



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL SUR

TESIS DE DOCTORADO EN INGENIERÍA

**DESARROLLO DE DISPOSITIVOS
RECOLECTORES DE ENERGÍA DE FUENTES
VIBRATORIAS**

por

José Miguel Ramírez

Bahía Blanca

Argentina

Marzo de 2019

PREFACIO

Esta tesis se presenta como parte de los requisitos para optar al grado Académico de Doctor en Ingeniería de la Universidad Nacional del Sur (UNS) y no ha sido presentada previamente para la obtención de otro título en esta Universidad u otra. La misma contiene los resultados obtenidos en investigaciones llevadas a cabo en el ámbito del Departamento de Ingeniería de la Universidad Nacional del Sur y en el Grupo de Investigación en Multifísica Aplicada de la Universidad Tecnológica Nacional, Facultad Regional Bahía Blanca (UTN-FRBB), durante el período comprendido entre el 1 de Abril de 2014 y el 31 de Marzo de 2019, bajo la dirección del Dr. Sebastián Pablo Machado, Profesor Adjunto de la cátedra Mecánica de los Fluidos de la carrera Ingeniería Mecánica de la UTN-FRBB e Investigador Independiente del CONICET, y Dr. Mariano Febbo, Profesor Adjunto de la cátedra Dinámica Analítica, de la carrera de Física de la UNS e Investigador Adjunto del CONICET.

José Miguel Ramírez

17 de Octubre de 2018



DEPARTAMENTO DE INGENIERIA
UNIVERSIDAD NACIONAL DEL SUR
Secretaría General de Posgrado y Educación Continua

La presente tesis ha sido aprobada el / /, mereciendo la calificación de (.....) puntos.

AGRADECIMIENTOS

Me gustaría expresar mi agradecimiento a mis directores, el Dr. Sebastián P. Machado y Dr. Mariano Febbo, por su apoyo a lo largo de mi tesis. También quisiera extender mi agradecimiento a mis compañeros y amigos del Grupo de Investigación en Multifísica Aplicada (GIMAP) por su asesoramiento a lo largo de esta tesis.

Quisiera agradecer al CONICET por financiar mi doctorado.

A la UNS, a los técnicos del IFISUR (CONICET-UNS) y al departamento de Ingeniería de la UNS por permitirme formar parte de su alumnado. También quiero expresar mi agradecimiento a la UTN por brindarme el lugar físico de trabajo.

Finalmente, me gustaría agradecer a mi familia por su apoyo a lo largo de mi carrera.

José, 17 de Octubre de 2018

RESÚMEN

El creciente interés a nivel mundial en el aprovechamiento de las fuentes alternativas de energías limpias y renovables ha impulsado intensamente los avances tecnológicos que permiten la conversión de energía ambiental vibratoria en energía eléctrica. Esta técnica conocida como “recolección de energía” (*Energy harvesting*) consiste en convertir energía mecánica en eléctrica con el objetivo de alimentar dispositivos electrónicos de baja potencia tales como sensores.

En este marco, en la presente tesis se presenta el desarrollo de un dispositivo recolector piezoeléctrico de energía rotante para la alimentación de sensores inalámbricos aplicados a aerogeneradores. Con el objetivo de simular el comportamiento electromecánico del dispositivo, se desarrolla una herramienta computacional basada en una formulación unidimensional de elementos finitos válida para sistemas estructurales con múltiples vinculaciones contemplando los efectos inducidos por el movimiento de rotación, el acoplamiento electromecánico y múltiples láminas de material piezoeléctrico. El enfoque numérico es formulado por medio de un elemento finito geoméricamente no lineal con seis grados de libertad mecánicos y un grado de libertad eléctrico por nodo.

El novedoso dispositivo que se obtiene como producto final consiste en un diseño estructural compuesto por múltiples vigas vinculadas entre sí, masas puntuales ubicadas en los extremos libres y una lámina de MFC (Macro Fiber Composite) adherida a una de las vigas.

Como aspecto fundamental del dispositivo se destaca la capacidad de generar energía en condición resonante y no resonante en un rango de baja frecuencia de operación; este comportamiento se debe a la gran flexibilidad otorgada por las múltiples vigas y masas puntuales. Entre los distintos aspectos analizados se encuentra la influencia de la fuerza centrífuga, la resistencia eléctrica de carga, la ubicación y cantidad de los materiales piezoeléctricos y su conexión eléctrica (serie y paralelo).

Como principal aplicación de los recolectores de energía desarrollados en este trabajo se encuentra su utilización para el sensado estructural de

aerogeneradores, donde el dispositivo está sujeto a aceleraciones de 1g y velocidades de rotación de 0.5 a 3 Hz (30 – 180 rpm). Los resultados obtenidos a partir de la formulación numérica son comparados exitosamente con los resultados numéricos de Abaqus y los experimentales de laboratorio. Finalmente, se observa que el diseño propuesto proporciona suficiente potencia eléctrica para energizar un sensor y un sistema transmisor inalámbrico de datos.

ABSTRACT

The growing global interest in the use of alternative sources of clean and renewable energies has allowed the development of many technologies of energy harvesting in ambient vibration. The energy harvesting technique based on piezoelectric effect is a mechanism to convert mechanical into electrical energy to power electronic devices such as sensors.

In this context, this thesis presents a novel piezoelectric energy harvester that scavenging energy from rotating environment, allowing the feeding of wireless sensors. In order to modeling the electromechanical behavior of the device, a one-dimensional finite element formulation is developed. This approach presents the ability to predict the dynamical behavior of tridimensional (3D) rotational energy harvesting devices, considering complex geometric configurations, geometrically nonlinear effects induced by the centrifugal forces and the electromechanical coupling. The beam model is formulated by means of a geometrically nonlinear finite element (FE) with six mechanical degrees of freedom per node and one electrical degree of freedom interpolated using standard linear shape functions.

The proposed harvester consists in two multiple beams linked by a rigid beam. The multiple beams have attached masses at the free ends and a Macro Fiber Composite piezoelectric sheet bonded on one of the beams.

As a fundamental aspect, the piezoelectric energy harvester operates in resonance and non-resonance condition in a very low frequency range. This behavior is due to the large flexibility given by the multiple beams and masses. The harvesting performance is analyzed by several electric resistances (R_e), three hub distances (R), several rotation speed (Ω) ranging from 0 to 3 Hz, several positions of the piezoelectric material ("MFC Lateral" and "MFC Central") and two electric connections (series and parallel) between the MFC patches.

The main application of the proposed energy harvester is for the structural sensing of wind turbines, where the prototype is subjected to accelerations of 1g and rotation speeds from 0.5 to 3 Hz (30 – 180 rpm). The numerical model is

successfully validated with Shell 3D models in Abaqus and also with experimental results. Finally, it is concluded that the proposed design provides sufficient electric power to energize a sensor and a wireless data transmitter system.

ÍNDICE

PREFACIO	3
AGRADECIMIENTOS	5
RESÚMEN	7
ABSTRACT	9
ÍNDICE	11
1 INTRODUCCIÓN	15
1.1 OBJETIVO.....	18
1.2 ALCANCE.....	19
1.3 CONTENIDO.....	19
2 ESTADO DEL ARTE	21
2.1 PIEZOELECTRICIDAD	21
2.2 ANTECEDENTES DE RECOLECTORES DE ENERGÍA.....	24
2.2.1 Breve historia acerca de la recolección de energía	24
2.2.2 Recolectores piezoeléctricos de energía.....	26
2.2.3 Recolectores de energía basados en modelos de elementos finitos	32
2.2.4 Recolectores piezoeléctricos de energía rotantes	34
3 FORMULACIÓN DE ELEMENTOS FINITOS	41
3.1 CINEMÁTICA	42
3.2 ECUACIONES CONSTITUTIVAS GENERALIZADAS	46
3.2.1 Tensiones y fuerzas resultantes.....	47

3.2.2	Lámina Piezoeléctrica MFC	50
3.2.3	Lámina Piezoeléctrica MIDÉ	52
3.3	CAMPO ELÉCTRICO.....	53
3.4	FORMULACIÓN VARIACIONAL.....	54
3.4.1	Energía de Deformación	55
3.4.2	Trabajo Virtual de las Fuerzas de D'Alembert	55
3.4.3	Trabajo Virtual de las Fuerzas Externas	56
3.5	FORMULACIÓN DE ELEMENTOS FINITOS.....	57
3.5.1	Matriz de Rigidez Tangente.....	58
3.5.2	Matriz de Rigidez Geométrica	60
3.5.3	Matrices Dinámicas	61
3.5.4	Ensamble de Matrices al Sistema de Referencia Global	63
3.5.5	Ecuaciones de Movimiento Electromecánicas.....	64
3.6	SOLUCIONES A LAS ECUACIONES ELECTROMECAÑICAS	66
3.6.1	Respuesta en Frecuencia con Excitación Armónica en la Base	66
3.6.2	Integración Temporal.....	67
3.6.3	Modos Normales y Frecuencias Naturales	70
4	METODOLOGÍA EXPERIMENTAL.....	71
4.1	ENSAYOS DE EXCITACIÓN EN LA BASE POR BARRIDO SENOIDAL....	71
4.2	ENSAYOS DE EXCITACIÓN POR MOVIMIENTO ROTACIONAL.....	73
4.3	CIRCUITO RECTIFICADOR-ACUMULADOR-REGULADOR.....	74
4.4	SISTEMA DE TRANSMISIÓN DE DATOS INALÁMBRICA	78
5	VALIDACIÓN	81
5.2	VIGA CANTILEVER CON LÁMINA MFC 2814	82
5.2.1	Forma Modal y Frecuencia Natural.....	83
5.2.2	Generación de Voltaje.....	85
5.3	VIGA CANTILEVER CON LÁMINA MIDÉ QP16N Y MASA EN EL EXTREMO LIBRE.....	87
5.3.1	Forma Modal y Frecuencia Natural.....	88
5.3.2	Generación de Voltaje.....	90
5.4	DOS VIGAS CANTILEVER CON VINCULACIÓN ELÁSTICA Y LÁMINA MIDE QP16N.....	92
5.4.1	Forma Modal y Frecuencia Natural.....	94
5.4.2	Generación de Voltaje.....	95
5.5	DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS.....	97

6 DISPOSITIVOS PRELIMINARES	99
6.1 DISEÑOS PRELIMINARES.....	100
6.1.1 Formas Modales y Frecuencias Naturales.....	102
6.1.2 Excitación por Aceleración en la Base	104
6.1.3 Comparación.....	111
7 RECOLECCIÓN DE ENERGÍA EN ROTACIÓN.....	115
7.1 DISPOSITIVO MBT2M CON MFC 2814 P2.....	115
7.1.1 Metodología de Análisis	117
7.1.2 Excitación por Rotación a $R = 0$ m.....	118
7.1.3 Excitación por Rotación a $R = \pm 0.03$ m.....	125
7.2 DISPOSITIVO MBT2ML UNIMORFO	133
7.2.1 Metodología de Análisis	133
7.2.2 Formal Modal y Frecuencia Natural	137
7.2.3 Estado de Pre-Carga por Fuerza Centrífuga.....	139
7.2.4 Generación de Voltaje	140
7.3 DISPOSITIVO MBT2ML BIMORFO	145
7.3.1 Metodología de Análisis	145
7.3.2 Formal Modal y Frecuencia Natural	146
7.3.3 Generación de Voltaje	147
7.4 DISCUSIÓN	153
7.5 APLICACIÓN - SENSADO DE TEMPERATURA	154
8 CONCLUSIONES.....	159
8.1 CONCLUSIONES Y CONTRIBUCIONES.....	159
8.2 PUBLICACIONES REALIZADAS	164
BIBLIOGRAFÍA.....	167

INTRODUCCIÓN

El estudio de tecnologías que permitan el aprovechamiento de energía a partir de recursos renovables es una actividad fundamental para el desarrollo socio-productivo del país. De las energías renovables, la eólica es una de las que brinda las opciones más competitivas para agregar capacidad de generación en las redes. La capacidad eólica instalada en el mundo crece exponencialmente y la Argentina no se encuentra al margen de la realidad mundial, siendo el aprovechamiento de los recursos eólicos un tema prioritario y de relevancia dentro de las políticas nacionales.

El potencial eólico en Argentina supera los 2000 GW; esto es 65 veces la capacidad total instalada en el país sumando todas las fuentes. La potencia actual instalada en el país asciende a 350 MW; lo cual representa un 7% de la energía total generada y un 0.02% del potencial eólico. El incremento de la producción energética eólica nacional es un objetivo al cual la Secretaría de Energía de la Nación ha dado alta prioridad; dicha política ha quedado enmarcada en la Ley Nacional N° 25019 sobre "*Régimen Nacional de Energía Eólica y Solar*" ([Ministerio de Energía y Minería](#)), en la cual se declara de interés nacional a la generación de energía eléctrica de origen eólico y solar en todo el territorio nacional.

El aumento de la dimensión de las turbinas eólicas, particularmente el aumento de la altura de la torre y la longitud de las palas, incrementa considerablemente su flexibilidad estructural. En ese sentido, un sistema de monitoreo en tiempo real capaz de evaluar la integridad estructural soporte de las turbinas eólicas, puede ser una herramienta muy útil a la hora de realizar el mantenimiento y la predicción de fallas. Con un sistema de monitoreo se puede analizar la salud estructural de los aerogeneradores en ubicaciones remotas y adaptar la estrategia de mantenimiento acorde a los datos recibidos. Sin embargo, la práctica común en la industria de la energía eólica se caracteriza por mantenimiento reactivo, donde los componentes de la turbina eólica son reemplazados o reparados después de una falla, o por mantenimiento preventivo, donde el trabajo de mantenimiento se programa a intervalos regulares de acuerdo con las especificaciones del fabricante de la turbina eólica (Barber y Golbeck 2006).

Un sistema de monitoreo estructural en tiempo real, puede capturar efectivamente el comportamiento estructural in situ, representando un mecanismo muy útil para reducir la incertidumbre y calibrar la evaluación estructural y los modelos de predicción (Okasha y Frangopol 2012; Okasha et al. 2012). De esta manera se puede reducir el mantenimiento reactivo no programado, que es aproximadamente 500% más costoso de realizar que el mantenimiento programado (Adams et al. 2011). El monitoreo de la carga y la resistencia a través de parámetros estructurales y ambientales ayuda a maximizar el rendimiento energético y minimizar el historial de carga acumulada de la turbina. A pesar de los enormes beneficios potenciales, la investigación sobre cómo implementar tales sistemas de monitoreo todavía está en una etapa de desarrollo (Frangopol 2011a, b).

Actualmente, los generadores eólicos pueden incurrir en daños imprevistos hasta cinco veces al año; estos ocurren principalmente durante condiciones de viento extremas como en el caso de turbinas eólicas situadas en alta mar (Rolfes et al. 2006). El hecho de que las palas estén construidas con materiales no metálicos implica no poder utilizar los métodos convencionales de inspección como ultrasonido o radiografía. La solución a éste inconveniente es la colocación de

sensores integrados dentro de la pala para monitorear la integridad estructural en determinadas ubicaciones críticas. Sin embargo, los sistemas actuales de monitoreo por cableado presentan varios problemas; por ejemplo, son costosos de instalar y convierten a las turbinas vulnerables a los relámpagos (Cain 2012).

Una solución sería la utilización de sensores inalámbricos ubicados sobre los distintos componentes a monitorear; no obstante, en la actualidad la única alternativa para la alimentación de sensores son las baterías. Si bien su simplicidad y su bajo costo son ventajas muy importantes; su durabilidad, la restricción de la miniaturización, la contaminación ambiental que producen y los inconvenientes en el mantenimiento que conlleva a la necesidad de recargarlas o eliminarlas, han generado un interés por otras formas de alimentación eléctrica de los sensores. Atendiendo a estas preocupaciones, las técnicas modernas de recolección de energía ofrecen un método para la recarga autónoma de baterías y en algunas situaciones incluso eliminan la necesidad de baterías por completo, prolongando indefinidamente la vida útil de estos dispositivos. Por esta razón, los dispositivos recolectores de energía son una alternativa más que atractiva. Dicha alternativa consiste en desarrollar dispositivos mecánicos que transforman la energía mecánica proveniente de las vibraciones en energía eléctrica, mediante un transductor que puede ser electromagnético, piezoeléctrico u otro; tal es así, que la energía recolectada puede ser almacenada o directamente utilizada para alimentar sensores electrónicos de baja potencia (típicamente en la región de micro o miliWatt).

En este sentido, en la presente tesis se desarrolla y construye una serie de dispositivos de recolección de energía por medio de materiales piezoeléctricos destinados a convertir las vibraciones mecánicas provenientes de la excitación por velocidad de rotación en energía eléctrica.

A efectos de modelar éstos dispositivos, se desarrolla una herramienta computacional basada en una formulación de elementos finitos unidimensionales capaz de predecir el comportamiento electromecánico de recolectores de energía rotantes. De esta manera, el desarrollo de los recolectores de energía de esta tesis se enfoca directamente a producir energía eléctrica para el monitoreo de aerogeneradores.

1.1 OBJETIVO

La presente tesis tiene como objetivo general desarrollar un dispositivo piezoeléctrico recolector de energía rotante. El principio de funcionamiento del recolector consiste en transformar la energía mecánica, proveniente de la rotación del aerogenerador, en energía eléctrica. La transformación se logra bajo el fenómeno de piezoelectricidad directo, es decir, al ser sometido a tensiones mecánicas oscilantes, el piezoeléctrico se polariza eléctricamente y aparece una diferencia de potencial alterna entre sus electrodos de salida. Luego, la energía eléctrica generada es acondicionada mediante un circuito rectificador convirtiéndola en tensión continua y luego almacenada a través de un condensador para su posterior uso. La potencia así generada es utilizada para alimentar un sensor de temperatura, humedad, u otro, y posteriormente enviar estos datos en forma inalámbrica.

Para lograr este objetivo se desarrolla una herramienta computacional basada en una formulación de elementos finitos unidimensionales capaz de predecir el comportamiento electromecánico de los dispositivos recolectores de energía. Como aspectos fundamentales en la formulación se proponen:

- (i) Un elemento finito (EF) geoméricamente no lineal con seis grados de libertad mecánicos por nodo y un grado de libertad eléctrico, interpolado usando funciones de forma lineal estándar.
- (ii) La teoría de viga de Timoshenko para el dominio mecánico ([Saravia et al. 2011](#)) y una teoría de primer orden para el dominio eléctrico ([A. Butz, S. Klinkel 2007](#)).
- (iii) Una ley constitutiva lineal para relacionar las resultantes de tensión, deformación, campo eléctrico y desplazamiento eléctrico.

A partir del objetivo general y desprendiéndose del mismo, se plantean una serie de objetivos secundarios:

- (i) Estudio de la dinámica estructural de una variedad de diseños de recolectores de energía, modificando la estructura principal que compone al recolector a través de la inclusión de masas adicionales vinculadas entre sí, múltiples vigas y posiciones respecto al eje de rotación.

- (ii) Evaluación de la capacidad de generación de energía de distintas láminas piezoeléctricas tanto en modos de generación, tipos de fabricación y número.
- (iii) Análisis de la generación de energía del recolector con láminas piezoeléctricas conectadas en serie y paralelo.
- (iv) Validación numérica y experimental de la formulación matemática desarrollada.
- (v) Determinación de la condición de máxima generación de energía del dispositivo con la finalidad de realizar un sensado autónomo e inalámbrico de las variables relevantes en el aerogenerador.

1.2 ALCANCE

La formulación de elementos finitos desarrollada en esta tesis considera la no-linealidad geométrica para incorporar los efectos de la rotación sobre la estructura del recolector. El desarrollo del modelo contempla la ley constitutiva lineal y la cinemática del dominio mecánico está basada en la teoría de vigas de Timoshenko. Para para el dominio eléctrico, se propone una teoría de primer orden. De las posibles laminas piezoeléctricas existentes, se utilizan láminas Macro Fiber Composite (MFC) y Quick pack MIDÉ ([MFC Smart Material Corporation; Quick Pack MIDÉ](#)). En los ensayos experimentales se emplean condiciones de borde convencionales (empotrado-libre) y, con la finalidad de abarcar el rango de velocidad de operación de un aerogenerador, el recolector de energía está sometido a condiciones de velocidad de rotación menor a 5 Hz (300 rpm).

1.3 CONTENIDO

Al terminar la introducción en el [Capítulo 1](#), en el [Capítulo 2](#) se presenta el concepto de piezoelectricidad, una breve historia acerca de los primeros recolectores de energía y las formulaciones matemáticas existentes de dispositivos recolectores de energía excitados en la base y rotantes.

El [Capítulo 3](#) contiene la formulación electromecánica de elementos finitos unidimensional capaz de modelar dispositivos recolectores piezoeléctricos de energía rotantes.

El [Capítulo 4](#) contiene la descripción de los sistemas de adquisición de datos para evaluar experimentalmente el rendimiento del sistema de recolección de energía. Además, se presenta una descripción de los circuitos electrónicos de rectificación, acumulación y regulación de potencia para abastecer de voltaje de corriente continua a un sensor.

En el [Capítulo 5](#) se presenta una serie de ensayos experimentales y simulaciones en Abaqus de dispositivos recolectores de energía convencionales con la finalidad de validar numéricamente la formulación de elementos finitos (EF) desarrollada en el [Capítulo 3](#).

En el [Capítulo 6](#) se presenta el diseño y la evaluación de una serie de dispositivos recolectores de energía cuya finalidad es obtener un recolector de energía capaz de optimizar la densidad de potencia para bajas frecuencias. Para tal fin, se evalúan diversas configuraciones geométricas en relación a la flexibilidad de la estructura del recolector, las masas concentradas adicionales, la distancia medida desde el eje de rotación, el tipo y cantidad de láminas piezoeléctricas y las conexiones eléctricas de los materiales piezoeléctricos (serie y paralelo). Para concluir el capítulo, se realiza un sensado de temperatura abastecido íntegramente en forma eléctrica por el dispositivo recolector de energía con el mejor rendimiento obtenido.

Finalmente, en el [Capítulo 7](#) se presentan las conclusiones y un resumen de las publicaciones realizadas.

ESTADO DEL ARTE

En este capítulo se presenta en primer lugar el concepto de piezoelectricidad, luego se realiza una breve presentación de recolectores de energía en general, revisando en forma particular la generación mediante materiales piezoeléctricos. Además, se revisa la literatura sobre dispositivos recolectores de energía piezoeléctricos con énfasis en el modelado por el método de elementos finitos para el diseño más típico de recolector. Y finalmente, en relación a recolectores de energía aplicados a ambientes rotantes, se mencionan las fortalezas y limitaciones de algunos diseños presentados hasta la fecha.

2.1 PIEZOELECTRICIDAD

En el año 1880, los científicos Pierre y Jacques Curie realizaron el primer experimento en cristales mostrando el efecto piezoeléctrico. Los cristales tales como cuarzo, topacio, turmalina, azúcar de caña y sal de Rochelle, se sometieron a una tensión mecánica y se realizó una medición concluyente de la carga eléctrica superficial. Para distinguirlo de otras áreas de experiencia fenomenológica, tal como la "*electricidad de contacto*" o triboelectricidad (electricidad estática

generada por fricción) y "*piezoelectricidad*" (energía eléctrica generada por el calentamiento de cristales), este descubrimiento se denominó *piezoelectricidad*.

A raíz de esto, los hermanos Curie afirmaron que había una correspondencia entre los efectos eléctricos y el cambio de temperatura y la tensión mecánica. Esto les permitió utilizar su comprensión de los orígenes microscópicos y cristalográficos de la piezoelectricidad para elegir efectivamente los cristales para usar en los experimentos, así como los cortes de estos cristales. Los hermanos Curie pudieron predecir, entonces, que cuando se aplica una tensión mecánica al material se produce una carga eléctrica (*piezoelectricidad directa*). Sin embargo, no predijeron el efecto contrario, conocido como *piezoelectricidad inversa*, la cual crea una tensión mecánica mientras se aplica un campo eléctrico. El efecto piezoeléctrico inverso fue posteriormente probado matemáticamente en 1881 por Lippman utilizando los principios termodinámicos fundamentales. El efecto piezoeléctrico inverso fue rápidamente confirmado por los Curie y posteriormente se obtuvo una prueba cuantitativa de la reversibilidad de las deformaciones electro-elasto-mecánicas en cristales piezoeléctricos. Años más tarde, a principios de 1900, la piezoelectricidad fue principalmente un tema de interés científico. Era la época en que se producían numerosas maquinarias innovadoras, pero ninguna de las cuales incluía la piezoelectricidad. Esto se debía a la falta de madurez del tema de investigación, ya que las matemáticas involucradas en este fenómeno eran muy recientes, complicadas y difíciles de entender, lo que llevaba a la falta de aplicaciones directas. Sin embargo en 1916, durante la Primera Guerra Mundial, Paul Langevin, en Francia, desarrolló la primera aplicación en ingeniería para piezoelectricidad la cual consistía en un detector submarino ultrasónico. El dispositivo se denominó "*transductor de tipo Langevin*", que posteriormente se perfeccionó y condujo a los dispositivos de sonar que se utilizan ampliamente hoy en día.

El transductor fue construido con una serie de finos cristales de cuarzo intercalados entre dos placas de metal. Cuando se excitaron los cristales de cuarzo, las placas emitieron, a través del efecto piezoeléctrico, ondas de sonido de alta frecuencia en el agua. Luego se utilizó un segundo dispositivo de cuarzo para detectar el retorno de la onda de sonido. El tiempo requerido para que la onda de

sonido abandone el primer transductor y regrese con la segunda información contenida, revela la profundidad del submarino. Tras el desarrollo de esta tecnología, se celebró una conferencia en 1917 bajo la dirección de Robert A. Millikan y patrocinada por el Consejo Nacional de Investigación de Estados Unidos (EE. UU). En dicha conferencia, el dispositivo de sonar inicial fue revelado al público y capturó un gran interés de uno de los investigadores invitados a esta conferencia, Walter G. Cady. Después de escuchar las noticias de materiales piezoeléctricos, se sintió tan intrigado que se embarcó en un viaje de por vida desarrollando principios y aplicaciones piezoeléctricas. Desde 1917 hasta la década de 1940, el trabajo de Walter Cady y otros llevaron a un período de intenso desarrollo de dispositivos piezoeléctricos. Durante este período de ardua investigación, se desarrollaron numerosas aplicaciones que ahora son comunes incluidos micrófonos, acelerómetros, transductores ultrasónicos y captadores de fonógrafos.

Con el pasar de los años, las numerosas investigaciones y sus aplicaciones condujeron a un gran crecimiento científico de los materiales piezoeléctricos. Sin embargo, se vieron limitadas las cantidades de producción y la viabilidad de los productos por el rendimiento del material. A partir de mediados de la década de 1930, hubo avances en la producción de materiales con propiedades piezoeléctricas más elevadas, lo que llevó al desarrollo del cristal de ADP (dihidrógeno-fosfato de amonio). Los cristales de ADP poseían la característica resistente del cristal de cuarzo y las fuertes características piezoeléctricas de la sal de Rochelle (Inman y Cudney 2000). Además de los ADP, se identificaron otros cristales piezoeléctricos, algunos de los más efectivos son EDT (tartrato de etilendiamina), DKT (tartrato de dipotasio) y BaTiO_3 (óxido de titanio de bario).

Los avances realizados en estos cristales conducen al desarrollo de filtros de onda para su uso en el trabajo de telefonía multicanal en *Bell Telephone Laboratories*. Sin embargo, aunque estos nuevos cristales tenían grandes mejoras respecto de sus predecesores, aún dejaban espacio para un mayor desarrollo. El siguiente paso en el desarrollo de materiales piezoeléctricos de alto rendimiento se produjo durante la Segunda Guerra Mundial. En los EE. UU., Japón y la Unión Soviética, grupos de investigación desarrollaban materiales avanzados y

descubrieron que ciertas cerámicas preparadas por sinterización de polvos de óxido metálico exhibían constantes dieléctricas hasta 100 veces mayores que las de los cristales comúnmente cortados de la época. Además, los materiales ferroeléctricos se construyeron para tener mejoras similares en las propiedades piezoeléctricas. El más notable de estos materiales ferroeléctricos tempranos fue el *titanato de bario* que tenía propiedades piezoeléctricas similares a la sal de Rochelle pero no era soluble en agua, además podía soportar temperaturas de operación más altas y podía fabricarse en muchas formas y tamaños diferentes debido a su sustancia cerámica. Este descubrimiento de una cerámica piezoeléctrica de fácil fabricación con un rendimiento mucho mayor que cualquier otro hasta la fecha provocó un nuevo período de intensa investigación y desarrollo de dispositivos piezoeléctricos.

2.2 ANTECEDENTES DE RECOLECTORES DE ENERGÍA

2.2.1 Breve historia acerca de la recolección de energía

Uno de los primeros antecedentes del concepto de recolección de energía surgió en 1826 cuando Thomas Johann Seebeck descubrió la inducción de una corriente en un circuito hecho de dos metales diferentes que se mantienen a diferentes temperaturas (Vullers et al. 2009; Harb 2011). Esto se conoce actualmente como el *efecto Seebeck*. No mucho después del descubrimiento de Seebeck, Edmund Becquerel descubrió el *efecto fotovoltaico* en 1839 mientras experimentaba con una celda electrolítica compuesta por dos electrodos de metal (Harb 2011). Pero no fue hasta 1883 que Charles Fritts tuvo la intención de derretir el selenio en una delgada lámina sobre un sustrato de metal y presionar una hoja de plata como el contacto superior. Al hacerlo, Fritts notó que “*la corriente, si no se requería de inmediato, podía almacenarse en acumuladores y después ser usada*” (Luke y Hegedus 2011). Este fue quizás el primer ejemplo de recolección de energía utilizando tecnología fotovoltaica.

La era moderna de la tecnología fotovoltaica surgió en 1940 cuando Russell Ohl en *Bell Telephone Laboratories* en Nueva Jersey, descubrió por accidente que un trozo de selenio generaba un voltaje cuando una luz de ceniza se proyectaba

sobre él. Adicionalmente éste descubrimiento condujo al desarrollo de la *unión p-n* que, junto con las mejoras en las técnicas para preparar el material de selenio, permitió grandes avances en el rendimiento de la celda solar a lo largo de la década de 1950 (Harb 2011; Luke y Hegedus 2011).

La historia más célebre de generación de energía que nos permite actualmente utilizar la electricidad en nuestros hogares y que transformó a la humanidad a partir de su descubrimiento fue descubierta por Hans Christian Oersted cuando, en 1820, reveló que una corriente eléctrica que circula a través de un hilo conductor podía mover la aguja imantada de una brújula (Thompson 1891). Este fue el impulso necesario para el porvenir de una década de investigación donde los científicos Michael Faraday, André-Marie Ampère y James Clerk Maxwell establecieron las bases de la generación de energía eléctrica (Tichy et al.). Sin embargo, no fue hasta 1831 que Faraday descubrió que un imán en movimiento también es capaz de producir una corriente eléctrica (Griffiths 1999) y por lo tanto de esta manera, nació el principio de producir electricidad a partir del *magnetismo o electromagnetismo*.

Por otra parte, se ha mencionado anteriormente el descubrimiento de los hermanos Curie en 1880 de la *piezoelectricidad* (Harb 2011). Sin embargo, con el electromagnetismo dominando los mercados en ese momento, no fue hasta 1921, con el desarrollo de los osciladores eléctricos de cuarzo estabilizados, que se lograron mejoras importantes en los dispositivos piezoeléctricos. En 1924 se pusieron en servicio radiotransmisores con osciladores estabilizados con cristales y, a fines de la década de 1930, todos los transmisores de radio de alta frecuencia se construyeron con esta tecnología (Tichy et al.; Heywang et al. 2009). La fuerza de los dispositivos piezoeléctricos se hizo evidente en la década de 1940 después de la demostración de que la cerámica de titanato de bario, un ferroeléctrico, podría fabricarse fácilmente a bajo costo y hacerse piezoeléctrica a través de un proceso de polarización eléctrica (Heywang et al. 2009).

Los generadores electrostáticos son otro método para producir carga eléctrica aprovechable. Otto von Guericke puede acreditarse como el inventor del primer generador electrostático en 1663 al lograr la separación de carga por fricción en una esfera de azufre giratoria (Hellborg 2005). Las variaciones de su

máquina se produjeron a lo largo del siglo XVIII y principios del XIX, pero en 1775 Alessandro Volta inventó un dispositivo basado en la *inducción electrostática*. Este fue el principio que más tarde reemplazó a los generadores electrostáticos basados en la fricción en la década de 1860 cuando August Toepler y Wilhelm Holtz inventaron máquinas de inducción de placas. Luego, en 1883, James Wimshurst construyó un nuevo generador que se consideraba la culminación de todos los generadores electrostáticos basados en inducción y jugó un papel muy importante en la producción de descargas eléctricas en vacío y rayos X para radiografía y electroterapia (Hellborg 2005).

Los principios de piezoelectricidad, electromagnetismo, electroestática y fotovoltaico han jugado su parte a lo largo de la historia y, aún hoy, siguen siendo vitales para la comprensión y el avance de la recolección de energía moderna. La exploración de diversos dispositivos mecánicos inherentes a estos principios ha permitido a los científicos e ingenieros desarrollar enfoques más eficaces capaces de capturar la energía de los recursos ambientales para transformarla en la forma más útil de energía eléctrica para el almacenamiento o la aplicación directa.

En las siguientes secciones (Sección 2.4.2 y 2.4.5) se explora específicamente la evolución de dispositivos de *recolección piezoeléctrica de energía* proporcionando una caracterización de las ventajas que ofrecen según las diversas fuentes ambientales, tales como vibraciones o excitación por velocidad de rotación.

2.2.2 Recolectores piezoeléctricos de energía

Si bien existen cuatro métodos principales para la recolección de energía (piezoeléctrico, electrostático, fotovoltaico y electromagnético), la revisión de la literatura a continuación se particulariza para la fuente de energía proveniente de las vibraciones mecánicas. Durante la última década, las publicaciones sobre el tema de recolección de energía han aumentado intensamente debido al gran interés en las fuentes de energías alternativas. Por lo tanto, aquí se presenta la literatura que es relevante para la investigación realizada en esta tesis.

En el año 1984, Harbauer y Stein 1984 realizaron uno de los primeros experimentos de recolección de energía en piezoeléctricos usando PVDF

(polifluoruro de vinilideno). El experimento involucraba en insertar el PVDF en la caja torácica de un animal. En contraste a las predicciones realizadas de 1 mW de generación de potencia eléctrica, las simulaciones mediante un prototipo entregaban 20 μ W y en la experimentación real 17 μ W.

Años más tarde, (Schmidt 1992 et al) investigaron sobre la posibilidad de usar PVDF en compresión para recolectar energía de un molino de viento. Ellos predijeron una generación de energía del orden de los 100 W por cm^3 , pero el gran costo de construcción fue un impedimento en la materialización del dispositivo.

En el año 1996, Starnner 1996 investigó acerca de la recolección de energía usando materiales piezoeléctricos PVDF durante el proceso de caminar de una persona. El dispositivo consiste en insertar una membrana flexible con un material piezoeléctrico adherido a un zapato tradicional. El PDVF es fácil de cortar para adaptarlo a la subestructura y es duradero, tal es así que podría usarse como un refuerzo de los zapatos. En conclusión, sus resultados analíticos demostraron que el caminar de una persona con el dispositivo recolector piezoeléctrico podría ser factible para la generación de energía. Sin embargo, las variaciones de diseño son numerosas, y la cobertura del campo estuvo más allá del alcance de su análisis. Adicionalmente, el mismo autor realizó una descripción de las potenciales fuentes de energía provenientes de una persona, tales como el calor corporal, respiración o presión sanguínea y su correspondiente factibilidad de recolección.

También ese mismo año Williams y Yates 1996 investigaron acerca de un dispositivo generador de energía mediante tres métodos: piezoeléctrico, electromagnético y electrostático. El dispositivo recolector de energía consiste en un sistema masa-resorte y un amortiguador con dimensiones de 5 x 5 x 1 mm^3 . Ellos desarrollaron en forma analítica las ecuaciones de movimiento y sus resultados predijeron una potencia generada de 1 μ W a una frecuencia de excitación de 70 Hz y 0.1 mW a 330 Hz. Adicionalmente, también concluyeron que la potencia producida es proporcional al cubo de la frecuencia de vibración y que para maximizar la generación de energía, el desplazamiento del sistema masa-resorte debe ser lo más grande posible.

En el año 1996, Umeda et al. 1996 propusieron un dispositivo de recolección piezoeléctrica de energía eléctrica por impacto mecánico a través de una bola de

acero. El dispositivo recolector consiste en una viga bi-empotrada con un material piezoeléctrico PZT-5A adherido. Sus resultados analíticos llevaron a la conclusión de que existía un valor óptimo de resistencia de carga y que la mayor parte de la energía de impacto se transfiere a la bola de acero como energía cinética.

Un año más tarde, los mismos autores (Umeda et al. 1997) presentaron una extensión de su trabajo basado en el dispositivo publicado en 1996. En dicho trabajo, los estudios se concentraron en investigar los efectos del tamaño del condensador para el almacenamiento de energía, y sus resultados exhibieron que un condensador que es precargado a un voltaje superior a 5 V con una eficiencia máxima del orden del 35%, lo que representa tres veces más que una celda solar.

Un año más tarde, (Kimura M 1998) obtuvo una patente para un dispositivo recolector piezoeléctrico de energía. El dispositivo consistía en una placa en cantiléver sujeta a vibraciones transversales. Por medio de las contracciones y expansiones de la placa se generaba una carga eléctrica entre los electrodos. Luego, el voltaje de corriente alterna (CA) generado era rectificado y almacenado mediante un circuito rectificador y un condensador. Lo novedoso de dicha invención era que se podía generar una potencia eléctrica, almacenarla y usarla en cualquier momento de acuerdo a la necesidad, simplemente aprovechando la energía de vibración disponible en una estructura.

Ese mismo año, (Kymissis et al. 1998) investigaron el concepto de usar PDVF y piezocerámicos así como también generadores magnéticos giratorios para recolectar energía dentro de un zapato. El PZT y el PVDF se integraron sin problemas con una zapatilla deportiva, pero el generador magnético era demasiado voluminoso e intrusivo para el uso práctico. Los resultados exhibieron aproximadamente 1 mJ por cada paso para un PVDF y 2 mJ por cada paso para un dispositivo PZT unimorfo.

Al siguiente año, (Goldfarb y Jones 1999) investigaron la eficiencia de los piezoeléctricos PZT para generar energía eléctrica a través de un sistema masa-resorte. Sus resultados determinaron el punto de máxima eficiencia y su fuerte dependencia de la frecuencia de excitación y no tanto de la resistencia de carga.

En el año 2001, (Allen 2001) analizó la recolección de energía utilizando el vórtice de von Karman en una membrana piezoeléctrica. Él probó cuatro

membranas diferentes, prediciendo satisfactoriamente su comportamiento. Sin embargo, no profundizó su estudio presentando resultados reales en términos de recolección de energía eléctrica. El mismo año, [\(Ramsay y Clark 2001\)](#) investigaron la viabilidad de un MEMS (del inglés, *microelectromechanical systems*) que usa como fuente de alimentación una presión fluctuante sobre un material piezoeléctrico. La presión actuante representa la presión sanguínea y es aplicada sobre una membrana rectangular, la cual posee adherido un material piezoeléctrico PZT-5A que opera en sus dos modos de recolección, d_{33} y d_{31} . Los resultados obtenidos concluyeron que el dispositivo MEMS es capaz de alimentar un dispositivo electrónico del orden de los μW continuamente y uno del orden de mW de manera intermitente.

Con el uso creciente de sensores en sistemas estructurales y mecánicos, la alimentación y transmisión de datos de estos sensores se convirtieron en un factor importante. Esto se debe a que los requisitos de potencia son cada vez menores con el avance de la tecnología, y el auto-sensado o la alimentación de sistemas de transmisión inalámbrica es cada vez más factible a partir de la conversión de energía mecánica en energía eléctrica por medio de materiales piezoeléctricos. En este sentido, [\(Elvin et al. 2001\)](#) investigaron en forma teórica y experimental un dispositivo de recolección de energía excitado transversalmente mediante vibraciones mecánicas. El dispositivo recolector de energía consiste en una viga cantiléver simplemente apoyada con un material piezoeléctrico PVDF adherido a la subestructura. Los resultados proporcionaron información valiosa para el avance de esta tecnología, concluyendo que el voltaje generado es dependiente de la frecuencia y la magnitud de la carga de excitación. Además, en relación al voltaje generado, sus resultados indicaron que es factible alimentar sensores electrónicos de muy baja potencia como microprocesadores, e inclusive la transmisión de datos. Sin embargo, su dispositivo propuesto no fue analizado en términos de durabilidad.

Dos años más tarde, [Sodano et al. 2003](#) desarrollaron dos dispositivos recolectores de energía piezoeléctricos, uno con un piezoeléctrico monolítico (PZT) y otro con un MFC para recargar baterías de níquel. Sus resultados demostraron que el MFC limita la corriente producida, obstaculizando sus

capacidades como dispositivo de recolección de energía. Mientras que el PZT pudo cargar baterías de 40 mAh y 80 mAh en dos horas. También se demostró que cargar una batería haciendo vibrar el PZT a la resonancia típicamente tomaba menos tiempo que usando una señal de entrada aleatoria.

La cantidad de investigación en este campo, especialmente la recolección de energía basada en vibración por excitación en la base, ha aumentado exponencialmente en los últimos años. En el año 2004, [Sodano et al. 2004a](#) y más recientemente ([Anton y Sodano 2007](#)) publicaron un compendio completo y detallado acerca de literatura publicada sobre la recolección de energía.

Entre los avances más desatcados, se pueden citar los trabajos tales como [Erturk and Inman 2008a](#), que estudiaron un modelo electromecánico de parámetros distribuidos para recolectores piezoeléctricos de energía. El dispositivo consistía en una viga en cantiléver con un material piezoeléctrico PZT adherido al sustrato de acero. Un año mas tarde, [Erturk and Inman 2009](#) investigaron un modelo de recolector piezoeléctrico de energía bajo condición de excitación transversal en la base. El dispositivo recolector de energía constaba de una viga en cantiléver con dos materiales piezoeléctricos adheridos (bimorfo). Los autores presentaron la solución analítica basada en la teoría de vigas de Bernoulli-Euler. Ellos analizaron dos posibles configuraciones basadas en el tipo de conexión de los materiales piezoeléctricos: conexión en serie y en paralelo. A pesar que el objetivo principal del trabajo de los autores no era optimizar un diseño de recolector de energía, ellos validaron experimentalmente el dispositivo con buena concordancia de los resultados de potencia y voltaje con los obtenidos en forma analítica.

A medida que el conocimiento de los recolectores fue avanzando, los científicos enfocaron sus investigaciones en diseñar un recolector piezoeléctrico no sólo ajustando la frecuencia de operación en el primer pico de resonancia, sino en la ampliación del ancho de banda de sus frecuencias operacionales (ancho de banda implica muchas frecuencias).

En el año 2012, [Tang et al. 2012](#) propusieron un recolector piezoeléctrico de energía acoplado con un oscilador magnetico excitado bajo una aceleración en la base de 2 m/s^2 . El dispositivo recolector consiste en una viga cantiliver con un

material piezoeléctrico adherido y un imán en el extremo libre. Los autores desarrollaron un modelo analítico el cual predice el comportamiento acoplado entre la estructura, el material piezoeléctrico y el imán. Tanto el experimento como la simulación muestran los beneficios en relación al aumento de casi el 100% en el ancho de banda operativo y un aumento del 41% en la magnitud de la potencia de salida respecto del dispositivo sin el imán.

En el año 2014, [Hu y Xu 2014](#) desarrollaron un dispositivo recolector piezoeléctrico multimodal excitado mediante una aceleración en la base. El prototipo consiste en múltiples masas conectadas por vigas de aluminio que tienen adheridos materiales piezoeléctricos de PZT (Plomo Zirconio Titanio). Los autores realizaron un análisis modal, de frecuencias de resonancia y de distribución de tensiones usando un software comercial ([COMSOL Multiphysics](#)). Los resultados experimentales obtenidos coinciden con buena concordancia con la simulación de elementos finitos. El prototipo fue probado en una unidad de aire acondicionado para demostrar su capacidad de recolección de energía con una fuente de vibración real.

En el año 2017, [Toyabur et al. 2017](#) propuso y validó experimentalmente un recolector piezoeléctrico de energía multimodal de PZT. El dispositivo consta de cuatro vigas de aluminio con materiales piezoeléctricos adheridos a cada una de ellas. Ellos desarrollaron un modelo analítico discreto de varios grados de libertad (GDL) para predecir su comportamiento electromecánico. Los resultados analíticos fueron validados experimentalmente. En conclusión, el recolector de energía puede generar cuatro picos de potencia en el rango de 10-20 Hz, entregando un máximo de 740 μW para una carga de 55 $\text{k}\Omega$.

En síntesis, si bien existe una extensa bibliografía acerca de recolectores piezoeléctricos de energía basados en vibraciones mecánicas, todavía existen algunos límites en estos dispositivos. Por lo tanto, el interés de los científicos en la actualidad es desarrollar dispositivos que sean capaces de, o bien ajustar la frecuencia de vibración del recolector a la frecuencia de la fuente de excitación o bien ensanchar el ancho de banda operacional agregando más modos resonantes dentro del rango de frecuencias de excitación. Adicionalmente es importante lograr en forma simultánea, una salida de potencia alta tal que pueda ser almacenada y

utilizada posteriormente, por ejemplo, para alimentar dispositivos electrónicos. Para alcanzar dicho objetivo, los científicos en la actualidad concentran sus esfuerzos en desarrollar una formulación matemática cada vez más precisa que sea capaz de simular el comportamiento electromecánico de un dispositivo recolector de cualquier forma y composición, y que posea múltiples láminas piezoeléctricas de cualquier tipo y conexión.

2.2.3 Recolectores de energía basados en modelos de elementos finitos

La mayoría de los recolectores piezoeléctricos de energía que utilizan una viga cantiléver como estructura sobre la cual se monta el material piezoeléctrico, se han modelado mediante el uso de enfoques analíticos ([Anton y Sodano 2007](#)). Sin embargo, a medida que se diseñaban dispositivos de mayor complejidad estructural, los modelos analíticos carecían de precisión. De esta manera, se comenzó a trabajar con formulaciones de elementos finitos, en su mayoría elementos placa, teniendo como excitación el movimiento armónico en la base. Adicionalmente, es muy frecuente el uso de programas comerciales tales como ([ANSYS](#); [COMSOL Multiphysics](#); [Simulia Abaqus](#)) como alternativa de modelación de recolectores de energía. Este enfoque permite resolver dificultades tales como la complejidad de la estructura y emplear teorías de mayor orden en la cinemática. Sin embargo, la utilización de software comerciales tienen desventajas entre las que destaca el gran costo computacional, debido a que únicamente se pueden usar elementos sólidos tridimensionales (3D). Otra desventaja de la utilización de estos softwares comerciales está relacionada con la restricción en cuanto a la excitación, ya que sólo permite obtener una solución para un problema con excitación en la base.

Subsecuentemente, se realiza una breve descripción bibliográfica abordando las dos posibilidades de modelación de recolectores de energía por el método de elementos finitos mencionadas anteriormente. En el año 2009, [De Marqui Junior et al. 2009](#) propusieron un modelo de placa de elemento finito acoplado electromecánicamente para predecir la salida de energía eléctrica de las placas de un recolector piezoeléctrico de energía. La excitación se debe al movimiento armónico de la base en la dirección transversal.

En el año 1995, [Detwiler et al. 1995](#) se enfocaron en desarrollar una formulación basada en un elemento placa compuesto laminado con material piezoeléctrico para predecir su comportamiento electromecánico. Esta nueva formulación se incorporó en un código de elementos finitos comercial ([MSC Nastran Multidisciplinary Structural Analysis](#)). El enfoque numérico es validado experimentalmente mediante un caso de estudio de una placa empotrada-libre. Los resultados numéricos obtenidos tuvieron buena concordancia con los experimentos.

Durante el año 2008, [Staworko y Uhl 2008](#) presentaron una visión general de las técnicas de modelado de elementos piezoeléctricos y su comparación con los programas comerciales para simular sistemas electromecánicos ([MATLAB Simulink](#); [PSPICE Community](#)). Con el mismo fin pero usando otros programas comerciales tales como ([ANSYS](#); [MSC Nastran Multidisciplinary Structural Analysis](#)), realizaron diferentes pruebas de un recolector de energía bimorfo conformado por una placa en voladizo con un material piezoeléctrico adherido, Ellos concluyeron que los resultados obtenidos con la modelación de un circuito equivalente mediante PSPICE o Matlab Simulink difieren ligeramente al modelado en elemento finito (EF) con el programa ANSYS.

Un año más tarde, [Elvin y Elvin 2009](#) presentaron un enfoque con el fin de analizar recolectores piezoeléctricos de energía usando el método de elementos finitos acoplado con un modelo para la simulación de circuitos. El análisis mecánico del recolector lo realizaron mediante un programa comercial de elementos finitos ([ANSYS Simulation](#); [Simulia Abaqus](#)), mientras que el análisis del circuito lo realizaron utilizando un programa de simulación de circuitos estándar ([PSPICE Community](#)). El acoplamiento electromecánico entre los dos dominios físicos lo lograron aplicando cargas equivalentes tanto en el modelo mecánico como en el eléctrico. Este enfoque permite la realización de geometrías mecánicas complejas y circuitos no lineales. Ellos presentaron dos casos de estudio como ejemplo: (i) una viga cantiléver con una lámina piezoeléctrica adherida y (ii) un recolector tipo placa con un circuito puente diodo no lineal. A partir de los resultados obtenidos concluyeron que la principal ventaja es la facilidad de

implementación. Sin embargo, resulta ser computacionalmente costosa para modelos complicados dada que requieren grandes tiempos de simulación.

En el año 2012, [Zhou et al. 2012](#) propusieron un sistema de un grado de libertad (SDOF por sus siglas en inglés) equivalente para describir el rendimiento de recolección de energía de una viga piezoeléctrica en voladizo. Si bien los autores presentaron un modelo analítico discreto, compararon los resultados obtenidos mediante un programa comercial de elementos finitos ([ANSYS Simulation](#)). A partir de los resultados, pudieron concluir que existe buen acuerdo entre ambas soluciones. Además, analizaron los efectos de las propiedades del material y de sus dimensiones sobre el rendimiento del recolector. Los resultados obtenidos proporcionan ciertas pautas útiles a la hora de diseñar un dispositivo piezoeléctrico de recolección de energía.

2.2.4 Recolectores piezoeléctricos de energía rotantes

Tal como se ha mencionado en varias oportunidades en esta tesis, el principio de funcionamiento de un recolector piezoeléctrico de energía consiste en transformar las vibraciones mecánicas del ambiente en energía eléctrica utilizable. En el caso de ambientes rotantes, las vibraciones mecánicas son inducidas por la rotación de un elemento mecánico, por ejemplo, las palas o el rotor de un aerogenerador debido principalmente a la fuerza de gravedad a medida que el sistema rota. De esta manera la energía recolectada por medio de un material piezoeléctrico es acondicionada mediante circuitos electrónicos rectificadores con el fin de producir una potencia de CC (corriente continua) y utilizada en el momento o bien almacenada en capacitores electrolíticos o supercapacitores. La potencia obtenida de esta manera es capaz de alimentar dispositivos electrónicos de baja potencia, tal como sensores de temperatura, humedad, viento, etc., y un sistema de transmisión de datos en forma inalámbrica. Esto satisface el objetivo de implementar recolectores de energía en ambientes rotantes, como aerogeneradores de baja potencia, para el sensado autónomo en tiempo real de las variables físicas relevantes del mismo, reduciendo su costo de mantenimiento.

2.2.4.1 *Acerca de las formulaciones electromecánicas*

Las hélices de aeronaves y las palas de aerogeneradores son algunas aplicaciones directas que resultan de las investigaciones sobre el comportamiento dinámico de estructuras giratorias. El avance de la tecnología en tal dirección, incentivó la utilización de materiales compuestos para la fabricación de los elementos estructurales de los sistemas rotantes. Estos materiales presentan importantes ventajas con respecto a los materiales metálicos: poseen mejores propiedades de resistencia y rigidez con respecto al peso, una mayor resistencia a la fatiga, se pueden fabricar en una extensa variedad de configuraciones y sus propiedades mecánicas son fácilmente personalizables. Existen numerosas publicaciones científicas sobre la dinámica de estructuras construidas con materiales compuestos. Una de ellas puede ser ([Saravia et al. 2011](#)), que investigaron acerca de la estabilidad dinámica de vigas rotantes de pared delgada de material compuesto utilizando el método de elementos finitos. A partir de los resultados obtenidos mediante un enfoque numérico, ellos caracterizaron la dinámica estructural de un elemento estructural rotante con un laminado compuesto.

Debido a la flexibilidad de las estructuras con laminados compuestos, algunas investigaciones se enfocaron en el control de las vibraciones ([Choi y Han 2004](#)). Por esta razón, en las últimas décadas se ha estudiado la inclusión de materiales inteligentes en la estructura principal. La reducción de las vibraciones se mejora mediante el control activo en las estructuras con actuadores de material piezoeléctrico ([Choi y Kim 2005](#); [Brockmann y Lammering 2006](#)). Los materiales piezoeléctricos también suelen ser de interés cuando se diseñan estructuras inteligentes que pueden usarse como sensores o generadores. En esta dirección, la recolección de energía por medio de materiales piezoeléctricos ha recibido una atención creciente debido a sus aplicaciones en los últimos años.

En relación de las formulaciones electromecánicas aplicadas a ambientes rotantes, existen en la actualidad una serie de diseños convencionales de recolectores de energía y sus respectivos modelos matemáticos que predicen su comportamiento. En las primeras investigaciones, los científicos se concentraron en modelos analíticos para predecir el comportamiento de un sistema recolector de energía rotante usando un diseño estructural convencional del tipo viga

cantiléver con una masa en el extremo libre. En este sentido, [\(Gu y Livermore 2010\)](#) presentaron un modelo analítico que predice el comportamiento de un recolector piezoeléctrico rotante. El diseño constaba de una viga cantiléver con un parche piezoeléctrico y una masa en el extremo libre. El modelo analítico propuesto tenía en cuenta el efecto de la fuerza centrífuga de la masa en la punta, el cual es inducido por el movimiento rotacional del recolector piezoeléctrico. A partir de los resultados, dedujeron la frecuencia de resonancia del sistema de 13.20 Hz (792 rpm), y una generación de potencia eléctrica de 700 μW con un volumen físico de 8 cm^3 . Cabe aclarar que el volumen del recolector es una variable relevante de diseño que se pretende minimizar dado que el tamaño de estos dispositivos respecto de la estructura a la cual se acoplan debe ser mínimo.

Un año más tarde, usando el mismo diseño del recolector de energía, [Khameneifar et al. 2011](#) presentaron un modelo analítico que predice el comportamiento del recolector piezoeléctrico rotante, pero con la diferencia que tuvieron en cuenta la influencia de la gravedad debido a la masa en la punta, por ser una masa considerable en relación a la masa de todo el recolector. Como se mencionó anteriormente, el recolector, de 51.37 cm^3 constaba de una viga en voladizo con una masa en el extremo libre y un parche de material piezoeléctrico. A partir de los resultados obtenidos, los autores concluyeron que podía generar una potencia eléctrica máxima de 600 μW girando a 29.63 Hz (1777 rpm). Más tarde, los mismos autores [\(Khameneifar et al. 2012\)](#), presentaron una variante de su investigación anterior. Ellos propusieron un modelo discreto de un grado de libertad (GDL) para modelar un recolector de energía rotante. El recolector de energía rotante constaba de una viga en cantiléver con una masa en el extremo libre, similar al que diseñaron en 2011, pero con un volumen mayor de 67 cm^3 . debido a un sustrato más largo. La formulación propuesta consideraba los efectos de la fuerza centrífuga y la fuerza de gravedad del sistema recolector rotante. A partir de los resultados obtenidos del modelo discreto, ellos reportaron una potencia eléctrica de 6.4 mW a una velocidad de giro de 21.6 Hz (1296 rpm). Años más tarde, [\(Guan y Liao 2016\)](#) desarrollaron un diseño novedoso de un recolector rotante modelado en forma analítica teniendo en cuenta los efectos de las fuerzas centrífuga y de gravedad. Ellos analizaron el dispositivo de forma teórica y

experimental. Sus resultados no predicen con suficiente precisión los experimentos debido a tres razones: (i) no contemplan un circuito eléctrico adaptativo, (ii) el acoplamiento electromecánico no es ideal tal como asumieron en el modelo teórico y (iii) parte de la energía recolectada se pierde por las corrientes de pérdida en el condensador. Sin embargo, informaron una potencia eléctrica de 83.5 a 825 μW en un intervalo de frecuencia que oscila entre 7 - 13.5 Hz (420 - 810 rpm) para un volumen de recolector de 167 cm^3 .

La gran mayoría de las investigaciones hasta el momento se han concentraron en diseños convencionales de recolectores de energía rotantes. Sin embargo, algunos científicos pensaron que la implementación de un péndulo (como subsistema), con el fin de impactar sobre el sistema principal, podría mejorar el rendimiento del recolector. En esta dirección, [\(Gu y Livermore 2012\)](#) presentaron un recolector de energía piezoeléctrico de 6.25 cm^3 basado en el impacto de un péndulo sobre una viga que gira en el plano vertical. Ellos presentaron una formulación analítica para predecir el comportamiento dinámico junto con ensayos experimentales para analizar el rendimiento del dispositivo. A partir de los resultados obtenidos, ellos reportaron una potencia eléctrica de 27 μW a 15 Hz (900 rpm). En este caso en particular, no hubo mejoras sustanciales con respecto a otros dispositivos convencionales.

Asimismo, persiguiendo el objetivo principal de incrementar la potencia eléctrica de salida, [\(Roundy y Tola 2013\)](#) insistieron con la idea de incorporar un péndulo que impacta en el sustrato del dispositivo recolector de energía rotante. En este sentido, ellos presentaron un dispositivo basado también en la dinámica de un péndulo para aumentar el ancho de banda operacional. Ellos propusieron un modelo analítico para predecir el comportamiento dinámico del recolector. Además compararon los resultados obtenidos analíticamente con ensayos experimentales. Particularmente, la aplicación del recolector de energía fue direccionada a un sistema de monitoreo de presión de neumáticos montado en la rueda de un automóvil. A partir de la simulación y los resultados experimentales, el recolector es capaz de alimentar un dispositivo de transmisión de RF cada 60 segundos en un rango de velocidad de 10 a 155 km/h. Ellos informaron un valor máximo de potencia eléctrica de salida de 140 μW para frecuencias de entre 2.5 -

25 Hz (150 - 1500 rpm), teniendo el dispositivo un volumen de 10 cm³ aproximadamente.

Siguiendo con la idea de proponer alternativas en el diseño del recolector rotante, algunos científicos apostaron a un diseño que incorpora al convencional de tipo cantiléver dos imanes, uno estático y otro móvil ubicado en el extremo libre del dispositivo. De esta manera, con la introducción de los imanes, los elementos que componen el recolector no tienen contacto entre sí. En este sentido, (Manla et al. 2012) investigaron un recolector piezoeléctrico de energía rotante que consiste en una viga cantiléver con dos imanes en los extremos. En este caso, la generación de energía se aprovecha a partir de la deformación de la viga piezoeléctrica inducida por la interacción con un imán oscilante que es soportado por un sistema de levitación magnética. Ellos propusieron una formulación analítica sencilla para predecir el comportamiento electromecánico del recolector y sus resultados fueron validados experimentalmente. Al finalizar el estudio ellos concluyeron que: (i) los resultados analíticos obtenidos tienen buena concordancia con los resultados experimentales y (ii) el dispositivo de recolección de energía puede generar una potencia eléctrica máxima de 3.5 μ W en un rango de frecuencia de 3 - 5 Hz (180 - 300 rpm) con un volumen físico de 17.74 cm³.

Implementando una idea similar, (Ramezanpour et al. 2016) investigaron un recolector de energía piezoeléctrica usando un mecanismo para convertir la baja frecuencia de operación en alta frecuencia (*frequency-up conversion*, terminología usada en inglés). El dispositivo consiste en la interacción de varios imanes y una viga voladiza piezoeléctrica rotante, empotrada a una placa circular. Ellos estudiaron la influencia del número de imanes sobre la potencia eléctrica de salida informando una potencia eléctrica de aproximadamente 200 μ W a 4 Hz (240 rpm).

Recientemente, (Zou et al. 2017a) investigaron un dispositivo piezoeléctrico recolector magnéticamente acoplado de dos grados de libertad (2-GDL). El recolector consiste en dos vigas voladizas piezoeléctricas invertidas cuyos extremos libres son imanes que giran alrededor del eje de rotación que está en el plano horizontal, ocupando un volumen de 150 cm³. Ellos desarrollaron un modelo analítico que es validado experimentalmente, y de los resultados concluyeron que

se puede extraer una potencia eléctrica de 564 y 535 μW a 7 Hz (420 rpm) y 9.16 Hz (550 rpm), respectivamente.

Otra de las alternativas recientemente exploradas por los científicos consiste en diseñar recolectores de energía rotantes utilizando varios elementos estructurales vinculados entre sí mediante resortes. Con estas vinculaciones, los científicos buscan modificar la dinámica de la estructura del recolector, incrementando así la generación de energía eléctrica y ampliando el rango de operación del mismo. En este sentido, (Febbo et al. 2017) diseñaron un novedoso sistema recolector piezoeléctrico de energía rotante, que consiste en dos vigas con masas en los extremos libres y empotradas en un marco giratorio rígido. Una de las vigas tiene adherido un material piezoeléctrico MIDE (Quick Pack MIDÉ). Ellos presentaron un modelo analítico utilizando la formulación de Lagrange para derivar las ecuaciones de movimiento del recolector rotante y sus resultados fueron validados experimentalmente. El dispositivo es capaz de generar una potencia eléctrica de 26 a 105 μW en un rango de velocidad de rotación de 0.77 a 2.59 Hz (50-150 rpm aproximadamente). De esta manera, pudieron concluir que la potencia generada es alta en comparación de otros dispositivos que giran a la misma velocidad. Sin embargo, su diseño no es aún óptimo debido al volumen físico total del recolector de 557 cm^3 .

Ese mismo año, (Sun y Tse 2017) también propusieron investigar una estructura similar de múltiples vigas piezoeléctricas en voladizo que puede generar energía eléctrica mientras está rotando. Este complejo sistema de recolección de energía tiene un volumen de 176 cm^3 y ha sido simulado y ensayado experimentalmente. A pesar que los resultados numéricos y experimentales no tienen buena concordancia, ellos informaron que puede entregar una potencia eléctrica máxima de 2 μW operando en un rango de frecuencia de 18 a 25 Hz (1080 - 1500 rpm). De esta manera, el dispositivo no parece prometedor ya que genera un nivel de potencia muy bajo en un rango de frecuencia muy elevado en comparación con los prototipos existentes.

Analizando las referencias citadas, se puede decir que numerosos científicos investigaron una variedad de diseños de recolectores piezoeléctricos de energía aplicados a ambientes rotantes con el objetivo de obtener el mejor rendimiento

posible. Sin embargo, aún existen dificultades que deben ser resueltas como: (i) lograr un diseño que cumpla en forma simultánea con alta generación de potencia, volumen compacto y frecuencia de operación muy baja (< 3 Hz) (ii) lograr un sistema recolector junto a la electrónica asociada para el sensado autónomo y/o transmisión inalámbrica de datos el mismo rango muy bajo de frecuencias de operación y (iii) desarrollar una herramienta computacional basada en elementos finitos que sea capaz de modelar un recolector piezoeléctrico aplicado a ambientes rotantes con la versatilidad de incorporar múltiples vinculaciones entre los elementos estructurales que lo componen.

Por los motivos mencionados en el párrafo anterior, en esta tesis se pretende avanzar sobre la resolución de todas las dificultades planteadas.

FORMULACIÓN DE ELEMENTOS FINITOS

Basado en los argumentos mencionados en el [Capítulo 2](#), la modelación de recolectores piezoeléctricos de energía rotantes requiere una formulación matemática que sea capaz de representar sistemas estructurales con múltiples vinculaciones contemplando los efectos inducidos por el movimiento de rotación, el acoplamiento electromecánico y múltiples láminas de material piezoeléctrico. En este sentido, el comportamiento electromecánico general de los elementos que componen un recolector piezoeléctrico de energía rotante puede representarse mediante formulaciones tipo viga.

Con la finalidad de desarrollar una herramienta computacional que sea capaz de modelar el comportamiento del recolector antes mencionado, en el presente capítulo se describe el desarrollo de una formulación electromecánica y su implementación computacional por medio de un elemento finito unidimensional geoméricamente no lineal.

3.1 CINEMÁTICA

Los principales aspectos de la presente formulación de recolector de energía rotante son:

- La cinemática está basada en la teoría de Timoshenko debido a que es apropiada para incluir una formulación por medio de un elemento finito geoméricamente no lineal.
- Se utiliza una interpolación lineal a través del espesor del potencial eléctrico debido a que el campo eléctrico del material piezoeléctrico puede asumirse constante.
- El material piezoeléctrico es constitutivamente lineal.

Los sistemas de referencia global y local usados se esquematizan en la [Figura 3.1](#).

- Sistema de referencia Global $\{O, x, y, z\}$.
- Sistema de referencia Local $\{T, x', y', z'\}$.

Una viga tridimensional es un elemento estructural de longitud L orientado en la dirección longitudinal x' . El área transversal A con dimensiones en plano $y'z'$ es ortogonal a x' y es relativamente pequeña con respecto a la dirección longitudinal. Para secciones sólidas homogéneas los puntos T , g (punto neutro y centro de gravedad) y c son coincidentes, no siendo así para vigas compuestas, donde dichos puntos no coinciden.

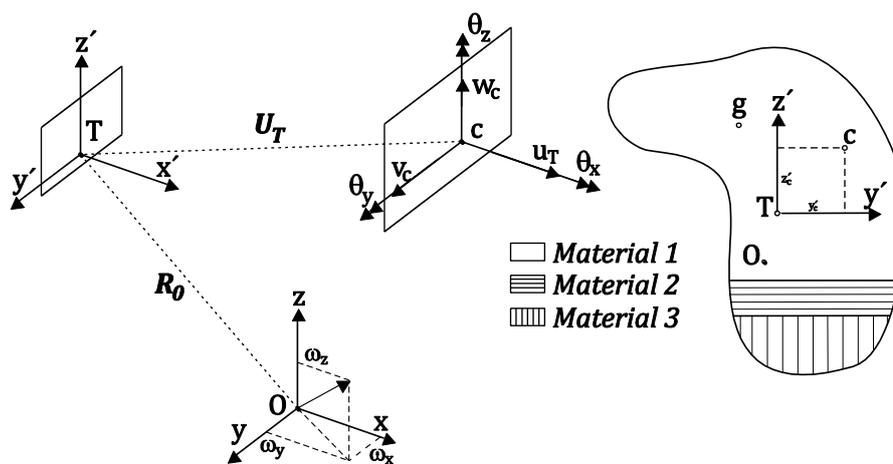


Figura 3.1 – Cinemática de la viga.

En este caso se utiliza la teoría de viga de Timoshenko para obtener la dinámica de viga rotante (Oñate 2013), donde el desplazamiento representado en el sistema local $\{T, x', y', z'\}$ puede ser escrito como:

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_T + z' \theta_{y'} - z' \theta_{z'} \\ v_c - (z' - z'_c) \theta_{x'} \\ w_c + (y' - y'_c) \theta_{y'} \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

$$\mathbf{U}_T = [u_T, v_c, w_c, \theta_{x'}, \theta_{y'}, \theta_{z'}]^T \quad (3.2)$$

donde u_T es el desplazamiento axial en el punto neutro T, e y'_c y z'_c son las coordenadas del centro de corte c. El apóstrofe indica que está relacionada con el sistema de coordenadas local.

En referencia al sistema global $\{O, x, y, z\}$, se puede obtener el siguiente campo de desplazamiento para un punto arbitrario de coordenadas:

$$\mathbf{U} = [u(x, t), v(x, t), w(x, t), \theta_x(x, t), \theta_y(x, t), \theta_z(x, t)]^T \quad (3.3)$$

donde u, v y w son los desplazamientos globales en x, y, z , respectivamente, θ_x, θ_y y θ_z representan las rotaciones globales y t es la variable temporal.

El vector instantáneo de posición de un punto en la configuración deformada (Librescu y Song 2006) se puede escribir como:

$$\begin{aligned} \mathbf{R} &= \mathbf{R}_0 + \mathbf{S}_G \mathbf{U} \\ \mathbf{R}_0 &= [x \ y \ z]^T \end{aligned} \quad (3.4)$$

donde \mathbf{R}_0 es el punto de la viga en la configuración no deformada y \mathbf{S}_G es la matriz de sección transversal.

$$\mathbf{S}_G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & z' & -y' \\ 0 & 1 & 0 & -(z' - z'_c) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & (y' - y'_c) & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

Se define el espinor del vector de velocidad angular para reemplazar el producto vectorial por un producto de matriz equivalente. Siendo el vector de velocidad angular:

$$\boldsymbol{\omega} = (\omega_x \quad \omega_y \quad \omega_z) \quad (3.6)$$

Su espesor es la siguiente matriz antisimétrica $\boldsymbol{\Omega}$, que representa la matriz rotacional asociada a la velocidad angular alrededor de las tres coordenadas.

$$\boldsymbol{\Omega} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

Para el caso general de un elemento estructural que está rotando en el espacio (Saravia et al. 2011), suponiendo que el origen 0 del sistema de coordenadas $\{x, y, z\}$ permanece fijo (velocidad y aceleración cero), se puede escribir la velocidad y la aceleración absoluta de un punto como:

$$\mathbf{V} = \mathbf{V}_R + \boldsymbol{\Omega}(\mathbf{R}_0 + \mathbf{S}_G \mathbf{U}_T) = \mathbf{S}_G \mathbf{V}_G + \boldsymbol{\Omega}(\mathbf{R}_0 + \mathbf{S}_G \mathbf{U}_T) \quad (3.8)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{a} &= \mathbf{a}_R + \boldsymbol{\Omega}(\boldsymbol{\Omega}(\mathbf{R}_0 + \mathbf{S}_G \mathbf{U}_T)) + 2\boldsymbol{\Omega}\mathbf{V}_R \\ &= \mathbf{S}_G \mathbf{a}_G + \boldsymbol{\Omega}(\boldsymbol{\Omega}(\mathbf{R}_0 + \mathbf{S}_G \mathbf{U}_T)) + 2\boldsymbol{\Omega}\mathbf{S}_G \mathbf{V}_G \end{aligned} \quad (3.9)$$

donde $\mathbf{V}_R = \mathbf{S}_G \mathbf{V}_G$ y $\mathbf{a}_R = \mathbf{S}_G \mathbf{a}_G$ representan la velocidad y aceleración relativa, respectivamente.

Las velocidades y aceleraciones generalizadas son definidas como:

$$\mathbf{V}_G = [\dot{u}(x', t), \dot{v}(x', t), \dot{w}(x', t), \dot{\theta}_x(x', t), \dot{\theta}_y(x', t), \dot{\theta}_z(x', t)]^T \quad (3.10)$$

$$\mathbf{a}_G = [\ddot{u}(x', t), \ddot{v}(x', t), \ddot{w}(x', t), \ddot{\theta}_x(x', t), \ddot{\theta}_y(x', t), \ddot{\theta}_z(x', t)]^T \quad (3.11)$$

El tensor de deformación de Green-Lagrange es definido según (Reddy 2004):

$$L_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i} + u_{k,i}u_{k,j}) \quad (3.12)$$

$$u_{i,j} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (3.13)$$

En términos mecánicos se obtiene:

$$\epsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right] \quad (3.14)$$

$$2\epsilon_{xy} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \left[\frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} \right] \quad (3.15)$$

$$2\epsilon_{xz} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} + \left[\frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial z} \right] \quad (3.16)$$

$$\epsilon_{\mathbf{R}} = [\epsilon_{xx} \quad 2\epsilon_{xy} \quad 2\epsilon_{xz}]^T \quad (3.17)$$

Sustituyendo la Ec. (3.1) en las Ecs. (3.14-3.16) se puede obtener las componentes del tensor de deformaciones de la siguiente manera:

$$\epsilon_{x'x'} = \frac{\partial u_T}{\partial x'} + z' \frac{\partial \theta_y}{\partial x'} - y' \frac{\partial \theta_z}{\partial x'} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_c}{\partial x'} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_c}{\partial x'} \right)^2 \quad (3.18)$$

$$2\epsilon_{x'y'} = \frac{\partial v_c}{\partial x'} - (z' - z'_c) \frac{\partial \theta_{x'}}{\partial x'} - \theta_{z'} \quad (3.19)$$

$$2\epsilon_{x'z'} = \frac{\partial w_c}{\partial x'} + (y' - y'_c) \frac{\partial \theta_x}{\partial x'} - \theta_y \quad (3.20)$$

La curvatura se representa como:

$$\kappa_{y'} = \frac{\partial \theta_{y'}}{\partial x'}; \quad \kappa_{z'} = \frac{\partial \theta_{z'}}{\partial x'} \quad (3.21)$$

Las ecuaciones anteriores tienen en cuenta sólo las componentes no lineales de las deformaciones del tensor de Green-Lagrange simplificadas correspondientes al acoplamiento de flexión-axial. El tensor de deformaciones se puede expresar de la siguiente forma:

$$\epsilon_R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & z' & -y' & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -(z' - z'_c) \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & (y' - y'_c) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial u_T}{\partial x'} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_c}{\partial x'} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_c}{\partial x'} \right)^2 \\ \frac{\partial v_c}{\partial x'} - \theta_{z'} \\ \frac{\partial w_c}{\partial x'} + \theta_{y'} \\ \frac{\partial \theta_{y'}}{\partial x'} \\ \frac{\partial \theta_{z'}}{\partial x'} \\ \frac{\partial \theta_{x'}}{\partial x'} \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

En forma vectorial se puede expresar las deformaciones de Green-Lagrange como:

$$\epsilon_R = \mathbf{S}_T \epsilon_G \quad (3.23)$$

donde ϵ_G es la deformación generalizada, y \mathbf{S}_T es la matriz de transformación de deformación. Las tres componentes no nulas de la deformación son $\epsilon_{x'x'}$, $\epsilon_{x'y'}$, $\epsilon_{x'z'}$.

3.2 ECUACIONES CONSTITUTIVAS GENERALIZADAS

Las componentes del tensor de tensiones y el desplazamiento eléctrico pueden derivarse de la densidad de entalpía eléctrica H a partir de las siguientes expresiones (Tiersten 1981):

$$\sigma_{ij} = \frac{\partial H}{\partial \epsilon_{ij}}, \quad D_i = -\frac{\partial H}{\partial E_i} \quad (3.24)$$

donde la forma de la densidad de entalpía eléctrica en la teoría lineal de la piezoelectricidad es expresada como referencia:

$$H = \frac{1}{2} C_{ijkl} \epsilon_{ij} \epsilon_{kl} - e_{kij} E_k \epsilon_{ij} - \frac{1}{2} \epsilon_{ij}^s E_i E_j \quad (3.25)$$

donde C_{ijkl} es el tensor de elasticidad de cuarto orden, e_{kij} es el tensor piezoeléctrico de tercer orden, y ϵ_{ij}^s es el tensor de permitividad dieléctrica de

segundo orden. El superíndice s indica que las constantes respectivas se evalúan a deformación constante.

Usando la Ec. (3.24) y la Ec. (3.25) junto con la relación $\partial \epsilon_{ij} / \partial \epsilon_{ji} = \delta_{ij}$, donde δ_{ij} es el delta de Kronecker, se define las ecuaciones constitutivas lineales de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\sigma}' \\ \boldsymbol{D} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{C}' & \boldsymbol{e} \\ \boldsymbol{e}^T & \boldsymbol{\epsilon}^s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\epsilon}_R \\ \boldsymbol{E} \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

donde \boldsymbol{C}' , $\tilde{\boldsymbol{e}}$ y $\boldsymbol{\epsilon}^s$ son el tensor elástico, el tensor piezoeléctrico y el tensor de permitividad, respectivamente, los cuales serán definidos más adelante. Debe señalarse que $\boldsymbol{\epsilon}_R$ y $\boldsymbol{\sigma}'$ son las matrices de deformación y tensión, respectivamente. \boldsymbol{E} y \boldsymbol{D} son los vectores campo eléctrico y desplazamiento eléctrico, respectivamente.

3.2.1 Tensiones y fuerzas resultantes

Los tensiones resultantes mecánicas se definen en términos de ecuaciones constitutivas (Barbero 2017):

$$\begin{bmatrix} N_{x'} \\ Q_{y'} \\ Q_{z'} \\ M_{y'} \\ M_{z'} \\ M_{x'} \end{bmatrix} = \int_A \begin{bmatrix} \sigma_{x'} \\ \sigma_{x'y'} \\ \sigma_{x'z'} \\ z' \sigma_{x'} \\ -y' \sigma_{x'} \\ (y' - y'_c) \sigma_{x'z'} - (-z' + z'_c) \sigma_{x'y'} \end{bmatrix} dA \quad (3.27)$$

donde $N_{x'}$ es la fuerza axial, $Q_{y'}$ y $Q_{z'}$ son las fuerzas de corte a lo largo del eje y' y z' , respectivamente. $M_{y'}$ y $M_{z'}$ son los momentos de flexión alrededor de los ejes y' y z' , respectivamente. Por último, $M_{x'}$ es el torque alrededor del eje x' .

Las tensiones resultantes Ec. (3.27) pueden reescribirse como:

$$\boldsymbol{N}_R = \int_A \boldsymbol{S}_2 \boldsymbol{\sigma}' dA \quad (3.28)$$

$$\mathbf{S}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ z' & 0 & 0 \\ -y' & 0 & 0 \\ 0 & -z' + z'_c & y' - y'_c \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

El desacoplamiento entre los efectos de flexión y de torsión implica que las fuerzas de corte $Q_{y'}$ y $Q_{z'}$ se calculan a partir de las tensiones tangenciales inducidas sólo por los efectos de flexión, mientras que el torque $M_{x'}$ se calcula a partir de las tensiones tangenciales debidas a la torsión. Teniendo en cuenta esto último, la relación entre las tensiones resultantes y las deformaciones generalizadas puede derivarse de la Ec. (3.28) como se muestra a continuación:

$$\mathbf{N}_R = \int_A \begin{bmatrix} E \left(\frac{\partial u_T}{\partial x'} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_c}{\partial x'} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_c}{\partial x'} \right)^2 + z' \frac{\partial \theta_y}{\partial x'} - y' \frac{\partial \theta_z}{\partial x'} \right) \\ G_{y'} \left(\frac{\partial v'_c}{\partial x'} - \theta_{z'} \right) \\ G_{z'} \left(\frac{\partial w'_c}{\partial x'} + \theta_{y'} \right) \\ z' E \left(\frac{\partial u_T}{\partial x'} + z' \frac{\partial \theta_y}{\partial x'} - y' \frac{\partial \theta_z}{\partial x'} \right) \\ -y' E \left(\frac{\partial u_T}{\partial x'} + z' \frac{\partial \theta_y}{\partial x'} - y' \frac{\partial \theta_z}{\partial x'} \right) \\ C_t \end{bmatrix} dA \quad (3.30)$$

donde:

$$C_t = \left[G_{z'}(y' - y'_c)(y' - y'_c) + G_{y'}(-z' + z'_c)(z' - z'_c) \right] \frac{\partial \theta_{x'}}{\partial x'} \quad (3.31)$$

Las tensiones resultantes generalizadas pueden reescribirse en forma matricial como:

$$\mathbf{N}_R = \int_A \mathbf{S}_2 \mathbf{C}' \boldsymbol{\epsilon}_R dA = \int_A (\mathbf{S}_2 \mathbf{C}' \mathbf{S}_T) \boldsymbol{\epsilon}_G dA = \tilde{\mathbf{C}} \boldsymbol{\epsilon}_G \quad (3.32)$$

donde:

$$\mathbf{C}' = \begin{bmatrix} E & 0 & 0 \\ 0 & G_{y'} & 0 \\ 0 & 0 & G_{z'} \end{bmatrix} \quad (3.33)$$

La matriz constitutiva completa generalizada $\tilde{\mathbf{C}}$ adopta la siguiente forma (Jones 1999; Barbero 2017).

$$\tilde{\mathbf{C}} = \int_A \begin{bmatrix} E & 0 & 0 & z'E & -y'E & 0 \\ 0 & G_{y'} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & G_{z'} & 0 & 0 & 0 \\ z'E & 0 & 0 & z'^2 E & -z'y'E & 0 \\ -y'E & 0 & 0 & -z'y'E & y'^2 E & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_t \end{bmatrix} dA \quad (3.34)$$

donde E es el módulo de elasticidad y $G_{y'}$ y $G_{z'}$ son los módulo de elasticidad transversal en las direcciones y' y z' , respectivamente. Para materiales isótropos: $G_{z'} = G_{y'} = E/2(1 + \nu)$.

En la siguiente Figura 3.2 se muestra un esquema de la sección laminada compuesta rectangular (piezoeléctrico + sustrato), la cual es usada para integrar las propiedades del material a través de las diferentes capas.

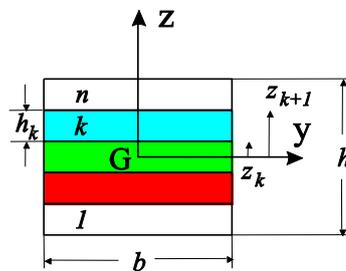


Figura 3.2 -Sección laminada compuesta rectangular para una configuración general.

Los parámetros constitutivos axiales, de flexión y corte pueden calcularse como (Oñate 2013):

$$C_a = \sum_{k=1}^{n_l} b_k b_k E^k \quad C_{b_{y'}} = k_{y'} \sum_{k=1}^{n_l} \frac{b_k}{3} (z_{k+1}'^3 - z_k'^3) E^k \quad (3.35)$$

$$C_{s_{y'}} = k_{y'} \sum_{k=1}^{n_l} b_k b_k G_{y'}^k \quad C_{b_{z'}} = k_{y'} \sum_{k=1}^{n_l} \frac{b_k^3 (z'_{k+1} - z'_k)}{12} E^k$$

$$C_{s_{z'}} = k_{z'} \sum_{k=1}^{n_l} b_k b_k G_{z'}^k$$

donde b_k es el ancho de la capa k -ésima y n_l es el número de capas.

Teniendo en cuenta los tensores generales que contienen las constantes piezoeléctricas (3 x 6) y de permitividad dieléctrica (3 x 3) (Carrera et al. 2011); las componentes del tensor que contiene las constantes piezoeléctrica y permitividad dieléctrica, de acuerdo a la relación constitutiva (Ec. 3.26) y la dirección del campo eléctrico (que se explica en detalle en las secciones posteriores), puede reducirse a:

$$\mathbf{e} = [e_{31} \quad 0 \quad 0] \quad (3.36)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}^s = \varepsilon_{33}^s \quad (3.37)$$

donde $e_{31} = d_{31} E_{11}$ y $\varepsilon_{33}^s = d_{31}^2 E_{11}$. Es importante mencionar que la constante d_{31} y E_{11} son obtenidas a partir de la hoja de datos del fabricante del material piezoeléctrico.

3.2.2 Lámina Piezoeléctrica MFC

En relación a las láminas piezoeléctricas utilizadas en recolección de energía, los compuestos MFC (del inglés, *Macro Fiber Composite*) (MFC Smart Material Corporation) son actuadores desarrollados en el Centro de Investigación Langley de la NASA (High y Wilkie 2003). Los MFC son piezoeléctricos que pueden aplicarse como actuadores o como sensores, y sus principales componentes son:

- Fibras piezoeléctricas activas.
- Electrodo interdigitados.
- Matriz de polímero adhesivo.

Es decir, su estructura consiste en fibras rectangulares PZT 5A (titanato zirconato de plomo) unidireccionalmente incrustadas en epoxi estructural con

electrodos de cobre en la superficie superior e inferior, tal como se puede apreciar en la [Figura 3.3](#). Los electrodos están interdigitados en una película de poliamida y crean un campo eléctrico paralelo a la dirección de la fibra. La cinta Kapton se aplica al exterior para proteger el medio ambiente. El material piezoeléctrico es intrínsecamente frágil y poco flexible. Sin embargo, las fibras incrustadas en epoxy permiten una flexibilidad significativa. En la [Figura 3.3](#), se puede apreciar un esquema de la composición de un material piezoeléctrico MFC.

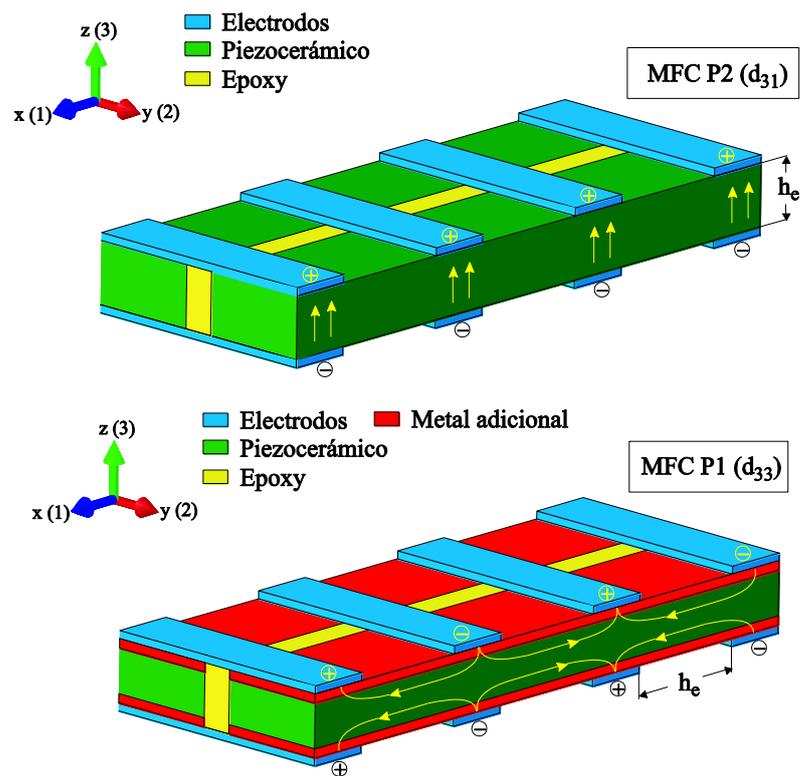


Figura 3.3 – Lámina piezoeléctrica Macro Fiber Composite (MFC).

La tecnología piezoeléctrica MFC ofrece una gran variedad de dimensiones en el mercado ([MFC Smart Material Corporation](#)), brindando una gran versatilidad a la hora de implementarla en potenciales aplicaciones. El MFC tiene la principal característica que posee extrema flexibilidad, es duradero y tiene la ventaja de poseer los coeficientes de acoplamiento electromecánico más altos por medio de los electrodos interdigitados. Los materiales piezoeléctricos MFC tienen dos modos de actuación principal, d_{33} y d_{31} . El modo d_{33} se activa cuando el campo eléctrico es paralelo a las fibras y en la misma dirección de la tensión/deformación de las fibras. Por otro lado, el modo d_{31} es el modo de generación correspondiente

cuando el campo eléctrico es perpendicular a tensión/deformación de las fibras. Normalmente, el modo d_{31} es casi dos o tres veces más eficiente que el modo d_{33} . Sin embargo, la eficiencia es dependiente del rango de frecuencia de operación, impedancia de fuente, flexibilidad de la estructura, aceleración de entrada, entre otros factores (Daue et al. 2010).

3.2.3 Lámina Piezoeléctrica MIDÉ

El Quick Pack MIDÉ es un piezoeléctrico que utiliza material piezocerámico monolítico incrustado en una matriz de epoxi, (Quick Pack MIDÉ). El uso de material monolítico hace que el dispositivo sea menos flexible que el MFC, pero el revestimiento de epoxi lo hace más robusto que el material monolítico sin procesar. En la Figura 3.4, se puede apreciar un esquema de la composición de un material piezoeléctrico MIDÉ.

La mayoría de los piezoeléctricos QuickPack MIDÉ operan con el efecto piezoeléctrico d_{31} , es decir, se polariza a través del espesor, y se expande y contrae en el plano, perpendicular al campo aplicado. Sin embargo, mediante el uso de un circuito interdigitalizado especialmente diseñado (como en el caso del MFC), el piezoeléctrico puede aprovechar el efecto piezoeléctrico d_{33} . En ese caso, en lugar de estar polarizado a través del espesor, el piezocerámico está polarizado a lo largo de la longitud.

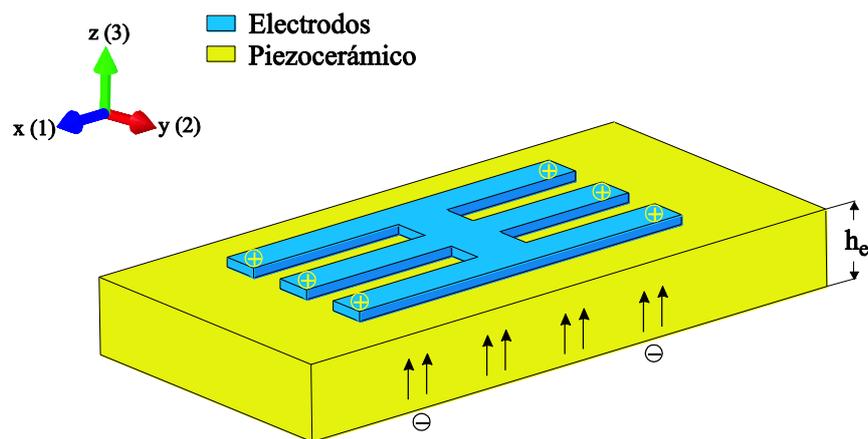


Figura 3.4 – Lámina piezoeléctrica Quick Pack MIDÉ.

3.3 CAMPO ELÉCTRICO

Dada la naturaleza de las aplicaciones que se consideran en esta tesis, con velocidades características mucho menores a las de la propagación de ondas electromagnéticas (velocidad de la luz), la formulación electromecánica propuesta supone que las derivadas temporales de las ecuaciones de Maxwell son despreciables y sólo se considera la ecuación de conservación de la carga eléctrica (Griffiths 1999; Zeng et al. 2003; Tiersten 2013) (caso electrostático).

$$\frac{\partial \mathbf{D}_i}{\partial x'} - \mathbf{q} = \mathbf{0} \quad (3.38)$$

donde \mathbf{D}_i son las componentes del vector desplazamiento eléctrico y \mathbf{q} la carga eléctrica.

Así como las deformaciones mecánicas se relacionan con los desplazamientos (cinemática) mediante la Ec. (3.22), análogamente el vector campo eléctrico se puede relacionar con el potencial eléctrico mediante la siguiente expresión (Tiersten 2013):

$$\mathbf{E} = -\nabla\phi(x', y', z') \quad (3.39)$$

Ahora bien, el campo eléctrico se define como (A. Butz, S. Klinkel 2007):

$$\bar{\mathbf{E}} = -\bar{\mathbf{A}} \bar{\boldsymbol{\phi}} \quad (3.40)$$

donde $\bar{\boldsymbol{\phi}}$ es el grado de libertad eléctrico y $\bar{\mathbf{A}}$ una matriz de transformación eléctrica.

El vector correspondiente a los grados de libertad del potencial eléctrico completo es:

$$\bar{\boldsymbol{\phi}} = [\phi_{x'} \quad \phi_{y',y'} \quad \phi_{z',z'} \quad \phi_{x',x'} \quad \phi_{y',yx'} \quad \phi_{z',zx'}]^T \quad (3.41)$$

Por otra parte, la función que representa el potencial eléctrico para el caso de un piezoeléctrico con distribución lineal es:

$$\phi(x', y', z') = \phi_{x'}(x') + y' \frac{\partial}{\partial y'} \phi_{y'}(x') + z' \frac{\partial}{\partial z'} \phi_{z'}(x') \quad (3.42)$$

Introduciendo la matriz de transformación eléctrica $\bar{\mathbf{A}}$ como:

$$\bar{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & y' & z' \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.43)$$

El vector tensión dieléctrico $\bar{\mathbf{D}}$ se obtiene por integración en la sección transversal (A. Butz, S. Klinkel 2007):

$$\bar{\mathbf{D}} = \int_A \bar{\mathbf{A}}^T \mathbf{D} dA \quad (3.44)$$

siendo $\mathbf{D} = [D_1 \quad D_2 \quad D_3]^T$.

La expresión anterior Ec. (3.44), conceptualmente es análoga a los esfuerzos resultantes de una viga (Barbero 2008).

Ahora bien, en el caso particular que se presenta en esta tesis, asumiendo que la distribución del potencial eléctrico es lineal y en la dirección de z' , el campo eléctrico $\bar{\mathbf{E}}$ se puede expresar de la siguiente manera:

$$\frac{\partial}{\partial z'} \phi_z(x) = E_3 = -\frac{V}{h_e} \quad (3.45)$$

donde h_e es la distancia entre electrodos (Figura 3.3) y V es el voltaje.

De esta manera, el vector correspondiente a los grados de libertad del potencial eléctrico queda expresado de la siguiente manera:

$$\bar{\Phi} = \phi_{z',z'} \quad (3.46)$$

El continuo piezoeléctrico puede estar sujeto a condiciones de borde esenciales o naturales, tanto mecánicas como eléctricas. Para el caso de las mecánicas, la condición de borde esencial corresponde a desplazamientos prescritos mientras que las naturales, corresponden a fuerzas prescritas. Análogamente, las condiciones de borde eléctricas esenciales y naturales corresponden a potenciales eléctricos y cargas eléctricas prescritas, respectivamente.

3.4 FORMULACIÓN VARIACIONAL

Para derivar las ecuaciones de equilibrio, se utiliza el principio de d'Alembert (Meirovitch 2001), que para el caso de sistemas dinámicos es:

$$\delta\Pi = \delta W_{int} - \delta W_E + \delta W_T \quad (3.47)$$

3.4.1 Energía de Deformación

La energía de deformación se divide en una contribución de energía elástica y otra eléctrica, como sigue:

$$\delta W_{int} = \delta W_{int}^d + \delta W_{int}^e = \int_V \delta(\epsilon_R^T \sigma') dV + \int_V \delta(\bar{E}^T \mathbf{D}) dV \quad (3.48)$$

Despreciando las tensiones iniciales y usando la Ec. (3.26), se obtiene:

$$\begin{aligned} \delta W_{int}^d &= \int_L \delta \epsilon_R^T \tilde{\mathbf{C}} \epsilon_G dx + \int_V \bar{\mathbf{E}}^T \mathbf{e}^T \delta \epsilon_R dV \\ &= \int_L \delta \epsilon_G^T (\mathbf{S}_2 \mathbf{C}' \mathbf{S}_T) \epsilon_G dx + \int_V \bar{\mathbf{E}}^T \mathbf{e}^T \delta \epsilon_R dV \end{aligned} \quad (3.49)$$

$$\delta W_{int}^e = \int_V \delta \bar{\mathbf{E}}^T \mathbf{e}^T \epsilon_R dV - \int_V \delta \bar{\mathbf{E}}^T \boldsymbol{\epsilon}^s \bar{\mathbf{E}} dV \quad (3.50)$$

Es importante destacar que la primer integral en la Ec. (3.48) se debe a la deformación elástica de un cuerpo (Washizu K. 1975) y la segunda integral proviene de la energía electrostática, que representa al trabajo realizado por la carga mientras se mueve de un cátodo a un ánodo (Tiersten 2013).

3.4.2 Trabajo Virtual de las Fuerzas de D'Alembert

El trabajo virtual de las fuerzas de inercia se define como:

$$\delta W_T = \int_V \rho \ddot{\mathbf{R}}^T \delta \mathbf{R} dV \quad (3.51)$$

Por un lado, la variación del vector de posición es:

$$\delta \mathbf{R} = \delta(\mathbf{R}_0 + \mathbf{S}_G \mathbf{U}_T) = \mathbf{S}_G \delta \mathbf{U}_T \quad (3.52)$$

Por otro lado, las fuerzas de inercia de un rotor flexible brindan dos términos, la relativa y la centrífuga (Gerardin y Kill 2015). El trabajo virtual de las fuerzas de inercia resulta entonces:

$$\delta W_T = \delta W_r + \delta W_c \quad (3.53)$$

donde δW_T , δW_r , δW_c es el trabajo virtual de las fuerzas de inercia total, relativa y centrífuga, respectivamente.

$$\delta W_T = \int_V \rho [\mathbf{S}_G \mathbf{a}_G + \boldsymbol{\Omega}(\boldsymbol{\Omega}(\mathbf{R}_0 + \mathbf{S}_G \mathbf{U}_T)) + 2\boldsymbol{\Omega} \mathbf{S}_G \mathbf{V}_G]^T \mathbf{S}_G \delta \mathbf{U}_T dV \quad (3.54)$$

$$\begin{aligned} \delta W_T = \rho \left[\int_V \mathbf{S}_G \mathbf{a}_G dV + \int_V \boldsymbol{\Omega} \boldsymbol{\Omega} \mathbf{R}_0 dV + \int_V \boldsymbol{\Omega} \boldsymbol{\Omega} \mathbf{S}_G \mathbf{U}_T dV \right. \\ \left. + \int_V 2\boldsymbol{\Omega} \mathbf{S}_G \mathbf{V}_G dV \right]^T \mathbf{S}_G \delta \mathbf{U}_T \end{aligned} \quad (3.55)$$

Reordenando y agrupando los términos,

$$\delta W_r = \rho \left[\int_V \mathbf{S}_G \mathbf{a}_G dV \right]^T \mathbf{S}_G \delta \mathbf{U}_T \quad (3.56)$$

$$\delta W_c = \rho \left[\int_V \boldsymbol{\Omega} \boldsymbol{\Omega} \mathbf{R}_0 dV + \int_V \boldsymbol{\Omega} \boldsymbol{\Omega} \mathbf{S}_G \mathbf{U}_T dV + \int_V 2\boldsymbol{\Omega} \mathbf{S}_G \mathbf{V}_G dV \right]^T \mathbf{S}_G \delta \mathbf{U}_T \quad (3.57)$$

3.4.3 Trabajo Virtual de las Fuerzas Externas

El trabajo virtual de las fuerzas externas puede expresarse como:

$$\delta W_E = \delta \mathbf{U}^T \mathbf{F}_E \quad (3.58)$$

$$\delta W_E = \int_V (F_{Eu} \delta u_t + F_{Ev} \delta v_c + F_{Ew} \delta w_c) dV \quad (3.59)$$

donde \mathbf{F}_E es un vector que representa las fuerzas externas.

Adicionalmente, el trabajo virtual de la fuerza no conservativa para la carga eléctrica es:

$$\delta Q_E = \delta \mathbf{V}^T \mathbf{Q}_E \quad (3.60)$$

donde \mathbf{Q}_E es un vector que representa la carga eléctrica.

3.5 FORMULACIÓN DE ELEMENTOS FINITOS

El método de elementos finitos proporciona un enfoque para la discretización de un continuo (Reddy 1994; Zienkiewicz y Taylor 2000). En este análisis, el elemento unidimensional es definido por 2 nodos con 12 grados de libertad mecánicos por elemento (3 desplazamientos + 3 rotaciones en cada nodo) y 2 grados de libertad eléctricos por elemento.

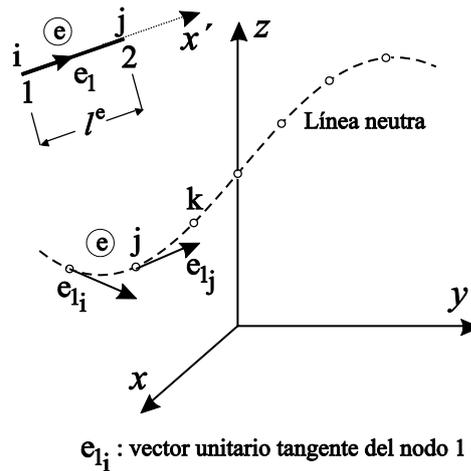


Figura 3.5 -Elemento estructural tipo viga.

Introduciendo la discretización de elementos finitos, los desplazamientos nodales generalizados son:

$$\mathbf{U} = \mathbf{H}(\eta) \hat{\mathbf{U}} \quad (3.61)$$

$$\mathbf{H}(\eta) = \sum_{i=1}^n \mathbf{H}_i(\eta) \mathbf{I}_6 \quad (3.62)$$

donde n es el número de nodos del elemento, \mathbf{H} es la matriz de función de forma lineal, $\hat{\mathbf{U}}$ es el desplazamiento nodal y \mathbf{I}_6 es la matriz unidad de 6 x 6. La matriz de deformación generalizada es:

$$\epsilon_R = \mathbf{B} \hat{\mathbf{U}} \quad (3.63)$$

donde \mathbf{B} es la matriz de desplazamiento-deformación según el tensor de deformación del nodo i y resulta:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{H}_i}{\partial x'} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial \mathbf{H}_i}{\partial x'} & 0 & 0 & 0 & -\mathbf{H}_i \\ 0 & 0 & \frac{\partial \mathbf{H}_i}{\partial x'} & 0 & \mathbf{H}_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial \mathbf{H}_i}{\partial x'} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial \mathbf{H}_i}{\partial x'} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\partial \mathbf{H}_i}{\partial x'} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.64)$$

El vector de campo eléctrico se define como:

$$\bar{\mathbf{E}} = -\mathbf{B}_E \hat{\mathbf{V}} \quad (3.65)$$

donde $\hat{\mathbf{V}}$ es el voltaje nodal, y \mathbf{B}_E es:

$$\mathbf{B}_E = [0 \quad 0 \quad 1/h_e]^T \quad (3.66)$$

donde h_e es la distancia entre electrodos (Ver [Figura 3.2](#)).

3.5.1 Matriz de Rigidez Tangente

Introduciendo la [Ec. \(3.63\)](#) y [Ec. \(3.65\)](#) en la expresión de energía de deformación virtual [Ec. \(3.49\)](#) y [Ec. \(3.50\)](#), se obtiene:

$$\delta W_{int} = \delta W_{int}^d + \delta W_{int}^e \quad (3.67)$$

$$\delta W_{int}^d = \int_L \delta(\mathbf{B}\hat{\mathbf{U}})^T \tilde{\mathbf{C}} \mathbf{B}\hat{\mathbf{U}} dx + \int_L \bar{\mathbf{E}}^T \mathbf{e}^T \delta(\mathbf{B}\hat{\mathbf{U}}) dx \quad (3.68)$$

$$\delta W_{int}^e = \int_L \delta(\mathbf{B}_E \hat{\mathbf{V}})^T \mathbf{e}^T \mathbf{B}\hat{\mathbf{U}} dx - \int_L \delta(\mathbf{B}_E \hat{\mathbf{V}})^T \boldsymbol{\varepsilon}^s \mathbf{B}_E \hat{\mathbf{V}} dx \quad (3.69)$$

Reordenando los términos se obtiene:

$$\begin{aligned} \delta W_{int}^d = & \int_L \delta \hat{\mathbf{U}}^T (\mathbf{B}^T \tilde{\mathbf{C}} \mathbf{B}) \hat{\mathbf{U}} dx + \int_L \hat{\mathbf{U}}^T \delta \mathbf{B}^T (\tilde{\mathbf{C}} \mathbf{B}) \hat{\mathbf{U}} dx \\ & - \int_L \mathbf{B}_E^T \hat{\mathbf{V}}^T \mathbf{e}^T \mathbf{B} \delta \hat{\mathbf{U}} dx \end{aligned} \quad (3.70)$$

$$\begin{aligned} \delta W_{int}^e = & \int_L \delta \mathbf{B}_E^T \hat{\mathbf{V}}^T \mathbf{e}^T \mathbf{B} \hat{\mathbf{U}} dx + \int_L \mathbf{B}_E^T \delta \hat{\mathbf{V}}^T \mathbf{e}^T \mathbf{B} \hat{\mathbf{U}} dx \\ & - \int_L \delta \mathbf{B}_E^T \hat{\mathbf{V}}^T \boldsymbol{\varepsilon}^s \mathbf{B}_E \hat{\mathbf{V}} dx - \int_L \mathbf{B}_E^T \delta \hat{\mathbf{V}}^T \boldsymbol{\varepsilon}^s \mathbf{B}_E \hat{\mathbf{V}} dx \end{aligned} \quad (3.71)$$

Despreciando la variación de \mathbf{B}_E , las Ecs. (3.70) y (3.71) se pueden reescribir como:

$$\delta W_{int}^d = \delta \hat{\mathbf{U}}^T \mathbf{K}_M \hat{\mathbf{U}} + \delta \hat{\mathbf{U}}^T \mathbf{K}_G \hat{\mathbf{U}} - \delta \hat{\mathbf{U}}^T \boldsymbol{\Theta} \hat{\mathbf{V}} \quad (3.72)$$

$$\delta W_{int}^e = \delta \hat{\mathbf{V}}^T \boldsymbol{\Theta}^T \hat{\mathbf{U}} - \delta \hat{\mathbf{V}}^T \mathbf{C}_P \hat{\mathbf{V}} \quad (3.73)$$

donde \mathbf{K}_M , \mathbf{K}_G , $\boldsymbol{\Theta}$, \mathbf{C}_P son la rigidez material, la rigidez geométrica, la matriz electromecánica y la matriz de capacidad eléctrica, respectivamente. (\mathbf{K}_G se definirá más adelante).

$$\mathbf{K}_M = \int_L \mathbf{B}^T \tilde{\mathbf{C}} \mathbf{B} dx \quad (3.74)$$

$$\mathbf{C}_P = \int_L \mathbf{B}_E^T \boldsymbol{\varepsilon}^s \mathbf{B}_E dx \quad (3.75)$$

$$\boldsymbol{\Theta} = \int_L \mathbf{B}_E^T \mathbf{e}^T \mathbf{B} dx \quad (3.76)$$

Obsérvese que el campo eléctrico es uniforme para el modo d_{31} (ver Figura 3.3) y la matriz de acoplamiento viene dada por la siguiente expresión:

$$\boldsymbol{\Theta} = \int_L \delta (\mathbf{B}_E \hat{\mathbf{V}})^T \mathbf{e}^T \mathbf{B} \hat{\mathbf{U}} dx \quad (3.77)$$

Para el modo de generación d_{33} , el campo eléctrico no es uniforme entre los electrodos, por lo tanto se propone un enfoque empírico (Bilgen et al. 2010), donde se modifica la matriz de acoplamiento de la siguiente manera:

$$\boldsymbol{\Theta} = \alpha \int_L \delta (\mathbf{B}_E \hat{\mathbf{V}})^T \mathbf{e}^T \mathbf{B} \hat{\mathbf{U}} dx \quad (3.78)$$

donde α es una constante empírica de proporcionalidad que se utiliza para considerar el campo eléctrico no uniforme.

3.5.2 Matriz de Rigidez Geométrica

A partir de la Ec. (3.70), se determina que la rigidez geométrica proviene de la variación de \mathbf{B} , donde por conveniencia se utiliza notación indicial (O.C. Zienkiewicz y R.L. Taylor 2000), quedando:

$$\int_L \hat{\mathbf{U}}^T \delta \mathbf{B}^T (\tilde{\mathbf{C}}\mathbf{B}) \hat{\mathbf{U}} dx = u_j \int_L \frac{\partial B_{ki}}{\partial u_j} \delta u_j (CB)_k dx \quad (3.79)$$

$$K_{Gij} = \int_L \frac{\partial B_{ki}}{\partial u_j} (CB)_k dx \quad (3.80)$$

donde la matriz \mathbf{B} es la matriz de deformaciones-desplazamientos definida anteriormente. Los índices i, j y k varían entre 1-12, 1-6 y 1-6, respectivamente.

Por otro lado, de forma de linealizar las derivadas de u, v y w en función de los desplazamientos nodales se puede expresar como:

$$u'(x') = \frac{\partial u}{\partial x'} = \left(\frac{u_2 - u_1}{l^e} \right) \quad (3.81)$$

donde el apóstrofe en este caso indica la derivada con respecto a la variable espacial.

La Ec. (3.81) es una aproximación de primer orden, esto hace que $u'(x')$ sea constante dentro del elemento, por lo que es igual tanto para el nodo 1 como para el nodo 2.

La matriz de rigidez geométrica resulta de multiplicar el vector de esfuerzos (Ec. (3.30)) por la derivada de \mathbf{B} respecto de los desplazamientos. En particular, la matriz de rigidez geométrica puede ser reducida debido a que existe solo un acoplamiento no lineal (axial-flexional, Ec. (3.18)) y puede expresarse como:

$$\mathbf{K}_G = T(i) \mathbf{K}_G^U \quad (3.82)$$

$$i = x', y', z'$$

donde $T(i)$ es la fuerza que actúa sobre cualquier sección a una distancia del eje de rotación determinada al borde del elemento (Saravia et al. 2011), y \mathbf{K}_G^U es una matriz unitaria de rigidez geométrica.

$$\mathbf{K}_G^U = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.83)$$

$$T(i) = \rho A \omega^2 \frac{1}{2} (l^2 - i^2) \quad (3.84)$$

3.5.3 Matrices Dinámicas

Introduciendo las siguientes aproximaciones en los desplazamientos, velocidades y aceleraciones, se obtiene:

$$\mathbf{R}_0 = \mathbf{H} \hat{\mathbf{X}}, \quad \mathbf{V}_G = \mathbf{N} \hat{\mathbf{V}}_G, \quad \mathbf{a}_G = \mathbf{N} \hat{\mathbf{a}}_G, \quad \mathbf{U}_T = \mathbf{H} \hat{\mathbf{U}}_T \quad (3.85)$$

donde \mathbf{H} es la función de forma lineal, $\hat{\mathbf{X}}$ es la coordenada nodal, \mathbf{N} es la función de forma lineal de inercia, $\hat{\mathbf{U}}_T$ es el desplazamiento nodal, $\hat{\mathbf{V}}_G$ es la velocidad nodal, y $\hat{\mathbf{a}}_G$ es la aceleración nodal.

Introduciendo las expresiones anteriores (Ec. 3.85) en el trabajo virtual de las fuerzas de inercia Ec. (3.55), se obtiene:

$$\begin{aligned} \delta W_r &= \rho \int_V \hat{\mathbf{a}}_G^T (\hat{\mathbf{a}}_G \mathbf{N} \mathbf{S}_G)^T \mathbf{S}_G \mathbf{N} \delta \hat{\mathbf{U}}_T dV \\ &= \rho \int_V \hat{\mathbf{a}}_G^T (\mathbf{N}^T \mathbf{S}_G^T \mathbf{S}_G \mathbf{N}) \delta \hat{\mathbf{U}}_T dV \end{aligned} \quad (3.86)$$

$$\begin{aligned}
 \delta W_c &= \rho \left[\int_V \hat{\mathbf{X}}^T \mathbf{H}^T \boldsymbol{\Omega} \boldsymbol{\Omega} \mathbf{S}_G \mathbf{N} dV + \int_V \hat{\mathbf{U}}_T^T \mathbf{N}^T \mathbf{S}_G^T \boldsymbol{\Omega} \boldsymbol{\Omega} \mathbf{S}_G \mathbf{N} dV \right. \\
 &\quad \left. + \int_V \mathbf{N}^T \mathbf{S}_G^T \mathbf{2} \boldsymbol{\Omega} \hat{\mathbf{V}}_G \mathbf{S}_G \mathbf{N} dV \right]^T \mathbf{S}_G \mathbf{N} \delta \hat{\mathbf{U}}_T \\
 &= \rho \left[\int_V (\hat{\mathbf{X}}^T \mathbf{H}^T \boldsymbol{\Omega} \boldsymbol{\Omega} \mathbf{S}_G \mathbf{N})^T \mathbf{S}_G \mathbf{N} \delta \hat{\mathbf{U}}_T dV \right. \\
 &\quad + \int_V (\hat{\mathbf{U}}_T^T \mathbf{N}^T \mathbf{S}_G^T \boldsymbol{\Omega} \boldsymbol{\Omega} \mathbf{S}_G \mathbf{N})^T \mathbf{S}_G \mathbf{N} \delta \hat{\mathbf{U}}_T dV \\
 &\quad \left. + \int_V (\mathbf{N}^T \mathbf{S}_G^T \mathbf{2} \boldsymbol{\Omega} \hat{\mathbf{V}}_G)^T \mathbf{S}_G \mathbf{N} \delta \hat{\mathbf{U}}_T dV \right] \\
 &= \rho \left[\int_V (\hat{\mathbf{X}}^T \mathbf{H}^T \boldsymbol{\Omega} \boldsymbol{\Omega} \mathbf{S}_G \mathbf{N}) \delta \hat{\mathbf{U}}_T dV \right. \\
 &\quad + \int_V \hat{\mathbf{U}}_T^T (\mathbf{N}^T \mathbf{S}_G^T \boldsymbol{\Omega} \boldsymbol{\Omega} \mathbf{S}_G \mathbf{N}) \delta \hat{\mathbf{U}}_T dV \\
 &\quad \left. + \int_V \hat{\mathbf{V}}_G^T (\mathbf{N}^T \mathbf{S}_G^T \mathbf{2} \boldsymbol{\Omega} \mathbf{S}_G \mathbf{N}) \delta \hat{\mathbf{U}}_T dV \right]
 \end{aligned} \tag{3.87}$$

Reordenando las Ecs. (3.86) y (3.87), se llega a las siguientes expresiones reducidas:

$$\delta W_T = (\mathbf{F}_c \hat{\mathbf{X}} + \hat{\mathbf{a}}_G^T \mathbf{M} + \mathbf{K}_R \hat{\mathbf{U}}_T + \mathbf{C}_c \hat{\mathbf{V}}_G) \delta \hat{\mathbf{U}}_T \tag{3.88}$$

donde \mathbf{F}_c , \mathbf{M} , \mathbf{K}_R , \mathbf{C}_c son el vector de fuerza centrífuga, la matriz de masa, la matriz de rigidez de rotación y la matriz de efecto Coriolis, respectivamente.

$$\mathbf{F}_c = \rho \int_V \hat{\mathbf{X}}^T \mathbf{H}^T \boldsymbol{\Omega} \boldsymbol{\Omega} \mathbf{S}_G \mathbf{N} dV \tag{3.89}$$

$$\mathbf{M} = \rho \int_V \mathbf{N}^T \mathbf{S}_G^T \mathbf{S}_G \mathbf{N} dV \tag{3.90}$$

$$\mathbf{K}_R = \rho \int_V \mathbf{N}^T \mathbf{S}_G^T \boldsymbol{\Omega} \boldsymbol{\Omega} \mathbf{S}_G \mathbf{N} dV \tag{3.91}$$

$$C_c = \rho \int_V N^T S_G 2\Omega S_G N dV \quad (3.92)$$

donde el vector de carga de fuerza centrífuga se puede tratar como una carga externa. Como aspecto importante a mencionar, se debe tener en cuenta que la rigidez de rotación exhibe un comportamiento de rigidez negativa.

3.5.4 Ensamble de Matrices al Sistema de Referencia Global

Antes de presentar las ecuaciones de movimiento, es necesario transformar las variables nodales al punto O, tal como se aprecia en la [Figura 3.1](#).

La relación entre el vector de desplazamiento y el potencial eléctrico nodal y el vector que contiene los grados de libertad GDL en el punto O es:

$$a'_i = L_i \bar{a}'_i \quad (3.93)$$

Siendo el vector \bar{a}'_i para las variables mecánicas:

$$\bar{a}'_i = [u'_{0_i} \ v'_{0_i} \ w'_{0_i} \ \theta'_{x_i} \ \theta'_{y_i} \ \theta'_{z_i}] \quad (3.94)$$

Y para las variables eléctricas \bar{a}'_i es:

$$\bar{a}'_i = [\phi'_{z',z'_i}] \quad (3.95)$$

Ahora bien, las matrices obtenidas en la sección anterior deben ser transformadas del sistema local al sistema global. En primer lugar, el sistema x', y' y z' debe ser referenciado al punto O ([Figura 3.1](#)):

$$L_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -z'_{c_i} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & y'_{c_i} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.96)$$

$$\bar{K}'_{ij} = L_i^T K'_{ij} L_j \quad , \quad i, j = 1, 2 \quad (3.97)$$

donde K'_{ij} son las matrices referenciadas al sistema local. Además, $L_i = L_j$ para elementos rectos.

Una vez referenciado al sistema cartesiano x' , y' y z' , el sistema de matrices debe ser referenciado al sistema de coordenadas global usando la siguiente transformación:

$$\mathbf{K}_{ij}^e = \mathbf{T}_i^T \bar{\mathbf{K}}_{ij}^e \mathbf{T}_j \quad ; \quad i, j = 1, 2 \quad (3.98)$$

$$\mathbf{T}_i = [e_{1i} \quad e_{2i} \quad e_{3i}] \quad (3.99)$$

3.5.5 Ecuaciones de Movimiento Electromecánicas

Introduciendo las interpolaciones de las Ecs. (3.61, 3.65 y 3.85) en la Ec. (3.47), asumiendo la condición de arbitrariedad de las magnitudes virtuales, y satisfaciendo las condiciones de borde, se puede formular las ecuaciones de movimiento electromecánica (similar a las ecuaciones obtenidas por (A. Butz, S. Klinkel 2007; De Marqui Junior et al. 2009)). Por lo tanto, las ecuaciones de movimiento en forma matricial adoptan la siguiente forma:

$$\mathbf{K}_T \hat{\mathbf{U}} + \mathbb{D} \hat{\mathbf{V}}_G + \mathbf{C}_c \hat{\mathbf{V}}_G + \mathbf{M} \hat{\mathbf{a}}_G - \boldsymbol{\Theta} \hat{\mathbf{V}} = \mathbf{F}_E \quad (3.100)$$

$$\boldsymbol{\Theta}^T \hat{\mathbf{U}} + \mathbf{C}_P \hat{\mathbf{V}} + \mathbf{Q}_E = \mathbf{0} \quad (3.101)$$

donde la matriz de rigidez total y la matriz de amortiguamiento proporcional del tipo Rayleigh (Bathe 1996), puede ser expresada de la siguiente forma:

$$\mathbf{K}_T = \mathbf{K}_M + \mathbf{K}_G + \mathbf{K}_R \quad (3.102)$$

$$\mathbb{D} = \alpha \mathbf{M} + \beta \mathbf{K}_T \quad (3.103)$$

En el caso de colocar más de una lámina piezoeléctrica sobre el recolector de energía (Sodano et al. 2004b; Hyun Jeong Song et al. 2010), las ecuaciones de movimiento electromecánicas en forma de matricial se modifican de la siguiente forma:

$$\mathbf{K}_T \hat{\mathbf{U}} + \mathbb{D} \hat{\mathbf{V}}_G + \mathbf{C}_c \hat{\mathbf{V}}_G + \mathbf{M} \hat{\mathbf{a}}_G - \sum_{i=1}^N \boldsymbol{\Theta}_i \hat{\mathbf{V}}_i = \mathbf{F}_E \quad (3.104)$$

$$\sum_{i=1}^N \boldsymbol{\Theta}_i^T \hat{\mathbf{U}} + \sum_{i=1}^N \mathbf{C}_{P_i} \hat{\mathbf{V}}_i + \sum_{i=1}^N \mathbf{Q}_{E_i} = \mathbf{0} \quad (3.105)$$

donde N es el número de láminas piezoeléctricas. Cuando se trabaja con dos o más láminas piezoeléctricas, existen dos tipos de conexiones entre ellos: (i) conexión en serie y (ii) conexión en paralelo. Para las conexiones en serie y en paralelo, el voltaje y la carga eléctrica tienen la siguiente relación (Sodano et al. 2004b; Hyun Jeong Song et al. 2010):

1.- Para la conexión en serie (por ejemplo, 2 MFCs - $N = 2$):

$$\hat{\mathbf{V}}_1 + \hat{\mathbf{V}}_2 = \hat{\mathbf{V}} \quad (3.106)$$

$$\mathbf{Q}_1 = \mathbf{Q}_2 = \mathbf{Q} \quad (3.107)$$

2.- Para la conexión en paralelo (por ejemplo, 2 MFCs - $N = 2$):

$$\hat{\mathbf{V}}_1 = \hat{\mathbf{V}}_2 = \hat{\mathbf{V}} \quad (3.108)$$

$$\mathbf{Q}_1 + \mathbf{Q}_2 = \mathbf{Q} \quad (3.109)$$

Entonces, introduciendo las relaciones anteriores Ecs. (3.106-109) en las ecuaciones de movimiento electromecánica Ecs. (3.100) y (3.101), resulta que:

1.- Para la conexión en serie (por ejemplo 2 MFC):

$$\mathbf{K}_T \hat{\mathbf{U}} + \mathbb{D} \hat{\mathbf{V}}_G + \mathbf{C}_c \hat{\mathbf{V}}_G + \mathbf{M} \hat{\mathbf{a}}_G - \boldsymbol{\Theta} \hat{\mathbf{V}} = \mathbf{F}_E \quad (3.110)$$

$$2\boldsymbol{\Theta}^T \hat{\mathbf{U}} + \mathbf{C}_P \hat{\mathbf{V}} + 2\mathbf{Q}_E = \mathbf{0} \quad (3.111)$$

2.- Para la conexión en paralelo (por ejemplo 2 MFCs):

$$\mathbf{K}_T \hat{\mathbf{U}} + \mathbb{D} \hat{\mathbf{V}}_G + \mathbf{C}_c \hat{\mathbf{V}}_G + \mathbf{M} \hat{\mathbf{a}}_G - 2\boldsymbol{\Theta} \hat{\mathbf{V}} = \mathbf{F}_E \quad (3.112)$$

$$2\boldsymbol{\Theta}^T \hat{\mathbf{U}} + 2\mathbf{C}_P \hat{\mathbf{V}} + \mathbf{Q}_E = \mathbf{0} \quad (3.113)$$

3.6 SOLUCIONES A LAS ECUACIONES ELECTROMECAÑICAS

3.6.1 Respuesta en Frecuencia con Excitación Armónica en la Base

Para obtener la solución de las ecuaciones electromecánicas en términos de la función respuesta en frecuencia (FRF), se considera que el recolector piezoeléctrico es excitado mediante un barrido en frecuencia con una aceleración en la base en la dirección transversal (z). Esto se expresa matemáticamente mediante la siguiente expresión:

$$w_B(t) = Y_0 e^{-i\omega t} \quad (3.114)$$

donde w_B es el desplazamiento de la base, Y_0 es su amplitud e i es la unidad imaginaria.

En general, la fuente de excitación de los recolectores de energía es aplicada desde la base, que se materializa con un movimiento en el extremo empotrado (base del excitador). Tal como se menciona en (Erturk e Inman 2008b), si el movimiento de la base es en la dirección de z , la fuerza efectiva sobre la estructura se debe a las fuerzas de inercia en la misma dirección. Por lo tanto, la fuerza de excitación es obtenida a partir de la ley fundamental de la dinámica, por lo que derivando dos veces la expresión Ec. (3.114), se obtiene:

$$\mathbf{F}_E = a_0 \mathbf{m}_{**} e^{-i\omega t} \quad (3.115)$$

donde \mathbf{m}_{**} es un vector de masa del elemento, que incluye la masa de la lámina piezoeléctrica y de la subestructura (sustrato) y a_0 es la aceleración de la base.

A partir de lo anterior, el voltaje se puede obtener a partir de la Ec. (3.100) y de la primer derivada temporal de la Ec. (3.101) (De Marqui Junior et al. 2009). Por lo tanto, la respuesta en función de la frecuencia queda expresado como:

$$\left(-\omega^2 \mathbf{M} + i\omega(\mathbb{D} + \mathbf{C}_c) + \mathbf{K}_M + i\omega \left(\frac{1}{R_e} + i\omega \mathbf{C}_P \right)^{-1} \mathbf{\Theta} \mathbf{\Theta}^T \right) w_B = \mathbf{F}_E \quad (3.116)$$

$$V_p = i\omega \left(\frac{1}{R_e} + i\omega \mathbf{C}_P \right)^{-1} \mathbf{\Theta}^T w_B$$

donde V_p es el voltaje de salida del recolector de energía.

3.6.2 Integración Temporal

Las ecuaciones que gobiernan el sistema electromecánico están formadas por dos sistemas de ecuaciones acopladas, el sistema mecánico y el sistema que describe el comportamiento eléctrico. Es posible reducir el sistema y obtener uno solo de forma de aplicar los métodos de integración convencionales para resolverlo. En este caso, la integración temporal de las ecuaciones de movimiento (Ec. (3.100) y (3.101)) del sistema electromecánico se realiza mediante el algoritmo propuesto por Newmark (Newmark 1959), el cual ha sido sin dudas el algoritmo más antiguo y probablemente el más extensamente utilizado para la integración de las ecuaciones de la dinámica estructural.

Para obtener el sistema acoplado reducido es necesario reescribir las Ecs. (3.100) y (3.101) en forma matricial de acuerdo a (Allik y Hughes 1970; Detwiler et al. 1995), de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{U}} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (\mathbb{D} + \mathbf{C}_c) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{U}} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{\hat{\mathbf{U}}\hat{\mathbf{U}}} & \mathbf{K}_{\hat{\mathbf{U}}\hat{\mathbf{V}}} \\ \mathbf{K}_{\hat{\mathbf{U}}\hat{\mathbf{V}}}^T & \mathbf{K}_{\hat{\mathbf{V}}\hat{\mathbf{V}}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{U}} \\ \hat{\mathbf{V}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_E \\ \mathbf{Q}_E \end{bmatrix} \quad (3.117)$$

donde:

$$\mathbf{K}_{\hat{\mathbf{U}}\hat{\mathbf{U}}} = \mathbf{K}_T \quad (3.118)$$

$$\mathbf{K}_{\hat{\mathbf{U}}\hat{\mathbf{V}}} = \mathbf{0} \quad (3.119)$$

$$\mathbf{K}_{\hat{\mathbf{U}}\hat{\mathbf{V}}}^T = \mathbf{0}^T \quad (3.120)$$

$$\mathbf{K}_{\hat{\mathbf{V}}\hat{\mathbf{V}}} = \mathbf{C}_P \quad (3.121)$$

Entonces, el sistema electromecánico reducido queda:

$$\mathbf{M} \hat{\mathbf{U}} + \mathbf{K}_T^* \hat{\mathbf{U}} + (\mathbb{D} + \mathbf{C}_c) \hat{\mathbf{U}} = \mathbf{F}_E^* \quad (3.122)$$

donde:

$$\mathbf{K}_T^* = \mathbf{K}_{\hat{\mathbf{U}}\hat{\mathbf{U}}} - \mathbf{K}_{\hat{\mathbf{U}}\hat{\mathbf{V}}} \mathbf{K}_{\hat{\mathbf{V}}\hat{\mathbf{V}}}^{-1} \mathbf{K}_{\hat{\mathbf{U}}\hat{\mathbf{V}}}^T \quad (3.123)$$

$$\mathbf{F}_E^* = \mathbf{F}_E - \mathbf{K}_{\hat{\mathbf{U}}\hat{\mathbf{V}}} \mathbf{K}_{\hat{\mathbf{V}}\hat{\mathbf{V}}}^{-1} \mathbf{Q}_E \quad (3.124)$$

El objetivo del procedimiento de integración de Newmark es el cálculo del vector de estado $(\hat{\mathbf{U}}_{n+1}, \hat{\mathbf{U}}_{n+1})$ en el instante $(t_{n+1} = t_n + h)$ dando el vector de estado $(\hat{\mathbf{U}}_n, \hat{\mathbf{U}}_n)$ en el paso de tiempo anterior t_n y el vector de carga en ambos tiempos, $\mathbf{F}_{E_n}^*$ y $\mathbf{F}_{E_{n+1}}^*$. El procedimiento se establece en dos pasos: (i) los incrementos de $\hat{\mathbf{U}}(t)$ y $\hat{\mathbf{U}}(t)$ se expresan en términos de integrales de la aceleración $\hat{\mathbf{U}}(t)$ durante el intervalo de tiempo $[t_n, t_{n+1}]$, y (ii) la aceleración es evaluada por el uso de las ecuaciones de movimiento. Por lo tanto, el algoritmo de Newmark se basa en la expresión del desplazamiento y los incrementos de velocidad en términos de aceleración mediante una representación aproximada, válida para pequeños incrementos de tiempo. Los parámetros adecuados utilizados en las representaciones de desplazamiento y la velocidad se determinan considerando el problema lineal. El método se puede extender luego a problemas no lineales resolviendo la ecuación de movimiento no lineal por iteración.

Entonces, aproximando las fórmulas de integración de la aceleración en la velocidad y desplazamiento (detalladamente desarrollado por [\(Newmark 1959; Krenk 2009\)](#)), se obtienen las siguientes relaciones discretas entre los vectores de desplazamiento, velocidad y aceleración en los dos puntos finales del intervalo:

$$\hat{\mathbf{U}}_{n+1} = \hat{\mathbf{U}}_n + (1 - \gamma) h \hat{\mathbf{U}}_n + \gamma h \hat{\mathbf{U}}_{n+1} \quad (3.125)$$

$$\hat{\mathbf{U}}_{n+1} = \hat{\mathbf{U}}_n + h \hat{\mathbf{U}}_n + (1 - \beta) h^2 \hat{\mathbf{U}}_n + \beta h^2 \hat{\mathbf{U}}_{n+1} \quad (3.126)$$

El algoritmo de integración de Newmark se obtiene satisfaciendo las ecuaciones de movimiento en el tiempo t_{n+1} , usando las [Ecs. \(3.125\) y \(3.126\)](#) para el vector de velocidad y desplazamiento, respectivamente. La sustitución de estas ecuaciones [Ecs. \(3.125\) y \(3.126\)](#), en las ecuaciones de movimiento ([Ec. \(3.117\)](#)) da la siguiente ecuación para el vector de aceleración $\hat{\mathbf{U}}_{n+1}$:

$$\begin{aligned} & (\mathbf{M} + \gamma h \mathbb{D} + \beta h^2 \mathbf{K}_T^*) \hat{\mathbf{U}}_{n+1} \\ &= \mathbf{F}_{E_{n+1}}^* - (\mathbb{D} + \mathbf{C}_c) \left(\hat{\mathbf{U}}_n + (1 - \gamma) h \hat{\mathbf{U}}_n \right) - \mathbf{K}_T^* \left(\hat{\mathbf{U}}_n + h \hat{\mathbf{U}}_n + \left(\frac{1}{2} - \beta \right) h^2 \hat{\mathbf{U}}_n \right) \end{aligned} \quad (3.127)$$

Esta Ec. (3.127) permite calcular el vector de aceleración $\hat{\mathbf{U}}_{n+1}$ en el instante t_{n+1} y, la velocidad y el desplazamiento pueden calcularse a partir de las Ecs. (3.125) y (3.126). Es conveniente organizar el cálculo de un paso de tiempo en el algoritmo de Newmark en forma de un paso de predicción seguido de un paso de corrección. En el problema lineal, la definición del predictor es simplemente una cuestión de conveniencia, mientras que en los problemas no lineales el predictor sirve como punto de partida para las iteraciones. En el paso de predicción, los valores preliminares de $\hat{\mathbf{U}}_{n+1}^*$ y $\hat{\mathbf{U}}_{n+1}^*$ de velocidad y desplazamiento se evalúan a partir de la Ec. (3.125) y (3.126) sin que el último término contenga la aceleración aún desconocida:

$$\hat{\mathbf{U}}_{n+1}^* = \hat{\mathbf{U}}_n + (1 - \gamma) h \hat{\mathbf{U}}_n \quad (3.128)$$

$$\hat{\mathbf{U}}_{n+1}^* = \hat{\mathbf{U}}_n + h \hat{\mathbf{U}}_n + (1 - \beta) h^2 \hat{\mathbf{U}}_n \quad (3.129)$$

Estas predicciones se inyectan directamente en el lado derecho de la ecuación Ec. (3.127) para la aceleración $\hat{\mathbf{U}}_{n+1}$:

$$\mathbf{M}_* \hat{\mathbf{U}}_{n+1} = \mathbf{F}_{E_{n+1}}^* - (\mathbb{D} + \mathbf{C}_c) \hat{\mathbf{U}}_{n+1}^* - \mathbf{K}_T^* \hat{\mathbf{U}}_{n+1}^* \quad (3.130)$$

Para la matriz de masa modificada, la ecuación de movimiento Ec. (3.127) adopta la forma simplificada:

$$\mathbf{M}_* = \mathbf{M} + \gamma h (\mathbb{D} + \mathbf{C}_c) + \beta h^2 \mathbf{K}_T^* \quad (3.131)$$

Esta ecuación es resuelta para la aceleración $\hat{\mathbf{U}}_{n+1}$. La corrección consiste en agregar el último término en las Ecs. (3.125) y (3.126) al vector de velocidad y desplazamiento de la predicción completando así el paso de tiempo.

$$\hat{\mathbf{U}}_{n+1} = \hat{\mathbf{U}}_{n+1}^* + \gamma h \hat{\mathbf{U}}_{n+1} \quad (3.132)$$

$$\hat{\mathbf{U}}_{n+1} = \hat{\mathbf{U}}_{n+1}^* + \beta h^2 \hat{\mathbf{U}}_{n+1} \quad (3.133)$$

3.6.3 Modos Normales y Frecuencias Naturales

Como es ampliamente conocido, el problema generalizado en vibración libre del sistema electromecánico consiste en evaluar un valor propio ω^2 , que es la frecuencia natural de vibración junto con el vector propio Φ correspondiente, que representa la forma modal (Bathe 1996).

En esta dirección, para realizar el análisis de vibraciones libres del recolector piezoeléctrico de energía, el sistema electromecánico reducido de la Ec. (3.122) queda expresado de la siguiente forma:

$$\mathbf{M} \hat{\mathbf{U}} + \mathbf{K}_T^* \hat{\mathbf{U}} = \mathbf{0} \quad (3.134)$$

Para la condición de estado estable, comenzando con el estado de equilibrio, se propone:

$$\hat{\mathbf{U}} = \Phi \sin(\omega t) \quad (3.135)$$

donde Φ es el vector de amplitud de vibración y ω es la frecuencia angular.

Introduciendo la Ec. (3.135) en Ec. (3.134), se obtiene la ecuación del problema de valor propio del sistema electromecánico:

$$(\mathbf{K}_T^* - \omega^2 \mathbf{M}) \Phi = \mathbf{0} \quad (3.136)$$

4

METODOLOGÍA

EXPERIMENTAL

Esta sección detalla la metodología implementada en los ensayos experimentales de los recolectores piezoeléctricos de energía mediante dos tipos de excitaciones: (i) excitación por aceleración impuesta en la base del recolector en dirección transversal a su longitud, (ii) excitación por movimiento rotacional a velocidad angular constante. La importancia de realizar ensayos experimentales reside en la validación de los resultados numéricos obtenidos mediante la formulación propuesta, evaluando así el rendimiento de una variedad de diseños recolectores piezoeléctricos de energía.

4.1 ENSAYOS DE EXCITACIÓN EN LA BASE POR BARRIDO SENOIDAL

Los experimentos correspondientes a la excitación en la base por barrido consisten en excitar el recolector mediante un barrido en frecuencia con una señal senoidal de frecuencia variable. Esto se logra mediante la variación en forma

incremental de la frecuencia de un excitador electromagnético (shaker, del inglés). La amplitud en cada frecuencia es registrada y la máxima amplitud de todo el barrido es asociada a la frecuencia natural del sistema. La señal de entrada del excitador es provista por un generador arbitrario de ondas Rigol DG4062 (RIGOL Technologies Inc), que permite controlar frecuencias y amplitudes con precisión. Luego, dicha señal de baja potencia es amplificada por medio de un amplificador a una señal de alta potencia capaz de alimentar al excitador. La señal amplificada ingresa a un Shaker marca Labworks modelo ET-132 (Labworks Lab Data Management), que excita al recolector mediante el barrido de frecuencia antes mencionado. La respuesta es medida por un acelerómetro PCB Piezotronics con una sensibilidad de 98.7 mV/g (PCB Piezotronics), cuya señal de salida, junto con el voltaje generado por el piezoeléctrico son adquiridos por una placa National Instruments NI 9234 (National Instruments) y post-procesada mediante un código propio generado en Matlab (MATLAB Mathworks). De esta manera, se obtienen las señales temporales de aceleración, voltaje, respuesta en frecuencia (cociente entre los espectros de voltaje y aceleración), frecuencias naturales, entre otras. La configuración de ensayo se puede observar en la Figura 4.1.

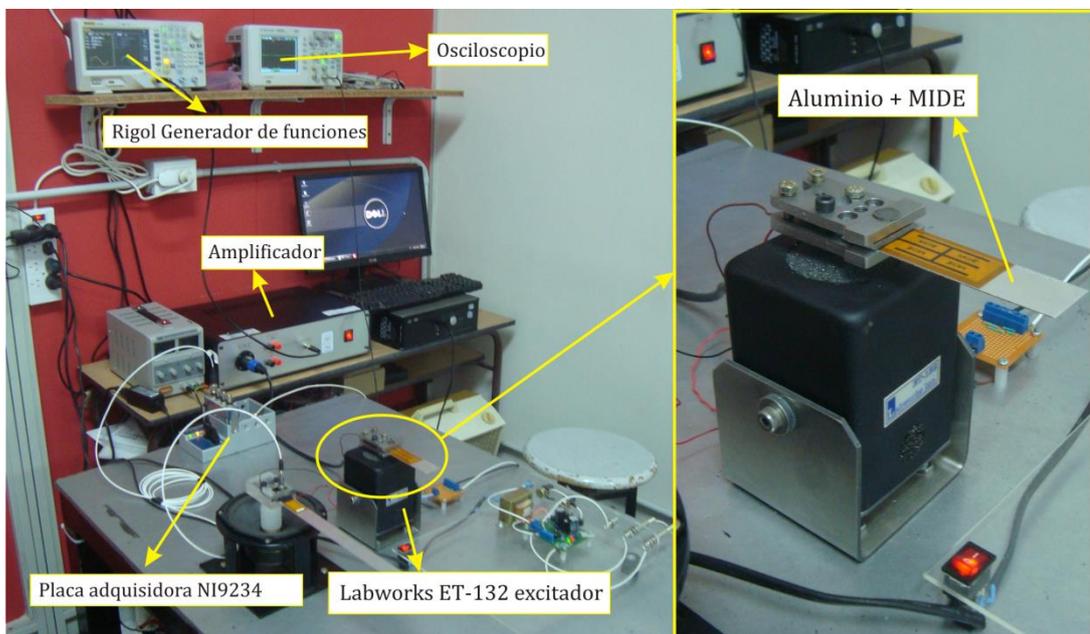


Figura 4.1 – Descripción del equipamiento usado para realizar ensayos por excitación en la base.

4.2 ENSAYOS DE EXCITACIÓN POR MOVIMIENTO ROTACIONAL

La configuración experimental construida para evaluar el comportamiento dinámico del recolector de energía rotante se muestra en la [Figura 4.2](#).

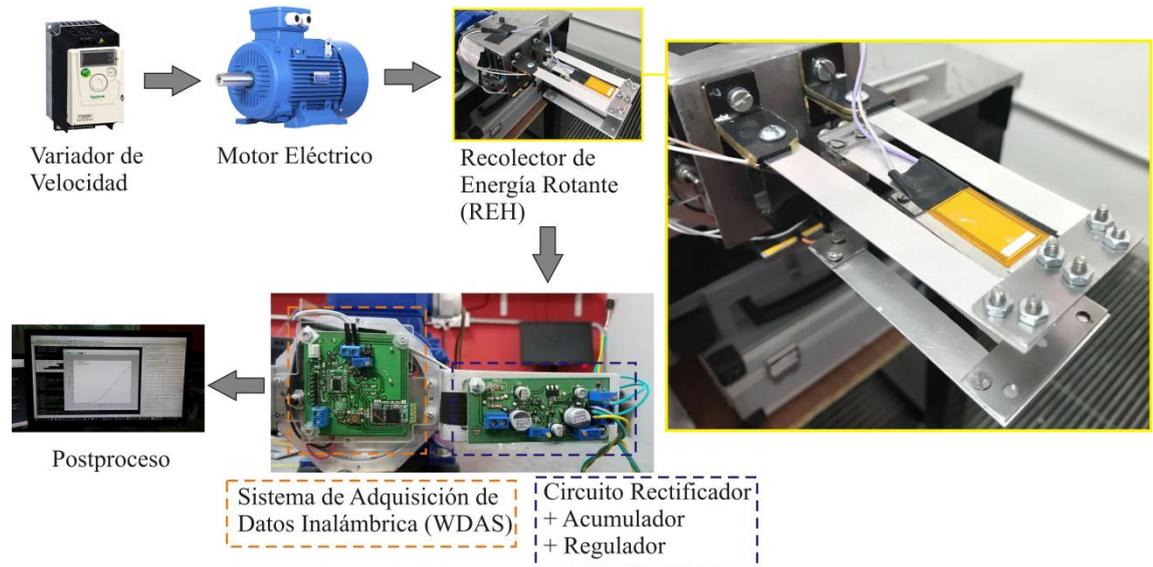


Figura 4.2 – Descripción del equipamiento usado para realizar ensayos por velocidad angular constante.

El recolector se coloca sobre un plato rígido de aluminio que gira a una velocidad angular constante con respecto a su eje de rotación, que es paralelo al eje longitudinal del dispositivo. Además, se utiliza un mecanismo construido en acero para modificar la distancia del recolector con respecto al eje de rotación. Un variador de velocidad Schneider es utilizado para controlar la velocidad de un motor eléctrico trifásico de 0.37 kW (marca Altium), el cual se encarga de girar el conjunto plato-recolector a una velocidad angular constante. Para obtener la señal de voltaje del recolector en tiempo real, se desarrolló una placa adquisidora de datos para la transmisión en forma inalámbrica. Los datos adquiridos son post-procesados por una herramienta computacional desarrollada en Matlab ([MATLAB Mathworks](#)) para establecer una rutina de inicio/detención de la conexión Bluetooth y posteriormente guardar los datos y gráficas adquiridas.

4.3 CIRCUITO RECTIFICADOR-ACUMULADOR-REGULADOR

Con el fin de obtener una corriente continua que sea útil para abastecer una carga o sensor a partir de la energía generada por el recolector piezoeléctrico (cuya generación es de corriente alterna), es necesario incorporar un circuito de acondicionamiento de la señal de voltaje. Este circuito debe contener al menos una parte que rectifique la señal alterna del recolector, acumular la energía generada durante un tiempo tal que alcance a abastecer al sensor y regular la tensión generada, que es variable, para proveer al sensor con un voltaje constante.

A continuación se presenta en forma esquemática de bloques los componentes electrónicos del circuito que provee el proceso antes mencionado, el cual se nombra circuito rectificador-acumulador-regulador (RAR), desarrollado por el Dr. Andrés García perteneciente al GIMAP. Un esquema del mismo y el sistema real se pueden observar en las [Figura 4.3](#) y [4.4](#).

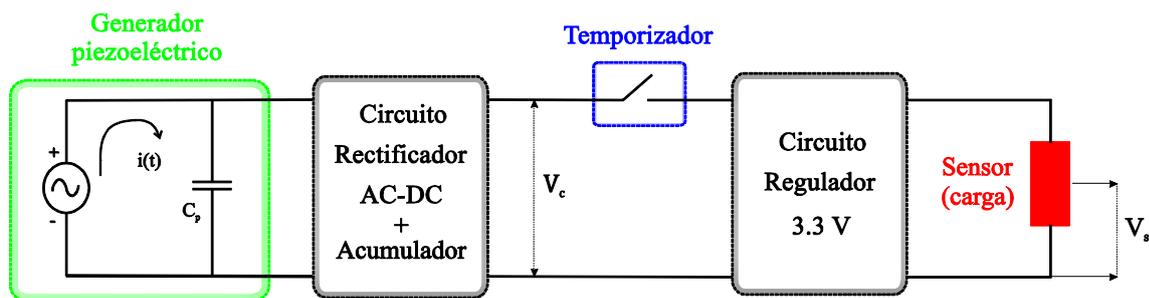


Figura 4.3 –Descripción esquemática del circuito Rectificador-Acumulador-Regulador (RAR).

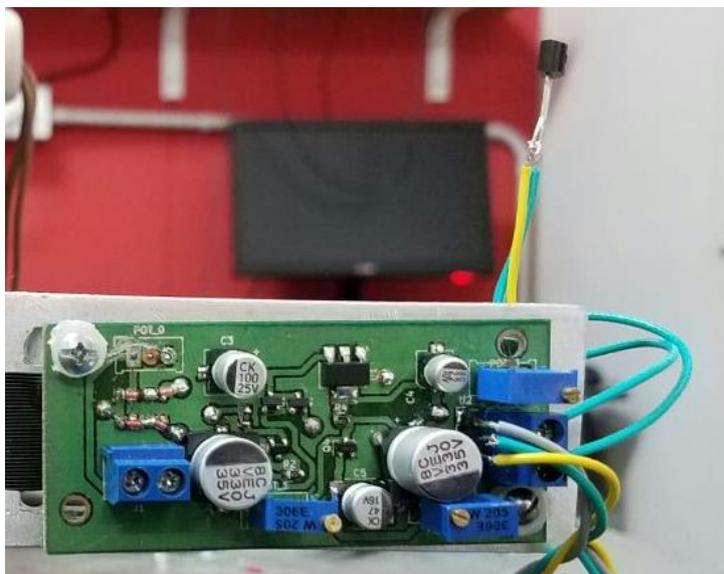


Figura 4.4 –Circuito real del Rectificador-Acumulador-Regulador (RAR) montado sobre el plato giratorio.

Comenzando con la descripción del primer bloque de la [Figura 4.3](#), el mismo consiste en la representación de un generador piezoeléctrico modelado como una fuente de voltaje de corriente alterna (CA), en paralelo con un capacitor C_p , como se muestra en la [Figura 4.5](#).

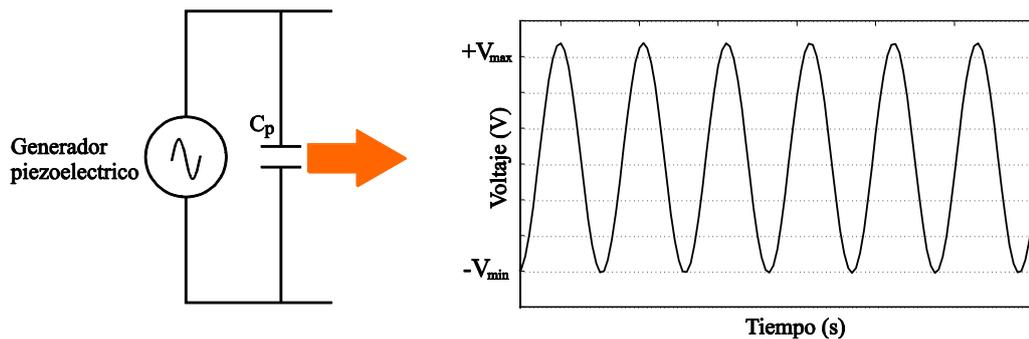


Figura 4.5 – Modelo básico de un generador piezoeléctrico.

La corriente alterna obtenida del elemento piezoeléctrico no es útil para la mayoría de las aplicaciones electrónicas que necesitan de corriente continua. Por esta razón, tal como es representado en el segundo bloque de la [Figura 4.3](#), se utiliza un circuito puente de rectificación que convierte un voltaje sinusoidal en pulsante positivo. Este consiste en cuatro diodos estándar conectados de manera que el voltaje que llega a la carga siempre sea positivo ([Hambley 1999](#)). La forma de la señal de voltaje obtenida luego del puente rectificador se muestra en la [Figura 4.6](#).

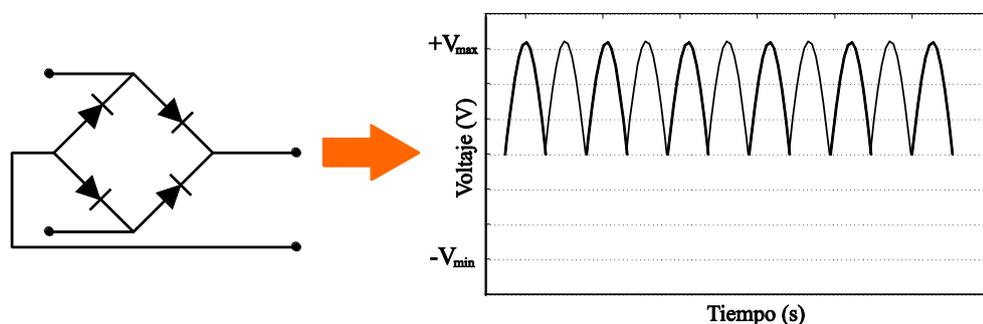


Figura 4.6 – Representación esquemática de puente diodo y señal de voltaje rectificada.

Para estabilizar el voltaje pulsante se implementa un condensador o acumulador a la salida del puente rectificador, tal como se puede apreciar en la [Figura 4.7](#).

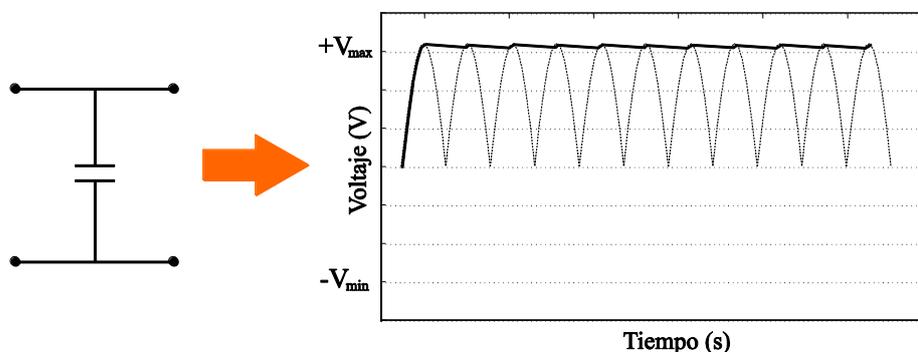


Figura 4.7 – Esquema del condensador y señal de voltaje estable.

Luego, el almacenamiento de la energía generada puede realizarse ya sea por medio de un capacitor electrolítico o por un supercapacitor. Los capacitores, en general, constan de tres partes esenciales, dos de ellas son placas de metal que están separadas y aisladas por la tercera parte, el dieléctrico. El dieléctrico puede estar en forma sólida, líquida o gaseosa o posiblemente una combinación de estos estados ([Deeley 1938](#)).

Por otra parte, un condensador electrolítico típico está en el rango de uno hasta varios miles o diez mil microfaradios. Para la mayoría de las pequeñas aplicaciones electrónicas que utilizan la recolección de energía, esta es una capacidad demasiado pequeña para almacenar suficiente energía. En teoría, varios condensadores podrían conectarse en paralelo para aumentar la capacitancia, pero el tamaño de dicho dispositivo no sería práctico para nuestro caso. Por lo tanto, a menudo se consideran supercondensadores en lugar de condensadores electrolíticos.

Los supercondensadores, por otro lado, son la otra alternativa de acumulación de energía, también conocidos como ultra condensadores o condensadores de doble capa electroquímicos. Son diferentes de los condensadores electrostáticos convencionales porque contienen un electrolito que permite que la carga electrostática también se almacene en forma de iones ([Starner 1996](#)). Además, utilizan electrodos de mayor área de superficie y

dieléctricos más delgados para lograr mayores capacitancias (Halper y Ellenbogen 2006). Dado que estos dispositivos almacenan energía utilizando capacitancia iónica, así como por reacciones redox superficiales, su clasificación se encuentra más cerca de una batería convencional que sus parientes condensadores convencionales.

Un modelo de un capacitor real debe incluir una resistencia en serie equivalente (RSE) para tener en cuenta las pérdidas internas, tal como se puede apreciar en la Figura 4.8. Dependiendo de la aplicación, la RSE puede presentar un gran impacto en la fluctuación de voltaje en el condensador durante el proceso de carga, así como la tasa de fuga de corriente fuera del condensador durante largos períodos de inactividad.



Figura 4.8 –Esquema del modelo del acumulador y la resistencia equivalente RSE.

Continuando con la descripción de la Figura 4.3, el tercer bloque corresponde a un circuito temporizador analógico que permite controlar los niveles de carga y descarga accionando una llave de descarga automática y temporizada. Al cerrarse la llave (temporizador), se acciona el último bloque que representa la regulación que provee de energía en corriente continua y estable al sensado (Figura 4.3). El circuito de regulación entrega un voltaje constante de 3.3 V que puede ser utilizado por cualquier dispositivo semiconductor o incluso microprocesadores. En este caso, se selecciona un sensor de temperatura LM335Z. Finalmente, el voltaje (V_s) indicado en la Figura 4.3 proporciona, mediante una conversión apropiada, la temperatura T_s medida en grados Celsius según se puede apreciar en la siguiente ecuación:

$$T_s = \frac{1}{a} V_s - 273.15 \quad (4.1)$$

Siendo a la sensibilidad del sensor de temperatura, con un valor de 0.01 V/K (Texas Instruments Incorporated).

4.4 SISTEMA DE TRANSMISIÓN DE DATOS INALÁMBRICA

En primer lugar, es importante mencionar que la metodología de adquisición de datos utilizada en la mayoría de los ensayos experimentales reportados por otros autores (Beeby et al. 2006; Erturk e Inman 2008, 2009, 2011; Manla et al. 2009; Gu y Livermore 2010, 2012; Khameneifar et al. 2011; Roundy y Tola 2013), es mediante cables, lo que implica la adaptación de sus prototipos a un sistema de anillos deslizantes, representando así grandes complicaciones y desventajas en sus diseños. En esta dirección, el desarrollo de un recolector de energía usado para monitorear variables físicas en forma autónoma e inalámbrica, involucra implementar un sistema de transmisión inalámbrica de datos. Por lo tanto, en esta sección se presenta una breve descripción del principio de funcionamiento de una placa adquisidora (desarrollada *ad hoc* en el GIMAP por el grupo del Dr. García) para transmitir datos en forma inalámbrica, tal como se puede apreciar en la Figura 4.9.

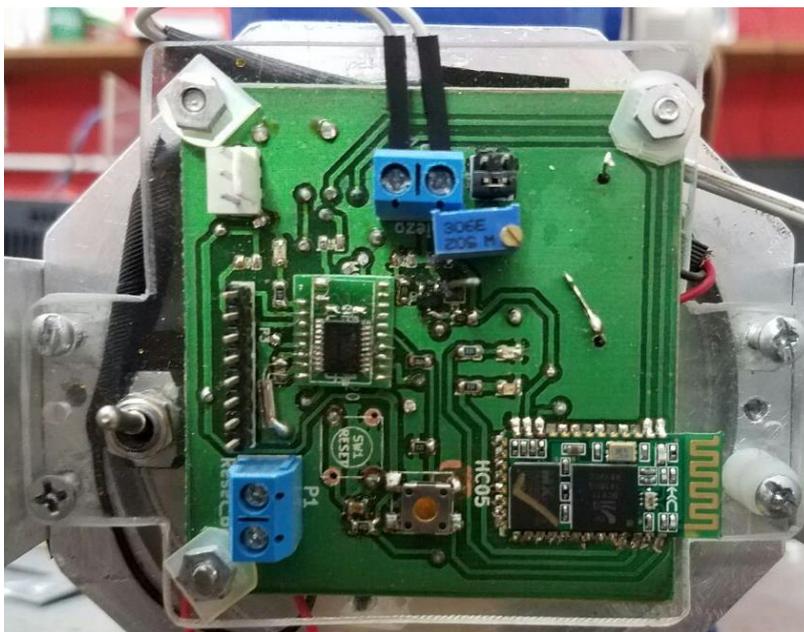


Figura 4.9 –Sistema de transmisión de datos inalámbrica montado sobre el plato giratorio.

El circuito desarrollado, consiste en varias etapas con adaptación de niveles e impedancia de entrada variable usado para leer la señal de voltaje en tiempo real. Las características principales de este sistema son: (i) impedancia de entrada

resistiva pura ajustable, (ii) atenuación de niveles de pico de tensión, (iii) conversión de analógico-digital configurable de 10 bits, (iv) posibilidad de agregar un acelerómetro y (v) comunicación inalámbrica Bluetooth.

La placa de adquisición de datos desarrollada utiliza el voltaje obtenido del dispositivo piezoeléctrico en una etapa con transistor de unión bipolar (BJT) con una impedancia de entrada variable de 5 a 1000 k Ω de forma de poder regular la resistencia de salida del recolector. Esas señales son adquiridas por un microprocesador con un muestreo de 200 muestras por segundo. La ventaja de los sistemas inalámbricos de adquisición de datos (WDAS: wireless data acquisition system, por sus siglas en inglés) radica en la portabilidad y su tamaño compacto que permite implementarlos fácilmente en dispositivos giratorios de recolección de energía. De esta manera, se convierte en la mejor opción de poder registrar los datos de voltaje y aceleración del dispositivo recolector para luego ser comparados con los resultados del modelo numérico.

5

VALIDACIÓN

El propósito de esta sección es presentar la validación numérica y experimental del desarrollo computacional basado en el modelo de elementos finitos formulado en el [Capítulo 3](#). El objetivo central de la validación es verificar dos aspectos fundamentales de la formulación de EF desarrollada:

- (i) La generación de voltaje mediante el efecto piezoeléctrico para una condición resonante cuando el dispositivo es sometido a baja aceleración en la base, considerando dos modos de generación d_{31} y d_{33} .
- (ii) El comportamiento dinámico de un dispositivo recolector sometido a rotación. En este caso el interés se centra en el estudio de la influencia de la fuerza centrífuga sobre un modelo compuesto por dos materiales, considerando una o más masas puntuales y elementos elásticos que actúan como vínculos.

Para tal fin, se construyeron tres recolectores piezoeléctricos de energía con las siguientes características:

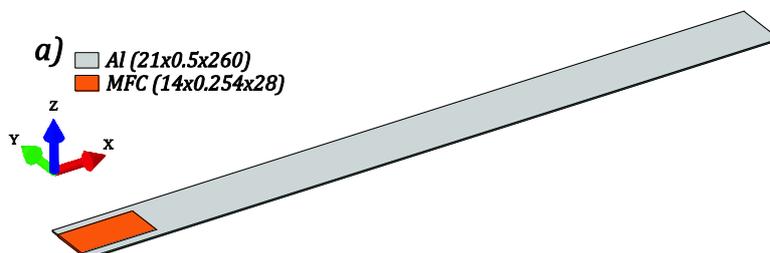
- (i) Una viga cantiléver con una lámina piezoeléctrica MFC 2814.
- (ii) Una viga cantiléver con masa en un extremo y una lámina piezoeléctrica MIDE QP16N.

(iii) Dos vigas vinculadas entre sí mediante un resorte flexible, masas en los extremos libres y una lámina piezoeléctrica MIDE QP16N.

En la validación numérica se utiliza el software comercial Abaqus ([Simulia Abaqus](#)) para comparar los modos normales y las frecuencias naturales obtenidos a partir de la formulación de EF propuesta. En la validación experimental se comparan los voltajes de los recolectores cuando son excitados por una aceleración en la base mediante un barrido en frecuencias y por una velocidad angular constante.

5.2 VIGA CANTILEVER CON LÁMINA MFC 2814

En la [Figura 5.1](#) se presenta un esquema de un recolector piezoeléctrico de energía convencional. El recolector consiste en una viga en voladizo de aluminio de dimensiones de $260 \times 0.5 \times 21 \text{ mm}^3$ y una lámina piezoeléctrica MFC 2814 de dimensiones de $14 \times 0.25 \times 28 \text{ mm}^3$ que está adherida a la viga de aluminio. En este caso, se evalúa el rendimiento del dispositivo recolector de energía con dos tipos diferentes de láminas piezoeléctricas: (i) MFC 2814 P1 y (ii) MFC 2814 P2. Es importante destacar que ambas láminas piezoeléctricas tienen las mismas dimensiones geométricas pero difieren en la dirección del campo eléctrico generado cuando ocurre la deformación; en el piezoeléctrico MFC 2814 P1, la dirección del campo eléctrico es longitudinal (modo de generación d_{33}) y en el piezoeléctrico MFC 2814 P2, la dirección del campo es transversal (modo de generación d_{31}).



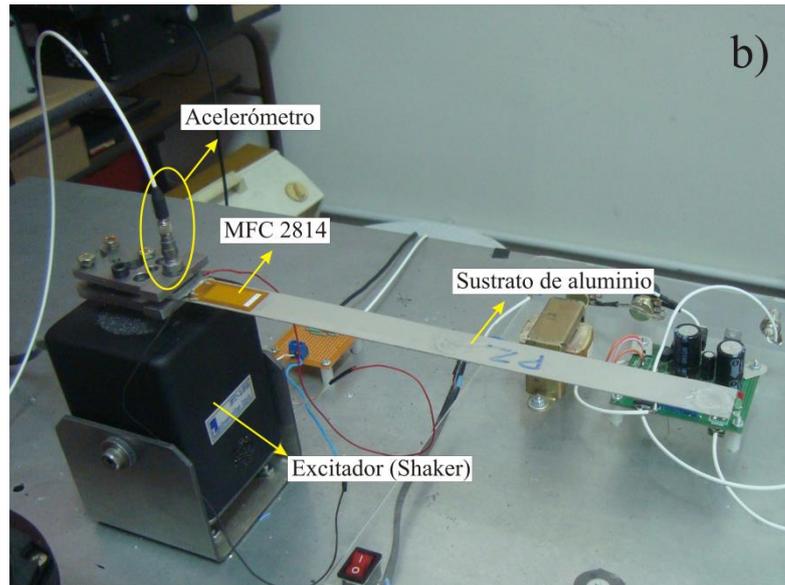


Figura 5.1 – a) Esquema geométrico del recolector piezoeléctrico de energía. b) Recolector piezoeléctrico de energía montado sobre el shaker.

Las propiedades de los materiales usados en el recolector piezoeléctrico de energía se especifican en la [Tabla 5.1](#).

Aluminio		MFC 2814 P2 / P1		
Módulo de elasticidad	67 GPa	Módulo de elasticidad	15.85 GPa	
		Densidad	5440 kg/m ³	
Densidad	2700 kg/m ³	Constante piezoeléctrica	-2.1 E+2 pm/V	4.6 E+2 pm/V
		d ₃₁ / d ₃₃		
		Capacidad	30.78 nF	1.15 nF

Tabla 5.1 – Propiedades de los materiales del recolector de energía

5.2.1 Forma Modal y Frecuencia Natural

La intención de este primer caso es comparar los resultados numéricos obtenidos a partir de la formulación unidimensional de EF presentada en el [Capítulo 3](#) con los resultados de un modelo FEM 3D desarrollado en Abaqus. Esto involucra la obtención del primer modo normal y su correspondiente frecuencia natural. Con respecto a la simulación con Abaqus, el recolector es discretizado utilizando elementos Shell S4R con 4 nodos e integración reducida. El análisis *FREQUENCY es usado para el análisis modal del recolector.

En este sentido, la [Figura 5.2](#) muestra la forma modal normalizada (en el desplazamiento) y renderizada para ambos modelos. Debe tenerse en cuenta que la forma del modo es un vector propio escalado con el valor máximo establecido en 1.0 por lo que la magnitud de las deformaciones resultantes no es representativa de la escala real de las deformaciones esperadas durante las vibraciones.

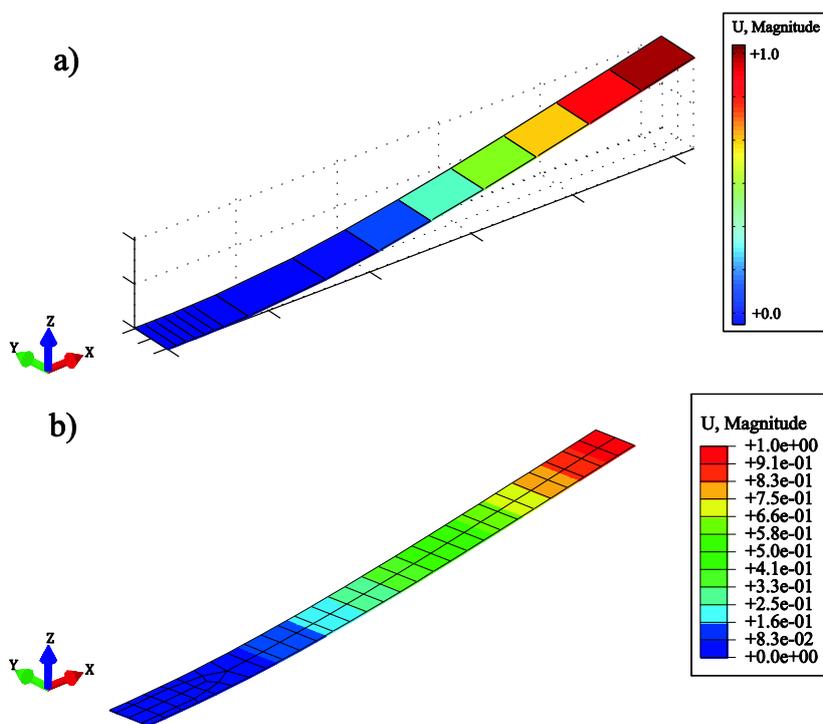


Figura 5.2 – Forma modal renderizada del primer modo de vibración del recolector de la [Figura 5.1](#) obtenida a partir de: a) Formulación de EF y b) Abaqus.

Por otra parte, en la [Tabla 5.2](#) se presenta la primer frecuencia natural del recolector piezoeléctrico de energía para cada modelo, MFC 2814 P2 y P1 comparadas con Abaqus.

Lámina Piezoeléctrica	Presente formulación	Abaqus
	f_n (Hz)	f_n (Hz)
MFC 2814 P2 y P1	6.69	6.68

Tabla 5.2 – Comparación de la primera frecuencia natural del dispositivo para cada lámina piezoeléctrica.

A partir de los datos observados en la tabla anterior, se puede apreciar una muy buena concordancia entre los resultados obtenidos de la formulación EF propuesta y Abaqus. Es importante remarcar que el modelo de Abaqus se construye con elementos shell S4R con una malla de 69 elementos, mientras que en la formulación de EF se discretiza usando 15 elementos viga.

5.2.2 Generación de Voltaje

Para evaluar la generación de voltaje del recolector de energía con las láminas piezoeléctricas MFC 2814 P2 y MFC 2814 P1 (MFC Smart Material Corporation), se realizan ensayos experimentales bajo excitación por aceleración en la base. La señal de aceleración de entrada tiene una forma senoidal de amplitud 0.01 g ($1 \text{ g} = 9.81 \text{ m/s}^2$) y frecuencia variable. A partir de un barrido en frecuencia como se detalló en el Capítulo 4, se obtiene la función respuesta en frecuencia (FRF) de la generación de voltaje para diferentes resistencias eléctricas.

Las Figuras 5.3 y 5.4 muestran los resultados de la comparación entre la formulación propuesta y los experimentos, para ambas láminas piezoeléctricas.

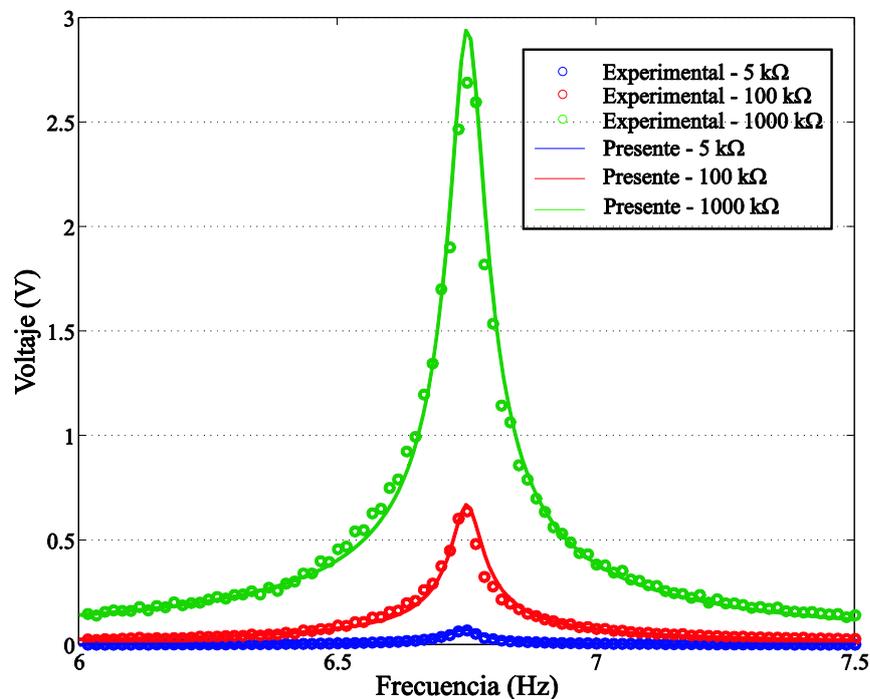


Figura 5.3 – Generación de voltaje del sistema de la Figura 5.1 para una aceleración de 0.01 g usando resistencias de carga de 5, 100 y 1000 k Ω - Lámina MFC 2814 P2 (d_{31}).

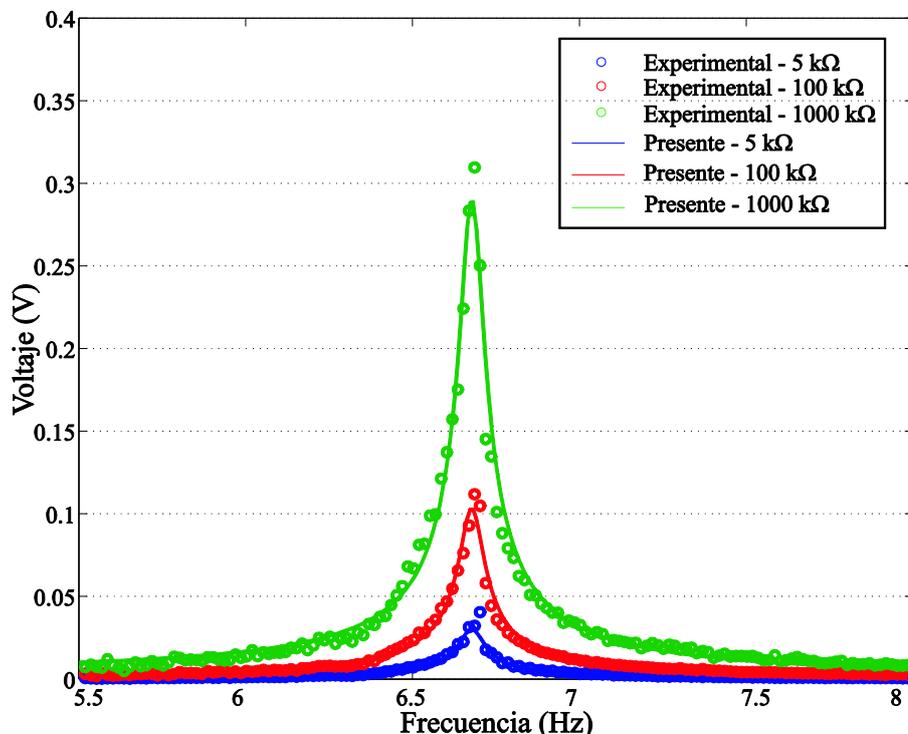


Figura 5.4 – Generación de voltaje del sistema de la Figura 5.1 para una aceleración de 0.01 g usando resistencias de 5, 100 y 1000 k Ω - Lámina MFC 2814 P1 (d_{33}).

A partir del análisis de las figuras anteriores puede decirse, en primer lugar que los resultados demuestran muy buena concordancia. Es decir, se observa buen acuerdo tanto en amplitud de voltaje como también en el ancho de la curva, dependiente principalmente del amortiguamiento modal; en éste caso, los coeficientes se modelan a través de modelos proporcionales (Bathe 1996) y sus valores se determinan experimentalmente para una resistencia en particular.

En segundo lugar, se puede observar que la generación de voltaje del dispositivo con el piezoeléctrico MFC 2814 P2 es en promedio 7 veces mayor que la generación del dispositivo con el piezoeléctrico MFC 2814 P1. Esto implica que, usando una lámina de MFC 2814 P2, la generación de voltaje para la frecuencia en donde el voltaje es máximo, es aproximadamente de 0.10, 0.60 y 3 V con las resistencias eléctricas de 5, 100 y 1000 k Ω , respectivamente. Por otra parte, en el

caso de una lámina piezoeléctrica MFC 2814 P1, este voltaje máximo es de 0.05, 0.10 y 0.33 V para las mismas resistencias, respectivamente.

Particularmente, la diferencia de voltaje entre ambos piezoeléctricos se debe a la forma del campo eléctrico. En el caso del MFC 2814 P2, el mismo es constante ([Figura 3.3a](#)), no presentando pérdidas de energía cuando las cargas se mueven de un electrodo a otro ([Bilgen et al. 2010](#)). Lo contrario ocurre con el campo eléctrico del MFC 2814 P1, el cual es no lineal ([Figura 3.3b](#)), por lo que presenta pérdida de energía a lo largo del recorrido de un electrodo a otro. Adicionalmente, [Bilgen et al. 2010](#), afirma que en un campo eléctrico no uniforme como en el caso del MFC 2814 P1, el espesor efectivo del piezoeléctrico se reduce en comparación del MFC 2814 P2 y por lo tanto, se reduce el acoplamiento electromecánico, lo que implica un menor voltaje de salida.

Además, la diferencia de voltaje entre un modo generador d_{33} y d_{31} se debe a que la energía de salida es función de varios factores como se señala en el trabajo de [Daue et al. 2010](#):

- (i) La frecuencia de operación de recolector.
- (ii) La amplitud de la excitación de entrada.
- (iii) La deflexión del piezoeléctrico.
- (iv) La distribución espacial del campo eléctrico.

5.3 VIGA CANTILEVER CON LÁMINA MIDÉ QP16N Y MASA EN EL EXTREMO LIBRE

La mayoría de los recolectores de energía incorporan una masa en el extremo de la viga cantiléver con el fin de aumentar la deformación de la estructura y de esta manera el voltaje generado por el material piezoeléctrico. Con el objetivo de continuar con la validación de la formulación de EF propuesta, se analiza el caso de un recolector de energía conceptualmente similar al diseño anterior, como se puede apreciar en la [Figura 5.5](#). En este caso, el recolector de energía está construido con una viga de aluminio de dimensiones $25 \times 0.5 \times 79 \text{ mm}^3$ que posee una lámina piezoeléctrica MIDE QP16N de dimensiones $20.57 \times 0.25 \times 45.80 \text{ mm}^3$ y una masa de acero de dimensiones $28 \times 4 \times 16 \text{ mm}^3$ en su extremo libre. En este caso, el dispositivo está montado a una distancia $R=55 \text{ mm}$ del eje de rotación

(dirección x) de un motor eléctrico de frecuencia variable tal como fuera explicado en el [Capítulo 4](#).

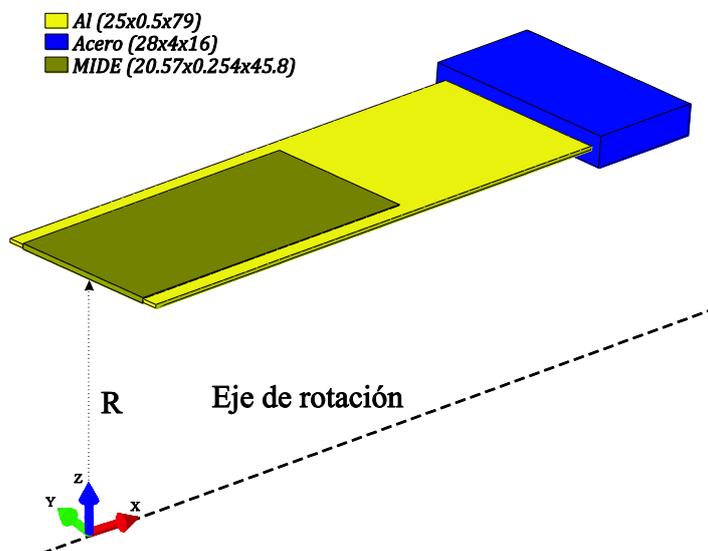


Figura 5.5 – (a) Esquema geométrico del recolector piezoeléctrico de energía.

Las propiedades de los materiales del recolector de energía se especifican en la [Tabla 5.3](#).

Aluminio		MIDE QP16N		Acero	
Módulo de elasticidad	67 GPa	Módulo de elasticidad	67 GPa	Módulo de elasticidad	210 GPa
Densidad	2700 kg/m ³	Densidad	7800 kg/m ³	Densidad	7850 kg/m ³
		Constante Piezoeléctrica d_{31}	-2.1 E+2 pm/V		
		Capacidad	125 nF		

Tabla 5.3 – Propiedades de los materiales del recolector piezoeléctrico de energía de la [Figura 5.5](#)

5.3.1 Forma Modal y Frecuencia Natural

De la misma manera que en la [Sección 5.1.1](#), primero se validan las frecuencias naturales comparando los resultados de la presente formulación con Abaqus.

El primer paso es obtener el primer modo normal del recolector de energía y su correspondiente frecuencia natural. El segundo paso, consiste en excitar al

recolector de energía mediante una velocidad angular constante en la dirección de x (Figura 5.5), evaluando la influencia de la velocidad de rotación sobre la frecuencia natural del sistema. Con respecto a la simulación en Abaqus, el recolector es discretizado utilizando elementos Shell S4R con 4 nodos e integración reducida. El análisis *STATIC es usado como primer paso del cálculo, junto con la opción NLGEOM para considerar el efecto geométrico no lineal en el estado precargado. Luego, en un segundo paso, el procedimiento *FREQUENCY es usado para el análisis modal del recolector.

En la Figura 5.6 se muestra la forma modal normalizada y renderizada obtenida con ambos modelos.

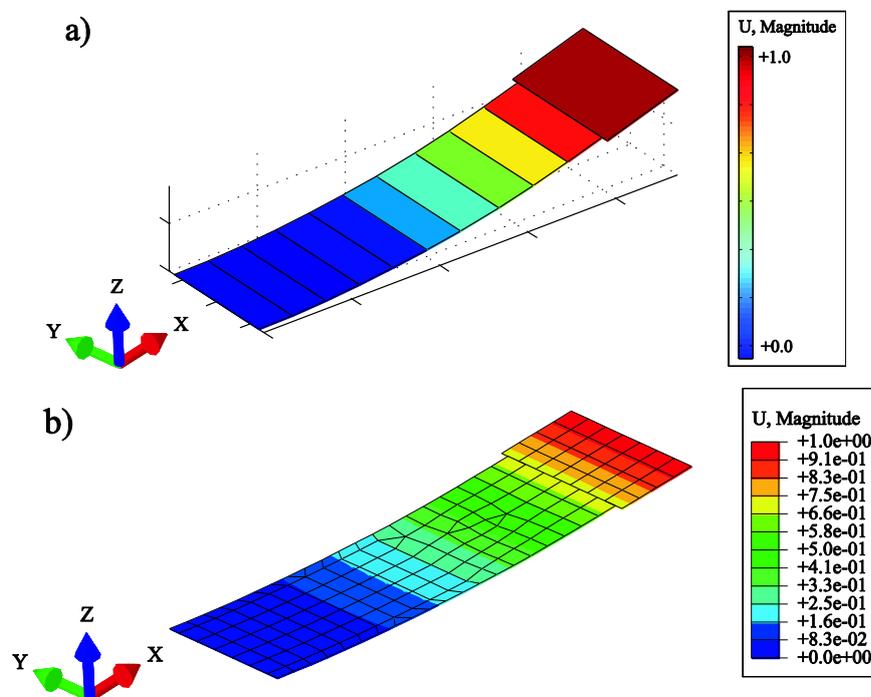


Figura 5.6 – Forma modal renderizada del recolector de la Figura 5.5 obtenida a partir de: a) Formulación de EF y b) Abaqus.

En la Tabla 5.4 se puede observar la influencia de la velocidad de rotación sobre la frecuencia natural del recolector, comparando los resultados con ambos métodos numéricos.

Frecuencia de rotación	Presente formulación	Abaqus
------------------------	----------------------	--------

Ω (Hz)	f_n (Hz)	f_n (Hz)
0	18.50	18.47
1	18.45	18.44
2	18.37	18.36
3	18.23	18.23
4	18.07	18.04
5	17.92	17.79

Tabla 5.4 – Frecuencias naturales del recolector de energía en función de la velocidad de rotación

A partir de los resultados presentados en la tabla anterior, es posible observar una muy buena coincidencia entre los resultados de la presente formulación y Abaqus, evidenciándose que la diferencia porcentual nunca supera el 0.72 %. Es importante remarcar que el modelo de Abaqus se construye con elementos shell S4R con una malla de 159 elementos, mientras que en la formulación de EF se discretiza usando 11 elementos viga.

Un efecto interesante que surge al considerar la velocidad de rotación sobre el recolector de energía, es la disminución de la frecuencia natural del primer modo a medida que la velocidad angular aumenta (Carnegie W 1959). Este comportamiento se debe a la presencia del efecto de ablandamiento de la estructura producido como contribución de la matriz de rigidez negativa (Ec. 3.97) a la matriz de rigidez total del sistema (Saravia et al. 2011). Sobre este fenómeno físico de gran importancia se realizará un análisis más detallado en los capítulos posteriores de la presente tesis.

5.3.2 Generación de Voltaje

Para evaluar la generación de voltaje del recolector de energía mostrado en la Figura 5.5, se realiza la simulación numérica y se compara con los experimentos cuando el dispositivo es excitado por una velocidad angular constante en un rango entre 1 y 5 Hz (60 – 300 rpm) y a una distancia R de 55mm. La resistencia de carga elegida para este caso es de 10 k Ω , debido a que se aproxima a lo que representaría la carga eléctrica de un dispositivo electrónico de bajo consumo.

En este sentido, en la [Figura 5.7](#) se muestra la respuesta temporal de voltaje cuando el recolector de energía gira a una velocidad de rotación de 4 Hz (240 rpm). El objetivo de presentar ésta figura es mostrar una comparación cualitativa entre los resultados numéricos y los experimentales.

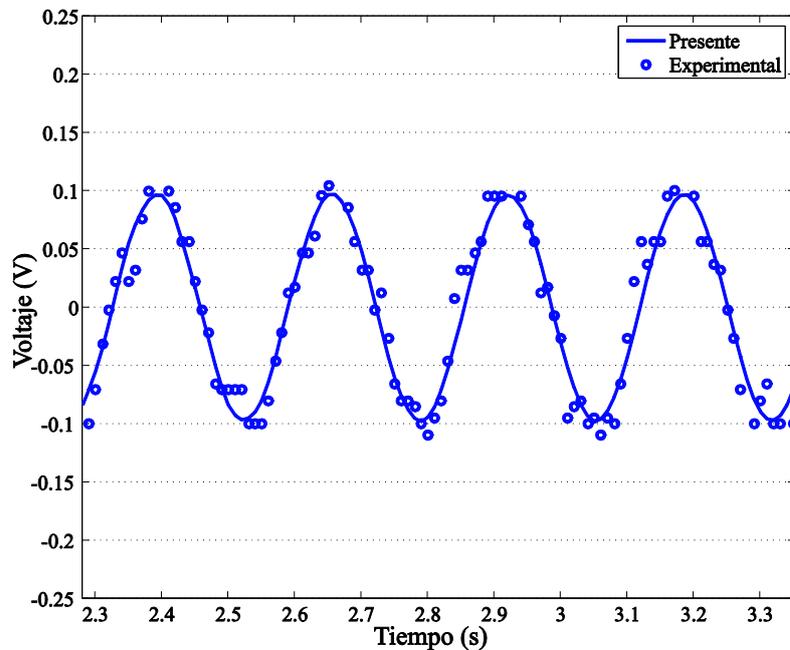


Figura 5.7 – Respuesta temporal de voltaje del sistema de la [Figura 5.5](#) rotando a una velocidad de 4 Hz usando una resistencia eléctrica de 10 k Ω .

Como puede observarse, la respuesta temporal del voltaje obtenida a partir de la formulación de EF propuesta es más suave en comparación con los resultados experimentales. Este comportamiento se debe a la presencia de ruido en el proceso de adquisición inalámbrica durante el ensayo experimental, que aparece en forma de pequeñas fluctuaciones en la señal de voltaje. Sin embargo, existe buena concordancia entre ambos resultados tanto en magnitud como en la forma de la onda.

En la [Figura 5.8](#) se muestra la generación de voltaje máxima en función de la velocidad de rotación.

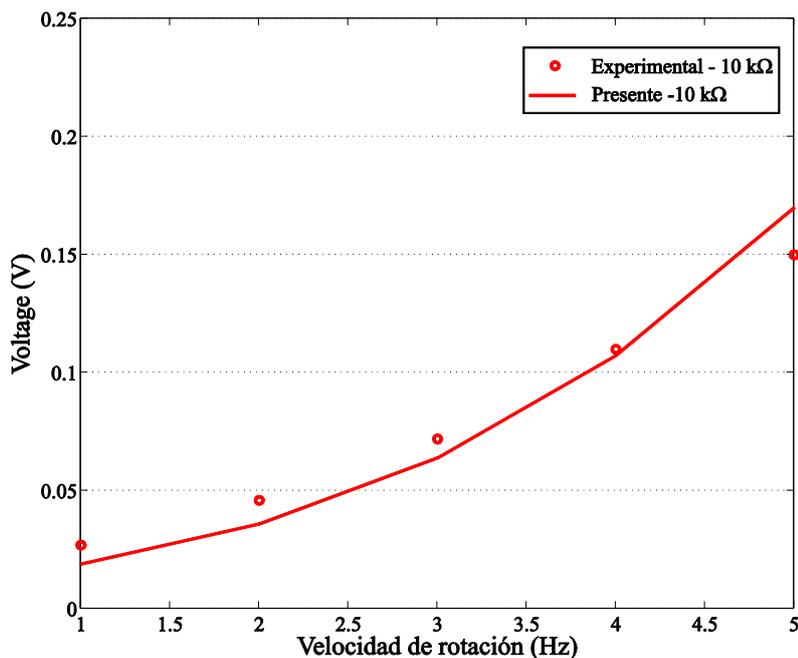


Figura 5.8 – Generación de voltaje del sistema de la [Figura 5.5](#) en función de la velocidad de rotación usando una resistencia eléctrica de 10 kΩ.

En ella se puede apreciar la buena concordancia entre los resultados numéricos y la tendencia creciente de la generación de voltaje con el aumento de la velocidad de rotación que reflejan los experimentos. La generación de voltaje máxima para el rango de velocidad de rotación propuesto de 1, 2, 3, 4 y 5 Hz es 0.03, 0.05, 0.07, 0.10 y 0.15 V, respectivamente.

5.4 DOS VIGAS CANTILEVER CON VINCULACIÓN ELÁSTICA Y LÁMINA MIDE QP16N

En este caso, se propone un recolector piezoeléctrico compuesto por una estructura más compleja que la anterior. En la [Figura 5.9](#) se presenta el modelo construido con dos vigas en voladizo vinculadas entre sí por medio de un resorte flexible y dos masas en los extremos libres de cada viga.

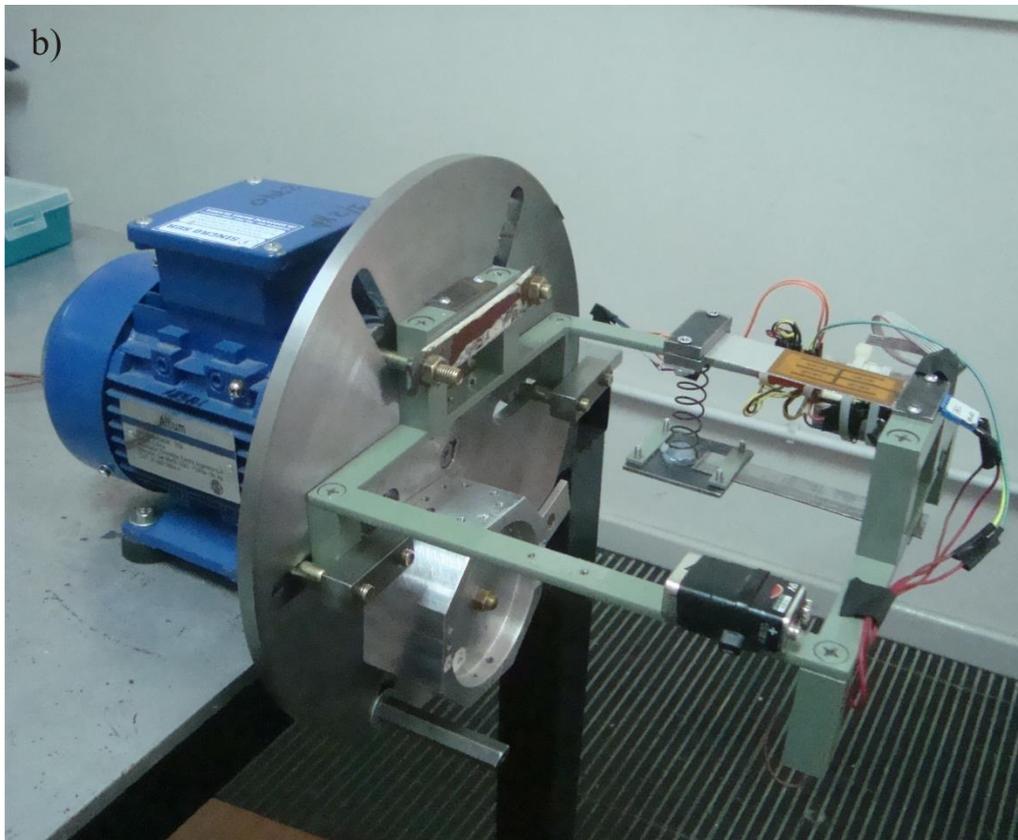
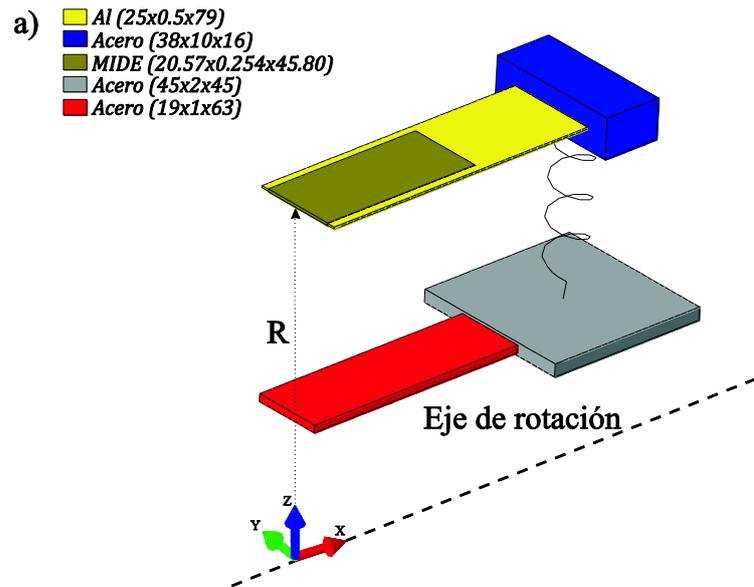


Figura 5.9 – a) Esquema geométrico del recolector de energía piezoeléctrico. b) Recolector piezoeléctrico montado sobre el plato giratorio.

La viga superior está hecha de aluminio, con dimensiones de 25 x 0.5 x 79 mm³ con una masa hecha de acero está ubicada en el extremo libre, de dimensiones 38 x 10 x 16 mm³. La misma tiene adherida una lámina piezoeléctrica

MIDE QP16N, siendo sus dimensiones: 20.57 x 0.25 x 45.80 mm³. La viga inferior es de acero con dimensiones de 19 x 1 x 63 mm³ y tiene una masa ubicada en el extremo libre también construida en acero, de dimensiones de 45 x 2 x 45 mm³. El dispositivo está montado a una distancia $R = 55$ mm medida desde el eje de rotación (dirección x) hasta la lámina superior con el piezoeléctrico, como se observa en la [Figura 5.9 \(b\)](#).

En la [Tabla 5.5](#) se especifican las propiedades de los materiales usados en el recolector de energía.

Aluminio		MIDE QP16N		Resorte		Acero	
Módulo de elasticidad	67 GPa	Módulo de elasticidad	67 GPa	Rigidez	560 N/m	Módulo de elasticidad	210 GPa
		Densidad	7800 kg/m ³				
Densidad	2700 kg/m ³	Constante Piezoeléctrica d_{31}	-2.1 E+2 pm/V			Densidad	7850 kg/m ³
		Capacidad	125 nF				

Tabla 5.5 – Propiedades de los materiales del recolector piezoeléctrico de energía de la [Figura 5.9](#)

5.4.1 Forma Modal y Frecuencia Natural

De forma similar a lo realizado en secciones anteriores, se comparan las frecuencias naturales correspondiente al primer modo de vibración en función de la velocidad de rotación usando la formulación propuesta de EF y Abaqus. En la [Figura 5.10](#) se muestra la forma modal obtenida para ambos modelos.

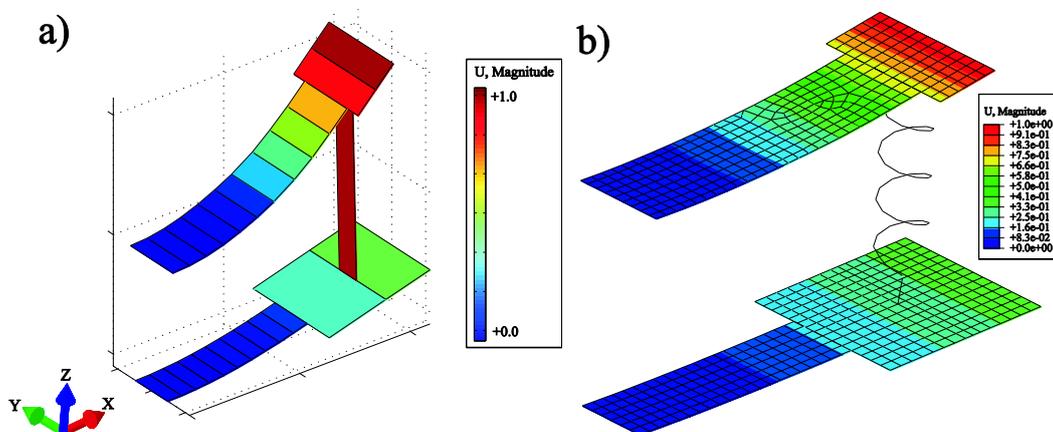


Figura 5.10 – Forma modal renderizada del recolector de la Figura 5.9 obtenida a partir de: a) Formulación de EF y b) Abaqus.

Los resultados de Abaqus son obtenidos utilizando elementos shell S4R con una malla de 659 elementos y 1 elemento spring; el tiempo total de CPU para calcular las frecuencias naturales con rotación fue de 80 segundos. Por otro lado, la formulación de EF se discretiza utilizando 24 elementos de viga y 1 elemento resorte y su tiempo de cálculo se reduce significativamente en comparación con Abaqus, a solo 0.12 segundos.

En la [Tabla 5.6](#) se observan los valores de frecuencias naturales en función de la velocidad de rotación en un intervalo de 0 a 5 Hz (0 – 300 rpm).

Frecuencia de rotación	Presente formulación	Abaqus
Ω (Hz)	f_n (Hz)	f_n (Hz)
0	14.10	14.07
1	14.07	14.03
2	13.95	13.93
3	13.75	13.73
4	13.48	13.48
5	13.15	13.15

Tabla 5.6 – Frecuencias naturales del recolector de la Figura 5.9 en función de la velocidad de rotación

De manera similar a los casos anteriores, y a pesar de la mayor complejidad de la estructura, se observa una muy buena concordancia entre los resultados de Abaqus y la presente formulación de EF.

5.4.2 Generación de Voltaje

En la comparación con los resultados experimentales, se muestra en la [Figura 5.11](#) la generación de voltaje máximo para un rango de velocidad de rotación de 1 a 5 Hz (60 – 300 rpm).

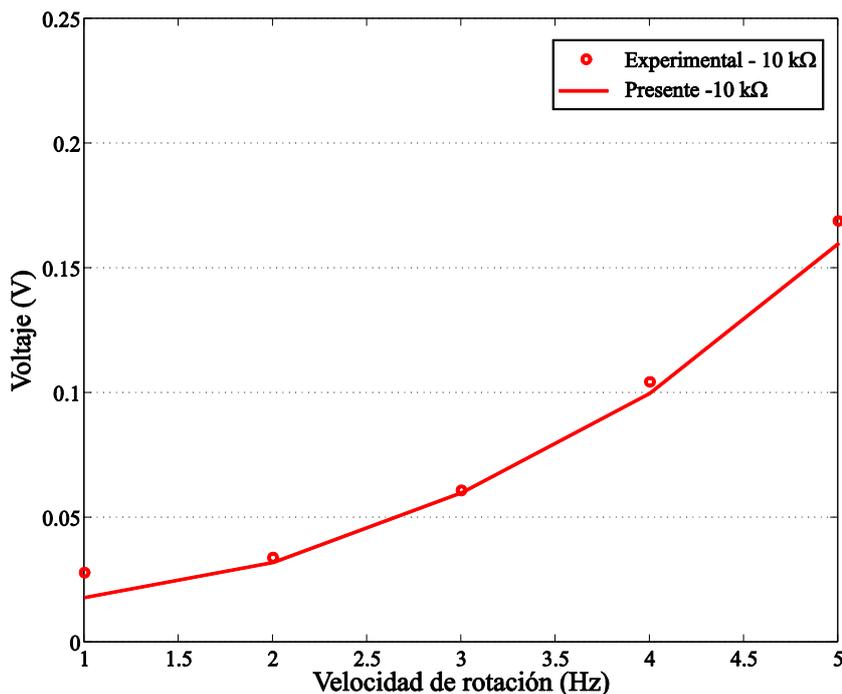


Figura 5.11 – Generación de voltaje del sistema de la Figura 5.9 en función de la velocidad de rotación usando una resistencia eléctrica de 10 k Ω .

A partir de los resultados se puede apreciar una buena correlación entre los resultados numéricos y experimentales, observando que la generación de voltaje aumenta a medida que la velocidad de rotación es incrementada. Los voltajes máximos obtenidos para velocidades de rotación de 1, 2, 3, 4 y 5 Hz son 0.02, 0.03, 0.06, 0.11 y 0.17 V, respectivamente. Es importante destacar nuevamente que, para simular el consumo de un dispositivo electrónico de baja potencia, en este caso se usa una resistencia eléctrica de 10 k Ω .

En la Figura 5.12 se muestra la señal de voltaje en función del tiempo para una velocidad de giro de 6 Hz (360 rpm).

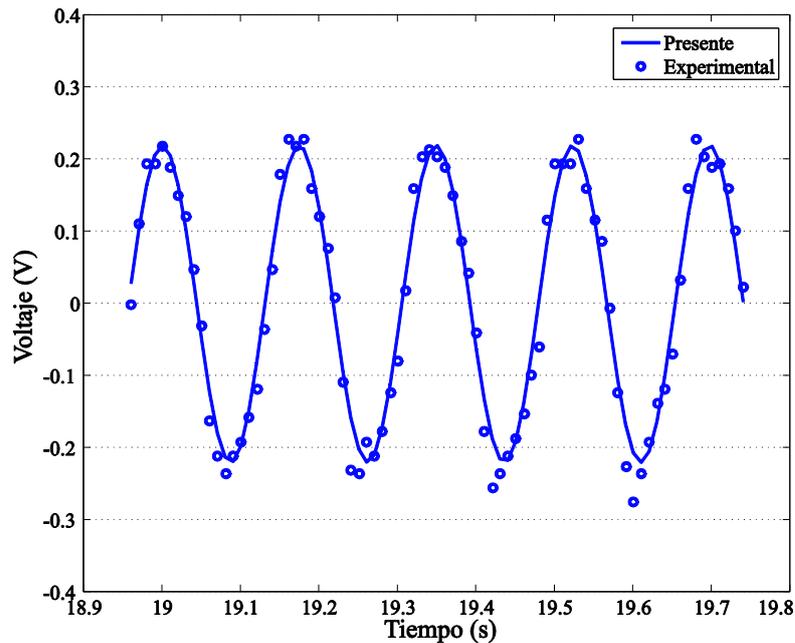


Figura 5.12 – Voltaje en función del tiempo del recolector de energía de la Figura 5.9 girando a una velocidad de 6 Hz y una resistencia eléctrica de 10 k Ω .

De la figura anterior, se puede observar que la señal de voltaje obtenida a partir de la formulación de EF es muy similar a la registrada experimentalmente. El voltaje máximo obtenido es de 0.21 V cuando el recolector de energía está girando a una velocidad constante de 6 Hz (360 rpm). La diferencia entre los resultados se debe a pequeñas fluctuaciones en la respuesta experimental debido al ruido proveniente de la adquisición inalámbrica de datos.

5.5 DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS

En este capítulo se analizó, comparó y validó el comportamiento dinámico de tres diseños de recolectores de energía sometidos a excitación por aceleración en la base y a velocidad angular constante. Particularmente se realizó la comparación de los resultados obtenidos a partir de la formulación de EF propuesta en el Capítulo 3 con los resultados obtenidos de Abaqus y los experimentales. A partir de los resultados obtenidos de los tres diseños de recolectores de energía se determinó que:

- (i) Los valores de frecuencias naturales, formas modales y voltaje de salida obtenidos a partir de la formulación de EF tienen muy buena correlación con los resultados obtenidos en Abaqus y los experimentales.

- (ii) El material piezoeléctrico MFC 2814 P2 (d_{31}) genera mayor voltaje que el MFC 2814 P1 (d_{33}) cuando es excitado en la base.
- (iii) Las frecuencias naturales del primer modo de vibración disminuyen a medida que la velocidad de rotación aumenta.
- (iv) El voltaje de salida aumenta a medida que la frecuencia de rotación es incrementada.
- (v) La adición de una segunda estructura vinculada por un resorte flexible, en el tercer recolector de energía propuesto ([Sección 5.4](#)) comparado con el recolector de la [Figura 5.5](#) permite disminuir el valor de frecuencia natural del sistema, lo que representaría una ventaja a la hora de incrementar la generación de voltaje a bajas frecuencias ([Febbo et al. 2017](#); [Sun y Tse 2017](#)).

6

DISPOSITIVOS

PRELIMINARES

El propósito de este capítulo es presentar en forma resumida el análisis desarrollado para el diseño de un prototipo recolector piezoeléctrico de energía capaz de proporcionar potencia eléctrica a sistemas de transmisión inalámbricos o sensores remotos en entornos de baja frecuencia de operación (50 y 180 rpm).

Con la idea de maximizar la potencia de salida del recolector excitado por una fuente de vibración de muy baja frecuencia, se presentan una variedad de diseños basados en vigas en voladizo con masas en su extremo libre y con múltiples vinculaciones.

El análisis de los recolectores se concentra en obtener numérica y experimentalmente el comportamiento estático, dinámico y la generación de voltaje de los prototipos propuestos en entornos de baja frecuencia de vibración (< 10 Hz).

Por otra parte, los resultados obtenidos mediante la herramienta computacional basada en la formulación de EF propuesta en el [Capítulo 3](#), son comparados con los ensayos experimentales realizados en el laboratorio.

6.1 DISEÑOS PRELIMINARES

A diferencia de los dispositivos simples del tipo viga cantiléver, donde solo se suele modificar la masa en la punta para disminuir la frecuencia y aumentar así la generación, la estructura del prototipo aquí propuesto es ideada con múltiples vigas capaz de operar en entornos rotantes de baja frecuencia. Entre los objetivos principales del diseño se encuentra la posibilidad de modificar su estructura para alcanzar valores de frecuencias naturales de vibración menores a 10 Hz y por otro lado, ampliar el ancho banda en el estado resonante lo que significa lograr una buena generación de potencia en un amplio rango de frecuencias. De esta manera, en esta sección se presentan y analizan cuatro alternativas de dispositivos recolectores, los cuales son ilustrados en la [Figura 6.1](#).

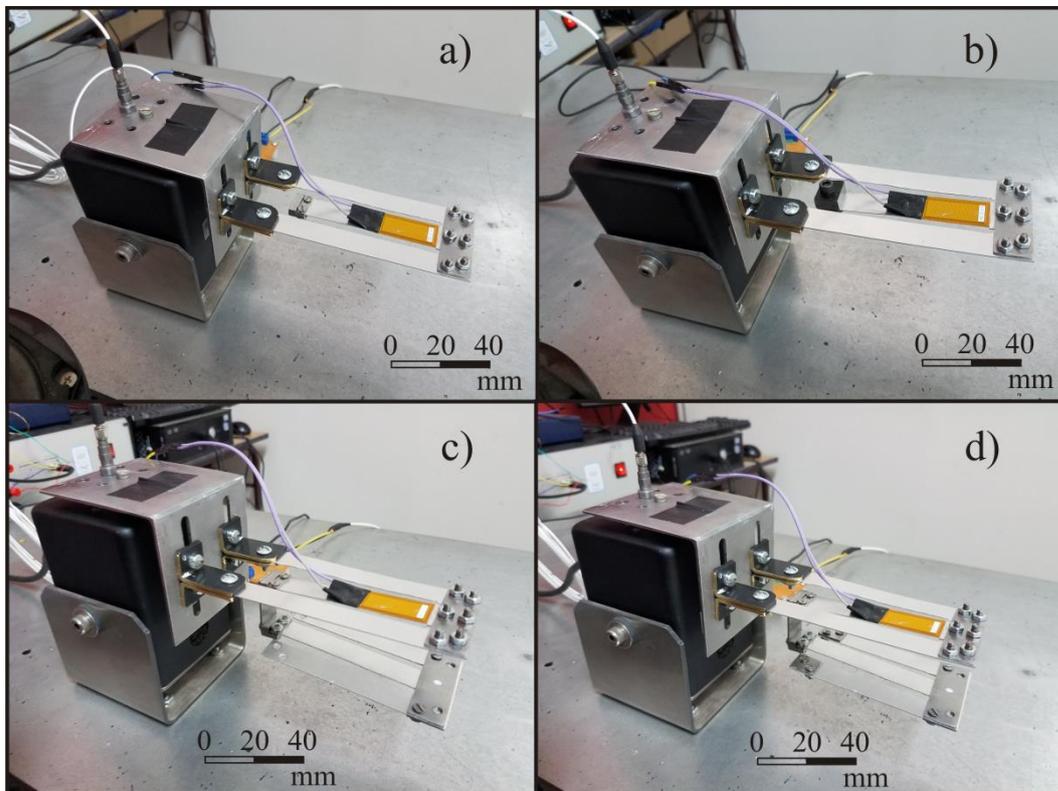


Figura 6.1 – Los cuatro diseños propuestos de recolectores piezoeléctricos de energía.

a) MBT, b) MBTM, c) MBT2 y d) MBT2M.

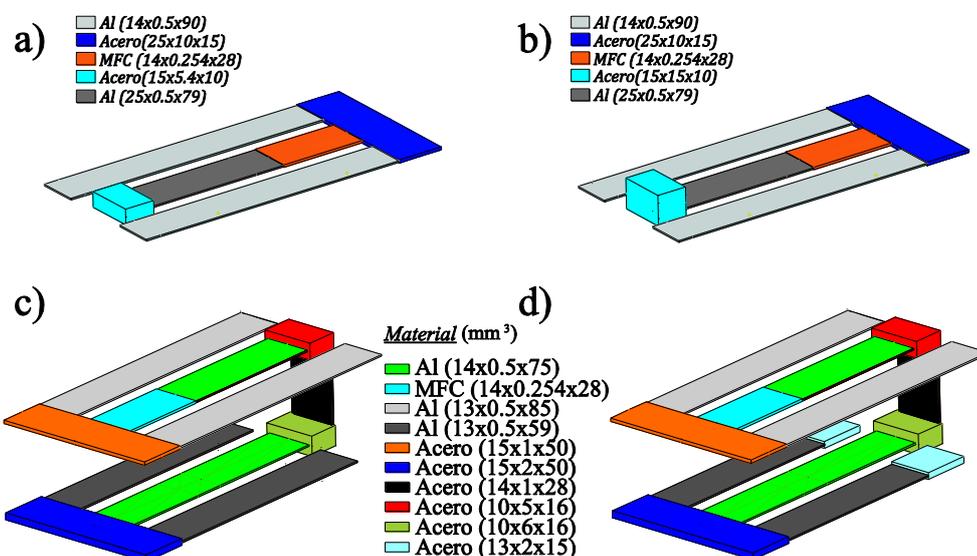


Figura 6.2 – Representación esquemática de los cuatro diseños propuestos de recolectores piezoeléctricos de energía. a) MBT, b) MBTM, c) MBT2 y d) MBT2M.

En la [Tabla 6.1](#) se especifican las propiedades de los materiales usados en los recolectores presentados en la figura anterior.

Aluminio		MFC 2814 P2		Acero	
E	67 GPa	E	30.30 GPa	E	210 GPa
Densidad	2700 kg/m ³	Densidad	5440 kg/m ³	Densidad	7850 kg/m ³
		Constante piezoeléctrica d ₃₁	-2.1 E+2 pm/V		
		Capacidad	30.78 nF		

Tabla 6.1 – Propiedades de los materiales usados en los recolectores piezoeléctricos de energía.

Como se puede apreciar en la [Figura 6.1a](#), el primer diseño (MBT) consiste en múltiples vigas de aluminio (3) con una masa de acero en los extremos libres. Éste concepto de diseño es similar a los presentados por ([Wu et al. 2015](#); [Sun y Tse 2017](#)), donde los autores utilizan una diferente condición de empotramiento. En la primer propuesta que se presenta ([Figura 6.1a](#)), las vigas laterales son empotradas a un marco metálico, que actúa como base del excitador (shaker). El material

piezoeléctrico es colocado sobre la viga central, la cual se encuentra solidaria a la masa de las vigas laterales.

Con el objetivo de reducir la frecuencia de resonancia la primera modificación consiste en la adición de masa en los extremos de las vigas. Sin embargo, el incremento de la masa tiene un límite debido a la presencia de grandes desplazamientos de la estructura. Particularmente, este efecto se manifiesta con el segundo diseño (MBTM), tal como se aprecia en la [Figura 6.1b](#), donde se agrega masa al extremo libre de la viga central. En este caso, la masa es seleccionada de forma de evitar dañar a la estructura por grandes desplazamientos. Para ello, se adopta el criterio que indica que el desplazamiento del extremo libre no debe exceder aproximadamente el 10% de la longitud total de la estructura. Los cálculos reflejan, en este sentido, que la masa del extremo libre sólo podría incrementarse tres veces aproximadamente con respecto al primer diseño (MBT).

La necesidad de disminuir aún más la frecuencia natural del sistema recolector, más allá del límite permitido por la adición de masa en los extremos, obliga a plantear la incorporación de un sistema secundario compuesto por múltiples vigas (*tridente*). En este sentido, en el tercer diseño del recolector (MBT2), se propone un segundo tridente compuesto por múltiples viga de aluminio, tal como se puede apreciar en la [Figura 6.1c](#). Con este diseño innovador, se pretende incrementar la masa total del sistema, logrando por un lado disminuir la frecuencia natural del recolector y aumentar el ancho de banda debido al carácter multimodal resguardando el límite de daño de la estructura. Para finalizar, el último prototipo (MBT2M) contempla la incorporación de dos masas en los extremos libres de las vigas laterales para disminuir en mayor medida sus frecuencias naturales.

6.1.1 Formas Modales y Frecuencias Naturales

Con la finalidad de caracterizar el comportamiento dinámico de cada dispositivo propuesto, en la [Tabla 6.2](#) se muestran los desplazamientos máximos (ubicados en el extremo libre), los coeficientes de amortiguamiento modal y los valores de frecuencia del primer y segundo modo de vibración obtenidos a partir de la formulación de EF presentada en el [Capítulo 3](#).

Sistema recolector	f_n [Hz]		Amortiguamiento		Max. Desplazamiento [mm]	
	Modo #1	Modo #2	$\zeta_{\#1}$	$\zeta_{\#2}$	Modo #1	Modo #2
MBT	10.80	14.42	0.013	0.006	0.4	3.1
MBTM	7.81	11.72	0.016	0.007	3.2	1.6
MBT2	4.91	8.33	0.010	0.005	0.7	1.5
MBT2M	4.76	7.91	0.010	0.006	1.2	2.4

Tabla 6.2 –Frecuencias naturales y coeficientes de amortiguamiento de los sistemas recolectores de energía propuestos.

Es importante remarcar que para todas las simulaciones realizadas, los coeficientes de amortiguamiento modal fueron obtenidos a partir de modelos proporcionales con coeficientes variables (Bathe 1996) y luego ajustados mediante los resultados experimentales.

Analizando los resultados, se observa en la Tabla 6.2, que en el primer diseño (MBT) compuesto por múltiples vigas de aluminio (*tridente*) con una masa de acero en el extremo libre de 6.4 gr, los valores de las frecuencias naturales para el primer y segundo modo flexional son 10.80 y 14.42 Hz, respectivamente. Mientras que los desplazamientos máximos en condición resonante son 0.4 y 3.1 mm para el primer y segundo modo, respectivamente. En el segundo diseño propuesto (MBTM), la masa de acero en el extremo libre se incrementa de 6.4 a 18 gr. En este caso, los valores de la primer y segunda frecuencia natural disminuyen a 7.81 y 11.72 Hz, respectivamente. Sin embargo, los desplazamientos máximos correspondientes al primer modo aumentan considerablemente a 3.2 y disminuyen en el segundo modo a 1.6 mm.

En relación al tercer prototipo MBT2, se incorpora por medio de una viga de acero muy rígida un segundo tridente compuesto por múltiples vigas de aluminio. En este caso, la masa total compuesta por el segundo tridente y la vinculación de acero es de 44.4 gr, lo que representa una masa total 7 veces mayor que la masa de acero en MBT y 2.5 veces mayor que MBTM. Esta distribución geométrica ofrece un diseño alternativo con un comportamiento dinámico similar en comparación con MBTM. Sin embargo, se logran reducir considerablemente los valores de frecuencia natural sin exceder el límite de desplazamiento. Es decir, para el primer modo, el valor de frecuencia natural disminuye de 7.81 a 4.91 Hz (respecto de MBTM) y

para el segundo modo, disminuye de 11.72 a 8.33 Hz. Asimismo, los desplazamientos máximos también disminuyen a 0.7 y 1.5 mm, para el primer y segundo modo, respectivamente.

En el último diseño MBT2M, la reducción de las frecuencias naturales se logra incorporando dos masas extra de 3.3 gr en cada extremo libre de las vigas laterales correspondientes al segundo tridente, tal como se puede apreciar en la [Figura 6.1d](#). Por lo tanto, la primer y segunda frecuencia natural ha sido reducida a 4.76 y 7.91 Hz, respectivamente, mientras que los desplazamientos para cada modo flexional aumentaron casi el doble con respecto a MBT2, siendo los valores máximos de 1.2 y 2.4 mm, respectivamente.

En resumen, al analizar los resultados anteriores, es posible señalar que:

- (i) La adición de una masa extra en el segundo tridente (diseño MBT2M) reduce cada frecuencia un 50% aproximadamente en comparación con el primer sistema propuesto (MBT).
- (ii) Comparando el diseño MBT2M con MBT, se determinó que la amplitud del desplazamiento aumenta tres veces para el primer modo, y disminuye un 20% aproximadamente con respecto al segundo modo.
- (iii) El diseño MBT2M tiene ventajas con respecto a los diseños restantes, ya que permite reducir la frecuencia natural del recolector de energía y aumentar los desplazamientos, lo que implica un incremento del voltaje y por ende la potencia eléctrica de salida ([Erturk e Inman 2011](#)) para bajas frecuencias de excitación sin comprometer a la estructura desplazamientos excesivamente grandes que puedan llegar a dañarla.

6.1.2 Excitación por Aceleración en la Base

6.1.2.1 Generación de voltaje

Para evaluar el rendimiento de los cuatro prototipos recolectores de energía, se analiza la generación de voltaje mediante una excitación de barrido en frecuencia con una señal senoidal de amplitud de 0.02 g ($1 \text{ g} = 9.8 \text{ m} / \text{s}^2$). Se utiliza una resistencia de carga eléctrica de valor 1 M Ω para estudiar la generación de voltaje en función de la resistencia.

En las Figuras 6.3-6.6 se muestran los modos normales y la generación de voltaje para cada dispositivo propuesto comparando los valores numéricos obtenidos por la presente formulación de EF y los experimentos. Los valores de desplazamiento están normalizados con el máximo y los valores de amortiguamiento modal se tomaron de la Tabla 6.2.

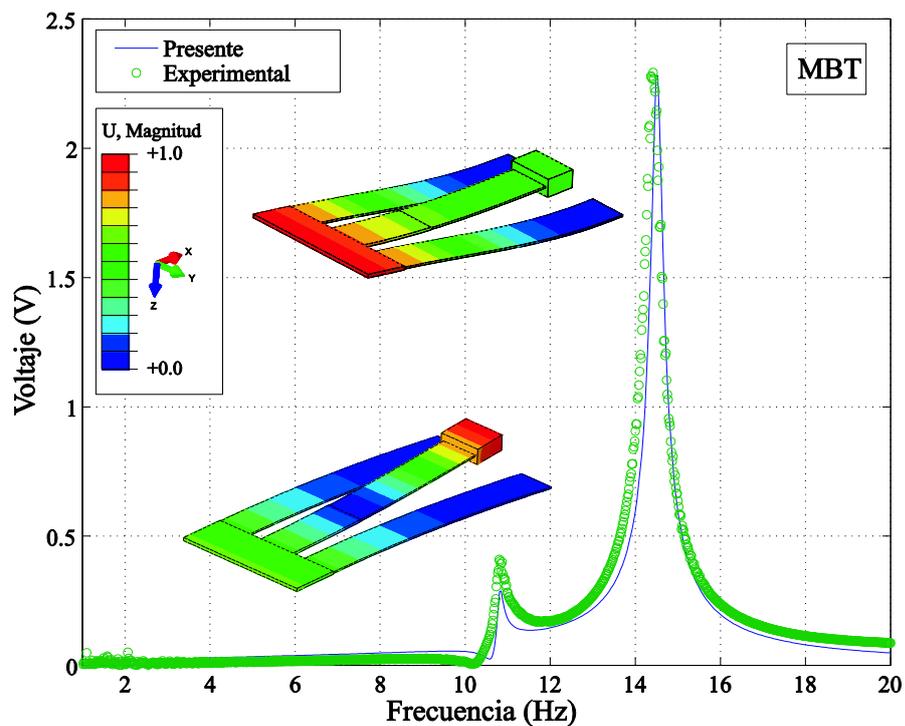


Figura 6.3 –Generación de voltaje del recolector de energía MBT excitado por una aceleración de amplitud 0.02 g y usando una resistencia eléctrica de $1\text{ M}\Omega$.

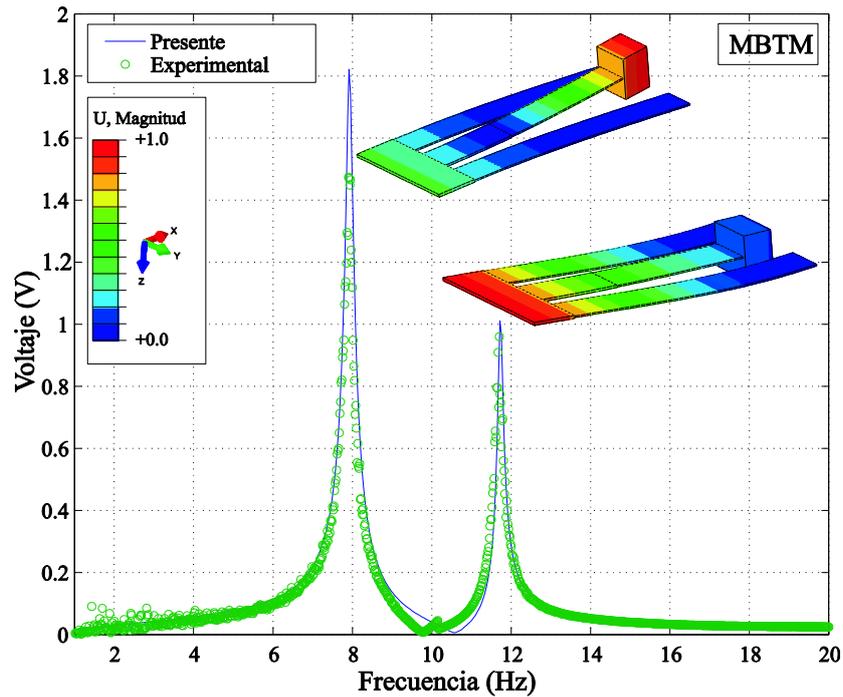


Figura 6.4 –Generación de voltaje del recolector de energía MBTM excitado por una aceleración de amplitud 0.02 g y usando una resistencia eléctrica de $1\text{ M}\Omega$.

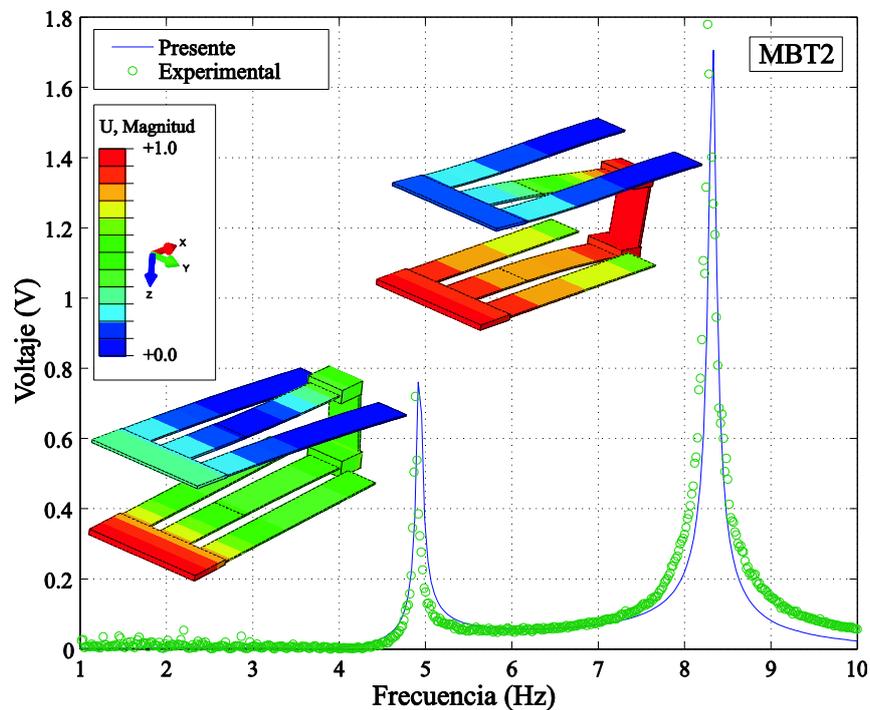


Figura 6.5 –Generación de voltaje del recolector de energía MBT2 excitado por una aceleración de amplitud 0.02 g y usando una resistencia eléctrica de $1\text{ M}\Omega$.

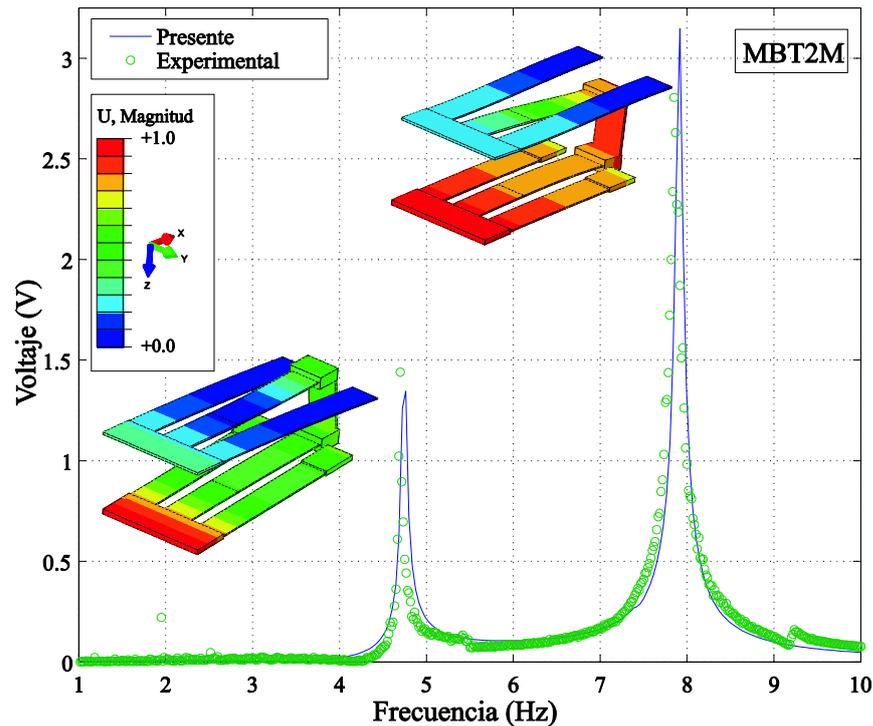


Figura 6.6 –Generación de voltaje del recolector de energía MBT2M excitado por una aceleración de amplitud 0.02 g y usando una resistencia eléctrica de $1\text{ M}\Omega$.

A partir de las figuras anteriores, se puede comprobar cualitativa y cuantitativamente que los resultados obtenidos a partir de las simulaciones realizadas con la formulación de EF tienen muy buena correlación en comparación con los experimentos.

Analizando la performance de cada diseño propuesto se puede determinar que la generación de voltaje para MBT en el primer modo es 0.33 V mientras que para el segundo modo es 2.29 V . Sin embargo, agregando una masa de 11.6 gr en el segundo diseño MBTM, el voltaje generado aumenta en el primer modo a 1.50 V , pero disminuye en el segundo modo a 0.96 V . Por otro lado, con la incorporación del segundo tridente, la generación de voltaje del diseño MBT2 es menor para el primer modo (0.72 V) comparado con el caso anterior MBTM. Sin embargo, en el segundo modo, el voltaje generado se incrementa de 0.96 (MBTM) a 1.78 V (MBT2) .

Finalmente, el último diseño propuesto MBT2M ofrece una mejora sustancial no sólo desde el punto de vista de la disminución de las frecuencias naturales (Tabla 6.2), sino también desde el aumento de la generación de energía. Es decir, la

incorporación de masas de 3.3 gr en cada viga lateral del segundo tridente, duplica el voltaje de salida en comparación con el diseño anterior (MBT2), entregando 1.34 V en el primer modo y 2.70 V en el segundo modo.

Con el fin de simular una situación más realista en cuanto al consumo de un circuito electrónico de baja potencia, se analiza la generación de energía para una carga de $10\text{ k}\Omega$ y la misma aceleración de la base de 0.02g . Las Figuras 6.7 y 6.8 muestran la respuesta en frecuencia y la señal de voltaje como función del tiempo para una frecuencia en particular del recolector MBT2M.

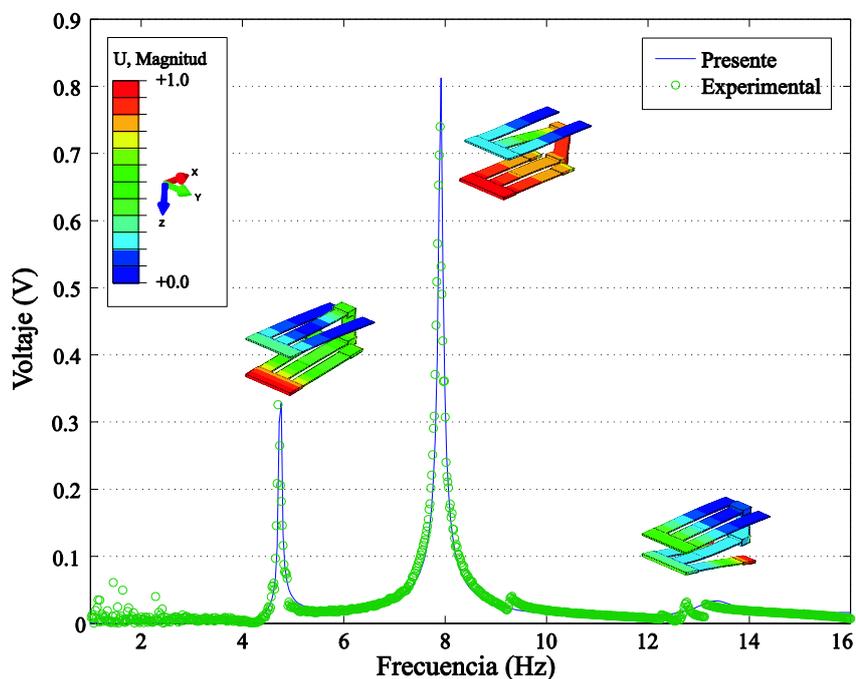


Figura 6.7 – Generación de voltaje del recolector de energía MBT2M excitado por una aceleración de amplitud 0.02 g y usando una resistencia eléctrica de $10\text{ k}\Omega$.

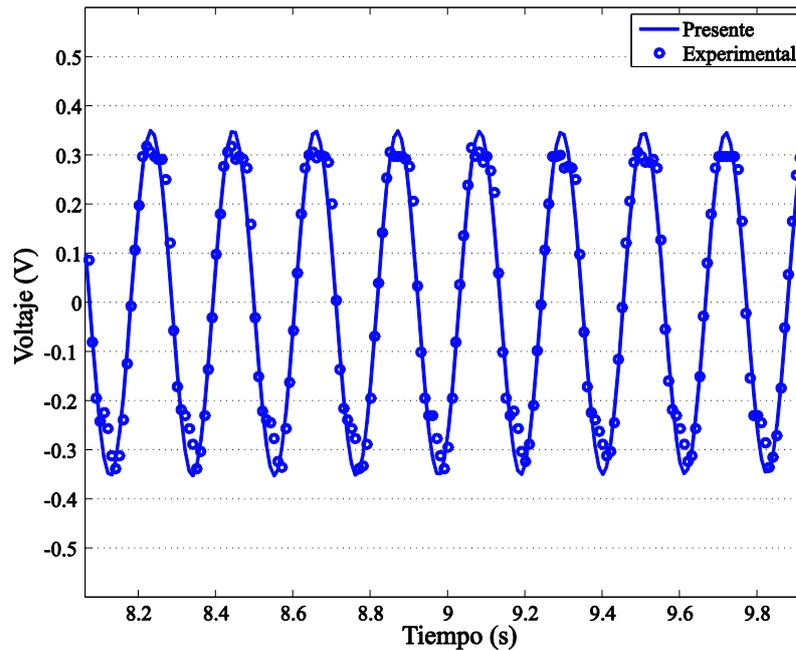


Figura 6.8 – Respuesta temporal del voltaje sintonizado a 4.76 Hz bajo una excitación de amplitud 0.02 g y usando una resistencia eléctrica de 10 k Ω .

A partir de las dos figuras anteriores, se puede concluir que:

- (i) Existe un buen acuerdo entre los resultados numéricos obtenidos a partir de la formulación de EF y los ensayos experimentales.
- (ii) Mediante el barrido en frecuencia hasta 16 Hz, la formulación de EF captura con precisión las primeras tres frecuencias naturales del dispositivo MBT2M.
- (iii) La señal temporal de voltaje de salida obtenida a partir de la formulación de EF, captura con precisión la señal de voltaje adquirida experimentalmente.

6.1.2.2 Generación de potencia

El siguiente análisis consiste en comparar la potencia de salida de los recolectores de energía presentados en la Figura 6.1. La potencia eléctrica se calcula de acuerdo a $P = V^2/R_e$ (Erturk e Inman 2011) y se denomina valor de potencia máxima o de pico, donde el voltaje (V) es obtenido a partir de la presente formulación de EF.

Las Figuras 6.9 y 6.10 presentan las potencias de salida en función de la carga eléctrica en un rango de 10 a 2000 k Ω , del primer y segundo modo de vibración de los recolectores propuestos, respectivamente.

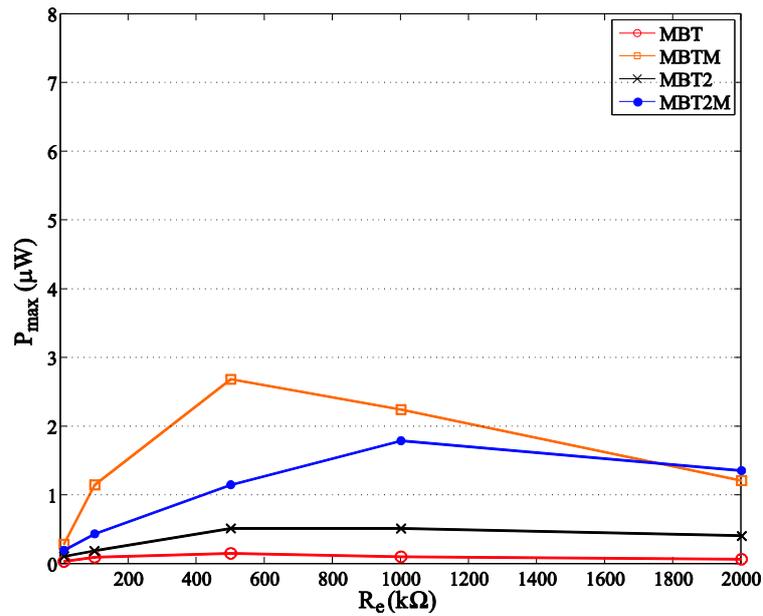


Figura 6.9 –Potencia máxima en función de la carga eléctrica de los recolectores propuestos excitados con una aceleración de amplitud 0.02 g - Primer modo de vibración.

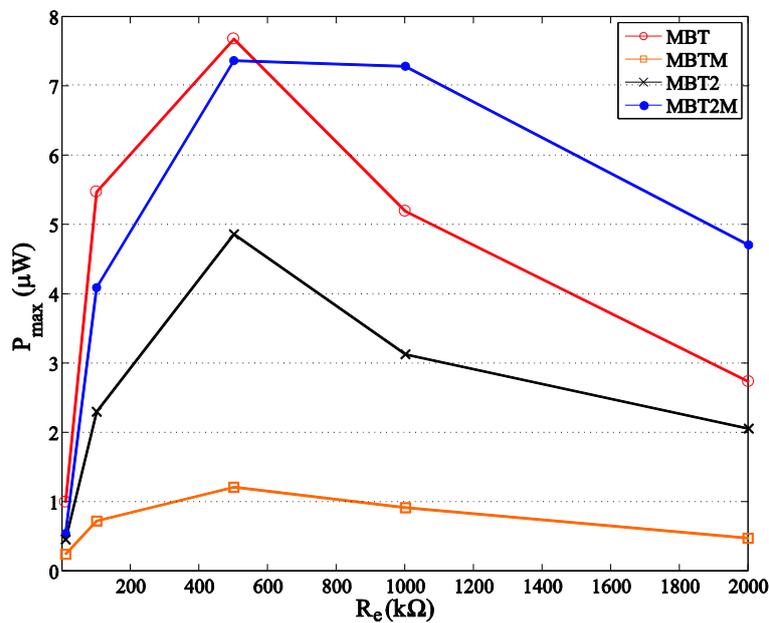


Figura 6.10 –Potencia máxima en función de la carga eléctrica de los recolectores propuestos excitados con una aceleración de amplitud 0.02 g - Segundo modo de vibración.

A partir de la [Figura 6.9](#), se puede observar que el máximo valor de potencia en el primer modo de vibración corresponde al recolector MBTM, entregando un

valor máximo de 2.69 μW para una carga eléctrica de 500 k Ω . En el segundo modo (Figura 6.10), el mismo dispositivo entrega 1.21 μW a 500 k Ω .

Sin embargo, observando los valores de potencia del segundo modo de vibración mostrados en la Figura 6.10, el recolector que proporciona el máximo valor de potencia de salida es el MBT, entregando una generación de 7.68 μW a 500 k Ω . Pero su potencia cae drásticamente para el primer modo, ya que el mismo dispositivo entrega 0.15 μW a 500 k Ω .

Por otro lado, el diseño propuesto MBT2M es un buen candidato desde el punto de vista de la generación, ya que entrega un máximo valor de potencia máxima similar tanto en el primer y segundo modo de vibración, siendo de 1.37 y 7.37 μW a 500 k Ω para los valores de frecuencia de 4.76 y 7.91 Hz, respectivamente, siendo las frecuencias naturales del MBT2M las más bajas en comparación con el resto de los dispositivos.

6.1.3 Comparación

En la Tabla 6.3 se presenta una comparación del rendimiento del diseño MBT2M con respecto a recolectores piezoeléctricos de energía existentes en la literatura basados en un diseño similar al propuesto. En ella se puede apreciar una caracterización de los dispositivos de acuerdo a la frecuencia operacional, la resistencia eléctrica, el nivel de aceleración, el voltaje generado y la potencia eléctrica.

Recolector de energía	R_e [M Ω]	Frecuencia [Hz]		Aceleración [g]	Voltaje [V]		Potencia [μW]		
		f #1	f #2		f #1	f #2	f #1	f #2	
(Sun y Tse 2017)	1	18.18	23.60	-	0.88	0.46	0.77	0.21	
	0.1			-	0.45	0.30	2	0.90	
(Wu et al. 2015)	OC (>10)	14.30	17.80	1	16	25	-	-	
MBT2M	1	4.76	7.91	0.1	Sim	6.33	11.62	40.06	135.02
					Exp	6.04	9.80	36.48	96.04
	0.1	4.76	7.91	0.1	Sim	2.16	5.65	46.65	319.23
					Exp	2.20	5.20	48.40	270.40

Tabla 6.3 –Comparación entre el diseño MBT2M propuesto y los diseños de (Wu et al. 2015; Sun y Tse 2017).

Es importante mencionar que, una comparación objetiva entre diferentes recolectores no es tarea sencilla, ya que el máximo teórico de potencia extraíble de un recolector se rige por una dependencia cúbica en la frecuencia y lineal con la masa, el desplazamiento y la amplitud de la excitación (Mitcheson et al. 2008). En referencia a ello, deben adoptarse criterios especiales que normalicen esta dependencia en virtud de una comparación válida. Esto se desarrollará en el último capítulo de esta tesis.

El dispositivo citado en la referencia (Wu et al. 2015), que utiliza tres láminas piezoeléctricas tipo PVDF en lugar de una (como el MBT2M), genera un voltaje a circuito abierto ($R > 10 \text{ M}\Omega$) de 16 y 25 V para los primeros dos modos de vibración en un rango de frecuencia entre 13 y 25 Hz excitado con 1 g de aceleración en la base.

Por otro lado, el dispositivo citado en la referencia (Sun y Tse 2017), que usa un MIDÉ QP16N, genera un voltaje de 0.88 y 0.46 V para los primeros dos modos de vibración con una carga eléctrica de $1 \text{ M}\Omega$. La generación de potencia eléctrica resulta de 0.77 y 0.21 μW para el primer y segundo modo de vibración, respectivamente. Sin embargo, los autores no mencionan ninguna información sobre la amplitud de excitación.

El recolector de energía propuesto MBT2M es excitado con una aceleración de amplitud 0.1 g en la base y genera un voltaje de 6.04 y 9.80 V para el primer y segundo modo de vibración, respectivamente. El rango de frecuencia de operación del MBT2M es aproximadamente 4 veces menor que (Wu et al. 2015) y 3 veces menor que (Sun y Tse 2017). Comparando el voltaje de salida, el dispositivo MTB2M entrega aproximadamente la mitad de la magnitud de voltaje mientras que se excita con una aceleración 10 veces menor que (Wu et al. 2015). En cuanto a la potencia de salida, el dispositivo MTB2M genera 36.48 y 96.04 μW para el primer y segundo modo, respectivamente, utilizando una carga eléctrica de $1 \text{ M}\Omega$. Esto refleja que la potencia máxima entregada es mayor que el mínimo de 20 μW para alimentar un sistema de transmisión inalámbrico (Roundy y Tola 2013) o un sensor de bajo consumo como el sensor de temperatura LM335Z, por ejemplo. En

este sentido, el requisito de potencia siempre es menor que la potencia generada para ambas frecuencias.

RECOLECCIÓN DE ENERGÍA EN ROTACIÓN

En el [Capítulo 6](#) se seleccionó el dispositivo MBT2M debido a que es el prototipo que mejor supera las exigencias preestablecidas en la etapa de diseño. Por lo tanto, en esta última etapa se realiza un análisis dinámico exhaustivo del dispositivo bajo excitación por velocidad de rotación con la finalidad de obtener el mejor desempeño posible. Por otro lado, la potencia eléctrica de salida obtenida es acondicionada y rectificadora con el objetivo de alimentar con corriente continua un dispositivo electrónico de sensado; en este caso, un sensor de temperatura LM335Z.

7.1 DISPOSITIVO MBT2M CON MFC 2814 P2

La tecnología piezoeléctrica MFC utilizada en el dispositivo MBT2M es seleccionada debido a sus características morfológicas que se destacan frente a otras tecnologías piezoeléctricas disponibles, tal como PVDF y MIDÉ. Las

principales características que brinda la tecnología MFC son: la variedad de dimensiones que se ofrece en el mercado (MFC Smart Material Corporation) y, como se menciona anteriormente en el Capítulo 3, el MFC es una tecnología reciente, muy flexible, de una composición duradera y posee los coeficientes de acoplamiento electromecánico más altos comparados con otros piezoeléctricos comerciales.

En la Figura 7.1 se presenta nuevamente la estructura del dispositivo MBT2M.

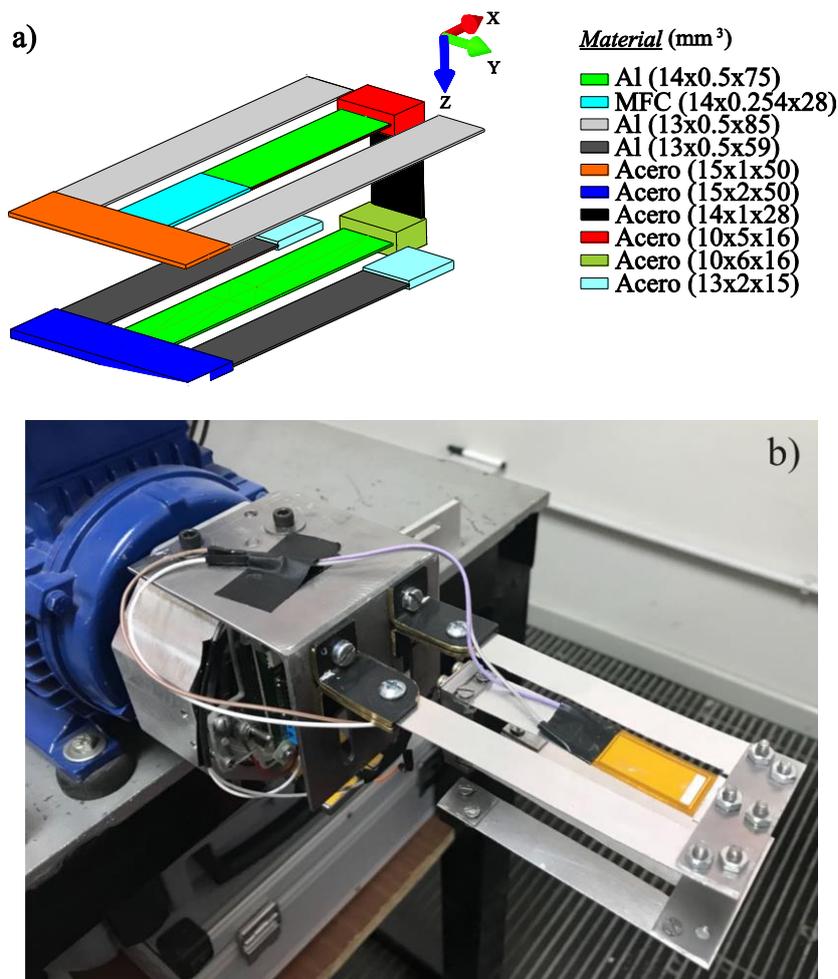


Figura 7.1 – (a) Esquema geométrico del dispositivo MBT2M. (b) Dispositivo MBT2M montado sobre plato giratorio.

En la Tabla 7.1 se especifican las propiedades de los materiales usados en el recolector.

Aluminio	MFC 2814 P2	Acero
----------	-------------	-------

E	67 GPa	E ₁	30.3 GPa	E	210 GPa
Densidad	2700 kg/m ³	Densidad	5440 kg/m ³	Densidad	7850 kg/m ³
		Constante piezoeléctrica d ₃₁	-2.1 E+2 pm/V		
		Capacidad	30.78 nF		

Tabla 7.1 – Propiedades de los materiales usados en el MBT2M.

7.1.1 Metodología de Análisis

Para representar la posición del dispositivo montado sobre el rotor del aerogenerador, se introduce la distancia R; éste parámetro indica la distancia medida desde el eje de rotación al recolector de energía y con ello se pretende estudiar la influencia de la fuerza centrífuga en la generación de energía. El estudio del recolector MBT2M en un ambiente rotante comienza por un análisis modal para R = 0 m, calculando las frecuencias naturales para velocidades de rotación que varían de 0.5 a 3 Hz (30 - 180 rpm) siendo éste rango, el intervalo de velocidad de operación seleccionado debido a que son valores típicos de rotación de una turbina eólica de baja potencia. Para el cálculo se utiliza la formulación de EF, y los resultados obtenidos son comparados mediante simulaciones en Abaqus usando elementos Shell 3D. Adicionalmente, las señales temporales de voltaje para diferentes cargas eléctricas (R_e) de 10, 100, 330 y 1000 kΩ son obtenidas mediante la formulación de EF para dos velocidades de rotación específicas, 1.40 Hz (84 rpm) y 2.91 Hz (175 rpm). Los resultados son comparados con los ensayos experimentales realizados. Al mismo tiempo, la generación de voltaje y la potencia eléctrica en función de la velocidad de rotación para diferentes cargas eléctricas son presentadas y comparadas con los experimentos.

Una vez analizado el desempeño del recolector MBT2M ubicado a R = 0 m, se analiza la influencia de la distancia al eje de rotación para dos posiciones adicionales R = ± 0.03 m, tal como se aprecia en la [Figura 7.2](#).

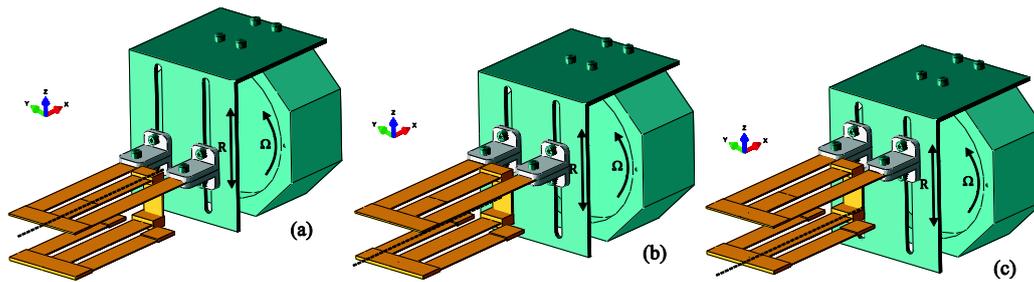


Figura 7.2 –Ilustración esquemática de tres posiciones del recolector a) $R = -0.03\text{ m}$ (posición inferior), b) $R = 0\text{ m}$ (posición central) y c) $R = +0.03\text{ m}$ (posición superior).

7.1.2 Excitación por Rotación a $R = 0\text{ m}$

7.1.2.1 Forma modal y frecuencia natural

Para comprender el comportamiento del MBT2M e investigar su rendimiento, se llevan a cabo simulaciones numéricas usando la formulación de EF del [Capítulo 3](#).

En la [Figura 7.3](#), se puede apreciar la forma modal normalizada del recolector correspondiente al primer modo de vibración sin rotación ($\Omega = 0\text{ Hz}$), cuyo valor de frecuencia es 4.76 Hz .

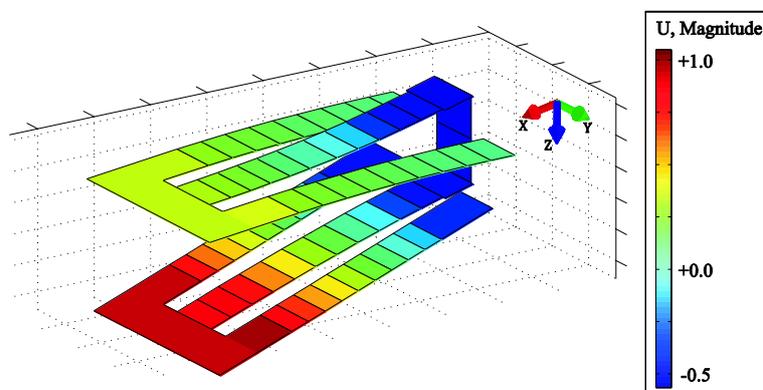


Figura 7.3 – Forma modal renderizada del primer modo de vibración obtenida a partir de la formulación de EF para $R = 0\text{ m}$.

La influencia de la velocidad de rotación sobre la frecuencia natural considerando $R = 0\text{ m}$ es observada en la [Tabla 7.2](#).

Frecuencia de rotación	$R = 0\text{ m}$	
	Presente formulación	Abaqus

Ω (Hz)	f_n (Hz)	f_n (Hz)
0	4.76	4.73
1	4.66	4.65
2	4.43	4.42
3	4.05	4.02

Tabla 7.2 – Frecuencias naturales en función de la velocidad de rotación para $R = 0$ m.

En dicha tabla, se comparan los valores de frecuencia natural entre ambos enfoques (formulación de EF y un modelo Shell 3D de Abaqus) para diferentes velocidades angulares que varían de 0 a 3 Hz (0 - 180 rpm). Los resultados demuestran un muy buen acuerdo entre ambas formulaciones y evidencian que la velocidad de rotación genera un ablandamiento (*softening*) de la estructura a medida que aumenta la velocidad de rotación.

7.1.2.2 Generación de voltaje

Para simular un entorno de rotación, el prototipo es montado en una placa rígida que gira a una velocidad angular constante (Ω) sobre su eje central que es perpendicular a la dirección del campo gravitatorio (dirección z). El recolector tiene la posibilidad de ajustar su distancia (R) con respecto al eje de rotación de la placa rígida, por medio de una corredera montada sobre el empotramiento como se puede observar en la [Figura 7.4](#).

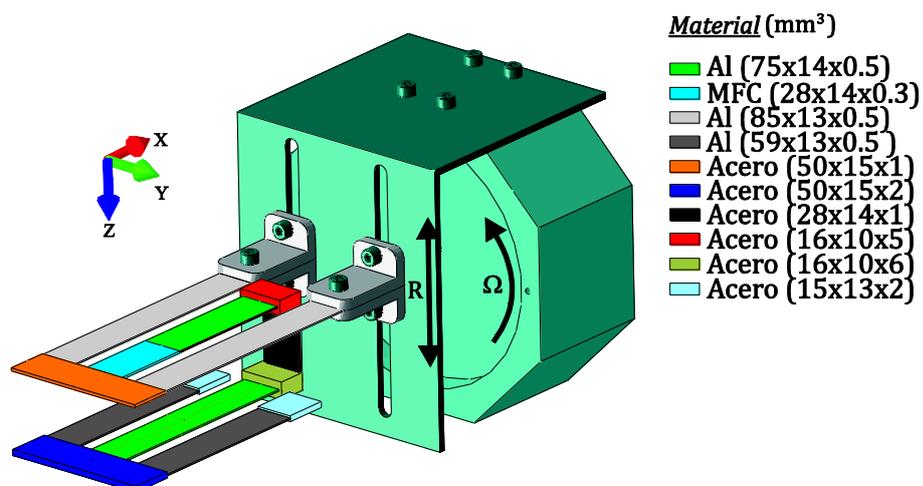


Figura 7.4 –Ilustración esquemática del recolector piezoeléctrico de energía MBT2M montado en el plato giratorio.

En este punto es importante destacar los aspectos físicos involucrados cuando la estructura del recolector está rotando. En este sentido, la fuerza centrífuga juega un papel importante en el movimiento del sistema, ya que induce fuerzas constantes cuando el MBT2M gira a una velocidad angular constante. Estas fuerzas se vuelven más significativas a medida que aumenta la velocidad de rotación. Desde la perspectiva del diseño que se está presentando, este es un efecto favorable debido a que la estructura presenta un efecto de ablandamiento por la velocidad de rotación, lo que implica una disminución de las frecuencias naturales (ver [Tabla 7.2](#)) ([Zou et al. 2017a](#)). Claramente, en un entorno de bajas frecuencias de excitación, se beneficia de este modo la generación del recolector por la cercanía entre las frecuencias de resonancia del sistema de recolección y el rango de frecuencias de operación. Por otro lado, la fuerza gravitacional produce oscilaciones continuas del sistema recolector en condición de rotación. En la [Figura 7.5](#), se muestra la configuración deformada del dispositivo para dos posiciones extremas, superior e inferior. De esta manera, se visualizan los efectos generados por las fuerzas actuantes mientras el recolector está girando. En la posición superior la fuerza centrífuga se contrarresta con la de gravedad mientras que en la posición inferior actúan en la misma dirección.

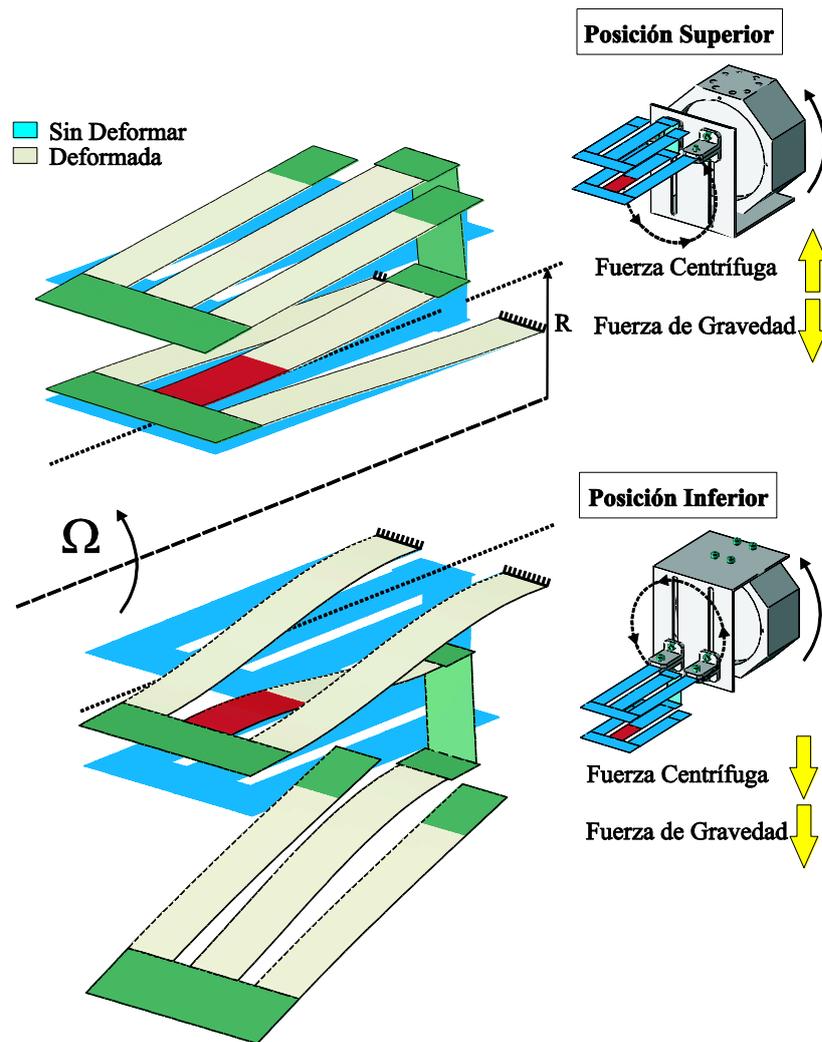


Figura 7.5 –Ilustración esquemática de la configuración deformada generada por la fuerzas actuantes (centrífuga y gravitacional).

Para comenzar a evaluar el comportamiento del dispositivo e investigar su rendimiento, se llevan a cabo simulaciones numéricas mediante la formulación de EF y ensayos experimentales. Esto incluye la respuesta temporal de voltaje para velocidades específicas y $R = 0$ m, tal como se ilustra en las Figuras 7.6 y 7.7.

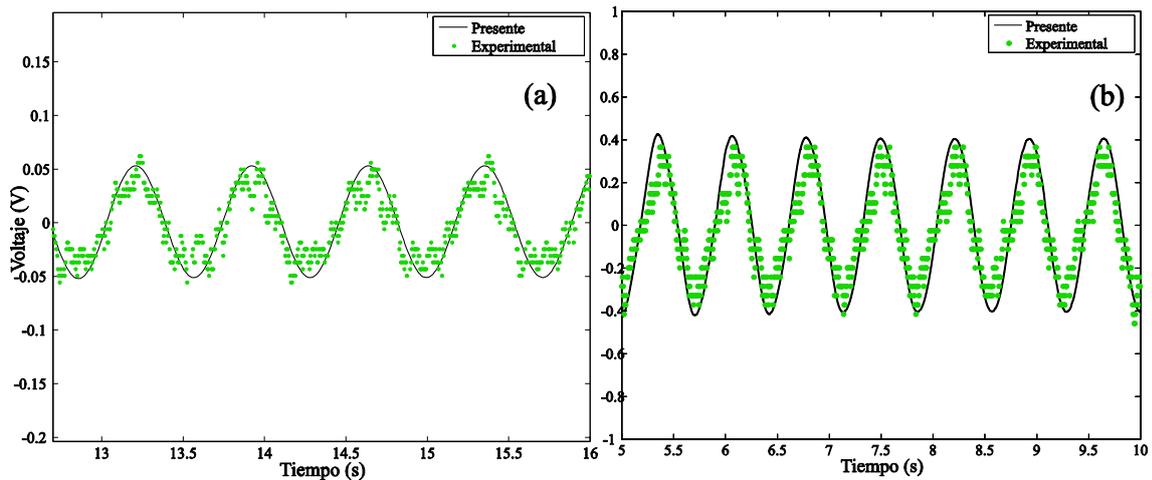


Figura 7.6 – Respuesta temporal de voltaje para $R = 0\text{ m} - 1.40\text{ Hz}$ (84 rpm). a) $10\text{ k}\Omega$, b) $100\text{ k}\Omega$. Presente formulación (línea sólida) y experimental (puntos).

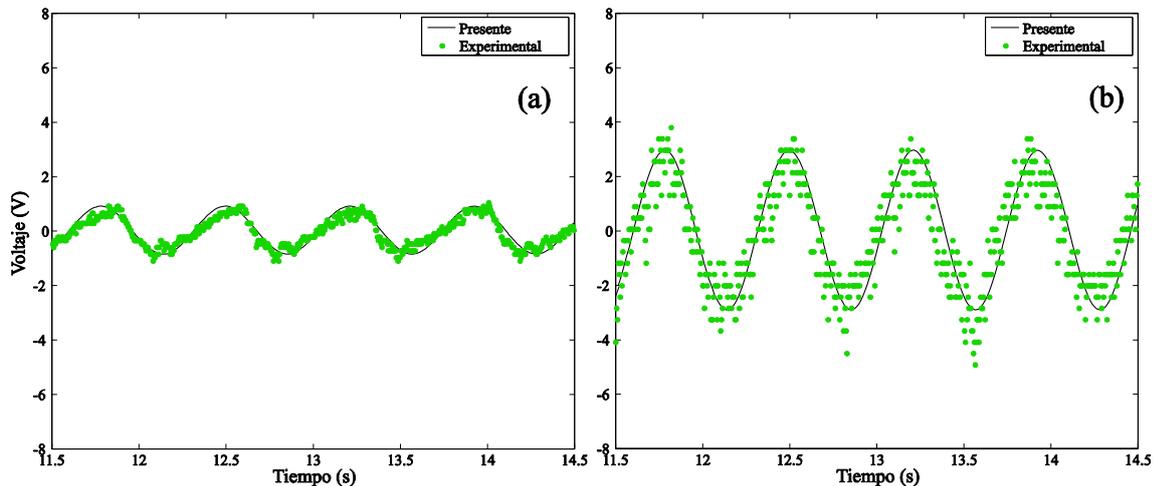


Figura 7.7 – Respuesta temporal de voltaje para $R = 0\text{ m} - 1.40\text{ Hz}$ (84 rpm). a) $330\text{ k}\Omega$, b) $1000\text{ k}\Omega$. Presente formulación (línea sólida) y experimental (puntos).

En relación a lo observado en las figuras anteriores, se aprecia que la comparación cualitativa y cuantitativa es muy buena entre ambos resultados (numérico y experimental). Esto se manifiesta por la buena correlación de las formas de onda temporales y las magnitudes de voltaje. Sin embargo, también pueden observarse pequeñas diferencias, especialmente en las Figuras 7.6a y 7.7b. Las cuales, como se dijo anteriormente, pueden deberse a las fluctuaciones introducidas por ruido en el proceso de adquisición inalámbrica.

En la [Figura 7.6](#), se puede observar que el valor máximo del voltaje generado para 84 rpm, es de 0.05 V para una $R_e = 10 \text{ k}\Omega$ y aumenta a 0.4 V con una $R_e = 100 \text{ k}\Omega$. Incrementando aún más los valores de carga eléctrica a 330 y 1000 $\text{k}\Omega$, se puede apreciar en la [Figura 7.7](#), que los voltajes máximos obtenidos son de 1 y 3 V, respectivamente.

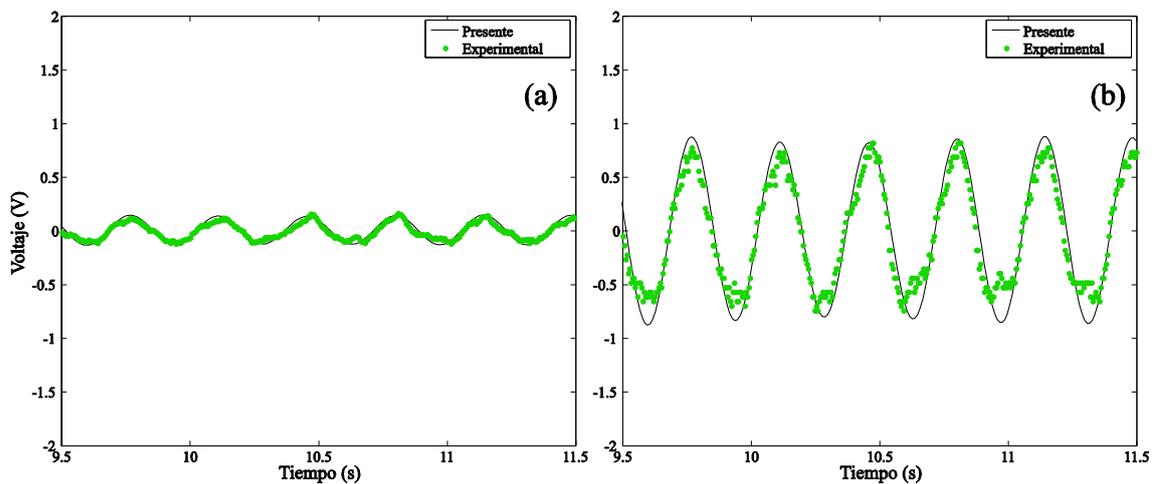


Figura 7.8 – Respuesta temporal de voltaje para $R = 0 \text{ m} - 2.91 \text{ Hz}$ (175 rpm). a) 10 $\text{k}\Omega$, b) 100 $\text{k}\Omega$. Presente formulación (línea sólida) y experimental (puntos).

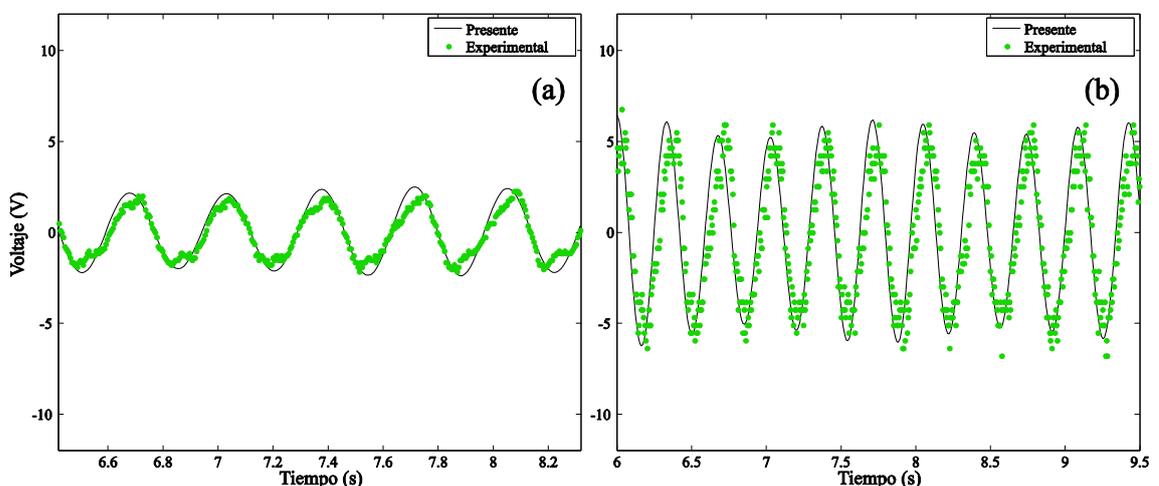


Figura 7.9 – Respuesta temporal de voltaje para $R = 0 \text{ m} - 2.91 \text{ Hz}$ (175 rpm). a) 330 $\text{k}\Omega$, b) 1000 $\text{k}\Omega$. Presente formulación (línea sólida) y experimental (puntos).

En las [Figuras 7.8 y 7.9](#), se puede apreciar que al incrementar la velocidad de rotación a 175 rpm, la amplitud del voltaje es de 0.21, 1, 2.50 y 6 V para las cargas eléctricas de 10, 100, 330 y 1000 $\text{k}\Omega$, respectivamente. Claramente se observa un

incremento de la generación de voltaje en comparación con el voltaje generado del dispositivo a menor velocidad.

En la [Figura 7.10](#), se presenta la generación de voltaje en función de la velocidad de rotación y la resistencia eléctrica para el recolector ubicado a $R = 0$ m. En este caso, los resultados obtenidos a partir de la formulación de EF son comparados en buen acuerdo con los datos obtenidos experimentalmente, especialmente para valores bajos de frecuencias y resistencias.

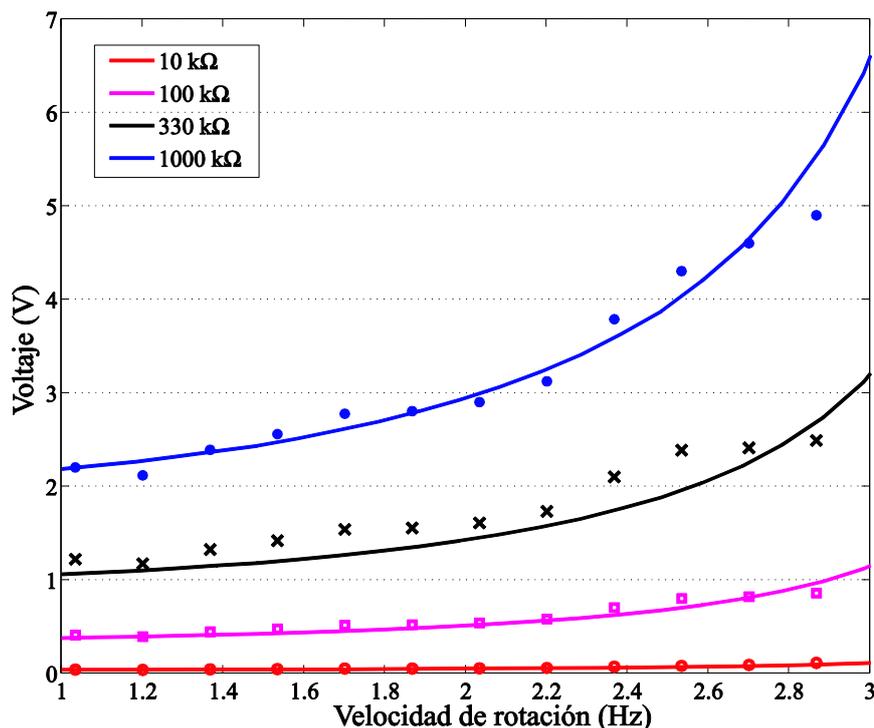


Figura 7.10 – Generación de voltaje para $R = 0$ m en función de la velocidad de rotación.

En relación al rendimiento, se puede apreciar que la generación de voltaje aumenta a medida que aumenta la velocidad de rotación ([Febbo et al. 2017](#)) siendo el voltaje máximo generado cuando el dispositivo gira a 3 Hz (180 rpm), entregando un valor de 6.50 V para una $R_e = 1000$ kΩ.

En cuanto a la potencia máxima, simplemente referida como P y, calculada según V^2/R_e , tiene la misma tendencia que el voltaje, tal como se ilustra en la [Figura 7.11](#).

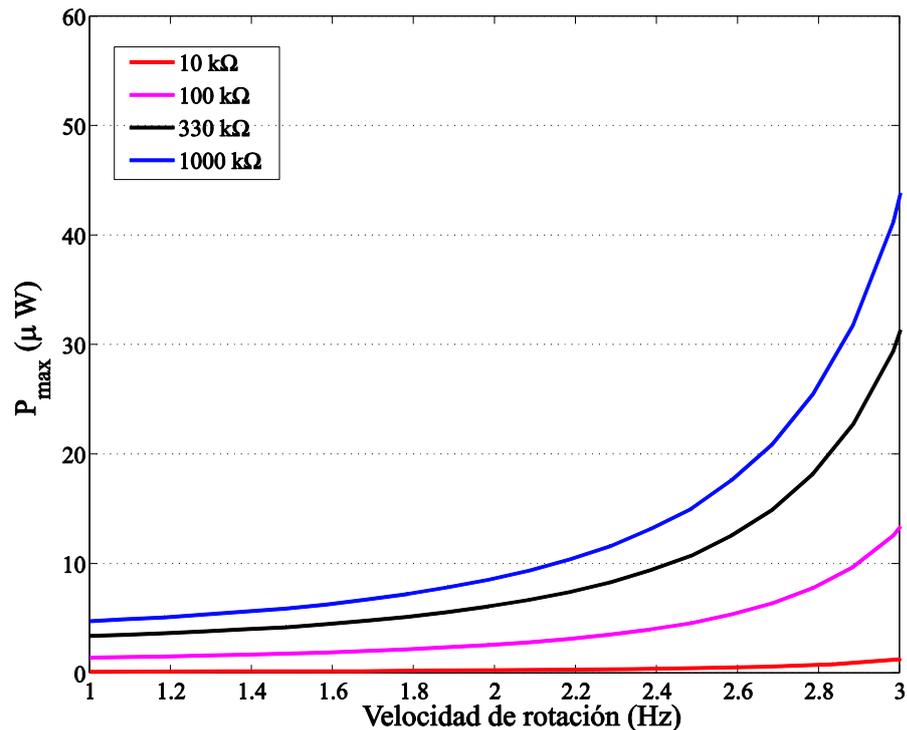


Figura 7.11 – Generación de potencia en función de la velocidad de rotación para $R = 0$ m.

De los resultados obtenidos, se puede observar que el valor máximo de potencia generada es $42.25 \mu\text{W}$ a 3 Hz (180 rpm) usando una resistencia eléctrica de $1000 \text{ k}\Omega$.

7.1.3 Excitación por Rotación a $R = \pm 0.03$ m

7.1.3.1 Forma modal y frecuencia natural

Hasta el momento se estudió el comportamiento dinámico del recolector en la posición $R = 0$ m. En esta sección la intención es investigar la influencia de R sobre las frecuencias naturales, respuesta temporal de voltaje y potencia eléctrica, con la finalidad de establecer la mejor configuración posible para la recolección de energía.

La Figura 7.12 muestra la influencia de R sobre la frecuencia natural, donde, en general, la frecuencia disminuye a medida que la velocidad de rotación aumenta. Sin embargo, los decrementos no son los mismos en los tres casos de R analizados. Para la máxima velocidad de rotación de 3 Hz (180 rpm), las frecuencias naturales del recolector ubicado en la posición superior, central e

inferior son 3.92 Hz, 4.05 Hz y 4.17 Hz, respectivamente. De esta manera, comparando con $R = 0$ m, se registra una disminución en el valor de la frecuencia del 3% cuando el recolector es ubicado a una distancia $R = +0.03$ m del eje de rotación. Por otro lado, cuando el recolector es ubicado a una distancia $R = -0.03$ m del eje de rotación la frecuencia aumenta en un 3% comparada con el valor de la ubicación central.

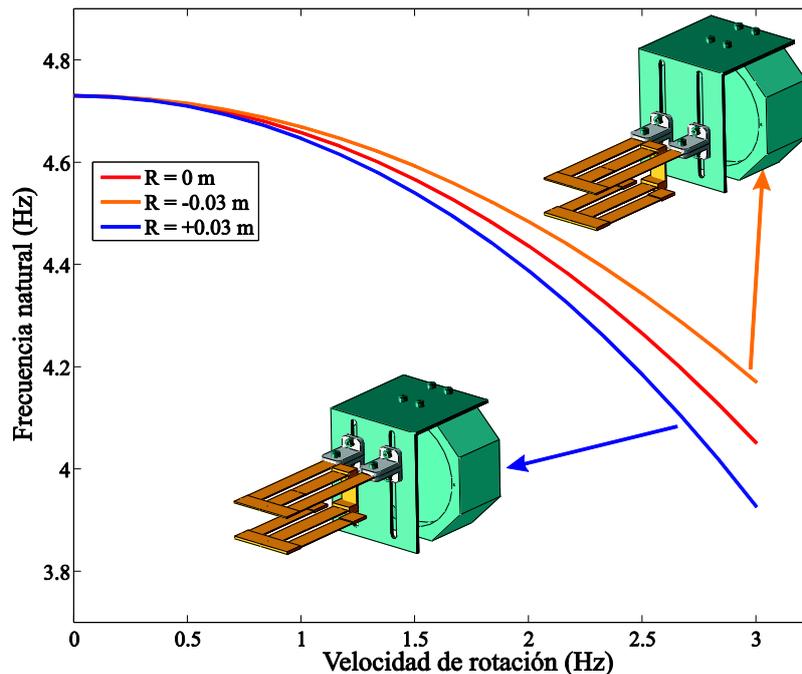


Figura 7.12 – Frecuencia natural en función de la velocidad de angular y la posición (R) respecto al eje de rotación.

Para comprender este comportamiento, se realiza un análisis del estado de pre-carga del recolector, observando en primer lugar la configuración deformada del recolector para las tres distancias propuestas cuando la velocidad de rotación es de 3 Hz (ver Figura 7.13). Al mismo tiempo, la Figura 7.14 muestra las amplitudes de máximo desplazamiento inducidas por la fuerza centrífuga del prototipo para cada valor de R .

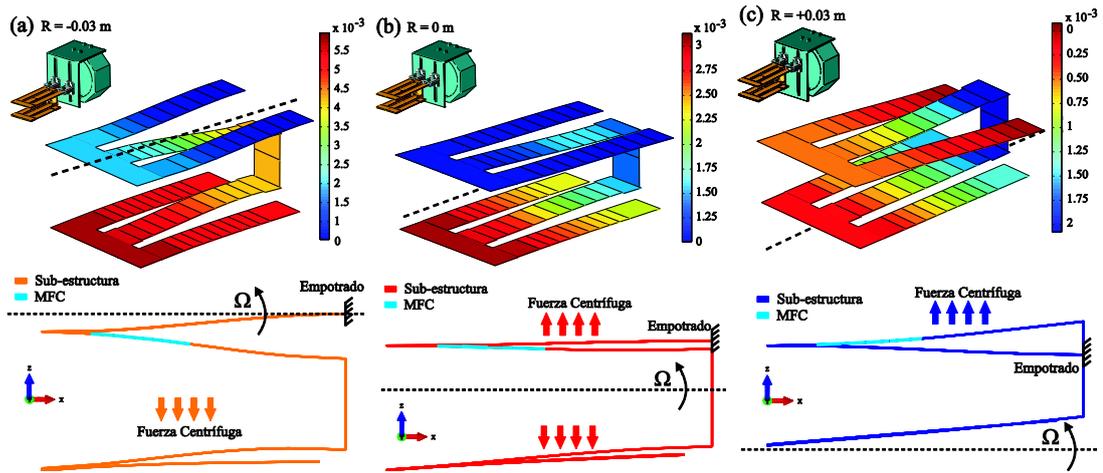


Figura 7.13 –Configuración deformada a 3 Hz. a) $R = -0.03\text{ m}$, b) $R = 0\text{ m}$ y c) $R = +0.03\text{ m}$.

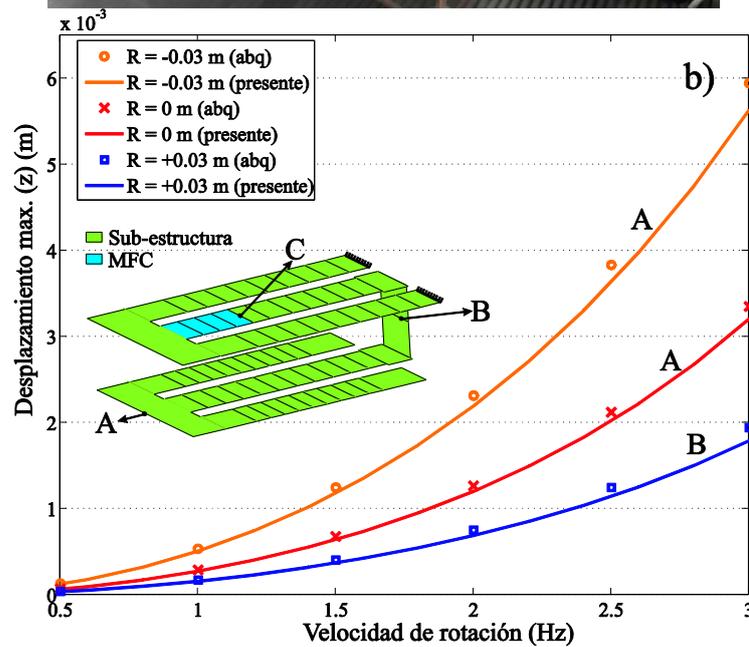
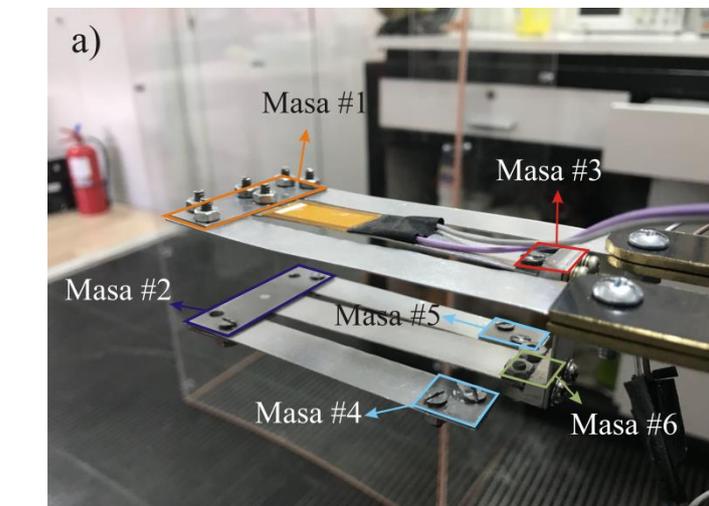


Figura 7.14 – a) Las ubicaciones de las masas del recolector. b) Desplazamientos máximos generados por la fuerza centrífuga de 0.5 a 3 Hz para cada posición del recolector ($R = -0.03$ m, $R = 0$ m y $R = +0.03$ m). Formulación FE (línea continua) y Abaqus (puntos).

A partir de la [Figura 7.13](#), se demuestra la influencia de la posición del recolector en la configuración deformada de la estructura generada por la fuerza centrífuga. En este sentido, hay dos efectos que influyen en el ablandamiento de la estructura (ver [Figura 7.12](#)). Para comprender el primer efecto, es importante tener en cuenta la distribución de las masas, provista por la [Figura 7.14a](#). En la posición inferior ($R = -0.03$ m), las masas #2, #4, #5 y # 6 son las más significativas involucradas en el cómputo de la fuerza centrífuga, que en forma conjunta alcanzan los 23.5 gr. En el caso de la posición superior ($R = +0.03$ m), las masas # 1 y # 3 son las que tienen un mayor aporte a la fuerza centrífuga con 12.28 gr. Esta diferencia en las masas es la que explica el mayor desplazamiento para cada R; tal como se observa en la [Figura 7.14b](#), el desplazamiento es mayor cuando $R = -0.03$ m (*punto A* del recolector). El segundo efecto a considerar es debido a la ubicación de la condición de borde con respecto al eje de rotación. En la posición inferior, el eje de rotación coincide con la ubicación de la condición borde, mientras que en la posición superior, no coinciden. En esta última condición, se reconoce que la configuración deformada generada por pre-carga ([Figura 7.13c](#)) es muy similar a la forma del modo flexional puro (ver [Figura 7.15a](#)). Mientras que la configuración deformada generada por pre-carga para $R = -0.03$ m ([Figura 7.13a](#)) es similar a la forma modal del segundo modo flexional (ver [Figura 7.15b](#)). De esta manera puede deducirse que la frecuencia natural del prototipo ubicado en $R = +0.03$ m sea menor cuando está girando a 3 Hz (ver [Figura 7.12](#)) comparado con la situación en $R = -0.03$ m. Finalmente, se aprecia un comportamiento intermedio entre la posición superior y la inferior en la distancia del eje central ($R = 0$ m).

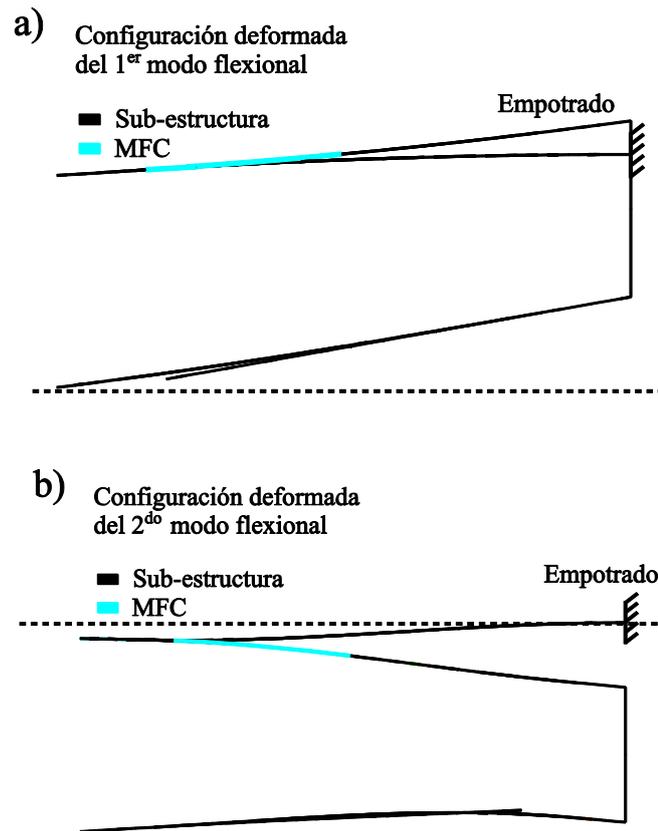


Figura 7.15 –Configuración deformada del: a) primer modo flexional y b) segundo modo flexional sin rotación del recolector.

7.1.3.2 Generación de voltaje

Una vez analizada la influencia de la fuerza centrífuga sobre la respuesta dinámica del recolector de energía es necesario estudiar este efecto sobre la generación de voltaje. En la [Figura 7.16](#) se presenta la generación de voltaje para distintas cargas eléctricas desde 10 a 1000 k Ω , cuando el dispositivo recolector es posicionado a $R = -0.03$ y se encuentra girando para un rango de velocidad entre 0.5 y 3 Hz (30 – 180 rpm). El mismo análisis se realiza en la [Figura 7.17](#) cuando el recolector está posicionado en $R = +0.03$ m.

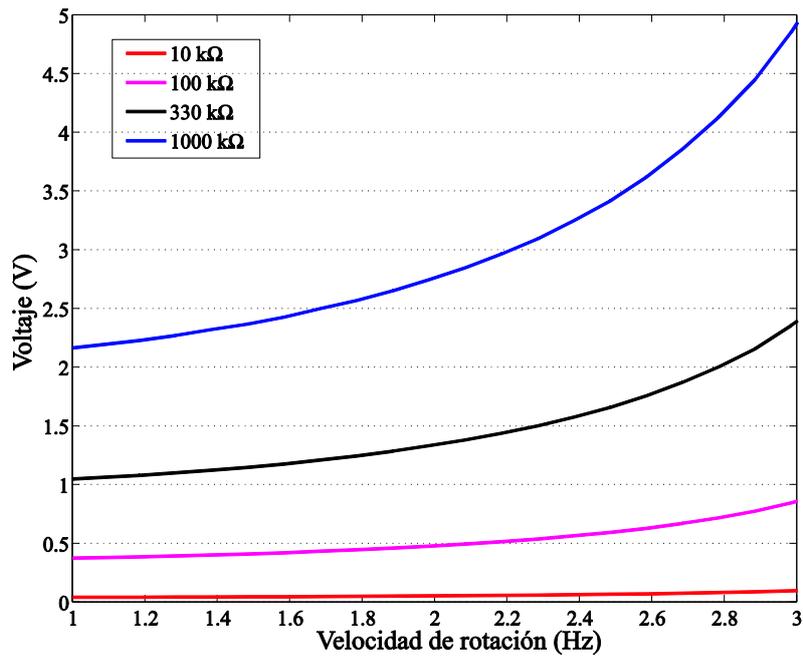


Figura 7.16 – Generación de voltaje del recolector en la posición $R = -0.03$ m.

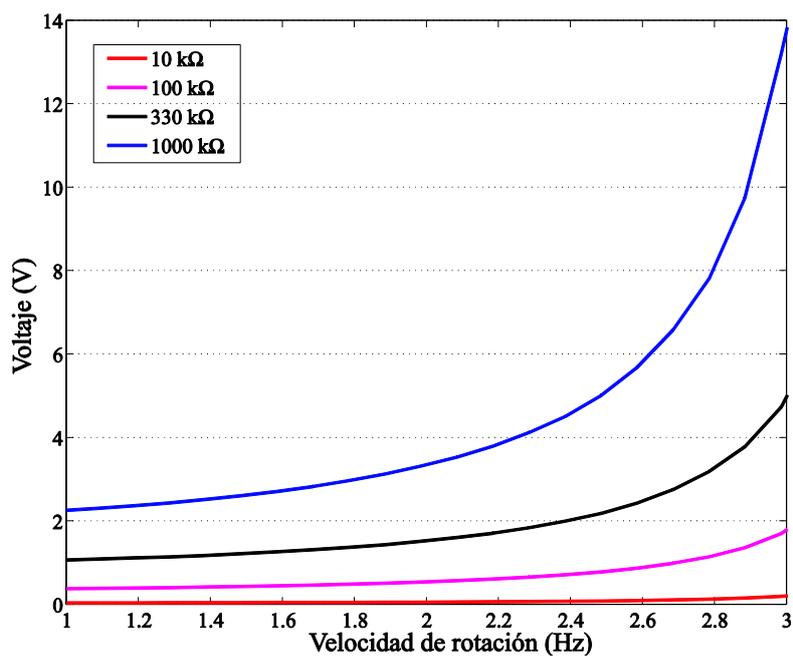


Figura 7.17 – Generación de voltaje del recolector en la posición $R = +0.03$ m.

El voltaje máximo se alcanza en ambos casos para la máxima velocidad de rotación, obteniendo 5 y 14 V para $R = -0.03$ m y $R = +0.03$ m, respectivamente. Como era de esperarse, el incremento en la magnitud del voltaje para $R = +0.03$ m respecto de $R = -0.03$ m se debe a que la estructura del recolector para la posición superior es más flexible en la sección piezoeléctrica que en la posición inferior

(véase la [Figura 7.12](#)), lo que implica una mayor deformación y por lo tanto mayor voltaje ([Erturk and Inman 2011](#)). De este modo, es posible apreciar en estas dos últimas figuras la influencia de la distancia R, la velocidad de rotación y la carga eléctrica sobre la generación de voltaje.

En general, los resultados muestran un comportamiento similar a los presentados en la [Figura 7.10](#) para $R = 0$, donde el voltaje generado aumenta a medida que aumenta la velocidad de rotación y la resistencia eléctrica.

Es importante remarcar que la distancia R juega un rol trascendental en cuanto al desplazamiento en la sección correspondiente al material piezoeléctrico (punto C indicado en la [Figura 7.14b](#)) la cual induce deformaciones que son directamente proporcionales al voltaje generado ([Erturk e Inman 2009](#)). A modo de ejemplo, en la [Figura 7.18](#) se compara el desplazamiento en el punto C del material piezoeléctrico para una condición oscilante de 3 Hz (180 rpm). En dicha figura se observa que el desplazamiento máximo corresponde a la posición superior ($R = +0.03$ m).

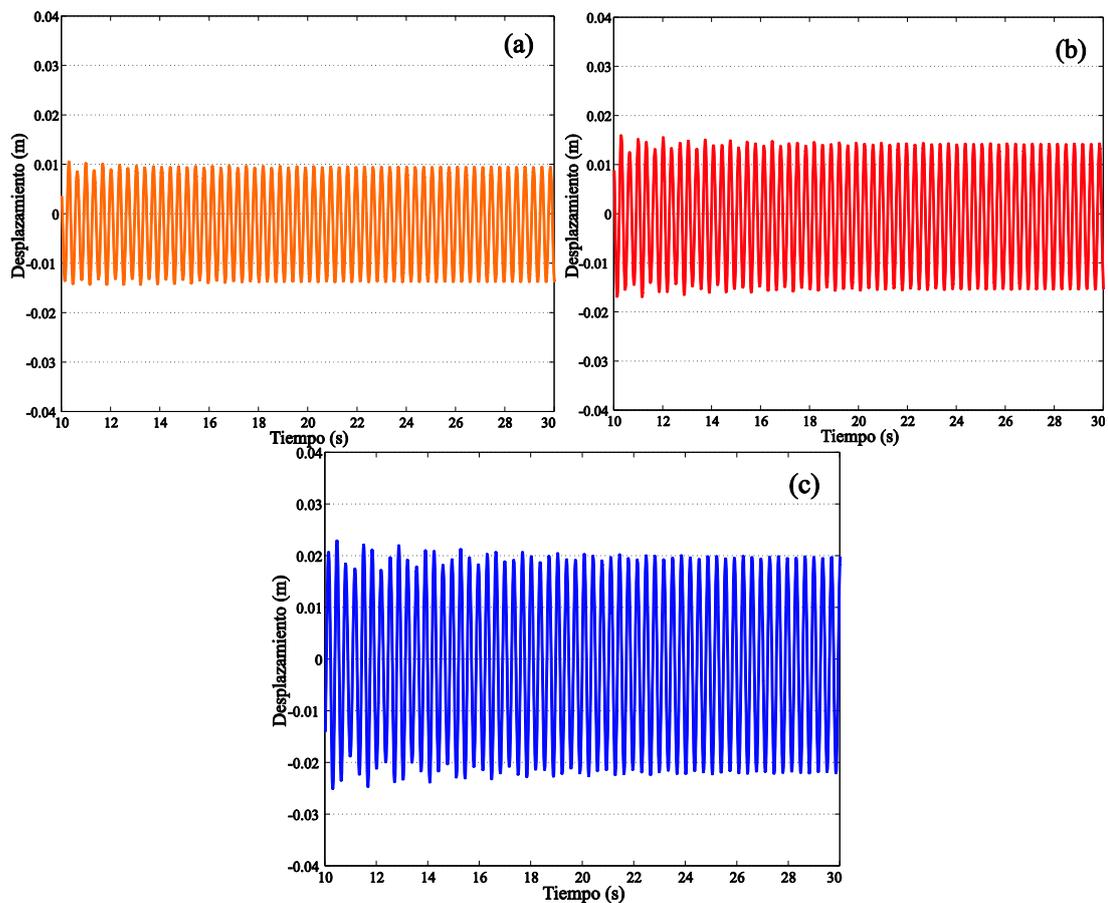


Figura 7.18 –Oscilaciones generadas en el punto C (sección piezoeléctrica) para 3 Hz para cada R. a) $R = -0.03$ m, b) $R = 0$ m y c) $R = +0.03$ m.

Para finalizar, en las Figuras 7.19 y 7.20 se muestra la generación de potencia del dispositivo MBT2M ubicado a $R = \pm 0.03$ m. La simulación se lleva a cabo variando la carga eléctrica desde 10 a 1000 k Ω y la velocidad de rotación desde 0.5 a 3 Hz. En relación al valor máximo de potencia se obtienen aproximadamente 25 μ W para $R = -0.03$ m y 200 μ W para $R = +0.03$ m usando una R_e de 1000 k Ω . Claramente, el valor máximo de potencia se obtiene para $R = +0.03$ y para la máxima velocidad de rotación (180 rpm), donde su valor se incrementa en un 373% comparado con la posición central $R = 0$ (42.25 μ W en la Figura 7.11).

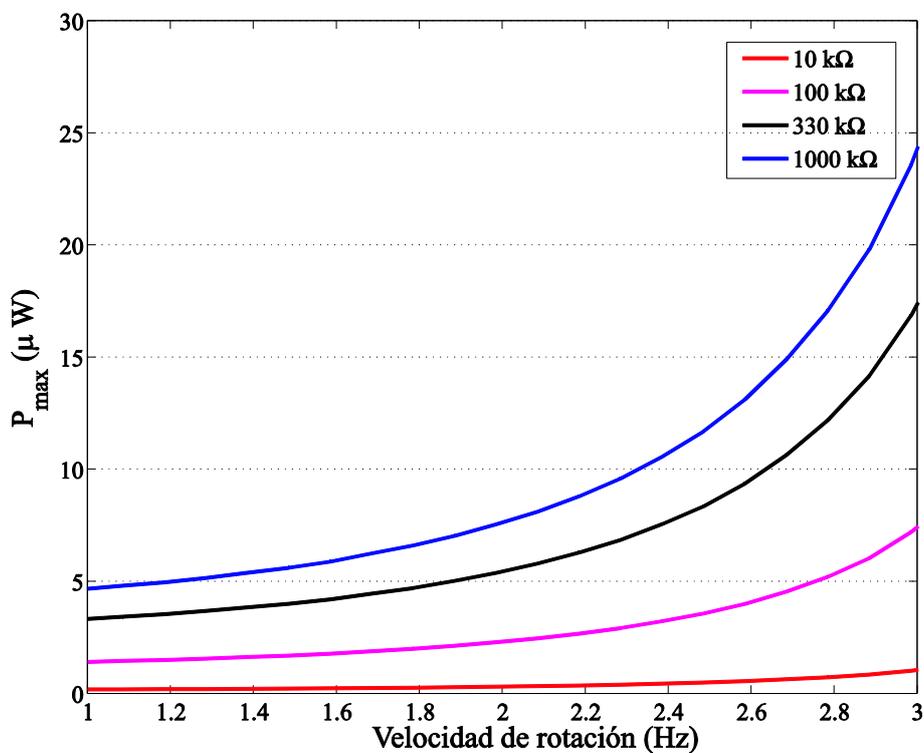


Figura 7.19 –Generación de potencia del recolector en la posición $R = -0.03$ m.

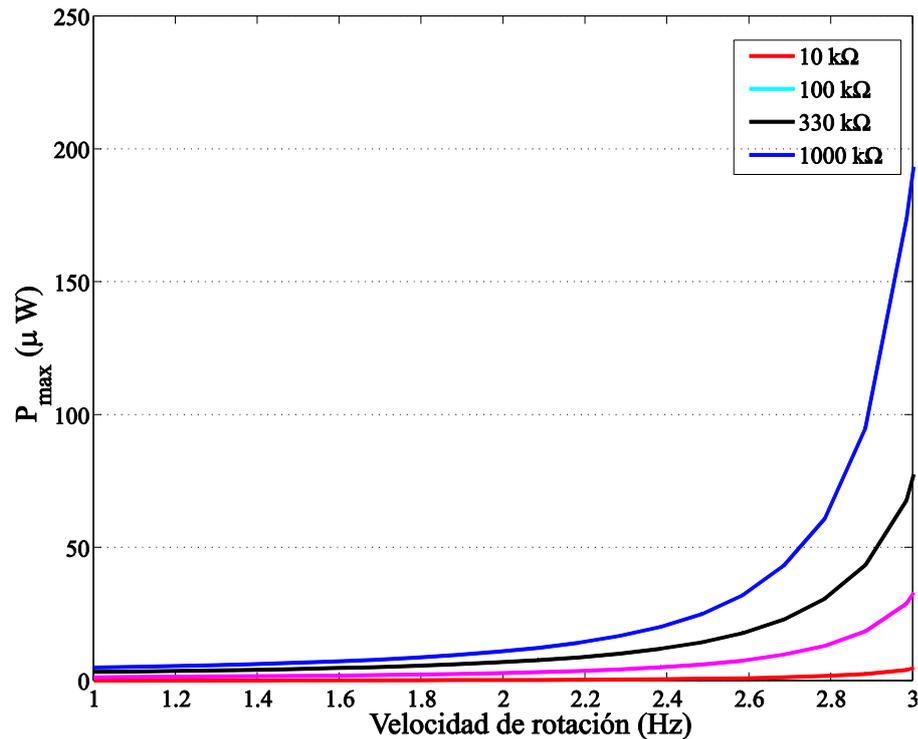


Figura 7.20 –Generación de potencia del recolector en la posición $R = +0.03$ m.

7.2 DISPOSITIVO MBT2ML UNIMORFO

7.2.1 Metodología de Análisis

Con el objetivo de incrementar la generación de energía se propone aumentar el área del material piezoeléctrico mediante la incorporación de una lámina MFC 8507 P2. De esta manera, con el nuevo prototipo recolector denominado MBT2ML, se incrementa la superficie piezoeléctrica en un 35% con respecto al MFC 2814 del modelo anterior. Por lo tanto, se espera que el aumento de la superficie piezoeléctrica efectiva redunde en un incremento del voltaje y potencia eléctrica de salida (Erturk e Inman 2011).

Por esta razón, la incorporación del nuevo material piezoeléctrico involucra el rediseño del recolector, incrementando en 10 mm la longitud de las vigas que componen el tridente superior e inferior del dispositivo MBT2M, tal como se puede apreciar en la Figura 7.21.

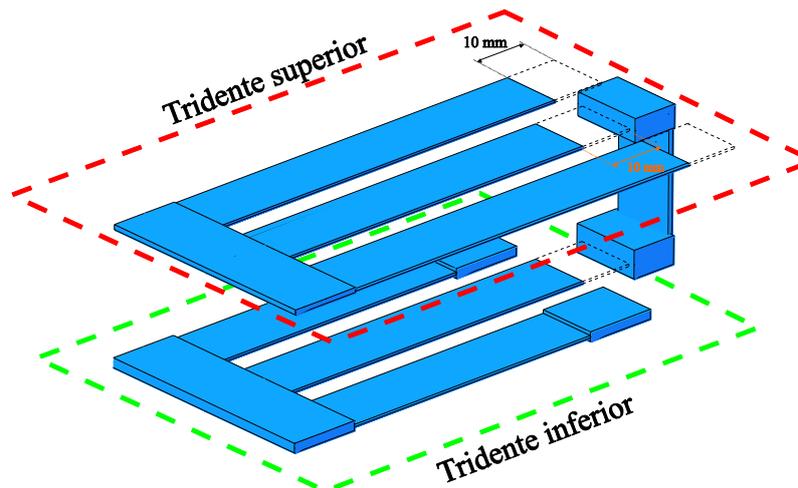


Figura 7.21 –Ilustración esquemática de la modificación estructural del dispositivo MBT2M para convertirlo en MBT2ML.

Para la evaluar la generación de energía del dispositivo propuesto MBT2ML, es necesario mencionar la posibilidad de ubicar la lámina piezoeléctrica MFC 8507 P2 en diferentes lugares. En las [Figuras 7.22 y 7.23](#) se muestra la propuesta de ubicar la lámina piezoeléctrica MFC 8507 P2 en la viga central o en la viga lateral del tridente superior, respectivamente. La comparación surge del interrogante de qué ubicación de la lámina piezoeléctrica será más beneficiosa a la hora de la generación de voltaje, ya que la misma depende de la deformación del piezoeléctrico y entre otras cosas, de la cercanía entre las frecuencias naturales y de excitación. Como se aprecia de los estudios previos realizados, la viga central del tridente superior es la que presenta el mayor estado deformado del primer modo de vibración. Sin embargo, la incorporación de una lámina piezoeléctrica de mayor dimensión, rigidizará dicha viga. Es por tal motivo que se considera como alternativa colocar una lámina piezoeléctrica en la viga lateral del tridente superior. En este último caso, la lámina piezoeléctrica se encontrará cerca de la condición de empotramiento.

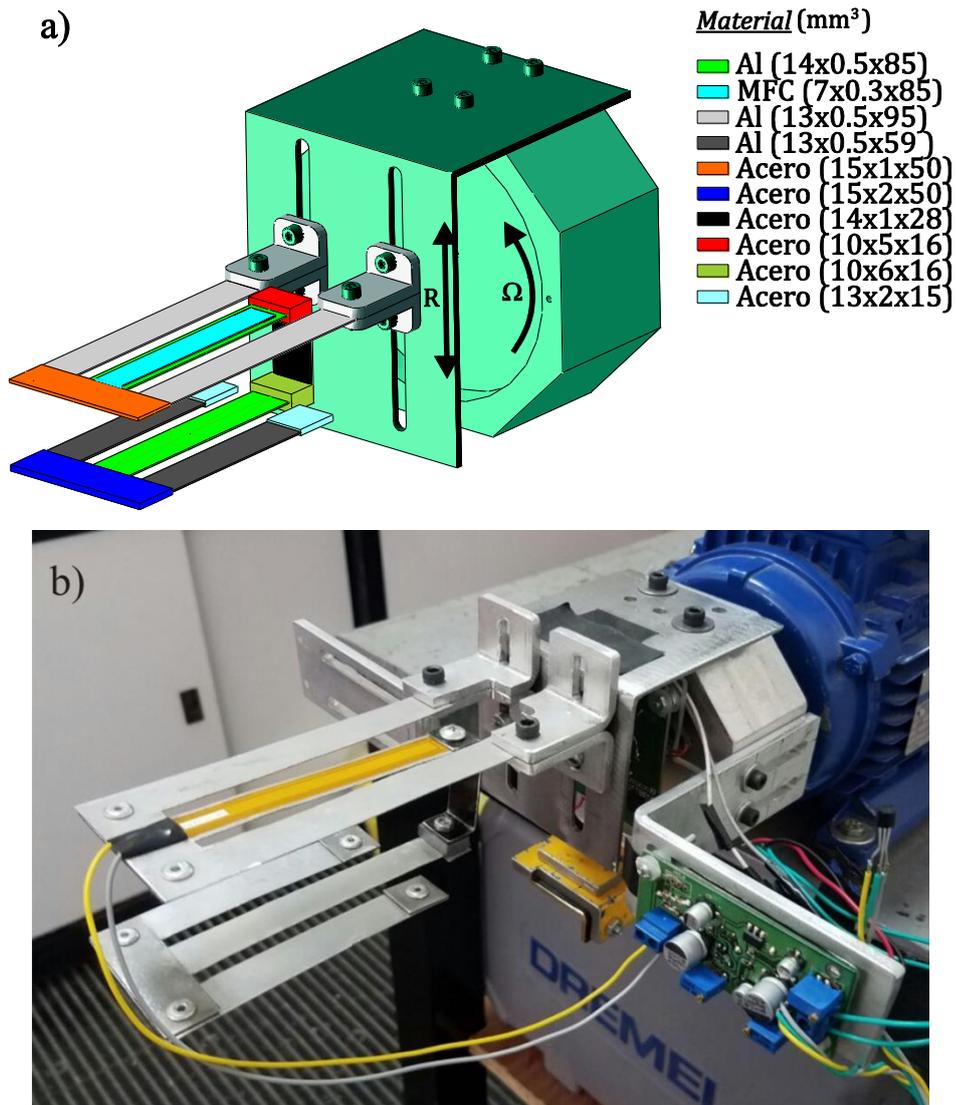


Figura 7.22 -a) Ilustración esquemática del dispositivo MBT2ML con la lámina piezoeléctrica MFC 8507 P2 adherida en la viga central (Configuración "MFC central"). b) Dispositivo MBT2ML montado sobre el plato giratorio.

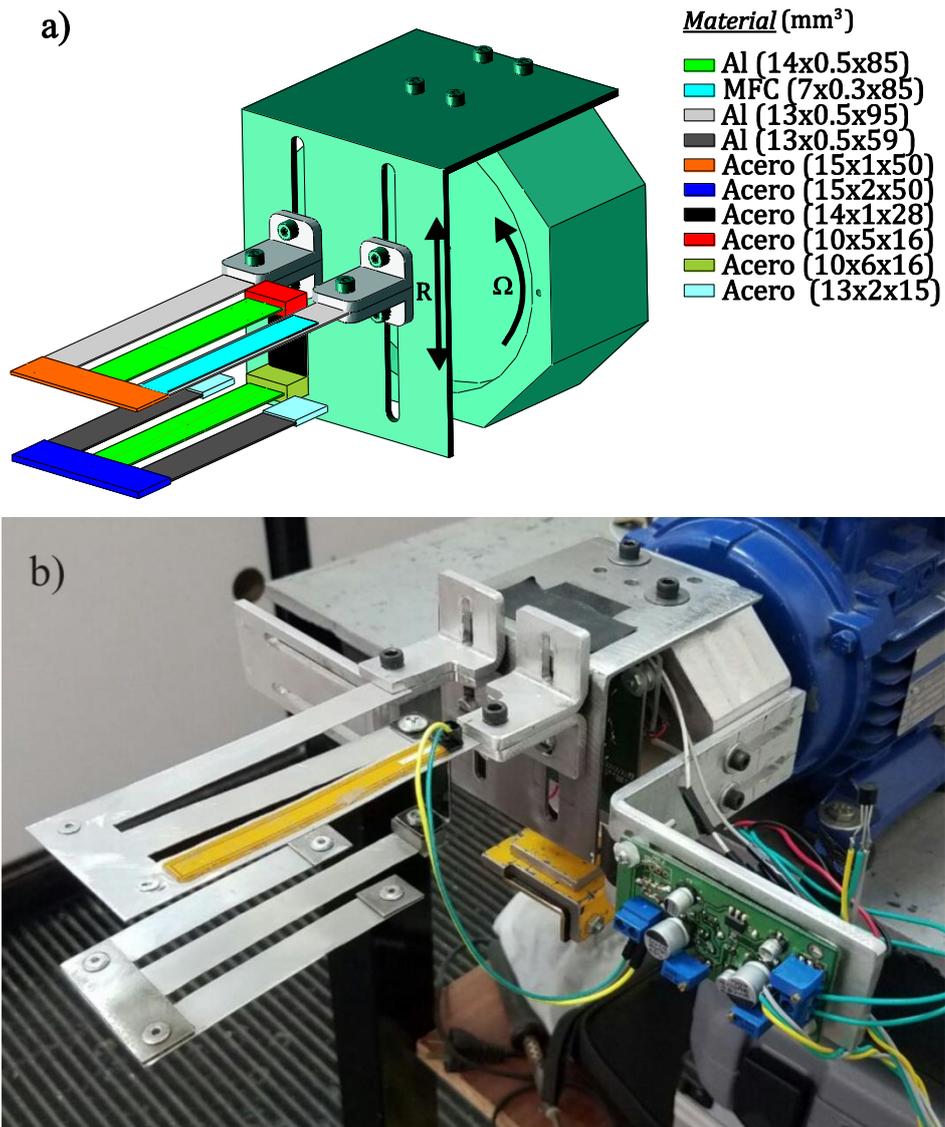


Figura 7.23 – a) Ilustración esquemática del dispositivo MBT2ML con la lámina piezoeléctrica MFC 8507 P2 adherida en la viga lateral (Configuración “MFC lateral”). b) Dispositivo MBT2ML montado sobre el plato giratorio.

En la [Tabla 7.3](#) se especifican las propiedades de los materiales usados en el recolector.

Aluminio		MFC 8507 P2		Acero	
E	67 GPa	E ₁	30.3 GPa	E	210 GPa
Densidad	2700 kg/m ³	Densidad	5440 kg/m ³	Densidad	7850 kg/m ³
		Constante piezoeléctrica d ₃₁	-2.1 E+2 pm/V		
		Capacidad	49.84 nF		

Tabla 7.3 – Propiedades de los materiales usados en el MBT2ML.

La configuración del nuevo prototipo MBT2ML fue cuidadosamente preparada de forma de mantener la misma frecuencia natural sin rotación, siendo de 4.7 Hz para MBT2M y de 4.5 Hz para MBT2ML. De esta manera, ambos modelos pueden ser comparables entre ellos.

Debido a que las dimensiones del recolector fueron modificadas se realizan todos los pasos de análisis dinámico de igual forma que para el modelo anterior MBT2M. El estudio del rendimiento del recolector comienza, como ya se ha realizado en secciones anteriores, por un análisis modal, calculando las frecuencias naturales en función de las velocidades de rotación en el rango de 0.5 a 3 Hz (30 - 180 rpm).

Adicionalmente, se evalúa el desplazamiento del dispositivo generado por el estado de pre-carga (fuerza centrífuga) en función de la velocidad de rotación con la finalidad de: (i) corroborar los resultados obtenidos a partir la formulación de EF con Abaqus, (ii) evaluar la influencia de la fuerza centrífuga para cada posición del recolector respecto al eje de rotación (superior, central e inferior).

Por otro lado, se validan experimentalmente las respuestas temporales de voltaje obtenidas a partir del enfoque numérico del [Capítulo 3](#) para diferentes posiciones del recolector, $R = 0$ m y $R = \pm 0.03$ m, mientras gira a velocidad que varía de 1 a 3 Hz (60 - 180 rpm).

En este sentido, se pretende evaluar de forma cualitativa y cuantitativa la generación de voltaje para ambas configuraciones ([Figura 7.22 y 7.23](#)) y establecer la mejor alternativa con la finalidad de incorporar posteriormente dos láminas piezoeléctricas MFC 8507 P2 (configuración 'bimorfo') y su respectiva conexión eléctrica (serie y paralelo).

7.2.2 Formal Modal y Frecuencia Natural

En la [Figura 7.24](#), se puede apreciar la forma modal, para ambos casos de ubicación del piezoeléctrico y con $R = 0$ (normalizada respecto al desplazamiento máximo del recolector), del primer modo de vibración obtenida a partir de la formulación de EF.

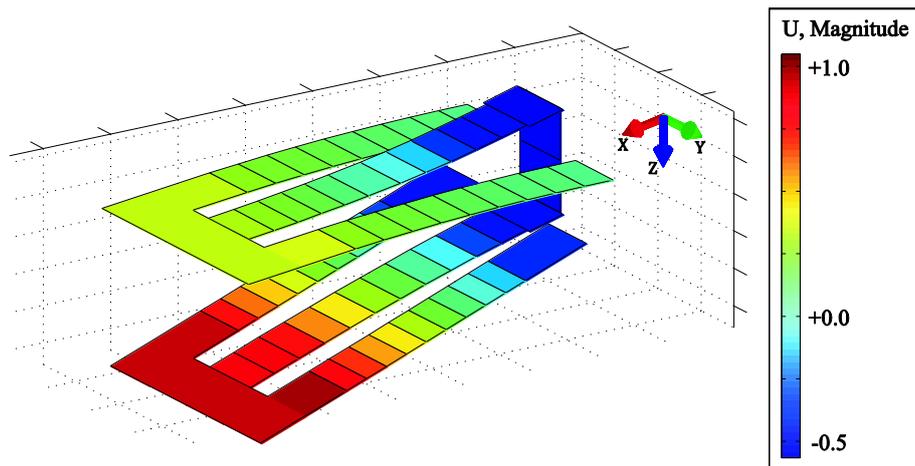


Figura 7.24 –Forma modal normalizada del primer modo de vibración del MBT2ML.

A partir de la figura anterior, se observa que la forma modal del dispositivo MBT2ML no tiene cambios con respecto al modelo anterior MBT2M (Figura 7.3).

Para analizar la influencia de la ubicación de las láminas piezoeléctricas MFC 8507 P2 sobre el comportamiento dinámico del dispositivo MBT2ML, en la Figura 7.25 se muestra la frecuencia natural en función de la velocidad de rotación y la distancia R para cada configuración del piezoeléctrico (MFC “central” y “lateral”).

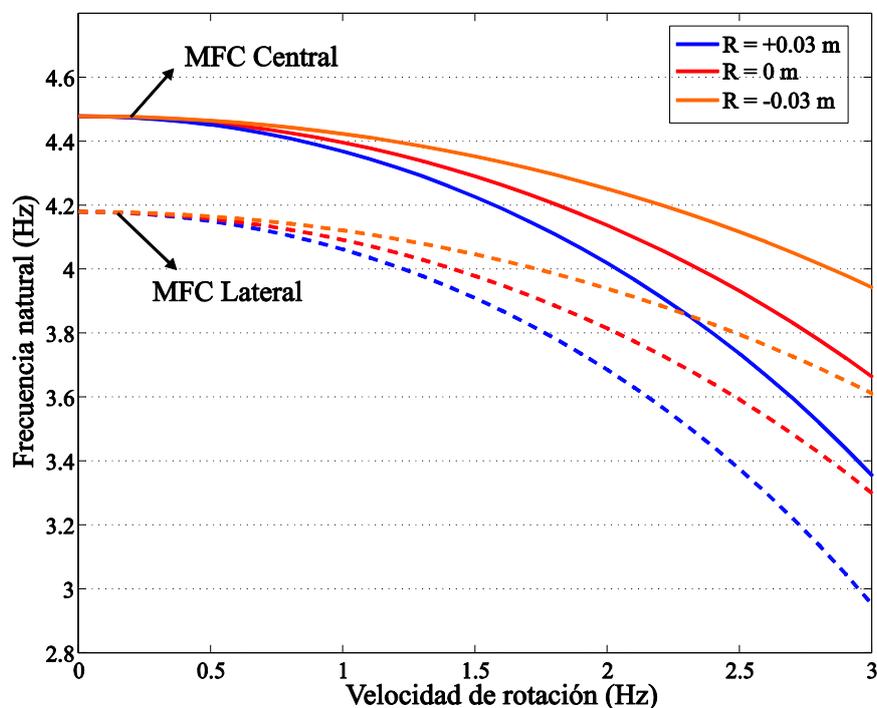


Figura 7.25 –Frecuencia natural en función de la velocidad de rotación y la distancia R para la configuración MFC central (línea continua) y MFC lateral (línea punteada).

A partir de la figura anterior, se puede apreciar que la frecuencia natural del recolector, es de 4.48 Hz y 4.18 Hz a velocidad de rotación nula ($\Omega = 0$ Hz), para la configuración “MFC central” y “lateral”, respectivamente. Por lo tanto, cuando la lámina piezoeléctrica es adherida a la viga lateral del tridente superior, la estructura del dispositivo exhibe un comportamiento más flexible que en la configuración “MFC central”. Esta flexibilidad puede entenderse a partir de la configuración deformada correspondiente al primer modo, donde la misma presenta una forma flexional pura en la viga central. Por lo tanto, en la configuración “MFC central”, la incorporación de la lámina piezoeléctrica influye de una manera más significativa sobre la rigidez de la estructura, por lo que es menos flexible en comparación con la configuración “MFC lateral”.

Por otro lado, también se observa que el ablandamiento de la estructura a medida que la velocidad de rotación aumenta, es el mismo que en los casos anteriores, siendo la posición $R = +0.03$ el más flexible.

7.2.3 Estado de Pre-Carga por Fuerza Centrífuga

A partir de la modificación estructural necesaria para incorporar la lámina piezoeléctrica MFC 8507 P2, en esta sección se evalúa la influencia de la posición del dispositivo MBT2ML (inferior, central y superior) sobre los desplazamientos generados por el estado de pre-carga (fuerza centrífuga). Los resultados obtenidos a partir de la formulación de EF son comparados con un modelo Shell construido en Abaqus.

En la [Figura 7.26](#) se ilustran las amplitudes de desplazamiento generados por los estados de pre-carga en los nodos previamente seleccionados. El dispositivo es evaluado en las posiciones $R = 0$ m y $R = \pm 0.03$ m mientras gira en un rango de 0 a 3 Hz (0 – 180 rpm).

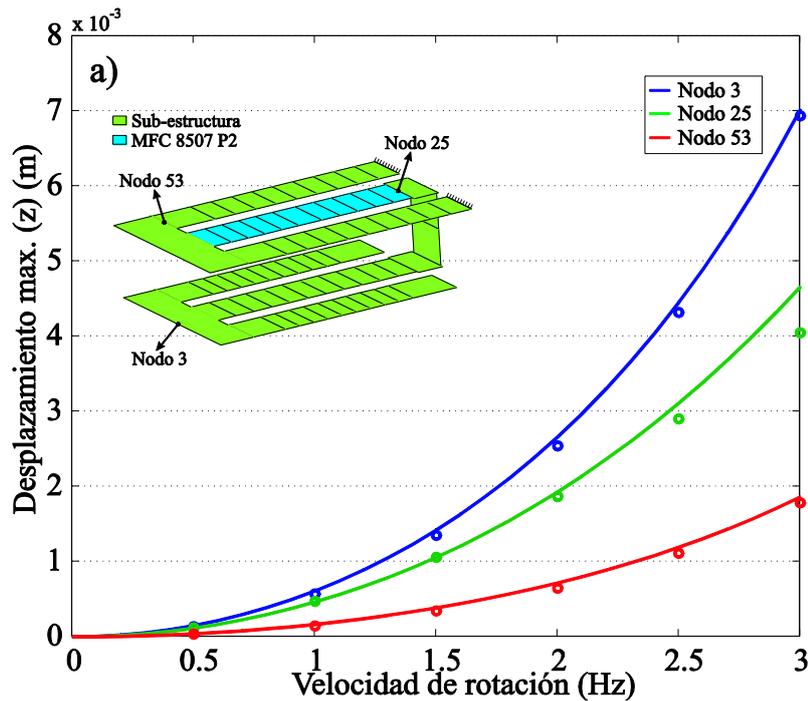


Figura 7.26 –Desplazamientos generados por fuerza centrífuga de 0.5 a 3 Hz para $R = 0$ m y $R = \pm 0.03$ m. Formulación de EF propuesta (Línea continua) y Abaqus (Círculos).

En base a los resultados de las figuras anteriores se puede demostrar, en primer lugar, una buena concordancia entre los resultados obtenidos. En segundo lugar, se demuestra un comportamiento similar al observado en el dispositivo MBT2M (Figura 7.14b), donde el máximo desplazamiento corresponde a la ubicación del recolector a una distancia $R = -0.03$ m.

7.2.4 Generación de Voltaje

El propósito de esta sección es mostrar los resultados obtenidos acerca del análisis de la influencia de la posición del recolector ($R = 0$ m y $R = \pm 0.03$ m), la velocidad de rotación y la ubicación de la lámina piezoeléctrica MFC 8507 P2 ('MFC central' o 'MFC lateral', Figura 7.22 y 7.23) sobre la generación de voltaje del dispositivo MBT2ML. Para tal fin, el dispositivo MBT2ML es excitado mediante una velocidad angular en un rango de 1 a 3 Hz (60 – 180 rpm) y se obtiene el voltaje de salida para una carga eléctrica de 1000 k Ω . Luego, los resultados obtenidos a partir de las simulaciones son comparados con los experimentos.

En las Figuras 7.27 y 7.28 se puede apreciar la generación de voltaje para diferentes velocidades de rotación y posiciones (R) en la configuración “MFC lateral” y “Central”. Es importante mencionar que para todas las simulaciones, los coeficientes de amortiguamiento modal fueron obtenidos a partir de modelos proporcionales con coeficientes variables (Bathe 1996).

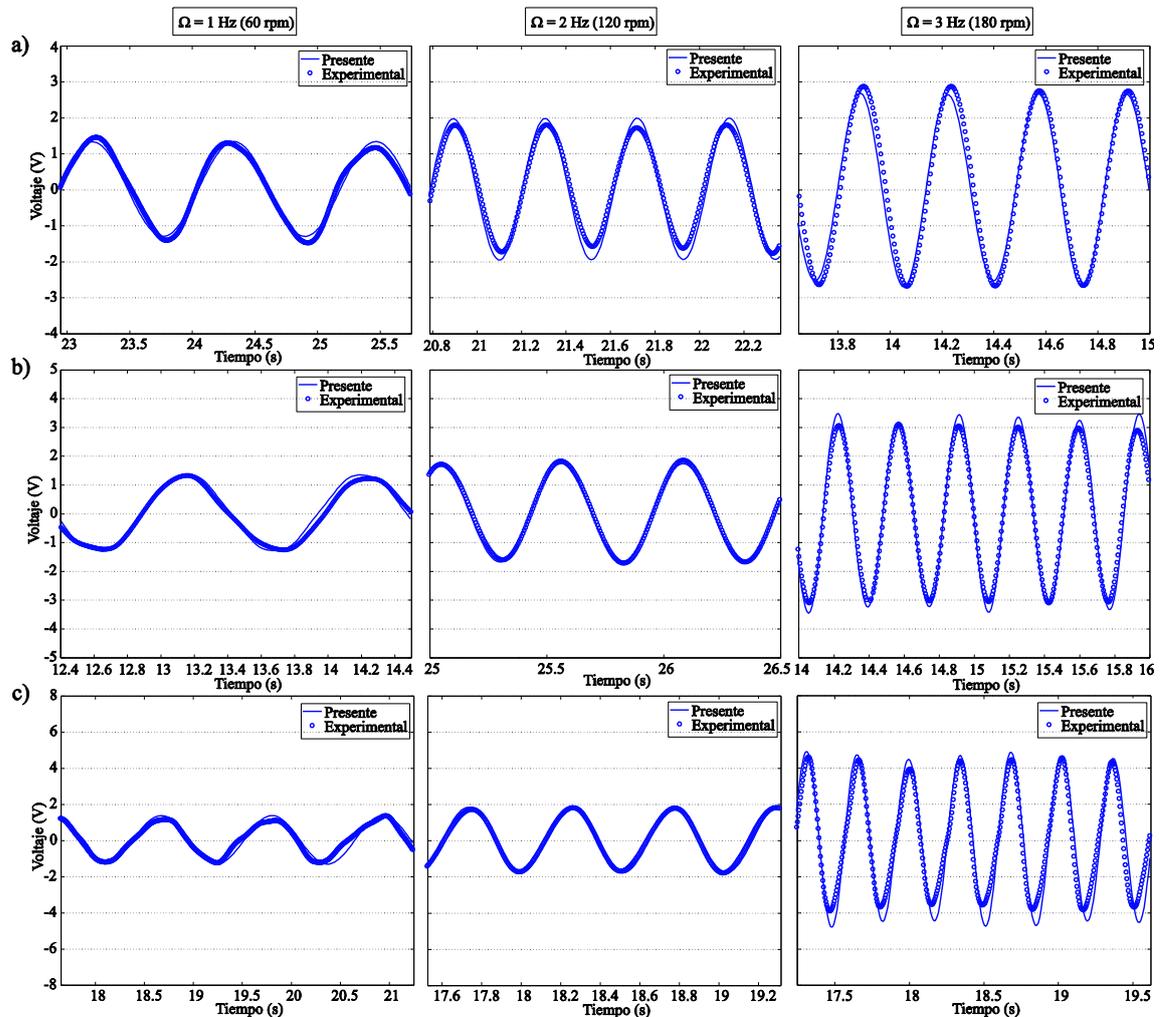


Figura 7.27 – Generación de voltaje en función del tiempo del dispositivo MBT2ML usando $1000\text{ k}\Omega$. Configuración “MFC lateral”. a) $R = -0.03\text{ m}$, b) $R = 0\text{ m}$ y c) $R = +0.03\text{ m}$.

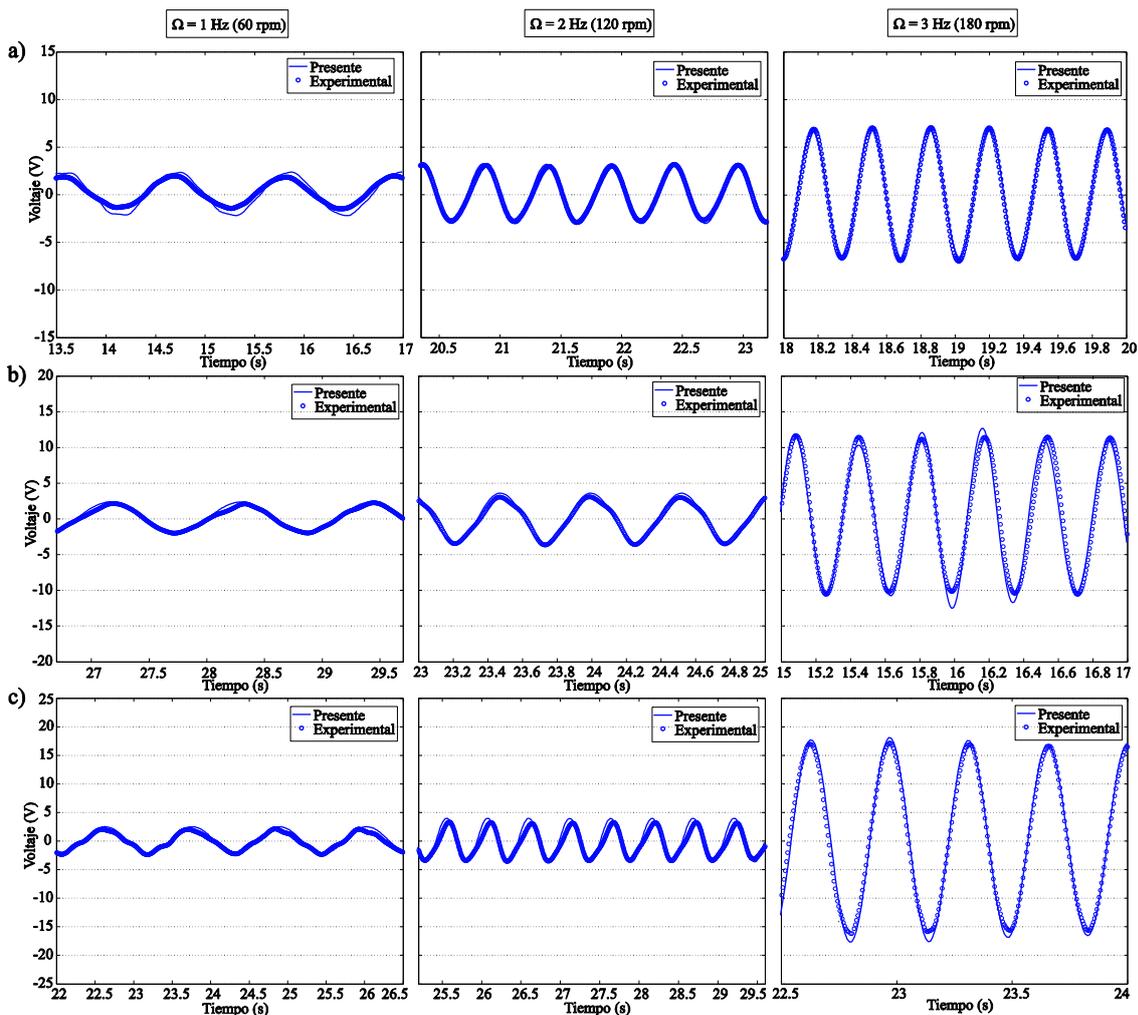


Figura 7.28 – Generación de voltaje en función del tiempo del dispositivo MBT2ML usando 1000 kΩ Configuración “MFC central”. a) $\Omega = 1$ Hz, b) 2 Hz y c) 3 Hz.

A partir de las figuras anteriores, se puede apreciar que el enfoque numérico predice con buen acuerdo la amplitud y la forma de onda temporal del voltaje obtenido de los experimentos. Para mayor comodidad en la lectura de los resultados, la [Tabla 7.4](#) muestra un resumen de los resultados observados a partir de las [Figuras 7.27-7.28](#).

Ω (Hz)	MFC 8507 P2 - Lateral			MFC 8507 P2 - Central		
	R = -0.03 m	R = 0 m	R = +0.03 m	R = -0.03 m	R = 0 m	R = +0.03 m
	Amplitud de voltaje (V)			Amplitud de voltaje (V)		
1.0	1.25	1.33	1.34	1.89	2.24	2.35
1.5	1.62	1.49	1.60	2.19	2.58	2.74
2.0	1.96	1.79	1.81	2.92	3.54	3.81
3.0	2.62	3.41	4.52	6.93	11.43	18.94

Tabla 7.4 – Generación de voltaje para las configuraciones “MFC lateral y central” en función de la velocidad de rotación y R.

El análisis de los voltajes obtenidos arrojan las siguientes conclusiones:

- (i) La máxima deformación originada por el primer modo de vibración del dispositivo se observa en la viga central del tridente superior.
- (ii) De acuerdo a la forma modal apreciada en la [Figura 7.24](#), el dispositivo MBT2ML resulta más flexible en la configuración “MFC lateral” que en la “MFC central”. Esto puede deberse a que la rigidez adicional originada por la lámina piezoeléctrica en la configuración “MFC lateral” es aportada a la viga lateral y no en la viga central del tridente superior.
- (iii) La generación de voltaje es mayor cuando la lámina piezoeléctrica está adherida a la viga central del tridente, es decir la configuración “MFC central”. Esto se debe a que la deformación de la viga central es mayor que la de la viga lateral del tridente superior. Por lo tanto, la deformación de la sección piezoeléctrica es más significativa en cuanto a la generación de voltaje que la reducción de la frecuencia natural del recolector.
- (iv) La generación de voltaje mejora significativamente cuando el dispositivo MBT2ML está ubicado a +0.03 m medido desde el eje de rotación.

En base a los resultados obtenidos, se determina el voltaje y la potencia generada por el modelo “MFC central” del prototipo MBT2ML ubicado en la posición superior $R = +0.03$ m. En las [Figuras 7.29 y 7.30](#) se muestra la generación de voltaje y potencia en función de la carga eléctrica del dispositivo para diferentes velocidades de rotación.

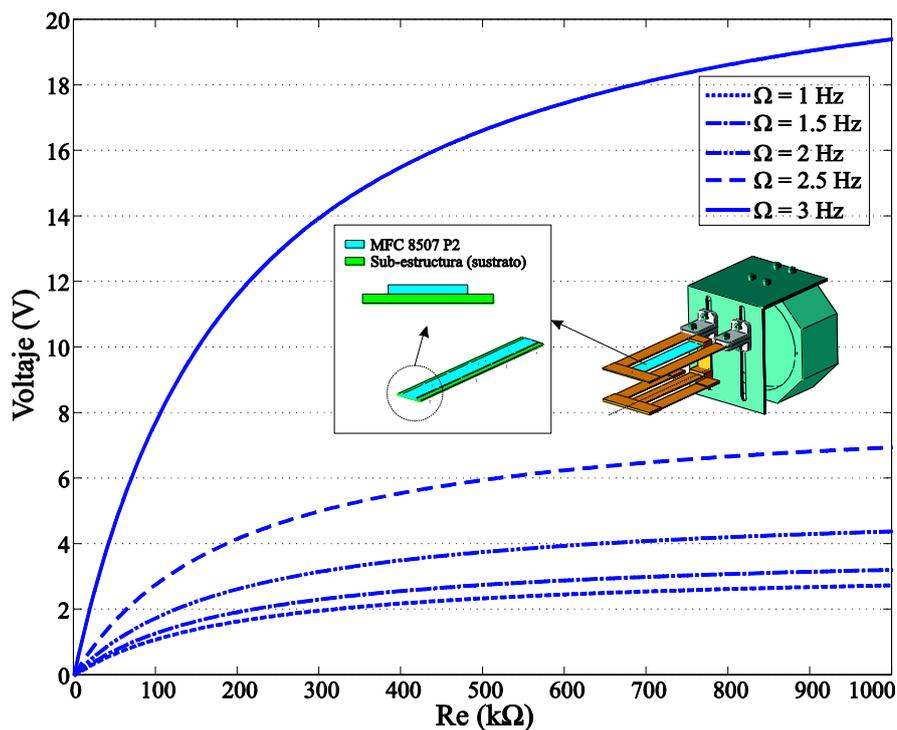


Figura 7.29 – Generación de voltaje en función la carga eléctrica y la velocidad de rotación – $R = +0.03 \text{ m}$.

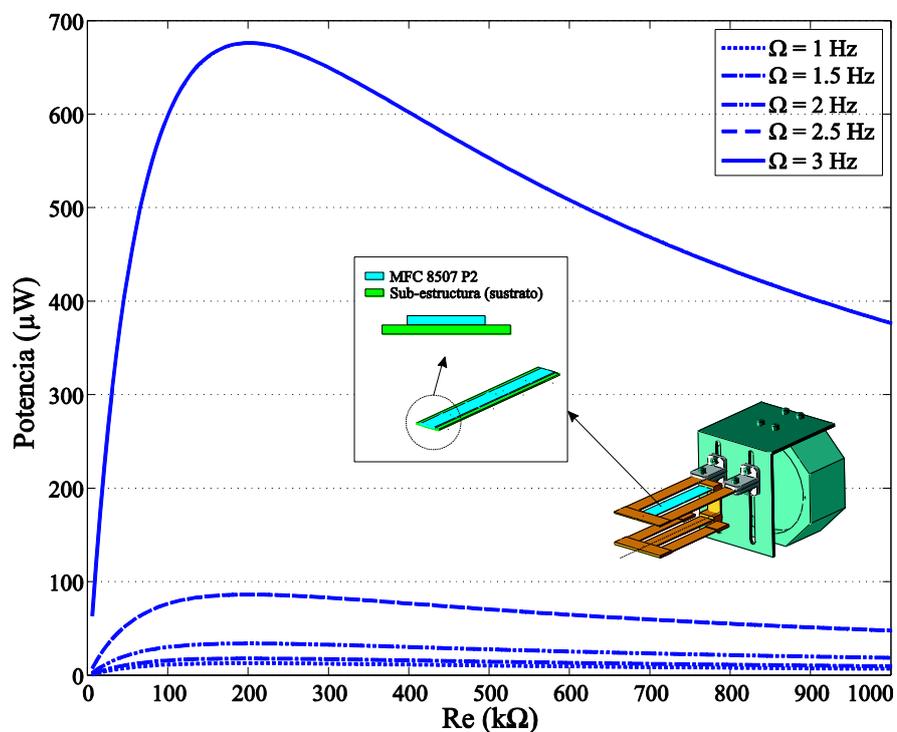


Figura 7.30 – Generación de potencia en función la carga eléctrica y la velocidad de rotación – $R = +0.03 \text{ m}$.

A partir de las figuras anteriores, se puede apreciar que el valor máximo de potencia obtenida es aproximadamente $700 \mu\text{W}$ para una resistencia eléctrica de $200 \text{ k}\Omega$ y una velocidad de giro de 3 Hz (180 rpm). El valor máximo de voltaje para la carga de $1000 \text{ k}\Omega$ es de aproximadamente 19 V para la máxima velocidad (Figura 7.29). Realizando una comparación con el modelo anterior MBT2M, los valores de voltaje y potencia máxima registrados para la misma carga eléctrica eran de 14 V y $42 \mu\text{W}$. En el caso de tener una carga de $1000 \text{ k}\Omega$ se observa un incremento sustancial de la potencia generada de casi el doble, siendo de $196 \mu\text{W}$ para MBT2M y de $361 \mu\text{W}$ para MBT2ML.

7.3 DISPOSITIVO MBT2ML BIMORFO

7.3.1 Metodología de Análisis

En la sección anterior se estableció que la generación de voltaje es mayor cuando el dispositivo recolector de energía MBT2ML está ubicado a $R = +0.03 \text{ m}$ y el MFC 8507 P2 está adherido a la viga central del tridente ('MFC central').

Ahora bien, con el objetivo de incrementar aún más la potencia recolectada por el dispositivo, en esta sección se estudia la posibilidad de incorporar otra lamina MFC 8507 P2 sobre la parte inferior en la viga central del tridente superior. Es de esperar que la respuesta dinámica del prototipo se modifique debido a la rigidez aportada por el material piezoeléctrico adicional, sin embargo, lo que se espera incrementar es la generación de voltaje. Con la finalidad de realizar una comparación objetiva en relación a los resultados de la sección anterior, las simulaciones y los ensayos experimentales se realizarán con una carga eléctrica de $1000 \text{ k}\Omega$.

Por simplicidad, se define "configuración unimorfo", cuando el sustrato tiene una lámina de MFC (modelo original *MBT2ML*) y "configuración bimorfo", cuando el sustrato tiene dos láminas de MFC.

7.3.2 Formal Modal y Frecuencia Natural

La forma modal del dispositivo MBT2ML en la configuración unimorfo y bimorfo es similar a la observada en la [Figura 7.24](#), es por tal motivo que no es ilustrada en este caso. Sin embargo, como era de esperarse, el valor de la frecuencia natural sin rotación ($\Omega = 0$ Hz) es mayor en la configuración “bimorfo” que “unimorfo”, tal como se puede apreciar en la [Figura 7.31](#).

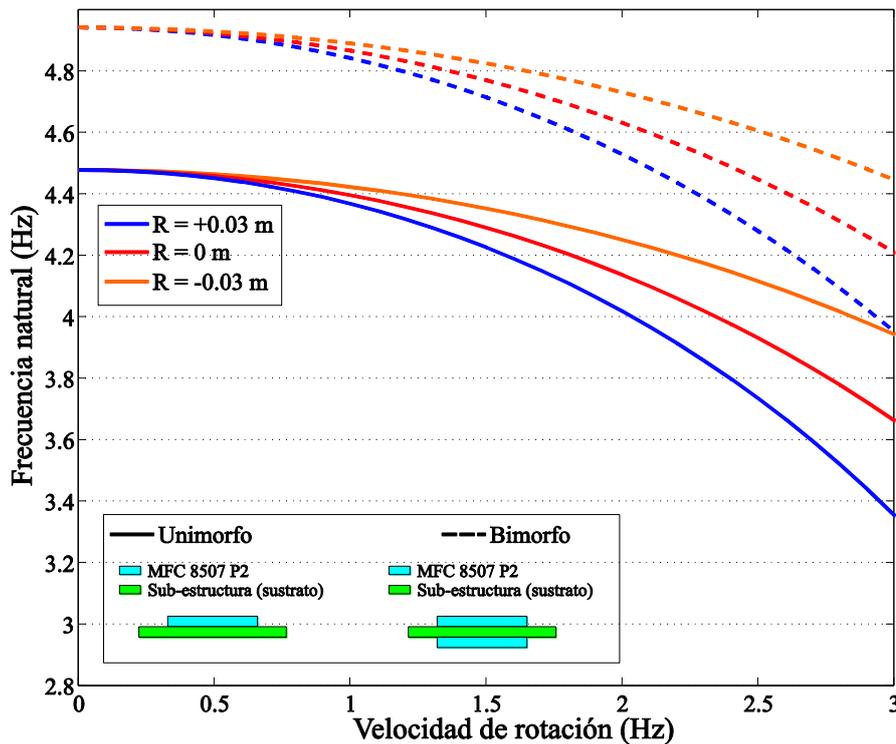


Figura 7.31 – Frecuencia natural en función de la velocidad de rotación y la distancia R para las configuraciones unimorfo (línea continua) y bimorfo (línea punteada) obtenida a partir de la presente formulación de EF.

A partir del análisis de la figura anterior se observa que aún persiste el comportamiento de ablandamiento de la estructural a medida que la velocidad de rotación es incrementada y se acentúa este efecto para la posición $R = +0.03$ m. Los valores de frecuencias son mayores cuando el sustrato de aluminio de la viga central posee dos láminas de material piezoeléctrico; esto se debe a la rigidez adicional aportada por la segunda lámina de MFC. Por lo tanto, el valor de frecuencia natural de la configuración “bimorfo” aumenta aproximadamente un 18 % en relación a la configuración “unimorfo”, para $R = +0.03$ m y $\Omega = 3$ Hz (180

rpm). Por otro lado, el ablandamiento disminuye para el caso bimorfo (19%) en comparación con el unimorfo (25%), para $R = +0.03$ m.

7.3.3 Generación de Voltaje

En esta sección se pretende evaluar la influencia de la rigidez que aporta la segunda lámina piezoeléctrica adherida al sustrato de aluminio sobre la generación de voltaje. Para tal fin, la medición de voltaje con dos láminas piezoeléctricas se realiza en forma separada; es decir, el voltaje es medido a partir del MFC 8507 P2 superior o inferior con una carga eléctrica de $1000\text{ k}\Omega$, mientras el dispositivo gira a 3 Hz (180 rpm).

Solo a modo de comparación se presenta en las Figuras 7.32 y 7.33 la respuesta temporal de voltaje para la configuración “unimorfo” y “bimorfo”, respectivamente. En la Figura 7.33 el voltaje registrado corresponde a la lámina superior únicamente.

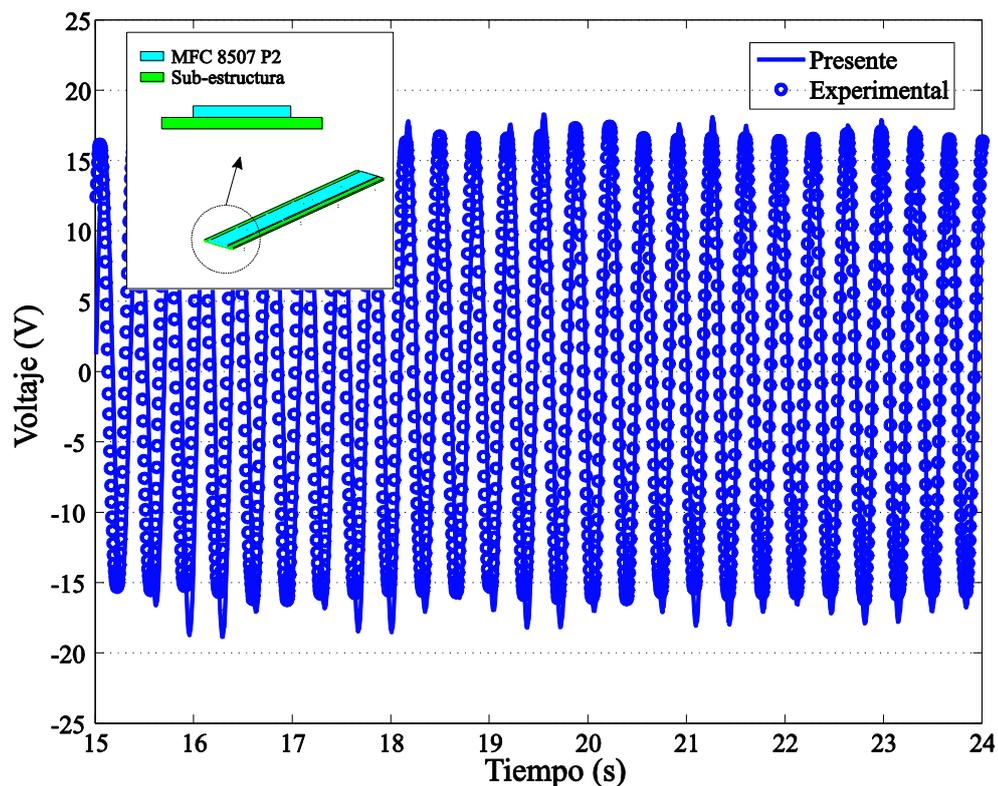


Figura 7.32 – Generación de voltaje en la configuración ‘unimorfo’ (una lámina piezoeléctrica).

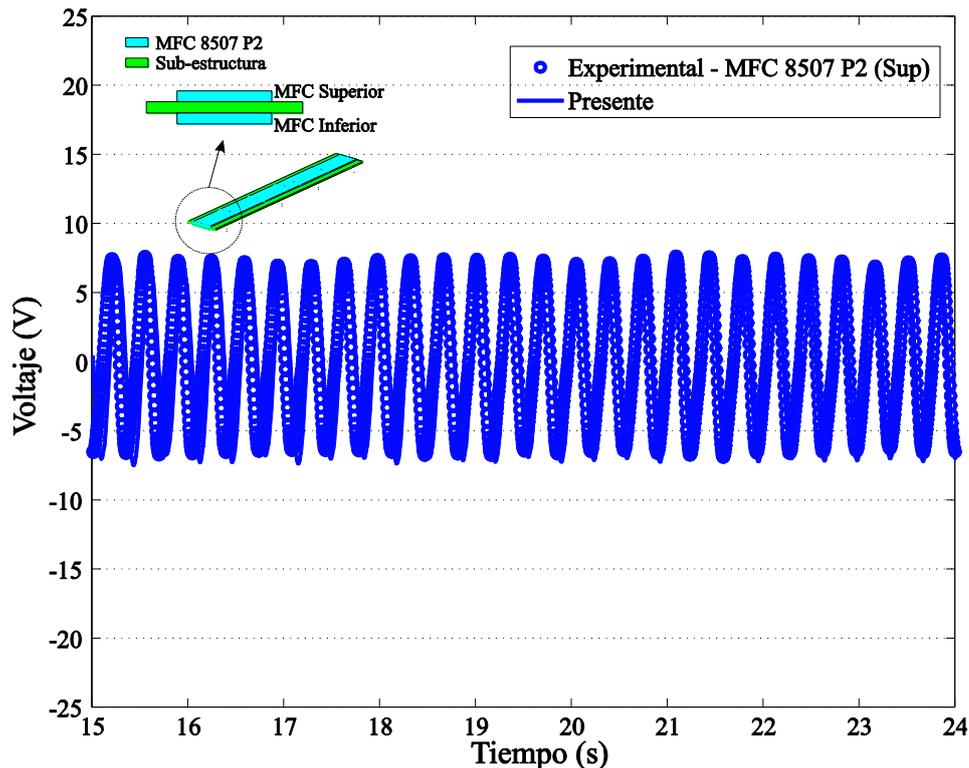


Figura 7.33 – Generación de voltaje en la configuración ‘bimorfo’ (dos láminas piezoeléctricas) medido en la lámina MFC superior.

En primer lugar, se puede apreciar la buena concordancia de los resultados obtenidos a partir de la formulación de EF y los ensayos experimentales.

En segundo lugar, a partir de los resultados obtenidos, el voltaje de salida correspondiente a la configuración “bimorfo”, disminuye significativamente a 7 V en comparación con la configuración “unimorfo”, que entrega un voltaje de 18 V. Por lo tanto, al aumentar la rigidez del sustrato (viga central del tridente superior) disminuye considerablemente la generación de voltaje.

Previo a la conexión eléctrica de ambas láminas en la configuración “bimorfo”, se muestra en la [Figura 7.34](#) la medición de voltaje de cada lámina en forma separada de forma de verificar la igualdad de ambas generaciones.

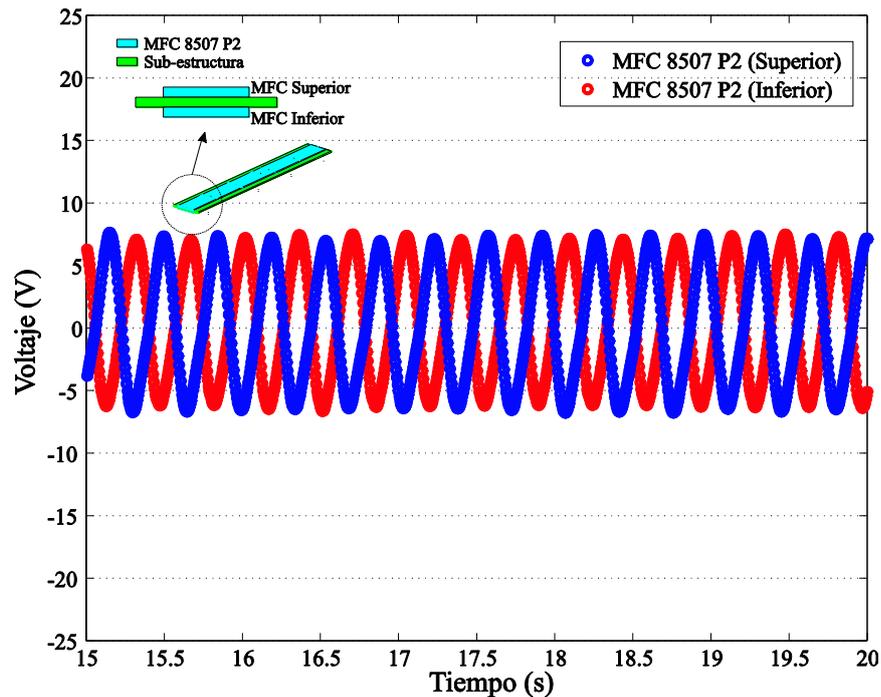


Figura 7.34 – Generación de voltaje en la configuración “bimorfo” medido en forma separada (lámina superior e inferior de MFC).

A partir de la figura anterior, se puede apreciar que la generación de voltaje para cada lámina piezoeléctrica medida en forma separada tiene la misma magnitud de voltaje, alcanzando los 7 V. Sin embargo, como era de esperarse, las formas de onda están desfasadas 180° debido a que las láminas de MFC superior e inferior se encuentran en tensión y compresión alternativamente.

7.3.3.1 Conexión en Serie y Paralelo

Como se ha mencionado anteriormente, la incorporación de dos láminas piezoeléctricas en la configuración de ‘MFC central’, disminuye considerablemente el voltaje de salida debido al aporte de mayor rigidez a la estructura, lo cual provoca un aumento de su frecuencia natural, alejándose de la frecuencia de rotación. Naturalmente, esto ocurre si la generación de cada MFC es medida en forma separada. Por lo tanto, en esta sección se estudia la generación de energía de ambas láminas piezoeléctricas montadas en el sustrato del dispositivo conectadas eléctricamente en serie y en paralelo.

En la Figura 7.35, se muestra la respuesta temporal de voltaje del dispositivo girando a 3 Hz (180 rpm), con dos láminas piezoeléctricas MFC 8507 P2

conectadas eléctricamente en paralelo. Es útil recordar que en una conexión en paralelo los voltajes generados de ambas placas son los mismos.

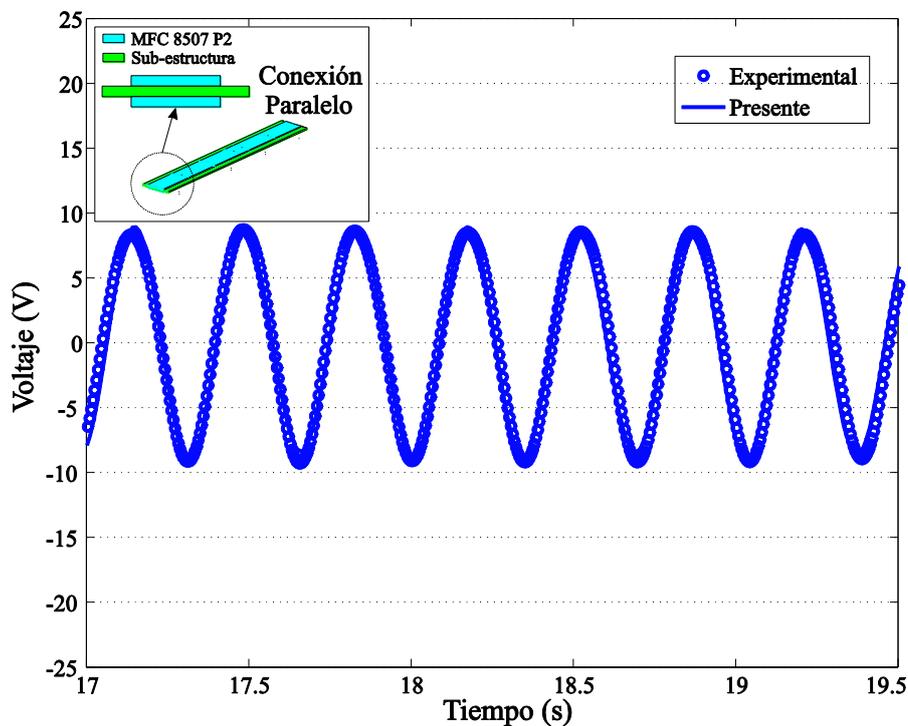


Figura 7.35 – Respuesta temporal de voltaje obtenida con la formulación de EF (Línea continua) y experimental (Círculo). Carga eléctrica de $1000\text{ k}\Omega$ – $\Omega = 3\text{ Hz}$ – Conexión en paralelo.

A partir de los resultados mostrados en la figura anterior, por un lado se puede apreciar la buena correlación entre los resultados obtenidos con el enfoque numérico y experimental. Por otro lado, se observa que el voltaje de salida obtenido es de 8 V, cuando las dos láminas piezoeléctricas están conectadas en paralelo. Lo que representa un incremento de 1 V con respecto al voltaje medido en forma separada en la configuración “bimorfo”, y una disminución de 10 V en relación a la configuración “unimorfo”.

En la [Figura 7.36](#), se muestra la respuesta temporal de voltaje del dispositivo girando a 3 Hz (180 rpm), con dos láminas piezoeléctricas MFC 8507 P2 conectadas eléctricamente en serie. Se recuerda que en una configuración en serie los voltajes generados por ambas placas se suman.

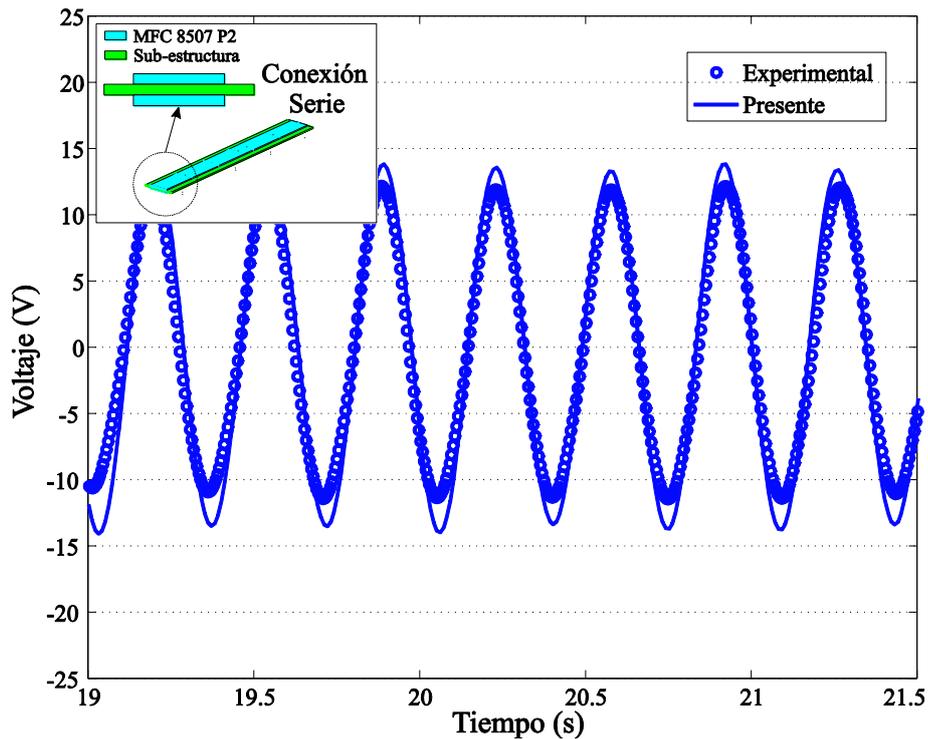


Figura 7.36 – Respuesta temporal de voltaje obtenida con la formulación de EF (Línea continua) y experimental (Círculo). Carga eléctrica de $1000 \text{ k}\Omega$ – $\Omega = 3 \text{ Hz}$ – Conexión en serie.

En este caso, se observa que el voltaje de salida obtenido es de 14 V, cuando las dos láminas piezoeléctricas están conectadas en serie. Lo que representa el voltaje esperado dado que resulta de la suma de los voltajes de la configuración bimorfo al conectar una sola de las láminas de MFC (7 V). Además, este valor representa un decremento de 4 V en relación a la configuración “unimorfo”.

En las Figuras 7.37 y 7.38 se puede apreciar la generación de voltaje en función de la carga eléctrica para ambas conexiones eléctricas (serie y paralelo) cuando el dispositivo MBT2ML gira a velocidad constante de 3 Hz (180 rpm). La simulación se realiza mediante la formulación de EF desarrollada en el Capítulo 3.

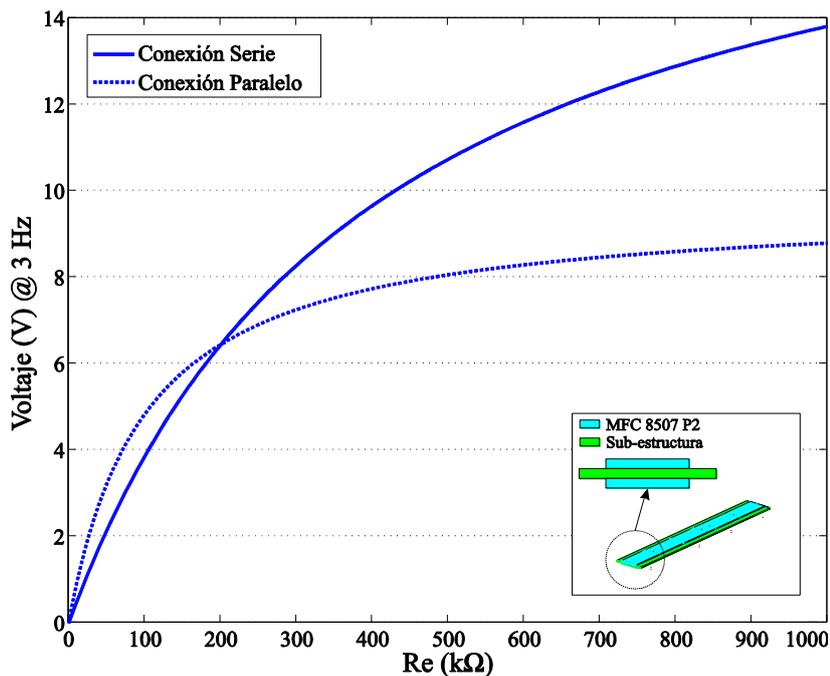


Figura 7.37 – Generación de voltaje en función la carga eléctrica. $\Omega = 3 \text{ Hz}$ (180 rpm) - Conexión eléctrica en serie (Línea continua) y conexión eléctrica en paralelo (Línea discontinua).

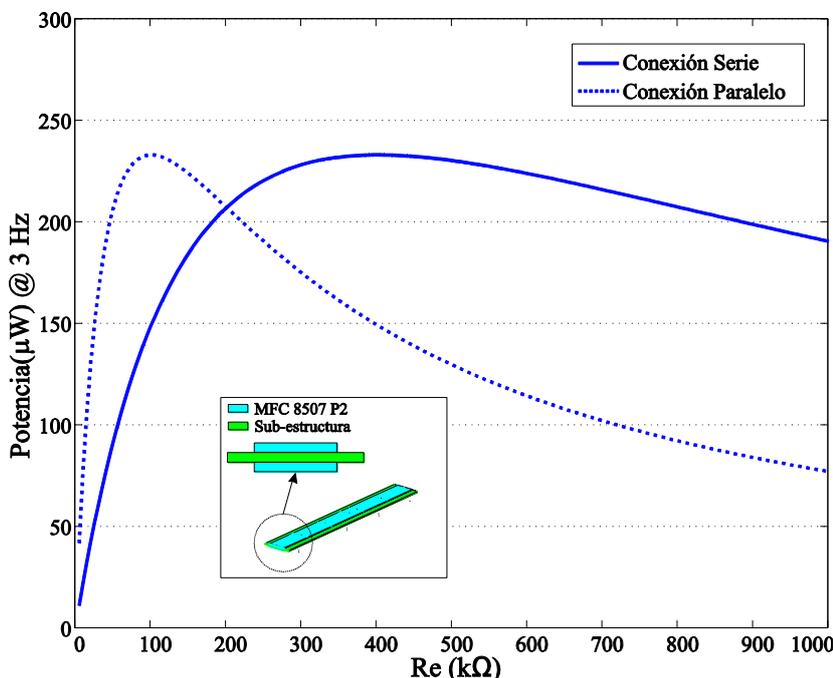


Figura 7.38 – Generación de potencia en función la carga eléctrica. $\Omega = 3 \text{ Hz}$ (180 rpm) - Conexión eléctrica en serie (Línea continua) y conexión eléctrica en paralelo (Línea discontinua).

A partir de las figuras anteriores, se puede apreciar si la conexión eléctrica es en serie, la potencia máxima generada alcanza los 230 μW usando una carga eléctrica de 400 $\text{k}\Omega$. Mientras que si la conexión eléctrica es en paralelo la potencia máxima generada es la misma comparada con la potencia obtenida en serie, pero con la diferencia que la carga eléctrica óptima es cuatro veces menor (100 $\text{k}\Omega$). Por lo tanto, la potencia máxima obtenida entre ambas conexiones es idéntica. Sin embargo, la carga eléctrica óptima es diferente lo cual resulta lógico debido a la impedancia interna equivalente en ambas conexiones eléctricas (Spies et al. 2015).

Ahora bien, por un lado, la configuración “bimorfo” tiene el doble de área efectiva de material piezoeléctrico que la configuración “unimorfo”, por lo que debería tener mejor rendimiento. Sin embargo, la configuración “unimorfo” brinda resultados más prometedores debido a que la frecuencia natural es menor que la configuración “bimorfo” lo y por lo tanto funciona más cerca de la condición de resonancia.

7.4 DISCUSIÓN

De acuerdo a los resultados obtenidos se puede establecer que:

- (i) Existe una buena correlación entre los resultados obtenidos a partir de la herramienta computacional basada en la formulación de EF y, los modelos Shell 3D en Abaqus y los ensayos experimentales.
- (ii) El valor de potencia máximo entregada por el dispositivo MBT2M en la posición $R = +0.03 \text{ m}$ es 200 μW usando una carga eléctrica de 1000 $\text{k}\Omega$.
- (iii) Mediante la incorporación de un material piezoeléctrico de mayor longitud MFC 8507 P2 en la viga central del tridente superior (unimorfo), se incrementa el valor máximo de potencia a 700 μW usando una carga eléctrica 200 $\text{k}\Omega$.
- (iv) A partir de la incorporación de una segunda lámina piezoeléctrica al dispositivo MBT2ML, no se logra aumentar la generación de potencia ya que se obtiene una potencia máxima de 230 μW para ambas conexiones eléctricas serie y paralelo, para cargas eléctricas óptimas de 400 $\text{k}\Omega$ y 100 $\text{k}\Omega$, respectivamente.

(v) De entre todas las variantes analizadas se determina que el máximo valor de potencia generada es el que brinda el dispositivo MBT2ML, que se obtiene bajo las condiciones:

- a. Velocidad de rotación es de 3 Hz (180 rpm).
- b. Material piezoeléctrico MFC 8507 P2 adherido a la viga central del tridente superior.
- c. Usando la configuración “unimorfo”.
- d. El dispositivo recolector de energía ubicado a $R = +0.03$ m medido desde el eje de rotación.
- e. La impedancia de entrada del dispositivo electrónico a alimentar sea de 200 k Ω .

7.5 APLICACIÓN - SENSADO DE TEMPERATURA

Con el objetivo de evaluar la aplicación del recolector de energía diseñado para el sensado autónomo, se utiliza un sensor de temperatura (LM335Z) como carga eléctrica a ser abastecida. De esta manera, se desea simular la condición de sensado factible de ser realizada, por ejemplo, en un aerogenerador. Para ello se desarrolló en esta tesis un dispositivo MBT2ML, que utiliza la técnica de recolección de energía a través de la tecnología piezoeléctrica. Tal como se ha mencionado anteriormente, el dispositivo debe generar al menos una potencia mínima de 20 μ W (Roundy y Tola 2013) para alimentar un sensor o un sistema de transmisión inalámbrica. En esta dirección, tal como se aprecia en la sección anterior, el dispositivo MBT2ML entrega una potencia de salida superior a la mínima requerida por lo que es empleado en la situación real que se presenta a continuación

La Figura 7.39 muestra el dispositivo MBT2ML montado sobre el plato giratorio, el circuito de acondicionamiento para alimentar con corriente continua al sensor de temperatura LM335Z y el sistema de transmisión inalámbrica de datos, necesario para realizar la lectura de la temperatura medida, tal como se describe en el Capítulo 4. Todo ello representa al sistema de sensado autónomo que funciona de la siguiente manera.

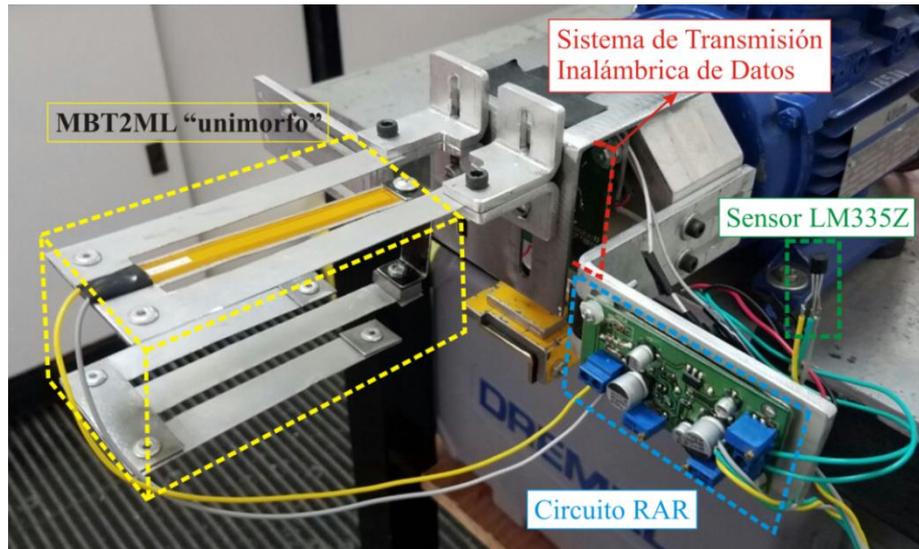


Figura 7.39 – Dispositivo MBT2ML montado sobre el plato giratorio, circuito de acondicionado de voltaje (RAR), sistema de transmisión inalámbrica de datos y sensor de temperatura LM335Z.

El recolector de energía proporciona continuamente el voltaje en forma de corriente alterna CA a partir de la rotación. Este voltaje alimenta al circuito RAR que rectifica dicho voltaje transformándolo en corriente continua CC y decide, una vez que tiene la suficiente potencia, alimentar al sensor cuyos datos son enviados en forma inalámbrica para su registro.

En las Figuras 7.40 y 7.41 se muestra la curva de voltaje de CC del sensor de temperatura LM335Z en función del tiempo. En ellas se registran el tiempo entre mediciones, la duración de la medición, y mediante el uso de la Ec. (4.1) la magnitud de temperatura en grados Celsius.

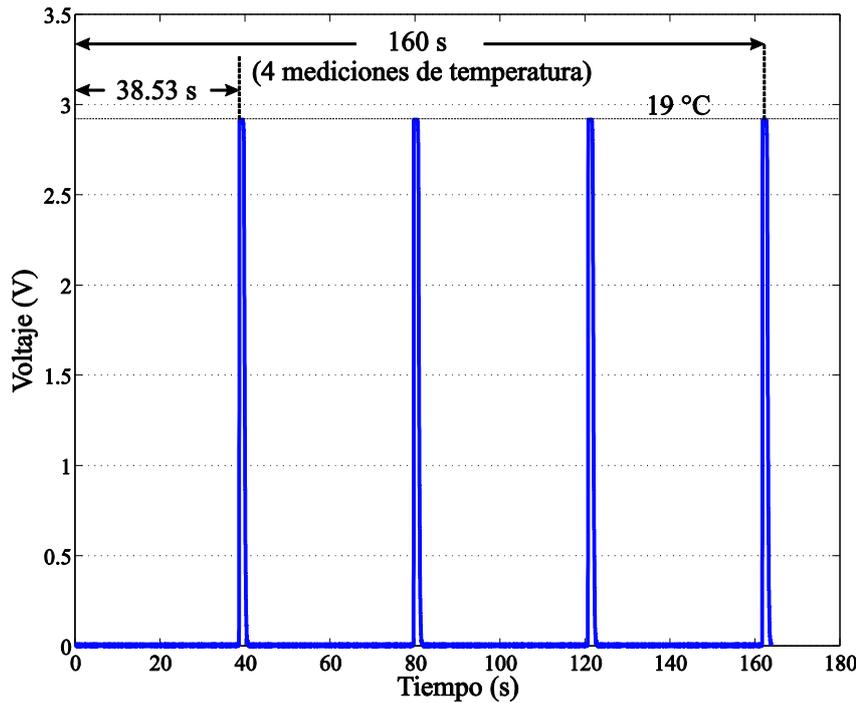


Figura 7.40 – Mediciones de temperatura realizadas por el sensor LM335Z alimentado por el recolector mientras gira a 3 Hz (180 rpm) durante 180 segundos.

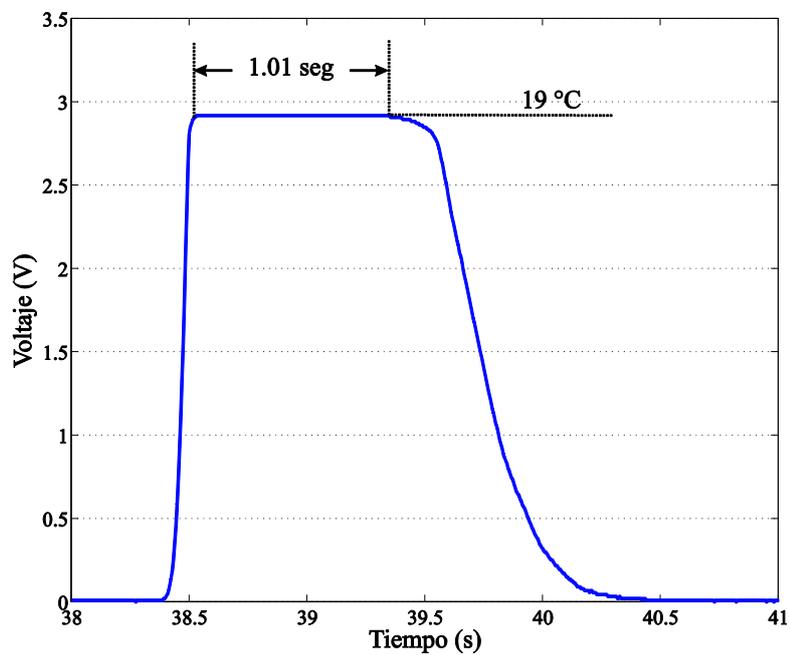


Figura 7.41 – Tiempo de medición de temperatura.

De las figuras anteriores, se puede apreciar un voltaje de 2.92 V que representa, mediante el uso de la Ec. (4.1), una temperatura de 19°C. Asimismo,

puede observarse que a partir de la energía recolectada mediante la rotación del dispositivo MBT2ML a 3 Hz (180 rpm), la medición de temperatura es sensada cada 38.53 segundos, por un intervalo de 1.01 segundos.

En resumen, el dispositivo propuesto es capaz de alimentar el sensor de temperatura para realizar cuatro mediciones en un intervalo de 160 segundos (2.6 minutos) lo cual representa una medida real y altamente satisfactoria en cuanto a su desempeño. Claramente, el dispositivo MBT2ML satisface los requisitos mínimos de potencia y puede ser usado como fuente alternativa de alimentación de estos sensores cumplimentando de esta manera el objetivo principal de la presente tesis.

CONCLUSIONES

8.1 CONCLUSIONES Y CONTRIBUCIONES

Esta tesis presenta el diseño, modelado, validación y la construcción de un recolector de energía piezoeléctrico sometido a un entorno rotante y conformado por múltiples vigas y masas puntuales.

Las conclusiones obtenidas atañen al cumplimiento de los objetivos generales planteados al comienzo de esta tesis, detallados a continuación:

- (i) El desarrollo de una formulación de elementos finitos unidimensional capaz de modelar recolectores piezoeléctricos de energía rotantes compuesto por múltiples vigas con vinculaciones flexibles entre sí y masas puntuales.
- (ii) La validación numérica y experimental de los resultados obtenidos a partir de la formulación de elementos finitos desarrollada.
- (iii) Un diseño compacto y estructuralmente confiable que logre generar una potencia suficiente en un rango muy bajo de frecuencias (entre 0.5 y 3 Hz) destinado al sensado autónomo.

La formulación matemática está basada en el método de elementos finitos (EF). El elemento finito unidimensional derivado a partir de una formulación geoméricamente no lineal posee seis grados de libertad mecánicos y un grado de

libertad eléctrico por nodo. Se usa la teoría de viga de Timoshenko para el dominio mecánico (Saravia et al. 2011), la cual es apropiada para incluir un elemento finito geoméricamente no lineal, y se utiliza una teoría de primer orden para el campo eléctrico (A. Butz, S. Klinkel 2007). Las ecuaciones de movimiento se derivan utilizando el principio D'Alembert, obteniendo así las ecuaciones que gobiernan el sistema electromecánico formadas por dos sistemas de ecuaciones acoplados, el sistema mecánico y el sistema que describe el comportamiento eléctrico. La solución temporal se obtiene mediante el algoritmo de Newmark (Newmark 1959).

En referencia a la validación numérica y experimental de la formulación de EF propuesta, se modelan y construyen varios dispositivos recolectores piezoeléctricos de energía convencionales:

- (i) Una viga cantiléver con una lámina piezoeléctrica MFC 2814.
- (ii) Una viga cantiléver con masa en un extremo y una lámina piezoeléctrica MIDE QP16N.
- (iii) Dos vigas vinculadas entre sí mediante un resorte flexible, masas en los extremos libres y una lámina piezoeléctrica MIDE QP16N.

Por un lado, la validación numérica propuesta consiste en comparar los modos normales y las frecuencias naturales obtenidas a partir de la formulación de EF propuesta y el software comercial Abaqus. Por otro lado, para la validación experimental, los recolectores son excitados por una aceleración en la base mediante un barrido en frecuencias y por una velocidad angular constante. Posteriormente, se comparan los voltajes obtenidos a partir de la formulación de EF propuesta con los obtenidos en forma experimental.

En base a los resultados obtenidos, se concluye que existe una muy buena correlación entre el enfoque numérico basado en la formulación de EF propuesta, los modelos Shell 3D de Abaqus y los experimentos.

Una vez validado el modelo de EF, se lo utiliza para obtener el mejor diseño de recolector de energía en base a los requerimientos de potencia y frecuencia de excitación que satisfagan los objetivos generales.

De los diferentes diseños desarrollados, se puede concluir que:

(i) La inclusión de un segundo tridente a la propuesta original de un solo tridente permite obtener un recolector de energía que se ajusta a los requerimientos de diseño establecidos.

(ii) La fuerza centrífuga presenta gran influencia en este tipo de dispositivos como así también la distancia del dispositivo con respecto al eje de rotación.

(iii) La máxima potencia entregada por el dispositivo MBT2M (MFC 2814 P2) es de 200 μW en la posición $R = +0.03$ m y usando una carga eléctrica de 1000 $\text{k}\Omega$.

(iv) Incrementado el área del material piezoeléctrico MFC 8507 P2 ubicado en la viga central del tridente superior (unimorfo), se obtiene un valor máximo de potencia de 700 μW usando una carga eléctrica 200 $\text{k}\Omega$.

La incorporación de una segunda lámina de material piezoeléctrico, configuración conocida como bimorfo, permite resaltar los siguientes aspectos:

(i) La generación de potencia máxima para la configuración bimorfo en paralelo y en serie es de 207 μW ; lo que representa una generación 70% menor a la configuración “unimorfo” para la misma resistencia de carga (200 $\text{k}\Omega$).

(ii) La máxima potencia generada por el dispositivo MBT2ML, se obtiene con:

- a. Una velocidad de rotación es de 3 Hz (180 rpm).
- b. Usando una lámina piezoeléctrica MFC 8507 P2 adherida a la viga central del tridente superior del dispositivo (configuración unimorfo).
- c. El dispositivo ubicado a +0.03 m medido desde el eje de rotación.
- d. Una impedancia interna del dispositivo electrónico de 200 $\text{k}\Omega$.

Para finalizar, se realiza una comparación del rendimiento entre el dispositivo desarrollado (MBT2ML), bajo las condiciones de operación de máxima generación de potencia, y los dispositivos recolectores piezoeléctricos existentes más destacados en la literatura. Para tal fin, en la [Tabla 8.1](#) se muestran los valores de frecuencia de operación, potencia de salida, volumen del dispositivo, aceleración de excitación y el coeficiente de rendimiento del recolector FoM – ‘*Figure of Merits*’ presentado por ([Mitcheson et al. 2008](#)), que contempla una normalización de las variables que influyen en su desempeño como volumen, magnitud y frecuencia de excitación.

Autor	Excitación	Volumen	Potencia	FoM
-------	------------	---------	----------	-----

	Frecuencia (Hz)	Aceleración (m/s ²)	del dispositivo (cm ³)	eléctrica generada (μW)	(%)
(Roundy y Tola 2013)	2.5	10	11.0	20	0.043
(Gu y Livermore 2010)	13.2	10	8.0	700	0.437
(Gu y Livermore 2012)	15.0	10	6.3	27	0.020
(Khameneifar et al. 2011)	29.6	10	51.4	600	0.014
(Guan y Liao 2016)	13.0	10	167.0	825	0.009
(Zou et al. 2017b)	7.0	10	150.0	564	0.013
(Febbo et al. 2017)	2.6	10	557.0	105	0.001
MBT2ML “unimorfo”	3.0	19	140.0	700	0.023
(Wu et al. 2015)	14.0	10	17.6	26	0.053

Tabla 8.1 – Comparación del rendimiento entre el dispositivo MBT2ML y los dispositivos recolectores piezoeléctricos de energía actuales.

Es importante mencionar que el coeficiente de rendimiento del recolector (FoM) es calculado en base a los parámetros mencionados en la tabla anterior conforme a la siguiente expresión de acuerdo a (Mitcheson et al. 2008):

$$\text{FoM} = \frac{P_s}{\frac{1}{16} a \rho_{Au} V^{\frac{4}{3}} \omega} 100 \quad (8.1)$$

donde P_s es la potencia eléctrica de salida del recolector, a es la aceleración de excitación, ρ_{Au} es la densidad del oro, V es el volumen del recolector y ω es la frecuencia de excitación.

En las Figuras 8.1 y 8.2 se muestra un resumen de los resultados de la tabla anterior para los diferentes dispositivos recolectores piezoeléctricos de energía desarrollados por otros autores y el propuesto en esta tesis (MBT2ML).

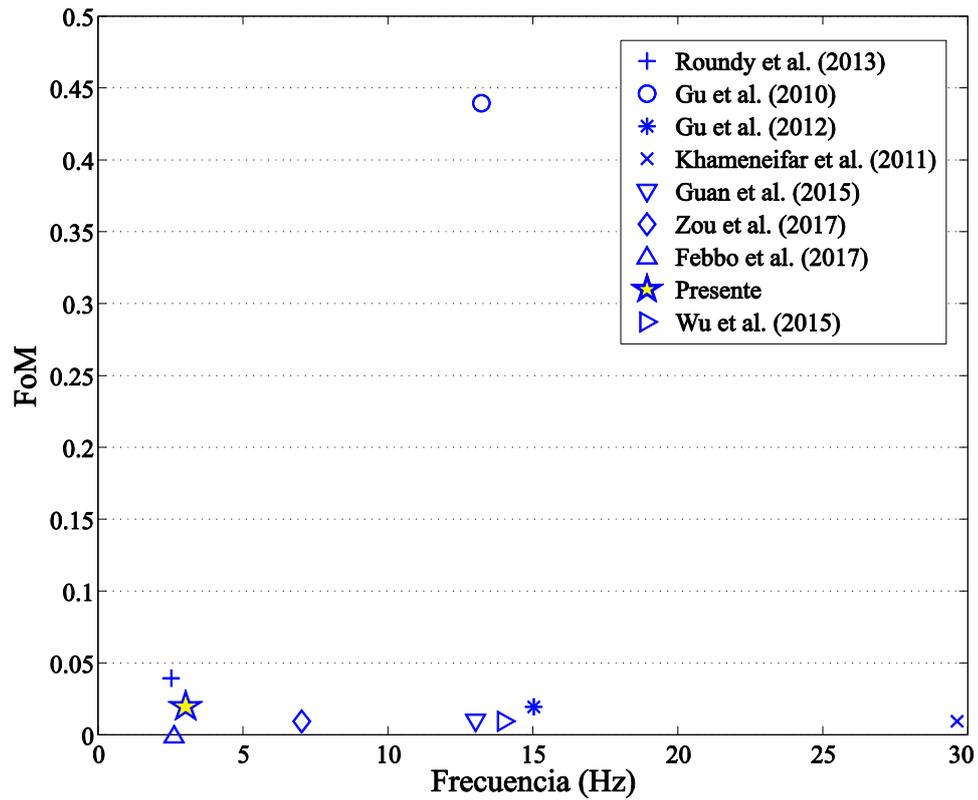


Figura 8.1 – ‘Figure of Merit’ (FoM) en función de la frecuencia de excitación.

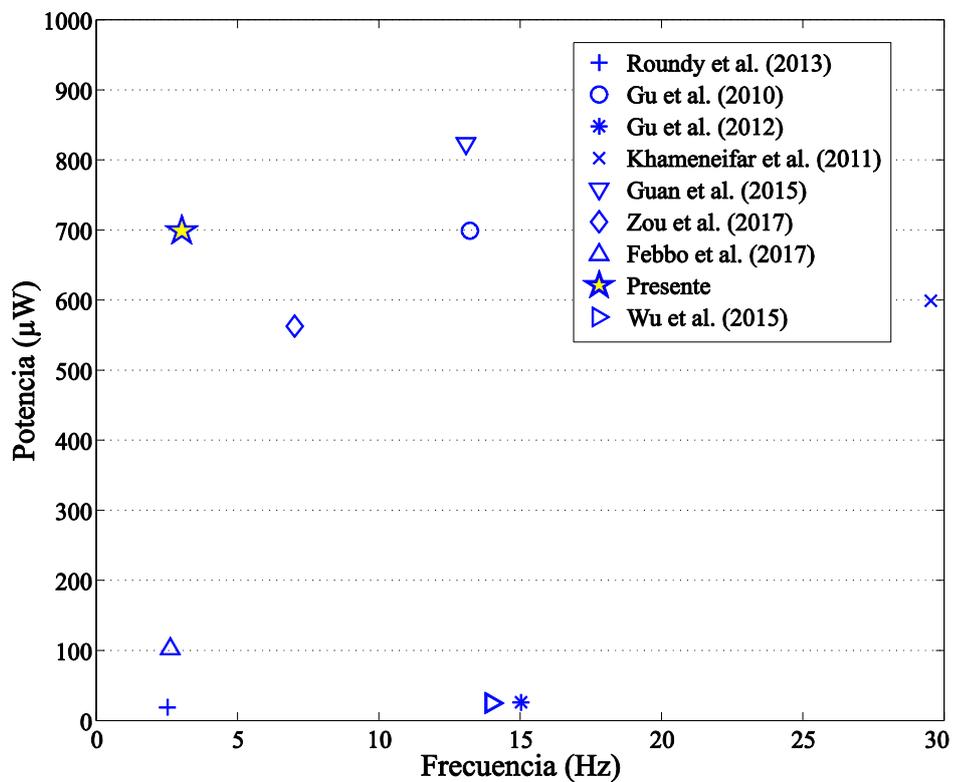


Figura 8.2 – Potencia eléctrica de salida en función de la frecuencia de excitación.

A partir de las figuras anteriores se puede observar que en el rango de frecuencia de operación de 0 a 3 Hz (0 – 180 rpm), el dispositivo recolector desarrollado por (Roundy and Tola 2013) tiene un coeficiente de rendimiento mayor al dispositivo desarrollado en esta tesis (MBT2ML). Sin embargo, la potencia eléctrica generada por el dispositivo de (Roundy and Tola 2013) es de 20 μ W contra 700 μ W generado por el dispositivo MBT2ML, lo que representa un incremento de 35 veces. Esto, desde el punto de vista de la cantidad de energía generada, representa una mejora sustancial respecto de los dispositivos recolectores de energía piezoeléctricos existentes en la actualidad.

8.2 PUBLICACIONES REALIZADAS

De los estudios realizados en esta tesis, han surgido una serie de publicaciones:

- **En revistas internacionales:**

(i) José M. Ramírez, C. Gatti, S.P. Machado y M. Febbo. “Multibeam energy harvester for rotational low-frequencies”. *Journal of Physics: Conference Series* (2018). doi : 10.1088/1742-6596/1052/1/012101. SJR:Q3.

(ii) José M. Ramírez, C. Gatti, S.P. Machado y M. Febbo. “A multi-modal energy harvesting device for low-frequency vibrations”. *Extreme Mechanics Letters* (2018). doi : 10.1016/j.eml.2018.04.003. SJR:Q1.

(iii) José M. Ramírez, C. Gatti, S.P. Machado y M. Febbo. “An experimentally validated finite element formulation for modeling 3D rotational energy harvesters”. *Engineering Structures* (2017). doi :10.1016/j.engstruct.2017.10.027. SJR:Q1.

(iv) S.P. Machado, M. Febbo, C. Gatti y José M. Ramírez. “Non-resonant energy harvester with elastic constraints for low rotating frequencies”. *Journal of Physics: Conference Series* (2017). doi: 10.1088/1742-6596/922/1/012009. SJR:Q3.

(v) M. Febbo, S.P. Machado, C. Gatti y José M. Ramírez. “An out-of-plane rotational energy harvesting system for low frequency environments”. *Energy Conversion and Management* (2017). doi :10.1016/j.enconman.2017.09.042. SJR:Q1.

(vi) M. Febbo, S. P. Machado, José. M. Ramírez y C. D. Gatti. "A low frequency rotational energy harvesting system", Journal of Physics: Conference Series (2016). doi: 10.1088/1742-6596/773/1/012058. SJR:Q3.

- **En congresos nacionales e internacionales:**

(i) José M. Ramírez, C. Gatti, S.P. Machado y M. Febbo, M. "Formulación de Elementos Finitos para Modelar Dispositivos Recolectores de Energía Rotantes". Argentina. La Plata. 2017. Artículo Completo. Congreso. ENIEF 2017.

(ii) M. Febbo; S.P. Machado; C. Gatti; José M. Ramírez. "Aplicación de un Recolector de Energía Piezoeléctrico en un Sistema Giratorio". Argentina. La Plata. 2017. Artículo Completo. Congreso. ENIEF 2017.

(iii) José M. Ramírez, C. Gatti, S.P. Machado y M. Febbo, M. "Multibeam energy harvester for rotational low frequencies". Japón. Kanazawa. 2017. Artículo Completo. Congreso. Power MEMS 2017.

(iv) Machado S.P; M. Febbo; C. Gatti; José M. Ramírez. "Non-resonant energy harvester with elastic constraints for low rotating frequencies". Suecia. Uppsala. 2017. Artículo Completo. Congreso. MME 2017.

(v) M. Febbo; S.P. Machado; José M. Ramírez; C. Gatti. "A low frequency rotational energy harvesting system". Francia. Paris. 2016. Artículo Completo. Congreso. Power MEMS 2016.

BIBLIOGRAFÍA

- A. Butz, S. Klinkel WW (2007) A piezoelectric 3D-beam finite element formulation accounting for geometrical and material nonlinearities. 4:
- Adams D, White J, Rumsey M, Farrar C (2011) Structural health monitoring of wind turbines: method and application to a HAWT. *Wind Energy* 603–626
- Allen JJ (2001) Flow and Dispersion in Ground Vehicle. *Journal of Fluids and Structures* 15:629–640. doi: 10.1006/jfls.2000.0355
- Allik H, Hughes TJR (1970) Finite element method for piezoelectric vibration. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 2:151–157. doi: 10.1002/nme.1620020202
- ANSYS <https://www.ansys.com/>
- ANSYS Simulation ANSYS engineering simulation software.
<http://www.ansys.com/>
- Anton SR, Sodano HA (2007) A review of power harvesting using piezoelectric materials (2003-2006). *Smart Materials and Structures* 16:. doi: 10.1088/0964-1726/16/3/R01
- Barber S, Golbeck P (2006) *Wind Turbine Maintenance & Condition Monitoring*. World Wind Energy Association
- Barbero E (2008) *Finite element analysis of composite materials*
- Barbero EJ (2017) *Introduction to composite materials design*, 3rd Editio. Taylor & Francis Group, Boca Raton, FL 33487-2742
- Bathe KJ (1996) *Finite Element Procedures*
- Beeby SP, Tudor MJ, White NM (2006) *Energy harvesting vibration sources for*

- microsystems applications. *Measurement Science and Technology* 17:. doi: 10.1088/0957-0233/17/12/R01
- Bilgen O, Erturk A, Inman DJ (2010) Analytical and Experimental Characterization of Macro-Fiber Composite Actuated Thin Clamped-Free Unimorph Benders. *Journal of Vibration and Acoustics* 132:051005. doi: 10.1115/1.4001504
- Brockmann TH, Lammering R (2006) Beam finite elements for rotating piezoelectric fiber composite structures. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures* 17:431–448. doi: 10.1177/1045389X06058632
- Cain M (2012) Could energy harvesting make wind more reliable? *Renewable Energy Focus* 13:18–20. doi: 10.1016/S1755-0084(12)70009-1
- Carnegie W (1959) Vibrations of Rotating Cantilever Blading: *Journal Mechanical Engineering Science* 1:235–240. doi: 10.1243/JMES
- Carrera E, Brischetto S, Nali P (2011) *Plates and Shells for Smart Structures: Classical and Advanced Theories for Modeling and Analysis*, 1st Editio. A John Wiley & Sons, Ltd., Publication
- Choi SB, Han MS (2004) Vibration control of a rotating cantilevered beam using piezoactuators: Experimental work. *Journal of Sound and Vibration* 277:436–442. doi: 10.1016/j.jsv.2003.11.021
- Choi SC, Kim JH (2005) Vibration control of rotating composite thin-walled beam using piezocomposite actuators. *Conference Proceedings of the Society for Experimental Mechanics Series*
- COMSOL Multiphysics COMSOL Multiphysics. <https://www.comsol.com/>
- Daue T, Kunzmann J, Wolfram F (2010) High efficient energy harvesting using piezo macro fiber composites on vibrators with optimized energy
- De Marqui Junior C, Erturk A, Inman DJ (2009) An electromechanical finite element model for piezoelectric energy harvester plates. *Journal of Sound and Vibration* 327:9–25. doi: 10.1016/j.jsv.2009.05.015
- Deeley HB (1938) *Electrolytic Capacitors*, 1st Editio. The Cornell-Dubillier Electric Corp, New Jersey,
- Detwiler DT, Shen MHH, Venkayya VB (1995) Finite element analysis of laminated composite structures containing distributed piezoelectric actuators and sensors. *Finite Elements in Analysis and Design* 20:87–100. doi:

- 10.1016/0168-874X(95)00013-J
- Elvin NG, Elvin AA (2009) A coupled finite element "circuit simulation model for analyzing piezoelectric energy generators. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures* 20:587–595. doi: 10.1177/1045389X08101565
- Elvin NG, Elvin AA, Spector M (2001) A self-powered mechanical strain energy sensor. *Smart Materials and Structures* 10:293–299. doi: 10.1088/0964-1726/10/2/314
- Erturk A, Inman DJ (2008a) A Distributed Parameter Electromechanical Model for Cantilevered Piezoelectric Energy Harvesters. *Journal of Vibration and Acoustics* 130:041002. doi: 10.1115/1.2890402
- Erturk A, Inman DJ (2008b) Issues in mathematical modeling of piezoelectric energy harvesters. *Smart Materials and Structures* 17:. doi: 10.1088/0964-1726/17/6/065016
- Erturk A, Inman DJ (2009) An experimentally validated bimorph cantilever model for piezoelectric energy harvesting from base excitations. *Smart Materials and Structures* 18:025009. doi: 10.1088/0964-1726/18/2/025009
- Erturk A, Inman DJ (2011) Piezoelectric Energy Harvesting
- Febbo M, Machado SP, Gatti CD, Ramirez JM (2017) An out-of-plane rotational energy harvesting system for low frequency environments. *Energy Conversion and Management* 152:. doi: 10.1016/j.enconman.2017.09.042
- Frangopol D. (2011a) Integrated Reliability-Based Life-Cycle Framework for Design, Inspection, Maintenance and Monitoring of Structures: Applications to Bridges. *Proceedings of the 53° Congresso Brasileiro do Concreto - IBRACON* 11:
- Frangopol DM (2011b) Life-Cycle performance, management, and optimisation of structural systems under uncertainty: Accomplishments and challenges. *Structure and Infrastructure Engineering* 7:389–413. doi: 10.1080/15732471003594427
- Gerardin M, Kill N (2015) A New Approach to Finite Element modelling of flexible rotors
- Goldfarb M, Jones LD (1999) "On the Efficiency of Electric Power Generation with Piezoelectric Ceramic,." *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and*

- Control, Vol 121:566–571
- Griffiths DJ (1999) Introduction to Electromagnetism. Prentice Hall
- Gu L, Livermore C (2010) Passive self-tuning energy harvester for extracting energy from rotational motion. Applied Physics Letters 97:. doi: 10.1063/1.3481689
- Gu L, Livermore C (2012) Compact passively self-tuning energy harvesting for rotating applications. Smart Materials and Structures 21:. doi: 10.1088/0964-1726/21/1/015002
- Guan M, Liao WH (2016) Design and analysis of a piezoelectric energy harvester for rotational motion system. Energy Conversion and Management 111:239–244. doi: 10.1016/j.enconman.2015.12.061
- Halper MS, Ellenbogen JC (2006) Supercapacitors: A Brief Overview. Mitre McLean Virginia, Virginia, USA
- Hambley AR (1999) Electronics, Second. Prentice Hall
- Harb A (2011) Energy harvesting: State-of-the-art. Renewable Energy 36:2641–2654. doi: 10.1016/j.renene.2010.06.014
- Harbauer G, Stein L (1984) Implantable physiological power supply with PVDF film. Ferroelectrics 60:277–282. doi: 10.1080/00150198408017528
- Hellborg R (2005) Electrostatic Accelerators: Fundamentals and Applications
- Heywang W, Lubitz K, Wersing W (2009) Piezoelectricity, Springer
- High JW, Wilkie WK (2003) Method of Fabricating NASA-Standard Macro- Fiber Composite Piezoelectric Actuators. NASA Report 1–25
- Hu Y, Xu Y (2014) A wideband vibration energy harvester based on a folded asymmetric gapped cantilever. Applied Physics Letters 104:. doi: 10.1063/1.4863923
- Hyun Jeong Song, Choi Y-T, Wereley NM, Purekar AS (2010) Energy Harvesting Devices Using Macro-fiber Composite Materials. Journal of Intelligent Material Systems and Structures 21:647–658. doi: 10.1177/1045389X10361633
- Inman DJ, Cudney HH (2000) Structural and Machine Design Piezoceramic Materials by : Final Report NASA
- Jones R (1999) Mechanics of composite materials, 2nd Ed. Taylor and Francis, United States

- Khameneifar F, Arzanpour S, Moallem M (2012) A Piezoelectric Energy Harvester for Rotary Motion Applications: Design and Experiments. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics 1–8. doi: 10.1109/TMECH.2012.2205266
- Khameneifar F, Moallem M, Arzanpour S (2011) Modeling and Analysis of a Piezoelectric Energy Scavenger for Rotary Motion Applications. Journal of Vibration and Acoustics 133:011005. doi: 10.1115/1.4002789
- Kimura M (1998) Piezoelectricity generation device. United States Patent. doi: US005485919A
- Krenk S (2009) Non-linear modeling of solids and structures, 1st Editio. Cambridge University Press, United States of America, New York
- Kymissis J, Kendall C, Paradiso J (1998) Power harvesting in shoes. Proceedings of the 2nd IEEE International Symposium on Wearable Computers 132–140
- Labworks Lab Data Management index @ labworks.com. <https://labworks.com/>
- Librescu L, Song O (2006) Thin-walled composite beams. Springer; 2006., Netherlands
- Luke A, Hegedus S (2011) Handbook of Photovoltaic Science and Engineering
- Manla G, White NM, Tudor J (2009) Harvesting energy from vehicle wheels. TRANSDUCERS 2009 - 15th International Conference on Solid-State Sensors, Actuators and Microsystems 1389–1392. doi: 10.1109/SENSOR.2009.5285831
- Manla G, White NM, Tudor MJ (2012) Numerical model of a non-contact piezoelectric energy harvester for rotating objects. IEEE Sensors Journal 12:1785–1793. doi: 10.1109/JSEN.2011.2175721
- MATLAB Mathworks MATLAB Mathworks.
<http://www.mathworks.com/products/matlab/>
- MATLAB Simulink simulink @ es.mathworks.com.
<https://es.mathworks.com/products/simulink.html>
- Meirovitch L (2001) Meirovitch Leonard Fundamentals of Vibrations
- MFC Smart Material Corporation MFC-product-main @ www.smart-material.com.
<https://www.smart-material.com/MFC-product-main.html>
- MFC Smart Material Corporation Smart Material Corporation. <https://www.smart-material.com/index.html>

- Ministerio de Energía y Minería legislacion @ www.minem.gob.ar.
<https://www.minem.gob.ar/www/833/25684/legislacion>
- Mitcheson PD, Yeatman EM, Rao GK, et al (2008) Energy harvesting from human and machine motion for wireless electronic devices. *Proceedings of the IEEE* 96:1457–1486. doi: 10.1109/JPROC.2008.927494
- MSC Nastran Multidisciplinary Structural Analysis MSC Nastran Multidisciplinary Structural Analysis. <http://www.mscsoftware.com>
- National Instruments es-cr @ www.ni.com
- Newmark NM (1959) A Method of Computation for Structural Dynamics. *Journal of the Engineering Mechanics Division* Vol. 85:Pg. 67-94
- O.C. Zienkiewicz, R.L. Taylor (2000) *The Finite Element Method: Volume 2 Solids Mechanics*, 5 Edition. Butterworth-Heinemann
- Okasha NM, Frangopol DM (2012) Integration of structural health monitoring in a system performance based life-cycle bridge management framework. *Structure and Infrastructure Engineering* 8:999–1016. doi: 10.1080/15732479.2010.485726
- Okasha NM, Frangopol DM, Orcesi AD (2012) Automated finite element updating using strain data for the lifetime reliability assessment of bridges. *Reliability Engineering and System Safety* 99:139–150. doi: 10.1016/j.res.2011.11.007
- Oñate E (2013) *Structural Analysis with the Finite Element Method. Linear Statics. Volume 2. Beams, Plates and Shells*, 1st Editio
- PCB Piezotronics Accelerometers @ www.pcb.com.
<http://www.pcb.com/TestMeasurement/Accelerometers>
- PSPICE Community Electronic Circuit Optimization & Simulation, www.pspice.com.
<https://www.pspice.com/>
- Quick Pack MIDÉ <https://www.mide.com/>
- Ramezanpour R, Nahvi H, Ziaei-Rad S (2016) Electromechanical behavior of a pendulum-based piezoelectric frequency up-converting energy harvester. *Journal of Sound and Vibration* 370:280–305. doi: 10.1016/j.jsv.2016.01.052
- Ramsay MJ, Clark WW (2001) Piezoelectric Energy Harvesting for Bio MEMS Applications. *Smart Materials and Structures* 4332:429–438. doi: 10.1117/12.429684

- Reddy JN (2004) An introduction to nonlinear finite element analysis, Second. Oxford Scholarship, Texas, USA
- Reddy JN (1994) An Introduction to the Finite Element Method, Second. McGraw-Hill Higher Education
- RIGOL Technologies Inc index @ www.rigolna.com. <https://www.rigolna.com/>
- Rolfes R, Gerasch G, Haake G, et al (2006) Early damage detection system for tower and rotor blades of offshore wind turbines. Proc of the 3rd European Workshop on Structural Health Monitoring
- Roundy SJ, Tola J (2013) An energy harvester for rotating environments using offset pendulum dynamics. 2013 Transducers and Eurosensors XXVII: The 17th International Conference on Solid-State Sensors, Actuators and Microsystems, TRANSDUCERS and EUROSENSORS 2013 105004:689–692. doi: 10.1109/Transducers.2013.6626860
- Saravia CM, MacHado SP, Cortínez VH (2011) Free vibration and dynamic stability of rotating thin-walled composite beams. European Journal of Mechanics, A/Solids 30:432–441. doi: 10.1016/j.euromechsol.2010.12.015
- Schmidt VH (1992) Piezoelectric energy conversion in windmills. Ultrasonics Symposium, 1992 Proceedings, IEEE 1992 897–904. doi: 10.1109/ultsym.1992.275842.Made
- Simulia Abaqus Simulia Abaqus. <https://www.3ds.com/es/productos-y-servicios/simulia/productos/abaqus/>
- Sodano HA, Inman DJ, Park G (2004a) A review of power harvesting from vibration using piezoelectric materials. Shock and Vibration Digest 36:197–205. doi: 10.1177/0583102404043275
- Sodano HA, Inman DJ, Park G (2004b) Estimation of Electric Charge output for Piezoelectric Energy Harvesting. 40:49–58
- Sodano HA, Park G, Leo DJ, Inman DJ (2003) Use of piezoelectric energy harvesting devices for charging batteries. Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering 5050:101–108. doi: 10.1117/12.484247
- Spies P, Mateu L, Pollak M (2015) Energy Harvesting Power Supplies and Applications. Pan Stanford Publishing Pte. Ltd.
- Starner T (1996) Human-powered wearable computing. IBM System Journal

- 35:618–629. doi: 10.1147/sj.353.0618
- Staworko M, Uhl T (2008) Modeling and Simulation of Piezoelectric Elements - Comparison of Available Methods and Tools. *Mechanics* 27:161–171
- Sun S, Tse PW (2017) Design and performance of a multimodal vibration-based energy harvester model for machine rotational frequencies. *Applied Physics Letters* 110:. doi: 10.1063/1.4986477
- Tang L, Yang Y, Hu Y, Xu Y (2012) A nonlinear piezoelectric energy harvester with magnetic oscillator. *Applied Physics Letters* 101:. doi: 10.1063/1.4748794
- Texas Instruments Incorporated Texas Instruments Incorporated.
<http://www.ti.com/>
- Thompson SP (1891) *The Electromagnet and Electromagnetic Mechanism*. New York
- Tichy J, Erhart J, Kittinger E, Privratska J *Fundamentals of Piezoelectric Sensorics*, 2010th edn.
- Tiersten HF (1981) Electroelastic interactions and the piezoelectric equations. *The Journal of the Acoustical Society of America* 70:1567–1576. doi: 10.1121/1.387222
- Tiersten HF (2013) *Linear Piezoelectric Plate Vibrations: Elements of the Linear Theory of Piezoelectricity and the Vibrations Piezoelectric Plates*
- Toyabur RM, Salauddin M, Park JY (2017) Design and experiment of piezoelectric multimodal energy harvester for low frequency vibration. *Ceramics International* 43:S675–S681. doi: 10.1016/j.ceramint.2017.05.257
- Umeda M, Nakamura K, Ueha S (1997) Energy Storage Characteristics of a Piezo-Generator using Impact Induced Vibration. *Japanese Journal of Applied Physics* 36:3146–3151
- Umeda M, Nakamura K, Ueha S (1996) Analysis of the Transformation of Mechanical Impact Energy to Electric Energy Using Piezoelectric Vibrator. *Japanese Journal of Applied Physics* 35:3267–3273. doi: 10.1143/JJAP.35.3267
- Vullers RJM, van Schaijk R, Doms I, et al (2009) Micropower energy harvesting. *Solid-State Electronics* 53:684–693. doi: 10.1016/j.sse.2008.12.011
- Washizu K. (1975) *Variational methods in elasticity and plasticity*, Second Edi.

Pergamon Press

- Williams CB, Yates RB (1996) Analysis of a micro-electric generator for microsystems. *Sensors and Actuators, A: Physical* 52:8–11. doi: 10.1016/0924-4247(96)80118-X
- Wu M, Ou Y, Mao H, et al (2015) Multi-resonant wideband energy harvester based on a folded asymmetric M-shaped cantilever. *AIP Advances* 5:. doi: 10.1063/1.4927466
- Zeng W, Manzari MT, Lee JD, Shen Y-L (2003) Fully coupled non-linear analysis of piezoelectric solids involving domain switching. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 56:13–34. doi: 10.1002/nme.556
- Zhou L, Sun J, Zheng XJ, et al (2012) A model for the energy harvesting performance of shear mode piezoelectric cantilever. *Sensors and Actuators, A: Physical* 179:185–192. doi: 10.1016/j.sna.2012.02.041
- Zienkiewicz OC, Taylor RL (2000) *The Finite Element Method Volume 1 : The Basis. Methods* 1:708
- Zou H-X, Zhang W-M, Li W-B, et al (2017a) Design, modeling and experimental investigation of a magnetically coupled flextensional rotation energy harvester. *Smart Materials and Structures* 26:115023. doi: 10.1088/1361-665X/aa8eb8
- Zou HX, Zhang W ming, Li WB, et al (2017b) Design and experimental investigation of a magnetically coupled vibration energy harvester using two inverted piezoelectric cantilever beams for rotational motion. *Energy Conversion and Management* 148:1391–1398. doi: 10.1016/j.enconman.2017.07.005