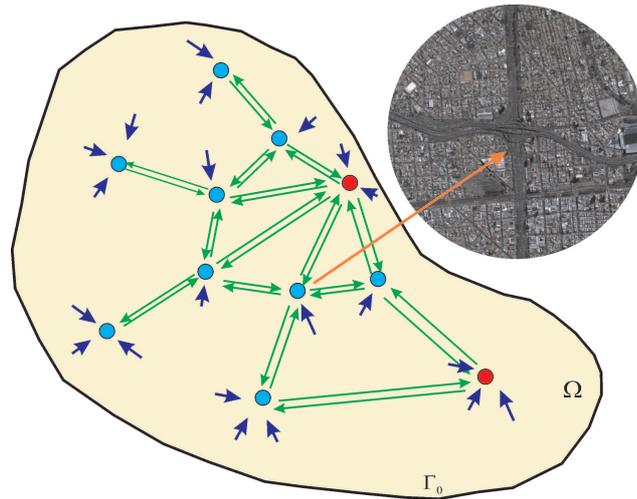


Figura 3.3: Red de autopistas en una ciudad

En la Figura 3.3 se muestra un esquema de una red de autopistas en una ciudad. En este caso, las autopistas se pueden modelar de forma discreta, mientras que para el resto de las calles se puede adoptar un sistema continuo. Otros casos donde se pueden utilizar los dos sistemas en forma acoplada es, por ejemplo, cuando en un sistema continuo existe discontinuidad en el tráfico por presencia de obstáculos naturales o artificiales que es necesario atravesar. Tal es el caso de una ciudad atravesada por un río sobre el que una serie de puentes establece la comunicación entre las márgenes del mismo. El tráfico en los puentes se puede modelar en forma discreta, acoplando este sistema al sistema continuo que modela el resto del tráfico urbano.

Cuando un sistema continuo se acopla a un sistema discreto, ambos interactúan entre sí en algunos puntos particulares. Estos puntos pueden ser, por ejemplo, los accesos a las autopistas o a los puentes, en los casos antes mencionados. Cada  $r$ -ésimo punto de interacción, actúa como un “sumidero” es decir un atractor de viajes en el sistema continuo. Estos viajes, constituyen la demanda del sistema discreto. En estos puntos,

los usuarios pueden optar por realizar sus viajes a través de cualquiera de los sistemas, siempre de acuerdo a un criterio de mínimo tiempo de viaje (primer principio de Wardrop). Cuando el sistema está en equilibrio, este costo por cualquiera de las rutas es el mismo (el mínimo).

En el sistema continuo, para tener en cuenta los puntos de interacción con el sistema discreto, la ecuación diferencial 3.53 se modifica de la siguiente manera:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k_x^{c,s} \frac{\partial u^{c,s}}{\partial x} + k_{xy}^{c,s} \frac{\partial u^{c,s}}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k_{xy}^{c,s} \frac{\partial u^{c,s}}{\partial x} + k_y^{c,s} \frac{\partial u^{c,s}}{\partial y} \right) + q^{c,s} - \sum_{r=1}^N Q_r^{c,s} \delta(x - x_r) = 0 \quad (3.64)$$

$$\forall (x, y) \in \Omega, \forall r \in R, \forall s \in S, \forall c \in C$$

donde  $\delta(x - x_r)$  es la distribución delta de Dirac y  $Q_r^{c,s}$  la cantidad de viajes de los usuarios de la clase  $c$  que, en el acceso  $r$ -ésimo, ingresan a la autopista con destino  $s$ .  $R$  es el conjunto de puntos de interacción entre ambos sistemas.

Para distinguir entre ambos sistemas, los arcos del sistema discreto que se extienden entre los nodos  $I$  y  $J$ , con sentido de circulación desde  $I$  hacia  $J$ , se denominan con el subíndice  $l$ . Se utilizan asimismo, letras mayúsculas para especificar el tiempo de viaje desde cada nodo del sistema discreto hasta el destino.

Cuando la red está en equilibrio, el tiempo mínimo de viaje desde cualquier punto  $(x, y)$  de la ciudad hasta cada destino  $s$ , y para cada clase de usuario  $c$ , es único. Entonces, particularmente, en los puntos de intercambio entre ambos sistemas, el tiempo de viaje a través de cualquiera de ellos es el mismo y en consecuencia se debe cumplir:

$$U_J^{c,s} = u^{c,s}(x_J, y_J) \quad (3.65)$$

donde  $u^{c,s}(x_J, y_J)$  corresponde al tiempo de viaje a través del continuo hasta el destino  $s$  para la clase de usuario  $c$  y  $U_J^{c,s}$  al tiempo de viaje hasta el mismo destino desde el punto de acceso  $J$  a través del sistema discreto para la misma clase de usuario.

Además, en cada nodo del sistema discreto se debe cumplir la ecuación de continuidad hacia cada destino y para cada clase de usuario, que a partir de 3.2 se puede escribir de forma generalizada como:

$$Q_J^{c,s} = - \sum_I \lambda_{IJ} x_I^{c,s} (U_I^{c,s}, U_J^{c,s}) \quad \forall J \in R. \quad (3.66)$$

donde el flujo en cada arco de la red discreta hacia el centro  $s$  y para la clase de usuario  $c$  viene dado por:

$$x_l^{c,s} = \left( \left( \frac{t_l^{c,s}}{t_{l_0}^{c,s}} - 1 \right) \frac{C_l^{\varphi_l^c}}{\alpha_l^c} \right)^{1/\varphi_l^c} - \left( \sum_{i,i \neq s} \sum_{j,j \neq c} x_l^{i,j} + x_{Ra} \right) \quad (3.67)$$

y el correspondiente tiempo de viaje en el arco  $l$  por:

$$t_l^{c,s} = U_J^{c,s} - U_I^{c,s} \quad (3.68)$$

En los puntos de la red discreta donde no se generan viajes (puntos de paso), igualmente se debe cumplir la ecuación 3.66, siendo  $Q_J^{c,s} = 0$ . En este caso,  $U_J^{c,s}$  es independiente del sistema continuo, es decir no cumple la condición 3.65.

En definitiva, el problema continuo-discreto para varios centros y diferentes clases de usuarios consiste en resolver el sistema de ecuaciones diferenciales 3.64 con sus correspondientes condiciones de borde 3.58 a 3.62, conjuntamente con el sistema de ecuaciones algebraicas 3.66, resumidas en el cuadro de la Figura 3.4.

### 3.7. Diseño óptimo de redes de transporte urbano basado en el enfoque continuo

De acuerdo a lo desarrollado en la sección 2.5, el diseño óptimo de redes de transporte urbano involucra intereses que atañen a la sociedad en su conjunto debido a que todos los habitantes de la ciudad sufren las consecuencias del tráfico urbano, sean conductores o no. Por otro lado, como ya se ha puesto de manifiesto, el comportamiento de los conductores sigue reglas más egoístas, ya que los mismos siempre buscan minimizar su costo de

**Modelo de Asignación de tráfico urbano  $\Lambda$**

➔ **Sistema continuo**

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k_x^{c,s} \frac{\partial u^{c,s}}{\partial x} + k_{xy}^{c,s} \frac{\partial u^{c,s}}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k_{xy}^{c,s} \frac{\partial u^{c,s}}{\partial x} + k_y^{c,s} \frac{\partial u^{c,s}}{\partial y} \right) + q^{c,s} - \sum_{r=1}^M Q_r^{c,s} \delta(x-x_r) = 0$$

$\forall (x,y) \in \Omega, \forall r \in R, \forall s \in S, \forall c \in C$

donde

$$k_x^{c,s} = \sum_{a \in m} \frac{x_a^{c,s} l_a^2 \cos^2 \gamma_a}{t_a^{c,s} L_x L_y} \quad k_y^{c,s} = \sum_{a \in m} \frac{x_a^{c,s} l_a^2 \sin^2 \gamma_a}{t_a^{c,s} L_x L_y} \quad k_{xy}^{c,s} = \sum_{a \in m} \frac{x_a^{c,s} l_a^2 \cos \gamma_a \sin \gamma_a}{t_a^{c,s} L_x L_y}$$

En el borde externo de la ciudad:

$$f_x^{c,s} n_x + f_y^{c,s} n_y = \hat{f}_n^{c,s}$$

Particularmente:

$$f_x^{c,s} n_x + f_y^{c,s} n_y = 0$$

con:

$$f_x^{c,s} = - \left( k_x^{c,s} \frac{\partial u^{c,s}}{\partial x} + k_{xy}^{c,s} \frac{\partial u^{c,s}}{\partial y} \right) \quad f_y^{c,s} = - \left( k_{xy}^{c,s} \frac{\partial u^{c,s}}{\partial x} + k_y^{c,s} \frac{\partial u^{c,s}}{\partial y} \right)$$

En los puntos de destino:

$$u^{c,s}(x_s, y_s) = \hat{u}^{c,s} \quad \text{o} \quad u^{c,s}(x_s, y_s) = 0$$

➔ **Sistema discreto**

$$Q_J^{c,s} = - \sum_I \lambda_{IJ} x_I^{c,s} (U_I^{c,s}, U_J^{c,s}) \quad \forall J \in R$$

➔ En los **puntos de encuentro** del sistema discreto con el sistema continuo:

$$U_J^{c,s} = u^{c,s}(x_J, y_J)$$

Figura 3.4: Resumen de ecuaciones del problema de asignación de tráfico

viaje. En los modelos discretos compatibilizar estos intereses lleva a la formulación de un problema de optimización bi-nivel, tal como el descrito en el capítulo 2. Cuando la solución del equilibrio de usuario se obtiene mediante alguno de los nuevos enfoques, continuo y/o continuo-discreto, presentados en este capítulo, el problema se convierte en un problema de optimización en un solo nivel con restricciones, donde el equilibrio de usuario se resuelve mediante el conjunto de ecuaciones diferenciales y algebraicas descritas en las secciones precedentes.

El problema se define de la siguiente manera:

$$\text{mín } F(h) = \sum_c \sum_s \int_{\Omega} u^{*c,s}(x, y, h(x, y)) q^{c,s}(x, y) d\Omega \quad (3.69)$$

s.a.

$$u^* \in \Lambda(h, u) \quad (3.70)$$

$$h^{\text{mín}} \leq h \leq h^{\text{máx}} \quad (3.71)$$

$$Cc(h) \leq Cc^{\text{máx}} \quad (3.72)$$

$$C(u^*, v^*, h) \leq C^{\text{máx}} \quad (3.73)$$

$$L_{eq}(u^*, v^*, h) \leq L_{eq}^{\text{máx}} \quad (3.74)$$

La función  $F$  enuncia el objetivo general que, en este caso, consiste en minimizar, sobre todo el dominio, el tiempo de permanencia en la red de todos los usuarios de la misma. Esto se expresa como la totalidad de la demanda de viajes multiplicada por el tiempo de viaje para todos los viajes generados en toda la ciudad. Esta función es semejante a la definida en 2.16 para el problema de diseño óptimo siguiendo el enfoque discreto, que cumple con el segundo principio de Wardrop (1952).

En esta expresión  $u^{*c,s}(x, y, h)$  corresponde al mínimo tiempo de viaje del conductor de la clase  $c$  ubicado en la localización  $(x, y)$  para llegar hasta el centro  $s$  calculado mediante el programa de asignación de viajes  $\Lambda(h, u)$  y que es función de las variables de diseño  $h(x, y)$ . Por otra parte,  $q^{c,s}(x, y)$  corresponde a la demanda de viajes generada en dicha

localización por los usuarios de clase  $c$  con destino  $s$ . Cabe recordar que la función espacial de la demanda de viajes puede ser además una función del tiempo mínimo de viaje si se considera el caso de demanda variable. En este caso  $q^{c,s}(x, y) = D(x, y, u^{*c,s}(x, y))$ .

El problema de asignación  $\Lambda(h, u)$  se resuelve mediante los modelos desarrollados en este capítulo de acuerdo a la configuración de la red en cuanto a la cantidad de puntos de destino, clases de usuario y características viales.

Si bien la minimización del tiempo de viaje consumido por todos los usuarios de la red de tráfico es uno de los objetivos generalmente pretendidos por los diseñadores de las redes de transporte urbanas, en muchas oportunidades se buscan otras metas y entonces la función objetivo debe definir las mismas. Cabe aclarar también, que las restricciones ambientales pueden aplicarse al dominio completo de la ciudad o a subdominios, es decir a ciertas zonas que se pretende proteger especialmente, tales como zonas residenciales, hospitalarias o de esparcimiento.

En la Figura 3.5 se resumen las fórmulas generales y las relaciones entre ellas. Es necesario recordar que las expresiones que permiten estimar niveles de contaminación pueden variar de acuerdo al modelo adoptado para tal fin.

### 3.8. Estimación de funciones de demanda

El problema de asignación de tráfico que permite obtener el tiempo de viaje desde cualquier punto  $(x, y)$  de la ciudad hasta el punto de destino  $s$  para cada clase de usuario  $c$  requiere conocer la función de la demanda de viajes  $q^{c,s}(x, y)$  especificada como una densidad superficial de tasa de viajes generándose en un dado punto de la ciudad hacia el destino determinado para la clase de usuario correspondiente.

De acuerdo a lo comentado en la sección 2.6 uno de los métodos más utilizados actualmente, para la estimación de las matrices origen-destino de acuerdo al modelo tradicional discreto, es la que se realiza en base a una información previa de la misma, conocida como demanda base y a conteos de tráfico realizados en determinados puntos de

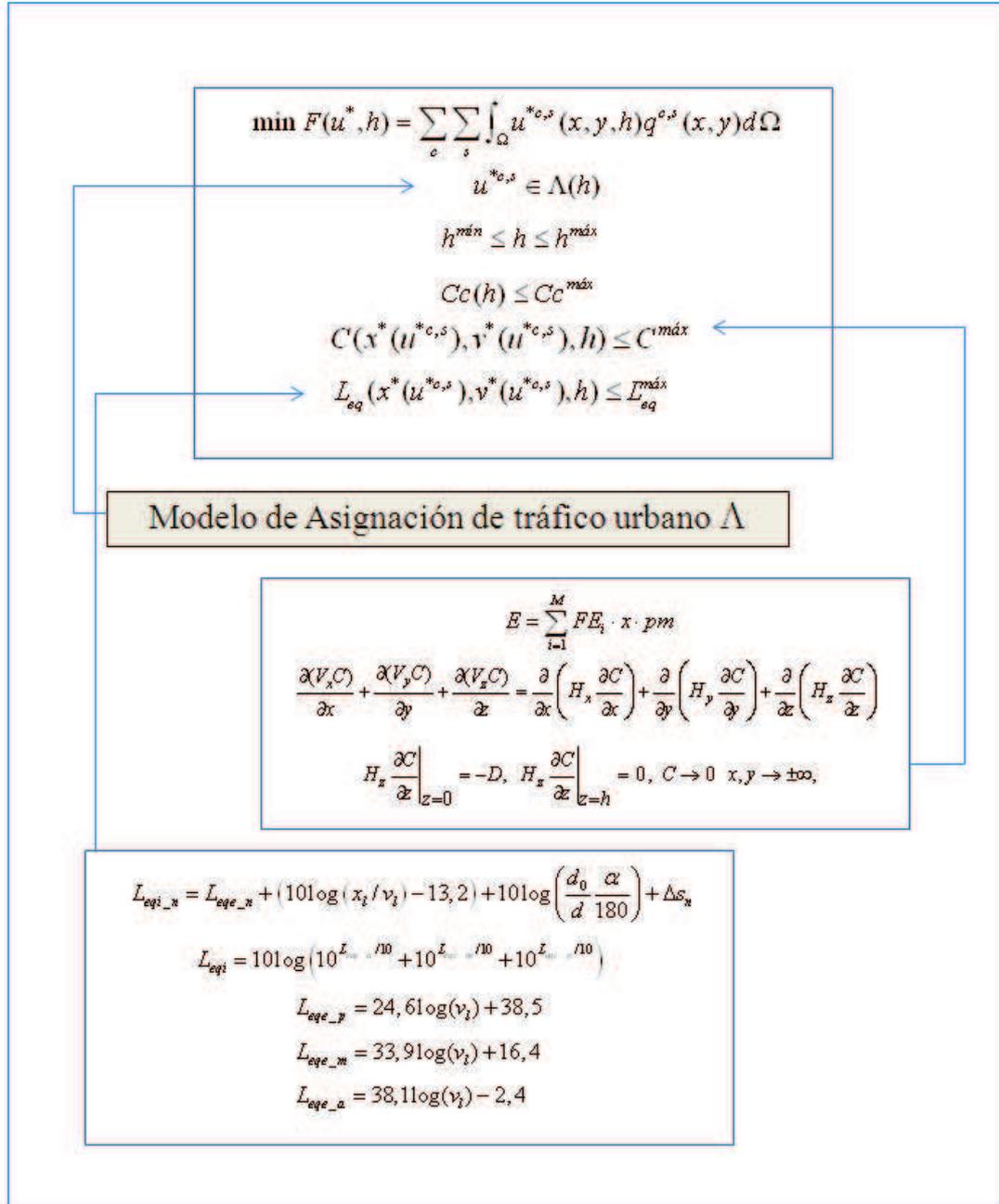


Figura 3.5: Diseño óptimo

aforo de la ciudad. Tradicionalmente, este problema se resuelve mediante una optimización bi-nivel cuya forma general se detalló en dicha sección.

La utilización del enfoque continuo para obtener el equilibrio de usuario lleva a formular el problema en un solo nivel. Asimismo, como el método que se propone para resolver el problema no está basado en el uso de gradientes, la segunda parte de la función objetivo, es decir la que contempla que los valores de la demanda actual se mantengan cercanos a los de cierta demanda base, se reemplaza por un conjunto de variables acotadas como restricciones.

Se pueden adoptar diversos métodos para definir la función  $F_1$ , es decir, para minimizar la desviación entre los valores observados de flujos de tráfico  $\tilde{\mathbf{x}}$  y los estimados  $\mathbf{x}$ . Adoptando el criterio de mínimos cuadrados como método de estimación, el problema se formula de la siguiente manera:

$$\text{mín } \sum_{a \in \bar{A}} (x_a - \tilde{x}_a)^2 \quad (3.75)$$

s.a.

$$x_a \in \Lambda(q) \quad (3.76)$$

$$q_{\text{mín}}^{c,s} \leq q^{c,s}(x, y, \theta) \leq q_{\text{máx}}^{c,s} \quad (3.77)$$

donde  $\bar{A}$  es el conjunto de arcos de aforo de tráfico, en los cuales se realizan las mediciones del flujo  $\tilde{x}_a$  y  $\theta$  corresponde al conjunto de parámetros de la función de demanda. Dicha función  $q^{c,s}(x, y, \theta)$  queda acotada entre valores mínimos  $q_{\text{mín}}^{c,s}$  y máximos  $q_{\text{máx}}^{c,s}$  a los efectos de mantener los valores de demanda buscados razonablemente cercanos a los valores de la demanda base.

Estas funciones deben ser adecuadamente parametrizadas ( $\theta$ ) y los valores de dichos parámetros constituyen las incógnitas del problema.

Uno de los casos más sencillos es aquel en el cual los parámetros los constituyen los propios valores de la demanda (hacia cada centro y para cada clase de usuario) que puede considerarse como constante dentro de determinadas zonas. Es decir:

$$q^{c,s}(x, y) = q_i^{c,s} \quad i = 1, 2, \dots, Z, \forall s \in S, \forall c \in C \quad (3.78)$$

donde  $Z$  es la cantidad total de zonas en que se divide la ciudad,  $S$  la cantidad de puntos de destino y  $C$  la cantidad de clases de usuarios.

Otra forma de estimar las funciones de demanda es mediante el clásico modelo de gravedad donde los parámetros a determinar están asociados a las características de las zonas de origen y destino de los viajes. Los factores fundamentales que afectan la demanda de viajes son el uso del suelo, las características socio-económicas de la población y el alcance, costo y calidad de los servicios disponibles de transporte. Estas características pueden especificarse tanto como se quiera o pueden representarse mediante algunos pocos parámetros de ajuste. Por ejemplo, un modelo sencillo puede ser el siguiente:

$$q^{c,s}(x, y) = \alpha_1 P_o^{\alpha_2} P_d^{\alpha_3} d^{\alpha_4} \quad \forall s \in S, \forall c \in C \quad (3.79)$$

donde  $P_o$  es la densidad de población de la zona de origen de los viajes,  $P_d$  es la densidad de población de la zona de destino de los mismos,  $d$  es la distancia al centro considerado y  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  y  $\alpha_4$  son los parámetros de ajuste, es decir las incógnitas del problema.

Estas dos maneras de parametrización de la demanda se ejemplifican en la sección 6.5.

Siguiendo la misma metodología es posible estimar el parámetro de sensibilidad de demanda  $\xi$  de las funciones de demanda variable 3.33.

A continuación, en el siguiente capítulo, se desarrollan los algoritmos utilizados en la presente tesis para resolver los problemas de diseño óptimo y estimación de funciones de demanda, presentados en este capítulo.



# Capítulo 4

## Métodos de solución

En este capítulo se presentan los algoritmos y los métodos numéricos que permiten resolver los problemas de asignación, de diseño óptimo de redes y de estimación de funciones de demanda que fueron presentados en el capítulo anterior. En la sección 4.1 se realiza una introducción a la resolución de los problemas continuos, se describe brevemente el método de Elementos Finitos utilizado para tal fin, se presenta el software FlexPDE (2010) y se comenta la implementación de los problemas de asignación y de dispersión de contaminantes atmosféricos en dicho software. En la sección 4.2 se presenta la solución de los problemas de optimización y se detalla particularmente el método de Recocido Simulado, técnica utilizada en las secciones 4.3 y 4.4 para el diseño óptimo de redes de tráfico y la estimación de la demanda de viajes, respectivamente.

### 4.1. Modelos continuos

Tanto el problema de asignación de tráfico urbano desarrollado en el capítulo 3 como el de dispersión de contaminantes atmosféricos (sección 2.4.2) se definen mediante ecuaciones diferenciales no lineales y sus correspondientes condiciones de contorno. La complejidad de dichas ecuaciones aplicadas a un dominio continuo de forma cualquiera, hace que las mismas no tengan solución analítica y sea necesario recurrir a técnicas de solución

aproximadas que permiten transformarlas en sistemas de ecuaciones algebraicas que pueden resolverse sin dificultad.

Entre tales metodologías aplicables directamente a las ecuaciones diferenciales que rigen el problema que se estudia pueden citarse el método de Diferencias Finitas, diferentes métodos de Residuos Ponderados y técnicas aproximadas para determinar puntos estacionarios de funcionales definidos en forma apropiada (Zienkiewicz, 1982). En particular, varios de estos métodos se basan en técnicas de discretización que aproximan la solución exacta solo en un conjunto de puntos discretos del dominio, de manera tal que la solución del sistema discreto se acerca tanto como se quiera a la solución continua verdadera a medida que crece el número de puntos.

Uno de los métodos de mayor difusión como procedimiento general de discretización de los problemas continuos, planteados por expresiones definidas matemáticamente, es el método de Elementos Finitos que se describe a continuación. Dicho método es el adoptado en esta tesis para resolver los problemas mencionados de asignación de tráfico y de dispersión de contaminantes.

#### **4.1.1. Utilización del método de Elementos Finitos para la solución de los problemas continuos**

El concepto fundamental del Método de Elementos Finitos (MEF) es que cualquier magnitud continua en un dominio continuo, puede ser aproximada con un modelo discreto, compuesto por un conjunto de funciones continuas simples, definidas en un número finito de subdominios denominados “elementos”.

Tal magnitud continua queda descripta a partir de los valores en un número finito de puntos del dominio llamados “nodos” del modelo discreto y en cada elemento se aproxima mediante una función de interpolación, lineal o no lineal, que se define usando los valores que asume la misma, en los nodos que pertenecen al elemento.

Estos valores de la función en los nodos constituyen las variables independientes del modelo discreto, a ser determinadas y se las denomina “grados de libertad” de cada nodo del modelo.

La partición del dominio y el conjunto de nodos considerando sus relaciones de adyacencia constituyen la “malla” sobre la que se materializan las incógnitas fundamentales del problema.

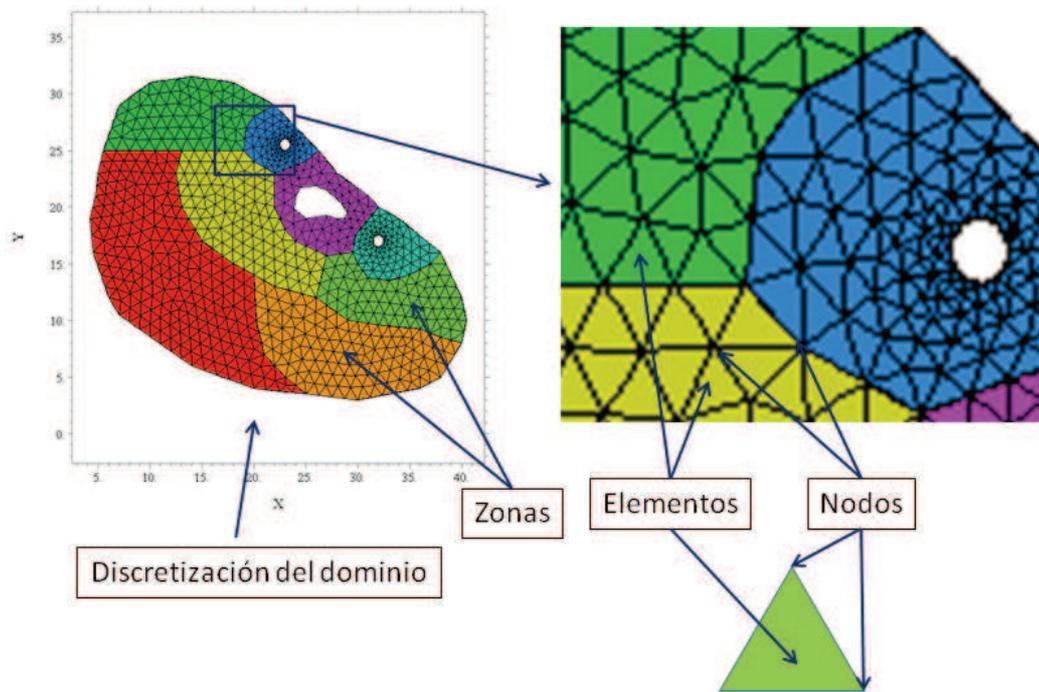


Figura 4.1: Elementos Finitos

El MEF permite resolver un problema definido mediante ecuaciones diferenciales expresándolas, de manera alternativa, en forma integral.

Si un problema general continuo queda definido mediante una ecuación diferencial:

$$A(\mathbf{u}) = 0 \quad (4.1)$$

y condiciones de contorno:

$$B(\mathbf{u}) = 0 \quad (4.2)$$

donde  $\mathbf{u}$  es la función desconocida, la solución exacta de esta ecuación requiere satisfacer 4.1 en todo punto del dominio. Esta solución puede aproximarse de la siguiente manera:

$$\mathbf{u} \approx \tilde{\mathbf{u}} = \sum N_i a_i = \mathbf{N}\mathbf{a} \quad (4.3)$$

donde  $N_i$  son funciones de forma expresadas en función de variables independientes, por ejemplo coordenadas, y  $a_i$  son incógnitas.

Al introducir esta aproximación en la ecuación diferencial aparece una función error o residual  $A(\mathbf{N}\mathbf{a})$  ya que la misma no será satisfecha en todos los puntos del dominio.

Existen diversas maneras de ajustar los parámetros  $a_i$  de la función de aproximación de manera tal que este error sea mínimo. Dichos procedimientos giran en torno a la configuración de funciones de ponderación  $W_j$  y  $\bar{W}_j$  en la forma integral de la ecuación diferencial 4.1 y sus condiciones de borde:

$$\int_{\Omega} W_j A(\mathbf{N}\mathbf{a}) d\Omega + \int_{\Gamma} \bar{W}_j B(\mathbf{N}\mathbf{a}) d\Gamma = 0 \quad j = 1, \dots, n \quad (4.4)$$

donde  $n$  es el número de incógnitas  $a_i$ .

La elección de estas funciones de ponderación conduce a diferentes métodos de aproximación. El método de Galerkin ajusta dichos parámetros usando para la ponderación las mismas funciones de forma originales  $N_j$ . De aquí surge un sistema de ecuaciones algebraicas cuyas incógnitas son  $a_i$ .

Usualmente la ecuación 4.4 permite la integración por partes y entonces se puede llegar a una formulación débil donde se reduce el orden de las derivadas.

En el caso particular del problema de asignación, adoptando  $W_j = \bar{W}_j$  y aplicando el método de Galerkin se llega a la siguiente expresión:

$$\sum_i \int_{\Omega} \left( \frac{\partial N_j}{\partial x} \left( k_x \frac{\partial N_i a_i}{\partial x} + k_{xy} \frac{\partial N_i a_i}{\partial y} \right) + \frac{\partial N_j}{\partial y} \left( k_{xy} \frac{\partial N_i a_i}{\partial x} + k_y \frac{\partial N_i a_i}{\partial y} \right) \right) d\Omega + \int_{\Omega} q N_j d\Omega = 0 \quad (4.5)$$

que puede escribirse genéricamente de la forma:

$$\mathbf{K}\mathbf{a} + \mathbf{f} = \mathbf{0} \quad (4.6)$$

donde:

$$K_{ji} = \int_{\Omega} \left( \frac{\partial N_j}{\partial x} \left( K_x \frac{\partial N_i}{\partial x} + K_{xy} \frac{\partial N_i}{\partial y} \right) + \frac{\partial N_j}{\partial y} \left( K_{xy} \frac{\partial N_i}{\partial x} + K_y \frac{\partial N_i}{\partial y} \right) \right) d\Omega \quad (4.7)$$

y

$$f_j = \int_{\Omega} q N_j d\Omega \quad (4.8)$$

De esta forma se puede pasar, de un sistema continuo de infinitos grados de libertad, regido por una ecuación diferencial o un sistema de ecuaciones diferenciales, a un sistema con un número de grados de libertad finito cuyo comportamiento se modela por un sistema de ecuaciones en número igual al número de nodos. Este sistema de ecuaciones se puede resolver por diferentes métodos numéricos.

En el mercado existen diversos programas que resuelven ecuaciones diferenciales utilizando el MEF. Para implementar tanto los modelos de asignación de tráfico desarrollados en esta tesis, como los modelos de dispersión de contaminantes, que involucran justamente la resolución de ecuaciones diferenciales, en esta tesis se hace uso del software FlexPDE (2010). A continuación se exponen brevemente las características de tal programa y algunos detalles relacionados con el cálculo de las ecuaciones que describen los problemas de tráfico.

#### 4.1.2. Descripción del programa de Elementos Finitos FlexPDE

En este programa el problema se define a través de la escritura de las ecuaciones diferenciales gobernantes del problema que se estudia y de sus correspondientes condiciones de contorno en un archivo de textos denominado *descriptor* utilizando una notación muy sencilla, similar a la usada comúnmente en matemática.

Internamente, dicho programa se encarga de obtener las correspondientes ecuaciones variacionales, a través del método de Galerkin, así como de la correspondiente discretización del dominio efectuando un mallado automático. Este mallado se densifica de acuerdo a un límite de error, en la solución de las ecuaciones nodales, elegido por el usuario, aunque también es posible ajustar la densidad de la malla, tanto en el dominio

completo como en determinadas zonas, mediante comandos especiales destinados a tal fin.

El programa posee, además, varias estrategias que el usuario puede seleccionar para la resolución de problemas no lineales de contorno y/o de valores iniciales.

En la Figura 4.2 se muestra un descriptor parcial donde se puede observar la estructura general del mismo. Cabe destacar que si bien las características del programa se explican para el problema de asignación, las mismas son aplicables para resolver otras ecuaciones diferenciales, como por ejemplo, la ecuación de transporte de contaminantes 2.12.

```

TITLE 'Ejemplo'
COORDINATES
cartesian2 {Sistema en 2 dimensiones}
VARIABLES {Variables del problema}
u
SELECT {Permite sobrescribir controles por defecto}
errlim=1e-4 {Estimación de error relativo en las variables dependientes. Por defecto 0,001}
ngrid=30 ... {Espaciado máximo global de las celdas o elementos en el dominio}
DEFINITIONS {Definición de parámetros}
! geometría y características de las calles
Lx=0.8 Ly=0.8 la1=0.2 la2=0.2 gama1=0 gama2= pi/2 q=375
alfa1=0.15 ... Vm1=60 ... ta10=la1/vm1... C1=600... fi1=4 n1=Lx/La
transfer("u_ini.dat",u_ini) {Importa valores anteriores}
transfer("x1_2_ini.dat",xa1_2_ini) {Importa flujos pasivos}
...
ta1_p=abs(-dx(u)*cos(gama1)-dy(u)*sin(gama1))*la1 ...
s_xa1=((ta1-ta10)*c1^fi/alfa1/ta10)^(1/fi) ...
xa1= ... pa1=xa1/ta1... kx1=...kx2=... kx=n^2*(kx1+kx2)
f_x_1=-((kx*dx(u)+kxy*dy(u)) f_y_1=-((kxy*dx(u)+ky*dy(u))
INITIAL VALUES {Valores iniciales de las variables}
u=u_ini
EQUATIONS {Ecuaciones gobernantes del problema}
u: dx(-f_x_1)+dy(-f_y_1)+q=0
BOUNDARIES {Definición del dominio y las condiciones de contorno}
Region 1 STARTborde(0,0)
natural(u)=0 line to (2.9,0) to ... to close {Borde externo}
start'centro_1'(2.45,2.4) {Borde interno}
value(U)=0 arc(center=2.4,2.4) angle=-360 close
PLOTS {Salida gráfica de resultados}
CONTOUR(u)
vector(f_x_1,f_y_1)...
transfer(u) file = "u_ini.dat" {Exporta valores de la variable}
transfer(xa1) file = "x1_ini.dat" ...
END

```

Figura 4.2: Descriptor de FlexPDE

Para resolver los problemas de equilibrio de usuario, el descriptor debe contener en la sección VARIABLES, la definición de las variables del problema, en este caso, el tiempo de viaje  $u$  hasta el punto de destino. En DEFINITIONS se deben especificar las constantes y todas las relaciones necesarias para definir la ecuación diferencial. Por ejemplo, en el problema de asignación se definen las características de la red, tales como velocidad máxima de circulación, capacidad de las calles, orientación, etc., y las expresiones de los coeficientes de difusión (ecuaciones 3.54, 3.55, 3.56) y la definición de las componentes del flujo (3.59 y 3.60). Asimismo en esta sección se pueden importar valores calculados en otros descriptores y asignarlos a variables del problema que se estudia (transfer).

A partir de estos datos pueden implementarse las ecuaciones diferenciales para cada caso en la sección EQUATIONS.

Luego, deben definirse, en BOUNDARIES, la geometría de la ciudad y las correspondientes condiciones de contorno, para las cuales el programa admite el uso de dos tipos de condiciones: VALUE y NATURAL. La condición VALUE permite asignar un valor a una variable, mientras que la condición NATURAL representa el flujo normal al borde que delimita una superficie. Entonces, por ejemplo, en el problema de equilibrio de usuario, en el borde que delimita la zona de destino la condición  $u(x_c, y_c) = 0$  se especifica como VALUE(u)=0 y en el borde externo de la ciudad, NATURAL(u)=0 representa adecuadamente la condición  $f_x n_x + f_y n_y = 0$ .

Finalmente, en PLOTS se muestran los resultados, a través de diversas formas gráficas tales como curvas de nivel (Contour), superficies de elevación (Surface), etc y se exportan (Transfer) aquellos valores que son requeridos por otros descriptores.

El programa permite trabajar con dominios en 3 dimensiones. En tal caso, es necesario modificar el sistema de coordenadas, que por defecto es 2D, utilizando el comando "cartesian3" en la sección COORDINATES.

La generación de las geometrías espaciales se realiza mediante extrusión (EXTRUSION) utilizando una combinación de capas (LAYER) y superficies (SURFACE).

La secuencia de varios descriptores se puede implementar en archivos tipo BATCH. Asimismo, los descriptores pueden ejecutarse llamando al programa FlexPDE (2010) desde otro software. Por ejemplo, en esta tesis el algoritmo de Recocido Simulado utilizado para resolver los problemas de optimización se implementa en Matlab (2007), desde donde se pueden correr los descriptores de FlexPDE (2010) que resuelven el problema de asignación. La transferencia de datos entre ambos programas se realiza a través de archivos de texto.

Es importante destacar que en la solución de los problemas, el software proporciona una cantidad de parámetros que el usuario puede ajustar de acuerdo a las características del mismo en la sección SELECT. Por ejemplo, es posible modificar la cantidad de iteraciones de Newton-Raphson definiéndolas con “*Newton* =< *valor* >” o el límite del error estimado en las celdas de la malla que produce el ajuste automático de la misma con “*Errlim* =< *valor* >”. También es posible acelerar tiempos de cálculo usando una malla fija más densa utilizando “*ngrid* =< *valor* >” y deshabilitando la opción de remallado automático mediante “*regrid* = *off*”.

### **4.1.3. Implementación de los modelos de tráfico y ambientales en FlexPDE**

Una vez definido el problema, es necesario seleccionar las alternativas algorítmicas adecuadas.

En el modelo de tráfico, para el caso de un solo centro de atracción y una sola clase de usuario, el problema de asignación se resuelve aplicando el método de Newton-Raphson. Para más de un centro y/o más de una clase de usuario, se implementa un procedimiento iterativo en el cual se trabaja sobre un centro y una clase de usuario (activos) y se mantienen constantes los valores de los flujos correspondientes a los otros centros y clases de usuarios (pasivos), alternándose el centro y usuario activos, cada vez. En todos los casos, se resuelven inicialmente las correspondientes ecuaciones para valores constantes de los coeficientes de difusión, asumiendo congestión despreciable. Esta primera solución se toma como condición inicial para resolver los problemas no lineales mencionados.

En la solución de los problemas multiusuario y/o con más de un punto de destino, donde se utiliza un proceso iterativo, se pueden adoptar diferentes criterios de convergencia. En los problemas resueltos en esta tesis se busca que la diferencia de tiempos de viaje para todos los usuarios de la red en dos iteraciones sucesivas sea menor que un cierto valor  $\kappa$ :

$$\sum_c \sum_s \left( \int_{\Omega} u^{c,s} d\Omega \Big|_n - \int_{\Omega} u^{c,s} d\Omega \Big|_{n-1} \right) < \kappa \quad (4.9)$$

Una cuestión importante, que es necesario cuidar en la programación, es que no aparezcan indeterminaciones que inestabilicen el programa. En el caso del problema de asignación de tráfico, por ejemplo, es necesario trabajar con un valor de flujo mínimo para que los coeficientes de difusión 3.20, 3.21 y 3.22 no se anulen. Esta consideración hace que, para mantener la condición de flujo nulo en el borde (3.26) las derivadas  $\frac{du}{dx}$  y  $\frac{du}{dy}$  se anulen y entonces no se cumpla la condición de que el tiempo de recorrido del arco debe ser siempre mayor o igual al tiempo a flujo libre (o al tiempo de flujo mínimo). En general, esta situación se da solamente en el borde y no afecta al resto del dominio, pero cuando la red está muy descongestionada el problema puede extenderse. En este caso es necesario recurrir a alguna estrategia, tal como la siguiente, para corregirlo.

Si en la ecuación 3.13 se suma y se resta a  $x_a$  un valor constante  $x_m$  y se sigue el procedimiento descrito en la sección 3.3, se modifican tanto los coeficientes de difusión como las ecuaciones de flujo. En este caso:

$$p_a = (x_a + x_m)/t_a \quad (4.10)$$

y

$$f_x = - \left( k_x \frac{\partial u}{\partial x} + k_{xy} \frac{\partial u}{\partial y} - f_{0x} \right) \quad (4.11)$$

$$f_y = - \left( k_{xy} \frac{\partial u}{\partial x} + k_y \frac{\partial u}{\partial y} - f_{0y} \right) \quad (4.12)$$

donde

$$f_{0x} = \sum_{a \in m} \frac{l_a \cos \gamma_a x_m}{L_x L_y} \quad (4.13)$$

$$f_{0y} = \sum_{a \in m} \frac{l_a \sin \gamma_a x_m}{L_x L_y} \quad (4.14)$$

Tal modificación permite que la condición de flujo nulo en el borde no anule las derivadas de la función  $u$  y en consecuencia se respeten los tiempos mínimos de circulación en el arco. Este control, se realiza en todos los programas, si bien por una cuestión de claridad, no se detalla en los algoritmos presentados.

A continuación se detalla el algoritmo más general, utilizado para el caso de varios centros y diferentes clases de usuarios.

### Varios centros y diferentes clases de usuarios

**Paso 0:** *Inicialización.*  $n = 1$ . Se calculan los valores iniciales de las variables  $u^{c,s}$  y el patrón de flujos hacia los distintos centros para las diferentes clases de usuarios para el caso no congestionado.

**Paso 1:** *Actualización.*  $n = n + 1$ . **Para cada centro  $s$  y para cada clase de usuario  $c$**  se corre el programa que resuelve la ecuación diferencial 3.53 obteniéndose los nuevos tiempos de viaje y flujos para la clase de usuario y centro seleccionados. Se mantienen constantes los flujos que van hacia otros centros y/o corresponden a otra clase de usuario. En este programa:

**Paso 1.1:** Se leen los valores iniciales de  $u$  para el centro y clase de usuario activos, los flujos pasivos y las direcciones de dichos flujos.

**Paso 1.2:** Se calcula el valor probable del tiempo de viaje de acuerdo a la ecuación 3.52.

**Paso 1.3:** Se verifica que el tiempo calculado en el **Paso 1.2** sea mayor o igual que el requerido por los flujos pasivos y se calcula  $x_a^{c,s}$  en las calles con la ecuación 3.51.

**Paso 1.4:** Se calculan los coeficientes de difusión mediante las ecuaciones 3.54, 3.55 y 3.56.

**Paso 1.5:** Se obtienen las componentes del flujo  $(f_x^{c,s}, f_y^{c,s})$  de acuerdo a las expresiones 3.59 y 3.60.

**Paso 1.6:** Se calcula la ecuación diferencial 3.53 en el dominio de la ciudad sujeta a las condiciones de borde correspondientes (ecuaciones 3.58 a 3.62).

**Paso 1.7:** Se exportan los valores de  $u^{c,s}$ ,  $x_a^{c,s}$  y la dirección del flujo.

**Paso 2:** *Convergencia.* Si se alcanza el criterio de convergencia se detiene la iteración y la solución del problema es la obtenida en el paso anterior. Si no, se vuelve al **Paso 1**.

### Modelo continuo-discreto.

Cuando al sistema continuo se acopla un sistema discreto para representar con más detalle determinadas partes de la red de tráfico tales como autopistas, pasos, puentes, etc., de acuerdo a la formulación propuesta en la sección 3.6 se adiciona al conjunto de ecuaciones diferenciales (en este caso las ecuaciones 3.64) un conjunto de ecuaciones algebraicas (3.66). En el programa FlexPDE (2010), dichas ecuaciones se introducen en la sección DEFINITIONS. Para evitar singularidades, los puntos de encuentro entre el sistema continuo y el discreto se definen en el dominio de la ciudad como zonas pequeñas, y en consecuencia, la demanda  $Q_r^{c,s}$  se distribuye en dicha área.

En este caso se adopta el siguiente criterio de convergencia aplicado al conjunto de arcos del sistema discreto:

$$\frac{\sqrt{\sum_l (x_l^{n+1} - x_l^n)^2}}{\sum_l x_l^n} \leq \kappa \quad (4.15)$$

En la Figura 4.3 se puede ver el esquema del algoritmo que permite obtener la solución del problema continuo-discreto de asignación para un sistema multiclase y multicentro.

En una configuración inicial, para cada centro y cada clase de usuario, se calculan los tiempos de viaje y los flujos vehiculares horarios y se exportan dichos valores. A partir de este punto, comienza un proceso iterativo, hasta alcanzar la convergencia (ecuación 4.15), en el cual, en forma secuencial, también para cada centro y cada clase de usuario se procede de la siguiente manera. Se importan, tanto del sistema continuo como del discreto,

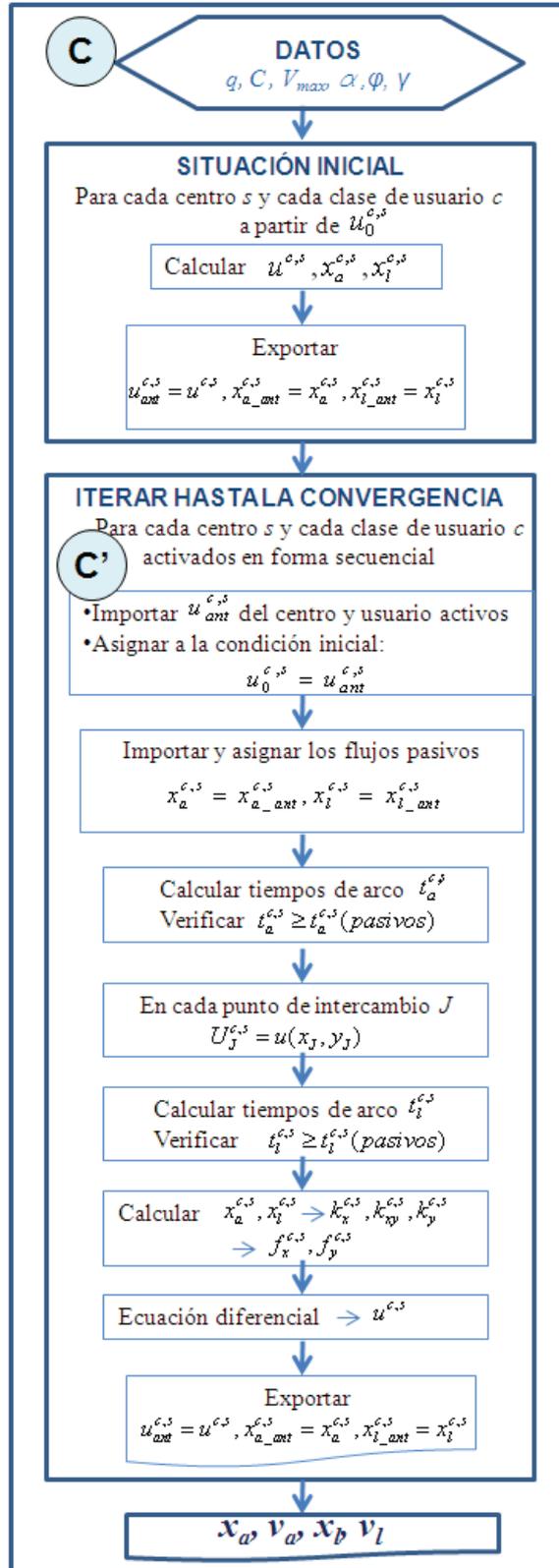


Figura 4.3: Algoritmo continuo-discreto de asignación de tráfico

los valores anteriores del tiempo de viaje correspondiente al centro y clase de usuario  $u_{c,s}$  que se activa y se adoptan como valores iniciales, y los flujos hacia los otros centros y para las otras clases de usuario que corresponden a los “flujos pasivos”. Se calcula la nueva situación y se exportan los correspondientes resultados de los flujos y tiempos de viaje. Al llegar a la convergencia se calculan a partir de los resultados de cada centro y clase de usuario los flujos totales en cada arco del sistema continuo  $x_a$  y del sistema discreto  $x_l$  y las velocidades de circulación en los mismos  $v_a$  y  $v_l$  respectivamente. Estos valores se exportan si se requieren para calcular contaminación.

### **Modelo de dispersión**

La ecuación de transporte 2.12 utilizada para el cálculo de la concentración de un determinado contaminante corresponde a un dominio tridimensional, para el cual es necesario adecuar el sistema de coordenadas y la definición de la geometría de acuerdo a lo expuesto en la sección 4.1.2.

En este problema, para aplicar las condiciones de contorno 2.13 que establecen que la concentración tiende a cero cuando la distancia desde la fuente tiende a infinito, es necesario incluir la zona correspondiente a la superficie de la ciudad en un dominio más grande, para poder aplicar dichas condiciones en el borde de este dominio, alejado del borde propio de la ciudad.

## **4.2. Técnicas de optimización**

En un problema de optimización, tal como el de diseño óptimo de redes de transporte o el de estimación de funciones de demanda presentados en el capítulo 3, el objetivo es elegir la mejor solución entre un conjunto de soluciones posibles. Tal problema se define mediante una “función objetivo” y puede estar sujeto o no a determinadas restricciones, como se comentó oportunamente en los capítulos 2 y 3.

Cuando lo que se busca es la minimización (o maximización) de una función objetivo no convexa que puede presentar más de un mínimo local y no existe un algoritmo específico que proporcione una solución satisfactoria, o cuando los algoritmos son ineficientes o difíciles de implementar, es necesario recurrir a técnicas metaheurísticas.

Estas técnicas son algoritmos aproximados de propósito general, consistentes en procedimientos iterativos que guían una heurística subordinada, combinando de forma inteligente distintos conceptos, para explorar y explotar adecuadamente el espacio de búsqueda de soluciones.

Para obtener buenas soluciones, cualquier algoritmo de búsqueda debe establecer un balance adecuado entre dos características contradictorias del proceso: la cantidad de esfuerzo empleado en la búsqueda en la región actual (explotación del espacio de variables), y la cantidad de esfuerzo empleado en la búsqueda en regiones distantes del espacio (exploración).

Existen muchas técnicas metaheurísticas que podrían clasificarse en: a) heurísticas constructivas, cuando parten de una solución inicial vacía y van añadiéndole componentes hasta construir una solución (GRASP, Colonias de Hormigas); b) heurísticas basadas en trayectorias, que parten de una solución inicial e iterativamente tratan de reemplazarla por otra solución de su vecindario con mejor calidad (Recocido Simulado, Búsqueda Tabú) y c) heurísticas basadas en poblaciones, cuando evolucionan una población de soluciones iterativamente (Algoritmos Genéticos, Scatter Search, Particle Swarm). Asimismo existen técnicas híbridas que utilizan lo mejor de algunas de ellas para potenciar el motor de búsqueda (Poorzahedy y Rouhani, 2007).

En el siguiente apartado se detalla el método de Recocido Simulado que es el que se utiliza en esta tesis para resolver los problemas de optimización. La elección de tal método se debe a la facilidad de aplicación del mismo y su potencialidad para encontrar un óptimo global.

### 4.2.1. Método de Recocido Simulado

Un modo de evitar que la búsqueda de soluciones finalice en óptimos locales es permitir que algunos movimientos sean hacia soluciones peores. Pero si la búsqueda está avanzando realmente hacia una buena solución, estos movimientos de escape de óptimos locales deben realizarse de un modo controlado. En el método de Recocido Simulado esto se logra controlando la frecuencia de los movimientos de escape mediante una función que hace disminuir la probabilidad de estos movimientos hacia soluciones peores conforme avanza la búsqueda. Se aplica así la filosofía habitual de búsqueda de diversificar al principio e intensificar al final.

Recocido Simulado o *Simulated annealing* deriva su nombre de un proceso termodinámico de “*annealing*” o “recocido”, aplicado a los metales, que comprende el calentamiento del metal hasta una alta temperatura definida, el mantenimiento a esa temperatura por suficiente tiempo y luego el enfriamiento a velocidades mínimas, con el fin de mejorar sus propiedades físicas y mecánicas. Un esquema controlado de disminución de la temperatura evita defectos en el metal.

Análogamente, en la técnica de optimización, el algoritmo comienza con una solución inicial factible y genera a partir de ella una nueva solución en el entorno de la misma. Si la solución vecina es mejor que la actual, es decir disminuye el valor de la función objetivo  $F$ , se acepta automáticamente. Sino, aún existe la posibilidad de que dicha solución sustituya a la solución actual de acuerdo a un cierto criterio probabilístico  $e^{-\frac{\Delta}{T}}$  que depende de la diferencia entre la solución actual y la nueva ( $\Delta = F_{nueva} - F_{anterior}$ ) y del parámetro  $T$  conocido como temperatura (Metropolis et al., 1953).

A medida que el algoritmo avanza se va disminuyendo  $T$  de manera tal de disminuir la probabilidad de aceptar soluciones factibles que no produzcan una mejora en la función objetivo. El algoritmo acepta soluciones mucho peores que la actual al principio de la ejecución (exploración) pero no al final (explotación). Si la temperatura decrece muy lentamente, el proceso converge a la solución óptima.

En este algoritmo es necesario fijar: a) el valor inicial del parámetro de control  $T$ ; b) el mecanismo de enfriamiento (descenso constante de temperatura, descenso exponencial, esquema de Cauchy, criterio de Boltzmann); c) la velocidad de enfriamiento, es decir, decidir cuándo bajar la temperatura (máximo número de soluciones vecinas, máximo número de soluciones aceptadas, entre otras) y d) la condición de parada (número fijo de iteraciones,  $T < T_{final}$ , cantidad de soluciones no aceptadas, etc.). De cada una de estas elecciones depende el éxito del algoritmo y las mismas pueden requerir varios ajustes. Una revisión de los fundamentos del método y algunos puntos interesantes en la implementación del algoritmo pueden verse en el trabajo de Dowsland y Adenso Díaz (2003).

En la Figura 4.5 se detalla el algoritmo de aplicación del método de Recocido Simulado al diseño óptimo de redes que se describe en la sección siguiente. La implementación del mismo para resolver los problemas numéricos que se muestran en el siguiente capítulo fue realizada en el software Matlab (2007).

### **4.3. Algoritmo para el diseño óptimo de redes de transporte urbano**

El problema de diseño óptimo de redes de transporte formulado en la sección 3.7 consiste en buscar el mínimo de una función objetivo no convexa (3.69) que depende del resultado de un problema de asignación (3.70) que es función, a su vez, de las variables de diseño de dicha función objetivo. Asimismo la solución debe cumplir con las restricciones de diseño, de costo y ambientales impuestas (ecuaciones 3.71 a 3.74). En la Figura 4.4 se muestra el esquema general de la solución de tal problema.

Se determina primeramente el estado original de la red mediante los correspondientes modelos de asignación y de contaminación (Proceso A) para conocer los patrones de flujo, velocidad y contaminación actuales. A partir de allí se inicia un proceso de optimización (B) a través de la repetición, un cierto número de veces o hasta que se cumpla algún criterio

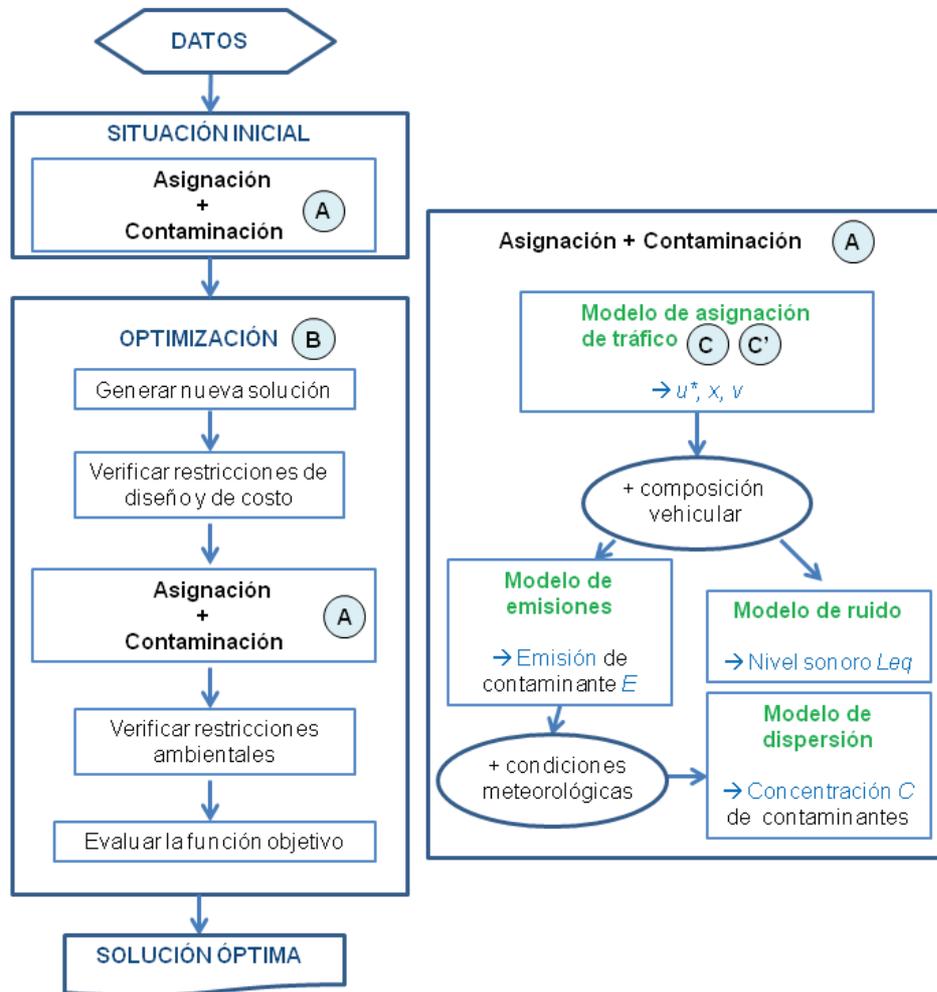


Figura 4.4: Diseño óptimo de redes de tráfico urbano

de parada, de algún algoritmo seleccionado para tal fin. La función de este algoritmo es buscar nuevas configuraciones y evaluarlas seleccionando aquellas que vayan disminuyendo el valor de la función objetivo.

Tanto la solución original como cada una de las soluciones factibles que se evalúan en el proceso de optimización requieren el cálculo del problema del asignación (Proceso C o C') detallado en las secciones 3.4 y 4.1.3, y a partir de los valores de flujo y velocidad en los arcos resultantes del mismo, la determinación de los niveles de los contaminantes

atmosféricos (4.1.3) y del nivel sonoro. Estos últimos valores se comparan con los límites establecidos para dichos parámetros en las restricciones impuestas.

En la Figura 4.5 se detalla el proceso de optimización mediante el método de Recocido Simulado. Primeramente se leen todos los datos de la red de tráfico, tales como la velocidad máxima de circulación, la capacidad y los parámetros de las funciones de tiempo de viaje de las calles de la ciudad. A continuación, se elige una solución inicial factible y con ella se calcula el valor de la función objetivo. Todos estos valores se almacenan como “nuevos” y “óptimos” y a partir de allí se inicia el proceso de optimización.

Se fija un valor inicial del parámetro de temperatura y se repite el proceso que se detalla a continuación hasta que se alcance el criterio de parada.

Para la cantidad de iteraciones que se establezca, se genera una nueva solución en el entorno de la solución anterior modificando ligeramente las variables de diseño y se verifica que tal solución, cumpla las restricciones de diseño y de costo. Si no las cumple se generan sucesivamente nuevas soluciones hasta que ambas condiciones se verifiquen. Luego, se corren los modelos de asignación de tráfico correspondientes al caso que se analiza y se transfieren a los programas de ruido y de contaminación atmosférica los valores obtenidos de flujo vehicular y de velocidad de circulación.

Se calcula la emisión y luego la concentración de contaminantes atmosféricos y el nivel de ruido urbano mediante los programas correspondientes y se evalúan las restricciones impuestas a los mismos. Si se superan los valores admisibles se vuelve a generar una nueva solución y se repite el proceso anterior hasta que esto no sea así.

Cuando la nueva solución cumple con todas las restricciones se calcula la nueva función objetivo y se compara con la anterior. Si la nueva solución es mejor que la anterior se acepta y se toma como “anterior” y “óptima”, si no es así se calcula la probabilidad de aceptación. Si se acepta, aunque sea peor, se toma como “anterior” y se verifica el número de repeticiones. Si dicho número de repeticiones no alcanza el valor prefijado, se continúa eligiendo una nueva configuración, sino, se disminuye el parámetro  $T$  y se inicia un nuevo ciclo de repeticiones.

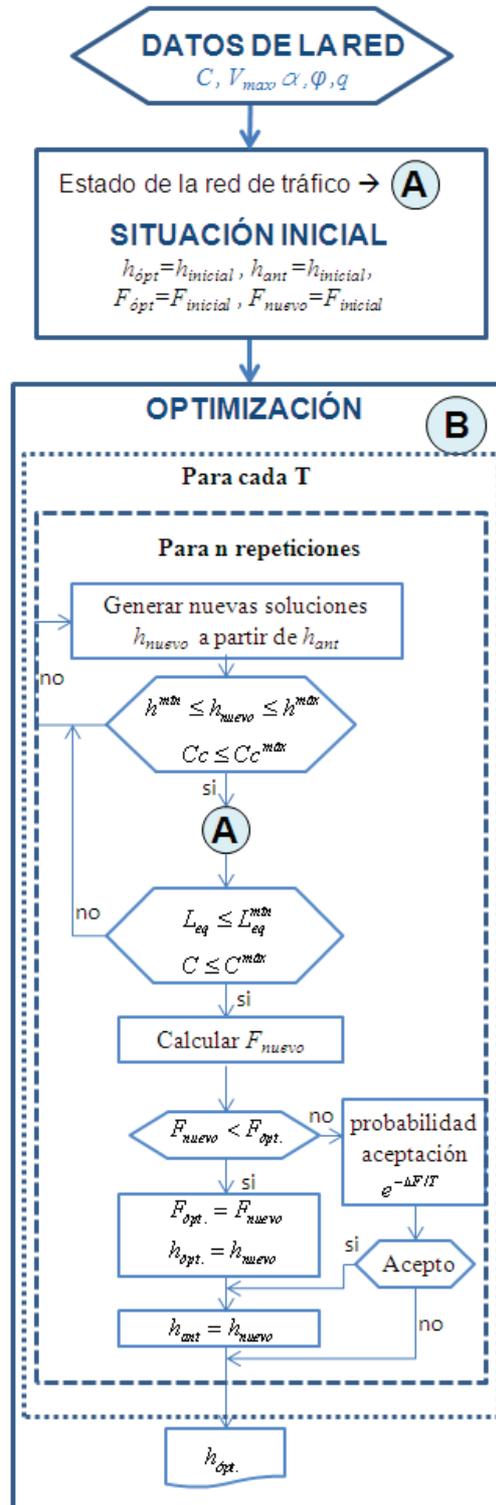


Figura 4.5: Algoritmo de Recocido Simulado para el diseño óptimo de redes de transporte urbano con restricciones de diseño, de costo y ambientales

Cuando se alcanza el criterio parada, la solución almacenada como “óptima” corresponde a la configuración buscada.

#### **4.4. Algoritmo para la estimación de la demanda de viajes**

El problema de estimación de la demanda de viajes se puede resolver, utilizando medición de flujos en los arcos, mediante el algoritmo presentado en la sección 3.8. En el mismo, se pretende minimizar la diferencia, de acuerdo al método de mínimos cuadrados, entre los valores de flujo medidos en diferentes puntos de la red y los estimados mediante un programa de asignación, mientras se mantiene la nueva demanda acotada entre ciertos límites, relacionados con datos previos. En este caso se utiliza el modelo de asignación desarrollado en el capítulo 3, adecuado a la cantidad de clases de usuarios y puntos de destino.

La minimización de la función objetivo se resuelve aplicando la técnica de Recocido Simulado implementada en Matlab (2007), programa desde el cual se llama al software FlexPDE (2010) para correr los programas seleccionados de asignación de tráfico (cuadro C). En la Figura 4.6 se muestra el diagrama de flujo correspondiente a tal programa de optimización.

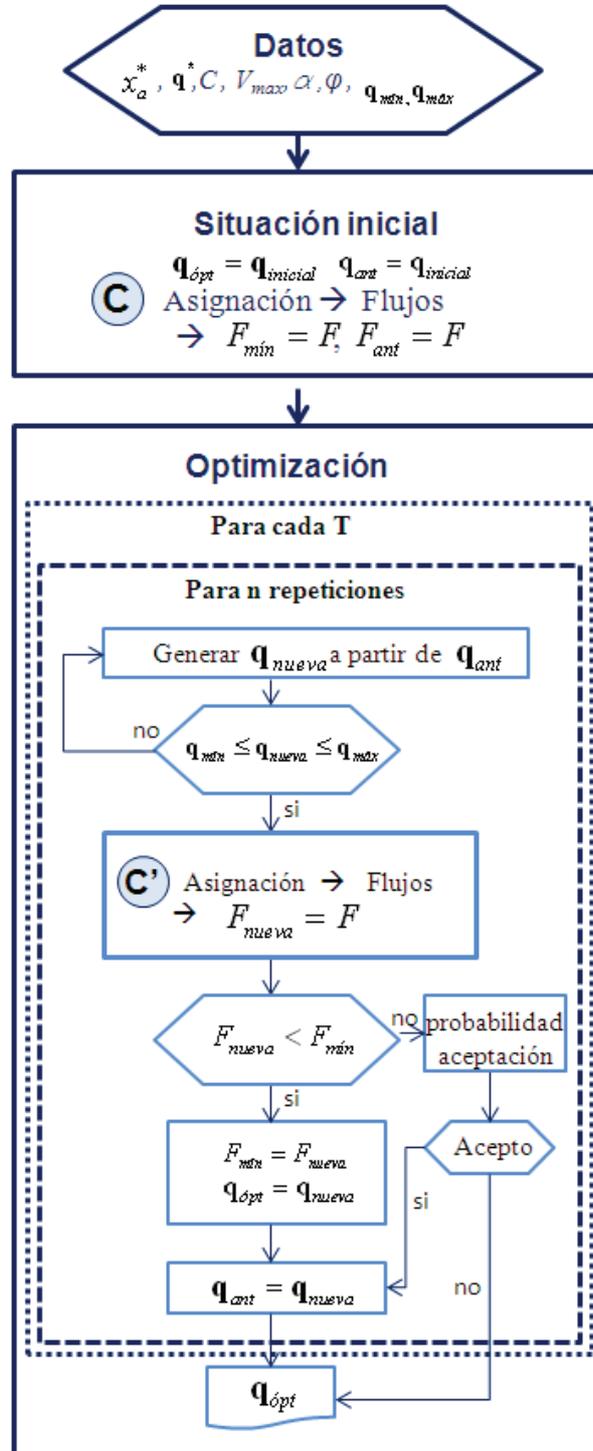


Figura 4.6: Algoritmo de estimación de la demanda de viajes



# Capítulo 5

## Validación del modelo de asignación de tráfico

En este capítulo se validan los modelos continuo y mixto continuo-discreto presentados en el capítulo 3 mediante ejemplos numéricos que permiten comparar los resultados obtenidos con los mismos y los calculados con los modelos clásicos publicados en la literatura, previa validación de la implementación del modelo continuo en el software FlexPDE.

### 5.1. Validación de la solución computacional del modelo continuo.

El modelo continuo de asignación de tráfico desarrollado en el capítulo 3 conduce a un sistema de ecuaciones diferenciales a derivadas parciales no lineales con sus correspondientes condiciones de contorno. Tales ecuaciones formuladas en coordenadas cartesianas y sobre un dominio de forma cualquiera, no tienen solución analítica, razón por la cual es necesario recurrir a métodos numéricos. De acuerdo a lo expuesto en el capítulo 4, existen programas que permiten resolver ecuaciones diferenciales sobre un

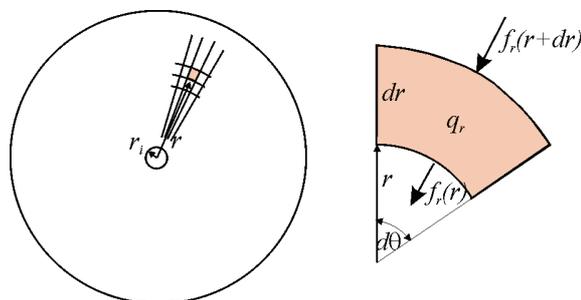


Figura 5.1: Elemento diferencial del modelo en coordenadas polares

dominio espacial, tal como FlexPDE (2010), que utiliza el método de Elementos Finitos para tal fin.

Es posible considerar, sin embargo, un problema particular de configuración de la red de tráfico, tal como el que corresponde al de una ciudad de forma circular, con simetría radial, donde los movimientos de los vehículos se realizan únicamente hacia un punto central sobre calles radiales. Este problema, conocido como “modelo de ciudad lineal” (Ho y Wong, 2006) puede ser considerado, a su vez, como un caso particular del modelo de ciudad circular donde existen movimientos radiales y circunferenciales, cuyos antecedentes pueden consultarse en el trabajo citado. Si bien este problema, en coordenadas cartesianas sigue siendo muy complejo, es posible tratarlo como un problema axisimétrico utilizando coordenadas polares y obtener una solución analítica. Entonces, este caso más sencillo permite la comparación de dicha solución analítica con la solución numérica del problema en coordenadas cartesianas.

Para realizar tal comparación, se analiza una ciudad circular de radio  $R$  en la cual se generan  $q_r$  viajes por hora y por unidad de superficie que se dirigen al centro  $O$  y se asume que no existe flujo en el borde externo, es decir  $f_r = 0$  en  $r = R$ . De manera similar a las consideraciones básicas enunciadas en el capítulo 3, la ciudad se divide en  $M$  celdas de área  $L_r L_\theta$  con calles radiales de longitud  $l_r$ . El punto de destino se define mediante un pequeño círculo de radio  $r_i$  que representa adecuadamente la realidad si se piensa que en una ciudad, el centro no es un punto determinado sino un área que abarca una cierta cantidad de cuadras.

De la aplicación del principio de conservación de flujo en un área diferencial (Figura 5.1) se obtiene la siguiente ecuación:

$$-\frac{d(r f_r)}{dr} + q_r r = 0 \quad (5.1)$$

Integrando y aplicando la condición de contorno enunciada se obtiene la expresión que permite calcular el flujo vehicular por unidad de longitud:

$$f_r = \frac{q_r}{2} \left( \frac{r^2 - R^2}{r} \right) \quad (5.2)$$

Por otra parte, de acuerdo a la ecuación 3.27, pero especificando para este sistema de coordenadas, el flujo queda definido por:

$$f_r = -k_r \frac{du}{dr} \quad (5.3)$$

donde en cada celda  $m$ :

$$k_r = \sum_{a \in m} \frac{x_r}{t_r} \frac{l_r^2 \cos^2 \gamma_r}{L_r L_\theta} \quad (5.4)$$

Asumiendo que todas las calles tienen las mismas características y teniendo en cuenta que, en el modelo axisimétrico  $\gamma_r = \pi$ , la expresión anterior queda de la siguiente forma:

$$k_r = n^2 \frac{x_r}{t_r} \frac{l_r^2}{L_r L_\theta} \quad (5.5)$$

donde  $n^2$  es la cantidad de arcos en la celda  $m$ .

Igualando 5.2 y 5.3:

$$-n^2 \frac{x_r}{t_r} \frac{l_r^2}{L_r L_\theta} \frac{du}{dr} = \frac{q_r}{2} \left( \frac{r^2 - R^2}{r} \right) \quad (5.6)$$

Por otra parte, a partir de la expresión empírica BPR (2.2), es posible obtener el flujo en el arco en función del tiempo de viaje en el mismo:

$$x_r = \left( \frac{C^\varphi (t_r - t_{r0})}{\alpha t_{r0}} \right)^{\frac{1}{\varphi}} \quad (5.7)$$

donde el tiempo de recorrido  $t_r$  se calcula mediante la ecuación 3.12 que para el problema axisimétrico toma la forma:

$$t_r = \frac{du}{dr} l_r \quad (5.8)$$

Introduciendo 5.8 en 5.7 y luego este resultado en 5.6 e integrando se puede obtener la expresión analítica del tiempo de viaje desde una distancia  $r$  hasta el centro en la forma:

$$u(r) = \int_{r_i}^r \left( -\frac{q L_r L_\theta r^2 - R^2}{2 l_r n^2 r} \right)^\varphi \frac{\alpha t_{r0}}{l_r C^\varphi} + \frac{t_{r0}}{l_r} dr \quad (5.9)$$

Luego, la integral puede aproximarse utilizando, por ejemplo, la fórmula de Simpson.

Por otra parte, la solución de Elementos Finitos del problema continuo de asignación en coordenadas cartesianas se calcula usando el software FlexPDE de acuerdo a lo expuesto en la sección 4.1.2.

Para comparar resultados numéricos, se estudia una ciudad circular de radio  $R = 10$  km en la cual se generan 80 viajes/h/km<sup>2</sup>. Se asumen una distribución de calles homogéneas en la superficie de la misma con capacidad  $C = 400$  vehículos/hora y velocidad máxima de circulación permitida de 60 km/h. Se adopta  $t_r = t_{r0} \left( 1 + 0,15 (x_r/C)^4 \right)$  como función de tiempo de viaje en los arcos.

A continuación se muestran los gráficos del tiempo de viaje  $u(r)$  obtenidos con la solución analítica (u.an) y la que resulta del modelo de Elementos Finitos en coordenadas cartesianas (u.xy), y luego, en la Figura 5.3 los correspondientes tiempos de recorrido del arco. Como se puede apreciar, la correspondencia entre ambas soluciones es muy buena, lo que pone de manifiesto la adecuada precisión de la solución numérica.

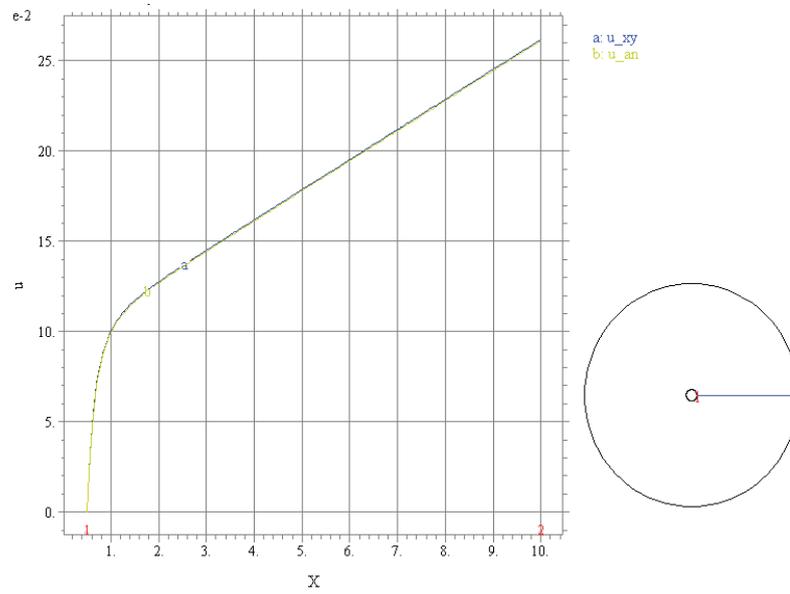


Figura 5.2: Validación del modelo continuo. Tiempo de viaje hasta el centro.

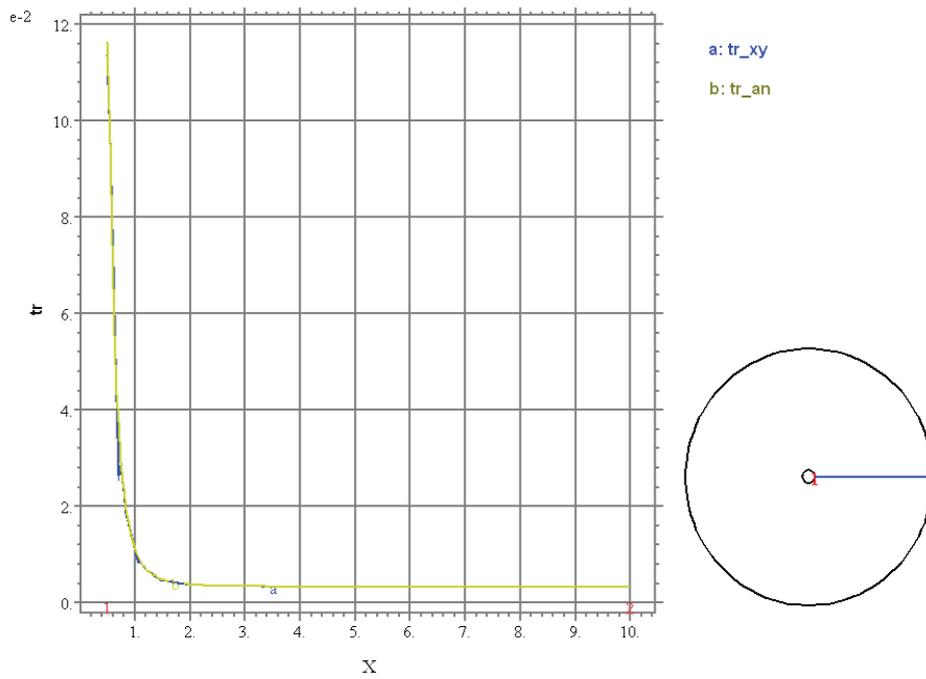


Figura 5.3: Validación del modelo continuo. Tiempo de recorrido del arco.

A continuación se valida el modelo continuo espacial desarrollado en el capítulo 3 comparándolo con el modelo discreto tradicional de equilibrio de usuario descrito en la sección 2.3 del capítulo 2.

## 5.2. Comparación entre el nuevo modelo continuo y el modelo discreto tradicional

Para validar el modelo continuo desarrollado en el capítulo 3, se comparan los resultados obtenidos mediante el mismo y los correspondientes al modelo discreto clásico de equilibrio de usuario descrito en la sección 2.3. Para ello, se estudia una ciudad de aproximadamente 240 km<sup>2</sup> delimitada por un borde externo  $\Gamma_0$  a través del cual no ingresan ni egresan vehículos. Se considera que los viajes se generan de manera uniforme en el dominio. Se asume que las calles de la ciudad son perpendiculares entre sí con cuadras de 100 m de longitud entre intersecciones y que por cada calle en determinada dirección y sentido existe otra calle en igual dirección y sentido contrario. A partir de esta situación real, se elaboran los dos modelos que se pretenden comparar y que permiten obtener el patrón de flujos vehiculares y los tiempos de viaje entre puntos de origen y destino de acuerdo al equilibrio de usuario.

Para elaborar el modelo continuo se adoptan celdas de 0,8 x 0,8 km<sup>2</sup>, por lo cual, teniendo en cuenta la distribución uniforme de calles y cuadras, en la determinación de los coeficientes  $k_x$ ,  $k_y$  y  $k_{xy}$ , se suman 16 arcos en cada dirección, en cada celda, con sus correspondientes capacidades reales. La longitud de cálculo de dichos arcos es  $l_a = 200$  m y se considera que la dirección de las calles coincide con los ejes coordenados  $x$  e  $y$ , de manera que  $\gamma_a = 0^\circ, 90^\circ, 180^\circ$  ó  $270^\circ$ .

En el modelo discreto tradicional la red de tránsito de la ciudad se define con un conjunto de 240 nodos y 886 enlaces de 1 km de longitud cada uno. Estos enlaces representan un conjunto de 10 calles paralelas de la ciudad, la mitad de las cuales van en un sentido y la otra mitad en otro, por lo cual, estos arcos se consideran de doble circulación. Asimismo,

la capacidad de cada arco es la suma de las capacidades de las calles consideradas. Esta red discreta se muestra en la Figura 5.4.

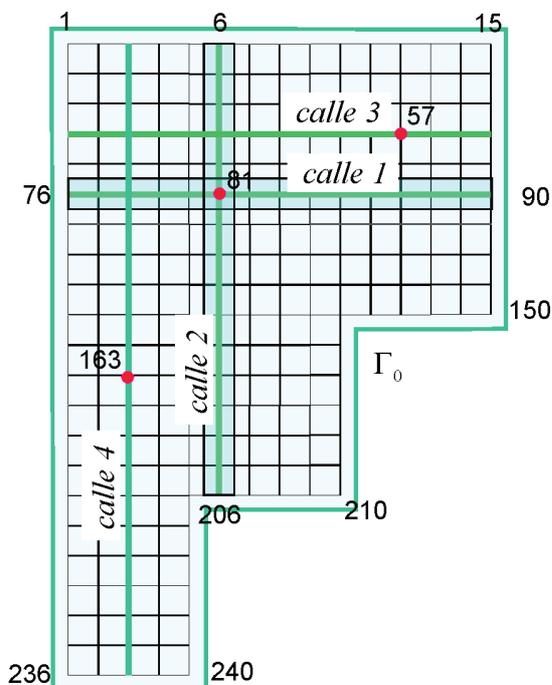


Figura 5.4: Validación del modelo continuo. Red de tráfico.

Se comparan ambos modelos en tres situaciones diferentes:

- a) **Modelo isótropo con un único destino.** Todos los viajes que se generan en la ciudad, de acuerdo a una distribución uniforme de demanda  $q = 300$  veh/h/km<sup>2</sup>, se dirigen hacia un solo centro, el nodo 81. Las características de las calles son iguales en las dos direcciones y sentidos. La velocidad máxima de circulación se fija en 60 km/h y se adopta una capacidad  $C_a = 600$  veh/h en cada calle, que para el modelo discreto se traduce en 3000 veh/h por arco. Para la determinación del tiempo de viaje se utiliza la función BPR (ecuación 3.14) con  $\alpha_a = 0,15$  y  $\varphi_a = 2$ .
- b) **Modelo ortótropo con un único destino.** Todos los datos son iguales a los del caso a), menos la capacidad de las calles 1 y 2 en dirección al centro en las cuales se asume que la misma es 40 % mayor que en el resto de las calles debido a la presencia de avenidas.

c) **Modelo isótropo con dos destinos.** Todos los datos son iguales a los del caso a) pero ahora, la mitad de los viajes generados en la ciudad tienen como destino el nodo 57 y la otra mitad el nodo 163.

Resolver el problema de asignación de tráfico, es decir obtener el flujo horario en cada calle, siguiendo el enfoque discreto, corresponde a resolver el problema de optimización descrito en la sección 2.3 del capítulo 2, para lo cual se aplica el clásico método de Frank-Wolfe detallado en la sección A.3.1 del apéndice. La condición de finalización se establece de acuerdo a A.16 para un error máximo  $\kappa = 10^{-3}$ . Para esta validación el algoritmo se implementa en Matlab Versión 7.5.0.342 (R 2007b).

El sistema continuo se resuelve utilizando el software FlexPDE (2010) de acuerdo a lo expuesto en la sección 4.1.3. Las condiciones de borde adoptadas en este caso son  $u^s(x_s, y_s) = 0$  en cada punto de destino y  $f_x^s n_x + f_y^s n_y = 0$  en el contorno de la ciudad. Se adopta como criterio de parada del algoritmo que la diferencia entre la suma de las integrales para ambos centros  $\sum_s \int_{\Omega} u^s d\Omega$ , en dos iteraciones sucesivas sea menor que 0,01.

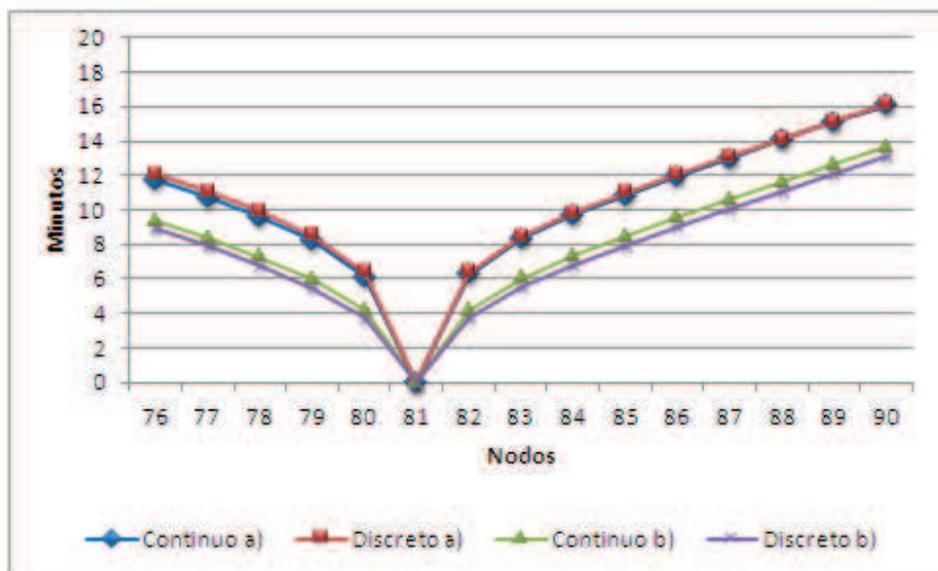


Figura 5.5: Tiempo de viaje hasta el centro casos a) y b) en la calle 1.

En las figuras 5.5 a 5.14 se muestran algunos resultados obtenidos para los 3 casos estudiados.

En la Figura 5.5 se puede ver, para los casos a) y b), el tiempo total de recorrido desde cada nodo hasta el centro (nodo 81) en la calle 1. En el caso a) la diferencia promedio es de 1,8% y en el caso b) de 6,7%.

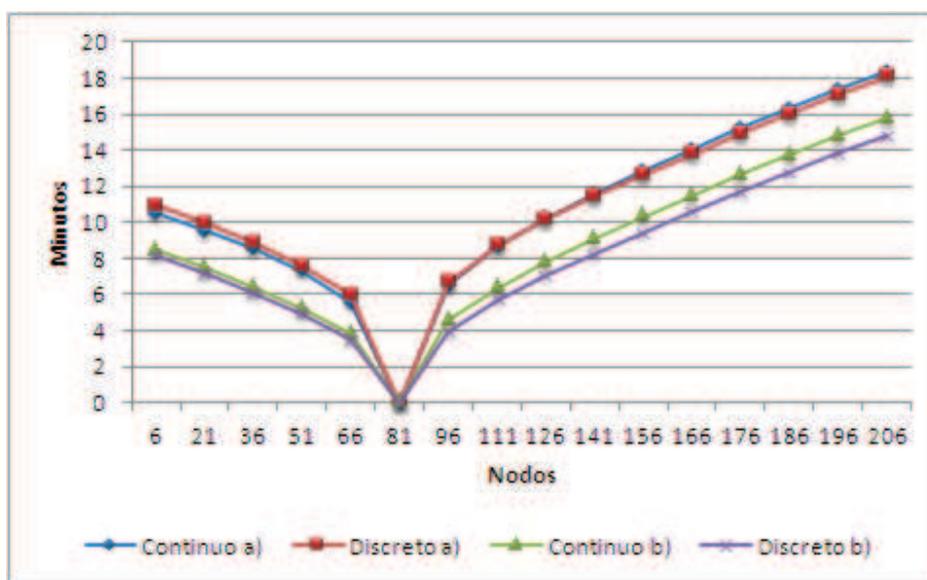


Figura 5.6: Tiempo de viaje hasta el centro casos a) y b) en la calle 2.

En la Figura 5.6, se muestra lo mismo para la calle 2, siendo en este caso las diferencias 2,5% y 7,5%. Como se puede apreciar, las diferencias son menores en el caso de isotropía. En las Figuras 5.7 y 5.8 se muestran los tiempos de viaje desde cada nodo de las calles 3 y 4 hasta los centros 57 y 163 para el caso c). En la calle 3, las diferencias promedio en los tiempos de viaje hacia los centros 57 y 163 son 1,4% y 4,1% respectivamente, mientras que en la calle 4 dichas diferencias son 0,57% y 12,4% respectivamente. Este último valor está determinado fundamentalmente por los valores de los nodos más cercanos al centro.

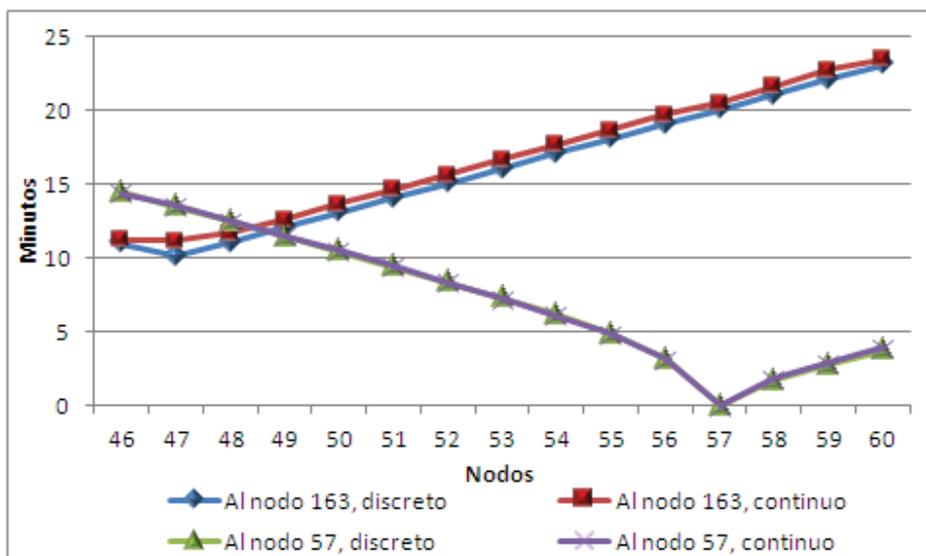


Figura 5.7: Tiempo de viaje hasta los nodos 57 y 163 en la calle 3. Caso c).

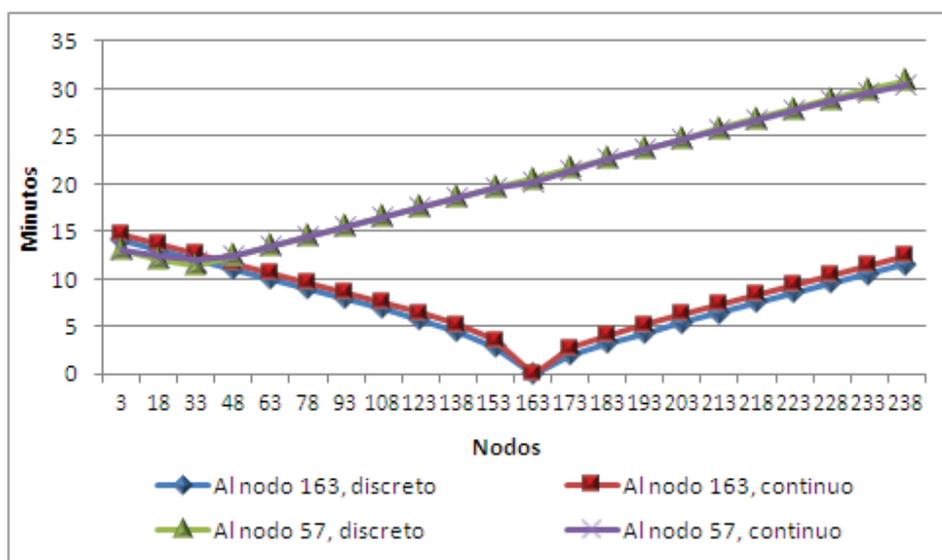


Figura 5.8: Tiempo de viaje hasta los nodos 57 y 163 en la calle 4. Caso c).

En las Figuras 5.9 y 5.10 se muestra el tiempo de recorrido en minutos, de cada tramo de las calles 1 y 2 respectivamente, para los casos a) y b). En ambas calles, la diferencia promedio entre los valores calculados mediante el enfoque continuo y el discreto es de

3,8 %. En la figura 5.11 se muestra también el tiempo de recorrido de los arcos de la calle 3. En este caso, la diferencia es de 1,6 % en promedio.

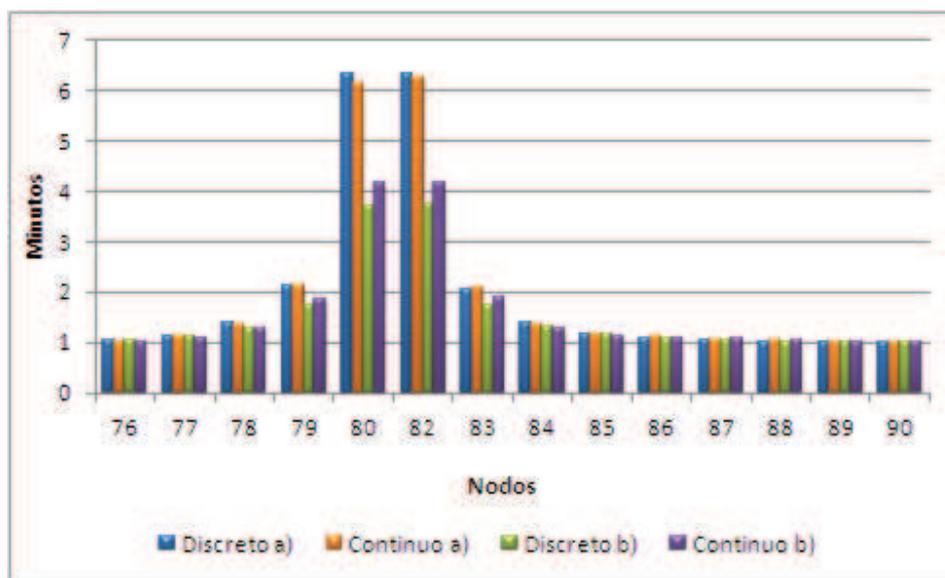


Figura 5.9: Tiempo de viaje en los tramos de la calle 1. Casos a) y b).

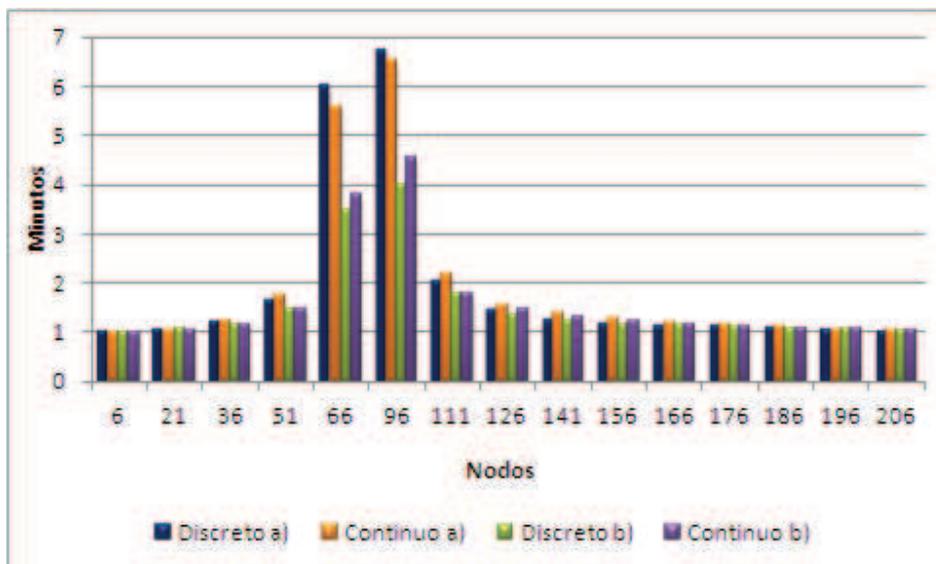


Figura 5.10: Tiempo de viaje en los tramos de la calle 2. Casos a) y b).

En estos gráficos el número del nodo que figura en el eje horizontal corresponde al nodo origen de cada tramo. Como se puede apreciar, la correspondencia entre ambos métodos es muy buena.

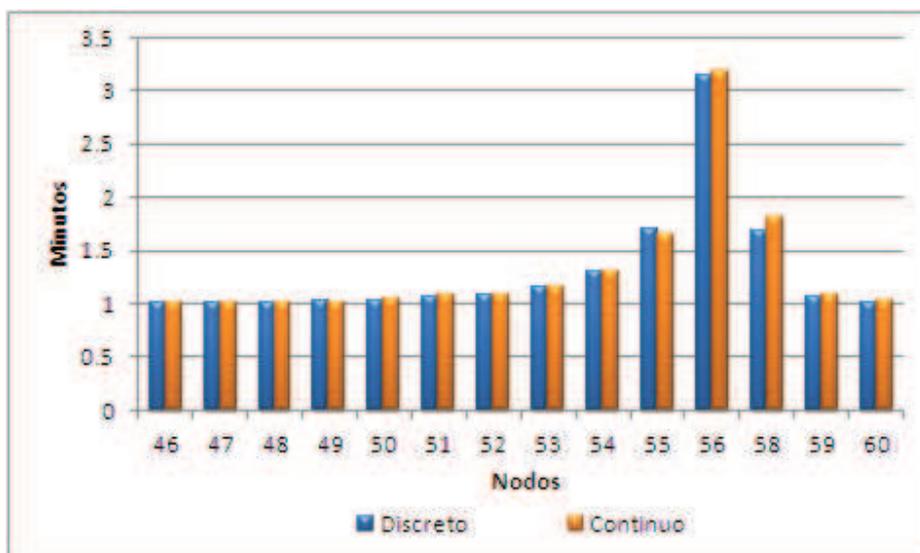


Figura 5.11: Tiempo de viaje en los tramos de la calle 3. Caso c).

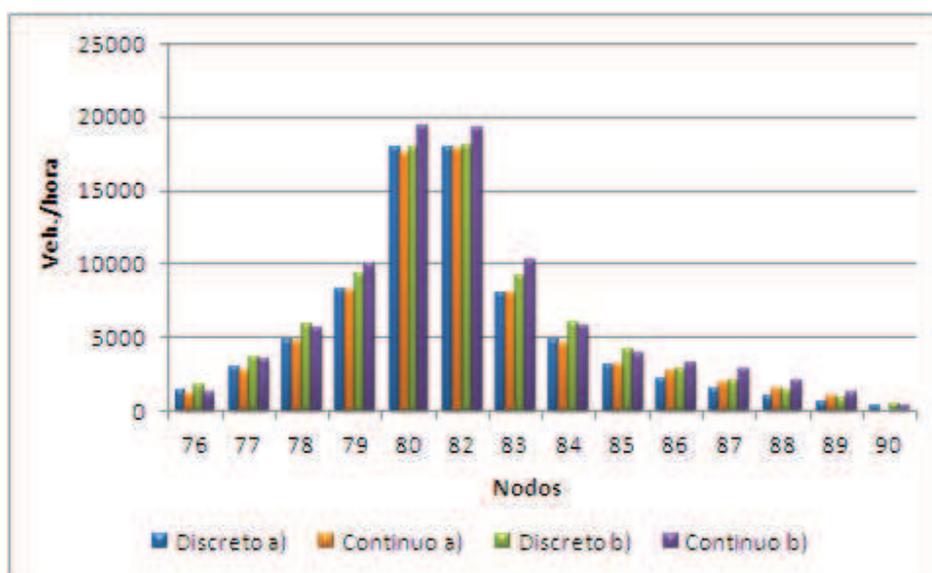


Figura 5.12: Flujo vehicular en los tramos de la calle 1. Casos a) y b).

En las Figuras 5.12 y 5.13 se puede observar la concordancia entre los valores de flujo en los tramos de las calles 1 y 2 calculados por ambos modelos para los casos a) y b). En los tramos de la calle 1, la diferencia promedio es de 8,2 %. Si se consideran los 4 puntos de mayor flujo, esta diferencia se mantiene por debajo del 1 %. En la calle 2, la diferencia promedio es de 9,5 %.

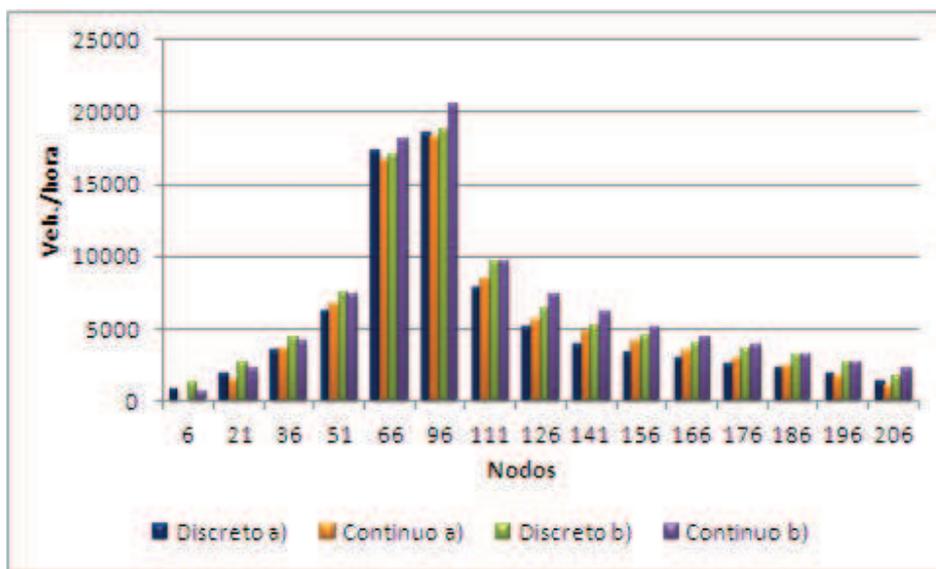


Figura 5.13: Flujo vehicular en los tramos de la calle 2. Casos a) y b).

Por último, en la Figura 5.14 se muestra el flujo en la calle 3 para el caso c), donde la diferencia promedio es de 14,7 % y en los 4 tramos más transitados de 3,7 %.

El tiempo de cálculo requerido para resolver el problema del modelo isótropo con un solo centro (caso a) mediante el modelo discreto tradicional fue de 1,7 horas, mientras que la solución empleando el modelo continuo requiere solamente 6 segundos manteniendo la configuración por defecto del programa en cuanto a cantidad de iteraciones (Newton=50). En el caso b) la solución con el modelo discreto tradicional tarda 1,5 horas mientras que la solución del modelo continuo requiere 7 segundos. Finalmente, en el caso c), el modelo discreto requiere 1,3 horas y el continuo 72 segundos.

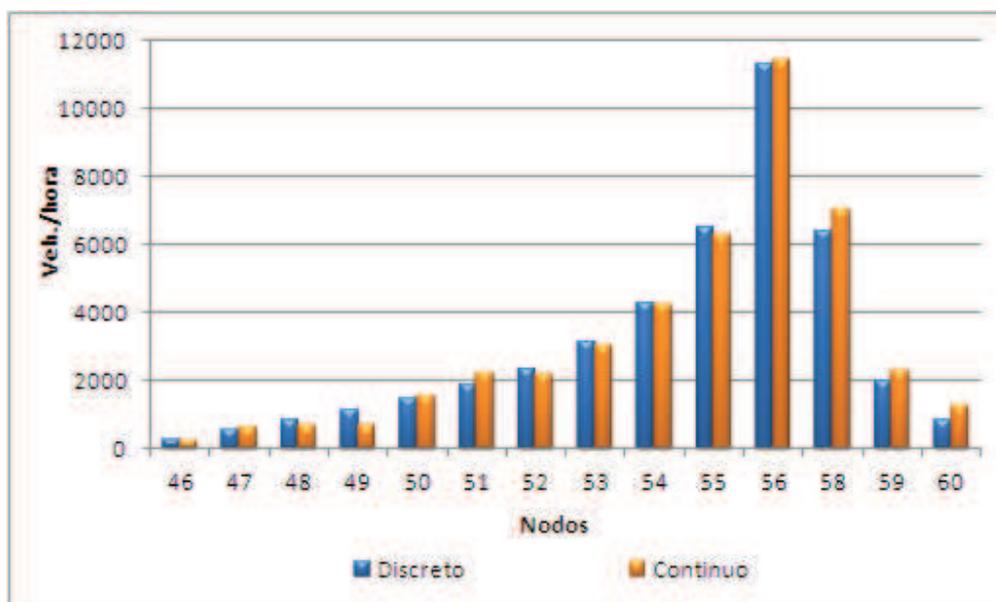


Figura 5.14: Flujo vehicular en los tramos de la calle 3. Caso c).

Como se puede apreciar, el tiempo de cálculo en los casos b) y c) en el modelo discreto es menor que el que requiere el caso a). A primera vista esto resulta contradictorio, ya que es conocido (Sheffi, 1984) que dicho tiempo aumenta de manera exponencial tanto con la cantidad de nodos como con la cantidad de pares origen-destino, pero en este caso, la congestión del caso a) es mucho mayor que la de los casos b) y c) y el algoritmo de Frank-Wolf es muy lento en la convergencia en redes muy congestionadas (Bar-Gera y Boyce, 2003). En el caso a) la gran congestión se produce pues todos los viajes tienen el mismo destino y a ese nodo llegan solamente 4 arcos. En el caso b), al aumentar la capacidad de dichos arcos, la congestión se alivia. Por otro lado, en el caso c) al dividir la demanda hacia dos destinos, los tramos finales llevan la mitad del flujo del caso a). Se realizó otra prueba para observar la influencia de la congestión en el tiempo de cálculo bajando la demanda a la mitad y en este caso la resolución del modelo discreto para el caso a) se obtuvo en 26 minutos y para el caso b) en 10 minutos.

Si bien el tiempo de cálculo no es un parámetro totalmente objetivo ya que puede variar utilizando diferentes equipos y programas, sirve a los efectos de comparar, fundamentalmente, el comportamiento de los modelos en relación a la estructura de la

red. En estos casos se ve que la misma influye considerablemente en el tiempo de cálculo utilizando el clásico enfoque discreto, mientras que no es determinante en el enfoque continuo como se puede apreciar en la solución de los casos a) y b) donde el tiempo de cálculo para ambos casos difiere solamente en 1 segundo.

En el enfoque continuo, la discretización necesaria en el método de Elementos Finitos depende de detalles de heterogeneidad de las características urbanas y en general de la existencia o no de variaciones bruscas de la función potencial  $u$ . Es decir que tal discretización es independiente de la real estructura discreta de la red. Entonces la cantidad de nodos en general no precisa aumentar de forma significativa con el tamaño de la ciudad y en consecuencia el tiempo de cálculo no varía sustancialmente. Sí se incrementa dicho tiempo con la adición de puntos de destino ya que para más de un destino se requiere un proceso iterativo donde cada paso implica resolver tantos problemas como centros activos existen.

Otros ejemplos para validar el modelo continuo, tal como el que se muestra a continuación para el problema de demanda variable, pueden consultarse en Cortínez y Dominguez (2013).

En este caso se analiza un dominio espacial de  $2,9 \times 2,9 \text{ km}^2$ . La red discreta se compone de 900 nodos y 1740 enlaces de 100 metros de longitud cada uno, formando calles perpendiculares entre sí con un solo sentido de circulación tal como se puede ver en la Figura 5.15.

Sobre esta red se estudia un modelo isótropo multidespino con demanda variable. La demanda que se genera hacia cada centro depende del tiempo de viaje, de la demanda potencial y de un parámetro  $\xi$  que refleja la naturaleza elástica de dicha demanda. Hacia los centros 1 y 2 las funciones de demanda correspondientes son  $q_1 = 375e^{-\xi u_1}$  y  $q_2 = 375e^{-\xi u_2}$  respectivamente, con  $\xi = 0,5$ . Se adoptan además los siguientes valores para el cálculo: velocidad máxima 60 km/h, 600 veh/h de capacidad de las calles,  $\alpha = 0,15$ ,  $\varphi = 2$  y  $x_R = 0$ .

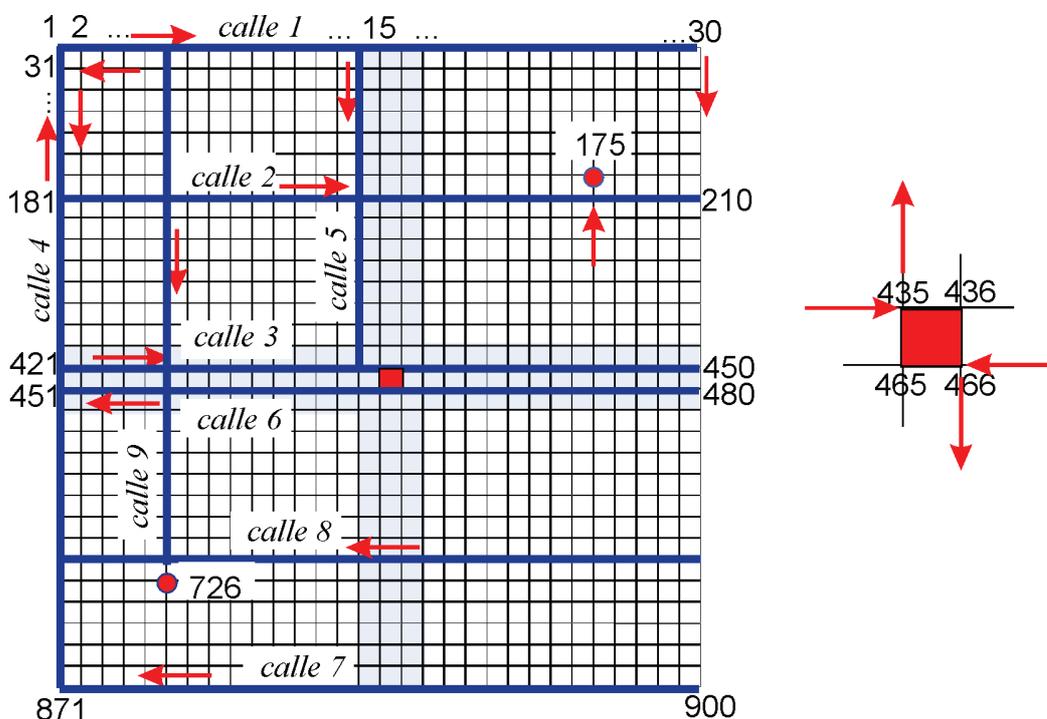


Figura 5.15: Esquema de calles y numeración de nodos de la red discreta

Para la formulación del modelo continuo se adoptan celdas de 2x2 cuadradas (considerando para cada dirección 1 calle en cada sentido). Es importante mencionar que este caso está muy idealizado, ya que (para el enfoque discreto) se supone contar con información suficientemente precisa sobre la generación de viajes en cada esquina. Por otra parte, los centros de destino se suponen adecuadamente representados por una región muy pequeña (uno a cuatro nodos), es decir de un tamaño de no más que cuatro manzanas. Se trata de una zona urbana muy pequeña en general para formular un problema de asignación real. Sin embargo, tal ejemplo resulta muy útil para analizar la precisión del presente modelo continuo con respecto al clásico enfoque discreto, sobre todo considerando que para redes más densas, el método continuo tiende a dar aún mejores resultados ya que se cumplen mejor las hipótesis del modelo.

En la figura 5.16 se compara la demanda de viajes generada en puntos de la diagonal NE-SO hacia el destino 1 obtenida mediante el enfoque tradicional y el nuevo modelo

continuo. La diferencia promedio entre los valores obtenidos por dichos enfoques es de apenas 0,12 % .

En la figura 5.17 se muestra el tiempo de viaje en los arcos de la calle 9, calculado por ambos enfoques. En este caso la diferencia promedio es de 4,1 %.

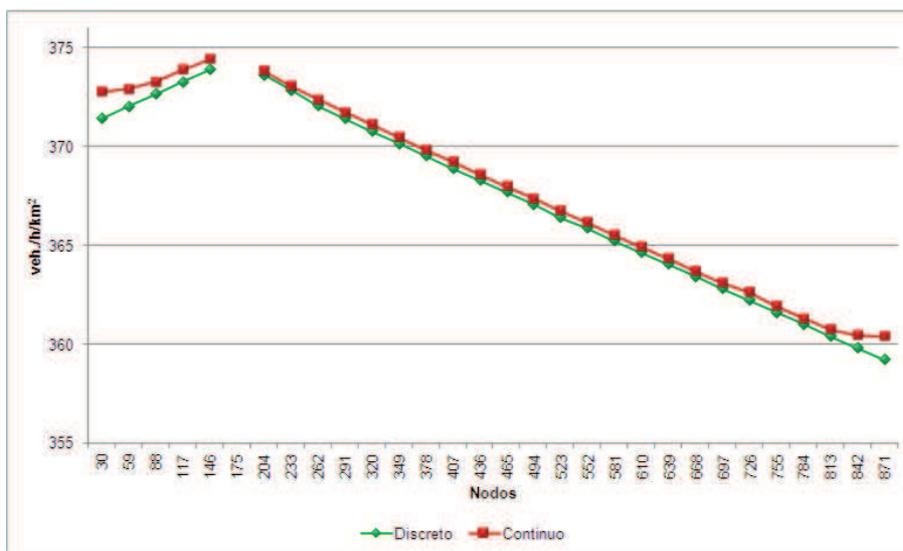


Figura 5.16: Demanda en puntos de la diagonal SO-NE

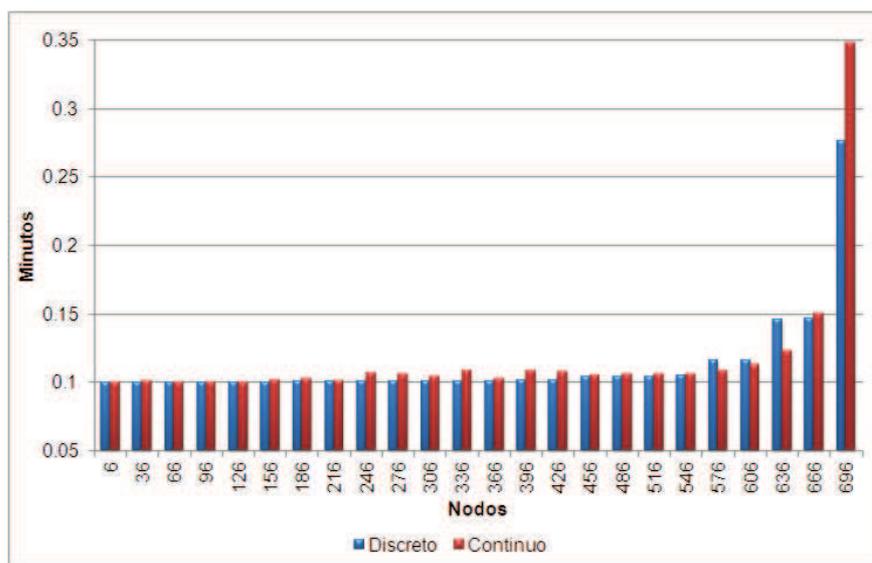


Figura 5.17: Tiempo de recorrido de arcos de la calle 9

### 5.3. Modelo continuo-discreto

A continuación se valida el método propuesto en la sección 4.1.3 del capítulo 4 para resolver en forma conjunta el problema mixto continuo-discreto, mediante la comparación de los resultados obtenidos con dicho método y los calculados utilizando un método de punto fijo.

El algoritmo del método de punto fijo se detalla en la sección A.4 y más detalles pueden consultarse en el trabajo de Dominguez y Cortínez (2011a). Básicamente, este método consiste en minimizar la diferencia de tiempos de viaje hasta el destino, calculados para el sistema continuo y el discreto, en los puntos de encuentro de ambos sistemas, de acuerdo al primer principio de Wardrop (1952).

El modelo continuo se resuelve por el método de Elementos Finitos y el modelo discreto por el método de Frank y Wolfe (1956). La solución del problema continuo, proporciona al problema discreto, la demanda de viajes en los puntos de encuentro (accesos a las autopistas en el ejemplo que sigue), en función de los tiempos mínimos de viaje. A su vez, cuando se resuelve el modelo discreto, se determinan los tiempos de viaje en dichos puntos, que pasan como condiciones de borde al modelo continuo. Se itera entre los dos modelos hasta lograr la convergencia.

El método propuesto para la comparación fue utilizado anteriormente por Wong et al. (2003b). Estos autores utilizan para resolver el problema continuo un modelo diferente, donde la variable es el flujo vehicular horario en vez del tiempo de viaje hasta el destino.

Para realizar la comparación se modela una ciudad tal como la que se muestra en la Figura 5.18 de 600 km<sup>2</sup> de superficie aproximadamente, donde todos los viajes se dirigen al centro "O". Se considera que en ese punto el tiempo de viaje es nulo y que no existe intercambio de viajes en los bordes de la ciudad.

La ciudad se divide en 4 zonas tal como se muestra en la Figura 5.19 en las cuales se generan diferentes demandas de viajes: 100, 80, 130 y 70 veh/h/km<sup>2</sup> en las zonas 1, 2, 3 y 4 respectivamente.

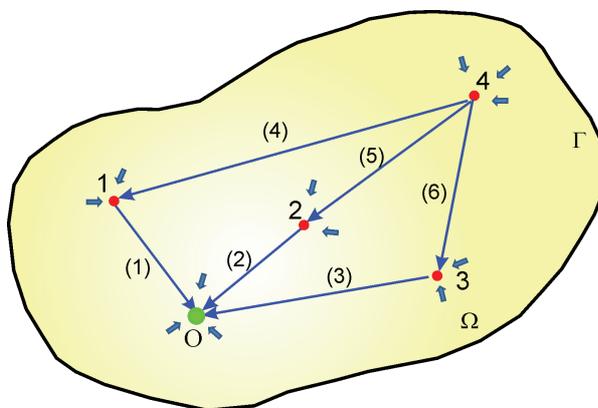


Figura 5.18: Red de tráfico con autopistas. Enfoque mixto continuo-discreto.

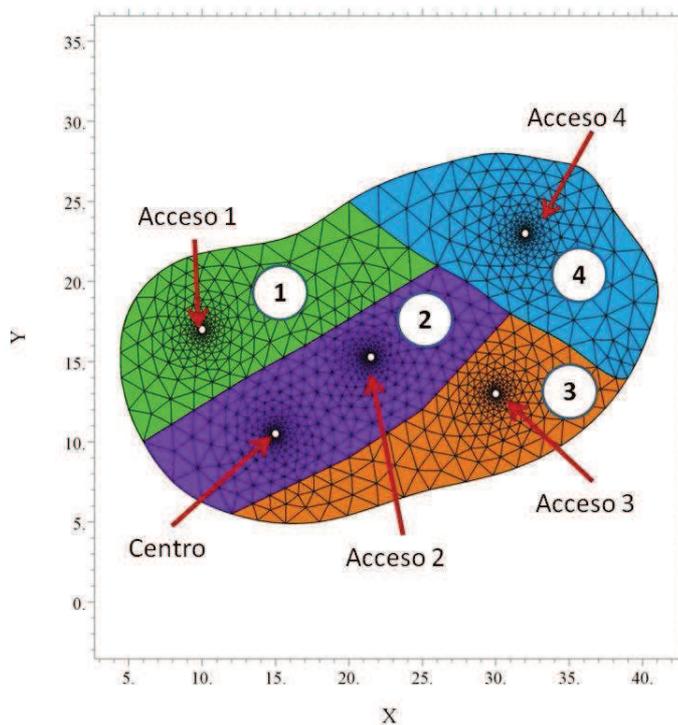


Figura 5.19: Zonas de la ciudad. Malla de elementos finitos.

En el sistema discreto (autopistas) se adopta como función de tiempo de viaje  $t_l = t_{l_0} \left(1 + 0,85 (x_l/C_l)^5\right)$  y en las calles del sistema continuo  $t_a = t_{a_0} \left(1 + 0,15 (x_a/C_a)^4\right)$ . El tiempo a flujo libre en las autopistas,  $t_{l_0}$ , se calcula para una velocidad máxima de 100 km/h y en las calles,  $t_{a_0}$ , para una velocidad máxima de 60 km/h. La capacidad  $C_l$  de

los tramos 1, 2 y 3 de autopistas se fija en 10000 veh/h y en los tramos 4, 5 y 6 en 6000 veh/h. La capacidad de las calles  $C_a$  es de 600 veh/h.

En las Figuras 5.20 y 5.21 se muestran, respectivamente, el tiempo de recorrido de cada tramo de las autopistas y el flujo de vehículos en los mismos. La diferencia promedio de los tiempos de recorrido de los arcos obtenidos por ambos métodos es de 2,7% y la correspondiente a los flujos horarios de 4%. En este último caso, la diferencia promedio en los arcos de mayor flujo (1, 2 y 3) tal diferencia es de 1,7%. Como se puede apreciar la correspondencia es muy buena.

Las ventajas de la resolución conjunta es que todo el algoritmo se implementa en el mismo software comercial FlexPDE (2010) y que el tiempo de cálculo es menor, al menos en esta comparación. Para la configuración por defecto de FlexPDE (2010) (Newton=50) el tiempo de cálculo con el nuevo enfoque es de 26 segundos mientras que utilizando el algoritmo iterativo entre el discreto tradicional y el continuo el tiempo de cálculo requerido es de 2,36 minutos usando solamente 5 iteraciones de Newton y 18 iteraciones entre continuo y discreto. Este tiempo aumenta considerablemente en el último caso si se deja la configuración por defecto de FlexPDE (2010).

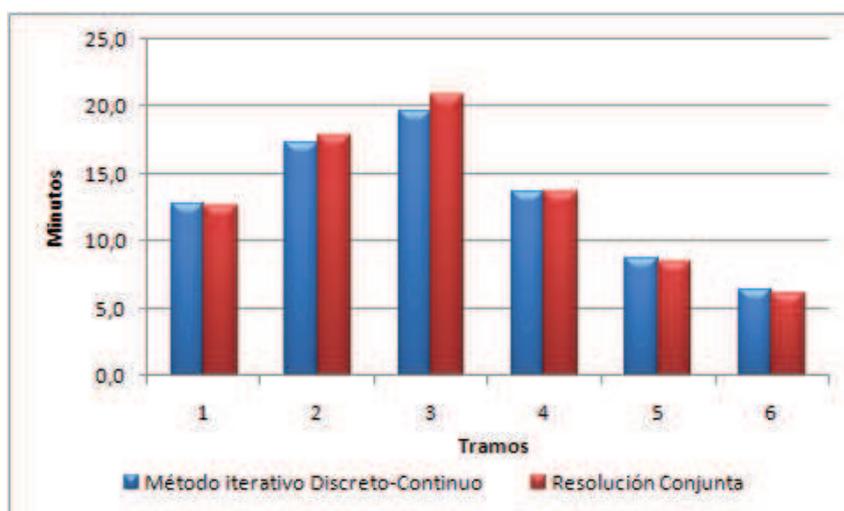


Figura 5.20: Tiempo de viaje en los tramos de autopistas.

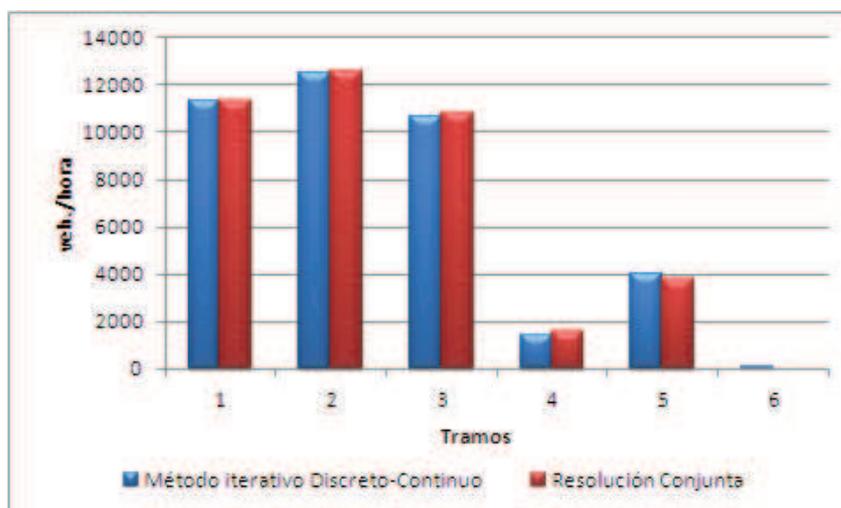


Figura 5.21: Flujo vehicular en los tramos de autopistas.

Como es natural, una mayor precisión en el cálculo requiere más tiempo de ejecución, razón por la cual es necesario acordar soluciones entre estos dos requerimientos. Por ejemplo, en este caso, bajar la cantidad de iteraciones a 10 reduce el tiempo de cálculo a 6,6 segundos, es decir casi 4 veces menos que con los valores por defecto, mientras que las diferencias en los flujos de las autopistas se mantienen por debajo del 1,5%. En este caso, evidentemente, es conveniente dicha modificación.

En este capítulo se compararon los resultados obtenidos con el nuevo modelo continuo espacial desarrollado en esta tesis y los correspondientes a la solución analítica, existente para el caso muy sencillo de una ciudad radial, que permitió verificar la adecuada precisión de la solución de FlexPDE (2010). Luego, se compararon los resultados obtenidos mediante el nuevo modelo y los calculados con un modelo clásico discreto resuelto con el tradicional método de Frank y Wolfe (1956), obteniéndose asimismo muy buena concordancia entre ambos. En los casos presentados, el error cometido en el cálculo de los tiempos de viaje entre puntos de origen y destino realizado con el nuevo enfoque continuo, con respecto al enfoque discreto, es del orden del 5% en promedio, y el correspondiente al tiempo de recorrido de un arco algo menor. Con respecto al flujo en los arcos, el error de los valores obtenidos con el nuevo modelo es del orden del 9% en promedio. Cabe destacar, asimismo,

que si se consideran solamente los flujos más significativos, este error se reduce al 3 %. Los resultados obtenidos permitieron verificar la validez del modelo propuesto. Finalmente, se comparó el modelo continuo-discreto calculado completamente con Elementos Finitos con un método diferente propuesto por Wong et al. (2003b) que combinan el método de Frank y Wolfe (1956) con Elementos Finitos, obteniéndose también muy buenos resultados.

En todos los casos analizados, el tiempo de cálculo empleado utilizando los nuevos modelos es significativamente menor que el correspondiente a los modelos clásicos.

En el próximo capítulo se aplican estos nuevos modelos de tráfico urbano al estudio de diferentes problemáticas que se presentan a la hora de evaluar alternativas, cuando se pretende hacer modificaciones en una red de transporte urbano.

# Capítulo 6

## Aplicación de los modelos de tráfico urbano

En este capítulo se presentan algunos ejemplos de aplicación de los modelos de tráfico urbano desarrollados en el capítulo 3.

En la sección 6.1 se evalúan los cambios en el comportamiento de la red de tránsito, que producen las modificaciones de capacidad, velocidad máxima de circulación y posible costo de peaje, en cierta zona de una ciudad y en algunos tramos de su red de autopistas, es decir cuando se altera, de alguna manera, la función de tiempo de viaje.

En la sección 6.2 se presenta un sencillo ejemplo donde se pone de manifiesto el comportamiento de diferentes clases de usuarios considerando demanda fija y variable.

En la sección 6.3 se presentan dos ejemplos donde se estudia el impacto ambiental que producen cambios de configuración de la red de tráfico. En el primero de ellos (sección 6.3.1) se estudia la modificación del mapa acústico que produce la incorporación de nuevos puntos de atracción de viajes en una ciudad, donde además se pretende mantener una zona protegida desde el punto de vista ambiental. En el segundo (sección 6.3.2) se evalúa el impacto acústico y atmosférico que produce la incorporación de una red de autopistas en una ciudad.

En la sección 6.4 se desarrolla un ejemplo de diseño óptimo de una red de tráfico urbano donde se pretende incorporar nuevos tramos en una red de autopistas. Tal diseño debe cumplir con restricciones ambientales de ruido y contaminación y está sujeto a limitaciones en el costo de inversión.

Finalmente, en la sección 6.5 se muestra la aplicación del modelo continuo de tráfico urbano en un problema inverso de actualización de las funciones de demanda de viajes en base a datos existentes y conteos de flujo vehicular.

## **6.1. Estudio del comportamiento del tráfico urbano ante cambios de configuración de la red. Enfoque continuo-discreto.**

En esta sección se aplica el modelo continuo-discreto para estudiar el comportamiento de la red de transporte de una ciudad ante diferentes modificaciones proyectadas, tales como la modificación de la capacidad de ciertos tramos, la posibilidad de un cobro de peaje y la intención de proteger una zona de la ciudad modificando sus condiciones de circulación. Se detalla primeramente la situación actual u original de la red y se exponen a continuación las modificaciones propuestas, analizándose finalmente los resultados obtenidos.

### **Características de la red de transporte existente. Consideraciones generales.**

Se estudia una ciudad de aproximadamente  $710 \text{ km}^2$  (Figura 6.1) en la hora pico de la mañana donde los viajes se originan en los hogares distribuidos de manera uniforme en la superficie y se dirigen a los centros 10 y 4. La demanda de viajes hacia el centro 10 es de  $80 \text{ viajes/hora/km}^2$  y hacia el centro 4 de  $40 \text{ viajes/hora/km}^2$ . La red está compuesta por un sistema de autopistas y por calles comunes. Se considera que la velocidad máxima de circulación en las calles comunes es de  $60 \text{ km/h}$  y la capacidad es de  $600 \text{ veh/hora}$ , mientras que en las autopistas, la velocidad máxima es de  $120 \text{ km/h}$ , la capacidad de los tramos 1, 2, 3, 4, 10, 11, 13, 14, 15 y 17 es de  $3500 \text{ veh/h}$  y en el resto de los tramos de  $6000$

veh/h. Como función de tiempo de viaje en las calles se adopta  $t_a = t_{a_0} (1 + 0,15(x_a/C_a)^4)$  y en las autopistas  $t_l = t_{l_0} (1 + 0,85(x_l/C_l)^5)$ .

Se utiliza para el cálculo el modelo continuo-discreto presentado en la sección 3.4.2. Las autopistas se modelan de manera discreta y el resto de las calles mediante funciones continuas. Para el cálculo en el sistema continuo se adoptan celdas de  $0,8 \times 0,8 \text{ km}^2$ , con una separación de 200 m entre calles de igual dirección y sentido de circulación. Las calles comunes de la ciudad forman ángulos de  $0^\circ$  y  $90^\circ$  con respecto a los ejes coordenados. En la determinación de los coeficientes  $k_x$ ,  $k_y$  y  $k_{xy}$  mediante las ecuaciones 3.39, 3.41 y 3.40, respectivamente, se suman 16 tramos de calles en cada dirección, en cada celda. Se delimita una zona que atraviesa la ciudad (zona 2 en la Figura 6.2), que puede corresponder, por ejemplo, a una zona con un sistema de vías ferroviarias con diferentes posibilidades de circulación, donde se reducen a 8 los tramos de calles a considerar en la sumatoria según la dirección de  $0^\circ$  y a 4 en la dirección de  $90^\circ$ . Es decir, en la dirección E-O la cantidad de calles disponibles para circular, en cada celda, es la mitad de la cantidad de calles que existen en las celdas del resto de las zonas y en la dirección N-S un cuarto de las mismas. Se fija como valor de convergencia del sistema  $\sqrt{\sum_l (x_l^{n+1} - x_l^n)^2} / \sum_l x_l^n \leq 0,001$  aplicado a los tramos de las autopistas.

Con estos datos se define la situación original de la red de transporte y a continuación se analizan, tres ejemplos diferentes con implementación de modificaciones para distintos usos.

### **Estudio de las modificaciones en la red de tráfico**

1) En el primer caso, se aplica al tramo 8 de autopistas una demora adicional del 50% del tiempo de viaje a flujo libre, independientemente de la congestión de tráfico. Esta demora puede corresponder, por ejemplo, estableciendo la relación entre costo monetario y tiempo, a un pago de peaje.

2) En el segundo caso se modifican las capacidades de los tramos de autopista de la siguiente manera: 5000 veh/h en los tramos 1, 2, 3, 4 y 10; 10000 veh/h en el tramo 11, 12000 veh/h en el tramo 12 y 7000 veh/h en los restantes.

3) En el tercer caso se modifican las condiciones de circulación en una zona de la ciudad aledaña a los centros 5, 6 y 10 (Figura 6.2). En esta zona se baja la velocidad máxima de circulación a 40 km/h y se disminuye la capacidad a 400 veh/h con miras a disminuir la contaminación en dicha zona. Cabe destacar que la capacidad de las calles depende de varios factores ya comentados en el capítulo 2.

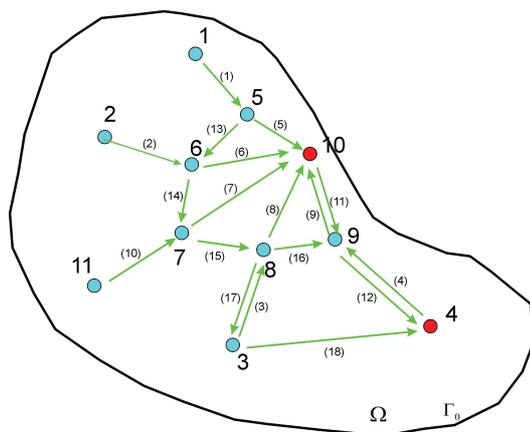


Figura 6.1: Red de Autopistas

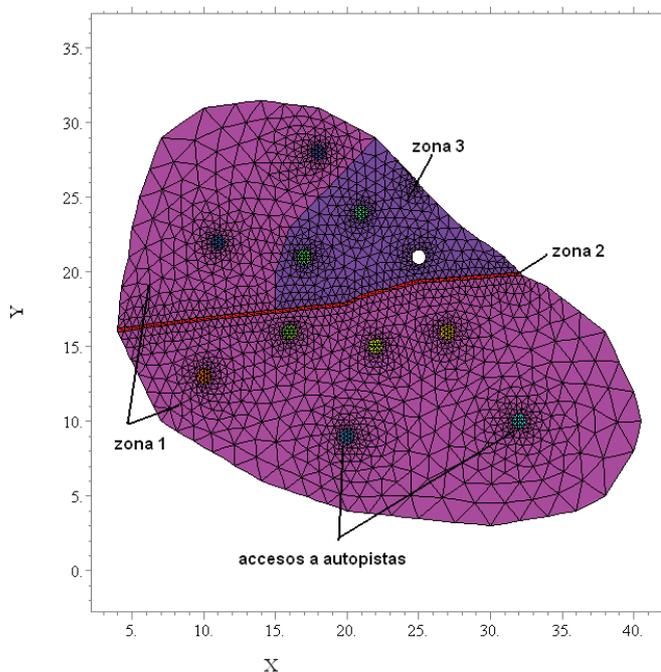


Figura 6.2: Malla elementos finitos. Caso 3.

En la situación original, el 55 % de los conductores que llegan al centro 10 lo hacen utilizando las autopistas, mientras que para llegar al centro 4 solo el 37 % de los viajeros las eligen. Esto se debe a que si bien las autopistas permiten mayor velocidad de circulación, también es mayor el recorrido a través de las mismas que por las calles del sistema continuo, por lo cual se estaría priorizando el uso de estas últimas. Cuando se aumenta la capacidad de las autopistas (caso 2), el porcentaje de conductores que las eligen aumenta al 60 % hacia el centro 10 y al 46 % hacia el centro 4. En el caso 3, donde la circulación se dificulta en una zona de la ciudad cercana al centro 10, el 64 % de los viajes generados llega a dicho centro por las autopistas y para llegar al centro 4 solo el 38 % las utiliza.

En la Figura 6.3 se muestra el flujo vehicular hacia el centro 10 en las calles del sistema continuo y en la Figura 6.4 el tiempo de viaje desde cualquier punto de la ciudad hasta ese destino, ambos en el estado original de la red. En la Figura 6.5 se puede ver este último para el caso 3 y se observa el aumento del tiempo de viaje debido a la disminución de la capacidad y de la velocidad máxima permitida en la zona protegida.

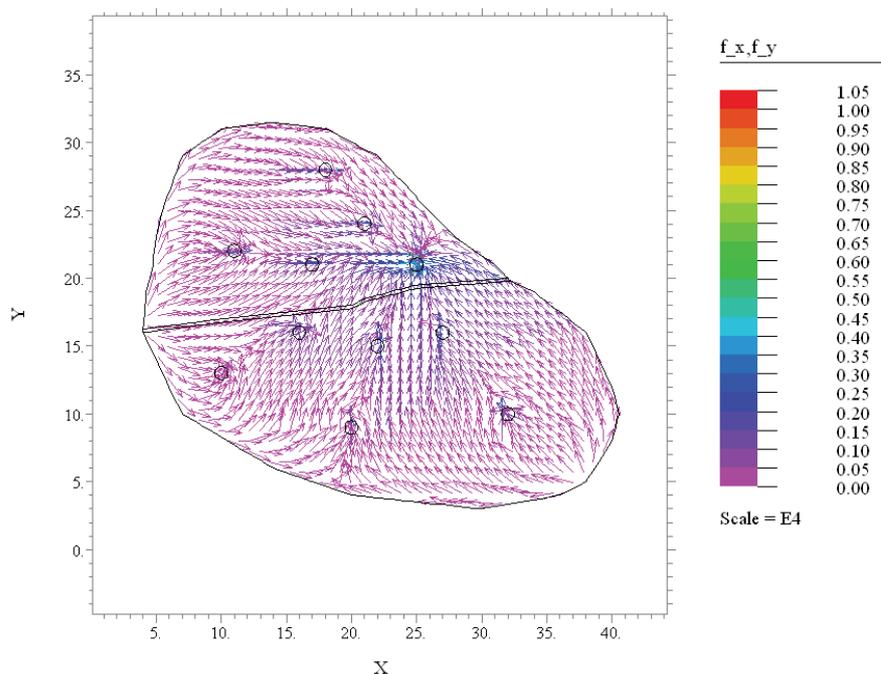


Figura 6.3: Flujo hacia el Centro 10. Situación original.

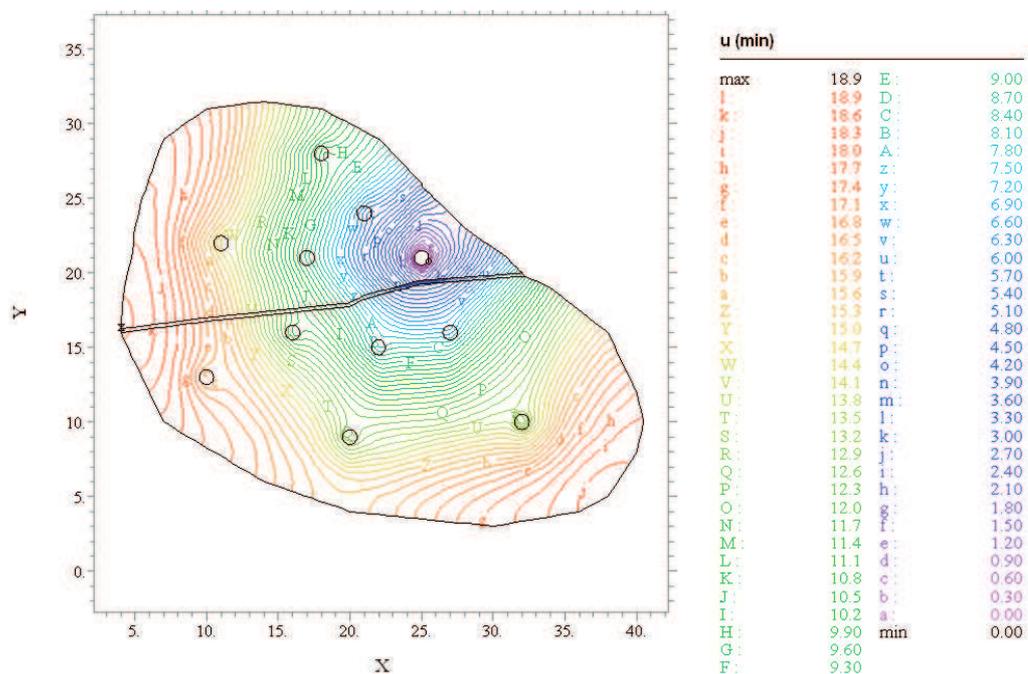


Figura 6.4: Tiempo de viaje hasta el Centro 10. Situación original.

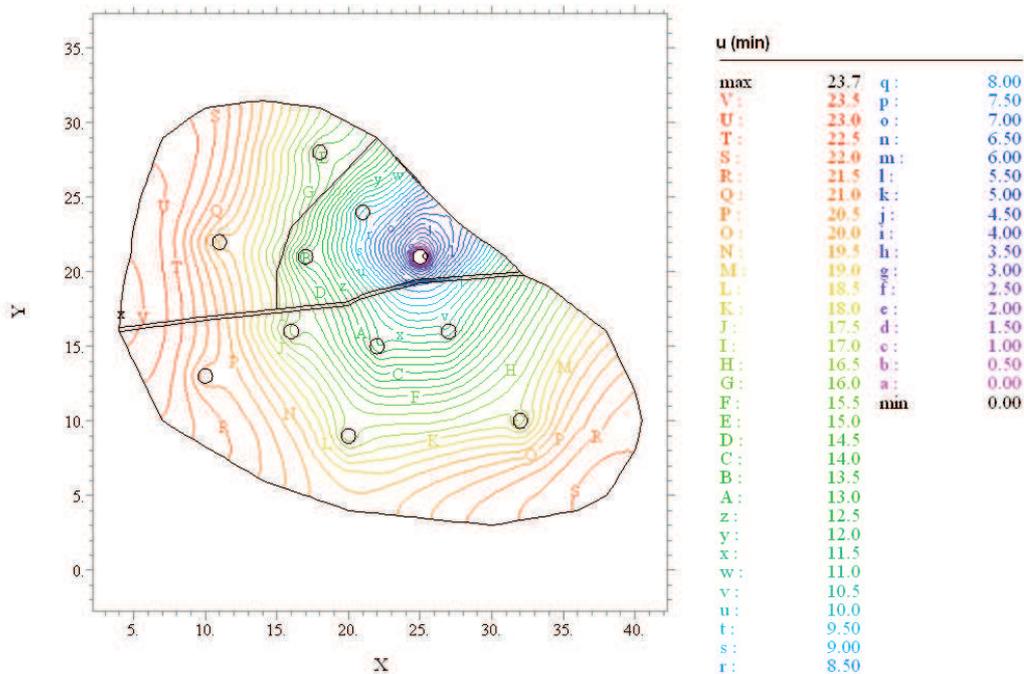


Figura 6.5: Tiempo de viaje hasta el centro 10. Caso 3.

En las Figuras 6.6 y 6.7 se muestra la cantidad de vehículos que ingresan en cada acceso con destino a los centros 10 y 4 en la situación original y para el caso 3 respectivamente. Se puede observar que en la situación original, en todos los accesos a las autopistas ingresan vehículos con destino al centro 10, mientras que para llegar al centro 4, solo se usan las autopistas desde los ingresos más cercanos.

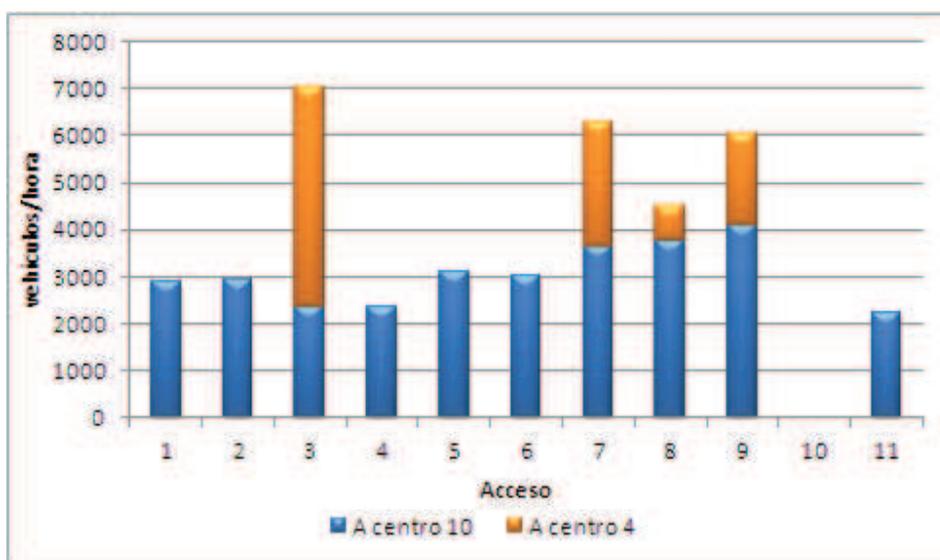


Figura 6.6: Ingreso de vehículos en los accesos. Situación original.

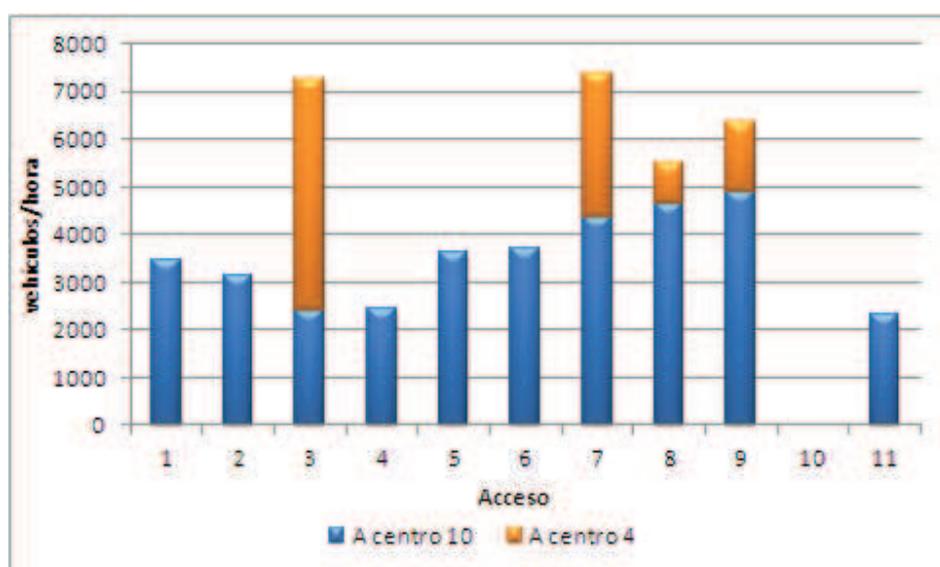


Figura 6.7: Ingreso de vehículos en los accesos. Caso 3

En la Figura 6.7 se evidencia que en el caso 3, al congestionarse el sistema continuo más cantidad de vehículos ingresan a las autopistas en todos los accesos hacia el centro 10.

En la Figura 6.8 se muestra el flujo en cada tramo de la red de autopistas para los casos analizados. Se observa que la incorporación de una demora adicional en el tramo 8, solo produce una pequeña disminución (11,1 %) en dicho tramo, sin afectar al resto de la red discreta. La diferencia de flujo es absorbida por el sistema continuo. En el caso 2, la ampliación de capacidad en los tramos hace que el flujo aumente, principalmente en el tramo 12 que llega directamente al centro 4. En el caso 3, el flujo se incrementa en las autopistas, fundamentalmente en los tramos que llegan directamente al centro 10, debido a las peores condiciones de circulación en el sistema continuo en la zona cercana a dicho centro.

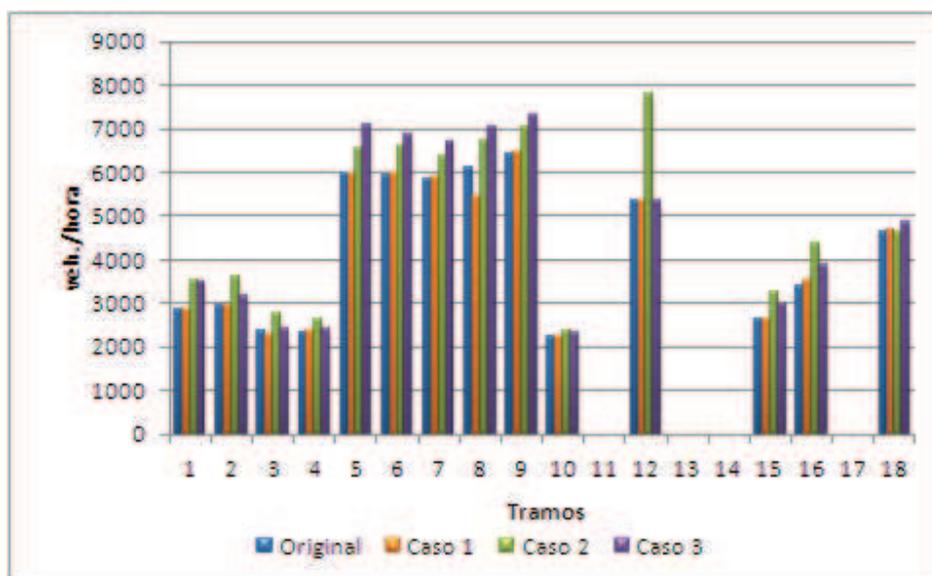


Figura 6.8: Flujo en las autopistas.

En la Figura 6.9, se muestran las relaciones flujo/capacidad que son indicadoras del grado de congestión. La reducción de esta relación en el caso 2 está señalando un tráfico más fluido, mientras que en el caso 3, la mencionada relación aumenta por el aumento de flujo sin variación de capacidad. De acuerdo a estas relaciones en la Figura 6.10 se pueden

observar los incrementos de tiempo de recorrido de los distintos tramos con respecto al tiempo a flujo libre (sin congestión). Los mayores incrementos se producen en el caso 3, superando en todos los tramos que llegan al centro 10 el 100%. En el caso 2, se producen los menores incrementos. Cabe aclarar que el tiempo correspondiente al tramo 8 es el real de viaje, sin considerar el incremento por equivalencia de peaje.

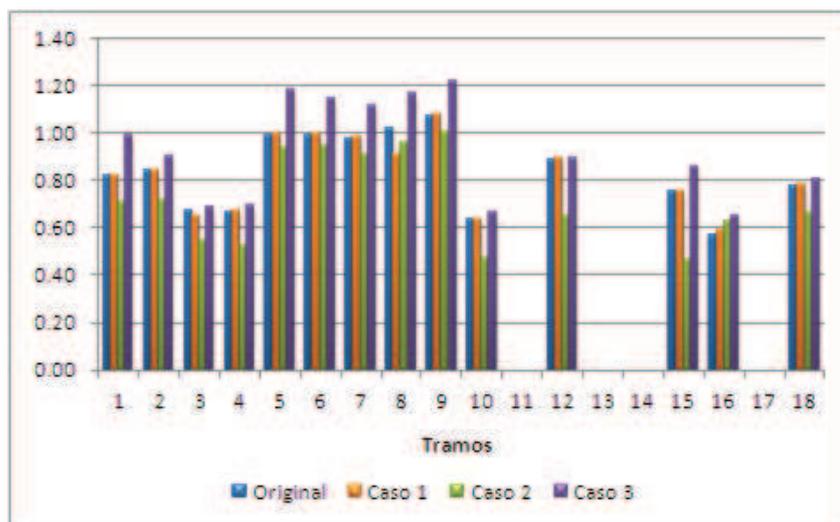


Figura 6.9: Relación flujo/capacidad en las autopistas.

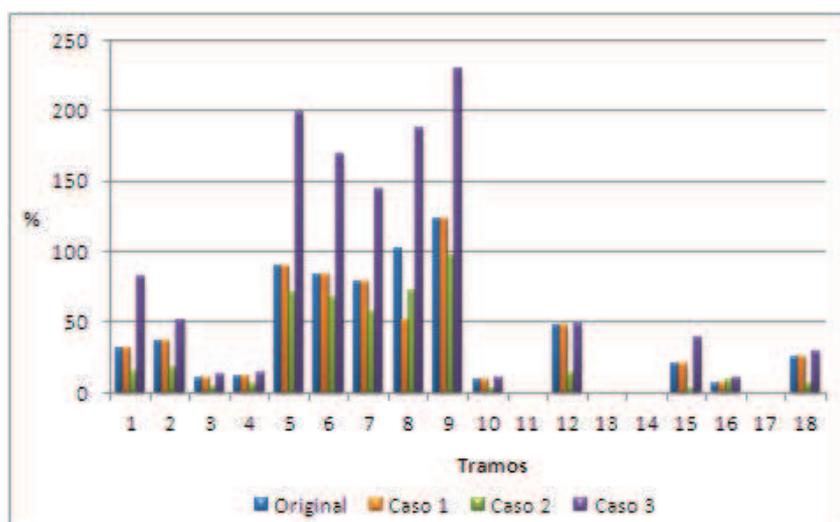


Figura 6.10: Relación tiempo de viaje/tiempo de viaje a flujo libre en las autopistas.

En este ejemplo se estudiaron las consecuencias de posibles cambios en la red de transporte. Es evidente que cuando se proyecta realizar modificaciones es necesario evaluar muchas alternativas para encontrar la mejor solución. Por ejemplo, en el caso 2, donde se modifican las capacidades de los tramos de autopistas es muy posible que otra combinación de aumento de capacidades produzca mejores soluciones. Esto es lo que lleva a plantear los problemas de diseño como problemas de optimización de ciertas funciones que involucran los objetivos que se persiguen. En la sección 6.4 se presenta un ejemplo de diseño óptimo utilizando este mismo enfoque continuo-discreto.

## 6.2. Diferentes clases de usuarios y demanda variable.

En este ejemplo se estudia el comportamiento de los usuarios de una red de tránsito que se movilizan de acuerdo a diferentes funciones de tiempo de viaje y se dirigen hacia dos destinos específicos. Se analizan asimismo, dos casos diferentes, uno con demanda fija y otro con demanda variable en función del tiempo de viaje.

En una ciudad de 654 km<sup>2</sup> aproximadamente tal como la que se muestra en la Figura 6.11 existen dos centros de atracción de viajes hacia los que se dirigen dos diferentes clases de usuarios, definidas de acuerdo a la velocidad de circulación a flujo libre: 50 km/h para los usuarios de la clase 1 y 35 km/h para los usuarios de la clase 2. Las características de las calles en cuanto a orientación, longitud y capacidad son las mismas que las utilizadas en la zona 1 del ejemplo anterior. Se analizan los siguientes casos:

**Caso 1:** demanda fija e igual para las dos clases de usuarios y hacia ambos centros,  $q^{c,s} = 50$  viajes/h/km<sup>2</sup>

**Caso 2:** demanda variable de acuerdo a las siguientes funciones:  $q^{1,s} = 35 + 25 e^{-0,3u^{1,s}}$  para los usuarios de la clase 1 y  $q^{2,s} = 35 + 25 e^{-0,1u^{2,s}}$  para los usuarios de la clase 2.

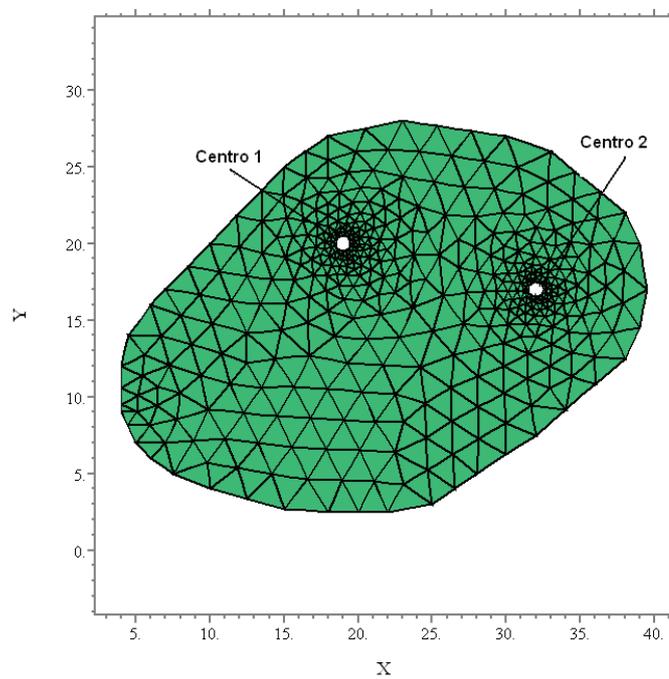


Figura 6.11: Dos centros y dos clases de usuarios. Malla de Elementos Finitos.

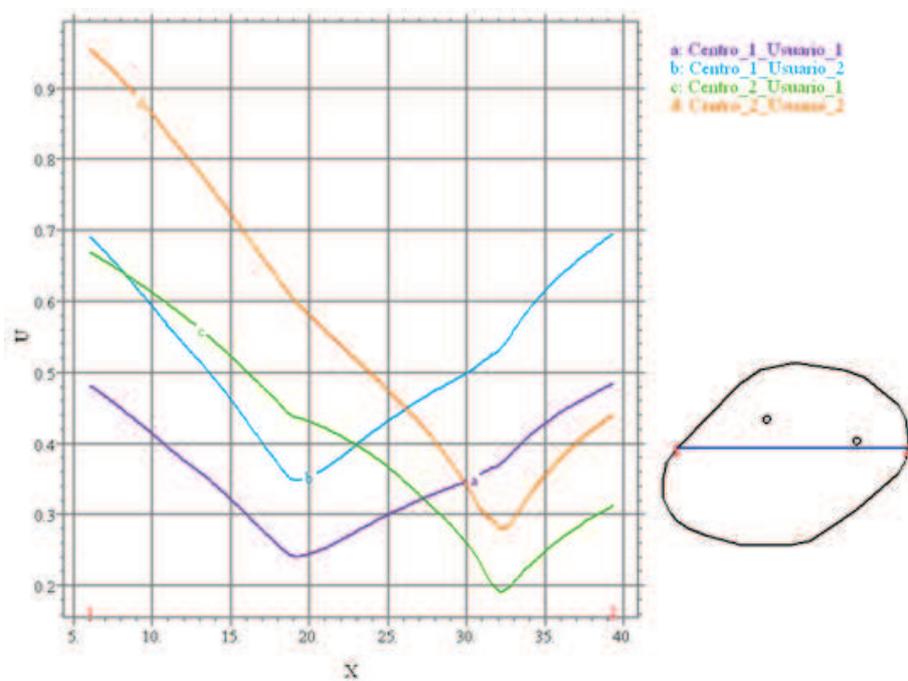


Figura 6.12: Tiempo de viaje. Caso 1: demanda constante.

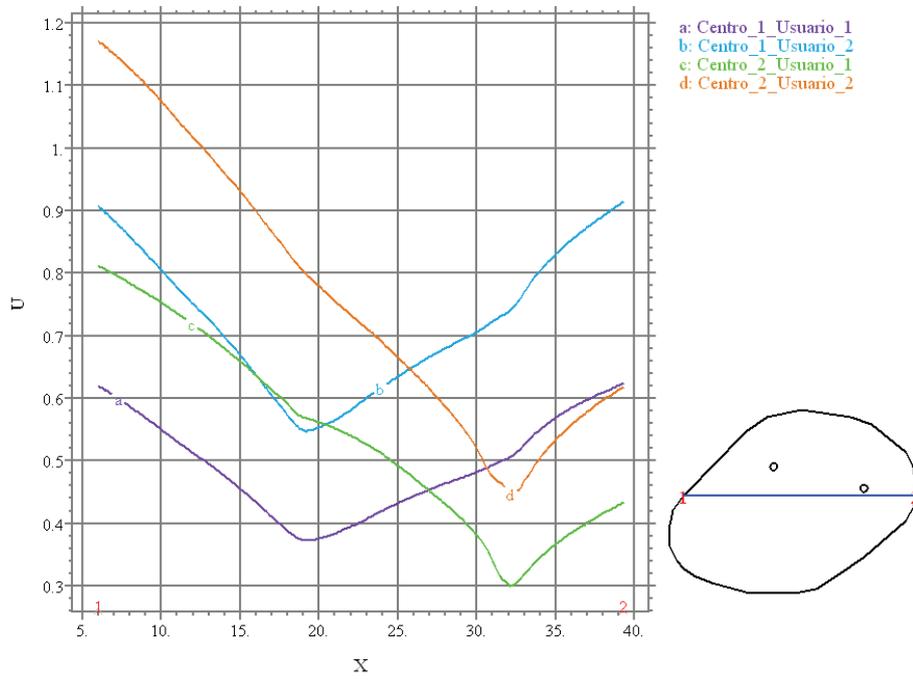


Figura 6.13: Tiempo de viaje. Caso 2: demanda variable.

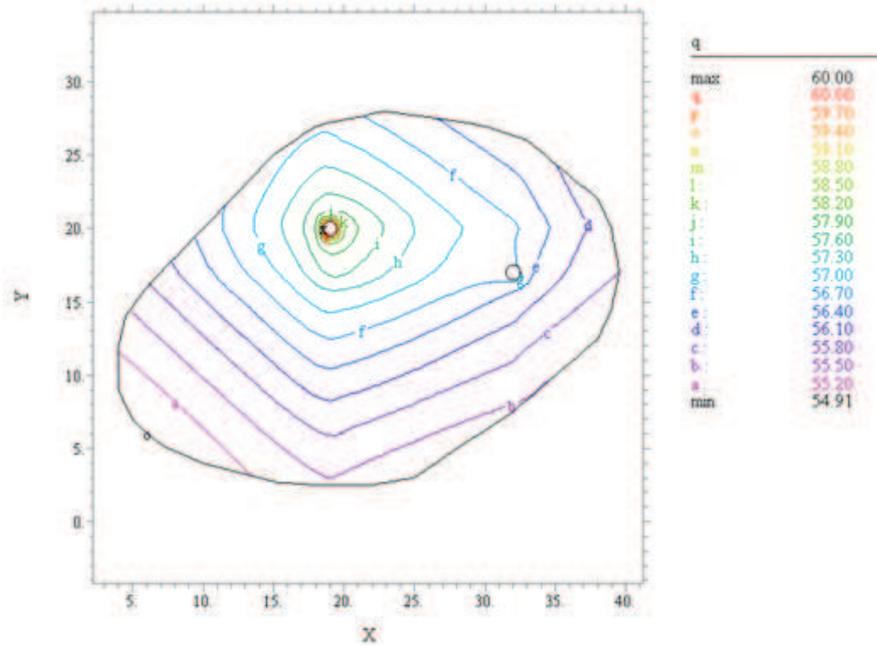


Figura 6.14: Demanda de viajes hacia el centro 1 de la clase de usuario 1.

En el caso 1, se generan 32726 viajes hacia cada centro y por cada clase de usuario, es decir 130904 viajes en total. En el caso 2, los usuarios de la clase 1 generan 36855 y 36577 viajes/h hacia los centros 1 y 2 respectivamente, mientras que los usuarios de la clase 2 generan 38041 y 37911 viajes/h hacia los mismos centros. En este caso los viajes totales suman 149384, es decir 14,1 % más que en el caso 1.

La clase de usuario 2 se ve menos afectada por la congestión y eso se traduce en una mayor generación de viajes hacia ambos centros que la producida por la clase 1. Para dicha clase, en el caso 2 se genera el 16 % más de viajes que para el caso 1, mientras que para la clase 1 la generación es 12,2 % mayor.

Asimismo es mayor el incremento en el tiempo total de viaje para los usuarios de clase 2 (curvas b y d de las Figuras 6.12 y 6.13) que para los usuarios de clase 1.

### **6.3. Estudios de impacto ambiental**

En esta sección se aplican los modelos de tráfico urbano en dos estudios de impacto ambiental. En el primer caso, mediante el modelo continuo, se estudia la efectividad de las modificaciones en la circulación vehicular en una zona que se pretende proteger acústicamente. Asimismo, en dicho ejemplo, se analiza luego el impacto que produce, en esa zona, la instalación de un nuevo centro comercial en la ciudad, estudiándose dos posibles ubicaciones del mismo.

En el segundo caso, se analizan las consecuencias, tanto acústicas como atmosféricas, de la incorporación de una nueva red de autopistas en una ciudad. Se utiliza para tal fin la comparación de niveles de ruido y concentración de contaminantes. Se utiliza en este ejemplo el modelo continuo-discreto de tráfico urbano.

### 6.3.1. Impacto acústico. Modelo continuo

El ejemplo se desarrolla para una ciudad de aproximadamente 280 km<sup>2</sup> tal como la que se muestra en la Figura 6.15, donde existen zonas de diferentes características definidas en la Tabla 6.1.

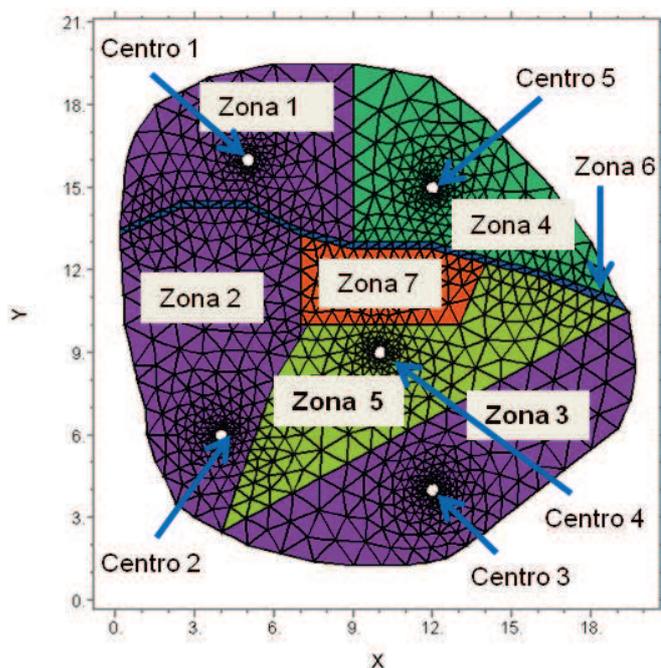


Figura 6.15: Zonas de la ciudad y centros de atracción

Zonas	Velocidad máxima (km/h)	Capacidad (veh/h)	$\gamma_1 - \gamma_2$	q (veh/h/km <sup>2</sup> )
1-2-3	60	600	0 - 90	200
4	60	600	30 - 120	200
5	60	600	45 - 135	200
6	40	600	0 - 90	75
7 - Nueva	40	400	se mantiene	se mantiene

Tabla 6.1: Impacto acústico. Características de las zonas de la ciudad

**Situación original**

En la ciudad existen 4 centros de atracción de viajes, que pueden corresponder, por ejemplo, a centros comerciales, que compiten entre sí por la atracción de clientes. En la literatura, este problema se conoce como competencia de instalaciones (Wong y Sun, 2002; Wong et al., 2006). El modelo que se utiliza para resolver dicho problema corresponde al modelo continuo más sencillo, con un solo punto de destino, desarrollado en la sección 3.3. La elección de uno u otro establecimiento queda definida por la función potencial  $u$  del equilibrio de usuario al aplicar las condiciones de contorno  $u(x_c, y_c) = \hat{u}$  (ecuación 3.30) en cada uno de los bordes internos de las pequeñas zonas que representan los puntos de destino. Dicho valor  $\hat{u}$  puede representar, por ejemplo, un costo “in situ”, tal como el tiempo utilizado en buscar estacionamiento o el valor monetario del mismo. Particularmente en este ejemplo se asume la condición de tiempo de viaje nulo en los puntos de destino, es decir  $u(x_c, y_c) = 0$ .

Para el cálculo de los coeficientes  $k_x, k_y$  y  $k_{xy}$  con las ecuaciones 3.20, 3.21 y 3.22, respectivamente, se adoptan celdas de lados  $L_x = 0,8$  km y  $L_y = 0,8$  km. La longitud de los tramos  $l_a$  entre dos calles de igual dirección y sentido es de 200 m. De acuerdo a esto, se suman 16 arcos en cada dirección en cada celda, menos en las celdas de la zona 6 que simula un río y zona aledaña, donde se consideran 8 arcos  $s/x$  y 4 arcos  $s/y$ . La función de tiempo de viaje adoptada en este ejemplo es  $t_a = t_{a0} (1 + 0,15 (x_a/C_a)^2)$ .

Para el cálculo del nivel sonoro se adopta, a manera de ejemplo, la fórmula A.9 desarrollada por Cortínez et al. (2006) para la ciudad de Bahía Blanca, que se detalla en la sección A.1, considerando que, de la totalidad del flujo vehicular, el 80 % corresponde a vehículos livianos, el 10 % a vehículos pesados y el 10 % restante a motos.

### **Nuevos escenarios**

A partir de la configuración inicial se estudian dos nuevas situaciones:

a) La creación de una zona protegida (zona 7) donde se pretende bajar el nivel sonoro mediante reducción de velocidad máxima de circulación y de capacidad de las calles de la zona.

b) La instalación de un nuevo centro comercial con dos posibles lugares de asentamiento, en la zona norte y en la zona oeste de la ciudad.

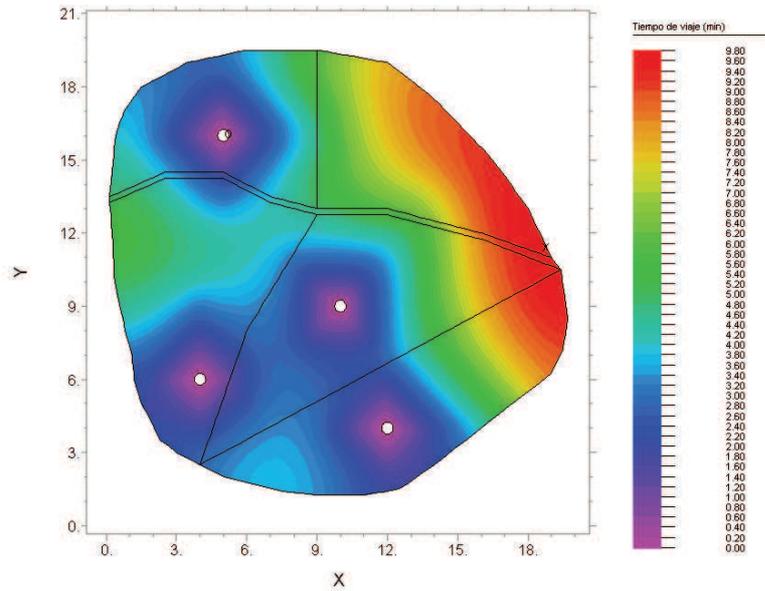


Figura 6.16: Tiempo de viaje hasta el destino (minutos). Situación original.

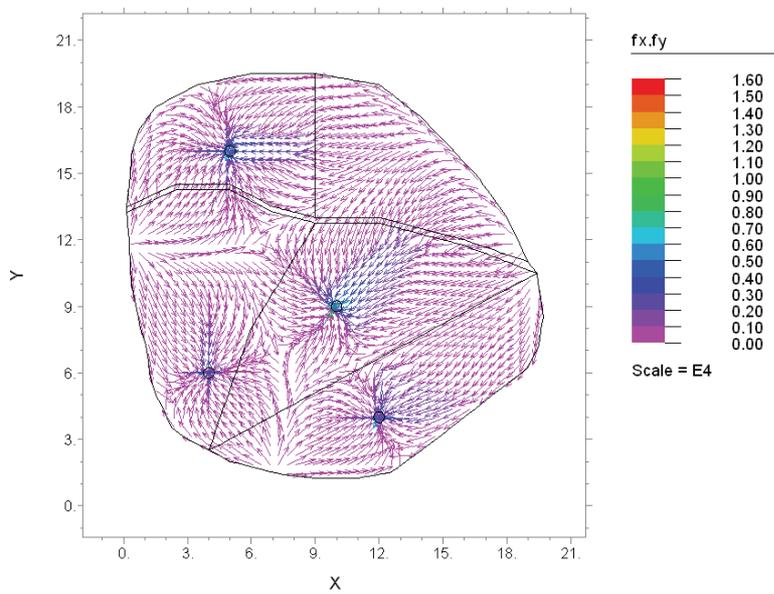


Figura 6.17: Flujo vehicular. Situación original.

En las Figuras 6.16, 6.17 y 6.18 se pueden ver el tiempo de viaje desde cada punto de la ciudad al centro comercial elegido, el patrón de flujos y el mapa acústico, respectivamente, para la situación original.

De los 55015 viajes que se generan en todo el dominio de la ciudad, el 29,6% de los conductores eligen el centro 1, el 19,1% el centro 2, el 22,3% el centro 3 y el 29,0% restante el centro 4.

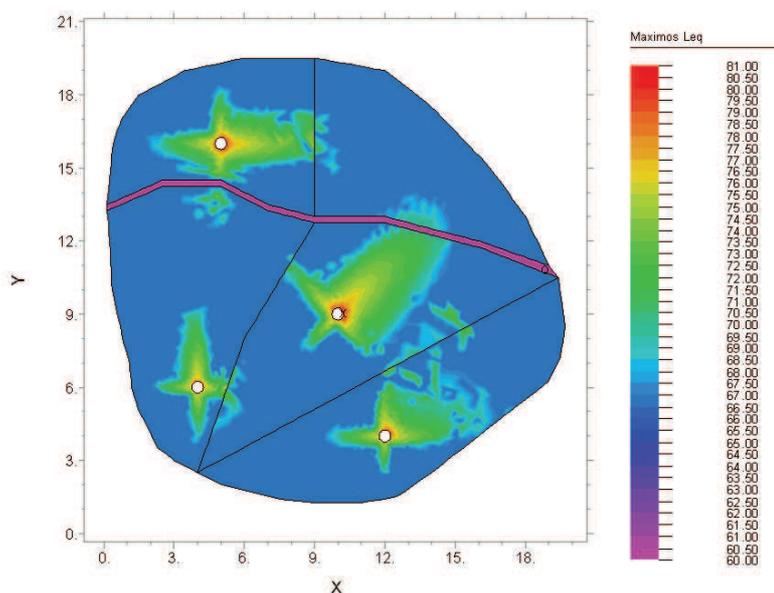


Figura 6.18: Nivel sonoro (dBA). Situación original.

En las figuras 6.19 y 6.20 se muestran los mapas acústicos correspondientes a las dos posibles ubicaciones del quinto centro comercial, en las zonas norte y oeste respectivamente con la inclusión de la zona protegida (zona 7). Como se puede apreciar, la ubicación del nuevo centro en la zona norte es más beneficiosa para la protección de la zona 7. En este caso se reduce el nivel sonoro en 6 dBA promedio en la zona, mientras que ubicando el nuevo centro en la zona oeste, prácticamente no hay reducción del mismo. En la ubicación norte el porcentaje de clientes que eligen los centros 1 a 5 son respectivamente 21,0%, 18,6%, 19,4%, 18,8% y 22,3%. Como es de esperar los centros que más sufren la competencia del nuevo centro son los más cercanos al mismo, en este caso los centros 1 y 4.

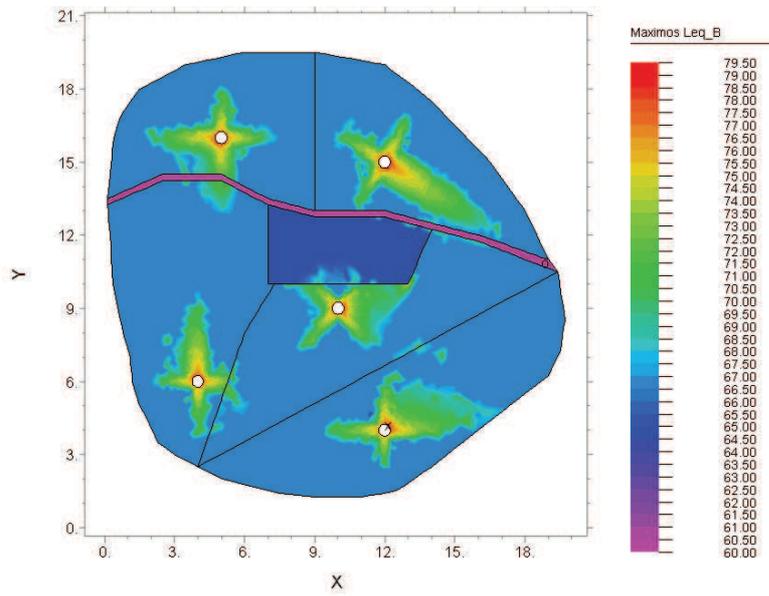


Figura 6.19: Mapa acústico. Centro 5 en zona norte

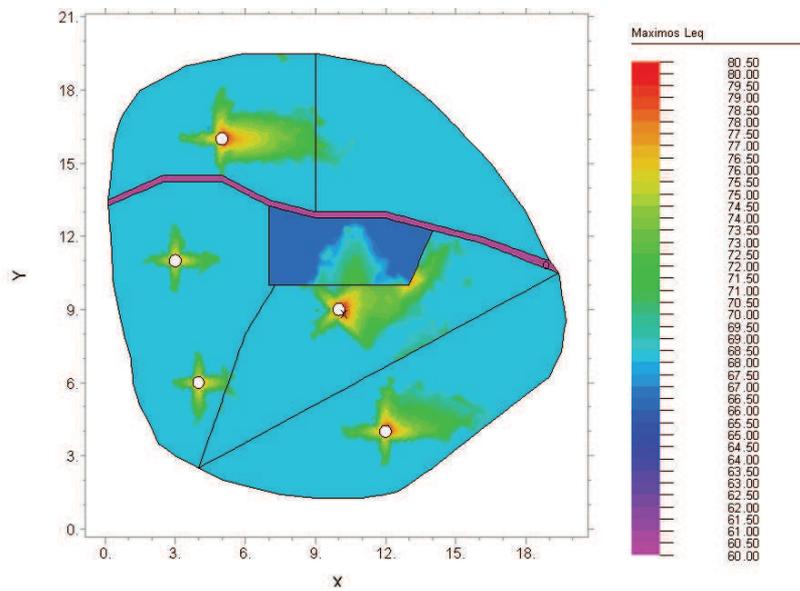


Figura 6.20: Mapa acústico. Centro 5 en zona oeste

### 6.3.2. Incorporación de una red de autopistas. Impacto acústico y atmosférico.

Uno de los temas principales, además de la disminución de los tiempos de viaje, que motivan la construcción de autopistas es el cuidado del medio ambiente. Como se sabe, un tráfico fluido, donde se lleva al mínimo el régimen “arranque-parada” (que se produce por ejemplo en las esquinas, semaforizadas o no), manteniendo una velocidad constante de circulación influye positivamente en los niveles de contaminación. En el ejemplo que se presenta a continuación, se realiza un estudio sobre el impacto que produce, tanto en las condiciones de circulación como en el medio ambiente, la incorporación de una red de autopistas, analizándose asimismo un escenario futuro con y sin la existencia de dicha red.

#### Escenario original

Se estudia una ciudad de aproximadamente 700 km<sup>2</sup> como la de la Figura 6.21, en una situación típica, durante la hora pico de la mañana cuando el flujo vehicular, originado en los hogares, se dirige hacia los centros 1 y 2. En la ciudad se definen 8 zonas diferentes en cuanto a generación de viajes y características viales, que se detallan en la Tabla 6.2.

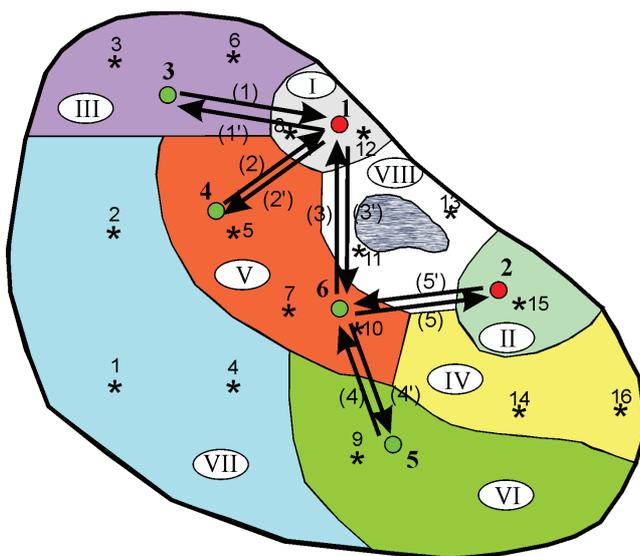


Figura 6.21: Zonas, autopistas y puntos de control.

Zona	Demanda (viajes/h/km <sup>2</sup> )		Velocidad máxima (km/h)	Capacidad (veh/h)
	Centro 1	Centro 2	Ambas direcciones	
I	80	60	40	400
II	50	60	40	400
III	60	45	50	450
IV	60	50	50	400
V	70	50	50	600
VI	50	40	60	600
VII	40	30	60	600
VIII	15	10	40	400

Tabla 6.2: Incorporación de una red de autopistas. Características de las zonas.

Para el cálculo del tiempo de viaje en las calles de la ciudad se adopta la función  $t_a = t_{a_0} (1 + 0,15(x_a/C_a)^4)$ .

El modelo empleado para estudiar el tráfico urbano en el escenario original es el modelo continuo para una ciudad con varios centros (sección 3.4.2). En el cálculo se adoptan celdas de 0,8x0,8 km<sup>2</sup> y una separación de 200 m entre calles de igual dirección y sentido de circulación. Todas las calles forman 0° y 90° con respecto a los ejes coordenados. En la determinación de los coeficientes  $k_x$ ,  $k_y$  y  $k_{xy}$ , se suman 8 tramos de calles en cada dirección en cada celda en la zona VIII que corresponde a una zona de baja densidad poblacional y escasa infraestructura vial y 16 en el resto de las zonas.

Una vez obtenido el flujo mediante el modelo de tráfico descrito y conociendo la composición vehicular, se calcula la emisión de contaminantes utilizando la ecuación 2.11. En este caso se asume que el 70 % de los vehículos que transitan por la ciudad son autos nafteros, el 20 % son automóviles gasoleros y el 10 % restante son vehículos pesados gasoleros. A modo de ejemplo, solo se estudia la emisión de monóxido de carbono (CO), para el cual el factor de emisión de cada categoría de vehículo considerada se muestra en la Tabla 6.3. Otros tipos de contaminantes se evalúan de igual manera con el factor de emisión correspondiente que puede obtenerse de la guía EMEP/CORINAIR (2009).

Categoría vehicular	Factor de emisión (g/veh/km)
Euro 1 naftero	$\frac{11,2-0,102V+0,000677V^2}{1+0,129V-0,000947V^2}$
Euro 1 gasolero	$0,996 - 0,0188V + 0,000109V^2$
Buses y camiones < 15 T	$1/(0,00094 + 0,00017 * V - 0,000001 * V^2)$

Tabla 6.3: Factores de emisión de las distintas categorías de vehículos

El cálculo de la concentración del contaminante emitido, en diferentes puntos de la ciudad se realiza con el modelo de transporte descrito en la sección 2.4.2. En la práctica, el estudio de la contaminación debida al tráfico urbano requiere considerar diferentes situaciones atmosféricas, realizando una evaluación detallada de cada caso. Simplemente para ejemplificar la metodología que se emplea en este modelo, se analiza una sola situación, que puede considerarse como desfavorable en cuanto las características atmosféricas. Se asume estabilidad atmosférica clase C, con viento en la dirección S-SE a 3 m/s medido a 10 m de altura. Se adopta una capa de mezcla de 1 km de altura y un perfil logarítmico de velocidad, que de acuerdo a la estabilidad atmosférica, puede calcularse con las expresiones que se encuentran en el anexo A.2 donde la velocidad de corte  $u^* = 1,106$  m/s, el coeficiente de rugosidad  $z_0 = 2$  m y la longitud de Monin-Obukov  $L_m = -50$  m (ecuación A.13). El coeficiente de dispersión turbulenta en la dirección vertical se calcula con la expresión A.14 y en las direcciones del viento y perpendiculares al mismo se adopta el doble del valor anterior.

Para la estimación del nivel sonoro correspondiente al escenario actual, se utiliza el mismo modelo del ejemplo anterior, es decir la ecuación A.9.

Con estos datos se define la situación original de la red de transporte y para comparar este estado con los que se estudian a continuación se establecen 16 puntos de control dentro de la ciudad mostrados en la Figura 6.21 con el símbolo (\*).

### Nuevos escenarios

**Caso 1:** se estudia el efecto de un aumento del 35% de la demanda de viajes en las zonas periféricas III, VI y VII para la configuración original de la red de tráfico.

**Caso 2:** se analiza la incorporación de una red de autopistas con capacidad de 4000 veh/h en los tramos 1 – 1', 2 – 2' y 4 – 4', 6000 veh/h en los tramos 3 – 3' y 8000 veh/h en los tramos 5 – 5' (Figura 2) para el estado actual (u original) de la demanda. Se fija una velocidad máxima de circulación de 120 km/h y se adopta  $t_l = t_{l_0} (1 + 0,85(x_l/C_l)^5)$  como función de costo en todos los tramos.

**Caso 3:** se investiga la respuesta de la red de autopistas proyectada en el Caso 2 ante el aumento de la demanda de viajes estimada en el Caso 1.

**Caso 4:** se explora la influencia de un incremento de capacidad en 2000 veh/h en todos los tramos de la red de autopistas.

La incorporación de la red de autopistas requiere utilizar ahora, el modelo continuo-discreto descrito en la sección 3.6, donde las autopistas conforman el modelo discreto y las calles el modelo continuo, interactuando ambos sistemas en los puntos de acceso a las autopistas.

Para la estimación del nivel sonoro debido al tráfico vehicular en los tramos de las autopistas, se adopta un modelo diferente al de las calles comunes, desarrollado especialmente para tal fin, el FHWA TNM® (2012) descrito en la sección 2.4.1.

### **Análisis de resultados**

En el estado original, la red de tráfico presenta elevadas relaciones Flujo/Capacidad en los puntos de control que se encuentran en las zonas I, II y VIII, tal como se puede observar en la Figura 6.22. Esto indica congestión de tráfico que, tal como se puede ver en las Figuras 6.23 y 6.24, hace que el tiempo de viaje desde diferentes puntos de la ciudad hasta los dos centros, fundamentalmente hasta el Centro 1, sea muy alto. En la Figura 6.25 se muestra el nivel sonoro en los puntos de control más comprometidos de la ciudad, desde el punto de vista ambiental, y en la Figura 6.26 la concentración de CO en los mismos puntos.

Evidentemente el problema se agrava en el caso 1, ante el crecimiento de la demanda de viajes. El tiempo de viaje aumenta 38 % aproximadamente en promedio, para llegar desde diferentes partes de la ciudad hasta el Centro 1 y 63 % para llegar hasta el Centro

2. El aumento de flujo trae aparejado un marcado aumento en la emisión de CO (que no se grafica) fundamentalmente en las zonas I y II y el consecuente aumento en la concentración del mismo. El nivel de ruido no se modifica sustancialmente, atendiendo a que es necesario duplicar el flujo vehicular para aumentar 3 dB el nivel sonoro. En la Figura 6.27 se muestra el flujo de vehículos en cada tramo de la red de autopistas para los casos 2, 3 y 4.

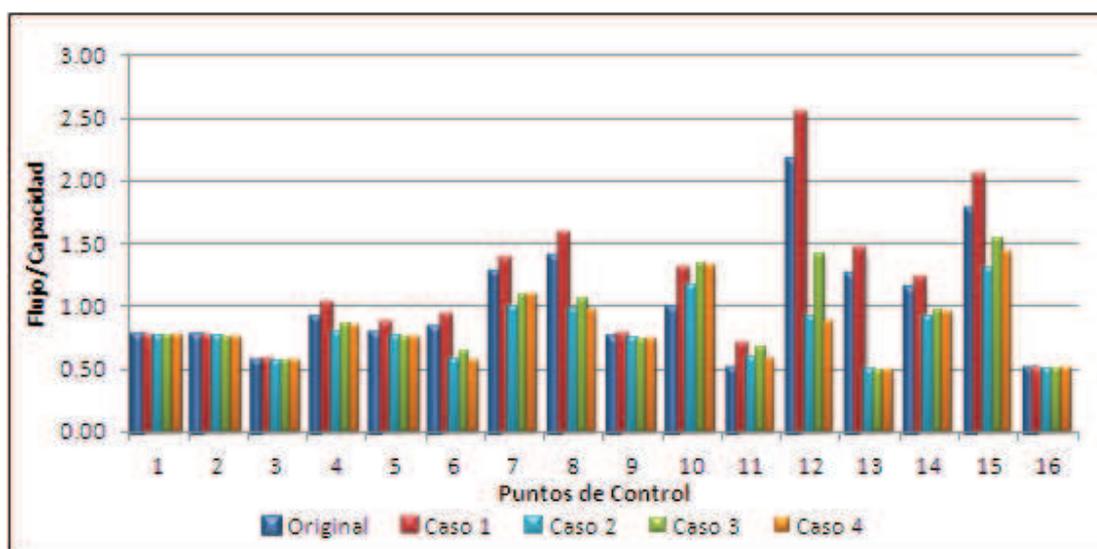


Figura 6.22: Relación Flujo máximo/Capacidad en los puntos de control de la ciudad

En el caso 2, ante la posibilidad de elección, de los 35119 viajes que se generan con destino al Centro 1, el 46,2% de los conductores prefieren las autopistas, ingresando 4596, 4848 y 6794 vehículos por los tramos 1, 2 y 3 respectivamente. De los 27420 viajes que se generan con destino al Centro 2 lo hacen por esa vía el 32,7% y el resto de los conductores utilizan las calles comunes. El menor porcentaje de conductores que eligen las autopistas hacia el Centro 2 con respecto al primer centro se debe a que solamente existe un tramo de acceso y su capacidad no es suficiente.

Como consecuencia de la incorporación de la red de autopistas, la descongestión de las calles comunes es apreciable, fundamentalmente en la zona I (Figura 6.21, puntos 8 y 12), razón por la cual el tiempo de viaje hacia el Centro 1 se reduce a menos de la mitad del

correspondiente a la situación original. Hacia el Centro 2 la reducción en el tiempo de viaje es algo menor, cercana al 36 %.

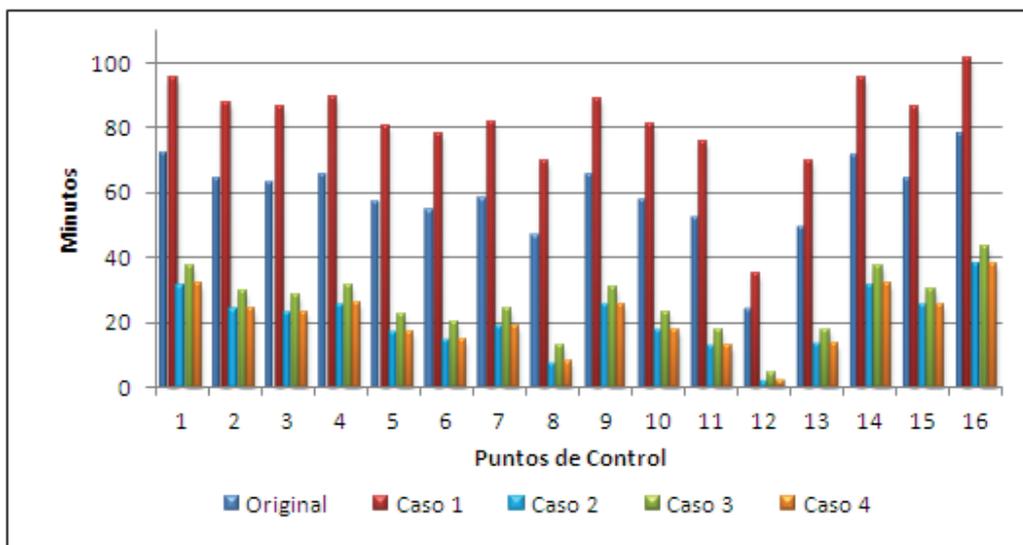


Figura 6.23: Tiempo de viaje hasta el Centro 1 desde los puntos de control de la ciudad

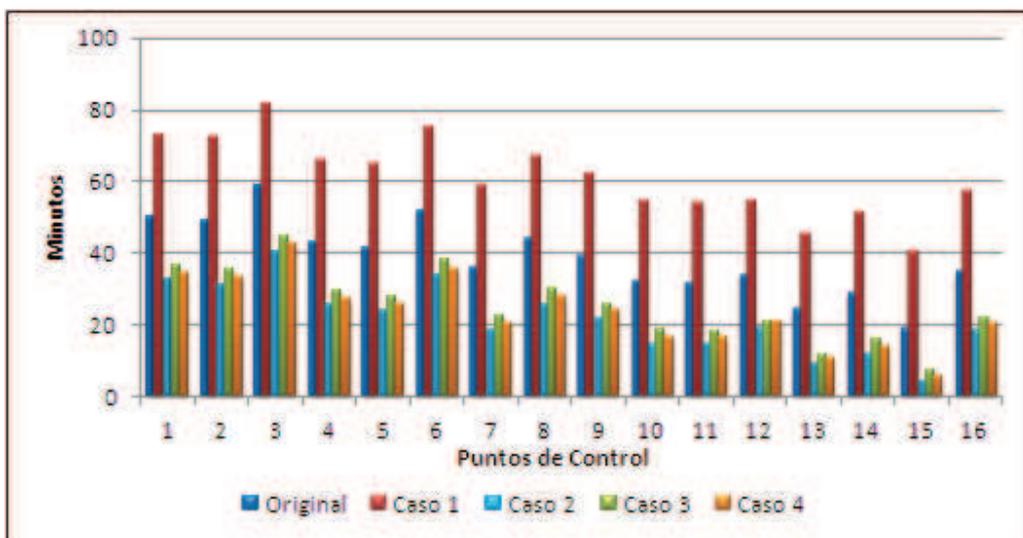


Figura 6.24: Tiempo de viaje hasta el Centro 2 desde los puntos de control de la ciudad

La marcada disminución de flujo en la zona I permite disminuir el nivel sonoro en más de 2 dB en esa zona. En contraparte, la derivación del tráfico a las autopistas provoca un muy

elevado nivel sonoro en la cercanía de las mismas tal como se aprecia en la Figura 6.25. Sin embargo, este problema es localizado y puede atenuarse utilizando barreras acústicas.

Como se puede apreciar en la Figura 6.26, la disminución de concentración de CO es importante en todos los puntos más comprometidos, ubicados viento abajo en la dirección del viento, tales como los puntos 12, 13, 14 y 15.

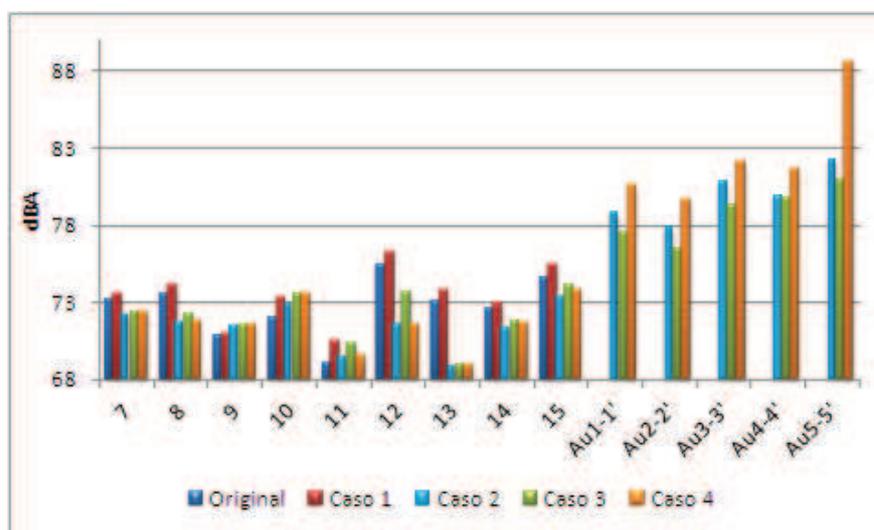


Figura 6.25: Nivel sonoro en algunos puntos de control y cerca de las autopistas

En el caso 3 se estudia la efectividad de la red propuesta ante el incremento de demanda del 35 % en las zonas III, VI y VII. Como es lógico el tiempo de viaje aumenta con respecto al caso 2, pero no significativamente, manteniéndose para los viajes hacia el Centro 1, 58,5% menor que en la situación original y hacia el Centro 2, 36,9% menor. Esto indica que la red propuesta sigue siendo más efectiva para los viajeros con destino al Centro 1. La disminución del nivel sonoro en zonas cercanas a las autopistas a pesar del aumento de flujo en las mismas se debe a la disminución de la velocidad de circulación.

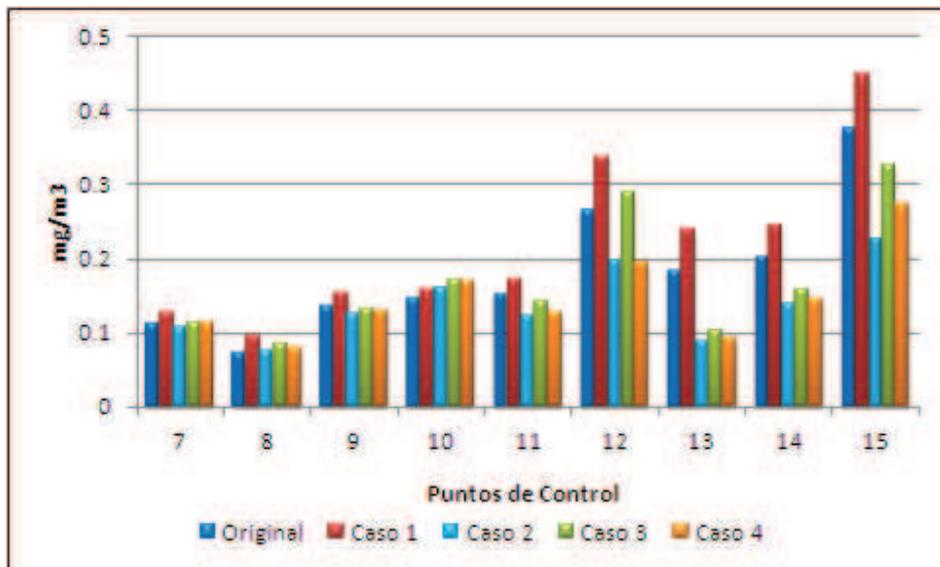


Figura 6.26: Concentración de CO en puntos significativos de control de la ciudad

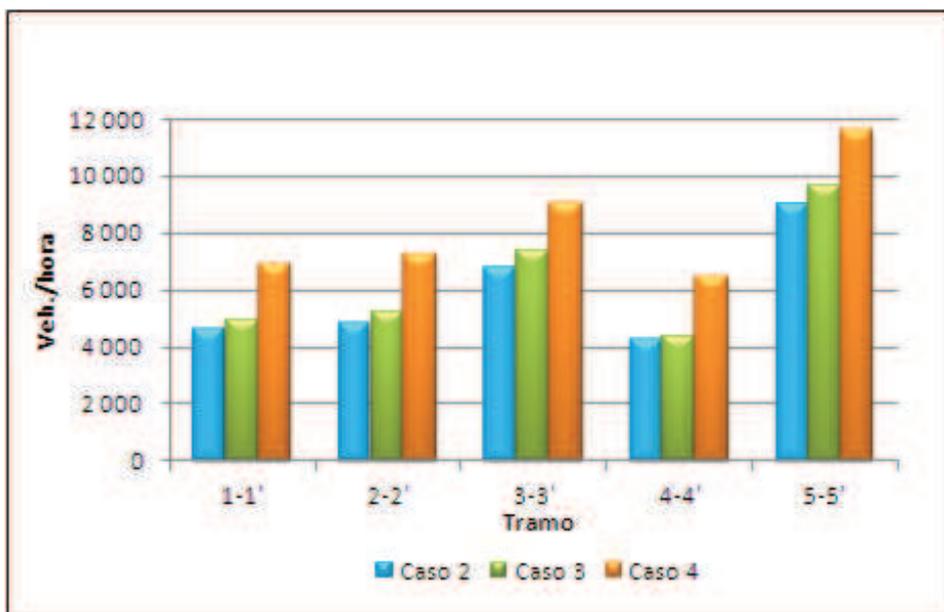


Figura 6.27: Flujo en las autopistas

Finalmente, en el caso 4 se estudia el efecto de una mayor capacidad en todos los tramos de la red de autopistas. Se observa que, el incremento de capacidad de 2000 veh/h no varía sustancialmente el funcionamiento de la red total con respecto al caso 3 en cuanto

a tiempos de viaje. La ventaja fundamental de esta configuración es que circulando por las autopistas el 55,3% de los 41887 viajes generados hacia el Centro 1 y el 35,6% de los 32603 viajes generados hacia el Centro 2, el tráfico se hace más fluido en las calles comunes y esto genera menor emisión de CO y como consecuencia menor concentración de dicho contaminante en las zonas cercanas a los centros de atracción de viajes. El aumento de nivel sonoro en las autopistas con respecto al caso anterior, se debe tanto al aumento de flujo, 31,7% hacia el Centro 1 y 20% hacia el Centro 2, como al incremento de la velocidad de circulación. En general, para esta configuración se puede decir que se logran condiciones semejantes a las del caso 2 pero absorbiendo el incremento de demanda del 35% propuesto en las zonas III, VI y VII.

En esta sección se estudiaron los efectos del tráfico urbano en el medio ambiente mediante simulación de algunos posibles nuevos escenarios a partir de una situación original. Evidentemente y tal como se comentó anteriormente, cuando se proyecta algún cambio en la red de tráfico para absorber las nuevas demandas las posibilidades de configuración a partir de las variables de diseño son muchísimas y en lo posible, todas ellas deben ser evaluadas con el fin de lograr la mejor solución. Esto lleva a la formulación de los problemas que se pretende resolver como programas de optimización, tema que se presenta en la siguiente sección.

## **6.4. Rediseño óptimo de redes de transporte urbano considerando el impacto ambiental**

En el ejemplo que se desarrolla a continuación se aplica el diseño óptimo planteado en la sección 3.7 al problema de incorporar nuevos tramos a una red de autopistas existente. Originalmente, la red estaba diseñada para conducir el flujo vehicular desde la periferia de la ciudad hacia el centro y viceversa. En la actualidad, existe un importante flujo de vehículos que atraviesa la ciudad en dirección norte-sur (accesos a rutas nacionales y provinciales) que es necesario redirigir para descongestionar las calles urbanas.

Se propone en este caso, un programa de optimización cuyo objetivo general es minimizar el tiempo total utilizado por todos los usuarios de la red de transporte, es decir se busca el estado óptimo del sistema (segundo principio de Wardrop) verificando simultáneamente el equilibrio de usuario (primer principio de Wardrop) en la asignación de viajes a la red de tráfico. La construcción de los nuevos tramos está sujeta a un determinado valor máximo de inversión. Se impone asimismo que el diseño debe cumplir restricciones en cuanto a la cantidad de carriles por tramo y que una vez en operación, el efecto del tráfico sobre el medio ambiente esté dentro de ciertos límites permisibles.

En este caso, el problema de optimización es el descrito en la sección 3.7 mediante las ecuaciones 3.69 a 3.74 especificando para una sola clase de usuario y utilizando las ecuaciones de la sección 3.4.2 para el modelo de asignación. Las variables de diseño  $h_i$ , adoptadas en este caso, corresponden a la capacidad de los nuevos tramos a construir, expresada en cantidad de carriles.

La determinación del nivel sonoro  $L_{eq}$  ocasionado por el tráfico en las autopistas se evalúa, en este ejemplo, utilizando el modelo FHWA TNM® (2012) descrito en la sección 2.4.1 y el correspondiente a las calles comunes con el modelo desarrollado por Cortínez et al. (2006) descrito en la sección A.1.

Para la cálculo de las emisiones se utiliza la ecuación 2.11 de acuerdo al modelo descrito en la sección 2.4.2 y la concentración de CO se obtiene resolviendo la ecuación 2.12 y sus correspondientes condiciones de contorno.

El programa de optimización se resuelve utilizando el método de Recocido Simulado. Se adopta como valor inicial del parámetro  $T$  el correspondiente al de la función objetivo para el estado original y un esquema geométrico para disminuirlo. Se fijan 20 iteraciones para cada valor de  $T$  y se establece como condición de parada del algoritmo que se cumplan simultáneamente  $T < T_i * 10^{-6}$  y que no se hayan encontrados soluciones mejores en los 5 últimos cambios de temperatura  $T$  a partir de los 20 cambios. La búsqueda de nuevas soluciones se realiza variando la cantidad de carriles en forma aleatoria en la mitad de los tramos y manteniendo la última configuración en la otra mitad.

### Descripción de la red original

La ciudad de aproximadamente 710 km<sup>2</sup> que se muestra en la de la Figura 6.28 se divide en 5 zonas de diferentes características viales y de generación de viajes, que se detallan en la Tabla 6.4. En la ciudad existe una red de autopistas, marcadas con trazo lleno, cuya función, fundamentalmente, es mantener el tráfico fluido hacia el centro de la misma (nodo 5).

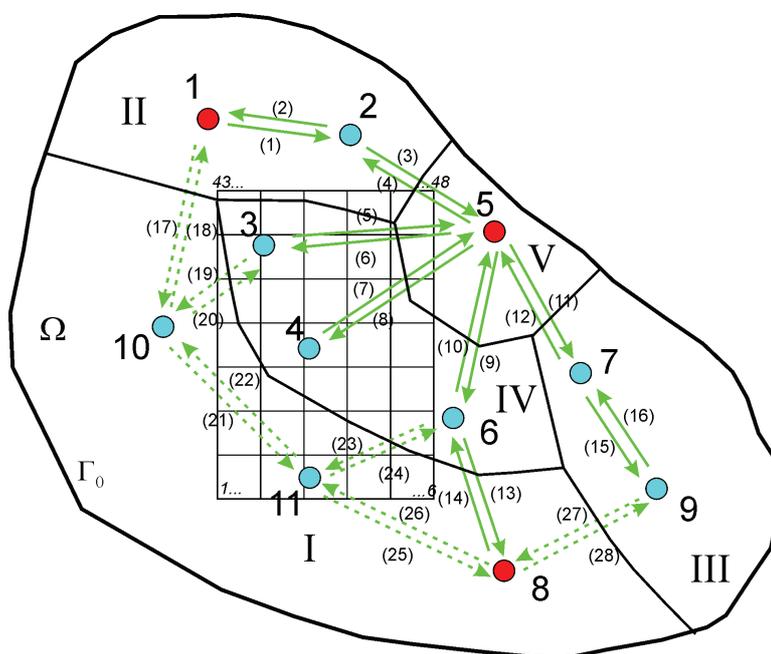


Figura 6.28: Zonas de la ciudad, puntos de destino y red de autopistas

Zona	$q_1$ (viajes/km <sup>2</sup> )	$q_5$ (viajes/km <sup>2</sup> )	$q_8$ (viajes/km <sup>2</sup> )	$C_1 - C_2$ (veh/h)	$V_1 - V_2$ (km/h)	$\gamma_1 - \gamma_2$ (grados)
I	100	120	100	600-600	50-50	0-90
II	80	100	80	500-500	50-50	0-90
III	80	100	80	500-500	50-50	0-90
IV	60	80	60	500-500	40-40	45-135
V	80	50	80	450-450	40-40	45-135

Tabla 6.4: Diseño óptimo. Características de las zonas de la ciudad

Se estudia el comportamiento de la red en una hora pico de la mañana cuando el flujo vehicular originado en los hogares se dirige hacia los centros 1, 5 y 8. Se considera además, un flujo de 10000 veh/hora que ingresan desde el norte por el nodo 1 y se dirigen hacia el nodo 8 en el sur. La misma cantidad de vehículos cruzan la ciudad de sur a norte ingresando por el nodo 8 con destino al nodo 1. Se asume asimismo que existe un flujo residual que no se dirige hacia ninguno de los destinos mencionados, equivalente a un tercio de la capacidad de las calles.

Para el cálculo del tiempo de recorrido del arco en las calles de la ciudad de acuerdo a la ecuación 3.34 se adoptan  $\alpha_a = 0,15$  y  $\varphi_a = 4$  y para las autopistas  $\alpha_l = 0,85$  y  $\varphi_l = 5$ . La velocidad máxima permitida en las autopistas es de 120 km/h, la capacidad de los tramos 1 a 12 es de 7500 veh/hora y la de los tramos 13 a 16 es de 5000 veh/hora.

Se asume que el 70 % de los vehículos que transitan por la ciudad son autos nafteros, el 20 % son automóviles gasoleros y el 10 % restante son vehículos pesados gasoleros. Los factores de emisión de monóxido de carbono (CO) de cada categoría se muestran en la Tabla 6.3 donde  $V$  corresponde a la velocidad de circulación ya sea de las calles de la ciudad  $v_a^*$  o de las autopistas  $v_l^*$ .

Para el cálculo en el sistema continuo se adoptan celdas de  $0,8 \times 0,8$  km<sup>2</sup>, con una separación de 200 m entre calles de igual dirección y sentido de circulación. En la determinación de los coeficientes  $k_x$ ,  $k_y$  y  $k_{xy}$  (3.39, 3.41, 3.40) se suman 16 arcos en cada dirección en cada celda en todas las zonas.

Para el cálculo de la concentración de CO se asume estabilidad atmosférica clase C, con viento en la dirección NO-SE a 3 m/s medido a 10 m de altura. Se adopta una capa de mezcla de 1 km de altura y un perfil logarítmico de velocidad de acuerdo a las ecuaciones A.10, A.11 y A.12 donde la velocidad de corte  $u^* = 1,106$  m/s, el coeficiente de rugosidad  $z_0 = 2$  m y la longitud de Monin-Obukov  $L_m = -50$  m. El coeficiente de dispersión turbulenta en la dirección vertical se calcula con la expresión A.14 y para los correspondientes coeficientes en la dirección del viento y la dirección perpendicular al mismo se adopta el doble del valor anterior.

Con estos datos se determina la situación original de la red de transporte y para comparar este estado con los correspondientes a diferentes modificaciones que se detallan a continuación se establecen 48 puntos de control dentro de la ciudad, formando una grilla de 6 por 8 puntos (Figura 6.28).

### **Problemas de diseño considerados**

Para evitar el tráfico pasante de norte a sur, y viceversa, en las calles de la ciudad, y fundamentalmente disminuir el tiempo de viaje entre los nodos 1 y 8, se prevé la construcción de nuevos tramos de autopistas (líneas discontinuas en la Figura 6.28) y dos accesos principales (10 y 11). En este caso las variables de diseño corresponden a la cantidad de carriles de los tramos a construir. La capacidad de cada carril es de 2500 veh/h y se estima que el costo de construcción es de \$1.000.000 por carril y kilómetro. Se analizan los siguientes 4 casos:

**Caso 1:** se busca el estado óptimo del sistema 3.69 y se considera solamente la restricción de diseño 3.71 fijando la capacidad de los nuevos tramos entre 0 y 10.000 veh/h, es decir entre 0 y 4 carriles.

**Caso 2:** al caso 1 se le agregan restricciones ambientales. Se requiere que el nivel sonoro, debido al tráfico en las calles (sin considerar autopistas), no supere 76 dB (restricción 3.74) en los puntos de control y la concentración de CO no supere  $1 \text{ mg/m}^3$  (restricción 3.73) en los mismos puntos.

**Caso 3:** al caso 2 se le agregan restricciones de costo (3.72) y se suavizan las restricciones ambientales. Se fija el valor de \$ 357 millones como límite máximo de costo de construcción, aproximadamente el 87,5% del costo que tendría construir la totalidad de los tramos proyectados con 4 carriles cada uno. Se pide, asimismo, que el nivel sonoro no supere 78 dB (3.74) debido al tráfico en las calles, en los puntos de control y que la concentración de CO no supere  $1 \text{ mg/m}^3$  (3.73) en los mismos puntos.

**Caso 4:** igual al caso 3 con mayor restricción de costo: \$290 millones, aproximadamente 70% del costo máximo.

### **Análisis y resultados**

El Caso 2 no tuvo solución debido a la restricción en el nivel sonoro y para los casos restantes, las diferentes soluciones, los valores de la función objetivo 3.69 y los costos de construcción se muestran en la Tabla 6.5.

Tramos	Cantidad de Carriles								F.O.	C.Const. (mill. \$)
	1 - 12	13 - 16	17-18	19-20	21-22	23-24	25-26	27-28		
Original	3	2	0	0	0	0	0	0	164020	0
Caso 1	3	2	4	3	4	3	4	4	127470	381
Caso 3	3	2	4	3	2	4	4	4	128942	356
Caso 4	3	2	4	1	4	1	4	1	135672	279

Tabla 6.5: Resultados de la optimización

En las Figuras 6.29 a 6.31 se muestra el tiempo de viaje para los diferentes casos desde los puntos de acceso hasta los puntos de destino 1, 5 y 8 respectivamente.

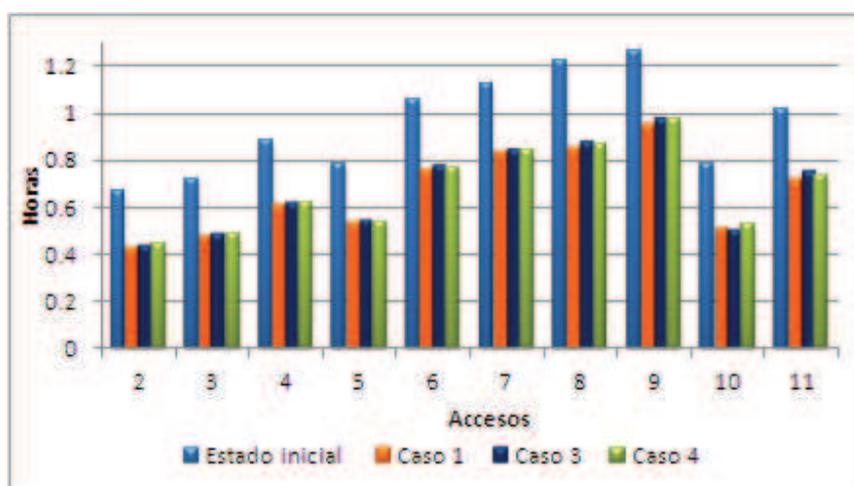


Figura 6.29: Tiempo de viaje desde los puntos de acceso hasta el Centro 1

Como se puede observar, el tiempo para llegar hasta el centro 5 prácticamente no experimenta variación en ninguno de los casos con respecto al estado original. Este es un resultado esperado debido a que no se modifican las capacidades de los tramos existentes, que son los que llevan a los usuarios hacia dicho centro y ya se encuentran funcionando

por encima de su capacidad, tal como se puede ver en la Figura 6.32. Por el contrario el tiempo de viaje hacia los centros 1 y 8 disminuye significativamente. Hacia el Centro 1 no se evidencia variación para los diferentes casos analizados, siendo la disminución con respecto a la situación original de 29% en promedio. Hacia el Centro 8 la disminución para los casos 1 y 3 es de 47,5%, mientras que para el Caso 4 es de 34,8%. Para este centro, la existencia de dos tramos llegando al nodo 8 proporciona más capacidad a la red y por lo tanto mejoran las condiciones de circulación por las autopistas con ese destino.

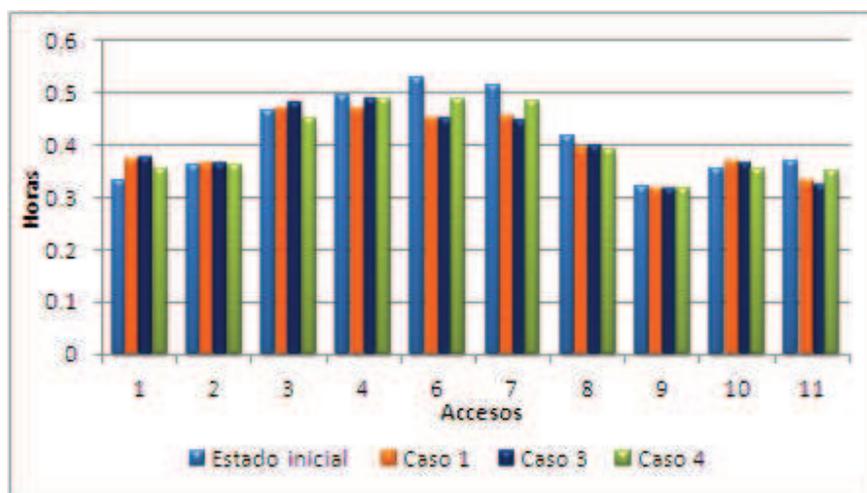


Figura 6.30: Tiempo de viaje desde los puntos de acceso hasta el Centro 5

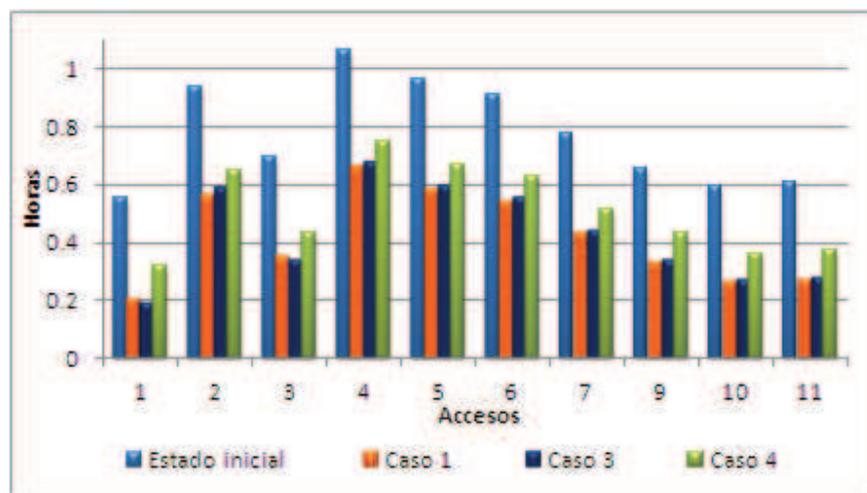


Figura 6.31: Tiempo de viaje desde los puntos de acceso hasta el Centro 8

En la Figura 6.32 se muestran las relaciones flujo/capacidad para los tramos nuevos y existentes en los diferentes casos.

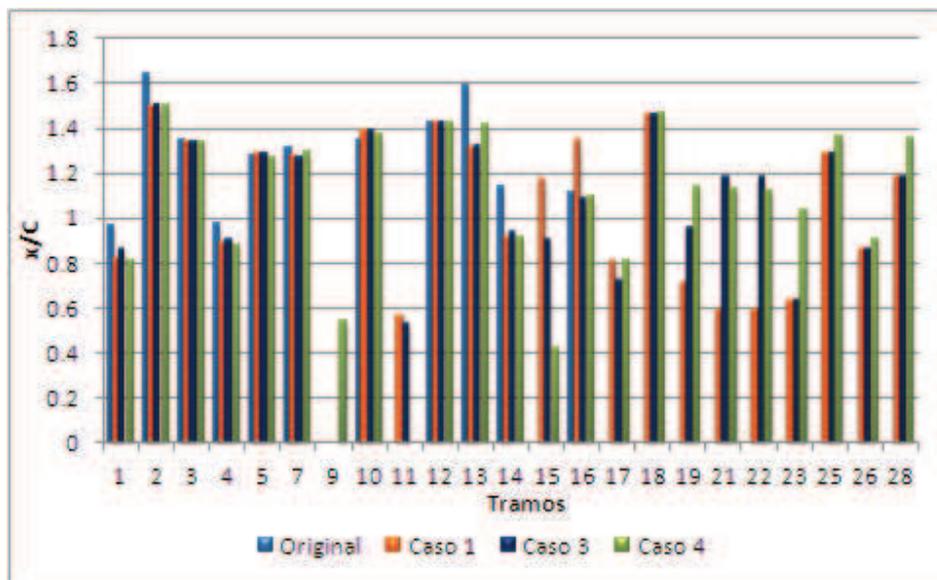


Figura 6.32: Relación flujo/capacidad en los tramos de red de autopistas

En las figuras 6.33, 6.34 y 6.35 se muestran valores de flujo de vehículos, nivel sonoro y concentración de CO en algunos de los puntos más afectados por el tráfico urbano.

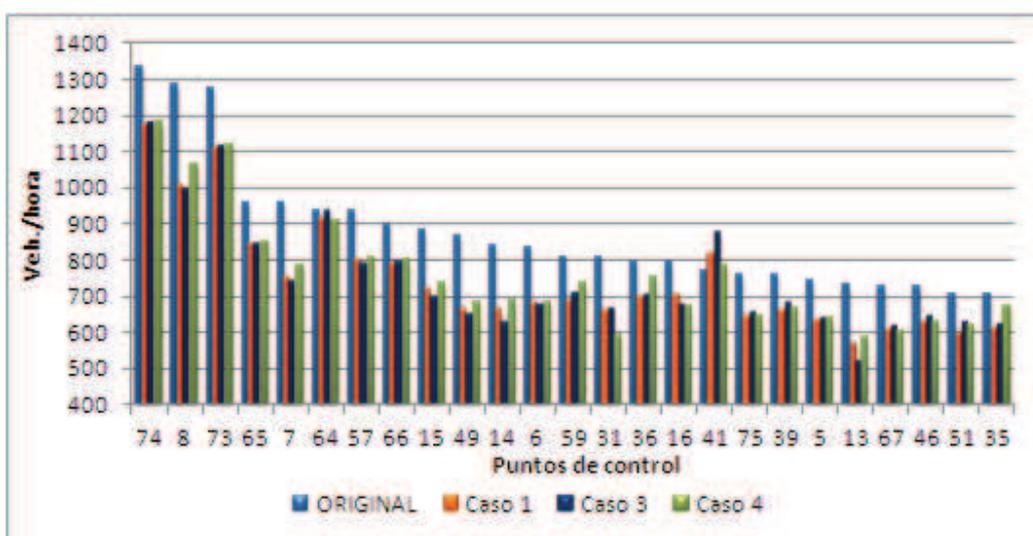


Figura 6.33: Flujo vehicular en puntos de control significativos de la ciudad

Como se puede ver en la Figura 6.33, salvo en el punto 41 que se encuentra muy cerca del nuevo acceso 10, el flujo se reduce aproximadamente 15 % en promedio. Esta disminución de flujo produce una leve disminución del nivel de ruido y de concentración de CO.

Cabe recordar que para lograr una disminución de 3 dB en el nivel sonoro es necesario reducir el flujo de vehículos a la mitad, razón por la cual si éste fuera el requerimiento en alguna zona, es necesario cambiar las condiciones de circulación en dicha zona desalentando el paso de vehículos.

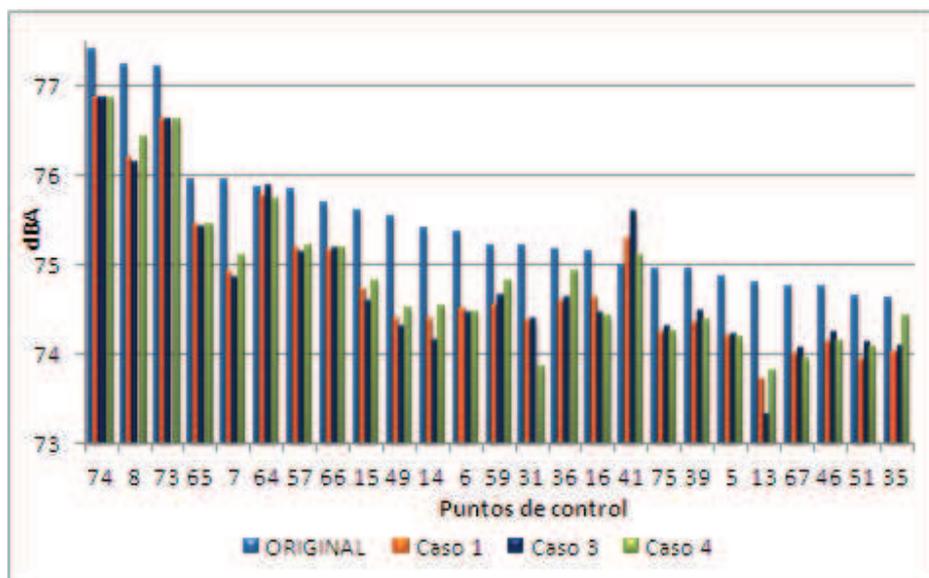


Figura 6.34: Nivel sonoro debido al tráfico en las calles en puntos de control significativos de la ciudad

En la Figura 6.36 se muestra el flujo vehicular en los tramos de autopistas, como la suma de los flujos en ambos sentidos de circulación, y finalmente en la Figura 6.37 el nivel sonoro a 15 metros de las mismas. Dicho nivel sonoro disminuye rápidamente con la distancia y puede ser disminuido con pantallas adecuadas para tal fin.

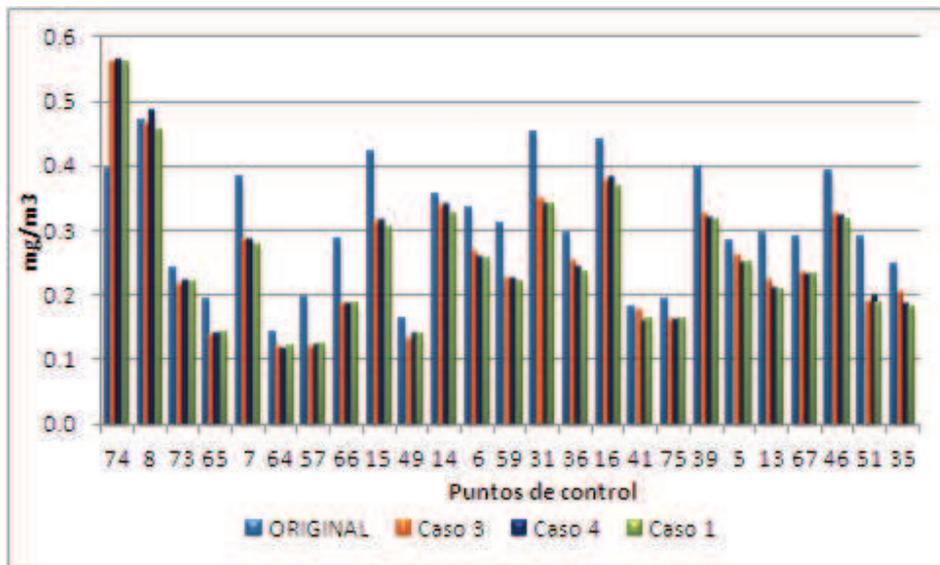


Figura 6.35: Concentración de CO en puntos de control significativos de la ciudad

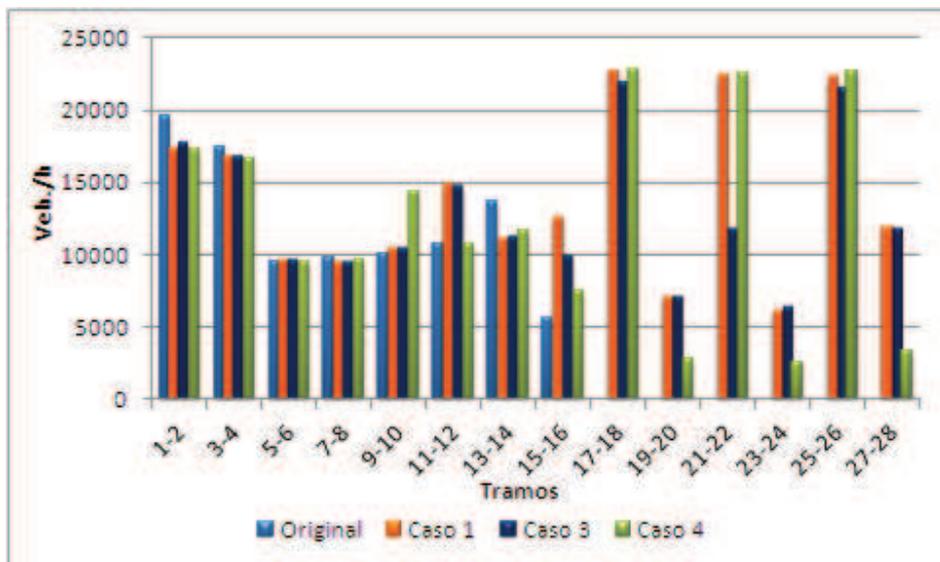


Figura 6.36: Flujo vehicular en ambos sentidos en las autopistas

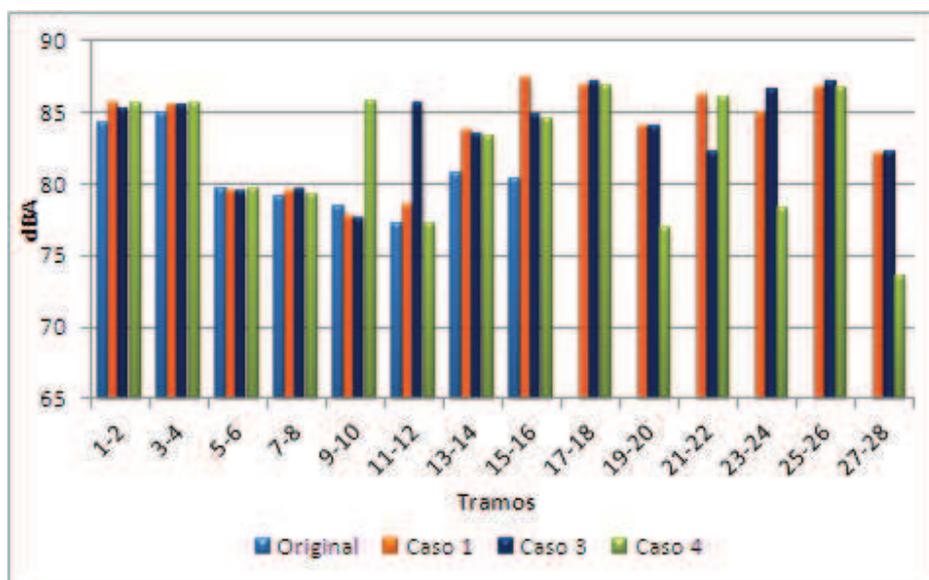


Figura 6.37: Nivel sonoro debido al flujo en las autopistas

## 6.5. Estimación de la demanda de viajes

En este ejemplo se muestra la aplicación del modelo de estimación de demanda de viajes desarrollado en la sección 3.8 a una ciudad policéntrica y se discuten dos maneras diferentes de parametrizar adecuadamente las funciones que la definen.

La estrategia de solución propuesta hace uso de la técnica de optimización heurística Recocido Simulado en combinación con el método de Elementos Finitos para el problema de asignación, tal como lo expuesto en la sección 4.4.

Se analiza una ciudad de  $700 \text{ km}^2$  aproximadamente, tal como la de la Figura 6.38, con 8 zonas diferentes en cuanto a demanda y características viales, que se detallan en la Tabla 6.6. Se estudia una hora pico de ingreso a la ciudad hacia dos puntos de atracción de viajes (1) y (2). De acuerdo a la parametrización de las funciones de demanda se estudian dos casos diferentes que se detallan en las secciones 6.5.1 y 6.5.2. En el primero de ellos se asumen valores constantes de demanda en cada zona y en el segundo se estudia la demanda de viajes de acuerdo a un modelo clásico de gravedad.

En los dos casos, los valores reportados como “observados”, “medidos” o “reales”, corresponden a valores simulados previamente, de acuerdo a los cambios que se detallan con respecto a las situaciones originales donde se conoce la función de demanda. Se establecen puntos de medición de datos de flujo de acuerdo a la grilla regular que se muestra en la Figura 6.38.

Para el cálculo del tiempo de viaje en las calles se adopta la función  $t_a = t_{a0} (1 + 0,15((x_a + C_a/3)/C_a)^4)$ . Para el cálculo en el sistema continuo se adoptan celdas de  $0,8 \times 0,8 \text{ km}^2$ , con una separación de 200 m entre calles de igual dirección y sentido de circulación, paralelas a los ejes coordenados. En la determinación de los coeficientes  $k_x$ ,  $k_y$  y  $k_{xy}$ , se suman 16 tramos de calles en cada dirección en cada celda.

En la solución del problema de asignación se trabaja con una malla de elementos finitos de 2865 nodos y 1383 elementos triangulares.

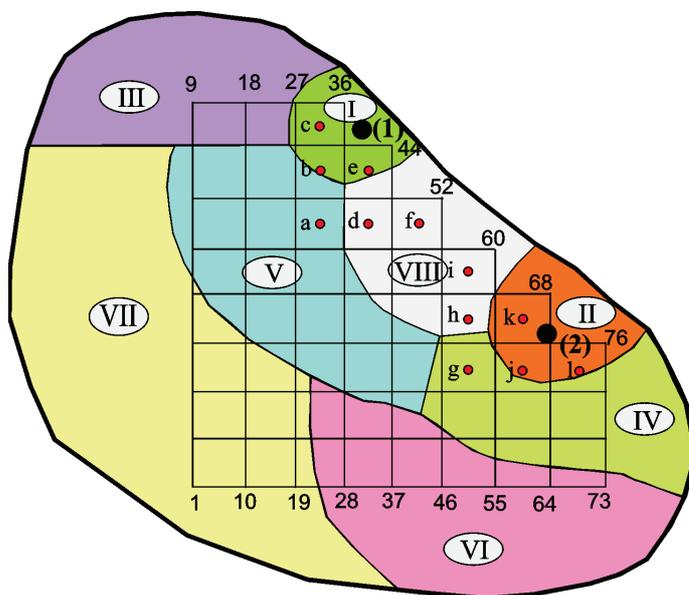


Figura 6.38: Zonas de la ciudad y malla de puntos de aforo de tráfico

### 6.5.1. Demanda constante por zonas

En este caso, las incógnitas del problema corresponden a las dos funciones de demanda de viajes hacia los dos centros  $q^s(x, y) = q_i^s$  si  $(x, y)$  pertenece a la zona

$i, i = (I, II, \dots, VIII)$  y  $s$  corresponde al punto de destino ( $s = 1, 2$ ). Es decir, las funciones de demanda se consideran adecuadamente parametrizadas por medio de 8 valores característicos para cada destino, uno para cada una de las zonas consideradas.

Zona	Capacidad veh/h	Velocidad km/h	Escenario 1			Escenario 2			
			original		% Incremento	original		% Incremento	
			$q^1$	$q^2$	$\Delta q^s$	$q^1$	$q^2$	$\Delta q^1$	$\Delta q^2$
I	400	50	50	80	30	50	50	30	20
II	400	50	60	40	40	60	40	50	30
III	450	50	50	40	30	50	40	30	40
IV	400	50	70	90	40	70	90	40	20
V	600	50	90	90	10	90	90	10	20
VI	600	60	40	60	50	40	60	70	50
VII	600	60	50	50	20	50	50	50	50
VIII	600	50	30	20	40	30	20	40	80

Tabla 6.6: Demanda de viajes y características de las calles por zona

En este caso se estudian dos escenarios diferentes que se detallan en la Tabla 6.6. Para ambos se consignan en dicha tabla los valores originales conocidos de  $q^s$  hacia cada destino así como el incremento  $\Delta q^s$  que sufren luego de un tiempo. Este  $\Delta q^s$  es el incremento real que se tratará de encontrar resolviendo el problema descrito mediante las ecuaciones 3.75 a 3.77 para una sola clase de usuario, donde  $q^s$  corresponde al valor original más el incremento  $\Delta q^s$ .

En el método de optimización de Recocido Simulado se adopta un esquema geométrico de disminución de temperatura. La zona de búsqueda de nuevas soluciones para el Escenario 1 (ecuación 3.77) se define fijando el límite inferior del incremento de demanda ( $\Delta q_{mín}$ ) en el 10% de los valores originales de la demanda de las diferentes zonas y el límite superior ( $\Delta q_{máx}$ ) en el 70% de dichos valores. Se mantiene fijo el incremento de la zona V en 10%.

En el Escenario 2 se adoptan límites diferenciados por zonas y por destinos. En este caso se acepta que se conocen los porcentajes de incremento de la demanda hacia el Centro 1 en las zonas V (10 %) y I (30 %) y hacia el Centro 2 en las zonas II (30 %) y V (20 %). En el resto de las zonas se fijan como límites inferiores del incremento de la demanda original hacia el Centro 1, 10 % en las zonas III y VIII, 20 % en las zonas II, IV y VII y 40 % en la zona VI, mientras que hacia el Centro 2 dichos límites son 10 % en las zonas I y IV, 20 % en las zonas III, VI y VII y 40 % en la zona VIII. Los límites superiores para el Centro 1 son: 50 % en la zona III, 60 % en las zonas IV y VIII, 70 % en las zonas II y VII y 90 % en la zona VI, mientras que para el Centro 2 son: 40 % en las zonas I y IV, 50 % en la zona III, 70 % en las zonas VI y VII y 90 % en la zona VIII.

La generación de nuevas soluciones se realiza en forma aleatoria a partir de la solución anterior aceptada, con variaciones entre -5 y 5 viajes/h/km<sup>2</sup>. El cálculo de cada posible solución del problema, es decir de cada evaluación de la función objetivo 3.75, utilizando 10 iteraciones para cada centro en la asignación demora 3,2 minutos.

La cantidad total de viajes generados en el Escenario 1 en el estado actual (el que corresponde al valor original más el  $\Delta q$  de la Tabla 6.6), hacia los Centros 1 y 2 es de 49343 y 53206 respectivamente, mientras que los estimados correspondientes son 49704 y 53923 viajes, es decir que la diferencia entre viajes generados reales y estimados es de -0,73 % para el Centro 1 y -1,25 % para el Centro 2. En el Escenario 2, los viajes generados reales y estimados hacia el Centro 1 son respectivamente 53741 y 53632 (0,2 % de diferencia) y hacia el Centro 2 son 55590 y 57822 (-4,2 % de diferencia).

En la Figura 6.39 se puede observar la relación entre la demanda real y la estimada para cada una de las zonas del Escenario 1. La diferencia promedio entre ambas es de 3,4 % y la diferencia máxima es de 7,7 % en la zona I. Estos valores se traducen en los porcentajes de incremento con respecto a los valores originales que se muestran en la Figura 6.40. En la Figura 6.41 se muestra la relación entre los flujos medidos y calculados para el mismo escenario en los puntos más congestionados en dirección Sur-Norte.

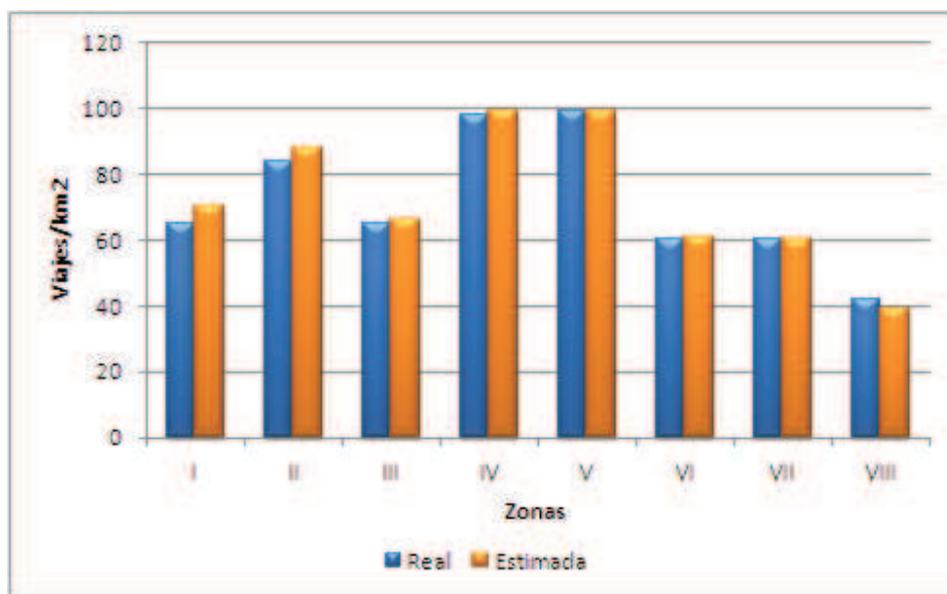


Figura 6.39: Comparación entre la demanda real y estimada para el Escenario 1

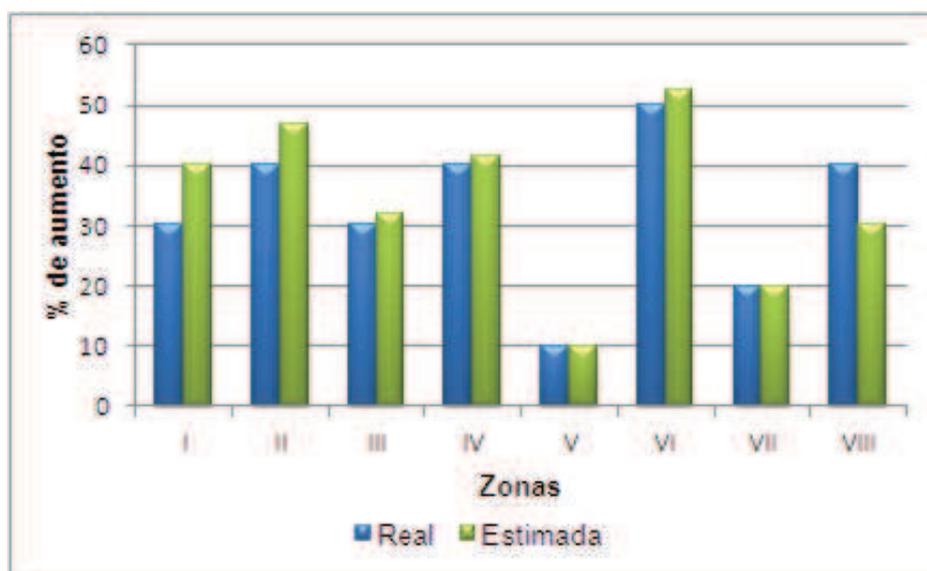


Figura 6.40: Comparación entre el porcentaje de incremento real y estimado para el Escenario 1

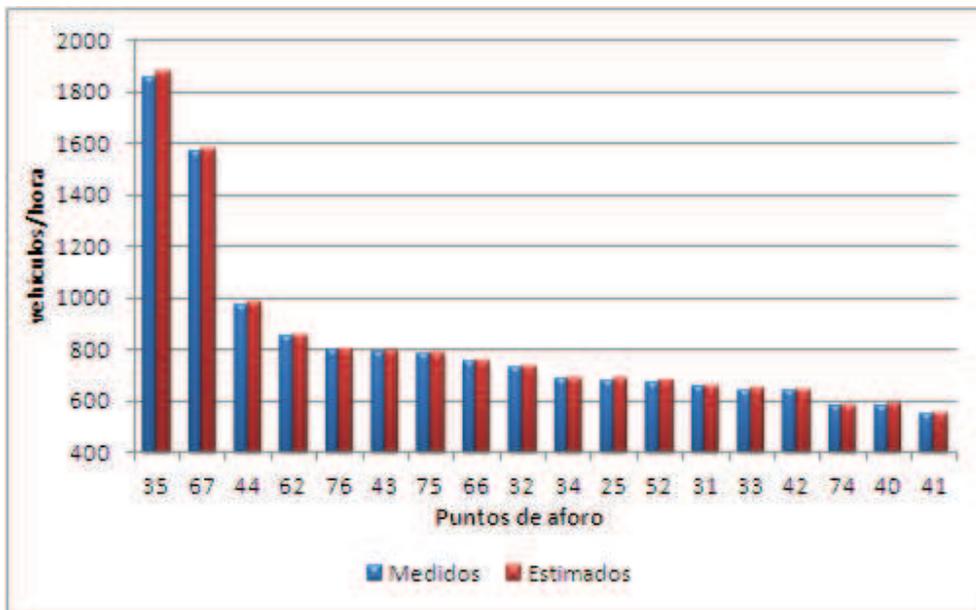


Figura 6.41: Comparación entre los flujos medidos y estimados en los puntos más congestionados para el Escenario 1 en dirección Sur-Norte

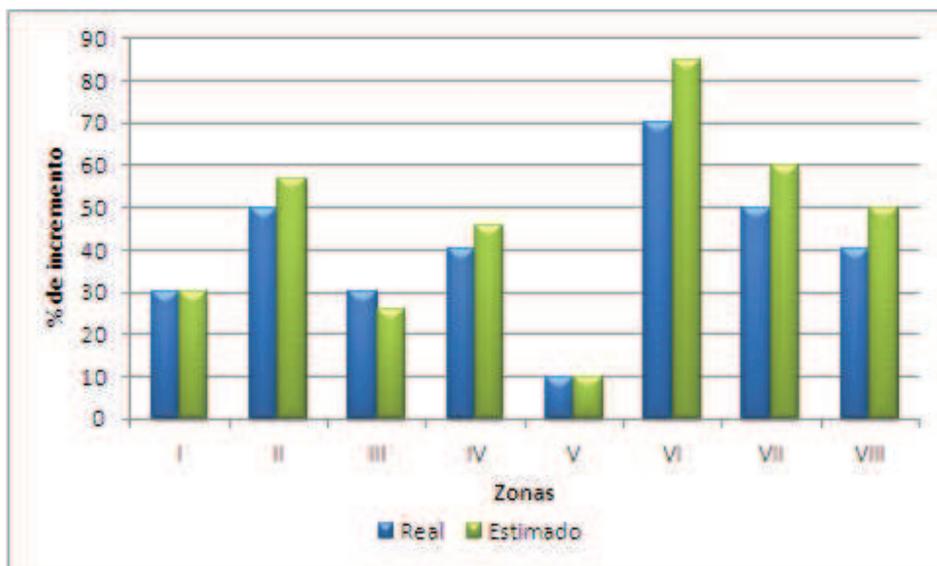


Figura 6.42: Comparación entre el porcentaje de incremento real y estimado de la demanda de viajes hacia el Centro 1 para el Escenario 2

En las Figuras 6.42 y 6.43 se muestran los porcentajes de incremento de la demanda real y la estimada para cada una de las zonas, hacia los Centros 1 y 2 respectivamente, correspondientes al Escenario 2. En el primer caso la diferencia promedio entre las mencionadas demandas (que no se muestran gráficamente) es de 5,7% y la diferencia máxima es de 8,8% para la zona VI. Con respecto al Centro 2, la diferencia promedio es de 4,5% y la máxima de 8% en la zona VII.

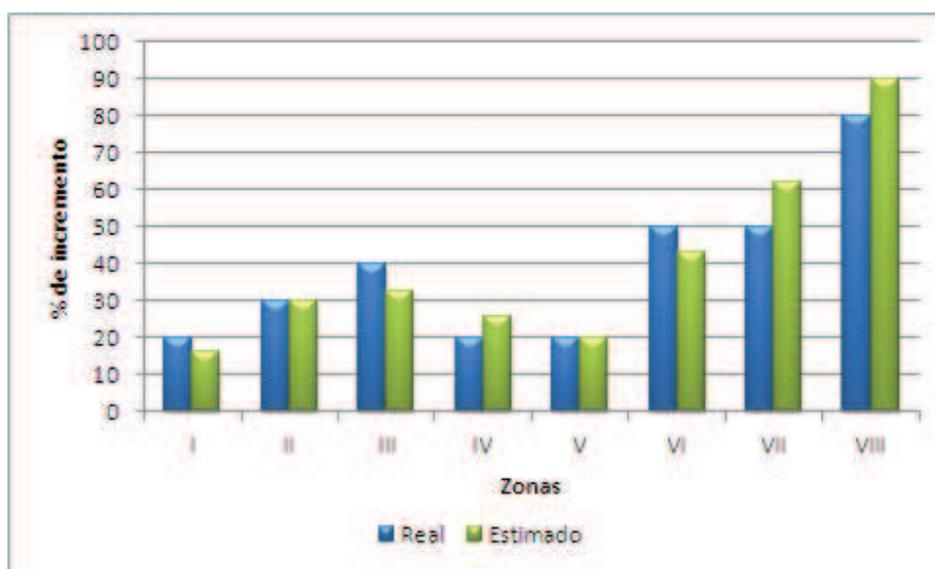


Figura 6.43: Comparación entre el porcentaje de incremento real y estimado de la demanda de viajes hacia el Centro 2 para el Escenario 2

### 6.5.2. Demanda estimada mediante un modelo de gravedad

En este caso se estima la demanda de viajes hacia cada centro mediante el siguiente modelo de gravedad:

$$q^s(x, y) = \alpha_1 P_o^{\alpha_2} P_d^{\alpha_3} d^{\alpha_4} \quad (6.1)$$

donde  $q^s$  corresponde a la cantidad de viajes por unidad de área hacia el centro  $s$  ( $s=1,2$ ),  $P_o$  es la densidad de población de la zona de origen de los viajes,  $P_d$  es la densidad de población de la zona de destino de los mismos,  $d$  es la distancia al centro  $s$  considerado y  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  y  $\alpha_4$  son parámetros de ajuste.

En el ejemplo que se presenta se asumen conocidas las funciones de demanda en un estado anterior de la red y se conocen las densidades de población actuales, de manera tal que, para obtener las nuevas funciones de demanda  $q^s(x, y, \alpha)$  con  $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4)$  es necesario actualizar estos parámetros de ajuste que constituyen las variables del problema.

Se utilizan las mismas características viales de la ciudad que en el ejemplo anterior y se modifica solamente la demanda de viajes. La densidad de población (habitantes/km<sup>2</sup>) en las zonas de origen para el estado original es  $P_o = (1178, 1176, 444, 574, 290, 409, 140, 431)$ , mientras que la actual es  $P_o = (1296, 1324, 634, 689, 338, 490, 163, 518)$ . La población de los puntos de destino 1 y 2 se asume de 4000 y 5000 habitantes respectivamente en la situación original y de 5000 en ambos centros en la actualidad, distribuidos en subzonas de 1 km<sup>2</sup>. Se establecen cotas amplias a los incrementos de las demandas de viajes en las zonas, fijando para el Centro 1 un incremento mínimo de 20 % y un máximo de 80 % y para el Centro 2 se establecen dichos límites entre 30 % y 130 %.

En la situación original los parámetros de la función de demanda eran  $\alpha_1 = 0,05$ ;  $\alpha_2 = 0,211$ ;  $\alpha_3 = 1$ ;  $\alpha_4 = -1$ , los nuevos parámetros (con los que se simulan los flujos medidos) son  $\alpha_1 = 0,05$ ;  $\alpha_2 = 0,3$ ;  $\alpha_3 = 0,92$  y  $\alpha_4 = -0,8$ , mientras que los valores correspondientes obtenidos mediante la minimización de 3.75 son:  $\alpha_1 = 0,06$ ;  $\alpha_2 = 0,25$ ;  $\alpha_3 = 0,92$  y  $\alpha_4 = -0,76$ . Se adopta una distancia mínima de cálculo de 5 km.

Los resultados obtenidos para la estimación de la demanda de viajes son muy buenos, ya que los viajes totales generados reales y estimados hacia el Centro 1 son 77870 y 75421 respectivamente (3,2 % de diferencia) y hacia el centro 2 son 79326 y 76360 respectivamente (3,9 % de diferencia).

En las Figuras 6.44 y 6.45 se muestra la relación entre los porcentajes de demanda de viajes reales y estimados hacia dichos centros para cada zona. Se han comparado los flujos estimados y medidos en los puntos utilizados para la resolución del problema inverso. Las diferencias (no mostradas) son muy pequeñas de igual manera que en el ejemplo anterior. Sin embargo es interesante analizar tal comparación para puntos no utilizados para el cálculo inverso (aquí denominados puntos de control). En la Figura 6.38 se muestran tales puntos marcados con pequeños círculos rojos. La comparación así realizada se muestra

en la Figura 6.46 para flujos estimados y medidos en el sentido Oeste-Este y en la Figura 6.47 para la dirección Sur-Norte. Como puede observarse, la diferencia es del orden de 3%, es decir que se reconstruye adecuadamente el patrón de flujo medido.

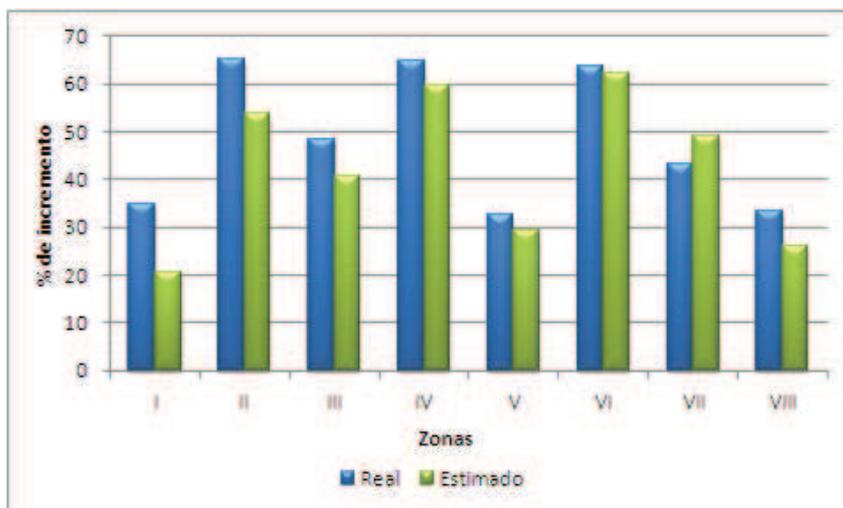


Figura 6.44: Comparación entre el porcentaje de incremento real y estimado de demanda de viajes hacia el Centro 1

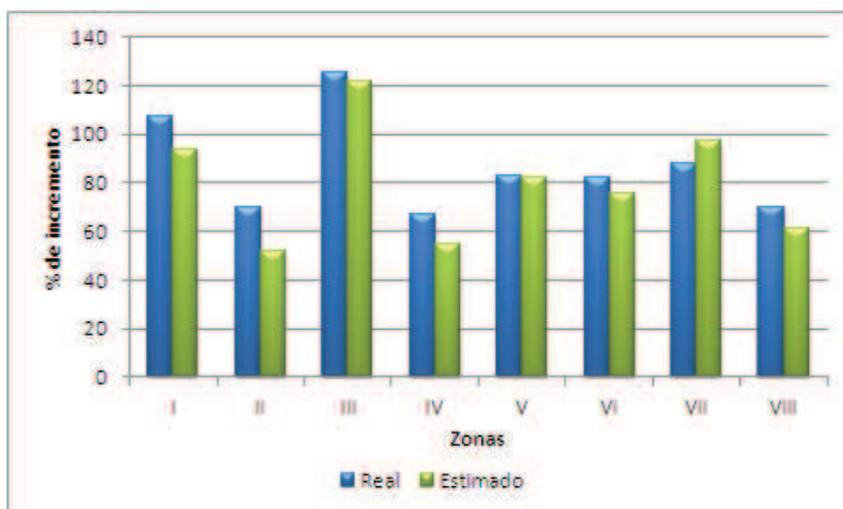


Figura 6.45: Comparación entre el porcentaje de incremento real y estimado de demanda de viajes hacia el Centro 2

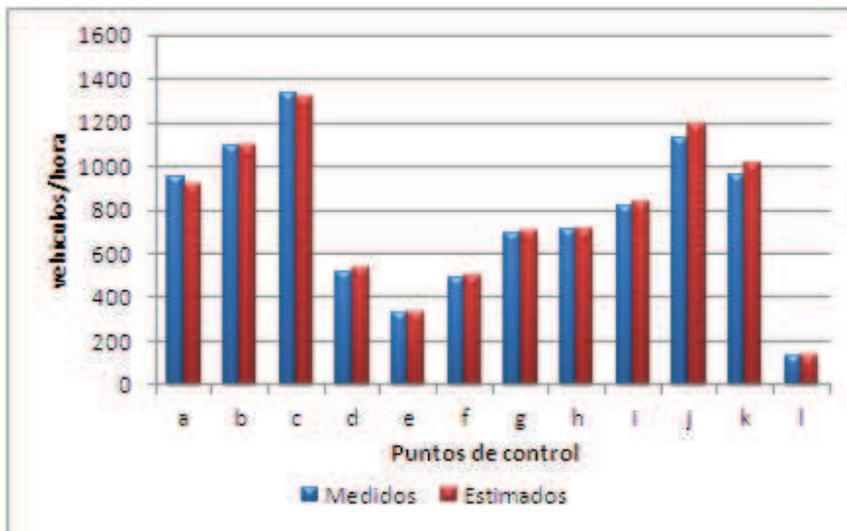


Figura 6.46: Comparación entre los flujos medidos y estimados en dirección O-E en los puntos de control

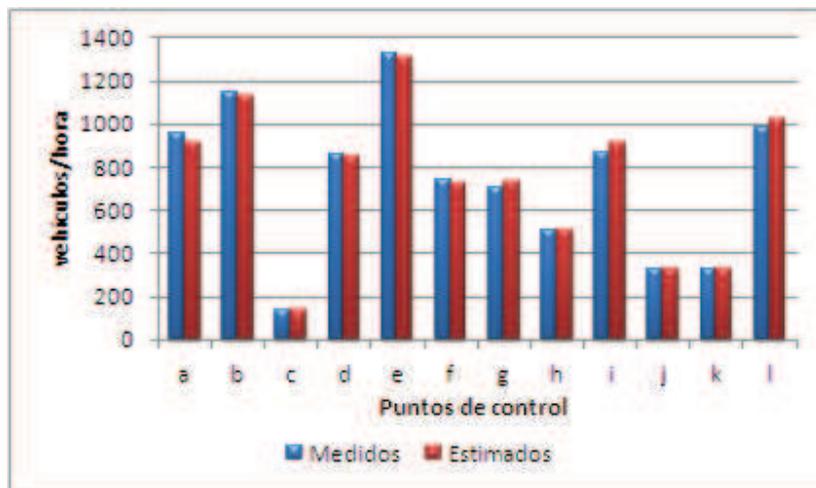


Figura 6.47: Comparación entre los flujos medidos y estimados en dirección S-N en los puntos de control

# Capítulo 7

## Conclusiones

En este capítulo se expone primeramente un resumen de los temas desarrollados en la presente tesis, se enumeran luego los aportes originales más destacados producto de la investigación, se detallan a continuación los trabajos publicados en reuniones científicas y revistas internacionales y por último se exponen las posibles líneas futuras de investigación.

### 7.1. Sumario

El tráfico urbano es el principal responsable de la contaminación, tanto acústica como atmosférica, en las grandes ciudades, de manera tal que, para lograr un desarrollo sustentable, es imprescindible considerar el medioambiente en todo proyecto de ampliación o modificación de la red de transporte.

Esta ha sido la motivación esencial de la realización de esta tesis, cuyo objetivo principal es el desarrollo de un modelo teórico y computacional para el diseño óptimo de redes de transporte urbano que permita cumplir simultáneamente con estándares establecidos en cuanto a la calidad ambiental.

El diseño óptimo requiere estimar, para cada alternativa que se evalúa, el flujo vehicular horario en las arterias de la ciudad y el tiempo de viaje entre puntos de origen y destino.

Este problema de asignación de viajes, se ha resuelto tradicionalmente, utilizando un enfoque discreto, en el cual las variables corresponden a los flujos vehiculares en cada tramo de la red de transporte. Debido al tamaño de las redes de las grandes ciudades, la utilización de tal enfoque conduce a problemas de optimización en gran escala con un enorme número de variables. Esto es muy costoso tanto desde el punto de vista computacional como del de la recolección de datos necesarios para la implementación de los mismos.

La idea de buscar un modelo que permita capturar el comportamiento del conjunto de conductores que se movilizan en la red existente y predecir el funcionamiento de la misma en nuevos escenarios, utilizando un número menor de variables, condujo a buscar soluciones en el dominio espacial continuo. En este enfoque, la descripción del flujo vehicular y de los tiempos de viaje, se realiza utilizando funciones continuas y las incógnitas corresponden a los valores de tales funciones en cierta cantidad de puntos del dominio.

En los trabajos realizados en tal sentido, detallados en la primera parte del capítulo 3, existen dos puntos fundamentales que no han sido considerados adecuadamente por otros autores. El primero de ellos es que la red de tráfico presenta características diferentes de acuerdo a la dirección del movimiento, es decir tiene un comportamiento anisótropo, mientras que en las investigaciones precedentes siempre se la considera isótropa. Por otro lado, las funciones de costo de viaje están definidas mediante parámetros que, si bien se asume que involucran características propias de la red, no se especifica cómo obtenerlos.

Teniendo en cuenta estas carencias o limitaciones, se desarrolló un nuevo modelo espacial continuo a partir del tradicional problema discreto y de las conocidas funciones de costo existentes para tal enfoque.

Basada en la ecuación de continuidad de flujos, en el capítulo 3, se desarrolló la forma dual del equilibrio de usuario, donde las incógnitas corresponden a los tiempos de viaje entre puntos de origen y destino

A partir de allí, utilizando cálculo variacional, se llegó, para el caso general de diversos destinos y diferentes clases de usuarios, a un sistema de ecuaciones diferenciales no lineales a derivadas parciales que gobiernan el problema de asignación de tráfico y sus correspondientes condiciones de contorno. En estas ecuaciones diferenciales, semejantes formalmente a las ecuaciones de difusión, los coeficientes que definen el movimiento de los vehículos tienen en cuenta las características anisótropas de la red y la congestión de tráfico.

Luego, se formuló una extensión del modelo que permite considerar la coexistencia de un sistema discreto junto al sistema continuo, para capturar lo más fielmente posible los diferentes comportamientos de la red de tráfico en determinados tramos o zonas. Tal es el caso, por ejemplo, de la necesidad de modelar un sistema de autopistas en una ciudad. Matemáticamente, este problema consiste en resolver, simultáneamente con las ecuaciones diferenciales, un sistema de ecuaciones algebraicas para cada punto de encuentro entre ambos sistemas.

En el mismo capítulo se formuló el diseño óptimo de redes de transporte urbano teniendo en cuenta las consideraciones ambientales y el problema de estimación de funciones de demanda de viajes, a la luz de los nuevos modelos de asignación de tráfico.

A continuación, en el capítulo 4, se desarrolló una metodología para resolver los modelos presentados, que consiste en la utilización de una técnica de optimización (Recocido Simulado) para los problemas de diseño y de estimación de demanda, y del método de Elementos Finitos para obtener la solución de las ecuaciones diferenciales que gobiernan el problema de asignación.

La validación de los nuevos modelos de tráfico desarrollados y de su implementación computacional se realizó en el capítulo 5 mediante la comparación de los resultados obtenidos con los mismos y los calculados con los modelos tradicionales y en el caso más sencillo con una solución analítica. En todos los casos se pudo observar el muy buen comportamiento de los nuevos modelos y su menor costo computacional.

Finalmente, en el capítulo 6 se presentaron ejemplos numéricos que permiten apreciar la utilización de los modelos propuestos en problemas típicos de transporte urbano tales como evaluación de impacto ambiental, diseño óptimo de redes y estimación de funciones de demanda de viajes.

## 7.2. Aportes originales

Los aportes originales de la presente tesis pueden resumirse de la siguiente forma:

- Desarrollo de un modelo teórico computacional continuo-discreto de asignación de tráfico urbano que permite:
  - \* Considerar la anisotropía de la red de tráfico, es decir las características diferentes de circulación de acuerdo a la dirección.
  - \* Tener en cuenta el comportamiento particular de las diferentes clases de usuarios. Esto puede involucrar tanto la estimación de la diferente percepción del costo de viaje por parte de los usuarios de la red, como la valoración del tiempo de viaje de las distintas categorías de vehículos.
  - \* Considerar los aspectos de la demanda variable de viajes en la red, es decir la decisión de los conductores de viajar o no hacerlo, de acuerdo a las condiciones de congestión.
  - \* Utilizar las bien conocidas funciones de costo/tiempo de viaje del sistema tradicional discreto en un sistema continuo.
  - \* Disminuir en forma significativa las variables del problema con respecto a los sistemas discretos tradicionales. La cantidad de variables del correspondiente modelo de Elementos Finitos que se utiliza para resolver el modelo continuo, depende de la cantidad de puntos en que se discretiza el dominio del mismo. Por esta razón, no está relacionada directamente con la cantidad de calles e intersecciones de la red física y por lo tanto, el crecimiento de la misma no

trae aparejado el incremento del número de variables y consecuentemente del tiempo de cálculo.

- \* Recuperar en forma detallada y discreta los valores de flujo, velocidad y tiempo de viaje en cada tramo de la red una vez resuelto el modelo continuo. Esto es posible ya que dichas características quedan definidas en función de las variables del modelo.
  - \* Modelar el problema de tráfico en forma muy detallada en determinadas zonas (puentes, cruces ferroviarios, etc.) y vías de circulación (avenidas, autopistas) mediante el modelo discreto y de manera más general en otras (calles comunes) con el modelo continuo, de manera integral.
- Elaboración de una metodología que permite encarar el tratamiento de los problemas de tráfico y sus consecuencias inmediatas: congestión y contaminación acústica y atmosférica en forma conjunta y relacionada.

Al proporcionar el modelo de asignación los valores de flujo y velocidad de circulación en todo punto de la ciudad es posible transferir estos datos a programas específicos tanto de contaminación acústica como atmosférica para obtener niveles de ruido y concentración de contaminantes respectivamente. De esta manera es posible evaluar dichos niveles y ajustar el diseño de manera que se respeten normas ambientales.

- Reformulación del problema de diseño óptimo de redes de transporte urbano y del problema inverso de estimación de las funciones de demanda de viajes.

En los modelos discretos, el problema de diseño óptimo se formula mediante un programa de optimización bi-nivel sujeto a restricciones. La función objetivo del nivel superior se establece según propósitos generales y en el nivel inferior se resuelve el problema de asignación de viajes a la red, de acuerdo al equilibrio de usuario. Utilizando el nuevo enfoque continuo-discreto de asignación, tal problema se formula en un solo nivel en el que se define la función objetivo (en un dominio continuo o discreto) y el equilibrio de usuario se expresa mediante sistemas de ecuaciones diferenciales no lineales y algebraicas acopladas.

De igual manera, el clásico problema bi-nivel que permite estimar, como un problema inverso al de asignación, la demanda de viajes en función de valores de demanda previos y conteo de flujo en determinados puntos de la ciudad, se puede expresar ahora como un problema de optimización en un solo nivel, donde se busca minimizar la diferencia entre valores observados y estimados de flujo. Estos últimos se obtienen de la solución del problema de asignación expresado mediante los sistemas de ecuaciones antes mencionados.

### 7.3. Publicaciones realizadas

A continuación se detallan los trabajos presentados en congresos nacionales e internacionales y las publicaciones en revistas científicas, que se elaboraron como parte de la investigación realizada durante el desarrollo de la presente tesis.

- Dominguez, P.; Vidal, M. y Cortínez V. Diseño óptimo de redes de transporte urbano considerando aspectos medioambientales. *Mecánica Computacional*, ISSN 1666-6070 Vol. XXVIII, p.2599-2624, 2009 (Dominguez et al., 2009).
- Cortínez V. y Dominguez P. Un modelo continuo de asignación de tráfico para el estudio de ruido urbano. *Primeras Jornadas Regionales de Acústica, Aada 2009*. Rosario, Argentina, 2009 (Cortínez y Dominguez, 2009).
- Dominguez P. y Cortínez V. Aplicación de un modelo continuo de distribución-asignación de tráfico urbano: Impacto Ambiental. *II Congreso de Matemática Aplicada, Computacional e Industrial, MACI (2)2009*, p. 277-280. Rosario, Argentina, 2009 (Dominguez y Cortínez, 2009).
- Cortínez, V. y Dominguez, P. Un modelo continuo anisótropo para el estudio del comportamiento del tráfico urbano congestionado. *Mecánica Computacional*, ISSN 1666-6070 Vol. XXIX, p.2173-2197, 2010 (Cortínez y Dominguez, 2010).

- Dominguez, P.; Vidal, M. y Cortínez V. La modelización matemática en el diseño óptimo de redes de transporte urbano con restricciones ambientales. *Ciencia y Tecnología 10*, ISSN 1850-0870, p.81-100, 2011 (Dominguez et al., 2011).
- Dominguez P. y Cortínez V. Un modelo combinado continuo-discreto para el diseño de autopistas. Impacto ambiental. *III Congreso de Matemática Aplicada, Computacional e Industrial, MACI (3)* 2011, p. 347-350. Bahía Blanca, Argentina, 2011 (Dominguez y Cortínez, 2011a).
- Cortínez, V. y Dominguez, P. Un modelo de difusión anisótropa de tráfico urbano: Impacto Acústico. *Contaminación atmosférica e hídrica en Argentina*, ISBN 978-950-42-0136-6, p. 103-112, 2011 (Cortínez y Dominguez, 2011b).
- Cortínez V. y Dominguez P. Un modelo continuo-discreto de tráfico para el estudio de ruido urbano. *Reunión Regional de Acústica*. Montevideo, Uruguay. ISBN 978-9974-0-0786-4, 2011 (Cortínez y Dominguez, 2011a).
- Dominguez, P. y Cortínez, V. Un nuevo modelo continuo-discreto para el estudio del tráfico urbano con autopistas. *Mecánica Computacional*, ISSN 1666-6070 Vol. XXX, p.3543-3560, 2011 (Dominguez y Cortínez, 2011b).
- Cortínez, V. y Dominguez, P. Estimación de la demanda de viajes mediante un modelo continuo de tráfico urbano. *XVII Congreso Panamericano de Ingeniería de Tránsito, Transporte y Logística PANAM 2012*, 24 al 27 de setiembre, Santiago de Chile, 2012 (Cortínez y Dominguez, 2012a).
- Dominguez, P. y Cortínez, V. Un modelo continuo-discreto de tráfico urbano para el estudio de impacto ambiental. *XVII Congreso Panamericano de Ingeniería de Tránsito, Transporte y Logística PANAM 2012*, 24 al 27 de setiembre, Santiago de Chile, 2012 (Dominguez y Cortínez, 2012a).
- Dominguez, P. y Cortínez, V. Un método continuo-discreto para el diseño óptimo de sistemas de transporte urbano. *Mecánica Computacional*, ISSN 1666-6070 Vol. XXXI, p.3335-3355, 2012 (Dominguez y Cortínez, 2012b).

- Cortínez, V. y Dominguez, P. Un método inverso para la estimación de la demanda de viajes urbanos. *Mecánica Computacional*, ISSN 1666-6070 Vol. XXXI, p. 3319-3334, 2012 (Cortínez y Dominguez, 2012b).
- Cortínez, V. y Dominguez, P. Un modelo de difusión anisótropa para el estudio del tráfico urbano. *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería*, Vol. 9(1), p. 1-11, 2013 (Cortínez y Dominguez, 2013).

## 7.4. Sugerencias sobre futuras líneas de investigación

En el modelo continuo-discreto de asignación de viajes, se consideró la posibilidad de la demanda variable en función del tiempo de viaje y la existencia de diferentes clases de usuarios. Estas opciones tienen en cuenta algunos aspectos del proceso de planificación del transporte urbano que involucra además, otras cuestiones importantes como la partición modal, es decir la decisión de qué tipo de transporte utilizar, público o privado, y el problema de distribución. Este último corresponde a la elección del punto de destino de acuerdo a parámetros de atracción, tales como oportunidades laborales, educativas, comerciales, etc. Estos dos temas pueden incorporarse al modelo de manera sencilla, por ejemplo adoptando funciones de demanda tipo Multinomial Logit.

En cuanto al problema de diseño óptimo de redes, las posibilidades en la formulación de la función objetivo son numerosas. En este caso solo se planteó como objetivo general el estado óptimo del sistema, sin embargo pueden proponerse otros objetivos tales como la minimización de concentraciones, la maximización de ingresos por peaje o funciones multiobjetivo. Estas últimas, requieren ser evaluadas con técnicas diferentes, específicamente desarrolladas para tal fin tales como Óptimo de Pareto, el método de la Suma Ponderada, el de la Programación por Metas o métodos basados en la Asignación de Prioridades.

De igual manera, en la solución de los problemas de optimización, tanto del correspondiente al de diseño óptimo como al problema inverso de estimación de las

funciones de demanda, es posible aplicar diferentes técnicas de optimización tales como Algoritmos Genéticos, Particle Swarm o híbridos a fin de establecer comparaciones en cuanto a la eficiencia del uso de una u otra técnica para cada problema específico.

En particular puede resultar muy prometedor para la solución del problema de asignación, el desarrollo de un modelo basado en la utilización de funciones globales capaces de describir adecuadamente la distribución espacial de las variables de cálculo. Tales funciones permiten reducir sustancialmente la cantidad de ecuaciones a resolver en forma simultánea. Para la resolución de tal enfoque se puede utilizar el método de Ritz.

El método inverso que se utilizó para la determinación de los parámetros de las funciones de demanda, basado en un método de estimación utilizando datos de flujo observados y un problema de asignación, puede emplearse asimismo en la estimación de los parámetros de dichas funciones en los problemas de distribución y de reparto modal. De igual manera, puede ser utilizado para la estimación de los parámetros de las funciones de costo/tiempo de viaje.

El modelo desarrollado es estacionario y reporta valores promediados en el período de estudio. Sin embargo, la incorporación de un estudio temporal abre un abanico de nuevas posibilidades. Un aspecto interesante para investigar es la recuperación del estado de equilibrio luego de una modificación de las condiciones de circulación, por ejemplo, la imposibilidad de utilización de ciertas arterias por refacciones. En este sentido se pueden seguir los lineamientos de Guo y Liu (2011).

Otro aspecto atrayente es el estudio de la interacción entre las condiciones de circulación, el sistema de transporte y el sistema de actividades en un área geográfica determinada. Las condiciones actuales de circulación determinan, en un mediano plazo, cambios en el sistema de transporte (nuevas vías, semaforización, etc.) y a su vez, estos cambios producen, en plazos más largos, modificaciones en las actividades de los habitantes debido a nuevas oportunidades (creación de nuevos centros de atracción, reacomodamiento demográfico). Estas modificaciones derivan nuevamente en diferentes condiciones de circulación. Tales modelos serían modelos de estado estacionario, en los que en cada punto

de tiempo existe un conjunto de condiciones de modelado que dependen del tiempo y que se definen de acuerdo con los resultados para el punto de tiempo anterior.

Finalmente, un aspecto importante a considerar en futuras investigaciones es la evaluación de la incertidumbre, tanto en los datos, como en los parámetros utilizados en las funciones de tiempos de viaje y de demanda, que constituyen la base de los modelos de asignación de tráfico.

Bahía Blanca, fines del bellissimo verano de 2013.

# Bibliografía

- Azzurro A. *Dos modelos predictivos de ruido urbano para la ciudad de Bahía Blanca*. Tesis de Maestría, Universidad Nacional del Sur. Argentina, 2003.
- Babazadeh A., Poorzahedy H., y Nikoosokhan S. Application of particle swarm optimization to transportation network design problem. *Journal of King Saud University Science*, 23:293–300, 2011.
- Bar-Gera H. Transportation network test problems. <http://www.bgu.ac.il/~bargera/tntp/>, 2012.
- Bar-Gera H. y Boyce D. Origin-based algorithms for combined travel forecasting models. *Transportation Research Part B*, 37:405–422, 2003.
- Barrigón Morillas J., Gómez Escobar V., Méndez Sierra J., Vílchez Gómez R., y Trujillo Carmona J. An environmental noise study in the city of Cáceres, Spain. *Applied Acoustics*, 63:1061–1070, 2002.
- Baruzzi A., Galarraga J., y Herz M. Effects of grades and visibility on freeway free flow speeds. *Traffic and Transportation Studies*, páginas 956–966. 2008a.
- Baruzzi A., Galarraga J., y Herz M. Speed flow curves in argentinean freeways. *Traffic and Transportation Studies*, páginas 967–977. 2008b.
- Beckmann M. A continuous model of transportation. *Econometrica*, 20:643–660, 1952.
- Beckmann M., Mc Guire C., y Weinstein C. Studies in economics of transportation. *Yale University Press, New Haven, Connecticut*, 1956.
- Boyce D. y Bar-Gera H. Multiclass combined models for urban travel forecasting. *Networks and Spatial Economics*, 4:115–124, 2004.

- Bruynooghe M., Gilbert A., y Sakarovich M. Une methode d affectation du traffic. *Proc. 4th International Symposium on the Theory of Road Traffic Flow*. Karlsruhe, West Germany, 1968.
- Bull A. *Congestión de tránsito. El problema y cómo enfrentarlo*. 87. Cuadernos de la CEPAL, 2003.
- Candler W. y Norton R. Multilevel programming. Technical Report 20, World Bank Development Research Center, Washington D.C., USA, 1977.
- Cáceres N., Romero L., Benítez F., y del Castillo J. Trip matrices updating using a bi-level optimization scheme and celular data traffic counts. *XVI PANAM*. Lisbon, Portugal, 2010.
- Ceylan H. y Bell M. Traffic signal timing optimisation based on genetic algorithm approach, including drivers' routing. *Transportation Research Part B*, 38:329–342, 2004.
- Chiou S. Optimal design of signal-controlled road network. *Applied Mathematics and Computation*, 189:1–8, 2007.
- Chu A., Kwok R., y Yu K. Study of pollution dispersion in urban areas using computational fluid dynamics (cfd) and geographic information system (gis). *Environmental Modelling & Software*, 20:273–277, 2005.
- Colson B., Marcotte P., y Savard G. An overview of bilevel optimization. *Ann Oper Res*, 2007. DOI 10.1007/s10479-007-0176-2.
- COPERT 4. 2012. <http://www.emisia.com/copert/General.html>.
- Cormen T., Leiserson C., y Rives R. *Introduction to Algorithms*. Mc Graw Hill Book Company, N.York, Estados Unidos., 23 edición, 1999.
- Cortínez V. y Dominguez P. Un modelo continuo de asignación de tráfico para el estudio de ruido urbano. *Primeras Jornadas Regionales de Acústica, Adaa 2009*. Rosario, Argentina, 2009.
- Cortínez V. y Dominguez P. Un modelo continuo anisótropo para el estudio del comportamiento del tráfico urbano congestionado. *Mecánica Computacional (Asociación Argentina de Mecánica Computacional)*, XXIX:2173–2197, 2010.

- Cortínez V. y Dominguez P. Un modelo continuo-discreto de tráfico para el estudio de ruido urbano. *Reunión Regional de Acústica*. Montevideo, Uruguay, 2011a.
- Cortínez V. y Dominguez P. Un modelo de difusión anisótropa de tráfico urbano: Impacto acústico. E. Puliafito, editor, *Contaminación atmosférica e hídrica en Argentina.*, páginas 103–112. 2011b.
- Cortínez V. y Dominguez P. Estimación de la demanda de viajes mediante un modelo continuo de tráfico urbano. *PANAM 2012*. Santiago, Chile, 2012a.
- Cortínez V. y Dominguez P. Un método inverso para la estimación de la demanda de viajes urbanos. *Mecánica Computacional (Asociación Argentina de Mecánica Computacional)*, XXXI:3319–3334, 2012b.
- Cortínez V. y Dominguez P. Un modelo de difusión anisótropa para el estudio del tráfico urbano. *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería.*, 29(1):1–11, 2013.
- Cortínez V., Girón P., Azzurro A., Tonini M., Sequeira M., y Ercoli L. An urban noise study in the city of Bahía Blanca, Argentina. *Internoise, Congress on Noise Control Engineering*. Río de Janeiro, Brasil, 2005.
- Cortínez V. y Sequeira M. Identificación de las condiciones acústicas en recintos industriales. *Mecánica Computacional (Asociación Argentina de Mecánica Computacional)*, XXIX:2155–2172, 2010.
- Cortínez V., Stoklas C., Girón P., Azzurro A., y Ercoli L. Modelos de predicción de ruido de tránsito para la ciudad de Bahía Blanca, Argentina. *V Congreso Iberoamericano de Acústica*. Santiago de Chile, Chile, 2006.
- CRTN. Calculation of road traffic noise. Department of Transport, Welsh Office the Environment, London, England. 1988.
- Dafermos S. Continuum modeling of transportation network. *Transportation Research Part B*, 14:295–301, 1980.
- Davies H. y Lyon R. Noise propagation in cellular urban and industrial spaces. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 54:1565–1570, 1973.

- Dominguez P. y Cortínez V. Aplicación de un modelo continuo de distribución-asignación de tráfico urbano: Impacto Ambiental. *II Congreso de Matemática Aplicada, Computacional e Industrial, MACI (2)2009*, páginas 277–280. Rosario, Argentina, 2009.
- Dominguez P. y Cortínez V. Un modelo combinado continuo-discreto para el diseño de autopistas. Impacto ambiental. *III Congreso de Matemática Aplicada, Computacional e Industrial, MACI (3)2011*, páginas 347–350. Bahía Blanca, Argentina, 2011a.
- Dominguez P. y Cortínez V. Un nuevo modelo continuo-discreto para el estudio del tráfico urbano con autopistas. *Mecánica Computacional (Asociación Argentina de Mecánica Computacional)*, XXX:3543–3560, 2011b.
- Dominguez P. y Cortínez V. Un modelo continuo-discreto de tráfico urbano para el estudio de impacto ambiental. *PANAM 2012*. Santiago, Chile, 2012a.
- Dominguez P. y Cortínez V. Un método continuo-discreto para el diseño óptimo de sistemas de transporte urbano. *Mecánica Computacional (Asociación Argentina de Mecánica Computacional)*, XXXI:3335–3355, 2012b.
- Dominguez P., Vidal M., y Cortínez V. Diseño óptimo de redes de transporte urbano considerando aspectos ambientales. *Mecánica Computacional (Asociación Argentina de Mecánica Computacional)*, XXVIII:2599–2624, 2009.
- Dominguez P., Vidal M., y Cortínez V. La modelización matemática en el diseño óptimo de redes de transporte urbano con restricciones ambientales. *Ciencia y Tecnología*, 10:81–100, 2011.
- Dowland K. y Adenso Díaz B. Diseño de heurísticas y fundamentos del recocido simulado. *Revista Iberoamericana de Inteligencia Artificial.*, (19):93–102, 2003.
- Elkamel A., Fatehifar E., Taheri M., Al-Rashidi M., y Lohi A. A heuristic optimization approach for air quality monitoring network design with the simultaneous consideration of multiple pollutants. *Journal of Environmental Management*, (88):507–516, 2008.
- EMEP/CORINAIR. *EEA Emission Inventory Guidebook*, 2009.  
<http://www.eea.europa.eu/publications/emep-eea-emission-inventory-guidebook-2009>.
- Espert Alemani V. y López Jimenez P. *Dispersión de Contaminantes en la Atmósfera*. Universidad Politécnica de Valencia, Valencia, España, primera edición, 2004.

- Federal Highway Administration. Computer programs for urban transportation planning. US Department of Transportation. Washington, DC., 1977.
- Fernandez Aguilera R. *Elementos de la teoría del tráfico vehicular*. LOM Ediciones, Santiago de Chile, 2008.
- Ferris M., Meeraus A., y Rutherford T. *Computing Wardropian Equilibria in a Complementarity Framework*. Department of Economics, University of Colorado at Boulder, 1995.
- FHWA TNM®. Federal Highway Administration's Traffic Noise Model, Version 2.5. 2012.
- FlexPDE. V.6, PDE Solutions Inc. 2010. [www.pdesolutions.com](http://www.pdesolutions.com).
- Florian M., Guelat J., y Spiess H. An efficient implementation of the partan variant of the linear approximation method for the network equilibrium problem. *Networks*, 17, 1987.
- Frank M. y Wolfe P. An algorithm for quadratic programming. *Naval Research Logistics Quarterly*, páginas 3:95–110, 1956.
- Gaja Díaz E. *Contribución al estudio de un modelo matemático sobre el ruido emitido por el tráfico urbano y los niveles de molestia en el municipio de Valencia*. Tesis de Doctorado, España, 1984.
- Garber N. y Hoel L. *Ingeniería de Tránsito y Carreteras*. Mexico, 3ra edición, 2005.
- Gerges S. y Arenas J. *Fundamentos y control del ruido y vibraciones*. NR Editora, Florianópolis, Brasil, 1 edición, 2004.
- González A. *Contaminación sonora en ambiente urbano: optimización del tiempo de muestreo en Montevideo y desarrollo de un modelo predictivo en un entorno atípico*. Tesis de Doctorado, Montevideo, Uruguay, 2000.
- Guldmann J. y Kim W. Urban transportation network design, traffic allocation and air quality control: an integrated optimization approach. E.R.S. Association, editor, *36th European Congress*. ETH Zurich, Switzerland, 1996.
- Guo X. y Liu H. A day-to-day dynamic model in discrete/continuum transportation networks. *Transportation Research Record*, (2263):66–72, 2011.

- Hall M., Van Vliet D., y Willumsen L. SATURN: a simulation assignment model for the evaluation of traffic management schemes. *Traffic Engineering and Control*, 21:168–176, 1980.
- Han D. y Yang H. The multi-class, multi-criterion traffic equilibrium and the efficiency of congestion pricing. *Transportation Research Part E*, 44:753–773, 2008.
- HCM2000. *Highway Capacity Manual 2000*. Transportation Research Board, 2000.
- He J., Qi Z., y Zhao C. Simulations of pollutant dispersion at toll plazas using three-dimensional CFD models. *Transportation Research Part D*, 14:557–566, 2009.
- Hizir A. *Using Emission Functions in Mathematical Programming Models for Sustainable Urban Transportation: an Application in Bi-Level Optimization*. Tesis de Doctorado, Graduate School of Engineering and Natural Sciences, Sabanci University, Istanbul, Turkey, 2006.
- Ho H. *A continuum Modeling Approach to Traffic Equilibrium Problem*. Tesis de Doctorado, University of Hong Kong, Hong Kong, China, 2005.
- Ho H. y Wong S. Two-dimensional continuum modeling approach to transportation problems. *Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology*, 6(6):53–72, 2006.
- Ho H., Wong S., y Hau T. A multi-class congestion-pricing problem in a continuum transportation system. *Journal of the Eastern Asia Society for Transportation Studies*, 7:238–253, 2007.
- Ho H., Wong S., y Loo B. A continuous traffic equilibrium model with multiple user classes. *Journal of the Eastern Asia Society for Transportation Studies*, 5, 2003.
- Ho H., Wong S., y Loo B. Combined distribution and assignment model for a continuum traffic equilibrium problem with multiple user classes. *Transportation Research Part B*, 40:633–650, 2006.
- Huang H., Akutsu Y., Arai M., y Tamura M. A two-dimensional air quality model in an urban street canyon: Evaluation and sensitivity analysis. *Atmos. Environ.*, 34:689–698, 2000.

- Kang D. *Multicommodity flow estimation with partial counts on selected links*. Tesis de Doctorado, M.S., Hanyang University, Korea, 2005.
- Khalesian M., Pahlavani P., y Reza Delavar M. A gis-based traffic control strategy planning at urban intersections. *International Journal of Computer Science and Network Security*, 9(1):166–174, 2009.
- Larsson T. y Patriksson M. Simplicial decomposition with disaggregated representation for the traffic assignment problem. *Transportation Science*, 26:4–17, 1992.
- Le Blanc L., Helgason R., y Boyce D. Improved efficiency of the Frank Wolfe algorithm for convex network problems. *Transportation Science*, 19:445–462, 1985.
- Le Blanc L., Morlock E., y Pierskalla W. An efficient approach to solving the road network equilibrium traffic assignment problem. *Transportation Research*, 9(5):309–318, 1975.
- Lotito P. Issues in the implementation of the DSD algorithm for the traffic assignment problem. *European Journal of Operational Research*, 175:1577–1587, 2006.
- Lundgren J. y Peterson A. A heuristic for the bilevel origin-destination-matrix estimation problem. *Transportation Research Part B*, 42:339–354, 2008.
- Malachy C. The dual of the traffic assignment problem with elastic demands. *Transportation Research Part B*, 19(3):227–237, 1985.
- Manheim M. y Ruiter E. DODOTRANS I: A decisión oriented computer language for análisis of multimode transportation systems. *Highway Research Record*, (314):135–303, 1970.
- Matlab. R2007b The MathWorks, Inc. . 2007. [www.mathworks.com](http://www.mathworks.com).
- Metropolis N., Rosenbluth A., Rosenbluth M., Teller A., y Teller E. Equation of state calculations by fast computing machines. *J. Chem. Phys.*, (21):1087–1092, 1953.
- Miyara F. Modelización del ruido del tránsito automotor. <http://www.fceia.unr.edu.ar/acustica/biblio/MRT/MRT.htm>, 2004.
- MOBILE 6. 2010. <http://www.epa.gov/oms/mobile.htm>.
- MODEM. 2010. <http://www.sectra.gob.cl>.
- Moore E. The shortest path through a maze. T.A. of the Computation Laboratory of Harvard University, editor, *Proc. Internat. Sympos. Theory Switching*, volumen 2,

- páginas 285–292. Harvard University, Cambridge, MA, 1957.
- Nagurney A. Alternative pollution permit systems for transportation networks based on origin/destination pairs and paths. *Transportation Research Part D*, 5:37–58, 2000a.
- Nagurney A. Congested urban transportation networks and emission paradoxes. *Transportation Research Part D*, 5:145–151, 2000b.
- Nagurney A. y Dong J. A multiclass, multicriteria traffic network equilibrium model with elastic demand. *Transportation Research Part B*, 36:445–469, 2002.
- Nash J. Non-cooperative games. *Annals of Mathematics*, 54:286–295, 1951.
- Nguyen S. An algorithm for the traffic assignment problem. *Transportation Science*, 8(3):203–216, 1974.
- Ntziachristos L. y Samaras Z. COPERT III Computer programme to calculate emissions from road transport. Informe Técnico 49, European Environment Agency, Copenhagen, Denmark, 2000a.
- Ntziachristos L. y Samaras Z. Speed dependent representative emission factors of catalyst passenger cars and influencing parameters. *Atmospheric Environment*, 34:4611–4919, 2000b.
- Ntziachristos L. y Samaras Z. An empirical method for predicting exhaust emissions of regulated pollutants from future vehicle technologies. *Atmospheric Environment*, 35:1985–1999, 2001.
- Ntziachristos L., Tzourou P., Samaras Z., Geivanidis S., y Andrias A. National and central estimates for air emissions from road transport. Informe Técnico 60, European Environment Agency, Copenhagen, Denmark, 2002.
- Ortúzar J. y Willumsen L. *Modelling transport*. John Wiley & Sons, Chichester, England, 3 edición, 2002.
- OSPM. National Environmental Research Institute. Department of the Environment. Development Plans and Regional Planning Guidance. London, England. 1988. <http://www.dmu.dk/en/air/models/ospm/>.
- Pape U. Implementation and efficiency of Moore - Algorithms for the shortest path problem. *Mathematical Programming*, 7:212–222, 1974.

- Poorzahedy H. y Rouhani O. Hybrid meta-heuristic algorithms for solving network design problem. *European Journal of Operational Research*, 182:578–596, 2007.
- Puliafito S. Emissions and air concentrations of pollutant for urban area sources. *Mecánica Computacional (Asociación Argentina de Mecánica Computacional)*, XXIV:1389–1408, 2005.
- Robusté F., Oñate E., y Ramos J. Un modelo híbrido discreto-continuo para asignación de tráfico mediante algoritmos genéticos. *IX Congreso Panamericano de Ingeniería de Tránsito y Transporte*. La Habana, Cuba, 1996.
- Rossi F., Di Matteo U., y Simoni S. An original method for urban traffic noise prediction. *Euronoise 2006*, Tampere, Finland, 2006.
- Sasaki T., Iida Y., y Yang H. User equilibrium traffic assignment by continuum approximation of network flow. *11th International Symposium of Transportation and Traffic Theory*, páginas 233–252. Yokohama, Japan, 1990.
- Seinfeld J. y Pandis S. *Atmospheric Chemistry and Physics*. Hoboken, New Jersey, 2da. edición, 2006.
- Sheffi Y. *Urban Transportation Networks: Equilibrium Analysis with mathematical programming methods*. Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs, New Jersey 07632, 1984.
- Sommerhoff J., Recuero M., y Suárez E. Community noise survey of the city of Valdivia. *Applied Acoustics*, 65:643–656, 2004.
- Sommerhoff J., Recuero M., y Suárez E. Relationship between loudness perception and noise indices in Valdivia, Chile. *Applied Acoustics*, 67:892–900, 2006.
- Spiess H. Conical volume-delay functions. *Transportation Science*, 24:153–158, 1990.
- Stackelberg H. *The theory of market economy*. Oxford University Press., Oxford, England, 1952.
- Steele C. A critical review of some traffic noise prediction models. *Applied acoustics*, 62:271–287, 2001.
- Taguchi A. y Iri M. Continuum approximation to dense networks and its application to the analysis of urban road networks. *Mathematical Programming Study*, 20:178–217, 1982.

- Tang U. y Wang Z. Influences of urban forms on traffic-induced noise and air pollution: Results from a modelling system. *Environmental Modelling & Software*, 22:1750–1764, 2007.
- Thompson I. Algunos conceptos básicos referentes a las causas y soluciones del problema de la congestión de tránsito. Informe Técnico, Comisión Económica para América Latina y el Caribe (CEPAL), Santiago de Chile, 2004.
- Thomson I. y Bull A. La congestión de tránsito urbano: causas y consecuencias económicas y sociales. serie recursos naturales e infraestructura. Informe Técnico 25, Comisión Económica para América Latina y el Caribe (CEPAL), Santiago de Chile, 2001.
- U.S. Bureau of Public Roads. *Traffic Assignment Manual*. U.S. Department of Commerce. Washington D.C., 1964.
- Venegas L. y Mazzeo N. Modelling of urban background pollution in Buenos Aires city (Argentina). *Environmental Modelling & Software*, 21:577–586, 2006.
- Venegas L. y Mazzeo N. Evaluación del desempeño de modelos de dispersión de contaminantes aplicados a cañones urbanos. *Meteorologica*, 37(1):3–13, 2012.
- Verástegui Rayo D. *Estimación de matrices origen - destino y calibración de parámetros en el problema de asignación de tráfico en redes congestionadas*. Tesis de Doctorado, Universidad de Castilla la Mancha, España, 2006.
- Wardrop J. Some theoretical aspects of road traffic research. *Institution of Civil Engineers II (1)*, páginas 325–378. 1952.
- Wong K., Wong S., Wu J., Yang H., y Lam W. A combined distribution hierarchical mode choice and assignement network model with multiple user and mode classes. *Urban and Regional Transportation Modeling: Essays in Honor of David Boyce*, 2003a.
- Wong S., Du Y., Ho H., y Sun L. A simultaneous optimization formulation discrete/continuous transportation system. *Transportation Research Record 1857*, páginas 11–20, 2003b.
- Wong S., Du Y., Sun L., y Loo B. Sensitivity analysis for a coninuum traffic equilibrium problem. *Annals of Regional Science*, 40(6):493–514, 2006.

- Wong S., Lee C., y Tong C. Finite element solution for the continuum traffic equilibrium problem. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 43:1253–1273, 1998.
- Wong S. y Sun S. A combined distribution and assignment model for continuous facility location problem. 2002.
- Xu S. y He Y. Model and algorithm for initial route planning. *Workshop on Power Electronics and Intelligent Transportation System*, 2008.
- Yang H. A spatial price equilibrium model with congestion effects. *The Annals of Regional Science*, 30:359–371, 1996.
- Yang H., Sasaki T., Iida Y., y Asakura Y. Estimation of origin-destination matrices from link traffic counts on congested networks. *Transportation Research Part B*, 26(6):417–434, 1992.
- Zhan F. Three fastest shortest path algorithms on real road networks: Data structures and procedures. *Journal of Geographic Information and Decision Analysis*, 1:69–82, 1997.
- Zhan F. y Noon A. Comparison between label-setting and label-correcting algorithms for computing one-to-one shortest paths. *Journal of Geographic Information and Decision Analysis*, 4(2):1–11, 2000.
- Zhan F. y Noon C. Shortest path algorithms: An evaluation using real road networks. *Transportation Science*, 32:65–73, 1998.
- Zhang Y., Lv J., y Ying Q. Traffic assignment considering air quality. *Transportation Research Part D*, 15:497–502, 2010.
- Zienkiewicz O. *El método de los elementos finitos*. ed. Reverté S.A., 3 edición, 1982.



# Apéndices

# Apéndice A

## Otros modelos y algoritmos

### A.1. Modelos semiempíricos de ruido urbano

En la predicción de los parámetros e indicadores relativos al ruido originado por el tráfico vehicular se utilizan modelos físicos que tienen en cuenta tanto las características de las fuentes, esto es los vehículos y su distribución estadística en el espacio y el tiempo, como las del medio en el que se propaga el sonido. En este medio o “ambiente acústico”, se tienen en cuenta las particularidades de la edificación, las condiciones atmosféricas, la existencia de obstáculos, naturales o artificiales, etc. (Miyara, 2004). Si bien las nuevas tecnologías tienden a disminuir los niveles de ruido emitido por los vehículos, tanto el aumento de la cantidad de los mismos como el de los fenómenos de congestión hace que dichos niveles sigan siendo preocupantes.

Las fuentes principales del ruido de los vehículos son el motor y la transmisión, el escape, la rodadura y las turbulencias aerodinámicas. El ruido del motor y de la transmisión depende fundamentalmente de la velocidad angular del motor relacionada a su vez con el estado de carga. El ruido de rodadura depende de la velocidad del vehículo y del tipo de pavimento y el ruido aerodinámico está relacionado con la velocidad y con las superficies angulosas. Para velocidades superiores a 50 km/h el ruido predominante es el de rodadura y para bajas velocidades, por ejemplo en calles céntricas, los ruidos del motor producidos

por los constantes cambios de marcha. La caracterización acústica mínima requerida para evaluar el ruido vehicular es la potencia acústica media emitida bajo condiciones típicas de circulación. Por supuesto, mayores detalles tales como potencia emitida bajo diferentes condiciones de circulación (velocidad, aceleración y carga) clasificada en bandas de frecuencia apropiadas son deseables si se pretende modelos más ajustados.

En cuanto al modelo de fuente, el mismo busca describir la generación del ruido desde la fuente emisora móvil. Existen básicamente dos escuelas, una que parte del comportamiento de un vehículo aislado considerándolo como una fuente puntual y otra que considera la carretera o vía de circulación como si fuera una línea emisora. Los modelos desarrollados en Estados Unidos (FHWA TNM®, 2012) y el modelo alemán se basan en la primera escuela mientras que los modelos “Scandinavia Statens Planverk 48” de los países nórdicos y el RLS-90 de Alemania, por ejemplo, se desarrollaron sobre fuentes de línea.

El ruido emitido se propaga en el aire atenuándose en el camino de transmisión debido a la absorción y a los efectos de la vegetación, de la topografía del terreno y de las barreras, entre otros. Asimismo, una parte del sonido se refleja en las superficies próximas tales como las superficies de las fachadas y de la calzada. De esto se deduce que es importante conocer el tipo de perfil de la calle (abierto, en L o en U), la altura de los edificios, las propiedades acústicas de la calzada y de las superficies de las fachadas y las condiciones meteorológicas, tales como el viento y la temperatura. El modelo de propagación cuantifica las correcciones sobre el nivel sonoro, obtenido a partir del modelo de fuente, debidas a las variables mencionadas.

En general, los modelos predictivos semiempíricos desarrollados por varios autores, entre ellos Gaja Díaz (1984), González (2000) y Azzurro (2003), se obtienen a partir de un modelo teórico general y de un conjunto de mediciones de nivel sonoro equivalente que permiten determinar los parámetros que ajustan el mismo.

A continuación se detalla el modelo desarrollado por Cortínez et al. (2006) para la ciudad de Bahía Blanca basado en tal metodología.

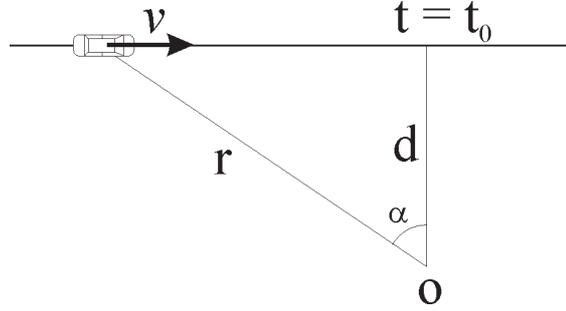


Figura A.1: Trayectoria de un vehículo frente a un observador.

Un vehículo aislado puede considerarse como una fuente emisora puntual. Si el vehículo se mueve en línea recta, a velocidad constante  $v$ , el nivel de presión sonora  $L_p$  en el lugar del observador  $O$ , puede calcularse en base al nivel de potencia sonora de la fuente  $L_w$  y de la distancia  $r$  entre la fuente y el observador de la siguiente manera:

$$L_p = L_w - 20 \log r - k \quad (\text{A.1})$$

Las constantes  $L_w$  y  $k$  se determinan en función del tipo de vehículo y la velocidad, por lo tanto:

$$L_p(r) = C - 20 \log r \quad (\text{A.2})$$

Teniendo en cuenta que  $r$  es función de la velocidad  $v$  y la distancia  $d$ , que el valor máximo de  $L_p$  se produce cuando el vehículo pasa frente al observador y se considera este instante como  $t = t_0 = 0$ , se puede hallar el valor de la constante  $C$ .

$$C = L_{p\text{máx}} + 10 \log d^2 \quad (\text{A.3})$$

y reemplazando en la ecuación A.2:

$$L_p = L_{p\text{máx}} - 10 \log \left( 1 + \left( \frac{vt}{d} \right)^2 \right) \quad (\text{A.4})$$

Considerando ahora, un tiempo de paso del vehículo  $T$ , el nivel sonoro continuo equivalente  $L_{eq}$  se define de la siguiente manera:

$$L_{eq} = 10 \log \left( \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} 10^{\frac{L_p}{10}} dt \right) \quad (\text{A.5})$$

De acuerdo a A.4 e integrando se llega a :

$$L_{eq} = L_{pm\acute{a}x} + 10 \log \frac{d}{Tv} 2 \arctg \frac{vT}{2d} \quad (\text{A.6})$$

Como  $\arctg \frac{vT}{2d}$  es el ángulo  $\alpha$  que con origen en el observador se forma entre  $r$  y  $d$ , para seguir el paso del vehículo en todo su desplazamiento,  $\alpha$  debe ser  $\pi/2$ . En una calle cualquiera habrá una serie de vehículos  $N$  pasando sucesivamente frente al observador, de tal manera que el aporte de energía producido por ellos será la suma de los aportes de las energías individuales. Si se tienen en cuenta  $M$  diferentes tipologías vehiculares, el nivel sonoro equivalente se determina por la combinación de niveles de cada una de ellas:

$$L_{eq} = 10 \log \left( \sum_{i=1}^M \frac{d\pi}{v_i} 10^{\frac{L_{pm\acute{a}x_i}}{10}} x_i \right) = 10 \log \left( \sum_{i=1}^M \frac{d\pi}{v_i} a_i x_i \right) \quad (\text{A.7})$$

Asumiendo que todos los vehículos circulan con la misma velocidad:

$$L_{eq} = A + 10 \log \sum_{i=1}^M a_i x_i + \text{correcciones} \quad (\text{A.8})$$

donde  $A = 10 \log \frac{d\pi}{v}$  y las *correcciones* son términos aditivos que colaboran en el ajuste de la fórmula con los valores reales de los niveles sonoros y pueden responder a fenómenos particulares del lugar de estudio. Por ejemplo en el modelo de González (2000) se consideran correcciones por ruidos anómalos típicos de la ciudad de Montevideo (vendedores ambulantes, bocinas, ladridos de perros) y correcciones por velocidad.

Para la ciudad de Bahía Blanca , Cortínez et al. (2006) obtienen la siguiente expresión:

$$L_{eq} = 10 \log(A10^{(L_{pA}+\Delta)/10} + M10^{(L_{pM}+\Delta)/10} + P10^{(L_{pP}+\Delta)/10} + O10^{(L_{pO}+\Delta)/10}) - 35,61 \quad (\text{A.9})$$

donde  $A$  ,  $M$  ,  $P$  y  $O$  son respectivamente la cantidad de automóviles, vehículos medianos, vehículos pesados y motos que circulan por hora.  $L_{pA}=74,4$  dBA,  $L_{pM}=76,4$  dBA,  $L_{pP}=81,4$  dBA y  $L_{pO}=85,4$  dBA, son los niveles de presión sonora correspondientes a cada una de las categorías vehiculares anteriores y  $\Delta$  es un factor de atenuación que tiene en cuenta, entre otros aspectos, el tipo de piso y en este caso vale 3,3099. La fórmula fue obtenida para calles semiabiertas, flujos entre 200 y 3000 veh/h y distancias entre fuente y observador de 3,5 metros.

## A.2. Dispersión de contaminantes atmosféricos

En la sección 2.4.2 se expusieron los modelos de emisión y de dispersión utilizados en la presente tesis para estimar la contaminación del aire producida por el tráfico urbano. A continuación se detallan las expresiones utilizadas para calcular la velocidad del viento y los coeficientes de dispersión turbulenta requeridos en tales modelos.

### A.2.1. Velocidad del Viento

La velocidad del viento varía con la altura y está íntimamente relacionada con la rugosidad de la superficie y las condiciones de estabilidad atmosférica. La capa de aire en contacto directo con la superficie, cuya altura oscila alrededor de los 50 metros (Espert Alemani y López Jimenez, 2004) se denomina capa límite superficial. Por encima de ella y hasta los 800 a 1000 metros, se encuentra la capa límite planetaria. Ambas forman la capa límite atmosférica. Para obtener un perfil de velocidad en la capa de superficie, es necesario recurrir a fórmulas semiempíricas obtenidas de un análisis dimensional (Seinfeld y Pandis, 2006). Haciendo coincidir el eje  $x$  con la dirección del viento, la velocidad media en dicha dirección presenta, en la capa de superficie, un perfil logarítmico en función de  $z$  de la siguiente forma (Venegas y Mazzeo, 2006):

$$v_x(z) = u^*/k \left( \ln \frac{z}{z_0} + \psi(z/L) \right) \quad (\text{A.10})$$

donde  $k$  es la constante de Von Karman que vale aproximadamente 0,41,  $L$  es la longitud de Monin-Obukhov,  $z_0$  es un parámetro de rugosidad superficial,  $u^*$  es la velocidad de fricción empírica y  $\psi(z/L)$  es una función que depende de la estabilidad atmosférica y que puede calcularse mediante las expresiones:

$$\psi(z/L) = \begin{cases} 6,9z/L & z/L \geq 0 \text{ neutra} - \text{estable} \\ 1 - \phi^{-1}(z/L) & z/L < 0 \text{ inestable} \end{cases} \quad (\text{A.11})$$

donde  $\phi^{-1}(z/L)$  es el viento cortante adimensional que para las diferentes estratificaciones se calcula de la siguiente manera:

$$\phi(z/L) = \begin{cases} 1 + 6,9z/L & z/L \geq 0 \text{ neutra} - \text{estable} \\ (1 - 22z/L)^{-\frac{1}{4}} & z/L < 0 \text{ inestable} \end{cases} \quad (\text{A.12})$$

El coeficiente de rugosidad  $z_0$  se calcula experimentalmente. En áreas urbanas, se obtiene aproximadamente como la altura de los elementos de rugosidad (edificios, topografía) dividido 30 (Seinfeld y Pandis, 2006). A esta altura, se considera que la velocidad es nula.

La velocidad friccional  $u^*$  se puede obtener mediante la expresión A.10 conociendo el valor de la velocidad del viento  $v_x(h_r)$  a la altura  $h_r$ , es decir, la altura a la que se colocan los anemómetros (generalmente 10 metros).

Por último, la longitud de Monin-Obukhov, que es la altura respecto del suelo en la cual se igualan la turbulencia producida por fuerzas mecánicas y la producida por fuerzas de flotación, se puede calcular con la siguiente ecuación :

$$L = \frac{\rho c_p v_x^{*3}}{kg(H/T)} \quad (\text{A.13})$$

donde  $\rho$  es la densidad del aire,  $c_p$  el calor específico,  $g$  la aceleración de la gravedad,  $H$  la radiación superficial y  $T$  es la temperatura. Esta longitud también puede estimarse en función de las condiciones de estabilidad atmosférica. Por ejemplo, para condiciones estables (clases F y E) la longitud de Monin-Obukhov varía entre 10 y 50 metros, mientras que para atmósfera inestable a muy inestable (clases C, B y A) varía entre -10 y -50 metros.

### A.2.2. Coeficientes de dispersión turbulenta

En la capa de superficie, el coeficiente en dirección vertical  $H_z$  se puede calcular de la siguiente manera (Seinfeld y Pandis, 2006; Venegas y Mazzeo, 2006):

$$H_z = ku^*(z + z_0)/\phi(z/L) \quad (\text{A.14})$$

donde  $\phi(z/L)$  se obtiene con las expresiones A.12 de acuerdo al tipo de estabilidad atmosférica.

En cuanto a los coeficientes de dispersión horizontales  $H_x$  y  $H_y$ , que usualmente en la práctica se asumen iguales (Seinfeld y Pandis, 2006), se pueden estimar de acuerdo a Elkamel et al. (2008) como  $H_y = 5H_z$  para atmósfera neutra,  $H_y = 6H_z$  para condiciones estables y  $H_y = 2H_z$  para condiciones de atmósfera inestable.

### **A.3. Solución del problema de equilibrio de usuario del enfoque discreto. Método de Frank-Wolfe**

La solución del problema de equilibrio de usuario o EU descrito en la sección 2.3 consiste en resolver un problema de minimización equivalente sobre el conjunto de arcos formado por las calles de la ciudad donde las incógnitas son los flujos vehiculares en dichos arcos. En este caso, la función objetivo del problema es convexa y las restricciones son funciones lineales, por lo cual es posible aplicar algún método de descenso.

El método más conocido para resolver el problema de EU es el método de las combinaciones convexas o Método de Frank y Wolfe (1956), propuesto por sus autores para resolver problemas de programación cuadrática con restricciones lineales. Éste es un método de dirección factible donde, básicamente, se elige un punto inicial que satisface las restricciones impuestas y a partir de allí se busca un punto mejor de acuerdo a un esquema iterativo. El procedimiento consta de dos pasos: 1) determinar la dirección de descenso y 2) determinar el tamaño del paso en dicha dirección.

En el método de Frank-Wolfe el criterio de elección de la dirección de movimiento está basada en la maximización del producto de la tasa de descenso en la vecindad del punto en la iteración  $n$ , en una dirección dada y la longitud de la región factible en esa dirección. Para encontrar la dirección de descenso, el algoritmo busca en la totalidad de la región factible, una solución auxiliar que maximice este producto o minimice el mismo cambiado de signo. Esta solución es la misma que la correspondiente a la de una

aproximación lineal de la función objetivo en el punto actual de solución, por lo tanto encontrar la dirección de descenso involucra resolver un programa de optimización lineal. El tamaño del paso o del movimiento en la dirección de descenso, desde el punto actual, es aquel que minimiza la función objetivo en esa dirección y como la solución auxiliar es la solución de un programa lineal estará en los bordes de la región factible. Es decir la búsqueda de la dirección de descenso automáticamente determina el extremo de la línea de búsqueda y por lo tanto puede resolverse con cualquier método de reducción de intervalo.

El método es efectivo cuando la resolución del problema lineal es sencilla o cuando otros métodos más efectivos no pueden ser utilizados debido al tamaño del problema. El problema de asignación de tráfico presenta ambas características, gran cantidad de variables y una forma sencilla de obtener la dirección y el paso de descenso por lo cual este método es muy utilizado para resolver dicho problema. En el paso de aproximación lineal el tiempo de recorrido del arco es constante y la minimización de la función objetivo auxiliar se logra asignando la totalidad del flujo entre puntos de origen y destino a la ruta mínima entre estos puntos. Este programa se conoce como asignación “todo o nada” y está basada en la determinación de rutas mínimas que se comenta más adelante.

### A.3.1. Algoritmo e implementación

**Paso 0:** *Inicialización.*  $n = 1$ . Se realiza la asignación “todo o nada” basada en  $t_a = t_a(0)$  y se obtienen los flujos en los arcos  $\{x_a^1\}$ .

**Paso 1:** *Actualización.* Se calculan los tiempos en los arcos con los flujos obtenidos en el paso anterior  $t_a^n = t_a(x_a^n)$ ,  $\forall a$ .

**Paso 2:** *Dirección de descenso.* Se realiza una asignación “todo o nada” basada en  $\{t_a^n\}$  y se obtiene el conjunto de flujos auxiliares  $\{y_a^n\}$ .

**Paso 3:** *Línea de búsqueda.* Se encuentra  $\alpha_n$  que resuelve:

$$\min_{0 \leq \alpha \leq 1} \sum_a \int_0^{x_a^n + \alpha(y_a^n - x_a^n)} t_a(\omega) d\omega \quad (\text{A.15})$$

**Paso 4:** *Avance.* Se calculan los flujos en los arcos  $x_a^{n+1} = x_a^n + \alpha_n(y_a^n - x_a^n) \forall a$ .

**Paso 5:** *Verificación de convergencia.* Si se alcanza el criterio de convergencia se detiene el proceso y la solución buscada es  $\{x_a^{n+1}\}$ , sino, se hace  $n = n + 1$  y se vuelve al **Paso 1**.

El algoritmo de Frank-Wolfe utilizado en esta tesis fue desarrollado en ambiente Matlab (2007).

El problema de optimización requiere, en cada iteración, una asignación “todo o nada”, es decir, la asignación de la totalidad del flujo entre origen y destino a la ruta de tiempo mínimo entre esos dos puntos. El algoritmo utilizado para encontrar dicha ruta involucra conceptos de la teoría de grafos, tanto para su representación como para su recorrido, que pueden verse en Cormen et al. (1999). En la implementación del mismo para la solución de los problemas de esta tesis, el grafo de la red, por tratarse de un grafo disperso, se ingresa como una lista de adyacencia ya que permite una representación más compacta en contraposición a una matriz de adyacencia.

Para la determinación de rutas mínimas se utiliza un algoritmo cíclico conocido como “método de corrección de etiqueta” (Moore, 1957; Pape, 1974). Este algoritmo encuentra la ruta más corta entre un nodo origen y todos los nodos destinos de una red y permite la construcción del árbol de camino mínimo. Se utiliza el método de etiquetado conocido como “coloración de nodos”, y en cuanto a la forma de recorrer el grafo, la adoptada aquí es la de “recorrido en ancho”. Es importante destacar que este algoritmo de rutas mínimas se puede correr cientos de veces hasta lograr el equilibrio de usuario y por lo tanto debe ser lo más rápido y eficiente posible (Zhan, 1997; Zhan y Noon, 1998, 2000).

En cuanto al criterio de finalización del proceso iterativo puede establecerse por comparación directa de los valores en dos iteraciones sucesivas de la función objetivo, de los flujos en los arcos o de los tiempos de viajes en las rutas. Como en este caso, la función objetivo no tiene un significado concreto, conviene usar alguno de los otros criterios. En los ejemplos de esta tesis se utiliza:

$$\frac{\sqrt{\sum_a (x_a^{n+1} - x_a^n)^2}}{\sum_a x_a^n} \leq \kappa \quad (\text{A.16})$$

El algoritmo desarrollado en Matlab se testeó sobre la conocida red Sioux-Falls, cuyas características físicas, tales como relaciones entre nodos, tiempos de viaje a flujo libre sobre los links, distancias y capacidades, al igual que el valor óptimo de equilibrio de usuario y la matriz OD son conocidos y pueden obtenerse en el sitio de internet de Bar-Gera (2012) construido para testear algoritmos de redes.

Uno de los mayores inconvenientes del algoritmo de Frank-Wolfe es la lentitud de la convergencia a medida que se acerca al punto óptimo, por lo cual varios autores han realizado modificaciones a dicho algoritmo, entre ellos Bar-Gera y Boyce (2003) y Kang (2005) quien en su tesis de doctorado propone la utilización de un paso auxiliar ampliado y la adopción del tradicional o el nuevo de acuerdo al que haga más baja la función objetivo. Si bien se observaron menores fluctuaciones con el último algoritmo citado, no se lograron mejoras significativas en los tiempos de corrida para los mismos criterios de convergencia, razón por la cual, no siendo el objetivo de la presente tesis el estudio de las modificaciones de este método de solución, se optó por adoptar el original de Frank-Wolfe en los ejemplos donde es necesario resolver el EU para un modelo discreto.

#### **A.4. Solución del problema de EU con el enfoque continuo-discreto. Método de punto fijo.**

El problema continuo-discreto se puede resolver a través de un procedimiento iterativo entre la solución del problema continuo y la correspondiente al problema discreto hasta lograr la convergencia en los puntos de encuentro de ambos sistemas. En estos puntos, el tiempo de viaje hasta el destino, por cualquiera de los dos sistemas debe ser el mismo, de acuerdo al primer principio de Wardrop.

A continuación se muestra el algoritmo que se utiliza en la sección 5.3 para validar el método de resolución conjunta propuesto en esta tesis descrito en la sección 3.6.

**Paso 0:** *Inicio.*  $m = 1$ . Con los tiempos a flujo libre se hace una asignación todo o nada en el sistema discreto. Se obtienen los tiempos de viaje desde cada punto de encuentro

hasta el punto de destino. Se transfieren estos valores como condiciones de borde interno al sistema continuo.

**Paso 1:** *Continuo.* Se resuelve el problema continuo y se obtienen los tiempos mínimos de viaje desde los puntos de encuentro  $n$  hasta el destino  $U = (U_n, n = 0, 1, \dots, N)$ , y la demanda de viajes en cada uno de ellos en función de dichos tiempos de viaje  $Q = F(U), Q = (Q_n, n = 0, 1, \dots, N)$ . Se transfiere esta matriz Origen-Destino al problema discreto.

**Paso 2:** *Discreto.* Se resuelve el problema discreto y se obtienen los tiempos mínimos de viaje desde cada punto de encuentro hasta el punto de destino  $\bar{U} = G(Q), \bar{U} = (\bar{U}_n, n = 0, 1, \dots, N), Q = (Q_n, n = 0, 1, \dots, N)$ .

**Paso 3:** *Convergencia.* Se calcula la diferencia entre los tiempos de viaje calculados en los pasos 1 y 2  $E^n = U^n - \bar{U}^n$ . Si  $|E^n| > \varepsilon$ , se transfieren los valores obtenidos en el Paso 2, se hace  $m = m + 1$  y se vuelve al Paso 1, sino se pasa al Paso 4.

**Paso 4:** *Finalización.*