



**UNIVERSIDAD NACIONAL DEL SUR**

**TESIS DE DOCTOR EN INGENIERÍA QUÍMICA**

**Localización Óptima de Sensores para Diagnóstico de Fallas en  
Procesos Industriales**

**Leandro Pedro Faustino Rodriguez Aguilar**

**BAHIA BLANCA**

**ARGENTINA**

**2015**





**UNIVERSIDAD NACIONAL DEL SUR**

**TESIS DE DOCTOR EN INGENIERÍA QUÍMICA**

**Localización Óptima de Sensores para Diagnóstico de Fallas en  
Procesos Industriales**

**Leandro Pedro Faustino Rodriguez Aguilar**

**BAHIA BLANCA**

**ARGENTINA**

**2015**



## **PREFACIO**

Esta Tesis se presenta como parte de los requisitos para optar al grado Académico de Doctor en Ingeniería Química, de la Universidad Nacional del Sur y no ha sido presentada previamente para la obtención de otro título en esta Universidad u otra. La misma contiene los resultados obtenidos en investigaciones llevadas a cabo en el ámbito de la Planta Piloto de Ingeniería Química, dependiente del Departamento de Ingeniería Química de la Universidad Nacional del Sur y del CONICET, durante el período comprendido entre el 05 de Octubre del 2010 y el 09 de Febrero 2015, bajo la dirección de la Dra. Mabel Cristina Sánchez.

Leandro Pedro Faustino Rodriguez Aguilar



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL SUR  
Secretaría General de Posgrado y Educación Continua

La presente tesis ha sido aprobada el ....../...../..... , mereciendo la calificación de .....(.....)

“Nunca consideres el estudio como una obligación, sino como la oportunidad para penetrar en el bello y maravilloso mundo del saber.” Albert Einstein

## **Agradecimientos**

Al Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Tecnológicas (CONICET) por haberme proporcionado el soporte económico para haber podido realizar mis estudios de postgrado y a las autoridades de la Universidad Nacional del Sur y de la Planta Piloto de Ingeniería Química (Plapiqui) por haberme recibido en sus instalaciones y haberme permitido desarrollar los cursos de Postgrado y esta Tesis doctoral.

También agradezco a mi directora de Tesis, Dra. Mabel Cristina Sánchez por el inmenso apoyo, la paciencia y los consejos recibidos en estos cinco años. A los profesores de los cursos de postgrado, a mis compañeros de oficina que están (Marco, Jhovany y Claudia), y a los que se fueron, (Rubén, Juan) y a los “chicos del pasillo”, (Pao, Diego, Edu, Martín, Benja, Nati, Agus y Fiore).

A la escuela Industrial Domingo Faustino Sarmiento de mi provincia, San Juan, a la Universidad Nacional de San Juan, en particular a la Dra. Stella Udaquiola, la Dra. Rosa Rodriguez y al Dr. Ricardo Ortiz que fueron los primeros que promovieron en mí el espíritu de investigador y las ganas de seguir capacitandomé.

A mis padres, Roberto y Bárbara, porque estuvieron siempre, desde aquel momento en el que decidí dejar mi ciudad, mis calles, mis barrios, para venirme a 1200 kms de distancia. A mis hermanos Mauricio, Daniela, Diego y Federico, y mis tíos y tías, a mis primos, y en particular a mi prima Laura a la cual quiero como a una hermana. Gracias a ustedes viví los años más felices de mi infancia y juventud.

Gracias a mi novia, Fiorella, que aunque llegaste a mi vida en el último año del doctorado, es cómo si siempre hubieras estado ahí presente, cómo si nos hubiéramos conocido desde mucho tiempo atrás. Tu apoyo y compañía fueron fundamentales. Gracias a su familia, y en particular a sus abuelos porque me hicieron sentir parte de su familia, y que no extrañe tanto San Juan.

Finalmente quiero agradecer a los padres Alejandro y Darío, y al grupo de jóvenes universitarios de la parroquia de Lourdes, que hicieron de mis días Martes y Jueves los días más lindos de la semana.

## Resumen

En una planta química ocurren situaciones anormales cuando el proceso se desvía del régimen normal de manera significativa durante su operación. La Detección (D) temprana y el diagnóstico de fallas, mientras la planta se encuentra todavía operando en una región controlable, ayuda a evitar que la situación anormal progrese y reduce el impacto de la posible ocurrencia de accidentes industriales mayores y menores.

Todos los enfoques propuestos para resolver el problema de D y Aislamiento de Fallas (AFs), de alguna manera, comparan el comportamiento observado del proceso con un modelo de referencia. Dicho comportamiento se infiere en función de las mediciones proporcionadas por los sensores instalados en el proceso. Si bien, el desempeño de la estrategia de monitoreo depende fuertemente de la selección de las variables observadas, se ha puesto mucho énfasis en el desarrollo de metodologías de diagnóstico dado un conjunto predefinido de sensores, y se ha prestado escasa atención al Diseño de Redes de Sensores (DRS) que permitan una eficiente D y AFs. Por tal motivo, el objetivo de esta tesis es abordar el desarrollo e implementación de nuevas metodologías para DRS con propósitos de Diagnóstico de Fallas.

En primer término se presenta una estrategia de diseño, formulada como un problema de optimización, que permite obtener una Red de Sensores (RS) que satisface la Observabilidad (O) y la Resolución (R) de todas las fallas del proceso, con el menor costo, si todos los sensores funcionan correctamente, y además verifica la O y R de un conjunto de fallas claves, si algunos instrumentos, afectados por la ocurrencia de dichas fallas, no están disponibles. Para ello se define el Grado de Resolución de una falla clave y se lo incorpora utilizando desigualdades lineales. El diseño se resuelve empleando códigos de Programación Mezcla Entera Lineal.



A continuación se aborda el problema de DRS utilizadas para monitorear procesos con la técnica Análisis de Componentes Principales (PCA), uno de los métodos de Control Estadístico Multivariable más usados en la industria. En relación con la capacidad de la RS para detectar todas las fallas, se propone un nuevo enfoque para evaluar las restricciones de D, basado en el cálculo de los estadísticos de Hotelling y el Error Cuadrático de Predicción, y se formulan diseños robustos. A fin que el sistema de control sea capaz de diagnosticar la causa de una falla detectada usando PCA, primero es necesario que todas las mediciones afectadas por su ocurrencia sean identificadas como variables sospechosas. Esta condición se verifica examinando las restricciones de Identificación de Variables Sospechosas (IVS), que se formulan en términos de las contribuciones de las variables a los estadísticos empleados por el método PCA. Las restricciones de AFs se definen en función de los vectores de identificación de las fallas, los cuales deben ser diferentes para que éstas sean distinguibles.

Se proponen nuevas formulaciones para el DRS que satisfacen restricciones de O y R (lineales), y condiciones de D, IVS y AFs (no lineales). Dado que la R es una condición necesaria para el AFs, inicialmente se obtiene la RS de mínimo costo que verifica las restricciones lineales de O y R. La cantidad de sensores que forman parte de la solución de este problema da el nivel inicial a partir del cual se inicia la búsqueda transversal, utilizada para resolver el diseño que cumple con todas las restricciones. Durante la ejecución de la búsqueda transversal, para cada nodo se evalúan primero las restricciones lineales, ya que consumen un tiempo de cómputo significativamente menor que las no lineales.

Se han obtenidos muy buenos resultados al aplicar las nuevas estrategias para el DRS del conocido proceso Tennessee Eastman.

## Abstract

In chemical plants, abnormal events occur when the process significantly deviates with respect to the normal operating conditions. The early detection (D) and diagnosis of faults, when the plant is still operating in the controllable region, avoids the progress of the abnormal state and reduces the impact of the possible major and minor industrial accidents.

All the approaches proposed to solve the problem of fault D and isolation (AFs) compare, in some way, the observed behaviour of the process with respect to a reference model. That behavior is estimated in terms of the measurements provided by the sensors installed in the process. Even though the performance of a monitoring strategy strongly depends on the selection of the measured variables, the development of diagnosis methodologies for a given sensor network (SN) has undertaken more attention than the design of SNs that allow an efficient fault D and A. Due to these issues, the objective of this thesis is to perform the development and implementation of new methodologies for Sensor Network Design (SND) with fault diagnostic purposes.

First, a design strategy, formulated as an optimization problem, is presented to obtain the minimum cost SN that satisfies the Observability (O) and Resolution (R) of all process faults if all instruments work well, and it also fulfills the O and R of a set of key faults if some sensors, whose observations are affected by the occurrence of those faults, are not available. With this purpose, the Resolution Degree of a Key Fault is defined and incorporated as a linear inequality to the optimization problem. The design is solved using Mixed Integer Linear Programming codes.

Then the Design of SNs devoted to monitor the process by applying Principal Component Analysis (PCA), one of multivariate statistical control methods most used

in industry, is addressed. With respect to the performance of a SN for fault D, a new approach is proposed to evaluate the D restrictions, which is based on calculating the Hotelling and Square Prediction Error statistics, and robust designs are formulated. Furthermore, the control system will be able to diagnose the cause of a fault detected using PCA, if all the measurements affected by its occurrence are identified as suspicious. This condition is verified by examining the Suspicious Variable Identification (SVI) constraints, which are formulated in terms of the variable contributions to the statistics used by the PCA method. Isolation restrictions are defined as functions of the fault identification vectors, which should be different to assure faults are distinguishable.

New SND problems are proposed that satisfy fault O and R (linear) constraints, and fault D, SVI, and AFs restrictions (no-linear). Given that R is a necessary condition for the AFs, the minimum cost SN that satisfies the O and R linear restrictions is obtained at first. The number of sensors involved in that solution is equal to the initial level of the transversal search used to solve the design that fulfills all the constraints. For each node, the linear restrictions are calculated first because their computational load is significantly lower than the one used by the nonlinear constraints.

The application of the new strategies to the DSNs for the well-known Tennessee Eastman Process benchmark provides good results.

# Índice General

<b>1</b>	<b>Introducción</b> .....	<b>2</b>
<b>1.1</b>	<b>Motivación</b> .....	<b>2</b>
<b>1.2</b>	<b>Diseño Óptimo de Redes de Sensores</b> .....	<b>4</b>
<b>1.2.1</b>	<b>Redes de sensores para monitoreo de la operación continua</b> .....	<b>5</b>
<b>1.2.2</b>	<b>Redes de sensores para diagnóstico de fallas</b> .....	<b>7</b>
<b>1.3</b>	<b>Objetivos de la Tesis</b> .....	<b>9</b>
<b>1.4</b>	<b>Organización de la Tesis</b> .....	<b>9</b>
<b>1.5</b>	<b>Notación</b> .....	<b>10</b>
<b>1.6</b>	<b>Acrónimos</b> .....	<b>11</b>
<b>1.7</b>	<b>Referencias</b> .....	<b>11</b>
<b>2</b>	<b>Revisión Bibliográfica</b> .....	<b>15</b>
<b>2.1</b>	<b>Introducción</b> .....	<b>15</b>
<b>2.2</b>	<b>Revisión Crítica de las Metodologías Existentes</b> .....	<b>15</b>
<b>2.2.1</b>	<b>Modelos cualitativos</b> .....	<b>15</b>
<b>2.2.1.1</b>	<b>Modelos cualitativos que utilizan Arboles de Fallas</b> .....	<b>15</b>
<b>2.2.1.2</b>	<b>Modelos cualitativos que utilizan Grafos</b> .....	<b>16</b>
<b>2.2.2</b>	<b>Modelos basados en datos</b> .....	<b>32</b>
<b>2.2.3</b>	<b>Modelos Cuantitativos</b> .....	<b>34</b>
<b>2.3</b>	<b>Conclusiones</b> .....	<b>37</b>
<b>2.4</b>	<b>Notación</b> .....	<b>39</b>

<b>2.5</b>	<b>Acrónimos</b> .....	<b>40</b>
<b>2.6</b>	<b>Referencias</b> .....	<b>41</b>
<b>3</b>	<b>Diseño con Restricciones de Observabilidad y Resolución</b> .....	<b>45</b>
<b>3.1</b>	<b>Introducción</b> .....	<b>45</b>
<b>3.2</b>	<b>Formulación de las Restricciones</b> .....	<b>45</b>
<b>3.2.1</b>	<b>Observabilidad</b> .....	<b>47</b>
<b>3.2.2</b>	<b>Resolución Simple de Falla</b> .....	<b>47</b>
<b>3.2.3</b>	<b>Resolución Múltiple de Falla</b> .....	<b>50</b>
<b>3.2.4</b>	<b>Grado de Resolución</b> .....	<b>51</b>
<b>3.2.4.1</b>	<b>Grado de Resolución Unitario</b> .....	<b>51</b>
<b>3.2.4.1.1</b>	<b>Grado de Resolución general</b> .....	<b>52</b>
<b>3.3</b>	<b>Formulaciones de DRS para Diagnóstico de fallas</b> .....	<b>52</b>
<b>3.4</b>	<b>Diferencias entre la formulación propuesta y otras existentes</b> .....	<b>57</b>
<b>3.5</b>	<b>Casos de Estudio</b> .....	<b>62</b>
<b>3.5.1</b>	<b>Reactor Tanque Agitado Continuo</b> .....	<b>62</b>
<b>3.5.2</b>	<b>Unidad de Craqueo Catalítico en Lecho Fluidizado</b> .....	<b>70</b>
<b>3.6</b>	<b>Conclusiones</b> .....	<b>79</b>
<b>3.7</b>	<b>Notación</b> .....	<b>80</b>
<b>3.8</b>	<b>Acrónimos</b> .....	<b>82</b>
<b>3.9</b>	<b>Referencias</b> .....	<b>82</b>
<b>4</b>	<b>Diseño con Restricciones de Detección</b> .....	<b>85</b>
<b>4.1</b>	<b>Introducción</b> .....	<b>85</b>

<b>4.2</b>	<b>Análisis de Componentes Principales.....</b>	<b>86</b>
<b>4.3</b>	<b>Diseño de Redes de Sensores para Detección de Fallas.....</b>	<b>93</b>
<b>4.3.1</b>	<b>Restricción basada en Magnitud de Falla.....</b>	<b>93</b>
<b>4.3.2</b>	<b>Restricción basada en el cálculo de los estadísticos.....</b>	<b>97</b>
<b>4.3.3</b>	<b>Restricción basada en Grado de Observabilidad de una Falla Clave.....</b>	<b>99</b>
<b>4.3.4</b>	<b>Restricción basada en Grado de Detección de una Falla Clave.....</b>	<b>99</b>
<b>4.3.5</b>	<b>Nuevas Formulaciones de Diseño.....</b>	<b>100</b>
<b>4.4</b>	<b>Algoritmo de resolución.....</b>	<b>103</b>
<b>4.4.1</b>	<b>Criterios de Corte.....</b>	<b>104</b>
<b>4.4.2</b>	<b>Características de la Búsqueda Transversal en Árbol.....</b>	<b>107</b>
<b>4.4.3</b>	<b>Algoritmo de Búsqueda Transversal Modificado.....</b>	<b>107</b>
<b>4.5</b>	<b>Caso de Estudio.....</b>	<b>108</b>
<b>4.6</b>	<b>Conclusiones.....</b>	<b>119</b>
<b>4.7</b>	<b>Notación.....</b>	<b>121</b>
<b>4.8</b>	<b>Acrónimos.....</b>	<b>123</b>
<b>4.9</b>	<b>Referencias.....</b>	<b>124</b>
<b>5</b>	<b>Diseño con Restricciones de Aislamiento de Fallas.....</b>	<b>127</b>
<b>5.1</b>	<b>Introducción.....</b>	<b>127</b>
<b>5.2</b>	<b>Identificación usando Análisis de Componentes Principales.....</b>	<b>127</b>
<b>5.2.1</b>	<b>Contribuciones al estadístico D.....</b>	<b>129</b>
<b>5.2.2</b>	<b>Contribuciones al estadístico SPE.....</b>	<b>132</b>
<b>5.3</b>	<b>Diseño de Redes de Sensores para Aislamiento de Fallas.....</b>	<b>133</b>

<b>5.3.1</b>	<b>Formulaciones de las restricciones</b> .....	<b>133</b>
<b>5.3.2</b>	<b>Nuevas Formulaciones de Diseño</b> .....	<b>136</b>
<b>5.4</b>	<b>Caso de Estudio</b> .....	<b>140</b>
<b>5.5</b>	<b>Conclusiones</b> .....	<b>142</b>
<b>5.6</b>	<b>Notación</b> .....	<b>143</b>
<b>5.7</b>	<b>Acrónimos</b> .....	<b>145</b>
<b>5.8</b>	<b>Referencias</b> .....	<b>146</b>
<b>6</b>	<b>Caso de Estudio: Proceso Tennessee Eastman</b> .....	<b>148</b>
<b>6.1</b>	<b>Introducción</b> .....	<b>148</b>
<b>6.2</b>	<b>Descripción del Proceso</b> .....	<b>149</b>
<b>6.3</b>	<b>Fallas Seleccionadas</b> .....	<b>153</b>
<b>6.4</b>	<b>Resultados</b> .....	<b>156</b>
<b>6.4.1</b>	<b>Diseños con restricciones de Observabilidad, Resolución y Grado de Resolución</b> .....	<b>156</b>
<b>6.4.2</b>	<b>Diseño con restricciones de Observabilidad, Detección, Grado de Observabilidad y Detección y Aislamiento de fallas</b> .....	<b>161</b>
<b>6.5</b>	<b>Conclusiones</b> .....	<b>168</b>
<b>6.6</b>	<b>Notación</b> .....	<b>169</b>
<b>6.7</b>	<b>Acrónimos</b> .....	<b>169</b>
<b>6.8</b>	<b>Referencias</b> .....	<b>170</b>
<b>A6</b>	<b>Apéndice Capítulo 6</b> .....	<b>172</b>
<b>A6.1</b>	<b>Modelo Cuantitativo del Proceso Tennessee Eastman</b> .....	<b>172</b>
<b>A6.1.1</b>	<b>Zona de Mezclado</b> .....	<b>172</b>

<b>A6.1.2</b>	<b>Reactor</b> .....	<b>173</b>
<b>A6.1.3</b>	<b>Separador líquido-vapor</b> .....	<b>175</b>
<b>A6.1.4</b>	<b>Compresor y Purga</b> .....	<b>176</b>
<b>A6.1.5</b>	<b>Columna de Despojo</b> .....	<b>176</b>
<b>A6.2</b>	<b>Propiedades Físicas de los Componentes</b> .....	<b>177</b>
<b>A6.3</b>	<b>Constantes para el Cálculo de Presiones de Vapor</b> .....	<b>178</b>
<b>A6.4</b>	<b>Notación</b> .....	<b>179</b>
<b>A6.5</b>	<b>Referencias</b> .....	<b>181</b>
<b>7</b>	<b>Conclusiones y Trabajos Futuros</b> .....	<b>183</b>
<b>7.1</b>	<b>Conclusiones</b> .....	<b>183</b>
<b>7.2</b>	<b>Trabajos Futuros</b> .....	<b>187</b>
<b>7.3</b>	<b>Acrónimos</b> .....	<b>189</b>



# Índice de Tablas

<b>Tabla 3.1.</b>	Operadores Booleanos.....	<b>46</b>
<b>Tabla 3.2.</b>	Notación de Variables – CSTR.....	<b>63</b>
<b>Tabla 3.3.</b>	Modelo Causa-Efecto – CSTR.....	<b>64</b>
<b>Tabla 3.4.</b>	Costo de los sensores – CSTR.....	<b>64</b>
<b>Tabla 3.5.</b>	Resultados – CSTR.....	<b>65</b>
<b>Tabla 3.6.</b>	Vectores de Resolución – CSTR.....	<b>66</b>
<b>Tabla 3.7.</b>	Resolución de todas las fallas para diferentes recursos de capital -CSTR.....	<b>67</b>
<b>Tabla 3.8.</b>	Resolución de la falla clave para diferentes recursos de capital – Pérdida de una medición para $(I_q \cap W_s)$ – CSTR .....	<b>68</b>
<b>Tabla 3.9.</b>	Resolución de la FC para diferentes recursos de capital – Pérdida de dos mediciones del conjunto $(I_q \cap W_s)$ . – CSTR.....	<b>69</b>
<b>Tabla 3.10.</b>	Notación de variables – FCCU.....	<b>72</b>
<b>Tabla 3.11.</b>	Modelo Causa-Efecto – FCCU.....	<b>73</b>
<b>Tabla 3.12.</b>	Costo de los sensores – FCCU.....	<b>73</b>
<b>Tabla 3.13.</b>	Resultados – FC.....	<b>74</b>
<b>Tabla 3.14.</b>	Vectores de resolución para diferentes restricciones – FCCU.....	<b>75</b>
<b>Tabla 3.15.</b>	Resolución de todas las fallas para diferentes $C^*$ - FCCU.....	<b>77</b>
<b>Tabla 3.16.</b>	Resolución de la falla clave para diferentes recursos de capital– Pérdida de una medición del conjunto $(I_q \cap W_s)$ – FCCU.....	<b>78</b>
<b>Tabla 4.1.</b>	Variables del Proceso – Reactor Químico.....	<b>111</b>
<b>Tabla 4.2.</b>	Incidencia Falla-Sensor para $DLP=3,5$ desvíos máximos.....	<b>111</b>

<b>Tabla 4.3.</b>	Resultados para DLP=3,5 desvíos máximos.....	<b>115</b>
<b>Tabla 4.4.</b>	Incidencia Falla-Sensor para DLP=2 desvíos máximos.....	<b>116</b>
<b>Tabla 4.5.</b>	Resultados para DLP=2 desvíos máximos.....	<b>118</b>
<b>Tabla 5.1.</b>	Resultados-Reactor Químico.....	<b>141</b>
<b>Tabla 6.1.</b>	VARIABLES DEL PROCESO.....	<b>151</b>
<b>Tabla 6.2.</b>	Relación de Incidencia Falla-Sensor.....	<b>154</b>
<b>Tabla 6.3.</b>	Costo de los sensores.....	<b>156</b>
<b>Tabla 6.4.</b>	Diseños con restricciones de O, R y RD.....	<b>158</b>
<b>Tabla 6.5.</b>	Sensores asociados a los $\mathbf{rv}$ para la RS ( $P_{CD}$ $F_1$ $F_9$ $VF_{AE,R}$ $T_{AE,R}$ ).....	<b>159</b>
<b>Tabla 6.6.</b>	Sensores asociados a los $\mathbf{rv}$ para la RS ( $P_{CD}$ $F_1$ $F_9$ $VF_{AE,R}$ $T_{P,S}$ $T_{AE,R}$ )....	<b>159</b>
<b>Tabla 6.7.</b>	Sensores asociados a los $\mathbf{rv}$ para la RS ( $P_{CD}$ $F_1$ $F_9$ $VF_1$ $VF_{AE,R}$ $T_{AE,R}$ )....	<b>160</b>
<b>Tabla 6.8.</b>	Diseños con restricciones de O, R, ODD y AF ( $\alpha=0,05$ ).....	<b>163</b>
<b>Tabla 6.9.</b>	Diseños con restricciones de O, R, ODD y AF ( $\alpha=0,03$ ).....	<b>164</b>
<b>Tabla 6.10.</b>	Diseños con restricciones de O, R, ODD y AF ( $\alpha=0,01$ ).....	<b>165</b>
<b>Tabla A6.1.</b>	Propiedades físicas de los componentes a 100°C.....	<b>178</b>
<b>Tabla A6.2.</b>	Constantes de la ecuación de Antoine.....	<b>178</b>

# Índice de Figuras

<b>Figura 2.1.</b> Reducción de un digrafo (a- digrafo original b- digrafo con supernodos.....	<b>17</b>
<b>Figura 2.2.</b> Grafo bipartito correspondiente a la Figura 2.1-b.....	<b>18</b>
<b>Figura 2.3.</b> Algoritmo basado en grafos bipartitos.....	<b>19</b>
<b>Figura 3.1.</b> Sensores asociados a $\mathbf{rv}_j$ y $\mathbf{rv}_k$ .....	<b>48</b>
<b>Figura 3.2.</b> Diagrama de Flujo del CSTR.....	<b>62</b>
<b>Figura 3.3.</b> Diagrama de Flujo del FCCU.....	<b>71</b>
<b>Figura 4.1.</b> Realizaciones de un experimento con dos variables medidas.....	<b>88</b>
<b>Figura 4.2.</b> Búsqueda Transversal.....	<b>104</b>
<b>Figura 4.3.</b> Búsqueda Transversal Modificada.....	<b>108</b>
<b>Figura 4.4.</b> Diagrama de Proceso – Reactor Químico.....	<b>109</b>
<b>Figura 5.1.</b> Esquema del monitoreo en línea.....	<b>128</b>
<b>Figura 6.1.</b> Diagrama de Proceso Tennessee Eastman.....	<b>149</b>

# ***Capítulo 1***

---

Introducción

## 1 Introducción

### 1.1 Motivación

En una planta química ocurren situaciones anormales cuando el proceso se desvía del régimen normal de manera significativa durante su operación. La Gestión de Situaciones Anormales comprende las actividades de respuesta ante la existencia de un evento anormal. Estas involucran la detección temprana de la falla, el diagnóstico de su causa y la toma de decisiones conducentes a restaurar el estado operativo normal del proceso.

La detección temprana y el diagnóstico de fallas mientras la planta se encuentra todavía operando en una región controlable ayuda a evitar que la situación anormal progrese y reduce el impacto de la posible ocurrencia de accidentes industriales mayores y menores. Si bien las estadísticas indican que los primeros son poco frecuentes, sus consecuencias son catastróficas. Por su parte, los accidentes menores son muy comunes, y ocasionan lesiones, enfermedades e importantes pérdidas económicas. Según estimaciones realizadas en Estados Unidos y Gran Bretaña, la industria petroquímica perdía del orden de 20 billones de dólares debido a prácticas inadecuadas de Gestión de Situaciones Anormales en el año 2000 (Venkatasubramanian y *col.*, 2003).

De manera general, un sistema de diagnóstico de fallas comprende un conjunto de transformaciones realizadas sobre las observaciones del proceso que producen una decisión de diagnóstico final. Al sistema ingresan las mediciones, e inicialmente se realiza un mapeo del espacio de las observaciones al espacio de las características. Las mediciones se analizan y combinan con la ayuda del conocimiento a priori del proceso, obteniéndose características útiles sobre su comportamiento que ayudan al diagnóstico.

Luego se efectúa una transformación del espacio de las características al espacio de las decisiones, empleando valores límites o funciones discriminantes. Finalmente, se mapea el espacio de las decisiones en el espacio de las clases. La salida del sistema de diagnóstico se representa mediante un conjunto de números binarios, que indica si el proceso opera de manera normal o anormal, y en este último caso señala la falla que ha ocurrido de un conjunto de fallas predeterminadas.

Para realizar el diagnóstico es necesario conocer la lista de eventos anormales y cuáles son las relaciones entre las observaciones (síntomas) y las fallas. El conocimiento a priori del proceso puede inferirse mediante una comprensión de la física del proceso empleando modelos cuantitativos o cualitativos. También es posible obtenerlo utilizando datos históricos. El tipo de conocimiento a priori del proceso aplicado por un sistema de diagnóstico es su principal característica distintiva y por lo tanto sirve para clasificarlos. Venkatasubramanian y *col.* (2003) propusieron categorizar las estrategias de detección e identificación de fallas (FDI) en las siguientes clases: métodos cuantitativos (observadores, ecuaciones de paridad, filtros), métodos cualitativos (grafos, árboles de falla, física cualitativa, abstracción jerárquica estructural y funcional) y métodos basados en datos históricos (sistemas expertos, redes neuronales, control estadístico).

Todos los enfoques propuestos para resolver el problema de FDI, de alguna manera, comparan el comportamiento observado del proceso con un modelo de referencia. Dicho comportamiento se infiere en función de las mediciones obtenidas mediante los instrumentos instalados en el proceso. Por lo tanto el desempeño de la estrategia de FDI depende fuertemente de la selección de las variables utilizadas para el monitoreo. A pesar de ello, se ha prestado escasa atención al Diseño de Redes de

Sensores (DRS) que permitan una eficiente FDI. Por el contrario se ha puesto mucho énfasis en el desarrollo de metodologías de diagnóstico dado un conjunto predefinido de sensores.

La selección del conjunto de variables de proceso a ser medidas, que sea óptimo con respecto a algún criterio específico y simultáneamente satisfaga requerimientos sobre la FDI del sistema, se define como Problema de Diseño de Redes de Sensores (PDRS) para Diagnóstico de Fallas. Esta temática ha sido escasamente abordada en la literatura sobre DRS hasta el presente. Sin embargo, se han reportado numerosos trabajos, relacionados con la localización óptima de instrumentos, destinados a mejorar la calidad de la información disponible del proceso cuando éste opera en condiciones normales (Bagajewicz (2000), Nguyen y Bagajewicz (2011), Carnero y *col.*, (2013)).

Debido al significativo perjuicio que la ocurrencia de accidentes mayores y menores ocasiona sobre la seguridad de las personas, el medio ambiente y la economía, y la escasez de metodologías para el DRS con propósitos de FDI, este trabajo de investigación aborda el estudio, desarrollo e implementación de nuevas estrategias de diseño para tal fin. Esta temática no es solamente un tópico de investigación desafiante, sino también una cuestión de importancia social y económica.

## 1.2 Diseño Óptimo de Redes de Sensores

Asumamos que las variables de una planta susceptibles de ser medidas se representan mediante el vector  $\mathbf{z}$  de dimensión  $I$ . La selección de instrumentos durante la etapa de diseño de la planta consiste en:

1. Determinar la partición del vector  $\mathbf{z}$  en los vectores  $\mathbf{m}$  y  $\mathbf{u}$ , correspondientes a las variables medidas y no medidas, respectivamente;
2. Indicar para cada variable medida cuántos sensores la medirán y cuáles son sus características (costo, precisión, probabilidad de falla, etc.).

De manera general, la partición óptima del vector  $\mathbf{z}$  se obtiene por resolución del siguiente problema de optimización:

$$\begin{aligned} & \text{Min / Max } \mathcal{F}(\mathbf{q}) && (1.1) \\ & \text{s.a.} \\ & \mathcal{G}(\mathbf{q}) \leq \mathcal{G}^*(\mathbf{q}) \\ & \mathbf{q} \in \{0,1\}^I \end{aligned}$$

siendo  $\mathbf{q}$  el vector  $I$  dimensional de variables binarias, tal que:  $q_i = 1$  si la  $i$ -ésima variable se mide, y  $q_i = 0$  en caso contrario (Bagajewicz, 1997). Además  $\mathcal{F}(\mathbf{q})$  y  $\mathcal{G}(\mathbf{q})$  indican los criterios de optimización y el vector de restricciones impuestas al diseño, respectivamente. En general se obtiene un problema de optimización discreto no lineal. La dimensión del espacio de búsqueda aumenta significativamente para procesos de gran escala, por lo que el diseño involucra la resolución de un problema de optimización combinatorial grande, que en general, presenta varios óptimos locales.

Dependiendo del propósito perseguido con la instalación de instrumentos en el proceso, el PDRS general (Ecuación 1.1) presenta características particulares, las cuales se analizan a continuación.

### 1.2.1 Redes de sensores para monitoreo de la operación continua

El DRS destinadas a conseguir información completa y confiable de una planta química con el fin de utilizarla en procedimientos de simulación, optimización en



tiempo real, planeamiento, etc. ha recibido considerable atención en los últimos veinte años (Bagajewicz, 2000).

El grado de estimabilidad de las variables (Bagajewicz y Sánchez, 1999) es función exclusivamente de la topología de la planta y de las observaciones elegidas (caudal, presión, temperatura, composición, etc.). En tanto que, la precisión, exactitud y disponibilidad de las estimaciones dependen de los mismos factores, así como también de las características particulares de los instrumentos instalados (precisión y confiabilidad), del desempeño de las estrategias de reconciliación de datos utilizadas (Romagnoli y Sánchez, 2000) y de las tareas de mantenimiento previstas durante la vida útil del sistema de instrumentación.

Se han utilizado diversos criterios de desempeño,  $\mathcal{F}(\mathbf{q})$ , por ejemplo: el costo de la RS, una función de la precisión de un conjunto de parámetros, la confiabilidad del sistema de instrumentación, etc. En cuanto al conjunto de las restricciones,  $\mathcal{G}(\mathbf{q})$ , se formularon PDRS para satisfacer: presupuestos fijos del sistema de instrumentación, la estimabilidad de todas o un subconjunto de variables, la estimación de las variables claves con varianza mínima, la disponibilidad de las estimaciones dependiendo de las probabilidades de falla de los sensores y la capacidad del sector de mantenimiento de instrumentos, la detectabilidad de errores sistemáticos de cierta magnitud en los sensores, etc.

Los problemas de optimización resultantes se resolvieron aplicando estrategias de búsqueda en árbol con criterios de parada (Bagajewicz, 1997, Gala y Bagajewicz, 2006; Nguyen y Bagajewicz, 2011) y procedimientos estocásticos (Carnero y *col.*, 2005; Carnero y *col.*, 2013).

### 1.2.2 Redes de sensores para diagnóstico de fallas

Cuando ocurre una falla, su efecto se propaga sobre algunas variables de proceso. La estrategia de diagnóstico de fallas debe ser capaz de observar estos síntomas en línea y determinar la causa del problema.

El DRS para diagnosticar un conjunto preestablecido de fallas aborda el problema de seleccionar las variables de proceso a ser medidas que permitan la detección e identificación del origen del evento anómalo por parte de la técnica utilizada para monitorear el proceso en línea.

Se han reportado varios trabajos sobre DRS destinadas a satisfacer la detección y aislación estructural de las fallas. En tal sentido, los trabajos de Raghuraj y *col.* (1999), Bhushan y Rengaswamy (2000), Bagajewicz y *col.* (2004), Kolluri y *col.* (2013), Kolluri y Bhushan (2013) se refieren al DRS que garantizan la Observabilidad (O) y Resolución (R) de todas las fallas, y simultáneamente satisfacen criterios de mínimo Número de sensores y Costo. Los problemas de optimización resultantes se resuelven empleando códigos de Programación Mezcla Entera Lineal (MILP).

Con respecto a las definiciones de O y R, una RS tiene la capacidad de observar una falla si se mide al menos una de las variables afectadas por su ocurrencia. Por otra parte, es potencialmente capaz de distinguir dicha falla de otra (R), si incluye al menos un sensor que no esté observando las dos fallas simultáneamente.

Por su parte, en el trabajo de Bhushan y Rengaswamy (2002) se presenta un problema de optimización lexicográfica que permite obtener la RS que maximiza la confiabilidad del sistema de monitoreo en primer término, y minimiza el costo de instrumentación en segundo lugar. La maximización de la confiabilidad del sistema se

consigue minimizando la mayor no observabilidad de falla. Esta se evalúa en función de datos de probabilidades de fallas del proceso y de los sensores. Con posterioridad, Bhushan y *col.* (2008) presentaron un marco de optimización lexicográfico muy complejo para mejorar la robustez de la RS debido al uso de datos inciertos. Todos los PDRS que utilizan información de probabilidades de falla se resuelven empleando códigos MILP.

Cabe aclarar que la O y R son condiciones necesarias, pero no suficientes, para que al aplicarse en línea un método de monitoreo, de característica particulares, éste sea capaz de detectar la existencia de un evento anómalo e identificarlo.

En relación con la detección de fallas, se ha formulado un PDRS que satisface esta condición cuando se aplica el Análisis de Componentes Principales (PCA), una estrategia de monitoreo en línea basada en datos. En el trabajo de Musulin y *col.* (2004) se propone evaluar la mínima magnitud de falla detectable por una dada RS siguiendo el cálculo conservativo desarrollado por Wang y *col.* (2002), y establecer que dicha magnitud mínima debe ser menor a la magnitud de falla tolerable por razones operativas y de seguridad. El problema de optimización resultante es de naturaleza no lineal y se resuelve empleando Algoritmos Genéticos clásicos. No se ha abordado hasta la actualidad el DRS que permitan el aislamiento de fallas cuando se aplica la técnica PCA y tampoco se ha analizado la robustez de los diseños para el caso de sensores defectuosos.

El DRS capaces de detectar y aislar un dado conjunto de fallas empleando modelos cuantitativos también ha sido estudiado. Se han empleado modelos basados en observadores (Watanabe y *col.*, 1985), filtros (Chang y *col.*, 1993), residuos de ecuaciones de conservación (Gerkens y Heyen, 2008), simulación dinámica (Orantes y

col., 2008). El análisis de los residuos de las ecuaciones de balance o el grado de desviación de las mediciones con respecto a sus valores normales permite detectar la existencia de eventos anómalos. Por otra parte la comparación del comportamiento observado del proceso con los patrones de fallas previamente obtenidos se aplica para aislar las fallas analizadas. Se formularon PDRS de mínimo costo o de mínimo número de sensores, los cuales son del tipo mezcla entera no lineal y se resolvieron por búsqueda exhaustiva o empleando Algoritmos Genéticos clásicos. En los trabajos citados previamente no se consideró la posible falta de disponibilidad de los sensores.

### **1.3 Objetivos de la Tesis**

El objetivo general de esta tesis es la formulación y resolución de PDRS de mínimo costo destinadas al diagnóstico de fallas. Los objetivos particulares de este trabajo de investigación son:

1. Abordar el diseño de RS robustas, en presencia de sensores defectuosos, mediante enfoques simples que no requieran datos de probabilidad de falla;
2. Incorporar tanto la capacidad de detección como la de aislamiento de fallas de la estrategia de monitoreo en línea al DRS, con el fin de obtener configuraciones de instrumentos que permitan un mejor diagnóstico. En particular, esta tesis se enfoca en la estrategia de control estadístico multivariable PCA, que es ampliamente utilizada en la industria.

### **1.4 Organización de la Tesis**

A continuación se presenta una breve descripción del contenido de cada uno de los capítulos de la tesis.

El presente capítulo contiene las motivaciones y los objetivos de las tareas de investigación desarrolladas y proporciona una visión general sobre el estado del arte en el área del DRS.

El Capítulo 2 incluye una revisión crítica de las metodologías existentes para el DRS destinadas específicamente al diagnóstico de fallas.

En el Capítulo 3 se presenta una nueva metodología de DRS robustas que lo aborda desde una perspectiva estructural, mientras que en los Capítulos 4 y 5, se proponen nuevas estrategias que satisfacen la detección e identificación de las fallas mediante la técnica PCA.

El Capítulo 6 muestra los resultados obtenidos al aplicar los métodos propuestos de DRS a un caso de estudio muy utilizado para evaluar el desempeño de estrategias de diagnóstico de fallas. Por su parte, el Capítulo 7 contiene las conclusiones generales, además de las recomendaciones acerca de los trabajos futuros a realizar en esta temática.

## 1.5 Notación

<b>c</b>	Vector de costo de los instrumentos
$\mathcal{G}$	Vector de restricciones del PDRS
$\mathcal{H}$	Función objetivo del PDRS
<i>I</i>	Cantidad de variables de proceso
<b>m</b>	Vector de variables de proceso medidas
<b>q</b>	Vector solución del PDRS
<b>u</b>	Vector de variables de proceso no medidas

**z** Vector de variables de proceso

## 1.6 Acrónimos

DRS	Diseño de Redes de Sensores
FDI	Detección e Identificación de Fallas
MILP	Prgramación Mezcla Entera Lineal
O	Observabilidad
PCA	Análisis de Componentes Principales
PDRS	Problema de Diseño de Redes de Sensores
R	Resolución
RS	Red de Sensores

## 1.7 Referencias

- Bagajewicz M. Design and retrofit of sensor networks in process plants. *AIChE J.* **1997**, 43, 9, 2300-2306.
- Bagajewicz, M.; Sánchez, M. Cost Optimal Design and Upgrade of Non-Redundant and Redundant Linear Sensor Networks. *AIChE J.* **1999**, 45, 9, 1927-1938.
- Bagajewicz, M. Design and Upgrade of Process Plant Instrumentation. Technomic Publishing Company, PA, **2000**.
- Bagajewicz, M.; Fuxman, A.; Uribe, A. Instrumentation network design and upgrade for process monitoring and fault detection. *AIChE J.* **2004**, 50, 8, 1870-1880.
- Bhushan, M.; Rengaswamy, R. Design of sensor network based on the signed directed graph of the process for efficient fault diagnosis. *Ind. Eng. Chem. Res.* **2000**, 39, 4, 999-1019.

- Bhushan, M.; Rengaswamy, R. Comprehensive design of a sensor network for chemical plants based on various diagnosability and reliability criteria. 1. Framework. *Ind. Eng. Chem. Res.* **2002**, 41, 7, 1826-1839.
- Bhushan, M.; Narasimhan, S.; Rengaswamy, R. Robust sensor network design for fault diagnosis. *Comput. Chem. Eng.* **2008**, 32, 4-5, 1067-1084.
- Carnero, M.; Hernández, J.; Sánchez, M.; Bandoni J. On the Solution of the Instrumentation Selection Problem. *Ind. Eng. Chem. Res.* **2005**, 44, 2, 358-367.
- Carnero, M.; Hernández, J.; Sánchez, M. A new metaheuristic based approach for the design of sensor networks. *Comput. Chem. Eng.* **2013**, 55, 83-96.
- Chang, C.; Mah K.; Tsai C. A simple design strategy for fault monitoring systems. *AIChE J.* **1993**, 39, 7, 1146-1163.
- Gala, M.; Bagajewicz, M. Efficient procedure for the design and upgrade of sensor networks using cutsets and rigorous decomposition. *Ind. Eng. Chem. Res.* **2006**, 45, 20, 6687-6697.
- Gerkens, C.; Heyen, G. Sensor placement for fault detection and localization. *Computer Aided Chemical Engineering*, **2008**, 25, 355-360.
- Kolluri, S.; Bajaj, I.; Bhushan, M. Sensor network design for efficient fault diagnosis and signed digraph update. *10<sup>th</sup> IFAC Symposium on Dynamics and Control of Process Systems, DYCOPS*. 2013, **2013**, 10, 821-826.
- Kolluri, S.; Bhushan, M. Audit of sensor networks for efficient fault diagnosis. *J. Process Contr.* **2013**, 23, 6, 881-893.
- Musulín, E.; Bagajewicz, M.; Nougés, J.; Puigjaner, L. Instrumentation Design and Upgrade for Principal Components Analysis Monitoring. *Ind. Eng. Chem. Res.* **2004**, 43, 2150-2159.
- Nguyen, D.; Bagajewicz, M. New efficient breadth\_first/level traversal tree search method for the design and upgrade of sensor networks. *AIChE J.* **2011**, 57, 5, 1302-1309.
- Orantes, A., Kempowsky, T., Le Lann, M.-V., Aguilar-Martin, J. A new support methodology for the placement of sensors used for fault detection and diagnosis *Chem. Eng. Process: Process Intensification*, **2008**, 47, 3, 330-348.

- Raghuraj, R., Bhushan, M., Rengaswamy, R.: Locating sensors in complex chemical plants based on fault diagnostic observability criteria. *AIChE J.* **1999**, 45, 2, 310-322.
- Romagnoli J, Sánchez M. Data processing and reconciliation for chemical process operations. San Diego: Academic Press, **2000**.
- Venkatasubramanian, V., Rengaswamy, R., Yin, K., Kavuri, S. A review of process fault detection and diagnosis Part I: Quantitative model-based methods. *Comp. Chem. Eng.* **2003**, 27, 3, 293-311.
- Wang, H., Song, Z., Li, P. Fault detection behavior and performance analysis of principal component analysis based process monitoring methods. *Ind. Eng. Chem. Res.* **2002**, 41, 10, 2455-2464.
- Watanabe, K., Sasaki, M., & Himmelblau, D. M. Determination of optimal measuring sites for fault detection of non-linear systems. *International Journal of Systems Science*, **1985**, 16, 11, 1345-1363.



# ***Capítulo 2***

---

Revisión Bibliográfica

## **2. Revisión Bibliográfica**

### **2.1. Introducción**

En este capítulo se presentan los resultados del análisis crítico de las publicaciones relacionadas con el Diseño de Redes de Sensores (DRS) destinadas al diagnóstico de fallas. Los trabajos de investigación existentes se categorizan en función del tipo de modelo utilizado por la estrategia de monitoreo del proceso en línea. La mayoría de las metodologías existentes emplean modelos cualitativos. Existen unos pocos trabajos que utilizan los cuantitativos y tan solo uno que aplica una estrategia basada en datos.

### **2.2. Revisión Crítica de las Metodologías Existentes**

#### **2.2.1. Modelos cualitativos**

Son representaciones cualitativas de la relación que existe entre la falla y las variables afectadas por la ocurrencia de la misma. Por lo general se construyen utilizando las ecuaciones del modelo del proceso y el criterio ingenieril.

##### **2.2.1.1. Modelos cualitativos que utilizan Árboles de Fallas**

El trabajo de Lambert (1977) se considera como el primer intento por localizar instrumentos con el fin de observar fallas. Con tal propósito Lambert empleó árboles de falla. Estos son representaciones lógicas que propagan los eventos primarios o fallas hacia el evento del tope o peligro. La metodología consiste en postular un suceso no deseado y luego, de manera sistemática y lógica, representar las combinaciones de situaciones que pueden ocasionarlo. Se generan niveles sucesivos de manera tal que cada suceso ocurre a partir de los eventos del nivel inferior, siendo el nexo de unión

entre los niveles la existencia de operadores o puertas lógicas. El árbol se desarrolla en sus distintas ramas hasta alcanzar una serie de sucesos básicos (no necesitan de otros anteriores a ellos para ser explicados) o eventos no desarrollados (por falta de información o por la poca utilidad de analizar las causas que los producen). Asumidas las frecuencias de ocurrencia de los eventos primarios, es posible calcular esta magnitud para el evento superior.

Lambert propuso identificar la/s rama/s del árbol que más contribuyen a la frecuencia de ocurrencia del peligro, y utilizar el juicio ingenieril para instalar un conjunto adecuado de sensores que permitan observar las fallas asociadas con dichas ramas. Raghuraj y *col.* (1999) mencionaron las siguientes falencias de esta técnica: a) no se pueden tratar ciclos; b) la generación del árbol de fallas es un procedimiento sujeto a errores y que demanda mucho tiempo.

#### **2.2.1.2. Modelos cualitativos que utilizan Grafos**

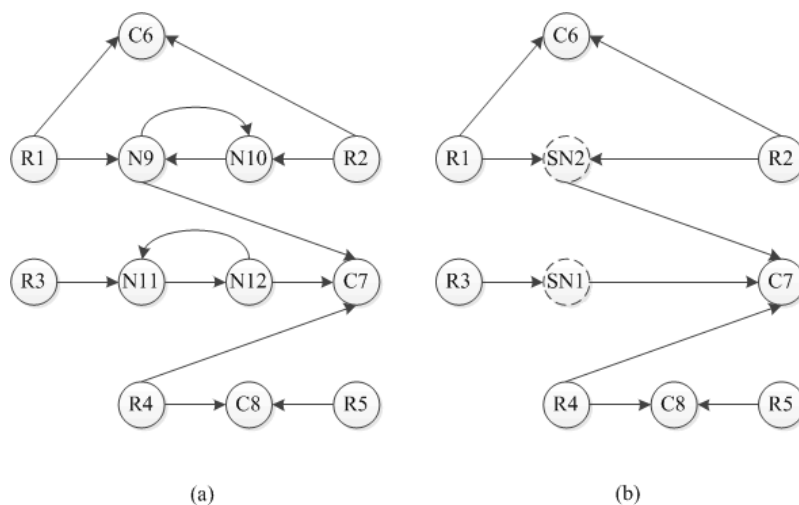
Por su parte, Raghuraj y *col.* (1999) desarrollaron una estrategia de DRS basada en el uso del grafo dirigido (GD) del proceso. Este proporciona una representación gráfica cualitativa de las interacciones entre las variables importantes del proceso, y pueden ser desarrollados fácilmente utilizando relaciones empíricas o los principios fundamentales de la ingeniería química (Wang y *col.*, 2002b).

Un GD está formado por un conjunto de nodos y flechas (Mauyra y *col.*, 2003). Los nodos representan las variables del proceso, mientras que las flechas indican la influencia entre dichos nodos. Si de un nodo A sale una flecha hacia otro B, entonces el primero afecta al segundo. Por otra parte, un nodo raíz (variable exógena o perturbación) es aquel que sólo tiene flechas que salen del mismo y está asociado a una

falla del proceso. En cambio un nodo terminal (variable de salida) es aquel al cual sólo llegan flechas, pero ninguna sale. Los tipos de nodos previamente citados se conectan mediante nodos intermedios (variables del sistema), los cuales presentan flechas de entrada y salida.

El análisis de la propagación de una falla en un GD resulta sencillo, dado que su ocurrencia produce que los nodos conectados a la misma adquieran un estado anormal. Teniendo en cuenta esta consideración, inicialmente Raghuraj y *col.* (1999) propusieron el siguiente procedimiento para localizar sensores con el fin de observar las  $J$  fallas definidas del proceso dado su GD:

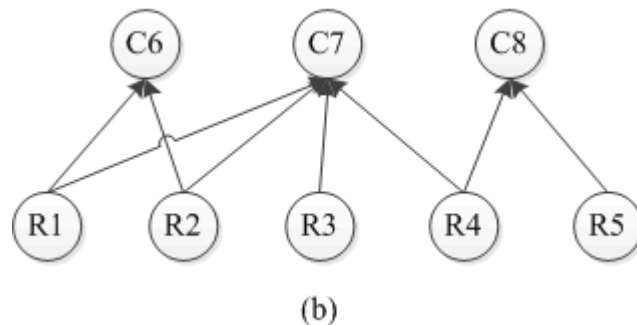
1. Para cada ciclo del GD, identificar los nodos que lo integran y agruparlos en un supernodo;
2. Repetir el Paso 1 hasta que no haya más ciclos. El DG original (Figura 2.1-a) se convierte en un DG acíclico (Figura 2.1-b);
3. Seleccionar como variables medidas aquellas asociadas a los nodos terminales. Si se elige uno de los nodos contenidos en un supernodo, entonces cualquiera de las variables que forman parte del mismo puede ser medida.



**Figura 2.1.** Reducción de un digrafo (a- digrafo original b- digrafo con supernodos)

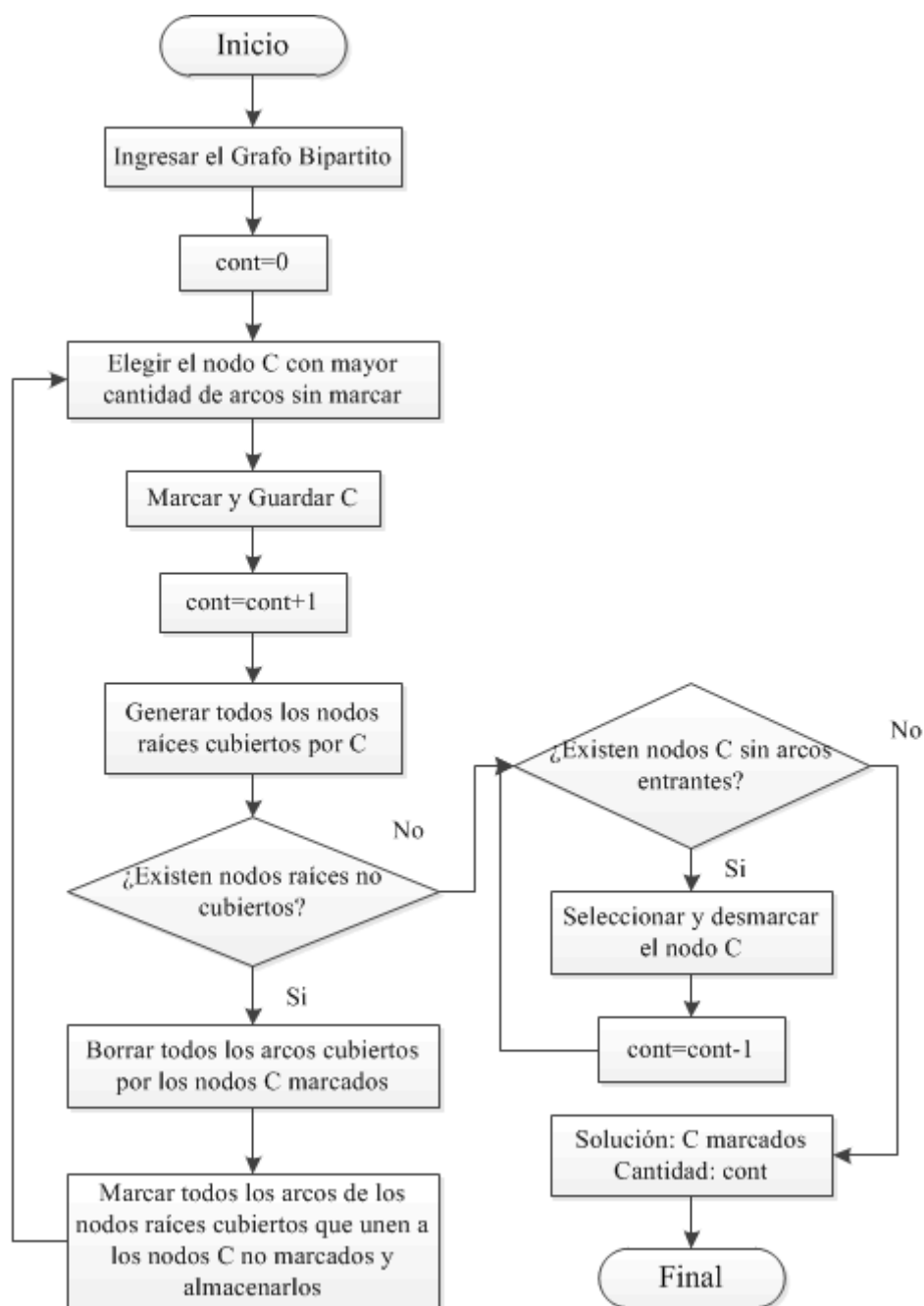
En la Figura 2.1 se observa que R1, R2, R3, R4 y R5 son los nodos raíces, mientras que C6, C7 y C8 son los terminales, cuya medición permite observar todas las fallas del sistema. Sin embargo, la cantidad de instrumentos no es mínima. La Figura 2.1-b muestra que no es necesario instalar el sensor C6 para conseguir la Observabilidad (O) de las fallas R1 y R2, ya que la misma puede conseguirse mediante el sensor C7.

Con el fin de satisfacer la O de todas las fallas con el mínimo número de sensores, Raghuraj y *col.* (1999) propusieron el algoritmo que se representa en la Figura 2.3. El procedimiento emplea grafos bipartitos (Deo, 1997) para representar la información contenida en el GD del proceso. En un extremo del grafo bipartito se ubican los nodos raíces y en el otro, los terminales. Los nodos raíces se unen a los terminales por medio de flechas. Una representación del grafo bipartito correspondiente a la Figura 2.1-b se muestra en la Figura 2.2.



**Figura 2.2.** Grafo bipartito correspondiente a la Figura 2.1-b

Además los autores previamente citados desarrollaron una metodología para encontrar el conjunto mínimo de sensores que garantiza la máxima Resolución (R) de todas las fallas. Raghuraj y *col.* (1999) transformaron el problema de R en uno de O, modificando la construcción del grafo bipartito utilizado como dato de entrada del algoritmo que satisface O (Figura 2.3).



**Figura 2.3.** Algoritmo basado en grafos bipartitos

La definición de los nodos del nuevo grafo bipartito se realiza teniendo en cuenta las siguientes consideraciones:

1. Sea  $\mathcal{A}_j$  el conjunto de todos los nodos conectados con el nodo raíz  $j$ , luego dos fallas son indistinguibles si y solo si  $\mathcal{A}_j = \mathcal{A}_k$ ;

2. Se define  $\mathcal{E}_{jk} = \mathcal{E}_{kj} = \mathcal{A}_j \cup \mathcal{A}_k - \mathcal{A}_j \cap \mathcal{A}_k$  y se generan  $J \frac{(J-1)}{2}$  conjuntos ( $\mathcal{E}_{jk}$  está asociado a una pseudofalla  $i-j$ ).
3. Se asigna a cada  $\mathcal{E}_{jk} = \mathcal{E}_{kj}$  un nodo, se representa el grafo bipartito entre este nodo y todos los nodos en el conjunto  $\mathcal{E}_{jk} = \mathcal{E}_{kj}$  generado. Este procedimiento se repite con todos los nuevos nodos generados.

El mínimo número de nodos que cubre todos los nodos raíces del grafo bipartito generado es la solución del problema de R. La misma no satisface la O de todas las fallas, para conseguirla deben incorporarse los  $J$  nodos raíces  $\mathcal{A}_j$  al grafo bipartito. Esta metodología también puede utilizarse para abordar el caso de fallas múltiples definiendo el conjunto  $\mathcal{A}_{kj} = \mathcal{A}_j \cup \mathcal{A}_k$  para el par de fallas  $j \neq k$ .

Si bien la solución del PDRS propuesta por Raghuraj y *col.* (1999) satisface la condición de mínima cantidad de instrumentos, en esta metodología no se considera la optimalidad con respecto a otros criterios, como por ejemplo, el costo de la RS.

Bhushan y Rengaswamy (2000a) presentaron una estrategia de DRS para diagnóstico de fallas basada en el uso de Grafos dirigidos con signo (GDS). Estos son gráficos que utilizan nodos y flechas con signo. El signo de la flecha se determina en base a la relación entre sus nodos terminales. La influencia positiva o negativa entre éstos se indica asignando signos (+) y (-) a la flecha, respectivamente. El estado de las variables se señala estableciendo símbolos (+), (0), (-), (+ -) a los nodos, para señalar un estado alto, normal, bajo o indeterminado, respectivamente (Maurya y *col.*, 2003).

En la resolución del PDRS que satisface la O de todas las fallas, Bhushan y Rengaswamy (2000a) no tuvieron en cuenta el signo de las flechas ya que sólo se

requiere observar la falla sin diagnosticar su causa. Dado un GDS, el procedimiento para obtener la RS con mínima cantidad de instrumentos es similar al utilizado por Raghuraj y *col.* (1999).

Debido a que algunas fallas, como las que se producen en los lazos de control del proceso, se manifiestan sólo en presencia de otras fallas (perturbaciones en la variable controlada), Bhushan y Rengaswamy (2000a) formularon una estrategia de DRS para O teniendo en cuenta la posibilidad que ocurran simultáneamente dos fallas. El problema se resuelve como una extensión del problema de O cuando sólo ocurre una falla a la vez.

Respecto del DRS dedicadas a resolver todas las fallas, Bhushan y Rengaswamy (2000a) también consideraron los casos de fallas simples y múltiples. En su análisis se asigna signo + a los nodos falla, si esta suposición no fuera válida se genera un nuevo nodo de signo contrario y se lo agrega al GDS, asignando a las flechas signo opuesto al del nodo inicial.

De manera similar a la propuesta de Raghuraj y *col.* (1999), la RS que satisface la R de todas las fallas se calcula empleando un grafo bipartito diferente al inicial y resolviendo el PDRS destinadas a observar todas las fallas. Inicialmente se construyen los  $\mathcal{A}_j$  para cada falla, teniendo en cuenta el signo de los nodos afectados por la misma. Luego, para cada par de fallas  $j$  y  $k$ , se generan los  $\mathcal{E}_{jk} = \mathcal{E}_{kj}$  en base a las siguientes consideraciones:

1. Si un nodo está presente sólo en  $\mathcal{A}_j$  o en  $\mathcal{A}_k$  pero no en los dos, se lo incluye en  $\mathcal{E}_{jk}$ ;
2. Si un nodo tiene signo positivo en  $\mathcal{A}_j$  y negativo en  $\mathcal{A}_k$ , se lo incorpora en  $\mathcal{E}_{jk}$ ;



3. Si un nodo tiene signo indeterminado en  $\mathcal{A}_j$  y su signo es + o - en  $\mathcal{A}_k$ , no se lo incluye en  $\mathcal{E}_k$ .

Se construye un grafo bipartito a partir de los nodos  $\mathcal{E}_k$  generados y se obtiene la RS que satisface la R simple de todas las fallas mediante la solución del PDRS que aseguran su O. La R múltiple de fallas también se aborda agregando los conjuntos  $\mathcal{A}_k$  apropiados.

En la estrategia de DRS basada en el uso de GDS, el criterio de optimización que se minimiza es la cantidad de sensores. No se consideró su costo, por lo que pueden obtenerse redes con la menor cantidad de instrumentos pero cuyo costo no sea el mínimo.

En el mismo año Bhushan y Rengaswamy (2000b) presentaron una estrategia de DRS basada en el concepto de la maximización de la confiabilidad del sistema de monitoreo. Este es altamente confiable cuando la probabilidad que una falla ocurra y no sea detectada es baja. En este trabajo los autores utilizaron información cuantitativa de las probabilidades de fallas del proceso ( $pdfp$ ) y de los sensores ( $pdfs$ ).

La relación causa-efecto entre las fallas y las variables del proceso se representó mediante la matriz bipartita  $\mathbf{A}$ , que contiene la misma información que el grafo bipartito utilizado por Raghuraj y *col.* (1999). Las columnas y las filas de  $\mathbf{A}$  representan las fallas y las variables afectadas por su ocurrencia, respectivamente. El valor del elemento  $a_{ij}$  es igual a 1 cuando la variable  $i$ -ésima es afectada por la falla  $j$ -ésima y, 0 cuando no lo es.

Los autores previamente citados asumieron que la única manera para que la falla  $j$ -ésima ocurra y no sea detectada, es que todos los sensores instalados para observarla hayan fallado. Definieron la probabilidad que este evento ocurra como la No

Observabilidad de la falla,  $U_j$ . Asumiendo conocidas la matriz  $\mathbf{A}$  y las  $pdf_j$  y  $pdfs_i$ , formularon  $U_j$  de la siguiente manera:

$$U_j = pdf_j \prod_{i=1}^I pdfs_i^{(a_{ij}q_i)} \quad (2.1)$$

donde  $pdf_j$  es la probabilidad de ocurrencia de la  $j$ -ésima falla,  $pdfs_i$  representa la probabilidad de falla del  $i$ -ésimo sensor, y  $q_i=1$  si la  $i$ -ésima variable de proceso se mide y  $q_i=0$  en caso contrario. Además definieron la No Observabilidad del Sistema,  $U$ , como la máxima  $U_j$ . Con el fin de maximizar la confiabilidad del sistema, minimizaron la máxima  $U_j$ . Para presupuestos fijos del proyecto de instrumentación,  $C^*$ , formularon el PDRS de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \text{Min}_{\mathbf{q}} \quad & \left[ \text{Max}_{\forall j} \left\{ pdf_j \left( \prod_{i=1}^I pdfs_i^{(a_{ij}q_i)} \right) \right\} \right] \\ \text{s.a.} \quad & \\ & \mathbf{c}^T \mathbf{q} \leq C^* \end{aligned} \quad (2.2)$$

donde  $\mathbf{c}^T$  es el vector de costo de los sensores y  $C^*$  son los recursos económicos disponibles.

El Problema 2.2 se resolvió de manera iterativa empleando un procedimiento que consiste en:

1. Considerar la falla de mayor  $U_j$ ;
2. Seleccionar aquellos sensores que disminuyen este valor;
3. Recalcular los  $U_j$  para todas las fallas con los nuevos sensores incorporados;
4. Repetir el primer paso hasta que el costo de la RS sea menor o igual a  $C^*$ .

Dado que la función objetivo del problema anterior es no lineal con respecto a  $\mathbf{q}$ , su resolución se dificulta. Por tal motivo, Bhushan y Rengaswamy (2002a) linealizaron

la Ecuación 2.1 aplicando logaritmo natural a ambos lados de la igualdad, y obtuvieron la siguiente expresión:

$$\log(U_j) = \log(pfp_j) + \sum_{i=1}^I a_{ij} q_i \log(pfs_i) \quad (2.3)$$

Luego, la  $U$  se define como el máximo  $\log(U_j)$  para  $j=1\dots J$ . Estos autores reformularon el PDRS representado por la Ecuación 2.2 como se indica a continuación:

$$\begin{aligned} & \underset{\mathbf{q}}{\text{Min}} \quad U \\ & \text{s.a.} \\ & U \geq \log(U_j) \quad j=1\dots J \\ & \mathbf{c}^T \mathbf{q} \leq C^* \end{aligned} \quad (2.4)$$

Además definieron el problema de mínimo costo sujeto a restricciones sobre la  $U$  como:

$$\begin{aligned} & \underset{\mathbf{q}}{\text{Min}} \quad \mathbf{c}^T \mathbf{q} \\ & \text{s.a.} \\ & U \leq U^* \\ & U \geq \log(U_j) \quad j=1\dots J \end{aligned} \quad (2.5)$$

donde  $U^*$  es un valor límite fijado para  $U$ . Es posible agregar restricciones adicionales para establecer límites particulares sobre los valores de  $U_j$ .

El Problema 2.4 proporciona la RS más confiable, pero no necesariamente la más económica, por otro lado, el Problema 2.5 permite obtener la RS más económica, pero no la más confiable. Por tal motivo, Bhushan y Rengaswamy (2002a) plantearon la necesidad de encontrar una RS que optimice ambos criterios en forma ordenada. Para ello emplearon optimización lexicográfica, procedimiento que optimiza primero el

objetivo de mayor jerarquía, y luego los restantes en orden secuencial según la importancia que se les asigna.

El Problema 2.4 se reformuló como uno de optimización lexicográfica, tal como indica la ecuación siguiente, considerando que el objetivo de mayor jerarquía es la maximización de la confiabilidad, y el siguiente corresponde a la minimización del costo del sistema de instrumentación:

$$\begin{aligned} \text{Min}_{\mathbf{q}} \quad & \left[ \text{Max}_{\forall j} \{ \log(U_j) \} - \beta C_h \right] \\ \text{s.a.} \quad & \\ & \mathbf{c}^T \mathbf{q} + C_h = C^* \end{aligned} \quad (2.6)$$

donde  $C_h$  es la variable de holgura en la restricción de costo, y  $\beta$  es una constante que asegura que el primer objetivo se optimice antes que el segundo, y debe satisfacer las siguientes desigualdades:  $0 < \beta < \frac{1}{C^*}$ .

Con posterioridad Bhushan y *col.* (2008) presentaron un marco de optimización lexicográfico muy complejo para mejorar la robustez de la RS debido al uso de datos inciertos. Propusieron reducir el efecto de los datos imprecisos sobre  $U$  asegurándose que: las restricciones relacionadas con la información inexacta estén lejos de ser activas en la solución óptima. La metodología requiere la categorización de todas las fallas antes de su aplicación, teniendo en cuenta las inexactitudes asociadas con la evaluación de cada  $U_j$ . ( $j=1 \dots J$ ). En su formulación combinaron apropiadamente tres objetivos en una función. El objetivo primario es la minimización de  $U$ , el segundo es la maximización de la mínima variable de holgura de las  $U_j$  de fallas inciertas, y el tercero es la minimización del costo de la RS. El cálculo de todas las constantes de peso usadas en la función objetivo depende de los datos del PDRS, que se define a continuación:

$$\begin{aligned}
& \underset{\mathbf{q}}{\text{Min}} \quad [\beta_1 U - \beta_2 \phi_s - C_h] \\
& \text{s.a.} \\
& \mathbf{c}^T \mathbf{q} + C_h = C^* \\
& U \geq \log(U_j) \quad \forall j \in cf \setminus cf_s \\
& U = \log(U_j) + \phi_{sj} \quad \forall j \in cf_s \\
& \zeta \Upsilon_j \geq \phi_{sj} - \phi_{sj}^* \quad \forall j \in cf_s \\
& \zeta (\Upsilon_j - 1) \geq \phi_{sj} - \phi_{sj}^* \quad \forall j \in cf_s \\
& \phi_s \leq \phi_{sj} - \phi_s^* \Upsilon_j \quad \forall j \in cf_s \\
& \phi_s \leq \phi_s^* \\
& \phi_{sj}^* = - \sum_{j \in cf_s} a_{ij} \log(pfs_j) q_i \quad \forall j \in cf_s \\
& (C_h; \phi_s; \phi_s^*; \phi_{sj}; \phi_{sj}^*) \in \square^+; \\
& U \in \square^-; \quad y_i \in \{0,1\}
\end{aligned} \tag{2.7}$$

donde  $\phi_s$  es la variable de holgura de  $U$  y  $\phi_s^*$  es el valor límite para dicha variable,  $\phi_{sj}$  es la variable de holgura de  $U_j$  si la  $j$ -ésima falla afecta sensores con probabilidad de falla incierta, es positiva y  $\phi_{sj}^*$  es el máximo valor que puede tomar dicha variable,  $\beta_1$  y  $\beta_2$  son constantes de peso y se calculan usando el algoritmo de Sherali (1982):  $\beta_1 = (1 + C^*)(1 + \phi_s^*)$ ,  $\beta_2 = (1 + C^*)$ ,  $\zeta$  es una constante de valor positivo,  $\Upsilon_j$  es una variable binaria asociada a la  $j$ -ésima falla,  $cf$  es el conjunto de todas las fallas y  $cf_s$  es el conjunto de fallas que afectan sensores imprecisos.

En la tercera restricción, un valor no nulo de  $\phi_{sj}$  asegura que la RS sea robusta a cambios en los datos usados para calcular  $U_j$ . La cuarta, quinta y sexta restricciones aseguran que si  $\phi_{sj}$  es mayor que  $\phi_{sj}^*$  entonces el valor de  $\phi_s$  no está restringido por  $\phi_{sj}$  y cualquier incremento en  $\phi_{sj}$  no afecta el valor de  $\phi_s$ . Por otro lado si  $\phi_{sj} \leq \phi_{sj}^*$  el valor de  $\phi_s$  está limitado por  $\phi_{sj}$ . La séptima condición restringe  $\phi_s$  a valores menores o iguales

a  $\phi_s^*$ , el cual se calcula a partir de los datos de *pfs* y costos de los sensores. Esta restricción asegura que no se efectúe un gasto adicional en incrementar  $\phi_s$  en valores arbitrariamente elevados para las situaciones donde:  $\phi_{sj} \geq \phi_{sj}^*, \forall j \in cf_s$ .

El PDRS planteado involucra  $\left[ 2 + J + \frac{(J-1)}{2} + 4 * J_u \right]$  restricciones lineales y  $[I + J_u]$  variables binarias, donde  $J_u$  representa el número de fallas y pseudofallas asociadas a sensores con *pfs* incierta y es del tipo Mezcla Entera Lineal (MILP).

Kotecha y *col.* (2007) reformularon el problema de optimización anterior, con el objetivo de reducir la cantidad de restricciones y eliminar el uso de variables binarias adicionales ( $Y_j$ ), y lo resolvieron utilizando programación con restricciones. Reemplazaron las restricciones 4, 5 y 6 del Problema 2.7 por el siguiente conjunto de restricciones:

$$\begin{aligned} \phi_{sj} < \phi_{sj}^* &\Rightarrow \phi_s \leq \phi_{sj} & \forall j \in cf_s \\ \phi_{sj} \geq \phi_{sj}^* &\Rightarrow \phi_s \leq \phi_{sj} & \forall j \in cf_s \end{aligned} \quad (2.8)$$

donde el símbolo  $\Rightarrow$  indica que las desigualdades de la derecha son consecuencia de las que se encuentran a la izquierda. Con este conjunto de restricciones se eliminan las variables  $Y_j$  y  $J_u$  restricciones del Problema 2.7.

Por su parte, Bagajewicz y *col.* (2004) abordaron el DRS dedicadas a satisfacer la O y R de todas las fallas del proceso utilizando un enfoque matricial que no emplea datos de probabilidad de falla. Al igual que Bhushan y Rengaswamy (2002a), usaron la información contenida en el grafo bipartito (Raghuraj y *col.*, 1999) para representar de manera matricial la relación causa-efecto entre las fallas y las variables afectadas por su

ocurrencia. Consideraron que la  $j$ -ésima falla de proceso es observable si se satisface la desigualdad:

$$\sum_{i=1}^I a_{ij} q_i \geq 1 \quad (2.9)$$

y formularon el DRS que aseguran la O de todas las fallas mediante el siguiente MILP:

$$\begin{aligned} & \underset{\mathbf{q}}{\text{Min}} \quad \mathbf{c}^T \mathbf{q} \\ & \text{s.a.} \\ & \sum_{i=1}^I a_{ij} q_i \geq 1 \quad j = 1 \dots J \end{aligned} \quad (2.10)$$

Esta formulación es la misma utilizada por Bhushan y Rengaswamy (2002a) en su PDRS de igual propósito cuando no se emplean datos de  $pdfp$  y  $pdfs$ .

Por otro parte, Bagajewicz y *col.* (2004) establecieron que se satisface la R para las fallas  $j$ -ésima y  $k$ -ésima cuando se verifica la siguiente desigualdad:

$$\sum_{i=1}^I a_{ij} a_{ik} q_i \leq \text{Max} \left\{ \sum_{i=1}^I a_{ij} q_i, \sum_{i=1}^I a_{ik} q_i \right\} - 1 \quad (2.11)$$

La ecuación anterior implica que existe al menos una variable medida que afecta a una de las fallas, pero no a la otra. Las restricciones de R se incorporaron al Problema 2.10 resultando el siguiente:

$$\begin{aligned} & \underset{\mathbf{q}}{\text{Min}} \quad \mathbf{c}^T \mathbf{q} \\ & \text{s.a.} \\ & \sum_{i=1}^I a_{ij} q_i \geq 1 \quad j = 1 \dots J \\ & \sum_{i=1}^I a_{ij} a_{ik} q_i \leq \text{Max} \left\{ \sum_{i=1}^I a_{ij} q_i, \sum_{i=1}^I a_{ik} q_i \right\} - 1 \quad k \neq j, j = 1 \dots J, k = 1 \dots J \end{aligned} \quad (2.12)$$

Dado que el operador *Max* no es adecuado para resolver el diseño utilizando códigos de Programación Mezcla Entera Lineal, el Problema 2.12 se reformuló sustituyendo el segundo conjunto de restricciones por:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^I a_{ij} a_{ik} q_i = MA, \quad \sum_{i=1}^I a_{ij} q_i = MB, \quad \sum_{i=1}^I a_{ik} q_i = MC \\ MC = \text{Max}\{MA, MB\} \Leftrightarrow \begin{cases} MC - \Omega Y \leq MA & MC \geq MA \\ MC - (1 - Y)\Omega \leq MB & MC \geq MB \end{cases} \end{aligned} \quad (2.13)$$

donde  $Y$  es una variable binaria y  $\Omega$  es un límite superior sobre el número total de sensores. En consecuencia, resulta el Problema 2.14

$$\begin{aligned} \text{Min}_{\mathbf{q}} \quad & \mathbf{c}^T \mathbf{q} \\ \text{s.a.} \quad & \\ & \sum_{i=1}^I a_{ij} q_i \geq 1 \quad j = 1 \dots J \\ & \sum_{i=1}^I a_{ij} a_{ik} q_i - \Omega Y \leq \sum_{i=1}^I a_{ij} q_i \quad k \neq j, j = 1 \dots J, k = 1 \dots J \\ & \sum_{i=1}^I a_{ij} a_{ik} q_i \geq \sum_{i=1}^I a_{ij} q_i \quad k \neq j, j = 1 \dots J, k = 1 \dots J \\ & \sum_{i=1}^I a_{ij} a_{ik} q_i - (1 - Y)\Omega \leq \sum_{i=1}^I a_{ik} q_i \quad k \neq j, j = 1 \dots J, k = 1 \dots J \\ & \sum_{i=1}^I a_{ij} a_{ik} q_i \geq \sum_{i=1}^I a_{ik} q_i \quad k \neq j, j = 1 \dots J, k = 1 \dots J \end{aligned} \quad (2.14)$$

Además Bagajewicz y *col.* (2004) analizaron la posibilidad de existencia de fallas múltiples. Si dos fallas  $j$  y  $k$  ocurren en forma simultánea, se define el vector de falla múltiple  $\mathbf{a}_{jk}$  de la siguiente manera:

$$\mathbf{a}_{ijk} = \mathbf{a}_{ij} \oplus \mathbf{a}_{ik} \quad j \neq k \quad i = 1 \dots I \quad (2.15)$$



donde  $\oplus$  es la suma de Boole para variables binarias. La falla múltiple definida por  $\mathbf{a}_{jk}$  participa junto con las demás en la formulación de las restricciones del problema anterior.

Con posterioridad, Tarifa y Scenna (2004) desarrollaron un sistema para D y Aislamiento de Fallas (AFs), que emplea un sistema experto capaz de procesar las reglas IF-THEN-ELSE usando Lógica Difusa. En la metodología propuesta se simulan inicialmente las potenciales fallas para distintas condiciones de tiempo de activación, magnitudes máximas y tiempos de desarrollo. Los resultados de estas simulaciones se emplean para seleccionar un conjunto de mediciones que favorezcan el desempeño de la estrategia de monitoreo. El primer criterio de selección consiste en medir la primera variable cuya magnitud excede el rango normal para cada falla. El segundo criterio busca aquellas variables que permiten distinguir primero entre dos fallas. Dichas variables son las que presentan mayores diferencias en su variación con respecto al estado normal. En el trabajo citado no se reportan formulaciones de diseño óptimo.

Recientemente Kolluri y *col.* (2013) presentaron mejoras de algunos procedimientos citados previamente. A diferencia del trabajo de Bhushan y Rengaswamy (2000a), Kolluri y *col.* (2013) consideraron la posibilidad que el signo de la flecha que conecta los nodos de un GDS pueda cambiar durante el control de procesos. Asumiendo que no hay ocurrencia múltiple de fallas, que sólo puede ocurrir un cambio de signo por vez y que se conocen las flechas con cambios de signo en el GDS, identificaron por medio de simulación las variables afectadas.

En base al nuevo grafo bipartito, los autores previamente citados definieron la matriz causa-efecto  $\mathbf{A}'$ , tal que sus filas representan las  $I$  variables de proceso afectadas por la ocurrencia de  $J'$  fallas. Estas comprenden las  $J$  fallas consideradas cuando no hay

cambio de signo en las flechas de los GDS y las  $(J'-J)$  nuevas fallas. Además formularon el DRS que aseguran la O y R de todas las fallas, con el mínimo costo, de manera similar a la presentada por Bagajewicz y col. (2004) (Problema 2.10)

$$\begin{aligned} & \underset{\mathbf{q}}{\text{Min}} \quad \mathbf{c}^T \mathbf{q} \\ & \text{s.a.} \\ & \sum_{i=1}^I a'_{ij} q_i \geq 1 \quad j = 1 \dots J' \end{aligned} \quad (2.16)$$

y extendieron el Problema 2.16 a todas las pseudofallas para satisfacer la condición de R (Raghuraj y col. (1999).

Luego Kolluri y Bhushan (2013) presentaron una metodología para la relocalización e instalación de nuevos sensores en plantas existentes con propósitos de O y R de todas las fallas. Incorporaron el concepto de auditoría de la RS, que consiste en una revisión del diseño realizada durante la operación, cuando se dispone de mayor cantidad de información, y generalmente hay cambios en las condiciones de entrada al proceso, en los valores de los parámetros y los setpoints de los controladores, etc. El PDRS se formula como uno de optimización lexicográfica. Dado un  $C^*$ , el principal objetivo es la maximización del ahorro del capital destinado a la adquisición de nuevos instrumentos seguido de la maximización de la cantidad de instrumentos que pueden ser relocalizados. Las restricciones de O y R se evalúan empleando los cálculos propuestos por Bagajewicz y col. (2004), y se agregan otras relacionadas con: la relocalización de los sensores que no son utilizados para diagnóstico de fallas y la posibilidad de instalar nuevos sensores en una planta existente.

### 2.2.2. Modelos basados en datos

Las estrategias de Control Estadístico Multivariable de Procesos son herramientas capaces de comprimir y reducir la dimensionalidad de grandes conjuntos de datos, de manera tal que se retenga la información esencial y ésta sea más fácil de analizar. El Análisis de Componentes Principales (PCA), inicialmente propuesto por Pearson (1901) y desarrollado por Hotelling (1933), es una técnica multivariada estándar que ha sido incluida en varios libros de texto (Anderson, 1958; Jackson, 1991).

El PCA se basa en una descomposición ortogonal de la matriz de correlación de las mediciones del proceso a lo largo de direcciones que explican la máxima variabilidad de los datos. El principal objetivo del uso de PCA es encontrar un número de componentes menor que el de las mediciones originales, mediante el cual se logre describir las principales tendencias del conjunto de datos. En el Capítulo 4 de esta tesis se incluye una revisión de esta técnica de monitoreo estadístico, que ha sido la estrategia de Control Estadístico Multivariable de Procesos más utilizada para la detección e identificación de fallas en procesos industriales.

Wang y *col.* (2002b) indicaron que una adecuada integración entre el DRS y el método de monitoreo estadístico mejora la tarea de diagnóstico de fallas para un dado proceso. Dichos autores propusieron incorporar dos nuevos estadísticos a la técnica PCA con el fin de detectar fallas de escasa magnitud. Probaron su estrategia con datos simulados de un proceso, cuyas mediciones se seleccionaron previamente empleando la metodología de DRS presentada por Raghuraj y *col.* (1999) que satisface la máxima R de todas las fallas. Estos autores indicaron que el diseño óptimo de RS incorpora la información cualitativa contenida en el DG del proceso, lo cual resulta de suma utilidad para que el método estadístico consiga mejores resultados de diagnóstico.

Además Wang y *col.* (2002a) fueron los primeros en hacer una distinción entre la Detectabilidad estructural (DE) de fallas y la Detectabilidad del Método (DM) de monitoreo. La primera coincide con el concepto de O, ya que la DE se relaciona con la posibilidad que la falla sea observada por al menos un sensor, lo que depende de la estructura o topología de la red de sensores. Resulta evidente que la DE es un requisito de la DM, porque la falla no podrá ser detectada por la técnica de monitoreo si la lectura de algún sensor no se ve afectada por su ocurrencia. Por otra parte, la DE no asegura que la falla sea detectada en la práctica, es decir, es una condición necesaria pero no suficiente. La DM depende de la sensibilidad de la estrategia utilizada para el monitoreo en línea del proceso.

Con posterioridad, Musulin y *col.* (2004) propusieron una metodología de diseño de sistemas de instrumentación destinados a monitorear el proceso utilizando PCA, que considera la importancia relativa de las fallas, el costo de los sensores y el desempeño de dicha técnica estadística para la detección de un dado conjunto de fallas. Se formuló un problema de optimización sin restricciones del tipo mezcla entera no lineal (MINLP) que se resolvió utilizando Algoritmos Genéticos.

La función objetivo del problema de diseño formulado por Musulin y *col.* (2004) consta de dos términos, que dependen del vector de variables binarias  $\mathbf{q}$ . El primero corresponde al costo de la red de sensores. El segundo, denominado Penalización por Tamaño de Falla, se relaciona con los costos de la ocurrencia de fallas de magnitud crítica, y tiene en cuenta la importancia relativa de los eventos anormales.

En la formulación del segundo término de la función objetivo a minimizar se utiliza el concepto de la Magnitud Crítica de Falla (MCF) propuesto por Wang y *col.* (2002a). Estos autores desarrollaron expresiones aproximadas para calcular la mínima

magnitud de una falla que es detectable por el estadístico de Hotelling ( $D$ ), en el espacio de las componentes principales retenidas, y por el estadístico Error Cuadrático de Predicción ( $SPE$ ). La menor de las dos MCFs calculadas se considera la Mínima Magnitud Crítica de Falla (MMCF) detectable usando la técnica de monitoreo PCA.

La función Penalización por Tamaño de Falla se define como una suma pesada de las MMCFs de las diferentes fallas consideradas del proceso. El peso asignado a cada falla depende de dos magnitudes de falla: la máxima tolerable por cuestiones de seguridad y la asociada al ruido de las mediciones.

### 2.2.3. Modelos Cuantitativos

Un grupo de estrategias de monitoreo utilizan modelos explícitos del proceso para diagnóstico de fallas, siendo los más utilizados los del tipo entrada-salida y en variables de estado. Si se detectan inconsistencias entre el comportamiento esperado del proceso y el real, se emplean patrones de estados de fallas para determinar su origen.

Watanabe y *col.* (1985) desarrollaron una técnica para DRS dedicadas a monitorear el proceso empleando un observador lineal de orden reducido. Este permite estimar todas las variables de estado de un sistema no lineal que presenta algunos parámetros que son desconocidos debido a la existencia de una falla. El observador se formula usando un sistema de ecuaciones diferenciales lineales variables en el tiempo. La RS de mínimo costo que permite estimar todas las variables de estado del sistema se determina analizando todas las combinaciones de posibles sensores.

En su metodología de diseño Watanabe y *col.* (1985) asumieron que: el número de posibles mediciones es superior al de variables de estado; cada variable sólo puede ser medida por un solo sensor con un costo determinado, y todas las fallas del sistema

pueden detectarse verificando si las variables de estado se encuentran en su rango de operación normal o no. Para el diagnóstico de las fallas se emplea una técnica de identificación de parámetros desconocidos, que requiere la formulación de diferentes observadores. Cada uno de ellos considera que un parámetro (o un conjunto de ellos) se ha desviado respecto de su valor normal.

Por su parte, Chang y *col.* (1993) abordaron la detección de cambios en las variables de estado y/o parámetros del modelo matemático implementando técnicas de identificación de sistemas. El diagnóstico de los orígenes de las fallas se realizó mediante la interpretación física de estos cambios y/o un análisis estructural del modelo. Solo se consideraron fallas asociadas a variaciones en los parámetros, por lo tanto las fallas de sensores y aquellas que pueden cambiar la estructura del modelo no se incluyen en el análisis.

Los autores previamente citados adoptaron un método de estimación de parámetros en paralelo basado en el filtro de Kalman Extendido para identificación de fallas. La estrategia consiste en formular un problema de estimación por cada evento anormal y analizar los resultados obtenidos para determinar cuál es la falla que ocurrió. Aún cuando se postula la ocurrencia de una falla por vez, se pueden obtener conclusiones inconsistentes para diferentes conjuntos de mediciones. Un tipo de error puede eliminarse mediante una redistribución de sensores o la instalación de otros instrumentos en la red. Esto se produce cuando los efectos de la falla verdadera sobre las mediciones pueden reemplazarse por los de la falla postulada. Existen otros errores que no pueden reducirse. Por tal motivo, estos autores analizaron sistemas de monitoreo alternativos, mediante un procedimiento de búsqueda exhaustiva, que emplea una tabla de diagnóstico elaborada en base a simulaciones del proceso. El diseño asegura la

observabilidad de las fallas y maximiza la resolución de las mismas cuando se aplica el filtro de Kalman Extendido en paralelo como estrategia de monitoreo.

Gerkens y Heyen (2008) propusieron una metodología de DRS basada en la técnica de monitoreo en línea presentada por Ragot y Maquin (2006), quienes emplearon la sensibilidad de los residuos de las ecuaciones de balance con respecto a las fallas con propósitos de detección e identificación.

En esta metodología se analizan las contribuciones del ruido de las mediciones y de la magnitud de las fallas a los residuos. Se considera que la  $j$ -ésima falla se detecta si su contribución supera a la contribución del ruido en al menos un residuo. Por otra parte, para que dos fallas diferentes puedan aislarse, el conjunto de residuos para los cuales se verifica la condición anterior debe ser diferente para ambas fallas.

En el trabajo de Gerkens y Heyen (2008) se consideran medidos todos los caudales y niveles de un sistema de distribución de agua y, solo se selecciona el tipo de caudalímetro o sensor de nivel a partir de un conjunto de instrumentos con diferentes precisiones y costos. Las magnitudes de falla para cada variable se obtienen por simulación. El problema de optimización resultante se resuelve aplicando Algoritmos Genéticos.

Por su parte, Orantes y *col.* (2008) desarrollaron una metodología de diseño para plantas químicas complejas que consta de cuatro etapas. Inicialmente se determina la relación causa-efecto entre las variables de proceso y las fallas. Con tal fin se realizan simulaciones dinámicas para distintas perturbaciones en las variables de entrada al proceso con el programa HYSYS. Luego se aplican los conceptos de Entropía y Ganancia de la Información para cuantificar la calidad de cada variable para discriminar

la ocurrencia de las fallas, y se selecciona el mínimo número de sensores cuya instalación permite detectar e identificar la ocurrencia de todas las fallas.

La tercera etapa de la técnica consiste en generar el modelo del comportamiento del proceso, que se utiliza como referencia para la detección de eventos anormales. Se desarrolla un programa de cómputo para clasificar los posibles estados de falla y la operación normal utilizando los datos de las mediciones seleccionadas. Dicho modelo no es completo ya que es muy difícil el reconocimiento exhaustivo de todas las fallas en un proceso complejo. Finalmente se realiza un reconocimiento en línea de las fallas, con momento de aparición y amplitud desconocidos, con el objetivo de validar el modelo de comportamiento como así también la relevancia de la RS elegida.

### **2.3. Conclusiones**

En este capítulo se presentó un análisis crítico de los trabajos realizados en el área de DRS con propósitos de diagnóstico de fallas. Las publicaciones existentes se clasificaron según el tipo de modelo del proceso empleado por la estrategia de monitoreo en línea.

Se han presentado dos enfoques diferentes para los PDRS que satisfacen la O y R de todas las posibles fallas del proceso. Existen procedimientos basados en conceptos de grafos, que emplean el conocimiento de GD y el GDS del proceso, y permiten obtener soluciones aproximadas de mínimo número de sensores. Otros métodos han empleado conceptos del álgebra matricial para formular MILP, en los cuales se minimiza el costo de la RS. Ninguno de estos enfoques considera que la falta circunstancial de una medición puede modificar las condiciones de O y R de fallas.



También se han definido problemas de optimización lexicográficos para diseñar RS que satisfacen diferentes criterios en un orden dado de importancia. Dado que la maximización de la confiabilidad del sistema de monitoreo es el primer objetivo a cumplir, la solución de estos problemas depende de la incertidumbre en los datos de las *ppf* y *pfs*. Con el fin de obtener diseños más robustos, se han propuesto complejas formulaciones, que tienen la ventaja de ser MILPs.

En la mayoría de los trabajos de DRS, que consideran procesos monitoreados con estrategias basadas en modelos cualitativos, no se incorporan restricciones que favorezcan la D y el AFs en línea.

Sin embargo, el beneficio de implementar la técnica PCA empleando un conjunto de sensores que asegure la O y R de todas las fallas fue resaltado en la literatura, y llevo a definir un PDRS que satisface la D de todas las fallas del proceso cuando se utiliza dicho método de monitoreo estadístico. En este PDRS se considera que la técnica PCA debe detectar todas las fallas antes que su magnitud alcance cierto límite preestablecido. Para el cálculo de las magnitudes de falla se utilizaron métodos conservativos. Se definió un MINLP que fue resuelto empleando Algoritmos Genéticos. Su aplicación se limita a analizar la capacidad de la RS de detectar las fallas, pero no tiene en cuenta aspectos de AFs, ni tampoco la posible ausencia de alguna medición.

Las metodologías de DRS basadas en modelos cuantitativos utilizan las ecuaciones del modelo para detectar apartamientos entre el comportamiento del proceso cuando ocurre una falla y su desempeño en condiciones de operación normales. El diagnóstico se realiza contrastando dicho comportamiento con casos de falla simulados. Dada la naturaleza no lineal de las formulaciones para AFs, se han empleado Algoritmos Genéticos o búsqueda exhaustiva para encontrar la RS que satisfaga la D e I

de todas las fallas. Los diseños obtenidos no consideran la posibilidad que algunos sensores no estén disponibles.

#### 2.4. Notación

$A$	Matriz de Conectividad Falla-Sensor
$\mathcal{A}_j$	Conjunto de todos los nodos conectados con el $j$ -ésimo nodo raíz
$c$	Vector de costo de los instrumentos
$C^*$	Presupuesto del proyecto de instrumentación
$C_h$	Variable de holgura para la restricción de costo
$cf$	Conjunto de todas las fallas
$cfs$	Conjunto de fallas que afectan sensores imprecisos
$D$	Estadístico de Hotelling
$SPE$	Error Cuadrático de Predicción
$I$	Cantidad de Variables de Proceso
$J$	Cantidad de fallas
$J_u$	Cantidad de fallas y pseudofallas asociadas a sensores con $pfs$ inciertas
$q$	Vector solución del PDRS
$U$	No Observabilidad del Sistema
$U^*$	Límite Superior de $U$
$U_j$	No Observabilidad de la $j$ -ésima falla
$\beta$	Parámetro
$\phi_{s,j}$	Variable de holgura asociada con la restricción de No Observabilidad de la $j$ -ésima falla incierta
$\phi_{s,j}^*$	Límite superior de $\phi_{s,j}$

$\phi_s$	Variable de holgura de $U$
$\phi_s^*$	Límite superior de $\phi_s$
$\zeta$	Parámetro
$\gamma$	Variable binaria
$\Omega$	Límite superior para la cantidad total de sensores

## 2.5. Acrónimos

AF	Aislamiento de Fallas
D	Detección
DRS	Diseño de Redes de Sensores
DE	Detectabilidad Estructural
DM	Detectabilidad del Método
GD	Grafo Dirigido
GDS	Grafo Dirigido con Signo
MCF	Magnitud Crítica de Falla
MILP	Problema Mezcla Entera Lineal
MINLP	Problema Mezcla Entera No Lineal
MMCF	Mínima Magnitud Crítica de Falla
O	Observabilidad
PCA	Análisis de Componentes Principales
PDRS	Problema de Diseño de Redes de Sensores
$pfp$	Probabilidad de Falla del Proceso
$dfs$	Probabilidad de Falla del Sensor
R	Resolución
RS	Red de Sensores

## 2.6. Referencias

- Anderson, T. W. An Introduction to Multivariate Statistical Analysis Wiley Publications in Statistics, New York, John Wiley & Sons, Inc. **1958**.
- Bagajewicz, M.; Fuxman, A.; Uribe, A. Instrumentation network design and upgrade for process monitoring and fault detection. *AIChE J.* **2004**, 50, 8, 1870-1880.
- Bhushan, M., Rengaswamy, R. Design of sensor network based on the signed directed graph of the process for efficient fault diagnosis. *Ind. Eng. Chem. Res.* **2000a**, 39, 4, 999-1019.
- Bhushan, M., Rengaswamy, R. Design of sensor location based on various fault diagnostic observability and reliability criteria. *Comput. Chem. Eng.* **2000b**, 24, 2-7, 735-741.
- Bhushan, M., Rengaswamy, R. Comprehensive design of a sensor network for chemical plants based on various diagnosability and reliability criteria. 1. Framework. *Ind. Eng. Chem. Res.* **2002a**, 41, 7, 1826-1839.
- Bhushan, M., Narasimhan, S., Rengaswamy, R. Robust sensor network design for fault diagnosis. *Comput. Chem. Eng.* **2008**, 32, 4-5, 1067-1084.
- Chang, C.; Mah K.; Tsai C. A simple design strategy for fault monitoring systems. *AIChE J.* **1993**, 39, 7, 1146-1163.
- Deo, N. Graph theory with applications to engineering and computer science, Prentice Hall of India, New Delhi. **1997**
- Gerken, C.; Heyen, G. Sensor placement for fault detection and localization. *Computer Aided Chemical Engineering*, **2008**, 25, 355-360.
- Hotelling, H. Analysis of a complex of statistical variables into principal components. *Journal of Educational Psychology*, **1933**, 24, 6, 417-441.
- Jackson, J. E.. A User's Guide to Principal Components. Wiley Series in Probability and Mathematical Statistics. Applied Probability and Statistics, New York, John Wiley & Sons, Inc. **1991**

- Kolluri, S.; Bajaj, I.; Bhushan, M. Sensor network design for efficient fault diagnosis and signed digraph update. *10<sup>th</sup> IFAC Symposium on Dynamics and Control of Process Systems, DYCOPS*. 2013, **2013**, 10, 821-826.
- Kolluri, S.; Bhushan, M. Audit of sensor networks for efficient fault diagnosis. *J. Process Contr.* **2013**, 23, 6, 881-893.
- Kotecha, P.R., Bhushan, M., Gudi, R.D. Constraint programming based robust sensor network design. *Ind. Eng. Chem. Res.* **2007**, 46, 5985
- Lambert, H. E. Fault trees for locating sensors in process systems. *Chem. Eng. Prog.* 1977, 73, 81-85.
- Maurya, M.R., Rengaswamy, R., Venkatasubramanian, V. A systematic framework for the development and analysis of signed digraphs for chemical processes. 1. Algorithms and analysis. *Ind. Eng. Chem. Res.* **2003**, 42, 20, 4789-4810.
- Musulini, E.; Bagajewicz, M.; Nougues, J.; Puigjaner, L. Instrumentation Design and Upgrade for Principal Components Analysis Monitoring. *Ind. Eng. Chem. Res.* **2004**, 43, 2150-2159.
- Orantes, A., Kempowsky, T., Le Lann, M.-V., Aguilar-Martin, J. A new support methodology for the placement of sensors used for fault detection and diagnosis *Chem. Eng. Process. Process Intensification*, **2008**, 47, 3, 330-348.
- Pearson, K. On lines and planes of closest of statistical fit to systems of point in space. *Philos Mag.* **1901**, 6, 559-572.
- Raghuraj, R., Bhushan, M., Rengaswamy, R.: Locating sensors in complex chemical plants based on fault diagnostic observability criteria. *AIChE J.* **1999**, 45, 2, 310-322.
- Ragot, J., Maquin, D. Fault measurement detection in an urban water supply network. *J. Process Contr.* **2006**, 16, 9, 887-902.
- Sherali, H.D. Equivalent weights for lexicographic multi-objective programs: Characterizations and computations. *European Journal of Operational Research*, **1982**, 11, 4, 367-379.

- Tarifa, E. E., Scenna, N. J. Fault diagnosis for MSF dynamic states using a SDG and fuzzy logic. *Desalination*, **2004**, 16, 93-101.
- Wang, H., Song, Z., Li, P. Fault detection behavior and performance analysis of principal component analysis based process monitoring methods. *Ind. Eng. Chem. Res.* **2002a**, 41, 10, 2455-2464.
- Wang, H., Song, Z., Wang, H.: Statistical process monitoring using improved PCA with optimized sensor location. *J. Process Contr.* **2002b**, 12, 735-744.
- Watanabe, K., Sasaki, M., & Himmelblau, D. M. Determination of optimal measuring sites for fault detection of non-linear systems. *International Journal of Systems Science*, **1985**, 16, 11, 1345-1363.

# ***Capítulo 3***

---

Diseño con Restricciones  
de Observabilidad y Resolución

### 3 Diseño con Restricciones de Observabilidad y Resolución

#### 3.1 Introducción

En los procesos químicos la ocurrencia de algunos eventos anormales puede originar importantes pérdidas económicas, condiciones riesgosas de trabajo, y un considerable daño ambiental. Por lo tanto es esencial detectar e identificar rápidamente estas fallas claves (FCs) cuando las mismas ocurren y realizar acciones de control adecuadas para reducir sus consecuencias. En este sentido la red de sensores (RS) debe ser capaz de resolver el conjunto de FCs aún en presencia de mediciones faltantes o con valores atípicos.

En este capítulo se presenta una nueva estrategia para el diseño de redes de sensores (DRS) destinadas al diagnóstico de fallas. Se asume que en la etapa de diseño de la planta todavía no se ha seleccionado una técnica para monitorear la futura operación del proceso. La metodología aborda la resolución (R) de un conjunto de FCs desde un punto de vista estructural, para lo cual se define el Grado de Resolución (RD por sus siglas en inglés, Resolution Degree) de una FC. En contraste con trabajos previos, la estrategia propuesta comprende formulaciones simples, y utiliza datos con incertidumbre relativamente baja, que están fácilmente disponibles en la etapa de diseño del proceso.

#### 3.2 Formulación de las Restricciones

En esta sección se formulan las restricciones de Observabilidad (O), R y RD del problema de diseño de redes de sensores (PDRS) empleando los operadores básicos del álgebra de Boole para variables binarias. Estos son: conjunción  $\wedge$ , disyunción  $\vee$  y complemento  $\neg$ . En la Tabla 3.1 se muestra un ejemplo de aplicación de estos



operadores para un par de vectores binarios  $\mathbf{q}_1$  y  $\mathbf{q}_2$ . Para la posición  $i$ -ésima, la conjunción da como resultado 1 si los correspondientes elementos de ambos vectores son 1, de lo contrario, el resultado es 0. Con respecto a la disyunción, para la posición  $i$ -ésima el resultado es 1 si el valor de al menos uno de los correspondientes elementos es 1. La operación complemento da como resultado el valor opuesto al del elemento.

**Tabla 3.1.** Operadores Booleanos

		Conjunción	Disyunción	Complemento	
$\mathbf{q}_1$	$\mathbf{q}_2$	$\mathbf{q}_1 \wedge \mathbf{q}_2$	$\mathbf{q}_1 \vee \mathbf{q}_2$	$\neg \mathbf{q}_1$	$\neg \mathbf{q}_2$
1	0	0	1	0	1
0	1	0	1	1	0
1	1	1	1	0	0
0	0	0	0	1	1

Las restricciones estructurales previamente mencionadas se definen utilizando la información contenida en la Matriz de Conectividad Falla-Sensor  $\mathbf{A}$ , de dimensión  $(I \times J)$ , siendo  $J$  el número de fallas consideradas del proceso e  $I$  el número de variables afectadas por la ocurrencia de todas las fallas (Bhushan y Rengaswamy, 2000; Bagajewicz y col., 2004). Dicha matriz está compuesta por elementos binarios tales que,  $a_{ij} = 1$  si la variable  $i$ -ésima señala la ocurrencia de la falla  $j$  o 0 en el caso contrario. Por lo tanto, la  $j$ -ésima columna de la matriz  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{a}_j$ , es un vector binario que representa todas las variables cuya medición revelan el  $j$ -ésimo evento anómalo.

Dado que no se miden todas las variables comprendidas en la matriz  $\mathbf{A}$ , la RS propuesta se representa por un vector binario  $\mathbf{q}$ , de dimensión  $I$ , tal que si la variable  $i$ -ésima se mide  $q_i=1$  y,  $q_i=0$  en caso contrario. A continuación se presentan las formulaciones propuestas para las restricciones estructurales del PDRS.

### 3.2.1 Observabilidad

El sistema de diagnóstico de fallas debe ser capaz de observar los síntomas de la falla y determinar su causa. Tal como se mencionó en el Capítulo 1, una falla se categoriza como observable si al menos un sensor indica la existencia del evento anómalo.

Dada una RS, la O de la  $j$ -ésima falla puede verificarse usando la operación de conjunción entre el vector de falla  $\mathbf{a}_j$  y el vector de sensores  $\mathbf{q}$ . Dicha falla es observable si la suma de todos los elementos del vector  $(\mathbf{a}_j \wedge \mathbf{q})$  es mayor o igual a 1. Por lo tanto, la O de todas las fallas del proceso se formula de la siguiente manera:

$$\sum_{i=1}^I (\mathbf{a}_j \wedge \mathbf{q})_i \geq 1 \quad (j = 1, \dots, J) \quad (3.1)$$

donde  $\mathbf{rv}_j = (\mathbf{a}_j \wedge \mathbf{q})$  se define como el vector de resolución de la falla  $j$ . Las posiciones  $\mathbf{rv}_j(i)=1$  indican que la RS mide la variable  $i$ -ésima, que es una de las afectadas por la ocurrencia de la falla  $j$ -ésima.

### 3.2.2 Resolución Simple de Falla

Asumamos que ocurre una sola falla a la vez. El sistema de instrumentación debe ser capaz no sólo de observarla, sino también de diferenciar este evento anómalo con respecto a todos los otros posibles. Una falla se considera resoluble si puede distinguirse de otras.

La R de una falla depende fuertemente de la topología del proceso. Si dos o más fallas, por ejemplo, las  $j$  y  $k$  afectan las mismas variables de proceso, esto es:

$$\mathbf{a}_j = \mathbf{a}_k \quad (3.2)$$

entonces no pueden ser resueltas, y se consideran como una única falla para el resto del análisis.

Consideremos un vector  $\mathbf{q}$  y los  $\mathbf{rv}$ s correspondientes a las fallas  $j$  y  $k$ ,  $\mathbf{rv}_j$  y  $\mathbf{rv}_k$ . Se pueden definir tres vectores diferentes a través de las operaciones de conjunción:

$$\mathbf{v}_1: \mathbf{rv}_j \wedge \neg \mathbf{rv}_k \tag{3.3}$$

$$\mathbf{v}_2: \neg \mathbf{rv}_j \wedge \mathbf{rv}_k \tag{3.4}$$

$$\mathbf{v}_3: \mathbf{rv}_j \wedge \mathbf{rv}_k \tag{3.5}$$

En base a estos tres vectores se definen los siguientes conjuntos:  $\mathcal{V}_1 = \{i / \mathbf{v}_1(i)=1\}$ ,  $\mathcal{V}_2 = \{i / \mathbf{v}_2(i)=1\}$ , y  $\mathcal{V}_3 = \{i / \mathbf{v}_3(i)=1\}$ , los cuales se representan en la Figura 3.1. El conjunto  $\mathcal{V}_1$  contiene todos los sensores asociados al vector  $\mathbf{rv}_j$  (o sea los índices  $i$  tales que  $\mathbf{rv}_j(i)=1$ ) que no están relacionados con  $\mathbf{rv}_k$  ( $\mathbf{rv}_k(i) \neq 1$ ), en contraste  $\mathcal{V}_2$  involucra los sensores asociados a  $\mathbf{rv}_k$  ( $\mathbf{rv}_k(i)=1$ ) que no están relacionados con  $\mathbf{rv}_j$  ( $\mathbf{rv}_j(i) \neq 1$ ) y,  $\mathcal{V}_3$  tiene los sensores en común.

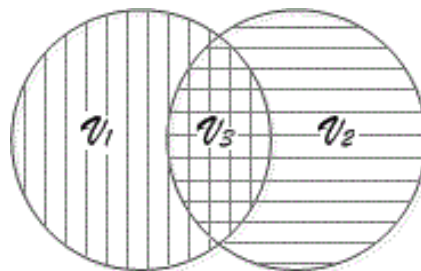


Figura 3.1. Sensores asociados a  $\mathbf{rv}_j$  y  $\mathbf{rv}_k$

Si los vectores  $\mathbf{v}_1$ ,  $\mathbf{v}_2$ , y  $\mathbf{v}_3$  son no nulos, la ocurrencia de la falla  $j$ -ésima del proceso se resuelve en términos de las mediciones contenidas en los conjuntos  $\mathcal{V}_1$  y  $\mathcal{V}_3$ , cuyos valores se desvían respecto de los correspondientes al estado estacionario. Por su parte la falla  $k$ , puede identificarse usando los sensores incluidos en los conjuntos  $\mathcal{V}_2$  y  $\mathcal{V}_3$ .

Si solo dos de los tres vectores son no nulos, la R de ambas fallas es aún posible. Si  $\mathbf{v}_2$  es nulo, la  $j$ -ésima falla del proceso se distingue usando las observaciones incluidas en los conjuntos  $\mathcal{V}_1$  y  $\mathcal{V}_3$ , y la falla  $k$ -ésima se resuelve por medio de los sensores en  $\mathcal{V}_3$ . Si  $\mathbf{v}_1$  es nulo, los instrumentos de  $\mathcal{V}_3$  permiten resolver la falla  $j$ -ésima, mientras que las mediciones en  $\mathcal{V}_2$  y  $\mathcal{V}_3$  proveen la R de la falla  $k$ -ésima. Finalmente, si  $\mathbf{v}_3$  es nulo, las fallas  $j$  y  $k$  se diferencian utilizando las mediciones de los conjuntos  $\mathcal{V}_1$  y  $\mathcal{V}_2$ , respectivamente.

Surgen tres escenarios diferentes cuando solo un vector tiene elementos. El primero corresponde a la no observabilidad de la falla  $j$ -ésima, cuando  $\mathbf{v}_1$  y  $\mathbf{v}_3$  son nulos. El segundo está asociado a la no observabilidad de la falla  $k$ -ésima cuando  $\mathbf{v}_2$  y  $\mathbf{v}_3$  son nulos, y el tercero está relacionado con la pérdida de la R de ambas fallas cuando  $\mathbf{v}_1$  y  $\mathbf{v}_2$  son nulos. De análisis previo surge que la R de las fallas  $j$  y  $k$  se consigue si al menos dos de los tres vectores son no nulos, ésto es:

$$NNV_{jk}(\mathbf{q}) \geq 2 \quad \forall j \neq k \tag{3.6}$$

donde  $NNV_{jk}(\mathbf{q})$  es el Número de Vectores No Nulos obtenidos como resultado de la operación de conjunción entre los vectores  $\mathbf{rv}_j$  y  $\mathbf{rv}_k$ . Si solo  $\mathbf{v}_1$  y  $\mathbf{v}_2$  son no nulos, la R es máxima y coincidente con la establecida en el trabajo de Raghuraj y col. (1999).

La condición 3.6 implica que los  $\mathbf{rv}$ s de ambas fallas deben diferir en al menos un elemento. Esta diferencia se produce si al menos dos de los tres vectores son no nulos,  $\mathbf{v}_3 \neq \mathbf{0}$ , y los otros vectores no nulos tienen un solo elemento. Por lo tanto la R de la falla  $j$ -ésima se asegura si el  $\mathbf{rv}_j$  es diferente de los  $\mathbf{rv}$ s correspondientes a las restantes fallas del proceso, ésto es:

$$\mathbf{rv}_j \neq \mathbf{rv}_k \quad \forall j \neq k \tag{3.7}$$

Cabe destacar que si la Ecuación 3.6 se satisface para una RS dada, también se asegura la O de las fallas  $j$  y  $k$ , dado que están presentes variables afectadas por la ocurrencia de cada falla en al menos dos de los tres vectores. Por lo tanto, las restricciones de O y R pueden analizarse simultáneamente utilizando una formulación simple.

### 3.2.3 Resolución Múltiple de Falla

Si dos o más fallas tienen una alta probabilidad de producirse simultáneamente se las agrupa y resuelve como una única falla (Raghuraj y *col.*, 1999). Consideremos dos fallas representadas por los vectores  $\mathbf{a}_j$  y  $\mathbf{a}_k$ . El vector de falla múltiple  $\mathbf{a}_{jk}$  se define como:

$$\mathbf{a}_{jk} = \mathbf{a}_j \vee \mathbf{a}_k \tag{3.8}$$

y se incorpora a la matriz  $\mathbf{A}$ .

La resolución múltiple de fallas se aborda considerando la R entre todos los vectores de fallas simples y múltiples. Para cada falla múltiple representada por el vector  $\mathbf{a}_{jk}$ , se analizan todas las posibles combinaciones entre el  $\mathbf{rv}$  de  $\mathbf{a}_{jk}$  y los  $\mathbf{rv}$ s de las otras fallas, denotados como  $\mathbf{a}_p$ . En este caso,  $\mathbf{a}_p$  puede estar asociado a una falla múltiple diferente a  $\mathbf{a}_{jk}$  o a una falla simple. Para cada combinación, es necesario examinar los siguientes vectores para determinar si  $NV_{jk,p}(\mathbf{q}) \geq 2$ :

$$\mathbf{v}_1: \mathbf{rv}_{jk} \wedge \neg \mathbf{rv}_p \tag{3.9}$$

$$\mathbf{v}_2: \neg \mathbf{rv}_{jk} \wedge \mathbf{rv}_p \tag{3.10}$$

$$\mathbf{v}_3: \mathbf{rv}_{jk} \wedge \mathbf{rv}_p \tag{3.11}$$

### 3.2.4 Grado de Resolución

El riesgo asociado a una falla depende de su probabilidad de ocurrencia y sus consecuencias. Sobre la base de la experiencia obtenida con procesos similares, se puede realizar una categorización de las fallas en la etapa de diseño. Las FCs son aquellas cuya ocurrencia implica graves peligros para los seres humanos y el medio ambiente e importantes pérdidas económicas. Si una falla se clasifica como clave, la RS instalada debe ser capaz de resolverla incluso si alguna/s de la/s medición/es no está/n momentáneamente disponible/s.

El RD de la  $j$ -ésima falla,  $RD_j$ , cuando se instala una RS representada por el vector  $\mathbf{q}$ , se define como la cantidad de mediciones asociadas a  $\mathbf{rv}_j$  ( $\mathbf{rv}_j(i)=1$ ) cuya falta no ocasiona la pérdida de R del evento anormal. El RD depende fuertemente de la topología del proceso. Algunas fallas tienen un  $RD_j = 0$ , esto implica que no se puede prescindir de ninguna medición asociada a  $\mathbf{rv}_j$  si se quiere mantener la R de la falla. Otras presentan  $RD \geq 1$  y admiten la pérdida de una o más observaciones.

#### 3.2.4.1 Grado de Resolución Unitario

Una RS tiene un  $RD_j = 1$  para la  $FC_j$  si se satisface su R aún cuando una medición asociada a  $\mathbf{rv}_j$  no está disponible. Si la cantidad de elementos no nulos de  $\mathbf{rv}_j$  es  $R_j$ , entonces existen  $R_j$  configuraciones de sensores, de dimensión  $(R_j - 1)$ , que son capaces de distinguir la ocurrencia de dicho evento. Estas RS se representan por los vectores  $\mathbf{rv}_j^r$  ( $r=1 \dots R_j$ ). Para verificar la igualdad  $RD_j = 1$  se examinan las siguientes desigualdades:

$$NNV_{j^r k^r}(\mathbf{q}) \geq 2 \quad \forall j^r \neq k^r \quad r = 1 \dots R_j \quad (3.12)$$

Este es un caso especial del problema general que se presenta a continuación.

### 3.2.4.1.1 Grado de Resolución general

Una RS tiene un  $RD_j = g_j$  para la  $FC_j$  si se satisface su R aún cuando  $g_j$  observaciones asociadas a  $\mathbf{rv}_j$  no están disponibles. En este caso existen  $t_j = (R_j!)/(g_j!(R_j-g_j)!)$  configuraciones de sensores, de dimensión  $(R_j - g_j)$ , que permiten distinguir la ocurrencia de la  $FC_j$ . Estas RS se representan por los vectores  $\mathbf{rv}_j^r$  ( $r=1\dots t_j$ ). Para verificar  $RD_j = g_j$ , se inspeccionan los *NNVs* obtenidos como resultado de las operaciones de conjunción entre cada  $\mathbf{rv}_j^r$  y  $\mathbf{rv}_k^r$ .

$$NNV_{j^r k^r}(\mathbf{q}) \geq 2 \quad \forall j^r \neq k^r \quad r = 1\dots t_j \quad (3.13)$$

### 3.3 Formulaciones de Diseño de Redes de Sensores para Diagnóstico de fallas

En esta sección se presentan nuevas formulaciones del PDRS para diagnóstico de fallas. Se definen problemas de optimización de un solo objetivo sujetos a restricciones estructurales, tales como O, R, y RD de las FCs. Primero se abordan las formulaciones de mínimo costo y mínimo número de sensores, y luego los problemas de instrumentación con presupuesto fijo.

Se asume conocida la matriz  $\mathbf{A}$  que contiene los vectores de fallas individuales y múltiples, representados de manera general por  $\mathbf{a}_j, j=1\dots J$ . Si inicialmente algunos de ellos son iguales, se requiere una etapa de pre-procesamiento para combinar las fallas correspondientes en uno solo vector, dado que de lo contrario serían no distinguibles.

La estructura de la RS que permite la O de todas las fallas del proceso con un costo mínimo se determina resolviendo el Problema (3.14). Este comprende un conjunto de  $J$  desigualdades lineales, las cuales se formulan en términos del vector de variables binarias  $\mathbf{q}$  y de los vectores de falla  $\mathbf{a}_j$ :

$$\begin{aligned}
 & \underset{\mathbf{q}}{\text{Min}} \quad \mathbf{c}^T \mathbf{q} \\
 & \text{s.a.} \\
 & \sum_{i=1}^I (\mathbf{a}_j \wedge \mathbf{q})_i \geq 1 \quad j = 1 \dots J
 \end{aligned} \tag{3.14}$$

siendo  $\mathbf{c}$  el vector de costos de los instrumentos. Por simplicidad se asume que una variable de proceso puede medirse utilizando un solo tipo de sensor y no se tiene en cuenta la redundancia espacial de instrumentos.

Mediante la Ecuación (3.15) se presenta una formulación compacta del PDRS que simultáneamente considera las restricciones de O y R de todas las fallas:

$$\begin{aligned}
 & \underset{\mathbf{q}}{\text{Min}} \quad \mathbf{c}^T \mathbf{q} \\
 & \text{s.a.} \\
 & \text{NNV}_{j,k}(\mathbf{q}) \geq 2 \quad j = 1 \dots J, k = 1 \dots J, j \neq k
 \end{aligned} \tag{3.15}$$

La formulación anterior comprende  $[J(J-1)/2]$  restricciones no lineales de desigualdad. Para un par de vectores dados  $\mathbf{rv}_j$  y  $\mathbf{rv}_k$ , la restricción  $\text{NNV}_{j,k}(\mathbf{q}) \geq 2$  se puede expresar de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
 \text{NNV}_{j,k} = \min & \left[ 1, \sum_{i=1}^I (\mathbf{rv}_j \wedge \neg \mathbf{rv}_k)_i \right] + \min \left[ 1, \sum_{i=1}^I (\mathbf{rv}_k \wedge \neg \mathbf{rv}_j)_i \right] + \\
 & \min \left[ 1, \sum_{i=1}^I (\mathbf{rv}_j \wedge \mathbf{rv}_k)_i \right] \geq 2
 \end{aligned} \tag{3.16}$$

Para evitar el uso de restricciones no lineales en el problema de optimización, la Ecuación (3.16) se reemplaza por el siguiente conjunto de restricciones lineales:

$$\sum_{i=1}^I (\mathbf{rv}_j \wedge \neg \mathbf{rv}_k)_i + \sum_{i=1}^I (\mathbf{rv}_j \wedge \mathbf{rv}_k)_i \geq 1 \quad \forall j \neq k \tag{3.17}$$

$$\sum_{i=1}^I (\mathbf{rv}_k \wedge \neg \mathbf{rv}_j)_i + \sum_{i=1}^I (\mathbf{rv}_j \wedge \mathbf{rv}_k)_i \geq 1 \quad \forall j \neq k \tag{3.18}$$



$$\sum_{i=1}^I (\mathbf{rv}_j \wedge \neg \mathbf{rv}_k)_i + \sum_{i=1}^I (\mathbf{rv}_k \wedge \neg \mathbf{rv}_j)_i \geq 1 \quad \forall j \neq k \quad (3.19)$$

donde la Ecuación (3.17) representa la suma de los elementos de  $\mathbf{rv}_j$  y la Ecuación (3.18) es la suma de los elementos de  $\mathbf{rv}_k$ . La Ecuación (3.19) corresponde a la suma de los elementos de  $\mathbf{rv}_j$  y de  $\mathbf{rv}_k$ , exceptuando aquellas posiciones para las cuales los elementos de ambos vectores sean 1. Por lo tanto, el Problema (3.15) se transforma en el Problema (3.20), que involucra un conjunto de  $[3J(J-1)/2]$  restricciones lineales de desigualdad. Las ecuaciones 3.17 y 3.18 expresan matemáticamente lo mismo, por lo

tanto pueden descartarse. Así surge el Problema (3.21) con  $\left[ J + \frac{J(J-1)}{2} \right]$

restricciones. Este conjunto de desigualdades lineales contiene ecuaciones redundantes que se eliminan siguiendo el procedimiento desarrollado por Bhushan y Rengaswamy (2001). El Problema (3.21) puede resolverse usando software de programación mezcla entera lineal (MILP), por ejemplo, el solver CPLEX de la plataforma GAMS.

$$\text{Min}_{\mathbf{q}} \quad \mathbf{c}^T \mathbf{q}$$

s.a.

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^I (\mathbf{rv}_j \wedge \neg \mathbf{rv}_k)_i + \sum_{i=1}^I (\mathbf{rv}_j \wedge \mathbf{rv}_k)_i \geq 1 \quad \forall j \neq k \\ \sum_{i=1}^I (\mathbf{rv}_k \wedge \neg \mathbf{rv}_j)_i + \sum_{i=1}^I (\mathbf{rv}_j \wedge \mathbf{rv}_k)_i \geq 1 \quad \forall j \neq k \\ \sum_{i=1}^I (\mathbf{rv}_j \wedge \neg \mathbf{rv}_k)_i + \sum_{i=1}^I (\mathbf{rv}_k \wedge \neg \mathbf{rv}_j)_i \geq 1 \quad \forall j \neq k \end{array} \right\} j = 1 \dots J, k = 1 \dots J, j \neq k \quad (3.20)$$

$$\text{Min}_{\mathbf{q}} \quad \mathbf{c}^T \mathbf{q}$$

s.a.

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^I (\mathbf{rv}_j)_i &\geq 1 \quad j = 1 \dots J \\ \sum_{i=1}^I (\mathbf{rv}_j \wedge \neg \mathbf{rv}_k)_i + \sum_{i=1}^I (\mathbf{rv}_k \wedge \neg \mathbf{rv}_j)_i &\geq 1 \quad j = 1 \dots J, j \neq k \end{aligned} \quad (3.21)$$

Si se requiere que la RS sea capaz de observar y resolver todas las fallas del proceso consideradas, y además que satisfaga la O y R de un conjunto formado por  $S$  FCs, cuando uno o más sensores afectados por la ocurrencia de dichas fallas no estén disponibles, se incorporan las restricciones de RD al Problema (3.15). La formulación resultante, en forma compacta, se representa mediante la Ecuación 3.22:

$$\begin{aligned}
 & \underset{\mathbf{q}}{\text{Min}} \quad \mathbf{c}^T \mathbf{q} \\
 & \text{s.a.} \\
 & \quad \text{NNV}_{j,k}(\mathbf{q}) \geq 2 \quad j=1\dots J, k=1\dots J, j \neq k \\
 & \quad \text{RD}_s(\mathbf{q}) \geq g_s \quad s=1\dots S
 \end{aligned} \tag{3.22}$$

donde  $g_s$  es el límite inferior elegido para el RD.

Dado que las restricciones  $\text{RD}_s$  ( $s=1\dots S$ ) se evalúan en términos de los  $\text{NNV}$ s obtenidos a partir de los  $\mathbf{rv}_s^r$  ( $r=1\dots t_s$ ) y los  $\mathbf{rv}_k^r$  ( $k=1\dots J, k \neq s$ ), los Problemas 3.15 y 3.22 presentan el mismo tipo de restricciones. Usando la reformulación propuesta para las mismas (Ecuaciones 3.17-3.19), el problema de optimización previo se transforma en el problema 3.23:

$$\begin{aligned}
 & \underset{\mathbf{q}}{\text{Min}} \quad \mathbf{c}^T \mathbf{q} \\
 & \text{s.a.} \\
 & \quad \sum_{i=1}^I (\mathbf{rv}_j)_i \geq 1 \quad j=1\dots J \\
 & \quad \sum_{i=1}^I (\mathbf{rv}_j \wedge \neg \mathbf{rv}_k)_i + \sum_{i=1}^I (\mathbf{rv}_k \wedge \neg \mathbf{rv}_j)_i \geq 1 \quad j=1\dots J, j \neq k \\
 & \quad \sum_{i=1}^I (\mathbf{rv}_s^r)_i \geq 1 \quad s=1\dots S; \quad r=1\dots t'_s \\
 & \quad \sum_{i=1}^I (\mathbf{rv}_s^r \wedge \neg \mathbf{rv}_k^r)_i + \sum_{i=1}^I (\mathbf{rv}_k^r \wedge \neg \mathbf{rv}_s^r)_i \geq 1 \quad s=1\dots S; \quad r=1\dots t'_s; \quad s \neq k
 \end{aligned} \tag{3.23}$$

donde  $t'_s = \frac{R'_s!}{g_s!(R'_s - g_s)!}$  y  $R'_s$  es la cantidad de elementos no nulos de  $\mathbf{a}_s$ . Dado que no

se conoce de antemano la cantidad de sensores de la red de instrumentos, se le asigna a

$R'_s$  el mayor valor posible. La formulación resultante tiene  $\left[ J + \frac{J(J-1)}{2} + J \sum_{s=1}^S t'_s \right]$

restricciones y después de la eliminación de las ecuaciones redundantes puede resolverse usando códigos de MILP, como por ejemplo, el programa CPLEX del paquete GAMS.

Es importante destacar que la incorporación de las restricciones de RD para las FCs frecuentemente mejora su R cuando toda la instrumentación funciona correctamente. En general, la solución del Problema (3.23) implica localizar más sensores relacionados con las FCs en la red, en comparación con la obtenida cuando se resuelve el Problema (3.21). Por lo tanto, las FCs se pueden resolver usando más de un  $\mathbf{rv}$  cuando todos los sensores instalados funcionan, esto significa que hay formas alternativas para distinguir la ocurrencia de las FCs. Si todos los instrumentos tienen el mismo costo, la función objetivo del Problema 3.23 puede reemplazarse por la minimización del número de instrumentos, surgiendo así el Problema 3.24:

$$\begin{aligned}
 & \text{Min}_q \quad \sum_{i=1}^I q_i \\
 & \text{s.a.} \\
 & \sum_{i=1}^I (\mathbf{rv}_j)_i \geq 1 \quad j = 1 \dots J \\
 & \sum_{i=1}^I (\mathbf{rv}_j \wedge \neg \mathbf{rv}_k)_i + \sum_{i=1}^I (\mathbf{rv}_k \wedge \neg \mathbf{rv}_j)_i \geq 1 \quad j = 1 \dots J, j \neq k \\
 & \sum_{i=1}^I (\mathbf{rv}_s^r)_i \geq 1 \quad s = 1 \dots S; \quad r = 1 \dots t'_s \\
 & \sum_{i=1}^I (\mathbf{rv}_s^r \wedge \neg \mathbf{rv}_k^r)_i + \sum_{i=1}^I (\mathbf{rv}_k^r \wedge \neg \mathbf{rv}_s^r)_i \geq 1 \quad s = 1 \dots S; \quad r = 1 \dots t'_s; \quad s \neq k
 \end{aligned} \tag{3.24}$$

Cuando el proyecto de instrumentación tiene un presupuesto fijo,  $C^*$ , se propone la maximización del RD de las falla más crítica  $s^*$ . El diseño debe satisfacer las restricciones de O y R de todos los eventos anormales, la disponibilidad de recursos y el RD de todas las FCs. La formulación de dicho problema es:

$$\begin{aligned}
 & \underset{\mathbf{q}}{\text{Max}} \quad RD_{s^*} \\
 & \text{s.a.} \\
 & \mathbf{c}^T \mathbf{q} \leq C^* \\
 & \sum_{i=1}^I (\mathbf{r}\mathbf{v}_j)_i \geq 1 \quad j = 1 \dots J \\
 & \sum_{i=1}^I (\mathbf{r}\mathbf{v}_j \wedge \neg \mathbf{r}\mathbf{v}_k)_i + \sum_{i=1}^I (\mathbf{r}\mathbf{v}_k \wedge \neg \mathbf{r}\mathbf{v}_j)_i \geq 1 \quad j = 1 \dots J, j \neq k \\
 & \sum_{i=1}^I (\mathbf{r}\mathbf{v}_s^r)_i \geq 1 \quad s = 1 \dots S; \quad r = 1 \dots t'_s \\
 & \sum_{i=1}^I (\mathbf{r}\mathbf{v}_s^r \wedge \neg \mathbf{r}\mathbf{v}_k^r)_i + \sum_{i=1}^I (\mathbf{r}\mathbf{v}_k^r \wedge \neg \mathbf{r}\mathbf{v}_s^r)_i \geq 1 \quad s = 1 \dots S; \quad r = 1 \dots t'_s; \quad s \neq k
 \end{aligned} \tag{3.25}$$

En la siguiente sección se presenta la relación entre las formulaciones propuestas en esta sección y otras existentes en la literatura.

### 3.4 Diferencias entre la formulación propuesta y otras existentes

En este capítulo se presentó una nueva estrategia para realizar el diseño óptimo de una RS, que sea capaz de resolver un conjunto de FCs en presencia de sensores defectuosos. Para la formulación del PDRS sólo se requiere la siguiente información: a) la relación causa-efecto entre las fallas y las variables; b) el conjunto de FCs seleccionado de acuerdo a la experiencia previa; c) el costo de los sensores. La información requerida presenta baja incertidumbre y es posible que los diseñadores de plantas puedan disponer de ella fácilmente. Además, la categorización de las fallas permite tener en cuenta su probabilidad de ocurrencia y consecuencias en la etapa de diseño de una manera simple.

La metodología propuesta mejora la robustez estructural de la RS, dado que se asegura la R de un conjunto de FCs cuando uno o más sensores no funcionan correctamente. Con este propósito, se incorporan las restricciones de RD de una FC al problema de optimización. Este involucra una función objetivo lineal con un conjunto de restricciones de desigualdades lineales, por lo cual puede resolverse usando códigos MILP. Cabe destacar además, que todas las restricciones se formulan en términos de las  $I$  variables originales.

Existen notables diferencias entre la estrategia propuesta en esta tesis y otras contribuciones en el área de DRS para diagnóstico de fallas. En este sentido, Bagajewicz y *col.* (2004) utilizaron el concepto del álgebra matricial para formular un PDRS de mínimo costo sujeto a restricciones de O y R de todas las fallas. El problema original de optimización se reformuló como uno del tipo MILP incrementando el número de restricciones de  $\left[ J + \frac{(J-1)}{2} \right]$  a  $\left[ J + \frac{5J(J-1)}{2} \right]$ , y el número de variables binarias de  $I$  a  $\left[ I + \frac{J(J-1)}{2} \right]$ . La formulación presentada en este capítulo con el mismo propósito (Problema 3.21) involucra  $\left[ J + \frac{(J-1)}{2} \right]$  desigualdades lineales y el número de variables permanece igual a  $I$ . En la publicación previamente citada no se consideró cómo la presencia de sensores defectuosos afecta la capacidad de R de fallas de la RS.

Respecto a los métodos basados en confiabilidad, tal como se detalló en el Capítulo 2, Bhushan y Rengaswamy (2000) definieron el concepto de No Observabilidad de la  $j$ -ésima falla,  $U_j$ , como la probabilidad de que la misma ocurra y que los sensores instalados para observarla fallen. Además establecieron una medida de

la No Observabilidad de todas las fallas y pseudofallas,  $U$ , como el máximo

$$U_j \left( j=1 \dots \left[ J + \frac{(J-1)}{2} \right] \right).$$

Para la evaluación del  $U$  es necesario conocer el modelo causa efecto, la probabilidad de ocurrencia de todas las fallas y las confiabilidades de todos los sensores que pueden participar en la red. Debe destacarse que estos datos presentan alta incertidumbre.

Bhushan y Rengaswamy (2002a) presentaron diferentes formulaciones de PDRS. Propusieron la minimización de la  $U$  sujeta a restricciones de costo, la minimización del costo sujeta a restricciones sobre el valor de  $U$ , la optimización lexicográfica con confiabilidad y costo como objetivos primario y secundario respectivamente y la minimización del costo sujeta a satisfacer la O y R de todas las fallas. En la formulación del último problema mencionado no utilizaron datos de probabilidad de falla, por lo que es equivalente al Problema (3.21). Entre todas las derivaciones propuestas, los autores recomendaron la utilización del procedimiento lexicográfico.

Luego, Bhushan y *col.* (2008) presentaron un marco de optimización lexicográfico bastante complejo para mejorar la robustez de la RS cuando hay datos inciertos. Propusieron reducir el efecto de los datos imprecisos sobre  $U$  asegurándose que las restricciones relacionadas con la información inexacta se encuentren lejos de ser activas en la solución óptima. La metodología requiere categorizar todas las fallas antes de su aplicación, teniendo en cuenta las inexactitudes asociadas con la evaluación de  $U_j$ . En su formulación combinaron apropiadamente tres criterios de optimización en una función objetivo simple. El criterio primario es la minimización de  $U$ , el segundo es la maximización de la mínima variable de holgura entre todas las variables de holgura de

las  $U_j$  asociadas a fallas inciertas, y el tercero es la minimización del costo. El cálculo de todas las constantes de peso usadas en la función objetivo depende de los datos del problema. Se analizaron tres escenarios diferentes. El segundo corresponde al de: probabilidad de falla de sensores ( $pdfs$ ) incierta para algunos de ellos con probabilidades de fallas del proceso ( $pdfp$ ) conocidas con precisión. Para este escenario, el problema de optimización involucra  $\left[2 + J + \frac{(J-1)}{2} + 4J_u\right]$  restricciones lineales y  $[I + J_u]$  variables binarias, donde  $J_u$  representa el número de fallas y pseudofallas inciertas y puede ser resuelto usando códigos MILP.

La estrategia presentada en este capítulo de la tesis y la propuesta por Bhushan y *col.* (2008) tienen propósitos diferentes. La primera aborda la R de todas las fallas cuando ningún sensor falla y la R de un conjunto de FCs cuando uno o más sensores fallan, para una RS de mínimo costo. Esto es, la RS óptima debe satisfacer dos requisitos, uno de ellos corresponde a todo el conjunto de fallas y el otro está asociado a un conjunto específico de FCs. La segunda metodología trata todas las fallas simultáneamente y tiene como objetivo optimizar el desempeño del sistema de mediciones con el mínimo costo usando datos de confiabilidad.

A pesar que no fueron consideradas incertidumbres en los PDRS presentados en la Sección 3.3, el segundo escenario del procedimiento de Bhushan y *col.* (2008) se modifica con el fin de comparar ambas técnicas. Este es el único escenario que puede ser comparado, teniendo en cuenta que la categorización de fallas del proceso se fija de antemano en el procedimiento propuesto en este trabajo de tesis (Rodríguez y *col.*, 2013). Dado que ni la R de todas las fallas ni la R de un conjunto específico de fallas

son requisitos de las estrategias basadas en confiabilidad, se agregaron pasos adicionales a la técnica propuesta por Bhushan y *col.* (2008) para tener en cuenta estas restricciones.

Con el fin de satisfacer la R de todas las fallas, se propone realizar diferentes corridas del procedimiento de optimización incrementando los límites superiores de las restricciones de costo. Para cada ejecución, debe inspeccionarse la diferencia  $(pfp_j - U_j)$

$$\left( j = 1 \dots \left[ J + \frac{(J-1)}{2} \right] \right).$$

Para un costo de capital dado, la solución satisface la R de todas las fallas cuando todas las diferencias  $(pfp_j - U_j)$  son mayores que cero.

Con respecto a la R de las FCs cuando algún sensor falla, también se propone ejecutar diferentes corridas del procedimiento de optimización incrementando el límite superior de la restricción de costo. Para cada disponibilidad de capital, la técnica original da una solución  $\mathbf{q}$  que involucra un conjunto  $\mathcal{I}_s$  de sensores. En esta tesis se plantea definir el conjunto  $(\mathcal{I}_s \cap \mathcal{W}_s)$  para cada FC, donde  $\mathcal{W}_s$  representa el conjunto de variables afectadas por dicha FC, y recalculer las diferencias  $(pfp_j - U_j)$ , donde  $j$  representa a la FC<sub>*j*</sub> y sus pseudofallas asociadas. Los nuevos valores de  $U_j$  se obtienen teniendo en cuenta que las *pfs* que participan en el conjunto  $(\mathcal{I}_s \cap \mathcal{W}_s)$  son iguales a 1. El

número total de diferencias que deben evaluarse para la *s*-ésima FC es  $\frac{R_s!}{g_s!(R_s - g_s)!}$ .

La solución que satisface la R de todas las FCs se logra cuando las  $\frac{R_s!}{g_s!(R_s - g_s)!}$

(*s*=1...*S*) diferencias  $(pfp_j - U_j)$  son mayores que cero para un costo determinado de capital. Debe destacarse que la incertidumbre en la confiabilidad de los sensores afecta el valor de  $U_j$ , por lo tanto no puede determinarse con exactitud si las fallas son resolubles.



En la siguiente sección se presenta la aplicación de las técnicas de DRS presentadas en las secciones 3.3 y 3.4 a casos de estudio utilizados en publicaciones que abordaron el PDRS para diagnóstico de fallas.

### 3.5 Casos de Estudio

Los casos de estudio seleccionados son un Reactor Tanque Agitado Continuo (CSTR) y una Unidad de Craqueo Catalítico en Lecho Fluidizado (FCCU). Se los emplea para mostrar la aplicación de la estrategia propuesta y comparar sus resultados con aquellos obtenidos utilizando metodologías basadas en confiabilidad. Ambos procesos se representan mediante sistemas no lineales de ecuaciones y han sido usados en trabajos previos de DRS para diagnóstico de fallas.

#### 3.5.1 Reactor Tanque Agitado Continuo

En la Figura 3.2 y en la Tabla 3.2 se presentan el diagrama de flujo del CSTR y la notación de las variables del proceso, respectivamente, extraídos del trabajo de Kramer y Palowitch (1987). La nomenclatura utilizada en la descripción de la unidad corresponde sólo a este caso de estudio.

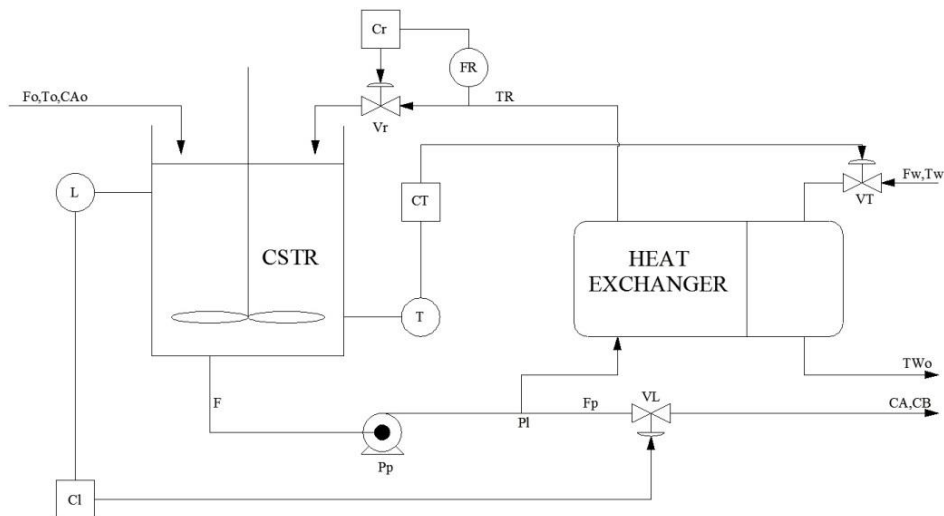


Figura 3.2. Diagrama de Flujo del CSTR

**Tabla 3.2.** Notación de Variables - CSTR

Notación	Variable
$CA$ $CB$	Concentraciones de A y B en el reactor
$CA0$	Concentración de A en la alimentación
$C_l$ $C_r$ $C_T$	Señales de salida del controlador: nivel, caudal de reciclo, temperatura
$F$ $F_0$ $F_P$ $F_R$ $F_W$	Velocidades de Flujo: salida del reactor, alimentación, producto, reciclo, agua de enfriamiento
$L$	Nivel de líquido en el reactor
$P_p$	Potencia de la bomba
$T$ $T_0$ $T_R$ $T_{W0}$ $T_W$	Temperaturas: reactor, alimentación, reciclo, entrada y salida del agua de enfriamiento
$U_g$	Coefficiente de transferencia de calor
$V_L$ $V_r$ $V_T$	Posición de la Válvula de control : nivel, caudal de reciclo, temperatura
$P_l$	Presión en la corriente de reciclo

En el reactor se lleva a cabo una reacción de primer orden que convierte el reactivo A en el producto B. Con el fin de controlar la temperatura, una parte de la corriente de salida del reactor se recicla al mismo previo paso por un intercambiador de calor. También se controla el caudal del reciclo y el tiempo de residencia en el reactor. Este se fija manteniendo constante el nivel en esta unidad. La presión y otras propiedades físicas se asumen constantes.

Raghuraj y *col.* (1999) analizaron el modelo causa efecto para este sistema y determinaron siete fallas identificables. Para cada una de ellas, la Tabla 3.3 muestra las variables asociadas a la causa del evento anormal y las afectadas por su ocurrencia.

**Tabla 3.3.** Modelo Causa-Efecto - CSTR

Vector de Falla	Origen de la Falla	Variables Afectadas
$\mathbf{a}_1$	$U_g T_W$	$CB T T_{W0} T_R$
$\mathbf{a}_2$	$V_T$	$CB T T_{W0} F_W T_R$
$\mathbf{a}_3$	$V_r C_r$	$CB T T_{W0} F_R T_R$
$\mathbf{a}_4$	$C_T T_0$	$CB T T_{W0}$
$\mathbf{a}_5$	$C_l P_l P_p F_0$	$CB T T_{W0} CA L$
$\mathbf{a}_6$	$V_L$	$CB T T_{W0} CA L F_P$
$\mathbf{a}_7$	$C_{A0}$	$CB T T_{W0} CA$

En este trabajo se formulan cuatro PDRS de mínimo costo considerando restricciones de O, R y RD de la FC asociada al vector  $\mathbf{a}_4$ . Los costos de los instrumentos se reportan en la Tabla 3.4. Debido a que las mediciones de temperatura y nivel son mediciones ya disponibles del proceso, sus costos son nulos.

**Tabla 3.4.** Costo de los sensores - CSTR

Sensor	Costo	Sensor	Costo	Sensor	Costo
$CB$	700	$F_W$	200	$CA$	700
$T$	0	$F_R$	300	$L$	0
$T_{W0}$	500	$T_R$	500	$F_P$	300

Los resultados de los problemas de diseño obtenidos al utilizar el solver CPLEX se muestran en la Tabla 3.5. Inicialmente las restricciones de desigualdad asociadas con cada problema son: 7 (restricciones de O), 28 (restricciones de R), 49 (restricciones de R y  $RD_4 \geq 1$ ), y 49 (restricciones de R y  $RD_4 \geq 2$ ). Después del procedimiento de reducción de ecuaciones redundantes el número de restricciones se reduce a 1, 7, 9, y 9, respectivamente, mientras que los tiempos de cómputo son menores a 0,01 s.

**Tabla 3.5.** Resultados - CSTR

Restricciones	Solución	Costo
O	$T$	0
R	$T F_W F_R T_R CA L F_P$	2000
R, $RD_4 \geq 1$	$T T_{W0} F_W F_R T_R CA L F_P$	2500
R, $RD_4 \geq 2$	$CB T T_{W0} F_W F_R T_R CA L F_P$	3200

Cuando se imponen las restricciones de R, la solución al problema de optimización es igual a la reportada por Raghuraj y *col.*, (1999), mientras que la solución que satisface el requisito de O de todas las fallas a mínimo costo es diferente debido a que dichos autores no consideraron los costos de los sensores en su trabajo. La Tabla 3.5 muestra que el número de instrumentos del conjunto solución se incrementa cuando se imponen las restricciones de RD. En comparación con la solución que satisface solamente restricciones de R, la medición de  $T_{W0}$  debe incorporarse si se requiere un  $RD_4 \geq 1$ . Además  $CB$  y  $T_{W0}$  participan en el vector solución cuando el límite inferior para el RD se incrementa a 2. Se resolvieron problemas de diseño con restricciones de R y RD para el resto de las fallas y no se obtuvo solución factible.

La Tabla 3.6 presenta los **rvs** de las siete fallas considerando las soluciones reportadas en la Tabla 3.5 para los últimos tres problemas de diseño. Para cada uno de ellos, los **rvs** difieren en al menos un elemento. Este hecho demuestra que todas las fallas pueden ser resueltas por medio de la RS óptima. Además, puede verse que un incremento en el RD requerido origina un aumento en el número de elementos de los **rvs**. También debe destacarse que la incorporación de restricciones de RD mejora la R de la FC cuando todos los sensores están funcionando bien. En este sentido, la Tabla 3.6 muestra que el **rv** para la  $FC_4$  cuando  $RD_4 \geq 1$  está formado por las variables  $T$  y  $T_{W0}$ ;

por lo tanto existen dos alternativas para resolver dicha falla cuando todos los sensores funcionan correctamente.

**Tabla 3.6.** Vectores de Resolución - CSTR

Vector de Falla	R	R, $RD_4 \geq 1$	R, $RD_4 \geq 2$
<b>a<sub>1</sub></b>	$T T_R$	$T T_{W0} T_R$	$CB T T_{W0} T_R$
<b>a<sub>2</sub></b>	$T F_W T_R$	$T T_{W0} F_W T_R$	$CB T T_{W0} F_W T_R$
<b>a<sub>3</sub></b>	$T F_R T_R$	$T T_{W0} F_R T_R$	$CB T T_{W0} F_R T_R$
<b>a<sub>4</sub></b>	$T$	$T T_{W0}$	$CB T T_{W0}$
<b>a<sub>5</sub></b>	$T CA L$	$T T_{W0} CA L$	$CB T T_{W0} CA L$
<b>a<sub>6</sub></b>	$T CA L F_P$	$T T_{W0} CA L F_P$	$CB T T_{W0} CA L F_P$
<b>a<sub>7</sub></b>	$T CA$	$T T_{W0} CA$	$CB T T_{W0} CA$

Además, la metodología basada en confiabilidad propuesta por Bhushan y *col.* (2008) se aplica al diseño robusto de RS para el sistema que se está analizando. Se seleccionan los siguientes valores para las *pfps* y *pfss*:

$$\begin{aligned}
 & pfp_{a1}=10^{-1}, pfp_{a2}=10^{-2}, pfp_{a3}=10^{-2}, pfp_{a4}=10^{-1}, pfp_{a5}=10^{-2}, pfp_{a6}=10^{-2}, pfp_{a7}=10^{-2}, \\
 & pfs_{CB}=10^{-3}, pfs_T=10^{-2}, pfs_{TW0}=10^{-2}, pfs_{FW}=10^{-3}, pfs_{FR}=10^{-3}, pfs_{TR}=10^{-2}, pfs_{CA}=10^{-3}, \\
 & pfs_L=10^{-3}, pfs_{FP}=10^{-3}, \text{ que son similares a los propuestos por Bhushan y Rengaswamy} \\
 & \text{(2002b).}
 \end{aligned}$$

Con propósitos comparativos, la estrategia antes mencionada se ejecuta asumiendo que solo las *pfss* son inciertas, y entre todos los instrumentos solo aquellos relacionados a la falla **a<sub>4</sub>** ( $\mathcal{I}_4 = [CB, T, T_{W0}]$ ) son imprecisos. Para diferentes límites superiores de recursos de capital ( $C^*$ ), se presentan los resultados de la metodología en la Tabla 3.6. Estos son el vector **q**, los valores de  $U$ ,  $\phi_{s,4}$  (variable de holgura asociada a las restricciones de no-confiabilidad de detección de las fallas inciertas) y  $C_h$  (variable

de holgura para la restricción de costo). Se inspecciona la diferencia  $(pfp_j - U_j)$  para  $\left( j=1 \dots \left[ J + \frac{(J-1)}{2} \right] \right)$  para analizar si todas las fallas son resolubles cuando los sensores funcionan correctamente, tal como se explicó en la Sección 3.4 y se determinan los pares de fallas no resolubles. Estos se incluyen en la Tabla 3.7.

**Tabla 3.7.** Resolución de todas las fallas para diferentes recursos de capital - CSTR

$C^*$	Solución	$U$	$\phi_{s,4}$	$C_h$	Pares de Fallas no Resolubles
1200	$CB \ T \ T_R$	-2	4	0	1,2 1,3 2,3 4,5 4,6 4,7 5,6 5,7 6,7
1500	$CB \ T \ T_R$	-2	4	300	1,2 1,3 2,3 4,5 4,6 4,7 5,6 5,7 6,7
1800	$CB \ T \ T_R$	-2	4	600	1,2 1,3 2,3 4,5 4,6 4,7 5,6 5,7 6,7
2000	$T \ F_W \ F_R \ T_R \ CA$ $L \ F_P$	-3	0	0	-
2200	$T \ F_W \ F_R \ T_R \ CA$ $L \ F_P$	-3	0	200	-
2500	$T \ T_{W0} \ F_W \ F_R \ T_R$ $CA \ L \ F_P$	-3	2	0	-
2800	$CB \ T \ F_W \ F_R \ T_R$ $CA \ L \ F_P$	-3	3	100	-
3000	$CB \ T \ F_W \ F_R \ T_R$ $CA \ L \ F_P$	-3	3	300	-
3200	$CB \ T \ T_{W0} \ F_W \ F_R$ $T_R \ CA \ L \ F_P$	-3	5	0	-

Se puede notar que algunas fallas son indistinguibles para presupuestos bajos del proyecto de instrumentación ( $C^* < 2000$ ). Para  $C^* = 2000$ , la R de todas las fallas se consigue a mínimo costo resolviendo el Problema 3.21 o el Problema 3.23 usando restricciones de  $RD_4 \geq 0$ . Un incremento en los recursos de capital ( $C^* > 2000$ ) origina

un incremento de  $\phi_{s,4}$  y/o de  $C_h$ , pero el valor de  $U$  se mantiene constante en (-3) debido a que la pseudofalla (1,4) impone un límite sobre el valor de  $U$ .

Además se simuló el escenario en el cual los sensores incluidos en  $(\mathcal{I}_s \cap \mathcal{W}_s)$  están fuera de servicio uno a la vez, y se analizó la R de la falla clave  $\mathbf{a}_4$  para diferentes valores de  $C^*$ . Se aplicó el procedimiento explicado en la Sección 3.4 y los resultados se muestran en la Tabla 3.8.

**Tabla 3.8.** Resolución de la falla clave para diferentes recursos de capital  
 – Pérdida de una medición para  $(\mathcal{I}_s \cap \mathcal{W}_s)$  - CSTR

$C^*$	Sensor Fallado	Fallas No Resolubles y No Observables
1200	<i>CB</i>	4,5 4,6 4,7
	<i>T</i>	4,5 4,6 4,7
1500	<i>CB</i>	4,5 4,6 4,7
	<i>T</i>	4,5 4,6 4,7
1800	<i>CB</i>	4,5 4,6 4,7
	<i>T</i>	4,5 4,6 4,7
2000	<i>T</i>	4
2200	<i>T</i>	4
2500	<i>T</i>	-
	<i>T<sub>W0</sub></i>	-
2800	<i>CB</i>	-
	<i>T</i>	-
3000	<i>CB</i>	-
	<i>T</i>	-
3200	<i>CB</i>	-
	<i>T</i>	-
	<i>T<sub>W0</sub></i>	-

Para presupuestos bajos, la FC es no distinguible ( $C^* < 2000$ ) o no observable ( $2000 \leq C^* < 2500$ ). La R de la FC se consigue para  $C^*=2500$ , y es igual a la obtenida resolviendo el Problema (3.23) cuando se incluyen restricciones de  $RD_4 \geq 1$ .

Para todas las combinaciones de dos instrumentos, se realiza un análisis similar simulando que dos sensores incluidos en el conjunto  $(\mathcal{I}_s \cap \mathcal{W}_s)$  no están disponibles. Los resultados de la simulación se incluyen en la Tabla 3.9. Esta muestra que la FC es no distinguible para  $C^* < 2000$ , y no observable para ( $2000 \leq C^* < 3200$ ). La R de la FC se consigue para  $C^*=3200$ , y la solución es igual a la obtenida resolviendo el Problema (3.23) usando restricciones de  $RD_4 \geq 2$ .

**Table 3.9.** Resolución de la FC para diferentes recursos de capital – Pérdida de dos mediciones del conjunto  $(\mathcal{I}_s \cap \mathcal{W}_s)$ . - CSTR

$C^*$	Sensor Fallado	Fallas No Observables y No Resolubles
1200	$CB T$	4 4,5 4,6 4,7
1500	$CB T$	4 4,5 4,6 4,7
1800	$CB T$	4 4,5 4,6 4,7
2000	$T$	4
2200	$T$	4
2500	$T T_{w0}$	4
2800	$CB T$	4
3000	$CB T$	4
3200	$CB T$	-
	$T T_{w0}$	-
	$CB T_{w0}$	-



Además, se ejecutan simulaciones para casos más desfavorables incrementando los valores de  $pfs$ , uno a la vez, para algunos valores de recursos de capital. Se efectúa un incremento en 1 unidad en escala  $\log_{10}$  para los valores nominales de  $pfs$ . Los resultados muestran que algunas soluciones difieren respecto de las presentadas en la Tabla 3.8. Por ejemplo, incrementando la  $pfs$  de las variables  $T$  o  $Tr$  para  $C^*=2000$ , la nueva solución es  $\mathbf{q}=[CB \ T \ T_{w0} \ T_R \ L]$ , y aplicando el procedimiento modificado propuesto en la Sección 3.3 se determina que los pares de fallas no resolubles son: 4,7 1,2 1,3 2,3 y 5,6. La misma situación surge incrementando la  $pfs$  de  $Tr$  para  $C^*=2500$ .

Los resultados anteriores ponen de manifiesto que las modificaciones propuestas para la metodología basada en confiabilidad se pueden aplicar para analizar la R de todas las fallas cuando ningún sensor falla y la R de las FC en presencia de mediciones faltantes o valores atípicos, pero a expensas de un costo computacional extra. Por otra parte, hay que señalar que la clasificación de las fallas en resolubles y no resolubles no es única, ya que depende de los valores seleccionados para la  $pfs$ .

### 3.5.2 Unidad de Craqueo Catalítico en Lecho Fluidizado

En la Figura 3.3 se representa el diagrama de flujo de la FCCU, extraído del trabajo de McFarlane y col. (1993). Se observa que la alimentación precalentada y el lodo caliente de reciclaje se mezclan y luego se inyectan adentro del tubo ascendente del reactor, donde toman contacto con el catalizador regenerado caliente, y se vaporizan totalmente. Como resultado de las reacciones de craqueo, se deposita coque sobre la superficie del catalizador, que debe ser regenerado ya que el coque lo envenena. El gas y el catalizador se separan en la parte superior del reactor. El gas se transporta a través del fraccionador principal para recuperar el calor y se separa en varias corrientes de

productos. El catalizador retorna a la sección de despojo del reactor donde se inyecta vapor para remover los hidrocarburos entrampados.

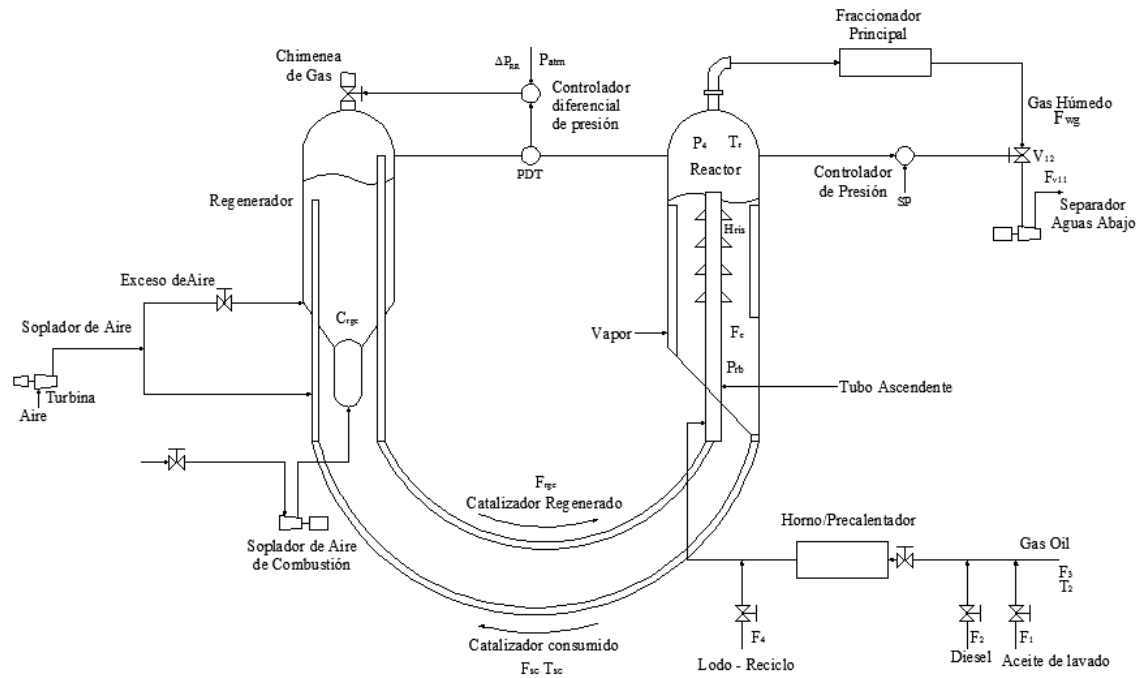


Figura 3.3. Diagrama de Flujo del FCCU.

El catalizador agotado se transporta desde el reactor al regenerador donde se fluidiza con aire. Allí el carbono y el hidrógeno retenidos por el catalizador reaccionan con el oxígeno para producir monóxido de carbono y agua. Estos gases salen del regenerador atravesando ciclones que permiten recuperar el catalizador arrastrado, que vuelve al lecho. El regenerador trabaja en condiciones de temperatura y de exceso de oxígeno que aseguran, prácticamente, toda la conversión del monóxido de carbono producido en el lecho a dióxido de carbono. El catalizador regenerado fluye a través de un vertedero en el tubo vertical del regenerador. El nivel de catalizador en este tubo proporciona la fuerza impulsora para el flujo de catalizador a través de la cañería en forma de U que lo lleva al reactor. Las notaciones de las variables de este proceso se

incluyen en la Tabla 3.10. La nomenclatura utilizada en la descripción de la unidad corresponde sólo a este caso de estudio.

**Tabla 3.10.** Notación de variables - FCCU

Notación	Variable
$\Psi_f$	Factor Efectividad de Carbono
$H_{ris}$	Altura en el Reactor
$F_1 F_2 F_3 F_4$	Velocidad de Flujo: aceite de lavado, diésel oil, alimentación fresca, lodo
$F_c$	Producción de coke
$F_{sc} F_{wg}$	Velocidades de Flujo: Catalizador usado, gas húmedo
$F_{v11}$	Flujo a través de la válvula de succión del compresor de gas húmedo
$F_B F_{rgc}$	Efecto del tipo de alimentación sobre: carbón, flujo del catalizador regenerado
$P_{atm} P_{rb} P_4$	Presiones: atmosférica, en el fondo del tubo ascendente, en el reactor
$C_{rgc}$	Catalizador regenerador de Carbono
$V_{12}$	Posición de la válvula de llamarada
$K_{12}$	Velocidad de flujo de gas húmedo a través de la válvula
$T_2 T_{sc}$	Temperaturas: Alimentación fresca, catalizador utilizado
$SN1: T_r Q_{in} Q_{slurry}$ $Q_{out} Q_{crack} Q_{catout}$ $\Delta H_{crack}$	Red de Sensores 1: Temperatura en el reactor, Calor: corriente de entrada al reactor, del lodo, salida, de los productos, calor de reacción (craqueo)
$SN2: F_{v12} P_5$	Red de Sensores 2: Velocidad de Flujo de Purga, Presión en el Fraccionador Principal.
$SN3: W_r C_{sc}$	Red de Sensores 3: Catalizador en el reactor, Catalizador agotado

Raghuraj y *col.* (1999) reportaron 7 fallas identificables para este caso de estudio, las cuales se incluyen en la Tabla 3.11. Además en la Tabla 3.12 se muestran los costos asumidos para los distintos sensores.

**Tabla 3.11.** Modelo Causa-Efecto - FCCU

Vector de Falla	Origen de Falla	Variables Afectadas
$\mathbf{a}_1$	$C_{rgc} F_{sc}$	$SN3$
$\mathbf{a}_2$	$H_{ris} F_1$	$SN3 F_c$
$\mathbf{a}_3$	$\Psi_F F_2$	$SN3 F_c F_B$
$\mathbf{a}_4$	$T_2 Q_{rgc}$	$SN2 P_4 P_{rb} F_{wg} SN1 T_{sc}$
$\mathbf{a}_5$	$F_{rgc}$	$SN2 P_4 P_{rb} SN3 F_c F_{wg} SN1 T_{sc}$
$\mathbf{a}_6$	$F_4 F_3$	$SN2 P_4 P_{rb} SN3 F_c F_B F_{wg} SN1 T_{sc}$
$\mathbf{a}_7$	$F_{V11} P_{atm} V_{12} k_{12}$	$SN2 P_4 P_{rb}$

**Tabla 3.12.** Costo de los sensores - FCCU

Sensor	Costo
$SN2, P_4, P_{rb}$	100
$F_{coke}, F_B, F_{wg}$	300
$SN1, T_{sc}$	500
$SN3$	700

Las configuraciones de mínimo costo obtenidas resolviendo los Problemas (3.14) y (3.21) se presentan en las primeras dos filas de la Tabla 3.13 y son coincidentes con aquellas reportadas en trabajos previos. Las siguientes filas de esta tabla corresponden a la solución del Problema (3.23) para diferentes restricciones de RD. En este estudio se

seleccionan como FCs aquellas asociadas a los vectores  $\mathbf{a}_4$ ,  $\mathbf{a}_5$  y  $\mathbf{a}_7$ . Para el proceso bajo análisis, se resolvieron los problemas de diseño con restricciones de R y RD para el resto de las fallas y no se obtuvieron soluciones factibles. La cantidad de restricciones de desigualdad correspondientes a cada problema son las siguientes: 7 (para las restricciones de O), 28 (para las restricciones de R), 70 (para las restricciones de R,  $RD_4 \geq 1$ ), 133 para las restricciones de R y  $RD_4 \geq 2$ ), 84 (para las restricciones de R,  $RD_5 \geq 1$ ), 49 (para las restricciones de R,  $RD_7 \geq 1$ ), y 49 (para las restricciones de R,  $RD_7 \geq 2$ ). Después del proceso de reducción de ecuaciones redundantes estas cantidades se reducen a 2, 5, 7, 7, 5, 7 y 7, respectivamente. Los tiempos de cómputos para los problemas resueltos son menores a 0,01 s.

**Tabla 3.13.** Resultados - FCCU

Restricciones	Solución	Costo
O	$P_{rb}$ SN3	800
R	SN2 SN3 $F_c$ $F_B$ $F_{wg}$	1700
R, $RD_4 \geq 1$	SN2 SN3 $F_c$ $F_B$ $F_{wg}$ SN1	2200
R, $RD_4 \geq 2$	SN2 SN3 $F_c$ $F_B$ $F_{wg}$ SN1 $T_{sc}$	2700
R, $RD_5 \geq 1$	SN2 SN3 $F_c$ $F_B$ $F_{wg}$	1700
R, $RD_7 \geq 1$	SN2 $P_4$ SN3 $F_c$ $F_B$ $F_{wg}$	1800
R, $RD_7 \geq 2$	SN2 $P_4$ $P_{rb}$ SN3 $F_c$ $F_B$ $F_{wg}$	1900

En la Tabla 3.14 se muestran los  $\mathbf{rvs}$  de cada falla para los problemas de diseño asociados a las filas 2 y 4 de la Tabla 3.13. Para cada diseño, se puede ver que los  $\mathbf{rvs}$  difieren en al menos un elemento. El mismo comportamiento se verifica analizando los  $\mathbf{rvs}$  correspondientes a las soluciones de los últimos tres problemas de optimización

presentados en la Tabla 3.13. Consecuentemente, existen tres vías alternativas para resolver esta FC cuando ningún sensor falla, éstos se forman con los siguientes pares de mediciones:  $(SN2, F_{wg})$ ,  $(SN2, SNI)$  y  $(F_{wg}, SNI)$ .

**Tabla 3.14.** Vectores de resolución para diferentes restricciones - FCCU

Vector de Fallas	R	R, $RD_4 \geq 1$	R, $RD_4 \geq 2$
$\mathbf{a}_1$	$SN3$	$SN3$	$SN3$
$\mathbf{a}_2$	$SN3 F_c$	$SN3 F_c$	$SN3 F_c$
$\mathbf{a}_3$	$SN3 F_c F_B$	$SN3 F_c F_B$	$SN3 F_c F_B$
$\mathbf{a}_4$	$SN2 F_{wg}$	$SN2 F_{wg} SNI$	$SN2 F_{wg} SNI T_{sc}$
$\mathbf{a}_5$	$SN2 SN3 F_c F_{wg}$	$SN2 SN3 F_c F_{wg} SNI$	$SN2 SN3 F_c F_{wg} SNI T_{sc}$
$\mathbf{a}_6$	$SN2 SN3 F_c F_B F_{wg}$	$SN2 SN3 F_c F_B F_{wg} SNI$	$SN2 SN3 F_c F_B F_{wg} SNI T_{sc}$
$\mathbf{a}_7$	$SN2$	$SN2$	$SN2$

Un análisis similar de los **rvs** para los últimos tres problemas de optimización presentados en la Tabla 3.13 indica que la incorporación de restricciones de RD para la FC<sub>7</sub> mejora su R cuando no falla ningún sensor, pero este mismo comportamiento no se verifica para el vector de fallas  $\mathbf{a}_5$ .

Luego se aplica la adaptación de la metodología presentada por Bhushan y *col.* (2008) para el diseño robusto de RS al mismo proceso. Los valores elegidos para las probabilidades de fallas son los siguientes:

$pf_{p_{a1}}=10^{-2}$ ,  $pf_{p_{a2}}=10^{-2}$ ,  $pf_{p_{a3}}=10^{-2}$ ,  $pf_{p_{a4}}=10^{-1}$ ,  $pf_{p_{a5}}=10^{-2}$ ,  $pf_{p_{a6}}=10^{-2}$ ,  $pf_{p_{a7}}=10^{-2}$ ,  $pf_{s_{SN2}}=10^{-3}$ ,  $pf_{s_{P4}}=10^{-3}$ ,  $pf_{s_{Prb}}=10^{-3}$ ,  $pf_{s_{SN3}}=10^{-3}$ ,  $pf_{s_{Fcoke}}=10^{-3}$ ,  $pf_{s_{FB}}=10^{-2}$ ,  $pf_{s_{Fwg}}=10^{-3}$ ,  $pf_{s_{SNI}}=10^{-2}$ ,  $pf_{s_{Tsc}}=10^{-2}$ , que son similares a los usados en Bhushan y Rengaswamy (2002b).

Al igual que en la sección anterior, se resuelven los PDRS considerando que la única información incierta está relacionada con los valores de  $pfss$ , y que los sensores inexactos son aquellos que revelan la ocurrencia de las FCs. A modo de ejemplo se muestran los resultados obtenidos cuando los sensores inexactos son los asociados con la FC correspondiente al vector  $\mathbf{a}_4$  ( $\mathcal{I}_s = [SN2, P_4, P_{rb}, F_{wg}, SNI, T_{sc}]$ ).

Para distintos límites superiores de recursos de capital ( $C^*$ ), se presentan los valores de  $U$ ,  $\phi_{s,4}$  y  $C_h$  en la Tabla 3.15. Además se aplica el procedimiento descrito en la sección previa para el análisis de la R de todas las fallas cuando ningún sensor falla. Para cada  $C^*$ , se determina el conjunto de fallas no-resolubles y los resultados se muestran en la última columna en la Tabla 3.15. Se observa que para valores de  $C^* < 1700$ , algunas fallas son no resolubles. Para  $C^* = 1700$ , la R de todas las fallas se consigue al mínimo costo y la solución es igual a la obtenida resolviendo el Problema (3.21) o el Problema (3.23) usando las restricciones de  $RD_4 \geq 0$ . Un incremento de los recursos de capital ( $C^* > 1700$ ) origina un aumento en el valor de  $\phi_{s,4}$  y/o  $C_h$ , pero  $U$  se mantiene en (-5) debido a que la falla  $\mathbf{a}_1$  y las pseudofallas (1,2) (2,3) y (5,6) restringen su valor.

Para los mismos valores de  $C^*$  considerados en la Tabla 3.15, se lleva a cabo un estudio mediante simulación para analizar la R de la falla clave  $\mathbf{a}_4$  cuando los instrumentos incluidos en el conjunto  $(\mathcal{I}_s \cap \mathcal{W}_s)$  están fuera de servicio de a uno a la vez. La Tabla 3.16 contiene algunos resultados del análisis realizado usando la técnica modificada descrita en la Sección 3.4. En esta tabla se nota que para valores de  $C^* < 2300$  la  $FC_4$  es no distinguible o no observable. Para  $C^* = 2300$  se consigue la R de la FC, pero el costo de la RS óptima es mayor que el correspondiente a la solución

obtenida resolviendo el Problema (3.23) usando restricciones de  $RD_4 \geq 1$  (ver la tercera fila de la Tabla 3.13 y la sexta fila de la Tabla 3.15).

**Tabla 3.15.** Resolución de todas las fallas para diferentes  $C^*$  - FCCU

$C^*$	Solución	$U$	$\phi_{s,4}$	$C_h$	Par de Fallas No Resolubles
1000	$SN2 P_4 P_{rb} F_{wg}$	-2	11	400	1 2 3 1,2 1,3 2,3 4,5 4,6 5,7
1200	$SN2 P_4 P_{rb} F_{wg} SNI$	-2	13	100	1 2 3 1,2 1,3 2,3 4,5 4,6 5,7
1500	$SN2 P_4 P_{rb} F_{wg} SNI$	-2	13	100	1 2 3 1,2 1,3 2,3 4,5 4,6 5,7
1700	$SN2 SN3 F_c F_B F_{wg}$	-5	2	0	-
2200	$SN2 SN3 F_c F_B F_{wg}$	-5	2	500	-
2300	$SN2 P_4 SN3 F_c F_B F_{wg} SNI$	-5	7	0	-
2700	$SN2 P_4 SN3 F_c F_B F_{wg} SNI$	-5	7	400	-
2900	$SN2 P_4 P_{rb} SN3 F_c F_B F_{wg} SNI T_{sc}$	-5	12	0	-

Se realizó un análisis similar considerando que dos de los sensores incluidos en el conjunto  $(\mathcal{S} \cap \mathcal{W}_s)$  están fuera de servicio para los mismos valores de  $C^*$  reportados en la Tabla 3.15. Los resultados de las simulaciones indican que la R de la FC se consigue cuando  $C^*$  se fija en 2900. La solución comprende todos los sensores. Además el costo es superior al de la RS correspondiente a la solución del Problema (3.23) considerando como restricción  $RD_4 \geq 2$  (ver la cuarta fila de la Tabla 3.13 y la última fila de la Tabla 3.15).

Estos estudios de simulación demuestran que si la metodología modificada se ejecuta para satisfacer restricciones de R cuando fallan los sensores asociados a la FC, aún a expensas de un costo computacional extra, la solución obtenida puede diferir



respecto de la encontrada usando la estrategia basada en RD debido a que la primera usa información imprecisa.

**Tabla 3.16.** Resolución de la falla clave para diferentes recursos de capital– Pérdida de una medición del conjunto  $(\mathcal{I}_g \cap \mathcal{W}_d)$  - FCCU

$C^*$	Sensor Fallado	Fallas No Observables y No Resolubles
1200	$SN2$	4,5 4,6
	$P_4$	4,5 4,6
	$P_r$	4,5 4,6
	$F_w$	4,5 4,6
	$SN1$	4,5 4,6
1700	$SN2$	-
	$F_{wg}$	4,7
2200	$SN2$	-
	$F_{wg}$	4,7
2300	$SN2$	-
	$P_4$	-
	$F_w$	-
	$SN1$	-
2900	$SN2$	-
	$P_4$	-
	$P_r$	-
	$F_{wg}$	-
	$SN1$	-
	$T_{sc}$	-

También se realizan algunas simulaciones de casos más desfavorables incrementando los valores de  $pfss$  de a uno por vez. Los valores nominales de  $pfss$  se aumentan en 1 unidad, en la escala  $\log_{10}$ . Los resultados muestran que algunas

soluciones son diferentes respecto de las presentadas en la Tabla 3.15. Por ejemplo, si se incrementa la  $pfs$  de  $F_{wg}$  para  $C^*=1700$  la nueva solución es  $\mathbf{q}=[SN2 P_4 P_{rb} F_{wg} SN1 T_{sc}]$ . Aplicando el procedimiento modificado descrito en la sección previa, se determinó que las fallas  $\mathbf{a}_1$ ,  $\mathbf{a}_2$  y  $\mathbf{a}_3$  son no observables y que los pares de fallas 1,2 1,3 2,3 4,5 4,6 5,6 son no resolubles. Además la categorización de fallas en resolubles y no resolubles no es única, ya que depende del valor de  $pfs$  elegido.

### 3.6 Conclusiones

En este capítulo se presenta una nueva estrategia de DRS que asegura la R de un conjunto de FCs en presencia de instrumentos defectuosos.

La información necesaria para ejecutar el procedimiento comprende la relación causa-efecto entre las fallas y las variables, el conjunto de FCs y el costo de los sensores. En general, los diseñadores de planta pueden disponer con facilidad de toda esta información. La categorización de las fallas permite tomar en cuenta su probabilidad de ocurrencia y sus consecuencias en la etapa de diseño de una forma simple.

La estrategia propuesta aborda la identificación de las FCs cuando los sensores no funcionan correctamente desde un punto de vista estructural. Con este propósito se incorporan las restricciones de RD de FCs al problema de diseño de mínimo costo. Este involucra una función objetivo lineal con un conjunto de restricciones lineales de desigualdad, por lo que este problema se resuelve usando códigos MILP. La solución del problema de optimización resultante es bastante simple porque las restricciones se formulan solamente en términos de las  $I$  variables binarias originales y se aplican procedimientos para eliminar las ecuaciones redundantes.

Debe destacarse que la incorporación de las restricciones de RD para las FCs frecuentemente mejora la R de las mismas cuando ningún sensor falla. En general la R puede realizarse usando más de un  $rv$ , es decir, existen distintas alternativas para verificar una condición de falla en el proceso cuando los sensores operan correctamente.

También se ha ampliado el rango de aplicación de una metodología existente basada en confiabilidad, con el fin de analizar la R de todas las fallas cuando ningún sensor falla y la R de las FCs en presencia de outliers o mediciones perdidas. Además de ejecutarse con un costo computacional extra, debe destacarse que la categorización de las fallas en resoluble y no resoluble que se obtiene con este procedimiento no es única ya que depende de los valores seleccionados de  $pfss$ . Por tal razón la solución puede diferir respecto de la conseguida usando la estrategia basada en RD. Estas conclusiones surgen de los resultados obtenidos aplicando el método estructural a los casos extraídos de la literatura y los proporcionados por las simulaciones realizadas con el fin de poner la nueva estrategia en el contexto de otras metodologías existentes.

Como conclusión, el procedimiento estructural presentado en este capítulo puede ser usado de manera directa por los ingenieros para abordar los PDRS propuestos, debido a la baja incertidumbre de la información requerida y a la simplicidad de las formulaciones de diseño óptimas involucradas.

### 3.7 Notación

<b>A</b>	Matriz de conectividad falla-sensor
<b>a</b>	Vector de falla
<b>c</b>	Vector de Costos de Sensores
$C_h$	Variable de holgura para la restricción de costo

$C^*$	Presupuesto del proyecto de instrumentación
$g$	Cantidad de sensores defectuosos
$I$	Cantidad de variables afectadas por la ocurrencia de $J$ fallas
$J$	Cantidad de fallas
$J_u$	Cantidad de fallas y pseudofallas asociadas a sensores con $pfs$ inciertas
$NNV$	Número de vectores no nulos
$\mathbf{q}$	Vector solución del PDRS
$ppf$	Probabilidad de falla de proceso
$pfs$	Probabilidad de falla de sensor
$R$	Número de mediciones asociadas a un $\mathbf{rv}$
$\mathbf{rv}$	Vector de resolución
$\mathbf{rv}^r$	Vector de resolución residual
$S$	Cantidad de fallas claves
$t$	Cantidad de configuraciones de sensores usadas para resolver una falla cuando no se dispone de $g$ sensores
$U$	No Observabilidad del Sistema
$U_j$	No Observabilidad de la $j$ -ésima falla
$\mathbf{v}_1$	Vector definido por la Ecuación 3.3
$\mathbf{v}_2$	Vector definido por la Ecuación 3.4
$\mathbf{v}_3$	Vector definido por la Ecuación 3.5
$\mathcal{I}_\varphi$	Conjunto de sensores que participan del vector solución $\mathbf{q}$
$\mathcal{W}$	Conjunto de variables afectadas por la ocurrencia de una falla
$\mathcal{V}$	Conjunto de variables medidas afectadas por la ocurrencia de una falla
$\phi_{s,j}$	Variable de holgura asociada con la restricción de No Observabilidad de la

$j$ -ésima falla incierta

### 3.8 Acrónimos

CSTR	Reactor Tanque Agitado Continuo
DRS	Diseño de Redes de Sensores
FC	Falla Clave
FCCU	Unidad de Craqueo Catalítico de Lecho Fluidizado
MILP	Programación Mixta Entera Lineal
O	Observabilidad
PDRS	Problema de Diseño de Redes de Sensores
R	Resolución
RD	Grado de Resolución
RS	Red de Sensores

### 3.9 Referencias

- Bagajewicz, M.; Fuxman, A.; Uribe, A. Instrumentation network design and upgrade for process monitoring and fault detection. *AIChE J.* **2004**, 50, 8, 1870-1880.
- Bhushan, M., Rengaswamy, R. Design of sensor location based on various fault diagnostic observability and reliability criteria. *Comput. Chem. Eng.* **2000b**, 24, 2-7, 735-741.
- Bhushan, M.; Rengaswamy, R. A framework for Sensor Network design for efficient and reliable fault diagnosis. *4th IFAC workshop on On-line Fault Detection and Supervision in the Chemical Process Industries*. Korea, **2001**, 33.
- Bhushan, M., Rengaswamy, R. Comprehensive design of a sensor network for chemical plants based on various diagnosability and reliability criteria. 1. Framework. *Ind. Eng. Chem. Res.* **2002a**, 41, 7, 1826-1839.

- Bhushan, M., Rengaswamy, R. Comprehensive design of a sensor network for chemical plants based on various diagnosability and reliability criteria. 2. Applications. *Ind. Eng. Chem. Res.* **2002b**, 41, 7, 1840-1860.
- Bhushan, M.; Narasimhan, S.; Rengaswamy, R. Robust sensor network design for fault diagnosis. *Comput. Chem. Eng.* **2008**, 32, 4-5, 1067-1084.
- Kramer M. A; Palowitch, B. L. A rule-based approach to fault diagnosis algorithm using the signed directed graph. *AIChE J.* **1987**, 33, 1067-1078.
- McFarlane, R. C.; Reineman, R. C.; Bartee, J.F.; Gerogakis, C. Dynamic Simulator for a model IV in Fluid Catalytic Cracking Unit. *Comput. Chem. Eng.* **1993**, 17, 3, 275-300.
- Raghuraj, R., Bhushan, M., Rengaswamy, R.: Locating sensors in complex chemical plants based on fault diagnostic observability criteria. *AIChE J.* **1999**, 45, 2, 310-322.
- Rodríguez, L.; Cedeño, M.; Sánchez M. A Structural Approach to Design Sensor Networks for Fault Diagnosis. *Ind. Eng. Chem. Res.* **2013**.52, 50, 17941-17952.

# ***Capítulo 4***

---

Diseño con Restricciones  
de Detección

## 4 Diseño con Restricciones de Detección

### 4.1 Introducción

El diseño estructural de Redes de Sensores (RS) asegura que los instrumentos localizados en el proceso permitan satisfacer las condiciones de Observabilidad (O) y Resolución, (R), de todas las fallas. Sin embargo, la detección (D) e identificación (I) de las causas que la producen se realiza durante la operación del proceso, y dependen de las características particulares de la estrategia de monitoreo utilizada en línea.

En este capítulo se presentan metodologías para Diseño de Redes de Sensores (DRS) que satisfacen simultáneamente criterios de determinabilidad estructural, representada por la O, y de Detección de Fallas (DF) cuando se utiliza como estrategia de monitoreo el método Análisis de Componentes Principales (PCA). Se formulan problemas de optimización que emplean dos restricciones distintas para asegurar la DF. Una de ellas se basa en el cálculo de Magnitudes de Falla (MF) y la otra considera los valores de los estadísticos de Hotelling en el espacio de las variables latentes ( $D$ ) y el Error Cuadrático de Predicción ( $SPE$ ).

Con el fin de diseñar RS robustas ante la presencia de sensores defectuosos, se define el Grado de Observabilidad (Observability Degree, OD por sus iniciales en inglés) y el Grado de Detección (Detection Degree, DD por sus iniciales en inglés) de una Falla Clave (FC). Estos se incorporan como restricciones al Problema de Diseño de Redes de Sensores (PDRS), que se resuelve usando un procedimiento de búsqueda transversal modificada con criterio de corte.



## 4.2 Análisis de Componentes Principales

Las técnicas de Control Estadístico Multivariable de Procesos (Multivariate Statistical Process Control, MSPC por sus siglas en inglés), son herramientas muy útiles para comprimir datos y reducir su dimensionalidad, de manera tal que se retenga la información esencial de grandes conjuntos de datos y se facilite su análisis.

La aplicación de estrategias de MSPC para monitorear la operación de una planta se realiza en forma continua. A medida que se van obteniendo nuevas observaciones del sistema, cada una de ellas se somete a una serie de transformaciones permitiendo así que la información que contiene sea usada para determinar si el proceso se encuentra o no bajo control estadístico. El conjunto de estas actividades componen la etapa de D de fallas.

Cuando se detecta una situación anormal, el proceso se declara fuera de control y se continúa con la etapa de I. El objetivo de ésta es encontrar el conjunto de mediciones que indica aquella condición. Luego se ejecuta la etapa de diagnóstico, cuyo propósito es encontrar el origen de la desviación observada (que puede ser o no una alteración en alguna de las variables medidas). Generalmente, las etapas de I y diagnóstico de fallas se tratan conjuntamente, refiriéndose a ellas como la etapa de diagnosis. Estas serán abordadas en el Capítulo 5 de esta tesis.

La implementación de una estrategia de MSPC comprende dos etapas, las cuales son el modelado fuera de línea (Etapa I), y monitoreo en línea (Etapa II) (Nomikos y MacGregor, 1994; NIST/Sematech, 2008). El objetivo principal de la Etapa I es la obtención de un modelo estadístico que represente de forma correcta el proceso. Esta fase involucra las siguientes operaciones: el pretratamiento de los datos, la formulación del modelo y el cálculo de los valores críticos de los estadísticos usados para la D de

eventos anormales. En la Etapa II, el proceso se monitorea en línea a fin de determinar si éste se encuentra en estado de control estadístico. Los modelos desarrollados en la etapa anterior se utilizan para la D de eventos anormales, y en caso de ser necesario, para la I de las variables asociadas a dichos estados fuera de control. Estos resultados son de utilidad para diagnosticar la causa del evento anormal.

Durante las últimas décadas se han utilizado varias técnicas de MSPC basadas en métodos de proyección en estructuras latentes. Entre las más populares se encuentra la técnica PCA. Su objetivo es generar un nuevo espacio de variables en el cual la información contenida en los datos de entrada del proceso se encuentre ordenada de forma tal que, sea posible excluir del análisis aquellas direcciones que no contienen una cantidad de información relevante.

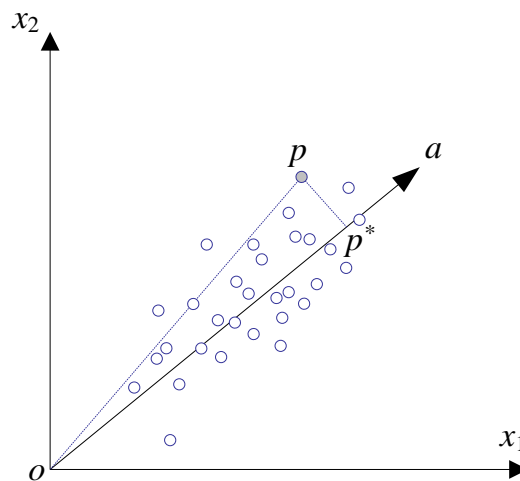
La información contenida en los datos de entrada está dada por distintos índices que pueden calcularse a partir de los mismos. Estos índices permiten determinar el estado de los sistemas descritos por esos datos, ya sea que correspondan a un conjunto, o a individuos aislados que serán comparados contra una población de referencia (PR).

El PCA ofrece la posibilidad de mantener simultáneamente la distancia Euclídea entre las observaciones y la varianza total del sistema. Si todas los Componentes Principales (CPs) se conservan para el análisis, las dos cantidades mencionadas permanecen inalteradas. El PCA concentra estas magnitudes en las primeras dimensiones, de manera tal que la eliminación de los últimos componentes no represente una pérdida significativa de información. La reducción de la dimensionalidad del problema se realiza de forma tal que las direcciones elegidas para la descripción del sistema en el espacio reducido maximizan la cantidad de información asociada con las dos cantidades mencionadas.

El cumplimiento de estos dos criterios puede verificarse analizando la Figura 4.1, donde se muestra el caso de un experimento en el cual se miden dos variables:

$(x_1 \text{ y } x_2)$ . Consideremos una observación cualquiera  $p$  y su proyección  $p^*$  sobre la dirección definida por la recta  $a$  en el plano  $x_1$  y  $x_2$ . La distancia  $\overline{op}$  en el triángulo rectángulo  $\left( \begin{matrix} \Delta \\ opp^* \end{matrix} \right)$  puede calcularse aplicando el teorema de Pitágoras:

$$\overline{op}^2 = \overline{pp^*}^2 + \overline{op^*}^2. \tag{4.1}$$



**Figura 4.1.** Realizaciones de un experimento con dos variables medidas

Para un dado conjunto de puntos, la distancia  $\overline{op}$  es invariante para cada uno de ellos. De esta manera, y según la Ecuación 4.1, encontrar la dirección  $a$  que minimiza la distancia  $\overline{pp^*}$  para el conjunto de todos los puntos  $p$  en la PR es equivalente a maximizar sus proyecciones en la dirección dada por  $a$ , de esta manera se maximiza también la varianza de las proyecciones de los datos en esta dirección.

Si el procedimiento anterior se realiza en forma consecutiva para distintas direcciones  $a$ , sin repetir las ya encontradas y se imponen condiciones de

ortogonalidad entre las mismas (es decir la siguiente dirección óptima es ortogonal a la primera), se maximizará la varianza retenida por las primeras direcciones manteniendo las distancias entre estos puntos lo más cercanas posible a los valores originales. Entonces los CPs quedan ordenados de forma tal que el primero es el que describe la mayor variabilidad de los datos en términos de la varianza total, el segundo, explica la varianza que no es descrita por el primero y así sucesivamente. Si todos los CPs son retenidos en el análisis, tanto la varianza total del sistema como las distancias Euclídeas entre las observaciones se reconstruyen perfectamente en el espacio latente.

Las direcciones que definen el espacio de los CPs para un dado conjunto de datos se obtienen como solución del problema de optimización  $P_1$ :

$$P_1: \underset{\mathbf{p}}{\text{Max}} \quad E\{\mathbf{p}^T \mathbf{x}\}^2 = E\{\mathbf{p}^T \mathbf{x} \mathbf{x}^T \mathbf{p}\} = \mathbf{p}^T \mathbf{R} \mathbf{p}$$

*s.a.*

$$\mathbf{p}_n^T \mathbf{p}_n = 1, \quad \forall n = 1, 2, \dots, N \tag{4.2}$$

$$E\{\mathbf{p}_{n+1}^T \mathbf{x}\}^2 \geq E\{\mathbf{p}_n^T \mathbf{x}\}^2, \quad \forall n = 1, 2, \dots, N$$

donde  $\mathbf{p}_n$  es un vector columna de la matriz de cambio de coordenadas  $\bar{\mathbf{P}}$  que define la  $n$ -ésima dirección del espacio latente,  $\mathbf{x}$  es un vector de mediciones estandarizado contenido en la matriz de datos estandarizados  $\mathbf{X}$ , de dimensión  $(M \times N)$  siendo  $M$  el número de observaciones de la PR y  $N$  el número de mediciones contenidas en cada observación,  $\mathbf{R}$  es la matriz de correlación y  $E\{\cdot\}$  es el valor esperado de su argumento.

La solución del problema  $P_1$  puede obtenerse en forma analítica usando los resultados del Teorema 4.1 (Anderson, 1958):

### Teorema 4.1

---

Sea  $\mathbf{x}$  un vector aleatorio tal que  $E\{\mathbf{x}\} = \mathbf{0}$  y  $E\{\mathbf{x}\mathbf{x}^T\} = \mathbf{R}$ . Existe entonces una transformación lineal ortogonal  $\mathbf{u} = \bar{\mathbf{P}}^T \mathbf{x}$  tal que la matriz de correlación de  $\mathbf{u}$  es  $E\{\mathbf{u}\mathbf{u}^T\} = \bar{\mathbf{\Lambda}}$ , con  $\bar{\mathbf{\Lambda}} = \text{diag}([\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N]^T)$  y donde  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_N \geq 0$  son las raíces de la ecuación característica  $|\mathbf{R} - \lambda \mathbf{I}| = 0$ .

---

Del teorema anterior surge que  $\lambda_n$  es el  $n$ -ésimo autovalor de la matriz de correlación  $\mathbf{R}$ , dado que es una de las raíces de la ecuación característica  $|\mathbf{R} - \lambda \mathbf{I}| = 0$ , siendo  $\mathbf{I}$  una matriz identidad de dimensiones  $(N \times N)$ . De esta manera, el espacio de CPs correspondiente a un conjunto de datos está definido por la matriz de autovectores asociada a la matriz de correlación de dichos datos. En base a este resultado se ha propuesto obtener la base del espacio de CPs mediante la descomposición en valores singulares de la matriz  $\mathbf{R}$ , ésto es:

$$\mathbf{R} = \bar{\mathbf{P}} \bar{\mathbf{\Lambda}} \bar{\mathbf{P}}^T \quad (4.3)$$

donde  $\bar{\mathbf{P}}$  es la matriz de autovectores asociada a  $\mathbf{R}$ , y es la misma que resulta de la solución del problema  $P_1$ , y  $\bar{\mathbf{\Lambda}}$  es la matriz diagonal de los autovalores de  $\mathbf{R}$  ordenados en forma decreciente. Una vez obtenida la matriz de rotación  $\bar{\mathbf{P}}$ , la matriz de datos  $\mathbf{X}$  puede escribirse como:

$$\mathbf{X} = \bar{\mathbf{T}} \bar{\mathbf{P}}^T \quad (4.4)$$

donde  $\bar{\mathbf{T}}$  es la matriz de coordenadas de  $\mathbf{X}$  en el espacio de los CPs y se denomina matriz de scores.

Teniendo en cuenta las propiedades de la traza de una matriz en su forma canónica puede escribirse que:

$$\sigma_T = \text{tr}(\mathbf{R}) = \sum_{n=1}^N \sigma_{nn} = \sum_{n=1}^N \lambda_n = \text{tr}(\bar{\mathbf{\Lambda}}) = N \quad (4.5)$$

siendo  $\sigma_T$  la “varianza total” del sistema mencionada previamente.

En la práctica, los parámetros poblacionales  $\boldsymbol{\mu}$  y  $\mathbf{R}$ , media y matriz de correlación respectivamente, no son conocidos. Dependiendo del caso, pueden usarse diferentes estimaciones para los mismos, siendo las más comunes la media muestral  $\bar{\mathbf{x}}$  como estimador de  $\boldsymbol{\mu}$ , y la matriz de correlación muestral  $\mathbf{Z}$  como estimador de  $\mathbf{R}$ . La matriz  $\mathbf{Z}$  se calcula a partir de los datos estandarizados contenidos en la PR de la siguiente manera:

$$\mathbf{Z} = \frac{\mathbf{X}^T \mathbf{X}}{(M-1)} \quad (4.6)$$

y es de dimensión  $(N \times N)$ .

Como se indica en el Teorema 4.1:  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_N \geq 0$ . Esto implica que los términos de la sumatoria  $\sum_{n=1}^N \lambda_n$  tienen menor peso conforme  $n$  aumenta. Por lo tanto, los últimos autovalores aportan menos que los primeros en la reconstrucción de  $\sigma_T$ . Dado que los primeros CPs capturan la mayor parte de  $\sigma_T$ , la dimensionalidad del problema puede reducirse eliminando las direcciones de orden superior, sin el perjuicio de una pérdida de información significativa respecto de  $\sigma_T$ . Si se considera el caso en que el espacio de CPs se reduce de  $\mathbb{R}^N$  a  $\mathbb{R}^{Rt}$ , es decir que las últimas  $N - Rt$  componentes se eliminan del análisis, las matrices  $\bar{\mathbf{P}}$  y  $\bar{\mathbf{\Lambda}}$  pueden reescribirse como:

$$\bar{\mathbf{P}} = \begin{bmatrix} \mathbf{P} & \tilde{\mathbf{P}} \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

$$\bar{\mathbf{\Lambda}} = \begin{bmatrix} \mathbf{\Lambda} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \tilde{\mathbf{\Lambda}} \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

donde  $\bar{\mathbf{P}} \in \mathbb{R}^{N \times N}$  es la matriz de cambio de coordenadas cuando se considera el espacio completo de CPs,  $\mathbf{P} \in \mathbb{R}^{N \times R_t}$  es la matriz del cambio de coordenadas cuando sólo  $R_t$  CPs son retenidos y define la transformación lineal  $\tau: \mathbb{R}^N \rightarrow \mathbb{R}^{R_t}$ , y  $\tilde{\mathbf{P}} \in \mathbb{R}^{N \times (N - R_t)}$  es el complemento de  $\mathbf{P}$  para dar  $\bar{\mathbf{P}}$ . Asimismo,  $\mathbf{\Lambda} \in \mathbb{R}^{R_t \times R_t}$  comprende los autovalores asociados a los CP retenidos y  $\tilde{\mathbf{\Lambda}} \in \mathbb{R}^{R_t \times R_t}$  se relaciona con los excluidos.

Durante la etapa de monitoreo en línea, el vector de mediciones normalizado  $\mathbf{x}$  obtenido en un dado tiempo se proyecta en el espacio reducido generado por  $\mathbf{P}$  y se obtiene el vector de scores  $\mathbf{t}$ ,

$$\mathbf{t} = \mathbf{P}^T \mathbf{x} \quad (4.9)$$

en base al cual se calcula el estadístico  $D$ , que es una medida de la distancia de Mahalanobis de la observación respecto del origen del nuevo espacio:

$$D = \left\| \mathbf{\Lambda}^{-1/2} \mathbf{P}^T \mathbf{x} \right\|^2 \quad (4.10)$$

Dicho estadístico permite detectar cambios en la estructura de correlación de los datos, mientras que observaciones con un comportamiento muy diferente al usual son detectadas por el estadístico  $SPE$ , que se define como:

$$SPE = \left\| \left( \mathbf{I} - \mathbf{P}\mathbf{P}^T \right) \mathbf{x} \right\|^2 \quad (4.11)$$

Cuando el proceso se encuentra trabajando en condiciones normales los valores de los estadísticos  $D$  y  $SPE$  deben ser menores o iguales a sus valores críticos,  $\delta_D$  y  $\delta_{SPE}$  respectivamente, para un dado nivel de significado del test  $\alpha$ . El primer estadístico sigue

una distribución del tipo  $\left( \frac{Rt(M^2 - 1)}{M(M - Rt)} \right) \mathcal{F}_{Rt, M-Rt, \alpha}$  siendo  $\mathcal{F}$  el valor de la distribución

de Fisher-Snedecor para un nivel de significado  $\alpha$ , con  $Rt$  y  $M-Rt$  grados de libertad. El

segundo estadístico tiene una distribución  $\frac{\nu}{2\kappa} \chi^2_{2\kappa^2/\nu, \alpha}$ , siendo  $\kappa$  y  $\nu$  la media y

varianza del  $SPE$  obtenidas a partir de la población de referencia. Se detecta una falla en el proceso si al menos uno de los estadísticos supera el valor crítico.

### 4.3 Diseño de Redes de Sensores para Detección de Fallas

En esta sección se presentan nuevas metodologías para el DRS destinadas a detectar un conjunto de  $J$  fallas de proceso, cuando éste se monitorea empleando la técnica PCA. En primer término, se introducen dos formulaciones diferentes para las restricciones del problema de optimización asociadas con la capacidad del método PCA para detectar fallas. Luego se definen los conceptos de OD y DD, que también se incorporan como restricciones al mismo problema, con el fin de obtener sistemas de instrumentación más robustos ante la presencia de sensores defectuosos. Además se formulan varios PDRS de mínimo costo y mínimo número de sensores.

#### 4.3.1 Restricción basada en Magnitud de Falla

En esta sección, se introducen y analizan las expresiones aproximadas, desarrolladas por Wang y *col.* (2002b), para calcular la mínima MF detectable mediante la técnica PCA.



Dada una RS identificada por el vector binario  $\mathbf{q}$  de dimensión  $I$ , la  $j$ -ésima falla del conjunto de  $J$  fallas del proceso puede describirse por medio de la matriz binaria  $\boldsymbol{\theta}_j$  de dimensión  $(N \times R_j)$ , siendo  $N$  el número de mediciones y  $R_j$  el número de variables afectadas por dicha falla y que son medidas por la RS. Cabe destacar que  $R_j \leq N \leq I$ . La fila  $n$ -ésima de  $\boldsymbol{\theta}_j$  presenta un elemento distinto de cero si la ocurrencia de la  $j$ -ésima falla afecta la  $n$ -ésima medición.

Cuando ocurre la  $j$ -ésima falla de proceso, el vector de mediciones  $\mathbf{x}$  se define mediante la siguiente expresión:

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}_0 + \boldsymbol{\theta}_j \mathbf{f}_j \quad (4.12)$$

donde  $\mathbf{x}_0$  representa el vector de las mediciones estandarizadas en condiciones de operación normal, y  $\mathbf{f}_j$ , de dimensión  $R_j$ , es el vector de las desviaciones estandarizadas de todas las mediciones afectadas por la ocurrencia de la falla con respecto a su condición normal. Reemplazando la definición de  $\mathbf{x}$ , dada por la Ecuación 4.12, en las Ecuaciones 4.10 y 4.11 se obtienen las siguientes expresiones:

$$D(\mathbf{q}) = \left\| \boldsymbol{\Lambda}^{-1/2} \mathbf{P}^T \mathbf{x} \right\|^2 = \left\| \boldsymbol{\Lambda}^{-1/2} \mathbf{P}^T (\mathbf{x}_0 + \boldsymbol{\theta}_j \mathbf{f}_j) \right\|^2 \quad (4.13)$$

$$SPE(\mathbf{q}) = \left\| (\mathbf{I} - \mathbf{P}\mathbf{P}^T) \mathbf{x} \right\|^2 = \left\| (\mathbf{I} - \mathbf{P}\mathbf{P}^T) (\mathbf{x}_0 + \boldsymbol{\theta}_j \mathbf{f}_j) \right\|^2 \quad (4.14)$$

Aplicando la regla de la desigualdad triangular para los términos de la derecha de las ecuaciones anteriores, resulta:

$$\left\| \boldsymbol{\Lambda}^{-1/2} \mathbf{P}^T \mathbf{x} \right\| \geq \left\| \boldsymbol{\Lambda}^{-1/2} \mathbf{P}^T \mathbf{x}_0 \right\| - \left\| \boldsymbol{\Lambda}^{-1/2} \mathbf{P}^T \boldsymbol{\theta}_j \mathbf{f}_j \right\| \quad (4.15)$$

$$\|(\mathbf{I} - \mathbf{P}\mathbf{P}^T)\mathbf{x}\| \geq \left| \|(\mathbf{I} - \mathbf{P}\mathbf{P}^T)\mathbf{x}_0\| - \|(\mathbf{I} - \mathbf{P}\mathbf{P}^T)\boldsymbol{\theta}_j \mathbf{f}_j\| \right| \quad (4.16)$$

y teniendo en cuenta que los términos  $0 \leq \|\boldsymbol{\Lambda}^{-1/2}\mathbf{P}^T\mathbf{x}_0\| \leq \delta_D$  y  $0 \leq \|(\mathbf{I} - \mathbf{P}\mathbf{P}^T)\mathbf{x}_0\| \leq \delta_{SPE}$ , para que los estadísticos  $D$  y  $SPE$  superen los valores críticos se deben cumplir las siguientes condiciones:

$$\|\boldsymbol{\Lambda}^{-1/2}\mathbf{P}^T\boldsymbol{\theta}_j \mathbf{f}_j\| \geq 2\delta_D \quad (4.17)$$

$$\|(\mathbf{I} - \mathbf{P}\mathbf{P}^T)\boldsymbol{\theta}_j \mathbf{f}_j\| \geq 2\delta_{SPE} \quad (4.18)$$

Las desigualdades 4.17 y 4.18 expresan las condiciones suficientes para la  $D$  de fallas basadas en el análisis de los estadísticos  $D$  y  $SPE$  respectivamente. Aplicando la propiedad de la desigualdad para normas se obtiene la siguiente condición:

$$\|\boldsymbol{\Lambda}^{-1/2}\mathbf{P}^T\boldsymbol{\theta}_j\| \|\mathbf{f}_j\| \geq \|\boldsymbol{\Lambda}^{-1/2}\mathbf{P}^T\boldsymbol{\theta}_j \mathbf{f}_j\| \geq 2\delta_D \quad (4.19)$$

$$\|(\mathbf{I} - \mathbf{P}\mathbf{P}^T)\boldsymbol{\theta}_j\| \|\mathbf{f}_j\| \geq \|(\mathbf{I} - \mathbf{P}\mathbf{P}^T)\boldsymbol{\theta}_j \mathbf{f}_j\| \geq 2\delta_{SPE} \quad (4.20)$$

Despejando los términos de MF de las ecuaciones 4.19 y 4.20, y operando matemáticamente, se obtienen las siguientes expresiones:

$$\|\mathbf{f}_j\| \geq \|\mathbf{f}_{D_j}\| = 2\sigma_{\max}^{-1}(\boldsymbol{\Lambda}^{-1/2}\mathbf{P}^T\boldsymbol{\theta}_j)\delta_D \quad (4.21)$$

$$\|\mathbf{f}_j\| \geq \|\mathbf{f}_{SPE_j}\| = 2\sigma_{\max}^{-1}((\mathbf{I} - \mathbf{P}\mathbf{P}^T)\boldsymbol{\theta}_j)\delta_{SPE} \quad (4.22)$$

donde  $\|\mathbf{f}_j\|$  es la norma del  $j$ -ésimo vector de fallas,  $\|\mathbf{f}_{D_j}\|$  es la Magnitud Crítica de Falla (MCF) en el subespacio de los CPs de la falla  $j$ ,  $\|\mathbf{f}_{SPE_j}\|$  es la MCF en el subespacio

residual de la falla  $j$ , y  $\sigma_{\max}(\arg)$  es el máximo valor singular de la matriz argumento.

La MCF de un estadístico representa la mínima MF detectable por éste.

Musulin y *col.* (2004) utilizaron las formulaciones de Wang y *col.* (2002b) y definieron la Mínima Magnitud Crítica de Falla (MMCF) para una RS representada por un vector binario  $\mathbf{q}$  como:

$$MMCF_j(\mathbf{q}) = \min \left\{ \|\mathbf{f}_{D_j}\|, \|\mathbf{f}_{SPE_j}\| \right\} \quad (4.23)$$

donde  $MMCF_j$  representa la Mínima Magnitud Crítica de la Falla  $j$ . Esta es la menor magnitud de falla que puede detectarse utilizando la configuración de sensores  $\mathbf{q}$  cuando el proceso se monitorea utilizando PCA.

Los mismos autores definieron el vector de mediciones estandarizado  $\mathbf{x}_j^{DLP}$ , de dimensión  $I$ , que se obtendría cuando una o más de las mediciones afectadas por la ocurrencia de la  $j$ -ésima falla alcanza/n su/s respectivo/s Desvío/s Límite de Proceso (DLP) y además se miden todas las variables ( $N=I$ ). Musulin y *col.* (2004) obtuvieron el vector  $\mathbf{x}_j^{DLP}$  por simulación del proceso y determinaron que los  $x_j^{DLP}(i) > 3$  corresponden a las variables afectadas por la ocurrencia de la falla. En base a esta información definieron la matriz causa-efecto del proceso. Además definieron un vector  $\mathbf{f}_j^0$  tal que si  $x_j^{DLP}(i) \leq 3$  entonces  $\mathbf{f}_j^0(i) = 0$  y en caso contrario  $\mathbf{f}_j^0(i)$  es la variación estandarizada de la variable  $i$ -ésima, con respecto a la condición de operación normal, ocasionada por la ocurrencia de la falla  $j$ -ésima.

Utilizando el vector  $\mathbf{f}_j^0$ , establecieron un límite para la MF,  $f_{\text{sup}_j}$ , que no debe superarse por cuestiones operativas y de seguridad, y lo expresaron como:

$$f_{\text{sup}_j} = \|\mathbf{f}_j^o * \mathbf{q}\| \quad (4.24)$$

donde “\*” representa el producto elemento a elemento entre ambos vectores.

En base a los desarrollos previos, en esta tesis se propone examinar la factibilidad de una RS para la D de la falla  $j$ -ésima mediante la incorporación al PDRS de la siguiente restricción:

$$f_{\text{sup}_j}(\mathbf{q}) \geq MMCF_j(\mathbf{q}) \quad j = 1 \dots J \quad (4.25)$$

### 4.3.2 Restricción basada en el cálculo de los estadísticos

Para un proceso en condiciones de operación normal, cuyas mediciones se representan mediante el vector  $\mathbf{x}_0$ , el valor de  $D$  puede variar entre 0 y su valor crítico para un dado  $\alpha$ , es decir se verifica la siguiente desigualdad:  $0 \leq \|\Lambda^{-1/2} \mathbf{P}^T \mathbf{x}_0\| \leq \delta_D$ . En su derivación aproximada de la MCF, Wang y *col.* (2002b) consideraron que la norma de la matriz  $(\Lambda^{-1/2} \mathbf{P}^T \mathbf{x}_0)$  es exactamente igual al límite superior de la desigualdad anterior, o sea igual a  $\delta_D$ . Como resultado de esta aproximación, se deducen las Ecuaciones (4.17), (4.19) y (4.21) que involucran un factor de 2. Para un dado  $\alpha$ , la MCF que resulta de la Ecuación (4.21) es generalmente superior a la que se obtendría si no se realizase la suposición previamente mencionada. Por otra parte, si  $\alpha$  se reduce  $\delta_D$  aumenta, en este caso la MCF se incrementa debido al efecto combinado de la suposición establecida y el aumento de  $\delta_D$ . El mismo análisis puede realizarse para el cálculo de la MCF con el estadístico *SPE*.

Como las MCFs de ambos estadísticos intervienen en el cálculo de la MMFC comprendida en la restricción del PDRS (Ecuación 4.25), la suposición realizada

influye sobre la solución del diseño. Por tal motivo, en esta tesis se propone cuantificar la capacidad de  $D$  de la RS mediante una restricción alternativa, que se presenta a continuación, y comparar ambas metodologías.

Una falla  $j$ -ésima debe ser detectada antes que una o más variables afectadas por la ocurrencia de la misma alcancen su respectivo DLP. Si ocurriera esta situación y se miden  $N$  variables de proceso, el vector de mediciones estandarizadas resulta ser un subconjunto de  $\mathbf{x}_j^{\text{DLP}}$ , al que se denota como  $\mathbf{x}_j^{\text{DLP}^*}$ , y puede utilizarse para calcular los estadísticos  $D$  y  $SPE$  para la  $j$ -ésima falla de la siguiente manera:

$$D_j = \left\| \Lambda^{-1/2} \mathbf{P}^T \mathbf{x}_j^{\text{DLP}^*} \right\|^2 \quad (4.26)$$

$$SPE_j = \left\| (\mathbf{I} - \mathbf{P}\mathbf{P}^T) \mathbf{x}_j^{\text{DLP}^*} \right\|^2 \quad (4.27)$$

Si se analizan los posibles valores de los estadísticos calculados, se presentan 4 escenarios distintos:

1. Ambos estadísticos superan los límites críticos para la falla  $j$ , por lo tanto, la misma es detectable;
2. Sólo el estadístico  $D_j$  supera el crítico, por lo cual la falla  $j$  es detectable en términos de  $D_j$ ;
3. Sólo el estadístico  $SPE_j$  supera el crítico, por lo cual la falla  $j$  es detectable en términos de  $SPE_j$ .
4. Ninguno de los dos estadísticos supera el crítico, y la falla  $j$  no es detectada.

Por lo tanto, la falla  $j$ -ésima es detectable, antes que una o más variables afectadas por su ocurrencia alcancen su respectivo DLP, si al menos uno de los dos

estadísticos, calculados utilizando las expresiones 4.26 y 4.27, supera su valor crítico.

Esto es, si se satisface la siguiente restricción (escrita en forma compacta):

$$\left[ \left( D_j \geq \delta_D \right) \vee \left( SPE_j \geq \delta_{SPE} \right) \right] \quad j = 1 \dots J \quad (4.28)$$

que se propone utilizar para verificar la capacidad de la RS para detectar fallas del proceso.

#### 4.3.3 Restricción basada en Grado de Observabilidad de una Falla Clave

Una RS tiene un OD =  $g_s$  para la FC<sub>s</sub> si se satisface su O aún cuando  $g_s$  observaciones, afectadas por la ocurrencia de dicha FC, no están disponibles. En este caso existen  $t_s = (R_s!)/(g_s!(R_s-g_s)!)$  configuraciones de sensores de dimensión  $(R_s - g_s)$ , que son capaces de observar la ocurrencia de la FC<sub>s</sub>.

Utilizando los vectores de resolución ( $\mathbf{rv}_s$ ) definidos en el capítulo anterior, la O de FC<sub>s</sub> se satisface si al menos un elemento de  $\mathbf{rv}_s^r$  tiene asociado una medición.

Matemáticamente la restricción de OD se expresa de la siguiente forma:

$$\sum_{i=1}^{t_s} (\mathbf{rv}_s^r)_i \geq 1 \quad r = 1 \dots t_s; \quad s = 1 \dots S \quad (4.29)$$

#### 4.3.4 Restricción basada en Grado de Detección de una Falla Clave

Una RS tiene un DD =  $g_s$  para FC<sub>s</sub> si se satisface su D aún cuando  $g_s$  observaciones, afectadas por la ocurrencia de dicha FC, no están disponibles. En este caso existen  $t_s = (R_s!)/(g_s!(R_s-g_s)!)$  configuraciones de sensores de dimensión  $(R_s - g_s)$ , que son capaces de detectar la FC<sub>s</sub> cuando se utiliza como método de monitoreo el PCA.

Por lo tanto, para cada FC deben evaluarse  $t_s$  restricciones adicionales. Si se emplean las basadas en el cálculo de la MF, el conjunto de restricciones que incorporan robustez a la red de sensores se expresa de la siguiente manera

$$f_{\text{sup},s}^r \geq MMCF_s^r \quad r = 1 \dots t_s; s = 1 \dots S \quad (4.30)$$

donde  $MMCF_s^r$  y  $f_{\text{sup},s}^r$  son la MMCF y la MF superior de la  $s$ -ésima falla, respectivamente, cuando  $g_s$  mediciones de la RS dada por  $\mathbf{q}$  no se encuentran disponibles.

Por otro lado, el conjunto de restricciones 4.28, basadas en el cálculo de los estadísticos, se modifica para contemplar la pérdida de uno o más instrumentos asociados a la FC<sub>s</sub>, resultando el siguiente conjunto de restricciones:

$$\left[ \left( D_s^r \geq \delta_D^r \right) \vee \left( SPE_s^r \geq \delta_{SPE}^r \right) \right] \quad r = 1 \dots t_s; s = 1 \dots S \quad (4.31)$$

donde  $D_s^r$  y  $SPE_s^r$  representan los valores de los estadísticos y  $\delta_D^r$  y  $\delta_{SPE}^r$  sus límites críticos, cuando una o más mediciones asociadas a la FC<sub>s</sub> no se encuentran disponibles.

#### 4.3.5 Nuevas Formulaciones de Diseño

En esta sección se presentan diferentes formulaciones de DRS para diagnóstico de fallas, que consisten en minimizar el costo de instrumentación sujeto a las restricciones previamente analizadas.

Si el objetivo del diseño óptimo es obtener una RS de mínimo costo que sea capaz de detectar todas las fallas empleando la estrategia de monitoreo PCA y utilizando restricciones de D basadas en el cálculo de la MF, el PDRS resultante es el siguiente:

$$\begin{aligned}
 & \underset{\mathbf{q}}{\text{Min}} \quad \mathbf{c}^T \mathbf{q} \\
 & \text{s.a.} \\
 & f_{\text{sup}_j} \geq MMCF_j \quad j = 1 \dots J
 \end{aligned} \tag{4.32}$$

Este comprende  $J$  restricciones no lineales de desigualdad definidas en términos de la  $MMCF$ , que son de naturaleza no lineal, y de cálculo complejo ya que involucran el conjunto de operaciones mediante las cuales se obtienen  $\|\mathbf{f}_{D_j}\|$ ,  $\|\mathbf{f}_{SPE}\|$  y  $f_{\text{sup}_j}$ . Se propone resolverlo utilizando una búsqueda transversal en árbol con criterio de corte.

Si al Problema 4.32 se le agregan las  $J$  restricciones definidas mediante la Ecuación 3.1 del capítulo anterior, se obtiene el Problema 4.33

$$\begin{aligned}
 & \underset{\mathbf{q}}{\text{Min}} \quad \mathbf{c}^T \mathbf{q} \\
 & \text{s.a.} \\
 & \sum_{i=1}^I (\mathbf{r}\mathbf{v}_i)_j \geq 1 \quad j = 1 \dots J \\
 & f_{\text{sup}_j} \geq MMCF_j \quad j = 1 \dots J
 \end{aligned} \tag{4.33}$$

cuya solución satisface simultáneamente la O de todas las fallas, o sea su determinabilidad estructural, y su D utilizando la técnica PCA. El problema de optimización anterior está sujeto a dos tipos de restricciones de desigualdad. El primer conjunto es de naturaleza lineal y comprende las  $J$  restricciones establecidas para satisfacer la O. El segundo involucra  $J$  restricciones no lineales definidas en función de la  $MMCF$ . Se propone resolver este PDRS mediante una búsqueda transversal modificada con criterios de corte.

Si se utilizan las restricciones (4.28) para satisfacer la D de fallas cuando se emplea la técnica de monitoreo PCA, los Problemas (4.32) y (4.33) se redefinen de la siguiente manera:



$$\begin{aligned}
 & \underset{\mathbf{q}}{\text{Min}} \quad \mathbf{c}^T \mathbf{q} \\
 & \text{s.a.} \\
 & \left[ (D_j \geq \delta_D) \vee (SPE_j \geq \delta_{SPE}) \right] \quad j = 1 \dots J
 \end{aligned} \tag{4.34}$$

$$\begin{aligned}
 & \underset{\mathbf{q}}{\text{Min}} \quad \mathbf{c}^T \mathbf{q} \\
 & \text{s.a.} \\
 & \sum_{i=1}^I (\mathbf{r} \mathbf{v}_j)_i \geq 1 \quad j = 1 \dots J \\
 & \left[ (D_j \geq \delta_D) \vee (SPE_j \geq \delta_{SPE}) \right] \quad j = 1 \dots J
 \end{aligned} \tag{4.35}$$

El primero comprende  $J$  restricciones no lineales, mientras que el segundo además incluye las  $J$  restricciones que satisfacen la O de todas las fallas. Ambos problemas se resuelven utilizando los procedimientos propuestos para los Problemas 4.32 y 4.33, respectivamente.

Si el objetivo del diseño es obtener una RS que sea capaz de detectar todas las fallas cuando ningún sensor falla y, en particular, detectar un conjunto de  $S$  FCs cuando uno o más sensores asociados a su  $\mathbf{r} \mathbf{v}$  fallan, los Problemas 4.33 y 4.35 se reformulan empleando las restricciones que satisfacen el OD y el DD.

Se obtiene la RS robusta que asegura la O de todas las fallas y su D en base al cálculo de la MF mediante la resolución del Problema 4.36 que comprende un conjunto de  $(J+t_s*S)$  restricciones lineales y otro que incluye  $(J+t_s*S)$  condiciones no lineales. El primer conjunto satisface los criterios de O de todas las fallas cuando ningún sensor falla ( $J$  restricciones) y cuando esto sucede para al menos un sensor ( $t_s*S$  restricciones). El segundo satisface criterios de DF basados en el cálculo de la MF cuando ningún sensor falla ( $J$  restricciones) y cuando al menos uno no está disponible ( $t_s*S$

restricciones). Se propone resolver este problema de optimización utilizando una búsqueda transversal modificada con criterio de corte.

$$\begin{aligned}
 & \underset{\mathbf{q}}{\text{Min}} \quad \mathbf{c}^T \mathbf{q} \\
 & \text{s.a.} \\
 & \sum_{i=1}^I (\mathbf{r}\mathbf{v}_j)_i \geq 1 \quad j = 1 \dots J \\
 & \sum_{i=1}^I (\mathbf{r}\mathbf{v}_s^r)_i \geq 1 \quad r = 1 \dots t_s; s = 1 \dots S \\
 & f_{\text{sup}_j} \geq MMCF_j \quad j = 1 \dots J \\
 & f_{\text{sup}_s}^r \geq MMCF_s^r \quad r = 1 \dots t_s; s = 1 \dots S
 \end{aligned} \tag{4.36}$$

Por otro lado, si se imponen las restricciones relacionadas con el OD y el DD al Problema 4.35, resulta el siguiente:

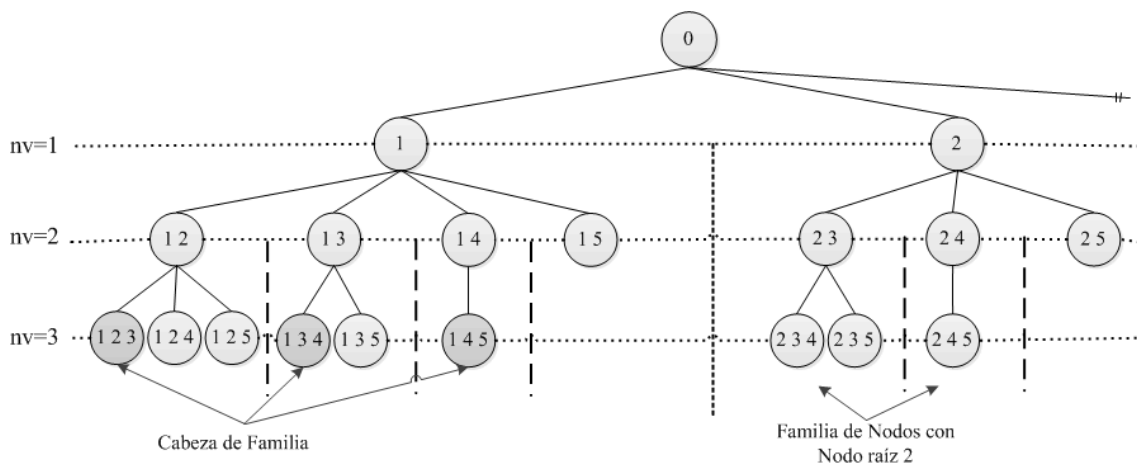
$$\begin{aligned}
 & \underset{\mathbf{q}}{\text{Min}} \quad \mathbf{c}^T \mathbf{q} \\
 & \text{s.a.} \\
 & \sum_{i=1}^I (\mathbf{r}\mathbf{v}_j)_i \geq 1 \quad j = 1 \dots J \\
 & \sum_{i=1}^I (\mathbf{r}\mathbf{v}_s^r)_i \geq 1 \quad r = 1 \dots t_s; s = 1 \dots S \\
 & \left[ (D_j \geq \delta_D) \vee (SPE_j \geq \delta_{SPE}) \right] \quad j = 1 \dots J \\
 & \left[ (D_s^r \geq \delta_D^r) \vee (SPE_s^r \geq \delta_{SPE}^r) \right] \quad r = 1 \dots t_s; s = 1 \dots S
 \end{aligned} \tag{4.37}$$

Las restricciones lineales del Problema 4.37 son iguales a las del anterior. Con relación a las no lineales, las primeras  $J$  se asocian a la  $D$  de fallas en base al cálculo de los estadísticos y las  $(t_s * S)$  restantes satisfacen los requisitos de DD.

#### 4.4 Algoritmo de resolución

El algoritmo de resolución de los Problemas 4.32 a 4.37 se basa en una búsqueda transversal por nivel con diversos criterios de corte (Nguyen y Bagajewicz, 2011). El

procedimiento explora por niveles de tal forma que primero se analiza el que tiene un solo elemento y luego se va incrementando un elemento por cada nivel. En cada uno de ellos se examinan todas las combinaciones con igual cantidad de mediciones (por ejemplo en el nivel  $k=2$  se analizan todas las combinaciones con dos instrumentos). Al examinar un nodo, primero se calcula el costo de la RS para la combinación de variables que se miden, y luego se verifica el cumplimiento de las restricciones de O, OD, D y DD. Cuando se encuentra una solución factible (por ejemplo, una solución dada por el nodo 124 de la Figura 4.2), esta se almacena y se continúa con el análisis del resto del nivel, al menos que la solución encontrada cumpla con algún criterio de corte. Estos se presentan en la siguiente subsección.



**Figura 4.2.** Búsqueda Transversal

#### 4.4.1 Criterios de Corte

A continuación se introducen algunos términos relacionados con la búsqueda transversal. Estos son los siguientes:

1. Nodo: combinación de sensores activos;
2. Nivel ( $nv$ ): indica la cantidad de sensores que se encuentran en los nodos;

3. Nodos Hermanos: son aquellos nodos que se encuentran en el mismo nivel  $i$  y provienen del mismo nodo padre situado en el nivel  $i-1$ . Por ejemplo los nodos 123, 124 y 125 en el nivel 3 son nodos hermanos, cuyo nodo padre es el 12;
4. Familias de Nodos: una familia de nodos ubicados en el nivel  $i$  tiene la misma cantidad de instrumentos activos y comparten la misma raíz, que está en el nivel  $i-2$ . Por ejemplo los nodos 123, 124 y 125, junto con los nodos 134, 135 y el nodo 145 son una familia de nodos cuyo nodo raíz es el nodo 1;
5. Cabeza de Familia: es el nodo ubicado en el extremo izquierdo de una familia de nodos, y por lo tanto el más económico de dicha familia. Los nodos 123, 134 y 145 son nodos cabeza de familia;
6. Nodo Factible: es el nodo que cumple con todas las restricciones impuestas en el problema de optimización;
7. Nodo Óptimo: Es el nodo factible de mínimo costo.

Cuando se explora el árbol de búsqueda transversal usando el criterio de solución de mínimo costo, se observan algunas propiedades:

- Propiedad 1: El costo de los nodos es monótonamente creciente entre los nodos que forman una familia en el sentido de izquierda a derecha en el mismo nivel.
- Propiedad 2: El costo es monótonamente creciente entre los nodos cabeza de familia que comparten el mismo nodo raíz.

Ambas propiedades se utilizan eficientemente para la elaboración de los siguientes criterios de corte. Si los sensores están ordenados de menor a mayor costo:

Criterio de Corte 1: Cuando el algoritmo de búsqueda encuentra un nodo factible, la búsqueda de nodos factibles continúa en la siguiente familia de nodos. Este criterio de

corte resulta de aplicar la Propiedad 1 y evita explorar nodos de mayor costo dentro de una familia de nodos.

Criterio de Corte 2: Cuando el algoritmo de búsqueda encuentra un nodo factible se verifica si el mismo es cabeza de familia. Dado que las Propiedades 1 y 2 implican que todos los nodos ubicados a la derecha del nodo factible son más caros, la búsqueda se detiene en esa familia y se prosigue en las siguientes familias de nodos ubicadas en el mismo nivel. Por ejemplo si la solución se encuentra en el nodo 134, todos los nodos del nivel 3 que se encuentran a la derecha del mismo y cuyo nodo raíz en el  $nv=1$  es el nodo 1, son de costo más caro, por lo que la búsqueda continúa en las familias de nodos cuyo nodo raíz en el  $nv=1$  es el nodo 2. Si el nodo cabeza de familia es de costo mayor al nodo factible, la búsqueda se corta en el nivel 3 y se prosigue en el nivel 4.

Criterio de Corte 3: Si el nodo factible es el primer nodo cabeza de familia de un conjunto de familias de nodos, todos los nodos del mismo nivel ubicados a su derecha son de costo mayor; la búsqueda se detiene y continúa en el siguiente nivel. Del mismo modo, si el costo del primer nodo cabeza de familia de un conjunto de familias de nodos es mayor al costo del nodo factible, la búsqueda se detiene en el nivel que se está analizando y se continúa en el nivel siguiente. Por ejemplo si la solución factible se encontró en el nodo 234, todos los nodos ubicados a su derecha son de costo mayor, por lo tanto la búsqueda en dicho nivel se detiene y se continúa en el siguiente.

Criterio de Corte 4: Si el nodo factible es el primer nodo cabeza de familia del  $nv$  que se está analizando, el algoritmo de búsqueda se detiene y se reporta la solución encontrada como solución óptima ya que todos los nodos ubicados a su derecha y en los niveles siguientes son de mayor costo. De la misma manera, si el costo del primer nodo cabeza de familia de un nivel es mayor al costo del nodo factible, la búsqueda se detiene. Por

ejemplo si el nodo 123 es un nodo factible, todos los nodos ubicados a su derecha y en los niveles siguientes son de mayor costo por lo tanto, la solución correspondiente al nodo 123 es una solución óptima y la búsqueda se termina.

#### 4.4.2 Características de la Búsqueda Transversal en Árbol

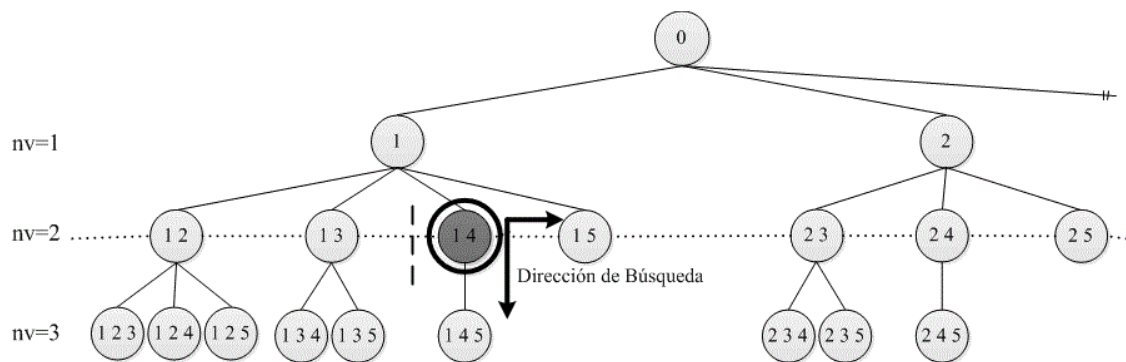
La búsqueda transversal en árbol es un método muy eficiente si la solución óptima se encuentra en los primeros niveles y en el extremo izquierdo (nodos de menor costo) del árbol de búsqueda. Por otro lado, si la solución se encuentra en el extremo derecho (nodos más caros) o en los niveles más avanzados del árbol de búsqueda, el algoritmo tendrá que explorar una gran cantidad de nodos para encontrar la solución óptima, por lo que el tiempo de resolución puede ser muy elevado.

#### 4.4.3 Algoritmo de Búsqueda Transversal Modificado

Para la resolución de los PDRS con restricciones de O y D y O, OD, D y DD, Problemas 4.33, 4.35, 4.36 y 4.37, el algoritmo de búsqueda transversal con criterio de corte se modifica para evitar la exploración de los niveles inferiores que no satisfagan las restricciones de O.

Los problemas citados presentan un conjunto de restricciones lineales y otro de naturaleza no lineal. En esta tesis se propone dividir estos problemas de optimización en dos subproblemas de resolución consecutiva. En el primero, se minimiza el costo sujeto a  $J$  restricciones lineales de O para los Problemas 4.33 y 4.35, o a  $(J+t_s*S)$  condiciones de O y OD para los Problemas 4.36 y 4.37. En el segundo subproblema, se minimiza el costo sujeto a las restricciones de O anteriores más  $J$  condiciones de D para los Problemas 4.33 y 4.35, o a  $(J+t_s*S)$  restricciones de O y OD y  $(J+t_s*S)$  condiciones de D y DD para los Problemas 4.36 y 4.37.

Dado que la O es una condición necesaria (Wang y *col.* 2002a) pero no suficiente para la D de una falla, la resolución del primer subproblema da el nivel inferior a partir del cual se debe comenzar la exploración en el árbol de búsqueda transversal y un límite inferior de costo (Figura 4.3). Luego el algoritmo explora los nodos en dirección de costo creciente como se indica en la sección anterior. De esta manera el algoritmo de búsqueda transversal modificado mejora el desempeño de la búsqueda con respecto al convencional.



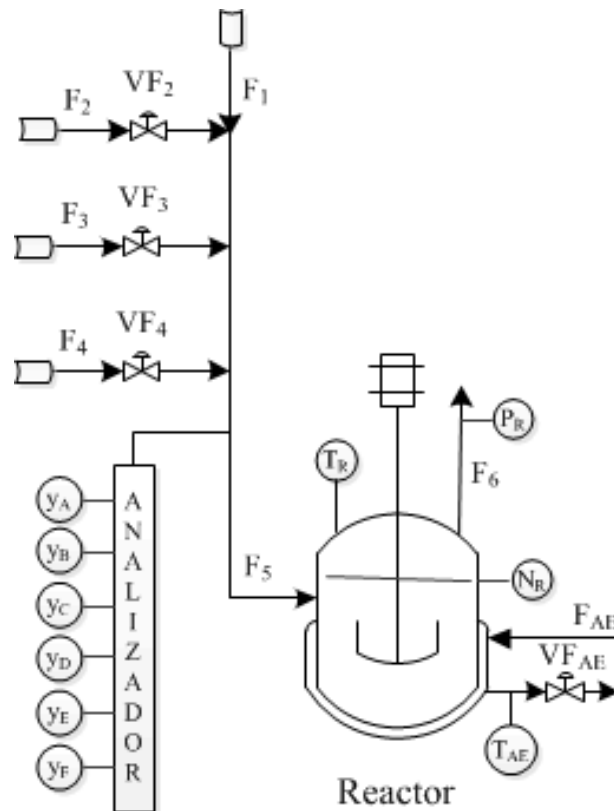
**Figura 4.3.** Búsqueda Transversal Modificada

Además al examinar un nodo, primero se analizan las restricciones lineales de O y OD, y si éstas se satisfacen, luego se verifica si se cumplen las de D y DD. De esta manera se evita evaluar las restricciones no lineales, que requieren un tiempo de evaluación unas 100 veces superior al de las primeras.

#### 4.5 Caso de Estudio

Se utiliza como caso de estudio una porción del diagrama de flujo conocido como Tennessee Eastman Problem (TEP) presentado por Down y Vogel (1993). Este ha sido ampliamente utilizado para comparar estrategias de monitoreo para D e I de fallas. En la Figura 4.4 se representa un esquema del equipo considerado, que es un Reactor

Químico con intercambio de calor. La nomenclatura utilizada en la descripción de la unidad corresponde sólo a este caso de estudio.



**Figura 4.4.** Diagrama de Proceso – Reactor Químico

El reactor contiene dos fases, una líquida y otra vapor, que se consideran en equilibrio. En el mismo se llevan a cabo cuatro reacciones exotérmicas e irreversibles. Las corrientes de entrada y de salida del equipo se encuentran en fase gaseosa. El gas, formado por los componentes A-F ingresa por la Corriente 1 (corriente de reciclo); mientras que por las Corrientes 2, 3 y 4 se alimentan los componentes A, D y E, respectivamente. Todas las corrientes antes mencionadas se unen formando la Corriente 5, que es la alimentación al reactor. Los componentes A, C, D y E reaccionan produciendo F y G, mientras que el componente B es un inerte. Todos los componentes salen del reactor a través de la Corriente 6.



Las composiciones de los componentes A-F pueden analizarse en la Corriente 5. Los porcentajes de apertura de las válvulas que regulan el ingreso de las Corrientes 2, 3, 4 y de la Corriente de agua de enfriamiento (AE) también pueden medirse, al igual que la presión, la temperatura y el nivel en el reactor.

Para este caso de estudio se analizan las siguientes cinco fallas:

- Falla 1: Deriva lenta en las cinéticas de las reacciones;
- Falla 2: Obstrucción en la válvula de la corriente de AE;
- Falla 3: Escalón en la temperatura de entrada de la corriente de AE;
- Falla 4: Escalón en el caudal de la Corriente 2;
- Falla 5: Variación aleatoria en la temperatura de entrada de la corriente de AE.

En la Tabla 4.1 se incluyen todas las variables de proceso medibles afectadas por la ocurrencia de las fallas propuestas y los costos de los respectivos sensores. Este conjunto se obtiene fijando los DLP de las variables en dos valores diferentes: 3,5 y 2 veces el desvío máximo de sus respectivas mediciones, contenidas en la PR. Para cada caso, se simulan las fallas, se obtienen las variables afectadas por su ocurrencia analizando los elementos de los respectivos vectores  $\mathbf{x}_j^{\text{DLP}}$ , de la forma indicada por Musulin y *col.* (2004), y se las incorpora a la Tabla 4.2.

Si el DLP para cada variable se fija en 3,5 veces el desvío máximo de sus mediciones, las variables  $F_3$  y  $VF_3$  no son afectadas por la ocurrencia de las fallas propuestas, por lo tanto no participan de la Tabla 4.2 que muestra la relación causa-efecto entre las fallas y las variables de proceso.

**Tabla 4.1.** Variables del Proceso – Reactor Químico

Notación	Variable	Costo
$P_R$	Presión en el reactor	10
$F_2$	Caudal de la Corriente 2	30
$F_3$	Caudal de la Corriente 3	30
$VF_2$	Apertura de Válvula Corriente 2	40
$VF_3$	Apertura de Válvula Corriente 3	40
$VF_{AE}$	Apertura de Válvula Corriente AE	40
$T_R$	Temperatura en el reactor	50
$T_{AE}$	Temperatura de salida del AE	50
$y_A$	Fracción molar de A en la Corriente 5	80
$y_B$	Fracción molar de B en la Corriente 5	80
$y_C$	Fracción molar de C en la Corriente 5	80
$y_F$	Fracción molar de F en la Corriente 5	80

**Tabla 4.2.** Incidencia Falla-Sensor para DLP=3,5 desvíos máximos

Falla	$P_R$	$F_2$	$VF_2$	$VF_{AE}$	$T_R$	$T_{AE}$	$y_A$	$y_B$	$y_C$	$y_F$
F1	1	0	0	0	0	0	0	-1	1	-1
F2	0	0	0	-1	-1	1	0	0	0	0
F3	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0
F4	0	-1	1	-1	0	1	-1	0	0	0
F5	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0

Los vectores  $x_j^{DLP}$ , que comprenden las 10 variables afectadas por la ocurrencia de las cinco fallas, utilizados para el cálculo de los estadísticos  $D_j$  y  $SPE_j$  (Ecuaciones 4.27 y 4.28) son los siguientes:

- $x_1^{PDL} = [22,27 \quad -1,70 \quad -1,04 \quad -2,12 \quad -1,21 \quad 0,41 \quad 1,51 \quad -7,06 \quad 4,93 \quad -10,58]$

- $\mathbf{x}_2^{\text{PDL}} = [0,02 \ -1,45 \ -1,79 \ -30,68 \ -36,36 \ 14,35 \ 0,03 \ -1,23 \ 1,56 \ -1,92]$
- $\mathbf{x}_3^{\text{PDL}} = [0,97 \ 0,76 \ 0,77 \ 24,31 \ 24,24 \ 1,89 \ 0,42 \ -1,54 \ 2,10 \ 1,45]$
- $\mathbf{x}_4^{\text{PDL}} = [-0,64 \ -10,38 \ 25,89 \ -6,29 \ 1,92 \ 7,17 \ -9,60 \ -1,96 \ 2,00 \ 1,90]$
- $\mathbf{x}_5^{\text{PDL}} = [1,59 \ -1,10 \ -1,16 \ 22,38 \ 21,90 \ -0,72 \ -0,75 \ -0,48 \ 1,85 \ 0,20]$ .

Las cinco matrices  $\theta_j$  se definen en base a los datos suministrados en la Tabla 4.2

y se presentan a continuación:

$$\theta_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}; \theta_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \theta_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$\theta_4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \theta_5 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Los cinco vectores  $\mathbf{f}_j^0$  usados en las ecuaciones de definición de  $f_{\text{sup},j}$  (Ecuación

4.25) son los siguientes:

- $f_1^0 = [19,27 \ 4,06 \ 1,93 \ 7,58];$
- $f_2^0 = [27,68 \ 33,36 \ 11,35];$
- $f_3^0 = [21,31 \ 21,24];$
- $f_4^0 = [7,38 \ 22,89 \ 3,29 \ 9,17 \ 6,60];$
- $f_5^0 = [23,38 \ 18,82].$

Para este caso de estudio se resolvieron PDRS con restricciones de Observabilidad y Detección (O+D) (Problemas 4.33 y 4.35) y Observabilidad, Detección y Grado de Observabilidad y Detección (O+D+ ODD) (Problemas 4.36 y 4.37) para tres niveles de significado distintos,  $\alpha=0,01; 0,03$  y  $0,05$ . Se fija en un 80% el porcentaje de la varianza total reconstruida por el modelo en el espacio de los CPs retenidos (Valle y *col.* 1999). Las fallas 1, 3 y 5 admiten un  $ODD \leq 1$  mientras que las fallas 2 y 4 admiten un  $ODD \leq 2$ . El método de búsqueda se programó en MATLAB. Las soluciones obtenidas se presentan en la Tabla 4.3. De su análisis surgen las siguientes observaciones:

- La cantidad de instrumentos (al igual que el costo de la RS) se incrementa a medida que aumenta el ODD, para un valor de  $\alpha$  dado, tanto utilizando el método basado en MF como en Estadísticos. Por ejemplo, la RS ( $P_R \ V_{FAE} \ T_R$ ) que satisface las restricciones de  $O+D+ODD_2=1$  cuando se utiliza el enfoque de los Estadísticos tiene 3 instrumentos y un costo de 100, mientras que si se imponen restricciones de  $O+D+ODD_2=2$  es necesaria la incorporación de un instrumento más, en este caso el sensor que mide la variable  $T_{AE}$ .
- Las soluciones obtenidas no dependen del valor de  $\alpha$  propuesto para los dos enfoques analizados, excepto para los problemas con restricciones de  $O+D+ODD_2=2$  y

$O+D+ODD_4=2$ , cuyas soluciones si difieren en un instrumento cuando el valor del  $\alpha$  cambia de 0,05 a 0,03 y 0,01.

- Se obtuvieron como resultado RS con menor cantidad de instrumentos y menor costo cuando se aplicó el enfoque basado en Estadísticos en comparación con el basado en MF. Esto se debe a que en el cálculo de esta última se fija  $\|\mathbf{D}_\lambda^{-1/2}\mathbf{P}^T\mathbf{x}_0\| = \delta_D$ , cuando en realidad  $0 \leq \|\mathbf{D}_\lambda^{-1/2}\mathbf{P}^T\mathbf{x}_0\| \leq \delta_D$ , lo que lleva a descartar aquellas RS tales que  $\|\mathbf{D}_\lambda^{-1/2}\mathbf{P}^T\mathbf{x}_0\| < \delta_D$ . Dichas soluciones son encontradas por el enfoque basado en los Estadísticos.
- La RS ( $P_R$  VF<sub>AE</sub> y<sub>B</sub>) que satisface las restricciones de  $O+D+ODD_1=1$  con el método de los Estadísticos no satisface la D para las fallas 3, 4 y 5 para el enfoque basado en MF, lo mismo sucede con la RS ( $P_R$  VF<sub>AE</sub> T<sub>R</sub>) que cumple las condiciones de  $O+D+ODD_2=1$ ;  $O+D+ODD_3=1$  y  $O+D+ODD_5=1$  cuando se emplea el método basado en los Estadísticos pero no satisface la D para la falla 4 cuando se usa el enfoque de MF.
- Si se analiza la RS ( $P_R$  VF<sub>AE</sub> T<sub>R</sub>), obtenida al resolver el PDRS con restricciones de  $O+D+ODD_3=1$  formuladas con el método basado en los Estadísticos, se observa que si el sensor VF<sub>AE</sub> no está disponible, la falla 4, que es No Clave, no puede detectarse. Por otra parte, la RS ( $P_R$  F<sub>2</sub> VF<sub>AE</sub> T<sub>R</sub>), obtenida cuando se satisface las condiciones de  $O+D+ODD_3=1$  con el enfoque de MF, no satisface la D de la falla 4 (No Clave) si no se dispone de las mediciones de VF<sub>AE</sub> o T<sub>R</sub>. Es decir, la D de las fallas No Claves no está asegurada por las soluciones de mínimo costo.

**Tabla 4.3.** Resultados para DLP=3,5 desvíos máximos

Restricciones	MF		Estadísticos	
	Solución	Costo	Solución	Costo
$\alpha=0,05$ O+D	$P_R VF_2 VF_{AE}$	90	$P_R F_2 VF_{AE}$	80
O+D+ODD <sub>1</sub> =1	$P_R VF_2 VF_{AE} y_C y_F$	250	$P_R VF_{AE} y_B$	130
O+D+ODD <sub>2</sub> =1	$P_R VF_{AE} T_{AE}$	100	$P_R VF_{AE} T_R$	100
O+D+ODD <sub>2</sub> =2	$P_R F_2 VF_2 VF_{AE} T_R T_{AE}$	270	$P_R VF_{AE} T_R T_{AE}$	150
O+D+ODD <sub>3</sub> =1	$P_R F_2 VF_{AE} T_R$	130	$P_R VF_{AE} T_R$	100
O+D+ODD <sub>4</sub> =1	$P_R VF_2 VF_{AE} T_{AE}$	140	$P_R F_2 VF_{AE}$	80
O+D+ODD <sub>4</sub> =2	$P_R VF_2 VF_{AE} T_{AE} y_A$	220	$P_R F_2 VF_2 VF_{AE}$	120
O+D+ODD <sub>5</sub> =1	$P_R F_2 VF_{AE} T_R$	130	$P_R VF_{AE} T_R$	100
$\alpha=0,03$ O+D	$P_R VF_2 VF_{AE}$	90	$P_R F_2 VF_{AE}$	80
y O+D+ODD <sub>1</sub> =1	$P_R VF_2 VF_{AE} y_C y_F$	250	$P_R VF_{AE} y_B$	130
$\alpha=0,01$ O+D+ODD <sub>2</sub> =1	$P_R VF_{AE} T_{AE}$	100	$P_R VF_{AE} T_R$	100
O+D+ODD <sub>2</sub> =2	$P_R VF_2 VF_{AE} T_R T_{AE} y_A$	270	$P_R VF_{AE} T_R T_{AE}$	150
O+D+ODD <sub>3</sub> =1	$P_R F_2 VF_{AE} T_R$	130	$P_R VF_{AE} T_R$	100
O+D+ODD <sub>4</sub> =1	$P_R VF_2 VF_{AE} T_{AE}$	140	$P_R F_2 VF_{AE}$	80
O+D+ODD <sub>4</sub> =2	$P_R F_2 VF_2 VF_{AE} T_{AE} y_A$	270	$P_R F_2 VF_2 VF_{AE}$	120
O+D+ODD <sub>5</sub> =1	$P_R F_2 VF_{AE} T_R$	130	$P_R VF_{AE} T_R$	100

Si el DLP para cada variable se fija en 2 veces el desvío máximo de sus mediciones, las variables  $y_A$ ;  $y_B$ ;  $y_C$ ;  $y_F$  no son afectadas por la ocurrencia de las fallas propuestas, por lo tanto no participan de la Tabla 4.4, que muestra la relación causa-efecto entre las fallas y las variables de proceso.

Los vectores  $\mathbf{x}_j^{\text{DLP}}$ , que comprenden las 8 variables afectadas por la ocurrencia de las cinco fallas, utilizados para el cálculo de los estadísticos  $D_j$  y  $SPE_j$  (Ecuaciones 4.26 y 4.27) son los siguientes:

- $\mathbf{x}_1^{\text{PDL}} = [-7,53 \ -1,20 \ -7,26 \ -1,05 \ -6,27 \ 0,26 \ -2,42 \ 3,13]$
- $\mathbf{x}_2^{\text{PDL}} = [0,72 \ 0,53 \ 4,06 \ 0,60 \ 1,33 \ 15,50 \ 15,76 \ 13,82];$
- $\mathbf{x}_3^{\text{PDL}} = [0,98 \ 0,75 \ -0,90 \ 0,77 \ -0,65 \ 24,31 \ 24,24 \ 2,89];$
- $\mathbf{x}_4^{\text{PDL}} = [-2,59 \ -10,52 \ -0,13 \ 14,12 \ 1,00 \ -0,56 \ -1,21 \ 4,62];$
- $\mathbf{x}_5^{\text{PDL}} = [1,77 \ 0,29 \ -0,57 \ 0,27 \ -2,00 \ -19,98 \ -14,54 \ -1,83].$

**Tabla 4.4.** Incidencia Falla-Sensor para DLP=2 desvíos máximos

Falla	$P_R$	$F_2$	$F_3$	$VF_2$	$VF_3$	$VF_{AE}$	$T_R$	$T_{AE}$
F1	-1	0	-1	0	-1	0	0	0
F2	0	0	0	0	0	1	1	1
F3	0	0	0	0	0	1	1	0
F4	0	-1	0	1	0	0	0	1
F5	0	0	0	0	0	-1	-1	0

Las cinco matrices  $\theta_j$  se definen tomando los valores de los datos suministrados en la Tabla 4.4 mientras que los vectores  $\mathbf{f}_j^0$  correspondientes a las cinco fallas de proceso, usados en las ecuaciones de definición de  $f_{\text{sup}j}$  (Ecuación 4.25), son los siguientes:

- $\mathbf{f}_1^0 = [4,53 \ 4,26 \ 3,27];$

- $\mathbf{f}_2^0 = [12,50 \quad 12,76 \quad 10,82];$
- $\mathbf{f}_3^0 = [21,30 \quad 21,24];$
- $\mathbf{f}_4^0 = [7,52 \quad 11,12 \quad 1,62];$
- $\mathbf{f}_5^0 = [16,98 \quad 11,54].$

Se resolvieron PDRS con restricciones de O+D (Problemas 4.33 y 4.35) y O+D+ODD (Problemas 4.36 y 4.37) para tres niveles de significado diferentes,  $\alpha=0,01; 0,03$  y  $0,05$ . En la Tabla 4.5 se presentan las soluciones obtenidas, de cuyo análisis surgen las siguientes observaciones:

- No se obtienen soluciones para ninguno de los problemas planteados cuando se utiliza el enfoque basado en MF. Esto ocurre porque los elementos de los vectores  $\mathbf{f}_j^0$  toman valores más bajos que los calculados cuando se fijan valores de DLP iguales a 3,5 veces los desvíos máximos de las mediciones contenidas en la PR. En consecuencia los  $f_{\text{sup}_j}$ , definidos por la Ecuación 4.24, también son menores y pueden ser superados por la  $MMCF_j$ , que solamente depende de los datos de la PR. En tal caso, se indica que la falla  $j$ -ésima no es detectable, cuando en realidad lo es si no se descartan las RS tales que  $\|\mathbf{D}_\lambda^{-1/2} \mathbf{P}^T \mathbf{x}_0\| < \delta_\tau$ . Por ejemplo la RS  $(P_R \ F_2 \ VF_{AE})$ , que se obtiene al resolver el PDRS con restricciones de O+D cuando se utiliza el enfoque basado en Estadísticos, no satisface las restricciones de D para ninguna de las fallas cuando se aplica el método basado en MF.
- Los resultados obtenidos para los tres valores de  $\alpha$  propuestos son iguales.
- La cantidad de instrumentos, al igual que el costo de la RS, se incrementa cuando aumenta el valor de ODD para una determinada falla. Por ejemplo, para satisfacer las



restricciones de  $O+D+ODD_2=1$  es necesario medir las variables  $P_R$ ,  $VF_{AE}$  y  $T_{AE}$ , y el costo del sistema de instrumentación es igual a 100. Cuando se imponen restricciones de  $O+D+ODD_2=2$  se requiere incorporar el sensor  $T_R$ , y el costo se eleva a 150.

- La RS ( $P_R$   $VF_{AE}$   $T_{AE}$ ) que satisface las restricciones de  $O+D+ODD_2=1$  no es capaz de detectar las fallas 3 y 5 cuando  $VF_{AE}$  no está disponible. Es decir, la D de las fallas No Claves no está asegurada por las soluciones de mínimo costo.

**Tabla 4.5.** Resultados para  $DLP=2$  desvíos máximos

Restricciones	MF		Estadísticos	
	Solución	Costo	Solución	Costo
O+D	-	-	$P_R$ $F_2$ $VF_{AE}$	80
$O+D+ODD_1=1$	-	-	$P_R$ $F_2$ $F_3$ $VF_{AE}$	110
$O+D+ODD_2=1$	-	-	$P_R$ $VF_{AE}$ $T_{AE}$	100
$O+D+ODD_2=2$	-	-	$P_R$ $VF_{AE}$ $T_R$ $T_{AE}$	150
$O+D+ODD_3=1$	-	-	$P_R$ $F_2$ $VF_{AE}$ $T_R$	130
$O+D+ODD_4=1$	-	-	$P_R$ $F_2$ $VF_2$ $VF_{AE}$	120
$O+D+ODD_4=2$	-	-	$P_R$ $F_2$ $VF_2$ $VF_{AE}$ $T_{AE}$	170
$O+D+ODD_5=1$	-	-	$P_R$ $F_2$ $VF_{AE}$ $T_R$	130

Del análisis de los resultados de los dos casos de estudio surge además el siguiente comentario. Cuando se establecen valores bajos de DLP, alguna/s variables/s lo/s alcanza/n cuando la falla comienza a manifestarse, en cambio si los DLP se fijan en valores grandes, alguno de ellos se supera cuando la falla ya se ha manifestado y sus efectos se han dispersado en las variables del proceso. Por ejemplo: las variables ( $P_R$ ,  $F_2$ ,  $VF_2$ ,  $VF_{AE}$ ,  $T_R$ ,  $T_{AE}$ ) forman el conjunto de las que son afectadas por la ocurrencia de todas las fallas, tanto para  $DLP= 2$  como para  $DLP=3,5$ . Si se fija  $DLP=2$ , se

incorporan a este conjunto de variables ( $F_3$ ,  $VF_3$ ). En cambio si se establece  $DLP=3,5$ , dicho conjunto contiene además las variables ( $y_B$ ,  $y_C$ ,  $y_D$ ,  $y_F$ ). Cuando se fija  $DLP=3,5$ , los efectos de la falla se dispersaron sobre variables que antes no habían sido afectadas ( $y_B$ ,  $y_C$ ,  $y_D$ ,  $y_F$ ). En cambio  $F_3$  y  $VF_3$  ya han vuelto a sus valores normales dado que  $F_3$  es una variable controlada y  $VF_3$  es el porcentaje de apertura de la válvula que la controla.

#### 4.6 Conclusiones

En este capítulo se formulan restricciones para satisfacer la D de todas las fallas, cuando se emplea la técnica de monitoreo PCA, basadas en el cálculo de los estadísticos  $D$  y  $SPE$ . Además se definen los conceptos de OD y DD, y se los incorpora a los PDRS con el fin de darle robustez a la RS ante la presencia de sensores defectuosos. Con tal fin se formulan PDRS que satisfacen simultáneamente los criterios de O, D y ODD cuando las restricciones de D se calculan utilizando los enfoques basados en MF y en estadísticos.

Los datos requeridos para la resolución de los PDRS formulados son la matriz de incidencia falla-sensor, el costo de los instrumentos, los desvíos límite para las variables del proceso, el nivel de significado de los test de hipótesis estadísticos, y datos de funcionamiento de la planta en operación normal y en situaciones de falla.

Los problemas de optimización resultantes comprenden variables binarias y restricciones no lineales, y se propone una búsqueda transversal modificada con criterio de corte para su resolución. La búsqueda se agiliza teniendo en cuenta que la O es una condición necesaria para la D de las fallas (Wang y *col.* 2002a).

En este capítulo se presenta como caso de estudio un Reactor Químico, que se utiliza para comparar los alcances de las diferentes metodologías de localización de sensores destinadas a la D de fallas.

El análisis de los resultados de aplicación indica que si los DLP son grandes, ambas metodologías de diseño encuentran soluciones. En cambio si los DLP son menores, el método que evalúa la restricción de D en base a cálculos de MF descarta soluciones que la estrategia propuesta en esta tesis encuentra como factibles. Esto se debe a que al calcular la  $MMCF_j$  se fija  $\|\mathbf{D}_\lambda^{-1/2}\mathbf{P}^T\mathbf{x}_0\| = \delta_r$  cuando en realidad  $0 \leq \|\mathbf{D}_\lambda^{-1/2}\mathbf{P}^T\mathbf{x}_0\| \leq \delta_r$ , por lo tanto todas aquellas RS tales que  $\|\mathbf{D}_\lambda^{-1/2}\mathbf{P}^T\mathbf{x}_0\| < \delta_r$  no intervienen en el análisis. Este hecho también afecta la cantidad de sensores que intervienen en la solución de los PDRS cuando la metodología basada en MF alcanza una solución. En la mayoría de los casos se obtienen RS de mayor costo que las conseguidas por el método basado en el cálculo de los estadísticos.

Por otra parte, los resultados indican que la cantidad de instrumentos, como así también el costo de la RS, aumenta cuando se incrementan los requerimientos sobre los ODD. Esto ocurre porque la pérdida de una medición en el sistema de control requiere que estén disponibles otras mediciones capaces de detectar la presencia de una falla. También se observa que si una RS satisface las restricciones de  $O+D+ODD_j$ , no se asegura la D de una o más fallas diferentes a la  $j$ -ésima, si no estuvieran disponibles uno o más sensores asociados a la D de la misma.

## 4.7 Notación

$\mathbf{c}$	Vector de costo de los instrumentos
$D_s^r$	Valor del estadístico $D$ para la $s$ -ésima falla cuando no se dispone de $g_s$ sensores
$\mathbf{f}$	Vector de falla
$\mathbf{f}^0$	Vector de falla estandarizado cuando una variable alcanza su DLP
$f_{\text{sup}}$	Magnitud superior de falla
$f_{\text{sup},s}^r$	Magnitud superior de la $s$ -ésima falla cuando no se dispone de $g_s$ sensores
$\ \mathbf{f}\ $	Norma del vector de falla
$\ \mathbf{f}_d\ $	Magnitud Crítica de Falla en el subespacio de los CPs
$\ \mathbf{f}_{\text{SPE}}\ $	Magnitud Crítica de Falla en el subespacio de los CPs excluidos
$g_s$	Cantidad de sensores defectuosos
$I$	Cantidad de variables Afectadas por la ocurrencia de las $J$ fallas
$\mathbf{I}$	Matriz Identidad
$J$	Cantidad de fallas
$M$	Cantidad de observaciones de la PR
$MMFC_s^r$	Mínima Magnitud Crítica para la $s$ -ésima falla cuando no se dispone de $g_s$ sensores
$N$	Cantidad de mediciones
$\bar{\mathbf{P}}$	Matriz de CPs
$\mathbf{P}$	Matriz de CPs retenidos
$\tilde{\mathbf{P}}$	Matriz de CPs excluidos
$\mathbf{p}$	Vector columna de $\bar{\mathbf{P}}$

$\mathbf{q}$	Vector solución del PDRS
$\mathbf{R}$	Matriz de correlación
$R_t$	Cantidad de CPs retenidos
$R$	Cantidad de elementos no nulos del vector $\mathbf{rv}$
$\mathbf{rv}$	Vector de resolución
$\mathbf{rv}_s^r$	Vector de resolución para la $s$ -ésima falla cuando no se dispone de $g_s$ sensores
$S$	Cantidad de FCs
$SPE_s^r$	Valor de estadístico $SPE$ para la $s$ -ésima falla cuando no se dispone de $g_s$ sensores
$\mathbf{t}$	Vector de scores
$\bar{\mathbf{T}}$	Matriz de scores de la PR
$\mathbf{T}$	Matriz de scores de la PR en el espacio de los CPs retenidos
$\tilde{\mathbf{T}}$	Matriz de scores de la PR en el espacio de los CPs excluidos
$t_s$	Cantidad de configuraciones de sensores para la $s$ -ésima falla cuando no se dispone de $g_s$ mediciones
$\mathbf{X}$	Matriz de datos de la PR estandarizados
$\mathbf{x}$	Vector de medición estandarizado
$\mathbf{x}_0$	Vector de medición estandarizado en condiciones de operación normal
$\bar{\mathbf{x}}$	Vector de medias muestrales de la PR
$\mathbf{x}^{\text{DLP}}$	Vector de DLP de las variables
$\mathbf{Z}$	Matriz de correlación Muestral
$\alpha$	Nivel de significado del test
$\lambda$	Autovalor de $\mathbf{Z}$
$\bar{\mathbf{\Lambda}}$	Matriz de autovalores de $\mathbf{Z}$

$\Lambda$	Matriz de autovalores de $\mathbf{Z}$ asociado al espacio de los CPs retenidos
$\tilde{\Lambda}$	Matriz de autovalores de $\mathbf{Z}$ asociado al espacio de los CPs excluidos
$\delta_D$	Valor crítico del estadístico $D$
$\delta_D^r$	Valor crítico del estadístico $D$ cuando no se disponen de $g$ mediciones
$\delta_{SPE}$	Valor crítico del estadístico $SPE$
$\delta_{SPE}^r$	Valor crítico del estadístico $SPE$ cuando no se disponen de $g$ mediciones
$\mathcal{F}$	Distribución de Fisher-Snedecor
$\chi^2$	Distribución Chi-cuadrado
$\kappa$	Media del estadístico $SPE$ obtenida de la PR
$\mathbf{\theta}$	Matriz Subespacio de Fallas
$\nu$	Varianza del estadístico $SPE$ obtenida de la PR
$\sigma_T$	Varianza total del sistema
$\sigma_{max}$	Máximo valor singular de una matriz

#### 4.8 Acrónimos

AE	Agua de Enfriamiento
CP	Componentes Principales
D	Detección
DD	Grado de Detección
DF	Detección de Fallas
DLP	Desvíos Límites de Proceso
DRS	Diseño de Redes de Sensores
$D$	Estadístico de Hotelling en el espacio de las variables latentes

FC	Falla clave
I	Identificación
MF	Magnitud de Falla
MCF	Magnitud Crítica de Falla
MMCF	Mínima Magnitud Crítica de Falla
MSPC	Control Estadístico Multivariado de Procesos
nv	Nivel de la Búsqueda
O	Observabilidad
OD	Grado de Observabilidad
ODD	Grado de Observabilidad y Detección
PCA	Análisis de Componentes Principales
PDRS	Problema de Diseño de Redes de Sensores
PR	Población de Referencia
RS	Red de Sensores
R	Resolución
<i>SPE</i>	Error Cuadrático de Predicción

#### 4.9 Referencias

- Anderson, T. W. An Introduction to Multivariate Statistical Analysis Wiley Publications in Statistics, New York, John Wiley & Sons, Inc. **1958**.
- Downs, J.; Vogel, E. A plant-wide industrial process control problem. *Comp. Chem. Eng.* **1993**, 17, 3, 245-255.
- Musulín, E.; Bagajewicz, M.; Nogués, J.; Puigjaner, L. Instrumentation Design and Upgrade for Principal Components Analysis Monitoring. *Ind. Eng. Chem. Res.* **2004**, 43, 2150-2159.

- Nguyen, D.; Bagajewicz, M. New efficient breadth\_first/level traversal tree search method for the design and upgrade of sensor networks. *AIChE J.* **2011**, 57, 5, 1302-1309.
- NIST/Sematech. e-Handbook of Statistical Methods, URL: <http://www.itl.nist.gov/div898/hadbook/> **2008**.
- Nomikos, P., MacGregor, J.: Monitoring batch processes using multiway principal components analysis. *AIChE J.* **1994**, 40, 8, 1361-1375.
- Wang, H., Song, Z., Wang, H.: Statistical process monitoring using improved PCA with optimized sensor location. *J. Process Contr.* **2002a**, 12, 735
- Wang, H., Song, Z., Li, P.: Fault detection behavior and performance analysis of principal component analysis based process monitoring methods. *Ind. Eng. Chem. Res.* **2002b**, 41, 2455



# ***Capítulo 5***

---

Diseño con Restricciones  
de Aislamiento de Fallas

## 5 Diseño con Restricciones de Aislamiento de Fallas

### 5.1 Introducción

El Diseño de Redes de Sensores (DRS) dedicadas a satisfacer la (D) de todas las fallas propuestas, cuando se utiliza la estrategia de monitoreo Análisis de Componentes Principales (PCA), ha sido tratado en la literatura (Musulin y *col.*, 2004). Sin embargo, no se han encontrado referencias sobre procedimientos de diseño que abordan condiciones que aseguren el Aislamiento de Fallas (AFs).

A fin que el sistema de control sea capaz de diagnosticar la causa de una falla detectada usando PCA, es necesario que las mediciones afectadas por su ocurrencia sean identificadas como variables sospechosas y también que los resultados de la identificación (I) permitan distinguir una falla respecto de otra. Estas condiciones pueden verificarse examinando las restricciones de Identificación de Variables Sospechosas (IVS) y AF que se definen en este capítulo.

Las restricciones previamente citadas, junto con las de D, se emplean para formular Problemas de Diseño de Redes de Sensores (PDRS) de mínimo costo, que se resuelven empleando algoritmos de búsqueda transversal con criterio de corte. Con la finalidad de agilizar la resolución de los problemas formulados, se propone una modificación del procedimiento en base a los conceptos de Observabilidad (O) y Resolución (R) de fallas.

### 5.2 Identificación usando Análisis de Componentes Principales

Tal como se indicó en el capítulo anterior, una estrategia de Control Estadístico Multivariable de Procesos comprende dos etapas: la Etapa I se realiza fuera de línea y la

Etapa II se ejecuta en línea. En la Figura 5.1 se muestra un esquema de la metodología de monitoreo en línea. En la misma se observa que al ingresar una nueva medición del proceso al sistema de control supervisor, los datos centrados y estandarizados (pretratamiento) se proyectan en el espacio de las variables latentes y se calculan los estadísticos  $D$  y  $SPE$ . Estos se comparan con sus valores críticos, y si al menos uno de ellos supera este límite para tres mediciones consecutivas, se declara que el proceso está fuera de control. Esta tarea se conoce como D de fallas, y en el capítulo anterior se abordaron DRS destinadas a satisfacer restricciones de  $D$  cuando se emplea la técnica de monitoreo PCA.

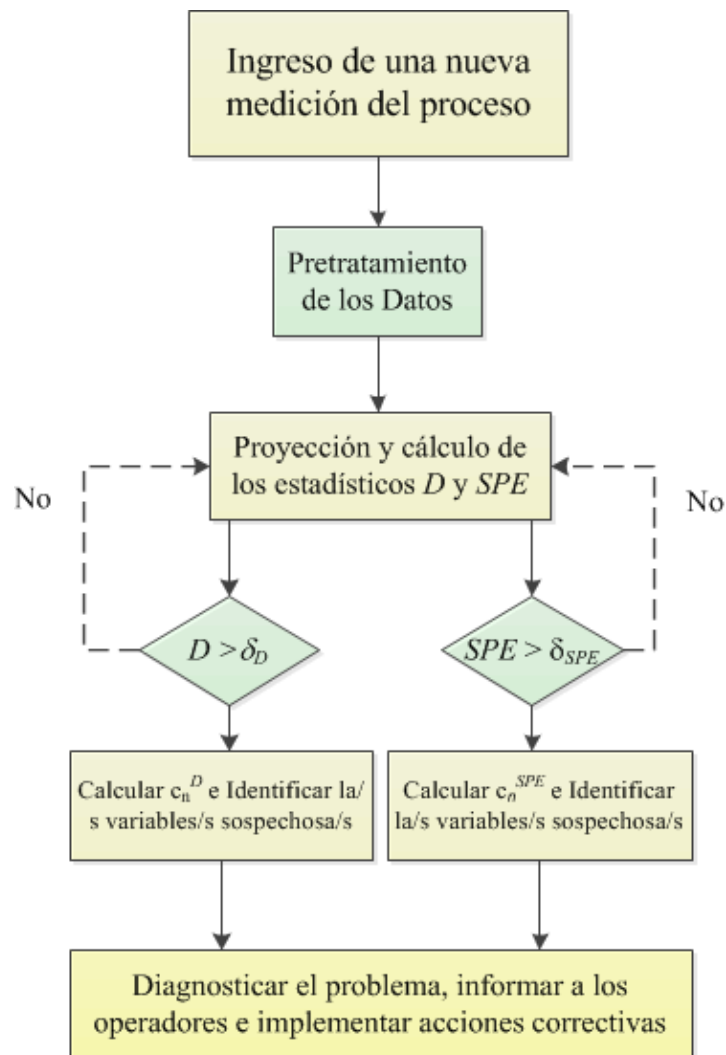


Figura 5.1: Esquema del monitoreo en línea

Una vez que la falla se detecta, debe/n identificarse la/s medición/es que señalan la anomalía. La I de mediciones sospechosas se realiza calculando las Contribuciones de las Variables (CVs) a los valores de los estadísticos que superaron sus límites críticos. Las contribuciones al estadístico  $D$  y/o al  $SPE$  se comparan con sus límites de control, y aquellas variables que los exceden se identifican como sospechosas. Esta información es de utilidad para diagnosticar la causa u origen de la falla, o sea realizar la tarea de AF, que permite implementar acciones correctivas apropiadas.

Se han propuesto varias metodologías para cuantificar la influencia de la  $n$ -ésima medición a los valores de los estadísticos  $D$  y  $SPE$  cuando se detecta una falla. A esta influencia se la conoce en la literatura como contribuciones a los estadísticos y se las simboliza como  $c_n^D$  y  $c_n^{SPE}$ , respectivamente. A continuación se describen algunos métodos para el cálculo de las mismas.

### 5.2.1 Contribuciones al estadístico $D$

Jackson (1991) propuso descomponer el estadístico  $D$  como la suma de los Componentes Principales (CPs) retenidos y realizar la I de las mediciones en términos de la importancia relativa de cada una (o de un conjunto de ellas) en los CPs dominantes. Debido a que, en la gran mayoría de los procesos industriales, no se puede asociar un significado físico a los CPs, este enfoque resulta inadecuado para identificar las mediciones que revelan la falla.

MacGregor y *col.* (1994) evaluaron las CVs a los scores que se encuentran afuera de su región de confianza. En esta metodología, los límites para el  $r$ -ésimo elemento,  $t_r$ , del vector de scores  $\mathbf{t}$  se calculan, asumiendo que éste tiene una distribución aproximadamente normal, mediante las siguientes expresiones:

$$UCL_r = \bar{t}_r + St_{M-1, \frac{\alpha}{2}} \sigma_{t_r} \left( I + \frac{I}{M} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (5.1)$$

$$LCL_r = \bar{t}_r - St_{M-1, \frac{\alpha}{2}} \sigma_{t_r} \left( I + \frac{I}{M} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (5.2)$$

donde  $UCL_r$  y  $LCL_r$  son los límites de control superior e inferior para dicho score (siendo el valor medio de todos los scores,  $\bar{t}_r = 0$ ) y  $St_{M-1, \alpha/2}$  representa el valor de corte para la distribución de Student con  $(M-1)$  grados de libertad para un nivel de significado  $\alpha$ . Por su parte,  $M$  y  $\sigma_{t_r}$  indican el número de muestras y el desvío estándar del  $r$ -ésimo score, respectivamente, ambos de la Población de Referencia (PR). La contribución de la  $n$ -ésima variable a dicho score se calcula de la siguiente forma ( $c_n^{t_r}$ ):

$$c_n^{t_r} = x_n P_{n,r} \quad (5.3)$$

siendo  $x_n$  y  $P_{n,r}$  el  $n$ -ésimo elemento del vector de mediciones y el elemento en posición  $(n,r)$  de la matriz  $\mathbf{P}$  (matriz de cambio de coordenadas cuando sólo  $Rt$  CPs son retenidos), respectivamente. La variable, o grupo de variables, cuya/s contribución/es es/son más grande/s se indica/n como sospechosa/s de originar un elevado valor del estadístico  $D$ .

Si la matriz  $\mathbf{P}$  no fuese ortonormal o si los scores estuvieran correlacionados, es posible que el estadístico  $D$  detecte la falla pero no se identifique ninguna variable como sospechosa; en este caso ninguno de los scores estarían fuera de los límites de control (Westerhuis y *col.*, 2000).

Nomikos (1996) y Miller y *col.* (1998) propusieron el cálculo de las CVs al estadístico  $D$ , en lugar de ponderarlas por su participación en los scores. Las posibles

correlaciones entre éstos tampoco se toman en cuenta en la estimación de las contribuciones. Además, se asume que los CPs son ortonormales ( $\mathbf{P}^T\mathbf{P} = \mathbf{I}$ ). Las CVs se calculan de la siguiente forma:

$$c_n^D = \sum_{r=1}^{Rt} B_{rr}^{-1} t_r x_n P_{n,r} \quad (5.4)$$

donde  $B_{rr}^{-1}$  es el  $r$ -ésimo elemento de la diagonal de la inversa de la matriz de covarianza de  $\mathbf{T}$  (matriz de las proyecciones de los datos en el espacio definido por los CPs retenidos).

Westerhuis y *col.* (2000) presentaron una metodología generalizada del enfoque anterior aplicable a espacios latentes cuyas direcciones no son necesariamente ortonormales. Reformularon el estadístico  $D$  de la siguiente manera:

$$D = \mathbf{t}^T \mathbf{B}^{-1} \mathbf{t} = \mathbf{t}^T \mathbf{B}^{-1} \left[ \mathbf{x}^T \mathbf{P} (\mathbf{P}^T \mathbf{P})^{-1} \right]^T \quad (5.5)$$

$$D = \mathbf{t}^T \mathbf{B}^{-1} \sum_{n=1}^N \left[ x_n \mathbf{p}_n^T (\mathbf{P}^T \mathbf{P})^{-1} \right]^T \quad (5.6)$$

$$D = \sum_{n=1}^N \mathbf{t}^T \mathbf{B}^{-1} \left[ x_n \mathbf{p}_n^T (\mathbf{P}^T \mathbf{P})^{-1} \right]^T = \sum_{n=1}^N c_n^D \quad (5.7)$$

Este enfoque es general y puede usarse sin restricciones sobre  $\mathbf{T}$  y  $\mathbf{P}$ . Para la técnica de monitoreo estadístico que nos ocupa, las contribuciones dadas por la Ecuación 5.7 son coincidentes con las proporcionadas por la Ecuación 5.4 porque se verifica que  $(\mathbf{P}^T \mathbf{P})^{-1} = \mathbf{I}$ .

Westerhuis y *col.* (2000) propusieron usar límites para las CVs, los cuales se calculan a partir de las CVs de los datos contenidos en la PR. De esta forma se tiene en cuenta que existen, de manera natural, diferencias considerables en las magnitudes de

las CVs al valor del estadístico. La estimación de los valores críticos para las CVs se hace de la siguiente manera:

$$c_n^D \Big|_C = \overline{c_n^D} + \kappa \sigma_{c_n^D}, \quad (5.8)$$

donde  $c_n^D \Big|_C$  es el valor crítico para las contribuciones de la  $n$ -ésima variable,  $\overline{c_n^D}$  es el valor promedio de las contribuciones de la misma variable en la PR y  $\sigma_{c_n^D}$  es el desvío estándar correspondiente. El usuario puede definir el valor de la constante  $\kappa$  de acuerdo a las necesidades del caso. Si las CVs estuvieran normalmente distribuidas, un valor adecuado puede ser  $\kappa = 3$  (Westerhuis y *col.*, 2000).

### 5.2.2 Contribuciones al estadístico *SPE*

La definición de la contribución de la  $n$ -ésima variable al estadístico *SPE* surge directamente de la definición del mismo (Ecuación 4.11). Si se la reescribe como una sumatoria se obtiene la siguiente expresión:

$$SPE = \|\mathbf{x} - \mathbf{PP}^T \mathbf{x}\|^2 = \sum_{n=1}^N \left( x_n - (\mathbf{PP}^T \mathbf{x})_n \right)^2 = \sum_{n=1}^N c_n^{SPE} \quad (5.9)$$

siendo  $\mathbf{x}$  el vector de mediciones y  $(\mathbf{PP}^T \mathbf{x})$  el vector de valores predichos por el modelo para las mismas. Para las  $c_n^{SPE}$  los límites se establecen en términos de la distribución  $\chi^2$  utilizada para calcular los valores críticos de *SPE*

$$c_n^{SPE} \Big|_C = \frac{\overline{c_n^{SPE}}}{2c_n^{SPE}} \chi^2 \left( 2 \left( \overline{c_n^{SPE}} \right)^2 / \sigma_{c_n^{SPE}}^2, \alpha \right), \quad (5.10)$$

donde  $\overline{c_n^{SPE}}$  es el valor medio de las CVs a este estadístico en la PR y  $\sigma_{c_n^{SPE}}^2$  es la varianza asociada a las mismas.

### 5.3 Diseño de Redes de Sensores para Aislamiento de Fallas

En este capítulo se propone una estrategia de diseño simple que examina la capacidad de la Red de Sensores (RS), representada por el vector binario  $\mathbf{q}$ , de identificar como sospechosas solamente las  $R_j$  mediciones asociadas con el vector de resolución  $\mathbf{rv}_j$  cuando ocurre la  $j$ -ésima falla ( $j=1 \dots J$ ).

#### 5.3.1 Formulaciones de las restricciones

A fin que el sistema de control sea capaz de diagnosticar la causa de la  $j$ -ésima falla detectada usando PCA, primero es necesario que las mediciones afectadas por su ocurrencia sean identificadas como variables sospechosas (VSs), es decir variables que se desviaron respecto a su comportamiento en condiciones normales. Esta condición se verifica examinando las restricciones de IVS, que se formulan a continuación.

Dada una RS compuesta por  $N$  instrumentos, se define el vector subespacio de la  $j$ -ésima falla  $\mathbf{sf}_j$ . Este contiene la misma información que las matrices  $\boldsymbol{\theta}_j$ , introducidas en el capítulo anterior, pero dispuesta en forma vectorial. El  $n$ -ésimo elemento de  $\mathbf{sf}_j$  es igual a 1 si la  $n$ -ésima variable es afectada por la ocurrencia de la  $j$ -ésima falla, y 0 en caso contrario.

Tal como se indicó en el capítulo previo, la falla  $j$ -ésima debe detectarse antes que una o más variables afectadas por la ocurrencia de la misma alcancen su respectivo Desvío Límite de Proceso (DLP). Si ocurriera esta situación y se miden  $N$  variables de proceso, el vector de mediciones estandarizadas resulta ser un subconjunto de  $\mathbf{x}_j^{\text{DLP}}$ , al que se denota como  $\mathbf{x}_j^{\text{DLP}^*}$ , y puede utilizarse para calcular las CVs al estadístico  $D$  de la siguiente manera:



$$c_{n,j}^{D,s} = \mathbf{t}^T \mathbf{B}^{-1} \left[ x_{n,j}^{DLP*} \mathbf{p}_n \right]^T \quad n = 1 \dots N \quad (5.11)$$

En este caso el vector de scores es  $\mathbf{t} = \mathbf{P}^T \mathbf{x}_j^{DLP*}$ ,  $x_{n,j}^{DLP*}$  es el  $n$ -ésimo elemento de  $\mathbf{x}_j^{DLP*}$ ,

$c_{n,j}^{D,s}$  es la contribución superior de la  $n$ -ésima variable al estadístico  $D$  producida por la falla  $j$ -ésima cuando una de las variables afectada por la misma alcanza su DLP. Luego, la  $n$ -ésima variable se identificaría como sospechosa si:

$$c_{n,j}^{D,s} \geq c_n^D \Big|_C \quad n = 1 \dots N \quad (5.12)$$

En esta situación, las CVs al estadístico  $SPE$  pueden calcularse de la siguiente forma:

$$c_{n,j}^{SPE,s} = \left( x_{n,j}^{DLP*} - \left( \mathbf{P} \mathbf{P}^T \mathbf{x}_j^{DLP*} \right)_n \right)^2 \quad n = 1 \dots N \quad (5.13)$$

donde  $c_{n,j}^{SPE,s}$  es la contribución superior de la  $n$ -ésima variable al estadístico  $SPE$  producida por la falla  $j$ -ésima cuando una de las variables afectada por la misma alcanza su DLP. La  $n$ -ésima variable se identifica como sospechosa si:

$$c_{n,j}^{SPE,s} \geq c_n^{SPE} \Big|_C \quad n = 1 \dots N \quad (5.14)$$

Para la  $j$ -ésima falla se define su vector de identificación,  $\mathbf{v}_j$ , de dimensión  $N$ . Este es un vector binario tal que,  $v_j(n) = 1$  si la  $n$ -ésima medición ha sido declarada como sospechosa en la etapa de I y es cero en caso contrario, es decir:  $v_j(n) = 1$  si se satisface alguna de las dos condiciones siguientes:

$$c_{n,j}^{SPE,s} \geq c_{n,j}^{SPE} \Big|_C \vee c_{n,j}^{D,s} \geq c_{n,j}^D \Big|_C \quad n = 1 \dots N \quad j = 1 \dots J \quad (5.15)$$

$$c_{n,j}^{SPE,s} \geq c_{n,j}^{SPE} \Big|_C \wedge c_{n,j}^{D,s} \geq c_{n,j}^D \Big|_C \quad n = 1 \dots N \quad j = 1 \dots J \quad (5.16)$$

Para que las variables afectadas por la ocurrencia de la  $j$ -ésima falla sean declaradas como sospechosas debe cumplirse la Condición 1:

**Condición 1:** Los elementos de  $\mathbf{vi}_j$  deben ser iguales a los elementos de  $\mathbf{sf}_j$ , es decir:

$$vi_{n,j} = sf_{n,j} \quad n = 1 \dots N \quad j = 1 \dots J \quad (5.17)$$

Esta condición asegura la IVS para la  $j$ -ésima falla. Sin embargo, para conseguir el aislamiento de la misma se requiere el cumplimiento de la Condición 2:

**Condición 2:** Para que una falla pueda distinguirse de otra se debe verificar que

$$\mathbf{vi}_j \neq \mathbf{vi}_k \quad \forall j \neq k.$$

Tal como se indicó en el Capítulo 3, la posibilidad de aislamiento de fallas depende de la relación existente entre las  $J$  fallas y las  $I$  variables de proceso afectadas por las mismas. Si dos o más fallas, por ejemplo, las  $j$  y  $k$ , afectan las mismas variables de proceso, entonces:

$$\mathbf{sf}_j = \mathbf{sf}_k \quad (5.18)$$

Por lo tanto, estas fallas no pueden ser aisladas, y se las consideras como una sola para el resto del análisis de AF.

Dado un vector  $\mathbf{q}$  y los vectores  $\mathbf{vi}_j$  y  $\mathbf{vi}_k$ , al igual que lo realizado en el Capítulo 3 de esta tesis para  $R$  de fallas, se definen tres vectores diferentes aplicando las operaciones de conjunción:

$$\mathbf{v}_1 = \mathbf{vi}_j \wedge \neg \mathbf{vi}_k \quad (5.19)$$

$$\mathbf{v}_2 = \neg \mathbf{vi}_j \wedge \mathbf{vi}_k \quad (5.20)$$

$$\mathbf{v}_3 = \mathbf{v}_j \wedge \mathbf{v}_k \quad (5.21)$$

La  $j$ -ésima falla puede distinguirse de la  $k$ -ésima utilizando la estrategia de monitoreo PCA si al menos dos de los tres vectores definidos previamente son no nulos, es decir:

$$NNV_{jk}(\mathbf{q}) \geq 2 \quad \forall j \neq k \quad (5.22)$$

El conjunto de restricciones definidas por la Ecuación 5.22 pueden reemplazarse por las representadas por la Ecuación 5.23, cuya formulación se asemeja a la desarrollada en el Capítulo 3 para las restricciones de O y R:

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^N (\mathbf{v}_j)_n &\geq 1 \quad j = 1 \dots J \\ \sum_{n=1}^N (\mathbf{v}_j \wedge \neg \mathbf{v}_k)_n + \sum_{n=1}^N (\mathbf{v}_k \wedge \neg \mathbf{v}_j)_n &\geq 1 \quad j = 1 \dots J, k = 1 \dots J, j \neq k \end{aligned} \quad (5.23)$$

Este conjunto de ecuaciones forma las restricciones para el AFs.

### 5.3.2 Nuevas Formulaciones de Diseño

En esta sección se formulan PDRS destinadas a satisfacer la D de todas las fallas de proceso, siguiendo los métodos presentados en el capítulo anterior, como así también que cumplan con las restricciones de IVS y AFs definidas en la sección anterior. Por razones de simplicidad, se considera que una variable de proceso puede medirse mediante la instalación de un solo sensor y que se dispone un solo tipo de instrumento para medir cada variable.

El PDRS se formula como un problema de optimización de mínimo costo sujeto a restricciones de D, IVS y AFs para todas ellas. Dicho problema es de naturaleza no lineal con variables de decisión binarias.

Si se utilizan las restricciones de D de fallas basadas en el enfoque de la Magnitud de Falla (MF), presentadas en el Capítulo 4, y las restricciones de IVS y AFs, dadas por las Ecuaciones 5.17 y 5.23, se define el siguiente problema de optimización:

$$\begin{aligned}
 & \underset{\mathbf{q}}{\text{Min}} \quad \mathbf{c}^T \mathbf{q} \\
 & \text{s.a.} \\
 & f_{\text{sup}_j} \geq MMCF_j \quad j = 1 \dots J \\
 & vi_{n,j} = sf_{n,j} \quad n = 1 \dots N \quad j = 1 \dots J \\
 & \sum_{n=1}^N (\mathbf{vi}_j)_n \geq 1 \quad j = 1 \dots J \\
 & \sum_{n=1}^N (\mathbf{vi}_j \wedge \neg \mathbf{vi}_k)_n + \sum_{n=1}^N (\mathbf{vi}_k \wedge \neg \mathbf{vi}_j)_n \geq 1 \quad j = 1 \dots J, k = 1 \dots J, j \neq k
 \end{aligned} \tag{5.24}$$

donde las primeras  $J$  restricciones imponen las condiciones de D de todas las fallas, las siguientes  $(N*J)$  igualdades garantizan la IVS y las restantes están relacionadas con el aislamiento de todas las fallas.

El problema de optimización resultante es de naturaleza no lineal dada las operaciones necesarias para el cálculo de las  $J$   $MMCF_j$  (operaciones representadas por las Ecuaciones 4.6 a 4.23) y para el cómputo de los  $J$   $\mathbf{vi}$  (operaciones representadas por las Ecuaciones 5.7 a 5.16). El mismo se resuelve con la metodología de búsqueda transversal con criterio de corte explicada en el capítulo anterior.

Dado que la O y la R son condiciones necesarias para la D de todas las fallas y el AFs, la incorporación de estas restricciones lineales al Problema 5.24 facilita su

resolución. El problema de optimización resultante consta de  $\left[ J + \frac{J(J-1)}{2} \right]$

restricciones lineales (O y R) y  $\left[ 2J + (N*J) + \frac{J(J-1)}{2} \right]$  no lineales (D, IVS y AFs) y

se representa como sigue:

$$\begin{aligned}
& \underset{\mathbf{q}}{\text{Min}} \quad \mathbf{c}^T \mathbf{q} \\
& \text{s.a.} \\
& \sum_{i=1}^I (\mathbf{r}\mathbf{v}_j)_i \geq 1 \quad j=1\dots J \\
& \sum_{i=1}^I (\mathbf{r}\mathbf{v}_j \wedge \neg \mathbf{r}\mathbf{v}_k)_i + \sum_{i=1}^I (\mathbf{r}\mathbf{v}_k \wedge \neg \mathbf{r}\mathbf{v}_j)_i \geq 1 \quad j=1\dots J, k=1\dots J, j \neq k \\
& f_{\text{sup}_j} \geq \text{MMCF}_j \quad j=1\dots J \\
& \mathbf{v}i_{n,j} = sf_{n,j} \quad n=1\dots N, j=1\dots J \\
& \sum_{n=1}^N (\mathbf{v}i_j)_n \geq 1 \quad j=1\dots J \\
& \sum_{n=1}^N (\mathbf{v}i_j \wedge \neg \mathbf{v}i_k)_n + \sum_{n=1}^N (\mathbf{v}i_k \wedge \neg \mathbf{v}i_j)_n \geq 1 \quad j=1\dots J, k=1\dots J, j \neq k
\end{aligned} \tag{5.25}$$

Este PDRS se resuelve con una búsqueda transversal modificada con criterio de corte, similar a la utilizada en el Capítulo 4 para la resolución de los Problemas 4.33 y 4.35 destinados a obtener la RS de mínimo costo que satisface la O y D de todas las fallas.

Inicialmente se resuelve un PDRS de mínimo costo sujeto a restricciones lineales de O y R, dado que la R es una condición necesaria para el AFs. La cantidad de sensores que forman parte de la solución de este problema da el nivel inicial donde comienza la búsqueda transversal y el límite inferior del costo de la RS para la resolución del Problema 5.25. El procedimiento recorre los nodos de igual forma a la explicada en el capítulo anterior para la búsqueda transversal modificada con criterio de corte y termina cuando se satisface alguno de los criterios de corte. Para cada nodo se evalúan las restricciones de O primero, y si éstas se satisfacen se continua con las de R. Tanto las de O como las de R son de tipo lineal y consumen un tiempo de cómputo significativamente menor que las no lineales. Si las restricciones de O y R se cumplen, entonces sigue la evaluación de las no lineales de a una a la vez.

Cuando se utiliza el enfoque basado en el cálculo de los estadísticos para las restricciones de D, se formula el siguiente PDRS:

$$\begin{aligned}
 & \underset{\mathbf{q}}{\text{Min}} \quad \mathbf{c}^T \mathbf{q} \\
 & \text{s.a.} \\
 & \left[ (D_j \geq \delta_D) \vee (SPE_j \geq \delta_{SPE}) \right] \quad j = 1 \dots J \\
 & v_{i,n,j} = sf_{n,j} \quad n = 1 \dots N \quad j = 1 \dots J \\
 & \sum_{n=1}^N (\mathbf{v}_j)_n \geq 1 \quad j = 1 \dots J \\
 & \sum_{n=1}^N (\mathbf{v}_j \wedge \neg \mathbf{v}_k)_n + \sum_{n=1}^N (\mathbf{v}_k \wedge \neg \mathbf{v}_j)_n \geq 1 \quad j = 1 \dots J, k = 1 \dots J, j \neq k
 \end{aligned} \tag{5.26}$$

donde las primeras  $J$  restricciones corresponden a la D de todas las fallas, las siguientes  $J$  igualdades a la IVS para las mismas, y las restantes  $\left[ J + \frac{J(J-1)}{2} \right]$  están relacionadas con el AFs. El PDRS resultante es un problema de optimización sujeto a restricciones no lineales y se resuelve utilizando una búsqueda transversal con criterio de corte como la utilizada para resolver el Problema 5.24. Si a éste se le adicionan las restricciones para O y R, resulta la siguiente formulación:

$$\begin{aligned}
 & \underset{\mathbf{q}}{\text{Min}} \quad \mathbf{c}^T \mathbf{q} \\
 & \text{s.a.} \\
 & \sum_{i=1}^I (\mathbf{r}_v)_i \geq 1 \quad j = 1 \dots J \\
 & \sum_{i=1}^I (\mathbf{r}_v)_i \wedge \neg (\mathbf{r}_v)_k + \sum_{i=1}^I (\mathbf{r}_v)_k \wedge \neg (\mathbf{r}_v)_i \geq 1 \quad j = 1 \dots J, k = 1 \dots J, j \neq k \\
 & \left[ (D_j \geq \delta_D) \vee (SPE_j \geq \delta_{SPE}) \right] \quad j = 1 \dots J \\
 & v_{i,n,j} = sf_{n,j} \quad n = 1 \dots N, j = 1 \dots J \\
 & \sum_{n=1}^N (\mathbf{v}_j)_n \geq 1 \quad j = 1 \dots J \\
 & \sum_{n=1}^N (\mathbf{v}_j \wedge \neg \mathbf{v}_k)_n + \sum_{n=1}^N (\mathbf{v}_k \wedge \neg \mathbf{v}_j)_n \geq 1 \quad j = 1 \dots J, k = 1 \dots J, j \neq k
 \end{aligned} \tag{5.27}$$

donde el cumplimiento de las primeras  $\left[ J + \frac{J(J-1)}{2} \right]$  restricciones lineales garantiza la

O y R de todas las fallas, por otro lado las siguientes  $J$  están relacionadas a la D, y las

$(N*J)$  y  $\left\{ J + \left[ J + \frac{J(J-1)}{2} \right] \right\}$  restantes satisfacen los requerimientos de IVS y AFs,

respectivamente. Al igual que el Problema 5.25, el Problema 5.27 se resuelve con una búsqueda transversal modificada con criterio de corte.

#### 5.4 Caso de Estudio

En este capítulo se selecciona como caso de estudio el Reactor Químico utilizado en el Capítulo 4. Las variables de proceso, la notación y los costos de los instrumentos de medición se incluyeron en la Tabla 4.1. Además se consideran las fallas previamente analizadas. Las relaciones de incidencia falla-sensor, cuando los DLP establecidos son 3,5 y 2 veces el desvío máximo de las variables de proceso en la PR, se muestran en las Tablas 4.2. y 4.4, respectivamente. Los vectores  $\mathbf{x}_j^{\text{DLP}}$  y  $\mathbf{f}_j^0$ , y las matrices  $\boldsymbol{\theta}_j$  fueron presentados en el capítulo anterior.

Los PDRS con restricciones de D, IVS y AFs (Problema 5.25 para el enfoque basado en MF y Problema 5.27 para el basado en el cálculo de los estadísticos) se resuelven fijando en un 80% el porcentaje de la varianza total reconstruida por el modelo en el espacio de los CPs retenidos (Valle y col., 1999) y asignando valores a  $\alpha$  iguales a 0,05; 0,03 y 0,01.

Las RS obtenidas y sus costos se presentan en la siguiente tabla:

**Tabla 5.1.** Resultados-Reactor Químico

		D (MF) + IVS + AFs		D (Estadísticos) + IVS + AFs	
		Solución	Costo	Solución	Costo
DLP=3,5	$\alpha=0,05$	$P_R F_2 VF_{AE} T_{AE}$	130	$P_R T_R T_{AE}$	110
	$\alpha=0,03$	$P_R F_2 VF_{AE} T_{AE}$	130	$P_R T_R T_{AE}$	110
	$\alpha=0,01$	$P_R VF_2 VF_{AE} T_{AE}$	140	$P_R T_R T_{AE}$	110
DLP=2	$\alpha=0,05$	-	-	$P_R F_3 T_R T_{AE}$	140
	$\alpha=0,03$	-	-	$P_R F_3 T_R T_{AE}$	140
	$\alpha=0,01$	-	-	$P_R F_3 T_R T_{AE}$	140

Los resultados muestran que las soluciones obtenidas son sensibles a la metodología de cálculo de las restricciones de D. Si el DLP se fija en 2 veces el desvío máximo de las variables en la PR, la RS necesita la medición de las variables ( $P_R F_3 T_R T_{AE}$ ) para satisfacer las restricciones de D (Estadísticos) + IVS + AFs, mientras que no se encontró solución factible para el problema con restricciones de D (MF) + IVS + AFs. Como se observó en el Capítulo 4, cuando los DLP toman valores pequeños no se satisface la D de todas las fallas propuestas con la técnica basada en cálculos de MF.

Por otra parte, si el DLP se fija en 3,5, ambos procedimientos reportan soluciones al problema, pero solo tienen en común el sensor  $P_R$ . Prácticamente no se evidencia que el valor de  $\alpha$  seleccionado tenga efecto sobre la solución alcanzada.

Se comprobó que la RS que satisface solo criterios de D de fallas no garantiza la IVS y el AF, siendo necesaria la incorporación de estas restricciones al PDRS. La RS que satisface las tres restricciones de diseño es más cara en comparación con la que solo satisface la D.



## 5.5 Conclusiones

En este capítulo se definieron dos condiciones que debe satisfacer la RS para que sea capaz de aislar las fallas del proceso cuando se utiliza la estrategia de monitoreo PCA. En base a estas condiciones se formularon las restricciones de IVS y AFs. La primera involucra el cálculo de las CVs a los estadísticos  $D$  y  $SPE$ , y se resuelve en términos de los vectores  $\mathbf{sf}$  y  $\mathbf{vi}$ , definidos en esta tesis. La metodología desarrollada para evaluar la segunda restricción se basa en el concepto del  $NNV$ , definido en el Capítulo 3 para formular las restricciones de O y R de fallas.

Luego se presentaron dos estrategias de DRS destinadas a satisfacer la D de todas las fallas y las restricciones antes mencionadas. Las técnicas difieren en el método empleado para evaluar las condiciones asociadas a la D (MF o Estadísticos).

Para la resolución matemática de estos complejos PDRS, se propone obtener inicialmente la RS de mínimo costo que satisface condiciones de O y R de todas las fallas empleando códigos Mezcla Entera Lineal. Esto se debe a que la O es una condición necesaria para la D y la R para el AF. Con la solución obtenida se determina el nivel a partir del cual comenzar la búsqueda transversal con criterios de parada empleada para resolver PDRS, que comprenden tanto las restricciones de D, IVS y AF como las de O y R. Para cada solución corriente, éstas últimas se calculan al comienzo porque su evaluación necesita un tiempo significativamente menor que el requerido por las condiciones no lineales.

Se utilizó como caso de estudio el Reactor Químico descrito en el capítulo anterior. Las fallas propuestas, las variables medidas y la relación incidencia falla-sensor son las mismas utilizadas en el Capítulo 4. Se observó que la RS que satisface las

restricciones de D, IVS y AF es de costo mayor que la configuración de instrumentos que solo satisface D.

Cuando se utilizan DLP bajos, la evaluación de las restricciones de D utilizando el enfoque basado en MF descarta RS que son encontradas como factibles por el método basado en los Estadísticos. Como el propósito del monitoreo del proceso es evitar la propagación de las fallas, se considera más apropiado instalar RS compuestas por instrumentos afectados por la ocurrencia de la misma en su etapa inicial.

## 5.6 Notación

<b>B</b>	Matriz de covarianza de los scores
$c^D$	CV al estadístico $D$
$c^{SPE}$	CV al estadístico $SPE$
$c^{tr}$	CV al elemento $r$ -ésimo de $\mathbf{t}$
$c^D _c$	CV crítica al estadístico $D$
$\overline{c^D}$	Media de la CV al estadístico $D$ en PR
$c^{SPE} _c$	CV crítica al estadístico $SPE$
$\overline{c^{SPE}}$	Media de la CV al estadístico $SPE$ en PR
$c_j^{D,s}$	CV superior al estadístico $D$ para la $j$ -ésima falla
$c_j^{SPE,s}$	CV superior al estadístico $SPE$ para la $j$ -ésima falla
<b>I</b>	Matriz Identidad
<b>J</b>	Cantidad de fallas
<b>M</b>	Cantidad de observaciones de la PR

$MMCF$	Mínima magnitud crítica de falla
$N$	Cantidad de mediciones
$P$	Matriz de CPs retenidos
$q$	Vector solución del PDRS
$Rt$	Cantidad de CPs retenidos
$R$	Cantidad de elementos no nulos del vector $\mathbf{rv}$
$\mathbf{rv}$	Vector de resolución
$\mathbf{sf}$	Vector subespacio de falla
$St$	Distribución de Student
$\mathbf{t}$	Vector de scores
$\bar{t}_r$	Media del $r$ -ésimo $\mathbf{t}$ en la PR
$\mathbf{T}$	Matriz de scores de la PR en el espacio de los CPs retenidos
$UCL$	Límite de control superior del score
$LCL$	Límite de control inferior del score
$\mathbf{x}$	Vector de medición estandarizado
$\mathbf{x}^{DLP}$	Vector de medición obtenido cuando alguna de las variables alcanza su DLP (dimensión = $I$ )
$\mathbf{x}^{DLP*}$	Vector de medición obtenido cuando alguna de las variables alcanza su DLP (dimensión = $N$ )
$\mathbf{vi}$	Vector de identificación
$\alpha$	Nivel de significado del test
$\sigma_{t_r}$	Desvío estándar del $r$ -ésimo $\mathbf{t}$ en la PR
$\chi^2$	Distribución Chi-cuadrado
$\kappa$	Parámetro

$\sigma_{c^D}^2$	Varianza de la CV al estadístico $D$ en la PR
$\sigma_{c^{SPE}}^2$	Varianza de la CV al estadístico $SPE$ en la PR
$\theta$	Matriz Subespacio de Falla

## 5.7 Acrónimos

AFs	Aislamiento de Fallas
CP	Componentes Principales
CVs	Contribuciones de las Variables
D	Detección
DLP	Desvíos Límites de Proceso
$D$	Estadístico de Hotelling en el espacio de las variables latentes
DRS	Diseño de Redes de Sensores
I	Identificación
IVS	Identificación de Variables Sospechosas
MF	Magnitud de Falla
nv	Nivel de la Búsqueda
O	Observabilidad
PCA	Análisis de Componentes Principales
PDRS	Problema de Diseño de Redes de Sensores
PR	Población de Referencia
RS	Red de Sensores
R	Resolución
$SPE$	Error Cuadrático de Predicción
VS	Variable Sospechosa

## 5.8 Referencias

- Jackson, J. E. A User's Guide to Principal Components. Wiley Series in Probability and Mathematical Statistics. Applied Probability and Statistics, New York, John Wiley & Sons, Inc. **1991**.
- MacGregor, J. F., C. Jaeckle, C. Kiparissides y M. Koutoudi. Process Monitoring and Diagnosis by Multiblock PLS Methods. *AIChE J.* **1994**, 40, 5, 826-838.
- Miller, P., R. E. Swanson y C. F. Heckler, "Contribution Plots: The Missing Link in Multivariate Quality Control". *Applied Mathematics Computer Science.* **1998**, 8, 4, 775-792.
- Musulín, E.; Bagajewicz, M.; Nougés, J.; Puigjaner, L. Instrumentation Design and Upgrade for Principal Components Analysis Monitoring. *Ind. Eng. Chem. Res.* **2004**, 43, 2150-2159.
- Nomikos, P., MacGregor, J.: Monitoring batch processes using multiway principal components analysis. *AIChE J.* **1994**, 40, 8, 1361-1375.
- Valle, S., W. Li y S. J. Qin, "Selection of the Number of Principal Components: The Variance of the Reconstruction Error Criterion with a Comparison to Other Methods". *Ind. Eng. Chem. Res.* **1999**, 38, 11, 4389-4401.
- Westerhuis, J. A., S. P. Gurden y A. K. Smilde. Generalized Contribution Plots in Multivariate Statistical Process Monitoring. *Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems* **2000**, 51, 1, 95-114.

# ***Capítulo 6***

---

Caso de Estudio:

Proceso Tennessee Eastman

## 6 Caso de Estudio: Proceso Tennessee Eastman

### 6.1 Introducción

En esta tesis se selecciona como caso de estudio el Proceso Tennessee Eastman (TEP), ampliamente utilizado en trabajos de optimización, control, diagnóstico de fallas y Diseño de Redes de Sensores (DRS).

Inicialmente el TEP fue propuesto para examinar el desempeño de estrategias de control y optimización de procesos químicos continuos. Downs y Vogel (1991) desarrollaron los balances de materia y energía en estado dinámico, y presentaron datos de propiedades físicas y de las cinéticas de las reacciones. Toda esta información se incluye en el Apéndice de este capítulo.

Por su parte, Bhushan y Rengaswamy (2002) y Bhushan y *col.* (2008) utilizaron el modelo simplificado del TEP, presentado por Ricker y Lee (1995), como caso de estudio para evaluar sus estrategias de DRS. Sin embargo, consideraron algunas fallas del proceso y variables medibles diferentes a las seleccionadas por los autores citados en último término.

Musulin y *col.* (2004) aplicaron sus estrategias de diseño al TEP con sistema de control descentralizado, propuesto por McAvoy y Ye (1994), y asumieron que todas las variables del proceso y las señales de los actuadores son medibles.

En esta tesis se utilizan los resultados de las simulaciones del proceso suministrados por Russell y *col.* (2000), para el estado normal y casos de falla. En dicho trabajo el proceso se controla siguiendo el enfoque de Lyman y Georgakis (1995).

En este capítulo se presentan los resultados de los Problemas de Diseño de Redes de Sensores (PDRS) formulados y resueltos utilizando los métodos propuestos en los capítulos previos para el TEP.

### 6.2 Descripción del Proceso

El TEP consta de cinco unidades principales: un reactor exotérmico con dos fases, un condensador, un separador líquido-vapor, una columna de despojo con rebullidor y un compresor en la corriente de reciclo. Su diagrama de flujo se representa en la Figura 6.1 y en la Tabla 6.1 se muestra la denominación de las variables y sus valores para la operación de estado estacionario. La nomenclatura utilizada en la descripción de este proceso corresponde sólo a este caso de estudio.

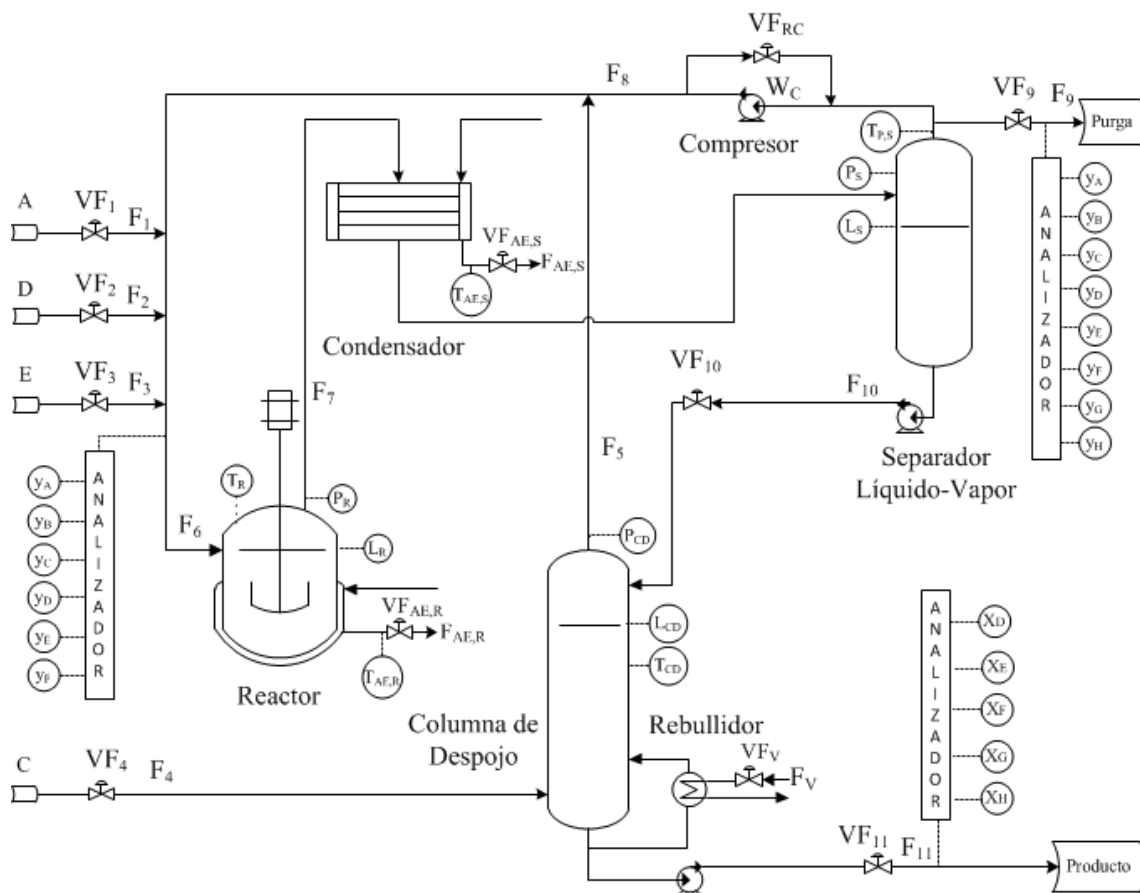
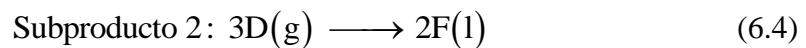
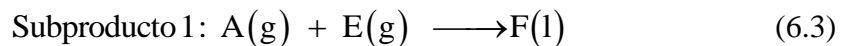
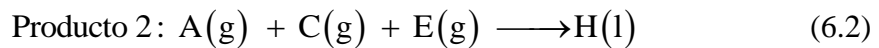
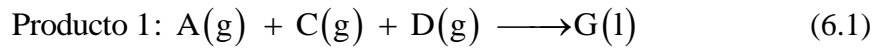


Figura 6.1 Diagrama de Proceso Tennessee Eastman



Los reactivos A(g), C(g), D(g) y E(g) se alimentan al proceso junto con el inerte B(g), y se obtienen los productos G(l) y H(l), y el subproducto F(l). Las reacciones químicas involucradas son las siguientes:



Todas las reacciones químicas son irreversibles y exotérmicas. Las velocidades de reacción son función de la temperatura y se las expresa mediante la ecuación de Arrhenius. La reacción “Producto 1” es muy sensible a la temperatura dado que tiene una elevada energía de activación. Además, las reacciones son aproximadamente de primer orden con respecto a la concentración de los reactivos.

En este proceso los reactivos en fase gaseosa se alimentan al reactor donde reaccionan generando productos en fase líquida. La reacción en fase gaseosa se cataliza empleando un catalizador no volátil disuelto en la fase líquida. El calor de reacción se remueve por medio de un intercambiador de calor interno por el que circula agua de enfriamiento (AE). Los productos abandonan el reactor, como vapores, junto con los reactivos sin reaccionar y el catalizador permanece en la unidad.

La corriente de salida del reactor pasa a través de un enfriador para condensar los productos, y de allí ingresa a un separador líquido-vapor. Los compuestos no condensables se reciclan a la alimentación del reactor previo paso por un compresor

centrífugo. La corriente de líquido se envía a una columna de despojo con el fin de remover los reactivos que no reaccionaron y maximizar la cantidad de producto en la corriente de salida.

**Tabla 6.1.** Variables del Proceso

<b>Variable</b>	<b>Notación</b>	<b>Valor Caso Base</b>
Presión en el reactor	$P_R$	2705 kPa
Presión en la columna de despojo	$P_{CD}$	3102,2 kPa
Presión en el separador líquido-vapor	$P_S$	2633,6 kPa
Nivel en el reactor	$L_R$	75,000 %
Nivel en la columna de despojo	$L_{CD}$	50,000 %
Nivel en el separador líquido-vapor	$L_S$	50,000 %
Caudal de la corriente 1	$F_1$	0,25052 kscmh
Caudal de la corriente 2	$F_2$	3664 kg/h
Caudal de la corriente 3	$F_3$	4509,3 kg/h
Caudal de la corriente 4	$F_4$	9,3477 kscmh
Caudal de la corriente 6	$F_6$	42,339 kscmh
Caudal de la corriente 8	$F_8$	26,902 kscmh
Caudal de la corriente de purga	$F_9$	0,33712 kscmh
Caudal de la Corriente 10	$F_{10}$	25,160 m <sup>3</sup> /h
Caudal de la Corriente de Producto	$F_{11}$	22,949 m <sup>3</sup> /h
Caudal de vapor de calentamiento (rebullidor)	$F_V$	230,31 kg/h
Trabajo del compresor	$W_C$	341,43 kW
Apertura de válvula corriente 1	$VF_1$	24,644 %
Apertura de válvula corriente 2	$VF_2$	63,053 %
Apertura de válvula corriente 3	$VF_3$	53,980 %
Apertura de válvula corriente 4	$VF_4$	61,302 %
Apertura de válvula corriente 9	$VF_9$	40,064 %
Apertura de válvula corriente 10	$VF_{10}$	38,100 %
Apertura de válvula corriente 11	$VF_{11}$	46,534 %

Tabla 6.1. Variables del Proceso (Continuación)

Variable	Notación	Valor Caso Base
Apertura de válvula reciclo del compresor	$V_{F_{R,C}}$	22,210 %
Apertura de válvula corriente $F_V$	$V_{F_V}$	47,446 %
Apertura de válvula AE (reactor)	$V_{F_{AE,R}}$	41,106 %
Apertura de válvula corriente de AE (separador)	$V_{F_{AE,S}}$	18,114 %
Temperatura en el reactor	$T_R$	120,400 °C
Temperatura en la columna de despojo	$T_{CD}$	65,731 °C
Temperatura del producto en el separador	$T_{P,S}$	80,109 °C
Temperatura de salida del AE (reactor)	$T_{AE,R}$	94,599 °C
Temperatura de salida del AE (separador)	$T_{AE,S}$	77,297 °C
Fracción molar de A en la corriente 6	$y_{A,6}$	31,188 %
Fracción molar de B en la corriente 6	$y_{B,6}$	8,8933 %
Fracción molar de C en la corriente 6	$y_{C,6}$	26,383 %
Fracción molar de D en la corriente 6	$y_{D,6}$	6,882 %
Fracción molar de E en la corriente 6	$y_{E,6}$	18,776 %
Fracción molar de F en la corriente 6	$y_{F,6}$	1,6567 %
Fracción molar de A en la corriente 9	$y_{A,9}$	32.958 %
Fracción molar de B en la corriente 9	$y_{B,9}$	13.823 %
Fracción molar de C en la corriente 9	$y_{C,9}$	23.978 %
Fracción molar de D en la corriente 9	$y_{D,9}$	1.2565 %
Fracción molar de E en la corriente 9	$y_{E,9}$	18.579 %
Fracción molar de F en la corriente 9	$y_{F,9}$	2,2633 %
Fracción molar de G en la corriente 9	$y_{G,9}$	4.8436 %
Fracción molar de H en la corriente 9	$y_{H,9}$	2.2986 %
Fracción molar de D en la corriente 11	$x_{D,11}$	0,8357 %
Fracción molar de E en la corriente 11	$x_{E,11}$	0,8357 %
Fracción molar de F en la corriente 11	$x_{F,11}$	0,0986 %
Fracción molar de G en la corriente 11	$x_{G,11}$	53,724 %
Fracción molar de H en la corriente 11	$x_{H,11}$	43,828 %

Los productos G y H, que salen por la base de dicha columna, se separan aguas abajo en la sección de refinamiento, la cual no se incluye en este problema. Los subproductos y los inertes salen del proceso en forma de vapor mediante una purga localizada en el separador líquido-vapor.

El proceso es inestable a lazo abierto, ya que sin control las variables alcanzan niveles de parada en un período de una hora, incluso para los casos en donde se presentan pequeñas perturbaciones.

### 6.3 Fallas Seleccionadas

Para este caso de estudio se encuentran disponibles en la literatura observaciones de la operación del proceso en condiciones operativas normales obtenidas por simulación. Las mismas se han utilizado en diferentes trabajos de investigación relacionados con el análisis de desempeño de estrategias de monitoreo, control y optimización. Se dispone de 480 muestras de 52 mediciones. Estas corresponden a las variables contenidas en la Tabla 6.1.

En el trabajo de Down y Vogel (1991) se proponen 15 fallas de origen conocido para el TEP. En la literatura también se dispone de observaciones simuladas de la evolución dinámica del proceso para estos casos de falla.

En esta tesis se fija el DLP para cada variable de proceso en un valor igual a 1,5 veces su desvío máximo en condiciones de operación normales. De las 15 fallas propuestas por Downs y Vogel, sólo para 11 fallas alguna variable supera el DLP establecido en las simulaciones disponibles. Por lo tanto, en este capítulo el análisis se centra en las siguientes 11 fallas del TEP:

- Falla 1: Escalón en la relación  $y_A/y_C$  en la corriente 4,  $y_B$  constante

- Falla 2: Escalón en  $y_B$  en la corriente 4,  $y_A/y_C$  constante
- Falla 3: Escalón en la temperatura de entrada de la corriente de AE (reactor)
- Falla 4: Escalón en la temperatura de entrada de la corriente de AE (condensador)
- Falla 5: Escalón en el caudal de la corriente 1
- Falla 6: Escalón en la disponibilidad del componente C en la corriente 4
- Falla 7: Variación aleatoria de las composiciones de A, B y C en la corriente 4
- Falla 8: Variación aleatoria en la temperatura de entrada del AE (reactor)
- Falla 9: Variación aleatoria en la temperatura de entrada del AE (condensador)
- Falla 10: Deriva lenta en las cinéticas de las reacciones
- Falla 11: Obstrucción en la válvula de corriente de AE (reactor)

La simulación del proceso para las 11 condiciones de falla proporciona los vectores  $\mathbf{x}_j^{DLP}$ . Estos contienen los valores de las variables de proceso cuando alguna/s supera/n su/s DLP. Aquellos elementos de  $\mathbf{x}_j^{DLP}$  cuyos valores absolutos son mayores a 3, se asocian a las variables afectadas por la ocurrencia de la falla (Musulin y col., 2004). Esta información se presenta en la Tabla 6.2, cuyas filas están asociadas a las 35 variables afectadas por la ocurrencia de las 11 fallas, las cuales se indican en las columnas.

**Tabla 6.2.** Relación de Incidencia Falla-Sensor

Variables	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F8	F9	F10	F11
$P_R$	1	0	0	0	0	0	-1	0	0	-1	0
$P_{CD}$	1	0	0	0	0	-1	-1	0	0	-1	0
$P_S$	1	0	0	0	0	0	-1	0	0	-1	0
$L_R$	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0
$F_1$	1	0	0	0	-1	0	-1	0	0	0	0



## 6.4 Resultados

En esta sección se presentan los resultados obtenidos al aplicar las metodologías de DRS, propuestas en los tres capítulos anteriores, al TEP. Todas las Redes de Sensores (RS) obtenidas son de mínimo costo. En la Tabla 6.3 se presentan los costos de los instrumentos disponibles para la medición de las variables.

**Tabla 6.3.** Costo de los sensores

Sensor	Costo
$P_R, P_{CD}, P_S$	100
$L_R$	150
$F_1, F_2, F_3, F_4, F_6, F_9$	300
$W_C$	300
$VF_1, VF_2, VF_3, VF_4, VF_9, VF_{R,C}, VF_{AE,R}$	400
$T_R, T_{P,S}, T_{AE,R}, T_{AE,S}$	500
$X_{E,11}, X_{G,11}, X_{H,11}$	700
$Y_{A,6}, Y_{B,6}, Y_{C,6}, Y_{D,6}$	800
$Y_{A,9}, Y_{B,9}, Y_{C,9}, Y_{D,9}, Y_{E,9}, Y_{G,9}, Y_{H,9}$	800

### 6.4.1 Diseños con restricciones de Observabilidad, Resolución y Grado de Resolución

Se plantearon y resolvieron PDRS considerando restricciones de Observabilidad (O) (Problema 3.14), O y Resolución (R) (Problema 3.21), y O, R y Grado de Resolución (RD) (Problema 3.24). El RD máximo es 3 para las fallas 1, 2, 6 y 9, dicho valor se reduce a 2 para las fallas 4, 5, 7 y 10; y este límite superior es 1 para las fallas 3, 8 y 11.

La matriz de Conectividad Falla-Sensor utilizada para la formulación de las restricciones se obtiene tomando los valores absolutos de los elementos de la Tabla 6.2. Las fallas 3, 8 y 11 afectan a las mismas variables de proceso ( $VF_{AE,R}$  y  $T_R$ ), ésto es, los vectores de fallas  $\mathbf{a}_3$ ,  $\mathbf{a}_8$  y  $\mathbf{a}_{11}$  son iguales, por lo tanto dichas fallas no son resolubles entre sí, pero sí lo son, en relación con las demás. Teniendo en cuenta esta aclaración, los PDRS con restricciones de O, R y RD se plantean considerando a las fallas 3, 8 y 11 como una única falla. Los resultados de los PDRS planteados se muestran en la Tabla 6.4.

La solución de mínimo costo que satisface la O de todas las fallas comprende los sensores ( $F_9$   $VF_{AE,R}$   $T_{AE,R}$ ) y su costo es 1200. Si se analiza la R para todos los pares de falla, se verifica que los siguientes (1,4); (1,5); (2,7); (2,10); (4,5); (6,9) y (7,10) no son resolubles entre sí. Por lo tanto, para satisfacer esta condición es necesario incorporar al PDRS las restricciones de R. La RS de mínimo costo que satisface la O y R de todas las fallas es ( $P_{CD}$   $F_1$   $F_9$   $VF_{AE,R}$   $T_{AE,R}$ ) y su costo es 1600.

En la Tabla 6.4 se observa que el número de instrumentos del conjunto solución, al igual que el costo de la RS, aumenta cuando se imponen condiciones sobre el RD. Por ejemplo, si se analiza la solución que satisface solamente restricciones de O y R ( $P_{CD}$   $F_1$   $F_9$   $VF_{AE,R}$   $T_{AE,R}$ ), se nota que es necesario agregar la medición de  $T_R$  para que la RS satisfaga las restricciones de O, R y  $RD_3 \geq 1$ .

La Tabla 6.5 muestra los sensores asociados a los  $\mathbf{rvs}$  de cada falla para el diseño que cumple las restricciones de O y R (segunda fila de la Tabla 6.4). Se observa que los  $\mathbf{rvs}$  difieren en al menos un elemento (excepto para las fallas 3, 8 y 11 cuyos  $\mathbf{rvs}$  son iguales). Esto demuestra que todas las fallas pueden distinguirse por medio de la RS obtenida.



**Tabla 6.4.** Diseños con restricciones de O, R y RD

Restricciones	Solución	Costo
O	$F_9 VF_{AE,R} T_{AE,R}$	1200
O, R	$P_{CD} F_1 F_9 VF_{AE,R} T_{AE,R}$	1600
O, R, $RD_1 \geq 1$	$P_R P_{CD} F_1 F_9 VF_{AE,R} T_{P,S}$	1700
O, R, $RD_1 \geq 2$	$P_R P_{CD} P_S F_1 F_9 VF_{AE,R} T_{AE,R}$	1850
O, R, $RD_1 \geq 3$	$P_R P_{CD} P_S F_1 F_9 W_C VF_{AE,R} T_{AE,R}$	2150
O, R, $RD_2 \geq 1$	$P_{CD} F_1 F_9 VF_9 VF_{AE,R} T_{AE,R}$	2000
O, R, $RD_2 \geq 2$	$P_{CD} F_1 F_9 VF_9 VF_{AE,R} T_{AE,R} Y_{B,6}$	2800
O, R, $RD_2 \geq 3$	$P_{CD} F_1 F_9 VF_9 VF_{AE,R} T_{AE,R} Y_{B,6} Y_{B,9}$	3600
O, R, $RD_3 \geq 1$	$P_{CD} F_1 F_9 VF_{AE,R} T_R T_{AE,R}$	2100
O, R, $RD_4 \geq 1$	$P_{CD} F_1 F_9 VF_{AE,R} T_{P,S} T_{AE,R}$	2100
O, R, $RD_4 \geq 2$	$P_{CD} F_1 F_9 VF_{AE,R} T_{P,S} T_{AE,R} T_{AE,S}$	2600
O, R, $RD_5 \geq 1$	$P_{CD} F_1 F_9 VF_1 VF_{AE,R} T_{AE,R}$	2000
O, R, $RD_5 \geq 2$	$P_{CD} F_1 F_9 VF_1 VF_{AE,R} T_{AE,R} T_{AE,S}$	2500
O, R, $RD_6 \geq 1$	$P_{CD} L_R F_1 F_9 VF_{AE,R} T_{AE,R}$	1750
O, R, $RD_6 \geq 2$	$P_{CD} L_R F_1 F_6 F_9 VF_{AE,R} T_{AE,S}$	2050
O, R, $RD_6 \geq 3$	$P_{CD} L_R F_1 F_4 F_6 F_9 VF_{AE,R} T_{AE,R}$	2350
O, R, $RD_7 \geq 1$	$P_{CD} F_1 VF_9 VF_{AE,R} T_{AE,R}$	1700
O, R, $RD_7 \geq 2$	$P_R P_{CD} F_1 VF_9 VF_{AE,R} T_{AE,R}$	1800
O, R, $RD_9 \geq 1$	$P_{CD} L_R F_1 F_9 VF_{AE,R} T_{AE,R}$	1750
O, R, $RD_9 \geq 2$	$P_{CD} L_R F_1 F_4 F_9 VF_{AE,R} T_{AE,R}$	2050
O, R, $RD_9 \geq 3$	$P_{CD} L_R F_1 F_4 F_9 VF_{AE,R} T_{P,S} T_{AE,R}$	2750
O, R, $RD_{10} \geq 1$	$P_{CD} F_1 F_9 VF_{AE,R} T_{AE,R}$	1600
O, R, $RD_{10} \geq 2$	$P_{CD} F_1 F_9 VF_{AE,R} T_{AE,S}$	1700

**Tabla 6.5.** Sensores asociados a los **rv** para la RS ( $P_{CD}$   $F_1$   $F_9$   $VF_{AE,R}$   $T_{AE,R}$ )

Vector de Falla	rv	Vector de Falla	rv
<b>a<sub>1</sub></b>	$P_{CD}$ $F_1$ $T_{AE,R}$	<b>a<sub>7</sub></b>	$P_{CD}$ $F_1$ $F_9$
<b>a<sub>2</sub></b>	$F_9$	<b>a<sub>8</sub></b>	$VF_{AE,R}$
<b>a<sub>3</sub></b>	$VF_{AE,R}$	<b>a<sub>9</sub></b>	$VF_{AE,R}$ $T_{AE,R}$
<b>a<sub>4</sub></b>	$T_{AE,R}$	<b>a<sub>10</sub></b>	$P_{CD}$ $F_9$
<b>a<sub>5</sub></b>	$F_1$ $T_{AE,R}$	<b>a<sub>11</sub></b>	$VF_{AE,R}$
<b>a<sub>6</sub></b>	$P_{CD}$ $VF_{AE,R}$ $T_{AE,R}$		

En la segunda columna de la Tabla 6.6 se presentan los sensores asociados a los **rvs** de cada falla para la RS que cumple las condiciones de O, R, y  $RD_4 \geq 1$ .

**Tabla 6.6.** Sensores asociados a los **rv** para la RS ( $P_{CD}$   $F_1$   $F_9$   $VF_{AE,R}$   $T_{P,S}$   $T_{AE,R}$ )

Vector de Falla	rv	$rv^r$ ( $T_{AE,R}$ ) no disp.	$rv^r$ ( $T_{P,S}$ ) no disp.
<b>a<sub>1</sub></b>	$P_{CD}$ $F_1$ $T_{AE,R}$	$P_{CD}$ $F_1$	$P_{CD}$ $F_1$ $T_{AE,R}$
<b>a<sub>2</sub></b>	$F_9$	$F_9$	$F_9$
<b>a<sub>3</sub></b>	$VF_{AE,R}$	$VF_{AE,R}$	$VF_{AE,R}$
<b>a<sub>4</sub></b>	$T_{AE,R}$ $T_{P,S}$	$T_{P,S}$	$T_{AE,R}$
<b>a<sub>5</sub></b>	$F_1$ $T_{AE,R}$	$F_1$	$F_1$ $T_{AE,R}$
<b>a<sub>6</sub></b>	$P_{CD}$ $VF_{AE,R}$ $T_{AE,R}$	$P_{CD}$ $VF_{AE,R}$	$P_{CD}$ $VF_{AE,R}$ $T_{AE,R}$
<b>a<sub>7</sub></b>	$P_{CD}$ $F_1$ $F_9$	$P_{CD}$ $F_1$ $F_9$	$P_{CD}$ $F_1$ $F_9$
<b>a<sub>8</sub></b>	$VF_{AE,R}$	$VF_{AE,R}$	$VF_{AE,R}$
<b>a<sub>9</sub></b>	$VF_{AE,R}$ $T_{AE,R}$ $T_{P,S}$	$VF_{AE,R}$ $T_{P,S}$	$VF_{AE,R}$ $T_{AE,R}$
<b>a<sub>10</sub></b>	$P_{CD}$ $F_9$ $T_{P,S}$	$P_{CD}$ $F_9$ $T_{P,S}$	$P_{CD}$ $F_9$
<b>a<sub>11</sub></b>	$VF_{AE,R}$	$VF_{AE,R}$	$VF_{AE,R}$

La tercera y cuarta columna proporcionan la misma información cuando uno de los sensores asociado al **rv<sub>4</sub>** no está disponible. Del análisis de la segunda columna

surge que: los  $rvs$  difieren en al menos un sensor, por lo que la RS satisface la R de las fallas cuando ningún sensor falla. El estudio de la tercera columna indica que: la falla 4 es resoluble cuando la medición  $T_{AE,R}$  no está disponible porque el  $rv_4^f$  contiene el sensor  $T_{P,S}$  y difiere de los  $rv^f$ s del resto de las fallas. Además la RS satisface la resolución del resto de las fallas que no fueron consideradas claves. Del análisis de la cuarta columna resulta que: la falla 4 es resoluble en función del  $rv^f$  que contiene  $T_{AE,R}$ .

Un estudio similar se realiza para la RS ( $P_{CD} F_1 F_9 VF_1 VF_{AE,R} T_{AE,R}$ ) obtenida al resolver el PDRS con restricciones de  $O, R, RD_5 \geq 1$ . Los  $rvs$  se presentan en la Tabla 6.7.

**Tabla 6.7.** Sensores asociados a los  $rv$  para la RS ( $P_{CD} F_1 F_9 VF_1 VF_{AE,R} T_{AE,R}$ )

Vector de Falla	$rv$	$rv^f$ ( $F_1$ ) no disp.	$rv^f$ ( $VF_1$ ) no disp.	$rv^f$ ( $T_{AE,R}$ ) no disp.
$a_1$	$P_{CD} F_1 VF_1$	$P_{CD} VF_1 T_{AE,R}$	$P_{CD} F_1$	$P_{CD} F_1 VF_1$
$a_2$	$F_9$	$F_9$	$F_9$	$F_9$
$a_3$	$VF_{AE,R}$	$VF_{AE,R}$	$VF_{AE,R}$	$VF_{AE,R}$
$a_4$	$T_{P,S}$	$T_{AE,R}$	$T_{P,S}$	$T_{AE,R}$
$a_5$	$F_1 VF_1$	$VF_1 T_{AE,R}$	$F_1$	$F_1 VF_1$
$a_6$	$P_{CD} VF_{AE,R}$	$P_{CD} VF_{AE,R} T_{AE,R}$	$P_{CD} VF_{AE,R}$	$P_{CD} VF_{AE,R}$
$a_7$	$P_{CD} F_1 F_9 VF_1$	$P_{CD} F_9 VF_1$	$P_{CD} F_1 F_9$	$P_{CD} F_1 F_9 VF_1$
$a_8$	$VF_{AE,R}$	$VF_{AE,R}$	$VF_{AE,R}$	$VF_{AE,R}$
$a_9$	$VF_{AE,R} T_{P,S}$	$VF_{AE,R} T_{AE,R}$	$VF_{AE,R} T_{P,S}$	$VF_{AE,R}$
$a_{10}$	$P_{CD} F_9 T_{P,S}$	$P_{CD} F_9$	$P_{CD} F_9 T_{P,S}$	$P_{CD} F_9$
$a_{11}$	$VF_{AE,R}$	$VF_{AE,R}$	$VF_{AE,R}$	$VF_{AE,R}$

En la segunda columna, se observa que todos los  $rvs$  son diferentes en al menos un elemento cuando todos los sensores están disponibles (excepto los  $rv_3, rv_8$  y  $rv_{11}$  que son iguales entre sí), en consecuencia las fallas son resolubles. Del análisis de las

restantes columnas para la falla 5 surge que ésta es resoluble aún cuando un sensor afectado por su ocurrencia se encuentra fuera de servicio.

#### **6.4.2 Diseño con restricciones de Observabilidad, Detección, Grado de Observabilidad y Detección y Aislamiento de fallas**

Tal como se discutió en los Capítulos 4 y 5, las estrategias de DRS que satisfacen la Detección (D) de todas las fallas empleando el método basado en el cálculo de estadísticos encuentran soluciones de menor costo, en comparación con las obtenidas si se aplica la técnica que emplea magnitudes de falla. Por esta razón, se elige el primer método para satisfacer las restricciones de D en este capítulo.

Se formulan y resuelven PDRS con restricciones de O y D (Problema 4.35); O, D y Grado de Observabilidad y Detección (ODD) (Problema 4.37) y O, R, D y Aislamiento de Fallas (AFs) (Problema 5.27) para los siguientes valores de nivel de significado de los test:  $\alpha = 0,05, 0,03$  y  $0,01$ . Se fija en un 80% el porcentaje de la varianza total reconstruida por el modelo en el espacio de los CPs retenidos.

Las fallas 3, 8 y 11 sólo admiten un  $ODD \leq 1$ , mientras que el resto de las fallas permiten que  $ODD \leq 2$  o mayor. Dado que la probabilidad que 3 mediciones asociadas a la O de una falla no estén disponibles es baja, no se resolvieron PDRS con restricciones de  $ODD \leq 3$  o mayor. Dado que las fallas 3, 8 y 11 afectan a las mismas variables de proceso, las mismas se consideran como una única falla.

Los vectores  $\mathbf{x}_j^{DLP}$  obtenidos empleando la simulación dinámica del proceso provista por Russell y *col.* (2000) son los siguientes:

$$\mathbf{x}_1^{\text{DLP}} = [6,40 \ 9,52 \ -0,02 \ 7,32 \ 5,87 \ -1,06 \ 1,19 \ -0,54 \ -0,52 \ -0,76 \ -6,74 \ 4,52 \dots \\ \dots 1,46 \ -1,13 \ 0,77 \ -1,26 \ -4,24 \ -1,52 \ 0,73 \ -0,05 \ 4,02 \ 0,68 \ 0,13 \ -0,91\dots \\ \dots -7,51 \ -0,53 \ 7,07 \ 3,44 \ -6,52 \ -1,04 \ 6,08 \ 1,09 \ -0,16 \ -0,46 \ -0,01]$$

$$\mathbf{x}_2^{\text{DLP}} = [0,42 \ 1,08 \ 0,27 \ 0,56 \ 1,27 \ -1,24 \ 0,48 \ -1,15 \ -0,47 \ 6,87 \ -1,30 \ 1,26\dots \\ \dots 0,47 \ -1,35 \ -1,40 \ 7,29 \ -1,60 \ -1,90 \ -0,48 \ 0,35 \ 1,66 \ 0,43 \ -0,04 \ -1,54\dots \\ \dots -1,70 \ 6,79 \ -2,24 \ 0,75 \ -1,22 \ 8,42 \ -1,95 \ -0,23 \ 1,44 \ 0,08 \ 1,38]$$

$$\mathbf{x}_3^{\text{DLP}} = [1,05 \ 1,01 \ 1,03 \ 0,03 \ 0,43 \ -0,65 \ -0,11 \ -0,17 \ 1,48 \ -1,17 \ 1,10 \ 0,43\dots \\ \dots 0,16 \ -0,60 \ 1,34 \ -1,23 \ 0,80 \ 14,92 \ 14,85 \ -0,51 \ 0,01 \ 1,29 \ 0,35 \ -0,51\dots \\ \dots -0,34 \ -0,93 \ 1,35 \ 0,28 \ 0,92 \ -1,11 \ 0,60 \ -0,17 \ -1,61 \ -0,43 \ -0,21]$$

$$\mathbf{x}_4^{\text{DLP}} = [1,46 \ 1,54 \ 1,56 \ 0,89 \ 0,28 \ -0,39 \ 0,38 \ -1,14 \ 0,34 \ -1,21 \ 1,01 \ 0,23\dots \\ \dots -0,24 \ -0,58 \ 1,56 \ -1,12 \ 1,50 \ 1,15 \ 1,45 \ 5,45 \ -3,06 \ 11,52 \ 0,12 \ -0,55\dots \\ \dots -0,26 \ -0,26 \ -0,62 \ 1,49 \ 0,24 \ 1,02 \ -0,52 \ 0,60 \ 0,08 \ -1,27 \ -0,74]$$

$$\mathbf{x}_5^{\text{DLP}} = [-1,24 \ -1,13 \ -1,11 \ 9,5 \ 0,99 \ -10,50 \ 0,02 \ -0,94 \ -0,66 \ 0,53 \ -0,42 \ -1,20 \ 9,51\dots \\ \dots 0,61 \ 0,56 \ -1,16 \ -1,23 \ 0,34 \ -1,29 \ -0,73 \ 0,77 \ 3,07 \ -1,34 \ -1,08 \ 0,23\dots \\ \dots -0,17 \ 1,11 \ 0,12 \ -0,74 \ -0,10 \ -1,15 \ 0,32 \ -0,97 \ 0,29]$$

$$\mathbf{x}_6^{\text{DLP}} = [-1,60 \ -3,99 \ 1,45 \ 0,28 \ -1,52 \ -0,75 \ 1,04 \ -12,08 \ -3,83 \ -0,93 \ 0,26 \ -0,48\dots \\ \dots -0,06 \ 0,31 \ 6,95 \ -0,61 \ 1,06 \ -4,33 \ -5,09 \ -1,08 \ 3,88 \ -4,69 \ -1,53 \ -0,56\dots \\ \dots 0,10 \ 1,00 \ 1,04 \ -0,16 \ 1,12 \ -0,58 \ 0,60 \ 0,05]$$

$$\mathbf{x}_7^{\text{DLP}} = [-5,49 \ -8,31 \ -5,13 \ -1,41 \ -7,70 \ -0,42 \ 0,69 \ -0,53 \ 0,14 \ 3,05 \ 5,30 \ 0,51\dots \\ \dots 0,85 \ -7,78 \ -0,84 \ 1,41 \ 3,59 \ -1,28 \ -1,42 \ 0,85 \ 1,00 \ -0,67 \ 1,70 \ 0,08\dots \\ \dots 8,60 \ 1,68 \ -8,13 \ -0,72 \ 7,64 \ 5,30 \ -8,49 \ 0,21]$$

$$\mathbf{x}_8^{\text{DLP}} = [1,53 \ 1,47 \ 1,53 \ 0,40 \ -0,19 \ -0,08 \ 0,50 \ -0,03 \ 1,00 \ 0,30 \ 0,58 \ 0,89\dots \\ \dots -0,07 \ -0,44 \ 0,07 \ 0,43 \ 0,88 \ -14,60 \ -9,79 \ -0,42 \ -0,67 \ -1,18 \ -0,58 \ 0,96\dots \\ \dots 0,15 \ -0,91 \ 1,38 \ 0,38 \ -0,66 \ 0,49 \ 1,27 \ 0,33 \ 0,04 \ -1,20 \ -0,89]$$

$$\mathbf{x}_9^{\text{DLP}} = [1,32 \ 1,57 \ 1,42 \ -4,11 \ -0,45 \ 1,38 \ 0,38 \ 3,70 \ 1,29 \ 0,56 \ 0,95 \ 0,00\dots \\ \dots 0,96 \ -1,01 \ 1,23 \ 0,47 \ 1,18 \ 6,04 \ 4,85 \ 5,72 \ -5,95 \ 11,91 \ -1,26 \ 0,17\dots \\ \dots 0,10 \ -1,62 \ -0,42 \ -0,44 \ 1,54 \ -0,21 \ -0,10 \ -0,21 \ -0,64 \ -1,87 \ -1,71]$$

$$\mathbf{x}_{10}^{\text{DLP}} = [-7,16 \ -8,81 \ -7,38 \ -0,58 \ -0,04 \ -4,16 \ 3,15 \ 1,39 \ -1,06 \ 3,63 \ -0,48 \ 3,48\dots \\ \dots -1,42 \ -4,42 \ -0,65 \ -1,39 \ 3,67 \ -0,71 \ -1,24 \ 4,58 \ -0,63 \ 3,73 \ -4,65 \ -3,29\dots \\ \dots 0,52 \ 0,13 \ 0,41 \ 1,45 \ -0,55 \ 1,46 \ 0,80 \ 3,43 \ -3,56 \ 3,65 \ 4,49]$$

$$\mathbf{x}_{11}^{\text{DLP}} = [0,99 \ 1,33 \ 0,95 \ 1,29 \ 0,37 \ 0,58 \ 0,84 \ 1,10 \ 0,35 \ 0,41 \ -0,44 \ 0,21\dots \\ \dots 0,77 \ 0,27 \ 0,20 \ 1,00 \ -0,21 \ 10,76 \ 10,97 \ -0,61 \ -1,42 \ 0,79 \ 0,49 \ 0,28\dots \\ \dots -0,95 \ 1,11 \ 0,43 \ 0,20 \ -0,07 \ 1,04 \ 0,40 \ 0,86 \ -0,10 \ -0,52 \ -1,02]$$

Los para diferentes niveles de  $\alpha$  se muestran en las Tablas 6.8, 6.9 y 6.10.

**Tabla 6.8.** Diseños con restricciones de O, D, ODD y AF ( $\alpha=0,05$ )

Restricciones	Solución	Costo
O+D	$F_9 VF_{AE,R} T_{AE,R}$	1200
O+D+ODD <sub>1</sub> =1	$P_R VF_9 VF_{AE,R} T_{AE,R}$	1400
O+D+ODD <sub>1</sub> =2	$P_R P_{CD} F_9 VF_{AE,R} T_{AE,R}$	1400
O+D+ODD <sub>2</sub> =1	$F_9 VF_9 VF_{AE,R} T_{AE,R}$	1600
O+D+ODD <sub>2</sub> =2	$F_9 VF_9 VF_{AE,R} T_{AE,R} y_{B,9}$	2400
O+D+ODD <sub>3</sub> =1	$F_1 F_9 VF_{AE,R} T_R T_{P,S}$	2000
O+D+ODD <sub>4</sub> =1	$F_9 VF_{AE,R} T_{AE,R} T_{AE,S}$	1700
O+D+ODD <sub>4</sub> =2	$F_9 VF_{AE,R} T_{P,S} T_{AE,R} T_{AE,S}$	2200
O+D+ODD <sub>5</sub> =1	$F_1 F_9 T_R T_{AE,R}$	1600
O+D+ODD <sub>5</sub> =2	$F_1 F_9 VF_1 T_R T_{AE,R}$	2000
O+D+ODD <sub>6</sub> =1	$F_9 VF_{AE,R} T_{AE,R}$	1200
O+D+ODD <sub>6</sub> =2	$P_{CD} VF_9 VF_{AE,R} T_{AE,R}$	1400
O+D+ODD <sub>7</sub> =1	$P_R F_9 T_R T_{AE,R}$	1400
O+D+ODD <sub>7</sub> =2	$P_R P_{CD} F_9 VF_{AE,R} T_{AE,R}$	1400
O+D+ODD <sub>8</sub> =1	$F_1 F_9 VF_{AE,R} T_R T_{P,S}$	2000
O+D+ODD <sub>9</sub> =1	$F_9 VF_{AE,R} T_{AE,R}$	1200
O+D+ODD <sub>9</sub> =2	$L_R F_9 VF_{AE,R} T_{AE,R}$	1350
O+D+ODD <sub>10</sub> =1	$P_R VF_9 VF_{AE,R} T_{AE,R}$	1400
O+D+ODD <sub>10</sub> =2	$P_R P_{CD} F_9 VF_{AE,R} T_{AE,R}$	1400
O+D+ODD <sub>11</sub> =1	$F_1 F_9 VF_{AE,R} T_R T_{P,S}$	2000
O+D+R+AF	$P_R P_{CD} F_1 F_9 VF_{AE,R} T_R T_{P,S}$	2200

**Tabla 6.9.** Diseños con restricciones de O, D, ODD y AF ( $\alpha=0,03$ )

Restricciones	Solución	Costo
O+D	$F_9 VF_{AE,R} T_{AE,R}$	1200
O+D+ODD <sub>1</sub> =1	$P_R F_9 T_{R} T_{AE,R}$	1400
O+D+ODD <sub>1</sub> =2	$P_R P_{CD} L_R F_9 VF_{AE,R} T_{AE,R}$	1550
O+D+ODD <sub>2</sub> =1	$F_9 VF_9 VF_{AE,R} T_{AE,R}$	1600
O+D+ODD <sub>2</sub> =2	$F_9 VF_9 VF_{AE,R} T_{AE,R} y_{B,9}$	2400
O+D+ODD <sub>3</sub> =1	$F_1 F_9 VF_{AE,R} T_R T_{P,S}$	2000
O+D+ODD <sub>4</sub> =1	$F_9 T_R T_{P,S} T_{AE,R}$	1800
O+D+ODD <sub>4</sub> =2	$P_{CD} F_9 VF_{AE,R} T_{P,S} T_{AE,R} T_{AE,S}$	2300
O+D+ODD <sub>5</sub> =1	$F_1 F_9 T_R T_{AE,R}$	1600
O+D+ODD <sub>5</sub> =2	$P_R F_1 F_9 VF_1 T_R T_{AE,R}$	2100
O+D+ODD <sub>6</sub> =1	$F_9 VF_{AE,R} T_{P,S}$	1200
O+D+ODD <sub>6</sub> =2	$P_{CD} VF_9 VF_{AE,R} T_{AE,R}$	1400
O+D+ODD <sub>7</sub> =1	$P_R F_1 F_9 VF_{AE,R} T_{AE,R}$	1600
O+D+ODD <sub>7</sub> =2	$P_R P_{CD} F_9 VF_{AE,R} T_{AE,R}$	1550
O+D+ODD <sub>8</sub> =1	$F_1 F_9 VF_{AE,R} T_R T_{P,S}$	2000
O+D+ODD <sub>9</sub> =1	$F_9 VF_{AE,R} T_{P,S}$	1200
O+D+ODD <sub>9</sub> =2	$P_R P_{CD} L_R F_9 VF_{AE,R} T_{AE,R}$	1550
O+D+ODD <sub>10</sub> =1	$F_2 F_9 VF_{AE,R} T_{AE,R}$	1500
O+D+ODD <sub>10</sub> =2	$P_R P_{CD} L_R F_9 VF_{AE,R} T_{AE,R}$	1600
O+D+ODD <sub>11</sub> =1	$F_1 F_9 VF_{AE,R} T_R T_{P,S}$	2000
O +D+AF	$P_R P_{CD} F_1 F_9 VF_{AE,R} T_R T_{P,S}$	2200

**Tabla 6.10.** Diseños con restricciones de O, D, ODD y AF ( $\alpha=0,01$ )

Restricciones	Solución	Costo
O+D	$F_1 F_9 VF_{AE,R} T_{P,S}$	1500
O+D+ODD <sub>1</sub> =1	$P_R F_1 F_9 VF_{AE,R} T_{AE,R}$	1600
O+D+ODD <sub>1</sub> =2	$P_R P_{CD} F_1 F_9 V_{AE,R} T_{P,S}$	1700
O+D+ODD <sub>2</sub> =1	$F_1 F_9 VF_9 VF_{AE,R} T_{P,S}$	1900
O+D+ODD <sub>2</sub> =2	$F_1 F_9 VF_9 VF_{AE,R} T_{P,S} Y_{B,6}$	2700
O+D+ODD <sub>3</sub> =1	$F_1 F_9 VF_{AE,R} T_R T_{P,S}$	2000
O+D+ODD <sub>4</sub> =1	$F_1 F_9 VF_{AE,R} T_{P,S} T_{AE,S}$	2000
O+D+ODD <sub>4</sub> =2	$F_9 VF_2 VF_{AE,R} T_{P,S} T_{AE,R} T_{AE,S}$	2600
O+D+ODD <sub>5</sub> =1	$F_1 F_2 F_9 VF_{AE,R} T_{AE,R}$	1800
O+D+ODD <sub>5</sub> =2	$F_1 F_2 F_9 VF_1 VF_{AE,R} T_{AE,R}$	2200
O+D+ODD <sub>6</sub> =1	$F_1 F_9 VF_{AE,R} T_{AE,S}$	1500
O+D+ODD <sub>6</sub> =2	$P_{CD} F_1 F_9 VF_{AE,R} T_{AE,S}$	1600
O+D+ODD <sub>7</sub> =1	$P_R F_1 F_9 VF_{AE,R} T_{P,S}$	1600
O+D+ODD <sub>7</sub> =2	$P_R P_{CD} F_1 F_9 VF_{AE,R} T_{P,S}$	1700
O+D+ODD <sub>8</sub> =1	$F_1 F_9 VF_{AE,R} T_R T_{P,S}$	2000
O+D+ODD <sub>9</sub> =1	$F_1 F_9 VF_{AE,R} T_{P,S}$	1500
O+D+ODD <sub>9</sub> =2	$L_R F_1 F_9 VF_{AE,R} T_{P,S}$	1650
O+D+ODD <sub>10</sub> =1	$F_2 F_9 VF_{AE,R} T_{AE,R}$	1500
O+D+ODD <sub>10</sub> =2	$P_R F_1 F_9 VF_{AE,R} T_{AE,R}$	1600
O+D+ODD <sub>11</sub> =1	$F_1 F_9 VF_{AE,R} T_R T_{P,S}$	2000
O+D+AF	$P_R P_{CD} F_1 F_9 VF_{AE,R} T_R T_{P,S}$	2200



Si se analizan los resultados de las tablas anteriores surgen las siguientes observaciones:

- La solución obtenida cuando el diseño satisface restricciones O+D para  $\alpha = 0,05$  y  $\alpha = 0,03$  tiene 3 instrumentos ( $F_9$   $VF_{AE,R}$   $T_{AE,R}$ ) y su costo es 1200. Por el contrario, si  $\alpha = 0,01$  la solución encontrada tiene 4 sensores ( $F_1$   $F_9$   $VF_{AE,R}$   $T_{AE,R}$ ) y su costo aumenta a 1500.
- En general, las soluciones obtenidas para los PDRS que cumplen condiciones O+D+ODD, si  $\alpha = 0,05$ , tienen la misma cantidad o menos instrumentos (y son de igual o menor costo) respecto a las resultantes para  $\alpha$  menores. Por ejemplo, el conjunto de sensores óptimo para los PDRS cuyas restricciones son: O+D+ODD<sub>3</sub>=1, O+D+ODD<sub>8</sub>=1 y O+D+ODD<sub>11</sub>=1 es ( $F_1$   $F_9$   $VF_{AE,R}$   $T_R$   $T_{P,S}$ ) y coincide para los 3 valores de  $\alpha$  propuestos. Por el contrario, la RS óptima que satisface condiciones O+D+ODD<sub>10</sub> si  $\alpha = 0,05$  es diferente a la encontrada si  $\alpha = 0,03$  y  $\alpha = 0,01$ . Para las fallas 2 y 5, las soluciones óptimas del problema con restricciones O+D+ODD=1 son iguales si  $\alpha = 0,05$  o  $\alpha = 0,03$  mientras que son diferentes si  $\alpha = 0,01$ . Luego, todas las soluciones de los diseños sujetos a condiciones O+D+ODD=1 y O+D+ODD=2 asociados a las fallas 1, 4, 6, 7 y 9 difieren según el valor de  $\alpha$  utilizado. Por lo tanto, para este caso de estudio la metodología de diseño es sensible al valor del nivel de significado elegido.
- Las soluciones obtenidas cuando se imponen restricciones O+D+ODD al PDRS comprenden mayor cantidad de instrumentos y son de mayor costo que las encontradas para los diseños sujetos sólo a condiciones O+D. Por ejemplo, si se analizan las filas 2, 3 y 4 de la Tabla 6.9, se observa que la solución del diseño sujeto a restricciones O+D es ( $F_9$   $VF_{AE,R}$   $T_{AE,R}$ ) y su costo es 1200; si las restricciones son del tipo O+D+ODD<sub>1</sub>=1,

la solución comprende 4 instrumentos ( $P_R F_9 T_R T_{AE,R}$ ) y el costo aumenta a 1400; y si el conjunto de restricciones es  $O+D+ODD_1=2$ , la solución óptima tiene 6 mediciones ( $P_R P_{CD} L_R F_9 V_{AE,R} T_{AE,R}$ ) y su costo es 1550.

- Para una RS que satisface la D de todas las fallas cuando ningún sensor falla, se puede perder la capacidad de D de algunas fallas no claves cuando uno o más sensores asociados a la O de dicha falla no estén disponibles. Por ejemplo, la RS ( $F_9 VF_9 VF_{AE,R} T_{AE,R}$ ), solución del PDRS sujeto a restricciones  $O+D+ODD_2=1$ , detecta todas las fallas cuando todos los sensores están disponibles, pero si esta situación no se verifica para la medición de  $F_9$  entonces la falla 7 deja de ser detectable. Por otro lado, la RS ( $F_9 VF_{AE,R} T_{AE,R} T_{AE,S}$ ), solución del PDRS sujeto a condiciones  $O+D+ODD_4=1$ , detecta todas las fallas, pero si el sensor  $T_{AE,R}$  no está disponible la falla 5 (no clave) no es detectable. Un análisis similar puede realizarse para los otros problemas de diseño. En resumen: las RS obtenidas cuando se resuelven PDRS con restricciones  $O+D+ODD$  satisfacen la D de todas las fallas cuando todos los sensores están disponibles, y en particular la D de la/s falla/s clave/s cuando el/los sensor/es asociado/s a la O de dicha falla clave no están disponibles.
- Las soluciones de los diseños que satisfacen restricciones  $O+D+AF$  no difieren para los tres valores de nivel de significado propuestos. La RS involucra 7 mediciones y el costo de la misma es de 2200.
- La RS de mínimo costo que satisface la  $O+D$  de todas las fallas, para  $\alpha = 0,01$ , difiere de la obtenida cuando se resuelve el diseño sólo con restricciones de O, tal como se observa comparando la Tabla 6.10 con la Tabla 6.4. La primera tiene un instrumento más y es de mayor costo. Para este valor de  $\alpha$ , se verifica que la O es una condición necesaria, pero no suficiente, para satisfacer la D de la falla cuando se aplica un método de monitoreo particular.

- La RS de mínimo costo que satisface las restricciones O+R+D+AF para todos los valores de  $\alpha$  difiere de la obtenida cuando se resuelve el diseño sólo con restricciones O+R, tal como se observa comparando las Tablas 6.8/9/10 con la Tabla 6.4. La primera comprende 7 sensores, mientras que la segunda tiene sólo 5. Estos resultados muestran que la R de las fallas es una condición necesaria pero no suficiente para lograr su aislamiento cuando se emplea una determinada estrategia de monitoreo en línea.

## 6.5 Conclusiones

En este capítulo se utiliza como caso de estudio el TEP, presentado por Downs y Vogel (1991). En base a la información suministrada por Russell y *col.* (2000), se obtiene la relación de incidencia falla-sensor para un DLP determinado.

Se resuelven PDRS empleando conjuntos de restricciones de complejidad incremental. Inicialmente se diseñan redes destinadas a observar y resolver todas las fallas del proceso. A fin de mejorar la robustez del diseño, se considera la posible ausencia de mediciones introduciendo restricciones de RD para las fallas claves. Esto aumenta la cantidad de instrumentos y el costo de la RS. Por otro lado, la solución obtenida mejora la R de las fallas cuando ningún sensor falla, ya que hay distintos  $\mathbf{rv}$  que pueden verificar un estado de falla en el proceso.

También se resolvieron PDRS con restricciones de O+D, O+D+ODD y O+R+D+AF para distintos valores de  $\alpha$  y un porcentaje mínimo de reconstrucción de la varianza total del sistema de 80%. En muchos casos se observa que las soluciones obtenidas dependen del valor de  $\alpha$  seleccionado, y que su costo aumenta cuando  $\alpha$  se reduce. Como es de esperar, si se imponen mayor cantidad de restricciones al diseño, la RS obtenida comprende mayor cantidad de sensores.

Además se evidencia que la incorporación de condiciones sobre el DD de una falla clave implica que dicha falla sea detectable cuando uno o más sensores afectados por la ocurrencia de la misma no estén disponibles, por otro lado algunas fallas (no claves) pueden dejar de ser detectables en este caso.

También se observa que el cumplimiento de las restricciones de O y R de todas las fallas no asegura que el método de monitoreo en línea sea capaz de detectar la existencia del evento anómalo e identificar su origen.

## 6.6 Notación

$\mathbf{rv}$	Vector de resolución
$\mathbf{rv}^r$	Vector de resolución residual
$\mathbf{x}^{\text{DLP}}$	Vector de DLP
$\alpha$	Nivel de significado del test

## 6.7 Acrónimos

AFs	Aislamiento de Fallas
AE	Agua de Enfriamiento
D	Detección
DLP	Desvíos Límites de Proceso
DRS	Diseño de Redes de Sensores
O	Observabilidad
ODD	Grado de Observabilidad y Detección
PDRS	Problema de Diseño de Redes de Sensores

RD	Grado de Resolución
RS	Red de Sensores
R	Resolución
TEP	Proceso Tennessee Eastman

## 6.8 Referencias

- Bhushan, M., Rengaswamy, R. Comprehensive design of a sensor network for chemical plants based on various diagnosability and reliability criteria. 2. Applications. *Ind. Eng. Chem. Res.* **2002**, 41, 7, 1840-1860.
- Bhushan, M., Narasimhan, S., Rengaswamy, R. Robust sensor network design for fault diagnosis. *Comput. Chem. Eng.* **2008**, 32, 4-5, 1067-1084.
- Downs, J.; Vogel, E. A plant-wide industrial process control problem. *Comp. Chem. Eng.* **1993**, 17, 3, 245-255.
- Lyman, P.R.; Georgakis, C. Plant-wide control of the Tennessee Eastman problem, *Comput. Chem. Eng.* **1995**, 19, 3, 321-331.
- McAvoy, T.; Ye, N. Base control problem for the Tennessee Eastman problem. *Comput. Chem Eng.* **1994**, 18, 5, 383-413.
- Musulín, E.; Bagajewicz, M.; Nogués, J.; Puigjaner, L. Instrumentation Design and Upgrade for Principal Components Analysis Monitoring. *Ind. Eng. Chem. Res.* **2004**, 43, 2150-2159.
- Ricker, N. L.; Lee, H. Nonlinear Modeling and State Estimation for the Tennessee Eastman Challenge Process. *Comput. Chem. Eng.* **1995**, 19, 9, 983-1005.
- Russell, E.L.; Chiang, L.H.; Braatz, R.D. Data-Driven Methods for Fault Detection and Diagnosis in Chemical Processes, Springer, **2000**.

# ***Apéndice***

## **Capítulo 6**

## A6 Apéndice Capítulo 6

### A6.1 Modelo Cuantitativo del Proceso Tennessee Eastman

A continuación se presenta el modelo de operación dinámica del proceso, separado por zonas, presentado por Downs y Vogel (1993).

#### A6.1.1 Zona de Mezclado

Las corrientes de alimentación 1, 2, 3 y la de reciclo se mezclan formando la corriente 6 que se alimenta al reactor. Todos los componentes se encuentran en fase gaseosa. El modelo de esta zona comprende los balances de masa y energía, además de las ecuaciones algebraicas de presión y composición.

Balances Molares para los componentes A-H

$$\frac{dN_{i,M}}{dt} = y_{i,1}F_1 + y_{i,2}F_2 + y_{i,3}F_3 + y_{i,5}F_5 + y_{i,8}F_8 - y_{i,6}F_6 \quad (\text{A6.1})$$

- Balance de Energía

$$\left( \sum_{i=A}^N N_{i,M} C_{p,vap,i} \right) \frac{dT_M}{dt} = \sum_{j=1,2,3,5,8} F_j \left( \sum_{i=A}^N y_{i,j} C_{p,vap,i} \right) (T_j - T_m) \quad (\text{A6.2})$$

- Presión

$$P_M = \sum_{i=A}^N N_{i,M} \frac{RT_M}{V_M} \quad (\text{A6.3})$$

- Concentración

$$y_{i,6} = \frac{N_{i,M}}{\sum_{i=A}^H N_{i,M}} \quad (\text{A6.4})$$

### A.6.1.2 Reactor

El reactor contiene una fase líquida y otra vapor, las cuales se consideran en equilibrio. En él se llevan a cabo las cuatro reacciones exotérmicas, y el exceso de calor generado se extrae mediante una corriente de agua de enfriamiento. Tanto las corrientes de entrada como las de salida se encuentran en fase gaseosa. La influencia del agitador no es importante y por lo tanto se la excluye del modelo. Las ecuaciones correspondientes a los balances, las cinéticas de reacción y el equilibrio líquido-vapor se presentan a continuación:

- Balance molar por componentes A-H

$$\frac{dN_{i,R}}{dt} = y_{i,6}F_6 - y_{i,7}F_7 + \sum_{j=1}^3 \nu_{i,j}r_j \quad i = A...H \quad (\text{A6.5})$$

- Balance de energía para el reactor

$$\left( \sum_{i=A}^H N_{i,R} Cp_i \right) \frac{dT}{dt} = F_6 \left( \sum_{i=A}^H y_{i,6} Cp_i \right) (T_6 - T_R) - Q_R - V_{V,R} \sum_{j=1}^3 \Delta H_{Rj} r_j \quad (\text{A6.6})$$

- Intercambiador de calor con agua de enfriamiento

$$Q_R = m_{AE,R} Cp_{AE} (T_{AE,R} - T_{AE,R,in}) \quad (\text{A6.7})$$

- Calor de reacción

$$\Delta H_{Rj} = \sum_{i=A}^N H_i \nu_{i,j} + H_o F_j \quad \text{con } H_i = Cp_i (T_R - T^*) \quad (\text{A6.8})$$

- Cinéticas de Reacción

$$r_1 = \alpha_1 V_{V,R} \exp \left[ 44.06 - \frac{42600}{RT_R} \right] P_{A,R}^{1.08} P_{C,R}^{0.311} P_{D,R}^{0.874} \quad (\text{A6.9})$$



$$r_2 = \alpha_2 V_{V,R} \exp \left[ 10.27 - \frac{19500}{RT_R} \right] P_{A,R}^{1.15} P_{C,R}^{0.37} P_{E,R}^{1.00} \quad (\text{A6.10})$$

$$r_3 = \alpha_3 V_{V,R} \exp \left[ 59.50 - \frac{59500}{RT_R} \right] P_{A,R} (0.77 P_{D,R} + P_{E,R}) \quad (\text{A6.11})$$

- Equilibrio líquido-vapor

$$P_{i,R} = \frac{N_{i,R} RT_R}{V_{V,R}} \quad i = A, B, C \quad (\text{A6.12})$$

$$P_i^{sat}(T) = 10^{-3} \exp \left( A_i + \frac{B_i}{C_i + T - 273} \right) \quad i = D \dots H \quad (\text{A6.13})$$

$$P_{i,R} = \gamma_{i,R} x_{i,R} P_i^{sat}(T_R) \quad i = D \dots H \quad \text{con } P_R = \sum_{i=A}^H P_{i,R} \quad (\text{A6.14})$$

$$y_{i,7} = \frac{P_{i,R}}{P_R} \quad (\text{A6.15})$$

$$x_{i,R} = 0 \quad i = A, B, C \quad x_{i,R} = \frac{N_{i,R}}{\sum_{j=D}^H N_{j,R}} \quad i = D \dots H \quad (\text{A6.16})$$

$$V_{L,R} = \frac{\sum_{i=D}^H N_{i,R,liq}}{\rho_{liq,R}} \quad (\text{A6.17})$$

$$V_{V,R} = V_R - V_{L,R} \quad (\text{A6.18})$$

- Corriente de entrada al reactor ( $F_6$ ) y de salida del reactor ( $F_7$ )

$$F_6 = 1.199945516 \sqrt{|P_M - P_R|} \quad (\text{A6.19})$$

$$F_7 = 0.6512697524 \sqrt{|P_M - P_R|} \quad (\text{A6.20})$$

Las constantes de las Ecuaciones A6.19 y A6.20 se eligen para el caso base.

Para los componentes D-H, el número de moles  $N_{i,r}$  corresponde solo a la fase líquida, dado que la acumulación de estos componentes en la fase vapor se asume despreciable.

### A.6.1.3 Separador líquido-vapor

El modelo de este equipo consta de balances de masa, energía y ecuaciones de equilibrio líquido-vapor. Este se describe en términos del coeficiente de actividad, que permanece constante para cada componente condensable. También se incluye el modelo del cambio de temperatura del fluido de proceso en el compresor.

- Balance molar por componentes A-H

$$\frac{dN_{i,S}}{dt} = y_{i,7}F_7 - y_{i,8}(F_8 + F_9) - x_{i,10}F_{10} \quad i = A..H \quad (\text{A6.21})$$

- Balance de energía en el separador

$$\left( \sum_{i=A}^H N_{i,S} C_{P_i} \right) \frac{dT_S}{dt} = F_7 \left( \sum_{i=A}^H y_{i,7} C_{P_{vap,i}} \right) (T_R - T_S) - HoV_S + Q_S \quad (\text{A6.22})$$

$$HoV_S = \sum_{i=D}^H x_{i,10} F_{10} H_{vap,i} \quad (\text{A6.23})$$

- Intercambiador de calor con agua de enfriamiento

$$Q_S = m_{AE,S} C_{P_{AE}} (T_{AE,S} - T_{AE,S,in}) \quad (\text{A6.24})$$

- Equilibrio líquido-vapor

$$P_{i,S} = \frac{N_{i,S,vap} RT_S}{V_{V,S}} \quad i = A, B, C \quad (\text{A6.25})$$

$$P_{i,S} = \gamma_{i,S} x_{i,10} P_i^{sat}(T_S) \quad i = D \dots H \quad \text{con } P_S = \sum_{i=A}^H P_{i,S} \quad (\text{A6.26})$$

$$y_{i,8} = y_{i,9} \frac{P_{i,S}}{P_S} \quad (\text{A6.27})$$

$$x_{i,10} = 0 \quad i = A, B, C \quad x_{i,10} = \frac{N_{i,S}}{\sum_{j=D}^H N_{j,S}} \quad i = D \dots H \quad (\text{A6.28})$$

$$V_{L,S} = \frac{\sum_{i=D}^H N_{i,S,liq}}{\rho_{liq,S}} \quad (\text{A6.29})$$

$$V_{V,S} = V_S - V_{L,S} \quad (\text{A6.30})$$

- Modelo del Compresor (cambio de temperatura debido al trabajo del compresor)

$$T_S = T_R \left( \frac{P_M}{P_S} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \quad (\text{A6.31})$$

#### A.6.1.4 Compresor y Purga

El compresor y la purga se modelan usando simple ecuaciones algebraicas. Los cambios de temperatura que se llevan a cabo en el compresor han sido considerados mediante la Ecuación A6.31.

#### A.6.1.5 Columna de Despojo

El modelo de este equipo comprende los balances de masa y energía sin reacción química, las ecuaciones correspondientes al equilibrio líquido-vapor.

- Balance molar para los componentes G y H

$$\frac{dN_{i,CD}}{dt} = (1-\Phi)(x_{i,10}F_{10} + y_{i,4}F_4) - x_{i,11}F_{11} \quad i = G, H \quad (\text{A6.32})$$

- Balance de energía en la columna de despojo

$$\left( \sum_{i=G}^H N_{i,CD} C_{p_{liq,i}} \right) \frac{dT_{CD}}{dt} = F_{10} \left( \sum_{i=A}^H x_{i,10} C_{p_{liq,i}} \right) (T_S - T_{CD}) + F_4 \sum_{i=A}^H (y_i C_{p_{vap,i}}) (T_4 - T_{CD}) - HoV_S + Q_{CD} \quad (A6.33)$$

$$HoV_S = \sum_{i=A}^H (y_{i,5} F_5 - y_{i,4} F_4) H_{vap,i} Q_{CD} = 2258.717 \frac{kJ}{kg} m_{vapor} \quad (A6.34)$$

- Equilibrio líquido-vapor

$$V_{L,CD} = \sum_{i=D}^H \frac{N_{i,p}}{\rho_{CD}} \quad (A6.35)$$

$$\Phi_i = 1 \quad i = A, B, C \quad \Phi_i = \sum_{j=0}^3 a_{i,j} (T_S - 273) \quad i = D...H \quad (A6.36)$$

$$F_5 = F_{10} + F_4 - F_{11} - \sum_{i=G}^H \frac{dN_{i,CD}}{dt} \quad (A6.37)$$

$$y_{i,5} = \Phi_i \frac{(y_{i,4} F_4 + x_{i,10} F_{10})}{F_5} \quad i = A...H \quad (A6.38)$$

$$x_{i,11} = \frac{y_{i,4} F_4 + x_{i,10} F_{10} - y_{i,5} F_5}{F_{11}} \quad i = D...F \quad (A6.39)$$

$$x_{i,11} = \left( 1 - \sum_{j=D}^F x_{j,11} \right) \frac{N_{i,CD}}{\sum_{j=D}^H N_{j,CD}} \quad i = G, H \quad (A6.40)$$

## A.6.2 Propiedades Físicas de los Componentes

En la Tabla A6.1 se presentan las propiedades físicas de los ocho componentes del proceso.

**Tabla A6.1.** Propiedades físicas de los componentes a 100°C

Componente	Peso Molecular	Densidad (líquido)	Capacidad calorífica (líquido)	Capacidad calorífica (vapor)	Calor de Vaporización
A	2.0	-	-	14.6	-
B	25.4	-	-	2.04	-
C	28.0	-	-	1.05	-
D	32.0	299	7.66	1.85	202
E	46.0	365	4.17	1.87	372
F	48.0	328	4.45	2.02	372
G	62.0	612	2.55	0.712	523
H	76.0	617	2.45	0.628	486

### A.6.3 Constantes para el Cálculo de Presiones de Vapor

En la Tabla A6.2 se incluyen las constantes para calcular las presiones de vapor de los componentes condensables usando la ecuación de Antoine. Esta se expresa como:

$P_v = e^{(A+B/(T+C))}$ , siendo  $P_v$  la presión de vapor en Pascal, y  $T$  la temperatura en °C.

**Tabla A6.2.** Constantes de la ecuación de Antoine

Componente	Constante A	Constante B	Constante C
D	20.81	-1444.0	259
E	21.24	-2114.0	266
F	21.24	-2114.0	266
G	21.32	-2748.0	233
H	22.10	-3318.0	250

### A.6.4 Notación

$A$	Constante de la ecuación de Antoine
$B$	Constante de la ecuación de Antoine
$C$	Constante de la ecuación de Antoine
$C_{p_{AE}}$	Calor específico del agua de enfriamiento
$C_{p_{liq,i}}$	Calor específico del componente $j$ en la fase líquida
$C_{p_{vap,i}}$	Calor específico del componente $i$ en la fase vapor
$F_j$	Caudal de la corriente $j$
$H_i$	Entalpía del componente $i$
$H_o$	Entalpía de referencia
$m_{AE,R}$	Flujo del agua de enfriamiento en el reactor
$m_{AE,S}$	Flujo del agua de enfriamiento en el separador
$N_{i,M}$	Moles del componente $i$ en el mezclador
$N_{i,R}$	Moles del componente $i$ en el reactor
$N_{i,S}$	Moles del componente $i$ en el separador
$N_{i,S,vap}$	Moles del componente $i$ en la fase vapor del separador
$N_{i,S,liq}$	Moles del componente $i$ en la fase líquida del separador
$N_{i,CD}$	Moles del componente $i$ en la columna de despojo
$P$	Presión
$P_{i,R}$	Presión parcial del componente $i$ en el reactor
$P_i^{sat}$	Presión de saturación del componente $i$
$P_M$	Presión en el mezclador
$P_R$	Presión en el reactor
$P_S$	Presión en el separador
$P_{i,S}$	Presión parcial del componente $i$ en el separador
$Q_R$	Calor removido del reactor
$Q_S$	Calor removido del separador
$Q_{CD}$	Calor removido del stripper

$r$	Velocidad de reacción
$r_j$	Velocidad de reacción del componente j
T	Temperatura
$T_{AE,R,in}$	Temperatura de agua de enfriamiento a la entrada del reactor
$T_{AE,R}$	Temperatura de agua de enfriamiento a la salida del reactor
$T_{AE,S,in}$	Temperatura de agua de enfriamiento a la entrada del separador
$T_{AE,S}$	Temperatura de agua de enfriamiento a la salida del separador
$T_j$	Temperatura de la corriente j
$T_M$	Temperatura del mezclador
$T_R$	Temperatura del reactor
$T_S$	Temperatura del separador
$T_{CD}$	Temperatura en la columna de despojo
$t$	Tiempo
$V_M$	Volumen del mezclador
$V_{L,R}$	Volumen de la fase líquida en el reactor
$V_R$	Volumen del reactor
$V_{V,R}$	Volumen de la fase vapor en el reactor
$V_S$	Volumen del separador
$V_{CD}$	Volumen de la columna de despojo
$V_{L,CD}$	Volumen del líquido en la columna de despojo
$V_{L,S}$	Volumen de la fase líquida en el separador
$V_{V,S}$	Volumen de la fase vapor en el separador
$\nu_{i,j}$	Coefficiente estequiométrico de reacción
$x_{i,R}$	Concentración del componente i en la fase líquida del reactor
$y_{i,R}$	Concentración del componente i en la fase vapor del reactor
$\Delta H_{Rj}$	Calor exotérmico de reacción
$\alpha_j$	Constante de reacción
$\gamma_{i,R}$	Coefficiente de actividad
$\gamma$	Coefficiente politrópico

---

$\rho_{liq,S}$	Densidad de la fase líquida en el separador
$\rho_{CD}$	Densidad dentro de la columna de despojo
$\Phi_i$	Fracción de separación del componente i

### A.6.5 Referencias

Downs, J.; Vogel, E. A plant-wide industrial process control problem. *Comp. Chem. Eng.* **1993**, 17, 3, 245-255.



# ***Capítulo 7***

---

Conclusiones y Trabajos Futuros

## 7 Conclusiones y Trabajos Futuros

### 7.1 Conclusiones

En este trabajo de tesis se han analizado las metodologías existentes en el área de Diseño de Redes de Sensores (DRS) con propósitos de Diagnóstico de Fallas. Estas son variadas y dependen del tipo de modelo utilizado por la técnica de monitoreo del proceso en línea.

Una línea de trabajo comprende los diseños destinados a satisfacer la Observabilidad (O) y la Resolución (R) de todas las fallas del proceso desde un punto de vista estructural, es decir, sin comprobar la capacidad efectiva de Detección (D) y Aislamiento de Fallas (AFs) de la estrategia de monitoreo en línea. En este enfoque se han presentado metodologías que emplean Grafos Dirigidos y Grafos Dirigidos con Signo, las cuales permiten obtener soluciones aproximadas a los Problemas de Diseño de Redes de Sensores (PDRS) que minimizan la cantidad de instrumentos o el costo del sistema de instrumentación. Otras estrategias han utilizado los conceptos del álgebra matricial para formular Problemas Mezcla Entera Lineal (MILP) con el fin de obtener Redes de Sensores (RS) de mínimo costo. En este caso, la O y R de las fallas está condicionada a que todas las mediciones estén disponibles cuando el evento anómalo ocurra.

Con el fin de abordar la limitación previamente citada, en esta tesis se presenta el concepto de Grado de Resolución (RD) de una falla clave (FC), definido como la cantidad de mediciones, afectadas por su ocurrencia, cuya falta de disponibilidad no impide que la falla continúe siendo observable y resoluble. La satisfacción del RD de una FC se formula en términos de un conjunto de desigualdades lineales. Estas se incorporan al PDRS, que puede resolverse usando códigos para MILP. La RS obtenida

permite la R de todas las fallas si todas las mediciones están disponibles, y en particular, la R de un conjunto de FCs si uno o más sensores, afectados por la ocurrencia de estas fallas, no funcionan correctamente. En general, también se observa que mejora la R de las FCs cuando todos los sensores están disponibles, ya que hay más de un vector de resolución que puede verificar la condición de falla. La formulación de diseño propuesta en este tesis utiliza la siguiente información: el conocimiento de la relación de incidencia entre las fallas y las variables, la categorización de las fallas para determinar el conjunto de FCs en base a la experiencia previa, y el costo de los instrumentos.

También se amplió el alcance de una metodología existente de DRS que utiliza datos de probabilidades de falla, con el fin que la misma satisficiera la R de todas las fallas cuando ningún sensor falla y la R de un conjunto de FCs en presencia de observaciones perdidas o con valores atípicos. Sin embargo, los resultados que se obtienen con el procedimiento basado en confiabilidad no son únicos, ya que dependen de los valores de probabilidad de falla de los sensores que están sujetos a incertidumbre.

Otra línea de investigación ha surgido luego que se resaltaran en la literatura las mejoras en la capacidad de diagnóstico de la técnica Análisis de Componentes Principales (PCA) cuando las mediciones utilizadas para formular el modelo empírico satisfacen los criterios de O y R de todas las fallas. En tal sentido, se ha propuesto diseñar RS de mínimo costo que satisfacen la D de todas las fallas con el procedimiento PCA antes que su magnitud sea tal que, alguna variable supere su Desvío Límite de Proceso (DLP). El cálculo de la mínima Magnitud de Falla (MF) detectable por la estrategia PCA se realiza de manera conservativa, y ésto excluye la evaluación de soluciones que permiten la D de todas las fallas. Los diseños se formulan como Problemas Mezcla Entera No Lineal (MINLP) y se resuelven usando Algoritmos

Genéticos clásicos, los cuales proveen una buena solución aunque no la óptima. Las RS obtenidas no satisfacen la D de fallas cuando algunos sensores afectados por su ocurrencia no están disponibles y tampoco aseguran el AFs.

En este trabajo de tesis se presenta una metodología que aborda en forma completa el PDRS utilizadas para monitorear procesos con la técnica PCA.

En relación con la capacidad de la RS para detectar todas las fallas, se propone un nuevo enfoque para evaluar las restricciones de D, basado en el cálculo de los estadísticos de Hotelling y Error Cuadrático de Predicción, y se lo compara con el que emplea MFs. Además se define el concepto de Grado de Observabilidad y Detección (OD y DD) de una FC, como la cantidad de mediciones afectadas por la misma cuya falta de disponibilidad no impide que la falla continúe siendo observable y detectable. La satisfacción del OD y del DD de una FC se formulan en términos de un conjunto de desigualdades lineales y no lineales, respectivamente, las cuales se incorporan al problema de optimización con el fin de darle robustez al diseño.

Los PDRS propuestos involucran variables binarias, y restricciones lineales (O y OD) y no lineales (D y DD). Para resolverlos, se modifica el algoritmo de búsqueda transversal convencional con criterios de corte a fin de agilizar la búsqueda. Se resuelven dos problemas de optimización consecutivos. Dado que la O es una condición necesaria para la D, inicialmente se minimiza el costo de instrumentación sujeto a las restricciones lineales de O y OD. La solución de este subproblema da el nivel inferior a partir del cual se debe comenzar la exploración en el árbol de búsqueda transversal y un límite inferior de costo. Es decir, a partir de este nivel el procedimiento de búsqueda transversal con criterios de corte minimiza el costo de instrumentación sujeto a las restricciones de O, OD, D y DD, las cuales se evalúan en este orden.

Por otra parte, en esta tesis se han propuesto dos restricciones destinadas a examinar la capacidad de la RS para aislar todas las fallas. A fin que el sistema de control sea capaz de diagnosticar la causa de una falla detectada usando PCA, primero es necesario que todas las mediciones afectadas por su ocurrencia sean identificadas como variables sospechosas, es decir variables que se desviaron respecto a su comportamiento en condiciones normales. Esta condición se verifica examinando las restricciones de Identificación de Variables Sospechosas (IVS), que se formulan en términos de las contribuciones de las variables a los estadísticos empleados por el método PCA. Las restricciones de AFs se definen en función de los vectores de identificación de las fallas, los cuales deben ser diferentes para que éstas sean distinguibles.

Se proponen nuevos PDRS que satisfacen restricciones de O y R (lineales), y condiciones de D, IVS y AFs (no lineales). Dado que la R es una condición necesaria para el AFs, inicialmente se obtiene la RS de mínimo costo que verifica las restricciones lineales de O y R. La cantidad de sensores que forman parte de la solución de este problema da el nivel inicial a partir del cual se inicia la búsqueda transversal, utilizada para resolver el diseño que cumple con todas las restricciones, y el límite inferior del costo. Durante la ejecución de la búsqueda transversal, para cada nodo se evalúan las restricciones de O primero, y si éstas se satisfacen se continua con las de R. Tanto las de O como las de R son de tipo lineal y consumen un tiempo de cómputo significativamente menor que las no lineales. Si las restricciones de O y R se cumplen, entonces sigue la evaluación de las no lineales de a una a la vez.

El análisis de los resultados de aplicación de las metodologías de DRS propuestas indica, en primer lugar, que las soluciones de los PDRS con restricciones de O no

satisfacen la D de todas las fallas cuando el proceso se monitorea con la técnica PCA. Con respecto a las formulaciones para D de fallas, se observa que si los DLP son grandes, tanto la metodología basada en MF como la que usa el cálculo de los estadísticos encuentran soluciones. Si los DLP son bajos, el segundo enfoque obtiene soluciones factibles que el primero descarta. Este hecho afecta la cantidad de instrumentos que conforman la solución. En la mayoría de los casos se obtienen RS de mayor costo cuando se emplea el método basado en MF. También se observa que la solución al problema de diseño con restricciones de O y R no satisface el AF, y se comprueba que la O y R son condiciones necesarias para la D y el AF, pero no suficientes.

## 7.2 Trabajos Futuros

A continuación se presentan posibles futuros trabajos a realizarse en el de DRS con propósitos de diagnóstico de fallas.

En esta tesis se presentaron los conceptos de RD, OD y DD de una FC y se formularon las restricciones matemáticas correspondientes para cada definición, sin embargo el concepto del Grado de Aislamiento de una FC no se ha presentado, aunque puede definirse de igual manera que los antes mencionados.

Por otro lado los conceptos de RD, OD y DD están limitados a un conjunto de FCs. Este puede ampliarse a la totalidad de las fallas del proceso, surgiendo así la necesidad de definir estos nuevos conceptos y expresarlos matemáticamente.

Las formulaciones presentadas de los PDRS para D y AFs cuando se utiliza la técnica PCA implican el uso de variables binarias y restricciones no lineales. La aplicación de algoritmos de búsqueda transversal con criterio de corte permite encontrar

la solución óptima para los problemas de optimización propuestos. Estos procedimientos encuentran rápidamente la solución si existen soluciones factibles en los primeros niveles de búsqueda que activan los criterios de corte. Si ésto no ocurre, el algoritmo explora todas las configuraciones posibles de cada nivel, y el tiempo de cómputo aumenta. Con el fin de abordar PDRS que involucren una gran cantidad de variables binarias, se requiere el análisis, desarrollo e implementación de metodologías de resolución híbridas, con el objeto de incorporar las ventajas de los métodos de optimización estocásticos y determinísticos. Por otra parte, también resulta de interés analizar el desempeño de las estrategias estocásticas que combinan algoritmos de búsqueda global (Algoritmos Genéticos y de Estimación de Distribuciones) con procedimientos de búsqueda local (Búsqueda Tabú, Simulated Annealing).

El DRS con propósitos de diagnóstico de fallas para procesos monitoreados con técnicas basadas en modelos cuantitativos ha sido escasamente abordado en la literatura, en particular las que emplean técnicas de filtrado. Estas son eficientes no sólo para estimar las variables de estado de sistemas dinámicos, sino también como estrategia para detección e identificación de fallas en sistemas modelados usando ecuaciones de conservación con incertidumbre. El diseño de una adecuada red de sensores para tal fin mejora la eficiencia de la estrategia de diagnóstico. Se considera que el DRS que satisfagan la D de fallas puede tratarse empleando métodos, conceptualmente similares a los propuestos en esta tesis, basados en el cálculo del estadístico Chi-cuadrado evaluado en función del vector de innovación. Por su parte, el desarrollo de restricciones para AFs requiere de un análisis exhaustivo de las técnicas que se utilizan para identificar el origen de las mismas.

### 7.3 Acrónimos

AFs	Aislamiento de Fallas
D	Detección
DD	Grado de Detección
DLP	Desvíos Límites de Proceso
DRS	Diseño de Redes de Sensores
FC	Falla Clave
IVS	Identificación de Variables Sospechosas
MF	Magnitud de Falla
MILP	Problema Mezcla Entera Lineal
MINLP	Problema Mezcla Entera No Lineal
O	Observabilidad
PCA	Análisis de Componentes Principales
PDRS	Problema de Diseño de Redes de Sensores
R	Resolución
RD	Grado de Resolución
RS	Red de Sensores