



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL SUR

TESIS DE DOCTOR EN INGENIERÍA

**Aspectos de sincronización en frecuencia
para sistemas multiportadora**

Gustavo José González

BAHÍA BLANCA

ARGENTINA

2011

Prefacio

Esta Tesis es presentada como parte de los requisitos para optar al grado académico de Doctor en Ingeniería, de la Universidad Nacional del Sur, y no ha sido presentada previamente para la obtención de otro título en esta Universidad u otras. La misma contiene los resultados obtenidos en investigaciones llevadas a cabo en el Departamento de Ingeniería Eléctrica y de Computadoras, durante el período comprendido entre el 1 de Mayo de 2007 y el 23 de Noviembre de 2011, bajo la dirección del Dr. Juan E. Cousseau, Profesor Titular del Departamento de Ingeniería Eléctrica y de Computadoras.

Gustavo José González
ggonzalez@uns.edu.ar



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL SUR
Secretaría General de Posgrado y Educación Continua

La presente tesis ha sido aprobada el / / , mereciendo la calificación de(.....)

A mi novia y familia

A mis amigos

Resumen

En esta tesis se tratan diversos aspectos que contribuyen a incrementar el desempeño de los sistemas de comunicaciones modernos. Entre los desafíos más importantes están la compensación de los efectos del canal de comunicaciones, la sincronización en frecuencia y las limitaciones en el ancho de banda de transmisión.

Los estándares modernos son capaces de proveer a los usuarios diferentes tipos de calidad de servicio. Esto exige gran flexibilidad en el manejo de los recursos de radio y alta robustez frente a las interferencias. El multiplexado por división en frecuencias ortogonales (**OFDM**), es el esquema de modulación multiportadora que se está adoptando en la mayoría de los estándares para lograr dichas exigencias. Entre las desventajas de la implementación práctica de **OFDM** están la sensibilidad a errores de sincronismo en frecuencia y el alto consumo de potencia en la amplificación.

El error de sincronismo en frecuencia destruye la ortogonalidad entre las subportadoras de **OFDM** lo que disminuye notablemente el desempeño del sistema, por ese motivo es necesario estimar y compensar dicho error. Para tal fin se propuso una familia de algoritmos de estimación de errores de sincronismo basados en una aproximación más exacta de la estadística de la señal de entrenamiento. En consecuencia, los estimadores obtenidos tienen mejor desempeño que los propuestos anteriormente. Considerando una incipiente línea de investigación, se propuso un estimador de frecuencia basado en filtrado notch que es útil para la estimación de errores de sincronismo en sistemas multiportadora. El algoritmo funciona de manera iterativa procesando la información en bloques, lo que resulta adecuado para estimaciones basadas en una secuencia de entrenamiento.

El acceso múltiple por división de frecuencias ortogonales (**OFDMA**) está basado en **OFDM** y utiliza conjuntos de subportadoras para transmitir la información de cada usuario. En este caso también es necesario estimar y compensar los errores de sincronismo, operaciones que requieren una elevada carga computacional. En esta tesis se propone un esquema de compensación de errores de sincronismo que permite reducir notoriamente la complejidad del sistema sin degradar

considerablemente el desempeño. La modulación multiportadora basada en banco de filtros (FBMC) se ha propuesto recientemente como alternativa a OFDMA ya que es menos sensible a errores de sincronismo en frecuencia. Con el fin de determinar cual sistema es el más adecuado, se presenta una comparación entre OFDMA y FBMC en un contexto realista, teniendo en cuenta tanto el desempeño como la complejidad de implementación.

Además de las temáticas principales antes mencionadas, en esta tesis se tratan de manera complementaria cuestiones relacionadas con nuevos sistemas de comunicaciones en estado de desarrollo, que permiten abordar los problemas de escasez espectral y de amplificación de una señal de amplio rango dinámico.

Estudios recientes demuestran que el espectro es un recurso escaso pero muchas veces desperdiciado. La solución para este problema puede ser la asignación dinámica de ancho de banda, lo que permite que varios sistemas o redes compartan la misma banda de frecuencias. Estos sistemas están compuestos por dispositivos llamados radios cognitivas que tienen que realizar tareas de sensado espectral a fin de determinar si alguna banda de interés está o no disponible. Se supone que las señales involucradas en el proceso de sensado son OFDM, debido a que este esquema es ampliamente utilizado en la actualidad. Por consiguiente, en esta tesis se estudian técnicas de detección y diferenciación de señales basadas en características estadísticas de dicha modulación.

El alto rango dinámico de las señales OFDM produce un alto consumo de potencia que puede ser inaceptable, sobretodo en dispositivos móviles. Para evitar el problema es posible concebir un sistema híbrido en el cual se utilice OFDM en el enlace de bajada y modulación de portadora simple en el enlace de subida. En este sistema la ecualización en el enlace de subida no es trivial como en el caso de OFDM. Se ha propuesto entonces, un ecualizador con realimentación de decisión en el dominio frecuencia y adaptación de mínimos cuadrados recursiva, que permite mejorar el desempeño tanto en la velocidad de convergencia de los coeficientes del filtro, como en el seguimiento de las variaciones del canal de comunicaciones.

Abstract

In this thesis are discussed several aspects that contribute to increase the performance of modern communication systems. Among the most important challenges are the compensation of communication channel effects, frequency synchronization and transmission bandwidth limitations.

Modern standards are able to provide different quality of services to the users. This requires a high flexibility in the management of radio resources and high robustness against channel interference. The orthogonal frequency-division multiplexing ([OFDM](#)), is the multicarrier modulation scheme that is being adopted in most of modern standards to achieve the required specifications. Among the disadvantages of [OFDM](#) practical implementation are the sensitivity to frequency synchronization errors and the high consumption of the power amplifier.

The frequency synchronization error destroys the orthogonality of [OFDM](#) subcarriers which decreases the system performance significantly, for this reason it is necessary to estimate and compensate this error. To that end, it is proposed a new family of algorithms for carrier frequency offset estimation, based on a more accurate approximation of the training signal statistics. As a consequence, obtained estimators have better performance than previous proposals. Considering an emerging line of research, it is also proposed a frequency estimator based on notch filtering that is useful for estimation of frequency synchronization errors in multicarrier systems. The algorithm is iterative and processes the information in a block basis, which results appropriate for estimations based on a training sequence.

Orthogonal frequency division multiple access ([OFDMA](#)) is based on [OFDM](#) and employs a set of subcarriers to transmit the information of each user. In this case also it is necessary to estimate and compensate synchronization errors, operations that require a high computational load. In this thesis is proposed a compensation scheme for frequency synchronization errors that allows to reduce significantly the system complexity without degrading noticeably the performance. The filter bank based multicarrier ([FBMC](#)) modulation has been recently proposed as an alternative to [OFDMA](#) since it is less sensitive to frequency synchronization errors. In

order to establish which system is the more appropriate, it is presented a comparison between [OFDMA](#) and [FBMC](#) in a realistic context, taking into account performance and implementation complexity.

In addition to the key issues mentioned above, in this thesis are discussed in a complementary manner topics related to new communications systems in early development stages, that address the problems of spectral scarcity and high dynamic range power amplification.

Recent studies show that the spectrum is a scarce resource but often wasted. The solution to this problem may be the dynamic bandwidth allocation, allowing multiple systems or networks to share the same frequency band. These systems consist of devices called cognitive radios, that have to sense the spectrum to determine if the frequency band of interest is available or not. It is supposed that signals involved in the sensing process are [OFDM](#), since this scheme is currently wide adopted. In conclusion, in this thesis are studied signal detection and differentiation techniques based on statistical features of this modulation.

The high dynamic range of [OFDM](#) leads to a high power consumption that could be unacceptable, mainly in mobile devices. To avoid the problem is possible to conceive an hybrid system that employ [OFDM](#) in the downlink and single carrier modulation in the uplink. In this system the equalization in the uplink is not trivial as for the [OFDM](#) case. Then, it is proposed a frequency domain decision feedback equalizer and recursive least squares adaptation, that improves the performance both in convergence speed and tracking of communication channel variations.

Agradecimientos

En primer lugar, deseo agradecer a mi director, el Prof. Dr. Juan E. Cousseau, por haberme dado la posibilidad de concretar mis estudios de postgrado, por la confianza depositada en mí y el apoyo constante a lo largo del desarrollo de este trabajo, sobre todo en los momentos difíciles. Su dedicación al trabajo y la investigación científica fueron y son un ejemplo a seguir.

Quisiera agradecer también al Prof. Dr. Fernando H. Gregorio de la Universidad Nacional del Sur; al Prof. Dr. Risto Wichman y al Prof. Dr. Stefan Werner de la Aalto University School of Science and Technology, Finlandia; coautores de las publicaciones asociadas a esta Tesis Doctoral, por sus valiosos comentarios y contribuciones.

También quisiera mencionar a mis compañeros del Laboratorio de Procesamiento de Señales y Comunicaciones (LaPSyC) por hacer del laboratorio un lugar de trabajo agradable. Una consideración especial merece el Dr. Jorge F. Schmidt por brindarme su ayuda de manera constante.

Por último, quisiera expresar un agradecimiento especial a mi familia. A mis padres y abuelos por haberme permitido completar los estudios de grado en primer lugar y por apoyarme en la decisión de continuar. A mi novia Romina, por quererme y acompañarme. A mi hermano Federico, quien estuvo conmigo durante los primeros estadios de esta ardua tarea.

Índice general

| | |
|--|----------|
| 1. Introducción | 1 |
| 1.1. Motivación de la tesis | 1 |
| 1.2. Contribuciones de la tesis | 4 |
| 1.2.1. Contribuciones principales | 4 |
| 1.2.2. Otras contribuciones | 5 |
| 1.2.3. Resumen de publicaciones asociadas a la tesis | 5 |
| 1.3. Organización de la tesis | 7 |
| | |
| 2. Modelo del sistema de comunicaciones | 9 |
| 2.1. Modelo del canal móvil | 10 |
| 2.2. Modelo banda base equivalente | 11 |
| 2.3. Modelo discreto del canal | 14 |
| 2.4. Ruido blanco aditivo Gaussiano | 15 |
| 2.5. Coherencia en tiempo y frecuencia | 16 |
| 2.6. Modelos estadísticos del canal | 17 |
| 2.7. Modelos del desplazamiento de frecuencia de portadora | 19 |
| 2.8. Comentarios finales | 21 |

| | |
|--|-----------|
| 3. Sistemas de modulación multiportadora | 23 |
| 3.1. Consideraciones del sistema | 24 |
| 3.2. Sistemas de multiplexado por división en frecuencias ortogonales (OFDM) | 25 |
| 3.2.1. Modelo de la señal OFDM | 26 |
| 3.2.2. Formulación temporal | 28 |
| 3.3. Formulación de la modulación de acceso múltiple por división en frecuencias ortogonales (OFDMA) | 30 |
| 3.4. Modulación multiportadora basada en banco de filtros (FBMC) | 33 |
| 3.5. Comentarios finales | 38 |
| 4. Sincronismo temporal y frecuencial en OFDM | 39 |
| 4.1. Sensibilidad a errores de temporizado y frecuencia | 40 |
| 4.1.1. Efectos del error de temporizado | 40 |
| 4.1.2. Efectos del error de sincronismo de frecuencia | 41 |
| 4.2. Algoritmos de sincronización de temporizado y frecuencia | 43 |
| 4.2.1. Sincronización de temporizado | 44 |
| 4.2.2. Sincronización de frecuencia | 45 |
| 4.3. Sincronismo en sistemas OFDMA | 50 |
| 4.4. Comentarios finales | 51 |
| 5. Estimadores de CFO basados en la función de autocorrelación cíclica promediada | 53 |
| 5.1. Estimador de máxima verosimilitud basado en la autocorrelación cíclica promediada | 54 |
| 5.2. Nuevos estimadores de CFO | 56 |
| 5.2.1. Estimador basado en sumas (SBE) | 57 |
| 5.2.2. Estimadores de combinación directa (DCE) | 58 |
| 5.3. Análisis de complejidad | 63 |
| 5.3.1. Algoritmos aproximados | 63 |
| 5.3.2. Carga computacional | 64 |
| 5.4. Resultados numéricos | 65 |
| 5.5. Comentarios finales | 72 |

| | |
|---|------------|
| 6. Estimación de frecuencia basada en filtrado notch por bloques | 75 |
| 6.1. Definición de la señal y enfoques previos | 76 |
| 6.2. Estimador de frecuencia basado en la realización lattice normalizada | 77 |
| 6.3. Descripción del algoritmo | 79 |
| 6.4. Análisis de convergencia | 80 |
| 6.5. Simulaciones | 82 |
| 6.6. Comentarios finales | 84 |
| | |
| 7. Compensación de CFO en sistemas multiportadora multiusuario. | 85 |
| 7.1. Compensación de CFO en sistemas OFDMA | 87 |
| 7.1.1. Estructura de la matriz interferencia | 88 |
| 7.1.2. Aproximaciones de banda y de banda circulante | 89 |
| 7.2. Compensación de CFO para la modulación FBMC | 91 |
| 7.3. Comparación de complejidad computacional | 92 |
| 7.3.1. Complejidad en el transmisor | 93 |
| 7.3.2. Complejidad en el receptor | 93 |
| 7.4. Simulación y discusión | 96 |
| 7.4.1. Consideraciones del sistema y características del CFO | 97 |
| 7.4.2. Simulaciones | 98 |
| 7.5. Comentarios finales | 105 |
| | |
| 8. Sistemas de radios cognitivas | 107 |
| 8.1. Descripción del problema de sensado espectral | 108 |
| 8.2. Conceptos de cicloestacionaridad | 110 |
| 8.3. Detección basada en cicloestacionaridad | 111 |
| 8.3.1. Detección basada en el prefijo cíclico | 111 |
| 8.3.2. Detección basada en cicloestacionaridad inducida por pilotos | 113 |
| 8.4. Simulación numérica | 115 |
| 8.5. Comentarios finales | 119 |

| | |
|---|------------|
| 9. Sistemas híbridos SC - OFDM | 121 |
| 9.1. Portadora simple con extensión cíclica (SC-CE) | 122 |
| 9.2. Descripción del sistema híbrido OFDM-SC | 124 |
| 9.3. Descripción del ecualizador | 126 |
| 9.3.1. Operación del ecualizador | 126 |
| 9.3.2. Algoritmos de adaptación de los coeficientes del ecualizador | 127 |
| 9.4. Simulación y discusión | 129 |
| 9.5. Comentarios finales | 132 |
| 10. Conclusiones generales y líneas de trabajo futuras | 133 |
| 10.1. Conclusiones generales | 133 |
| 10.2. Líneas de trabajo futuras | 136 |
| A. Cálculo de la estadística de la función de autocorrelación promediada | 139 |
| B. Cálculo de la matriz de covarianza para la obtención de los factores de ponderación en el estimador SBE | 143 |
| C. Cálculo de la estadística de las fases $\alpha(p, k)$ | 147 |
| D. Sesgo en estimadores basados en diferencias de fase de la AC | 149 |
| Lista de abreviaciones | 153 |
| Bibliografía | 157 |

Índice de figuras

| | |
|---|----|
| 2.1. Envoltente compleja de la señal $s(t)$ | 12 |
| 2.2. Modelo completo del sistema, desde la señal banda base del transmisor $x_b(t)$ hasta la señal banda base en el receptor $y_b(t)$ | 13 |
| 2.3. Densidad espectral del potencia del espectro Doppler obtenido con el modelo de Jakes para $D_s = 50\text{Hz}$ y $\sigma_j^2=1$ | 19 |
| 2.4. Dinámica del móvil para el modelado del CFO variante en el tiempo. | 20 |
| 3.1. Esquema de la modulación OFDM. | 25 |
| 3.2. Inserción del prefijo cíclico. | 26 |
| 3.3. CAS generalizada con $N = 20$, $N_a = 16$, $K = 2$ y $N_t = 2$ | 30 |
| 3.4. Comparación entre el filtro prototipo de FBMC y el filtro equivalente de OFDMA. En la figura se muestran moduladas las portadoras 0 y 2. | 34 |
| 3.5. Banco de filtros de síntesis con transformación QAM/OQAM. | 35 |
| 3.6. Pre-procesamiento OQAM. | 36 |
| 3.7. Banco de filtros de análisis con transformación QAM/OQAM. | 36 |
| 3.8. Post-procesamiento OQAM. | 38 |
| 4.1. Representación de la interferencia interbloqueo. | 40 |
| 4.2. Pérdida de relación señal a ruido debido al CFO. | 43 |
| 4.3. Estructura de la trama de datos | 44 |
| 5.1. Comparación de MSE vs. SNR para SBE con $\xi = 0,1$ | 66 |
| 5.2. Comparación de MSE vs. SNR para SBE con $\xi = 0,3$ | 67 |

| | | |
|------|---|-----|
| 5.3. | Comparación de MSE vs. SNR para DCE-A con $\xi = 0,1$ | 68 |
| 5.4. | Comparación de MSE vs. SNR para DCE-A con $\xi = 0,3$ | 68 |
| 5.5. | Comparación de MSE vs. SNR para DCE-B con $\xi = 0,1$ | 69 |
| 5.6. | Comparación de MSE vs. SNR para DCE-B con $\xi = 0,3$ | 70 |
| 5.7. | Comparación de MSE vs. SNR para los algoritmos aproximados con $\xi = 0,1$ | 70 |
| 5.8. | Comparación de MSE vs. SNR para Morelli [1], Minn [2], DCE-A, DCE-B y MLE. El sistema considerado tiene $N = 512$ y $M = 16$ con $\xi = 0,1$ | 71 |
| 6.1. | MSE vs SNR para $N = 1000$ y $\omega = 0,4\pi$ | 82 |
| 6.2. | MSE vs. N para SNR=10 dB y $\omega = 0,4\pi$ | 83 |
| 6.3. | MSE vs. ω para SNR=10 dB y $N = 1000$ | 83 |
| 7.1. | Matriz interferencia con $N = 16$, $K = 2$, $N_t = 2$, $\xi^{(1)} = 0,2$, $\xi^{(2)} = -0,3$ y CAS intercalado. | 89 |
| 7.2. | Comparación de complejidad para los tres casos de actualización de CFO. | 96 |
| 7.3. | Error medio cuadrático vs Índice de portadora. Evaluación para las técnicas de compensación de CFO BC, CBC y Completa para sistemas OFDMA con $N = 64$, $M = 56$, $N_{cp} = 8$, $N_t = 4$, $K = 2$, y $\tau = 15$ | 99 |
| 7.4. | Comparación de desempeño para sistemas OFDMA utilizando un número dife- rente de portadoras de guarda (N_g) entre usuarios para CAS por subbanda. | 101 |
| 7.5. | Comparación de desempeño entre OFDMA y FBMC para el canal Pedestrian A con $ \xi^{(k)} < 0,1$. Se consideran anchos de banda de compensación de $\tau = 10$ and $\tau = 40$ | 102 |
| 7.6. | Comparación de desempeño entre OFDMA y FBMC para el canal Vehicular A con $ \xi^{(k)} < 0,1$. Se consideran anchos de banda de compensación de $\tau = 10$ and $\tau = 40$ | 103 |
| 7.8. | Influencia de la tasa de actualización del CFO en el desempeño de los sistemas OFDMA y FBMC considerando varios períodos de actualización N_u . El CFO inducido por el oscilador local es $ \xi_{l_o}^{(k)} < 0,1$, v va entre 100 y 200 km/h, y d_m de 20 a 30 m, ambos uniformemente distribuidos. | 103 |
| 7.7. | Comparación de desempeño entre FBMC utilizando SCAS y OFDMA utilizando ICAS para diferentes anchos de banda de compensación. Se considera un canal ITU Vehicular A y CFO aleatorio en el intervalo $ \xi^{(k)} < 0,1$ | 104 |

| | |
|--|-----|
| 7.9. Influencia de la tasa de actualización del CFO en el desempeño de los sistemas OFDMA y FBMC considerando varios períodos de actualización N_u . El CFO inducido por el oscilador local es $ \xi_{lo}^{(k)} < 0,1$, v va entre 175 y 350 km/h, y d_m de 20 a 30 m, ambos uniformemente distribuidos. | 104 |
| 8.1. Test de detección de señales basado en el prefijo cíclico (J_{cp}) sobre un canal AWGN. Probabilidad de detección correcta para diferentes elecciones de frecuencias cíclicas (N_b). | 116 |
| 8.2. Test de detección de señales basado en el prefijo cíclico (J_{cp}). Probabilidad de detección correcta para diferentes condiciones de canal. | 117 |
| 8.3. Test de diferenciación de señales basado en cicloestacionaridad inducida por pilotos (J_{pic}). Probabilidad de detección correcta para diferentes condiciones de canal. | 118 |
| 9.1. Estructuras de la extensión cíclica. | 123 |
| 9.2. Comparación entre un sistema OFDM y uno SC. | 124 |
| 9.3. Interoperatividad entre los sistemas OFDM y SC. | 124 |
| 9.4. Sistema híbrido OFDM-SC | 125 |
| 9.5. Ecualizador por bloques en el dominio frecuencia. | 126 |
| 9.6. Ecualizador por bloques con realimentación con decisión. | 127 |
| 9.7. Curvas de aprendizaje para el DFE con adaptación LMS y RLS sobre un canal estático. | 130 |
| 9.8. SER para un DFE con adaptación LMS y RLS sobre un canal estático | 131 |
| 9.9. SER para un DFE con adaptación LMS y RLS sobre un canal lentamente variante en tiempo. | 131 |

Capítulo 1

Introducción

1.1. Motivación de la tesis

La demanda por transmisión inalámbrica de datos a una alta tasa de transferencia, como la utilizada para servicios multimedia, está creciendo. Los usuarios están dispuestos a resignar ancho de banda y calidad en el enlace con tal de deshacerse de los cables y tener acceso a servicios multimedia e Internet en dispositivos móviles [3, 4].

Los desafíos más importantes de los sistemas de comunicaciones inalámbricos modernos son el canal de comunicación, la sincronización en frecuencia y las limitaciones del ancho de banda de transmisión. A diferencia de la transmisión de datos por un canal cableado, el canal de comunicación inalámbrico introduce una gran cantidad de interferencia en la señal enviada. La caracterización del canal puede ser compleja y en general es variante en el tiempo. Por otro lado, la cantidad de servicios que utilizan transmisión de información por aire crece día a día, lo que hace del espectro un recurso escaso.

Los estándares de comunicaciones modernos tienen que ser capaces de brindar a los usuarios un amplio rango de aplicaciones con diferentes restricciones de retardo (o latencia), calidad de servicio y transferencia de datos. Esto exige de los sistemas una alta robustez contra la interferencia del canal así como también flexibilidad en el manejo de los recursos de radio. El multiplexado por división en frecuencias ortogonales (OFDM) es el estándar multiportadora más utilizado en sistemas de comunicaciones actuales y es reconocido como uno de los más prometedores para las redes inalámbricas de la próxima generación [5, 3]. En OFDM, el flujo serial de datos que se desea enviar es paralelizado y modulado sobre un conjunto de subportadoras ortogonales. Si se emplea un prefijo adecuado, el efecto del canal puede describirse utilizando una convolución circular lo que implica que la ecualización es trivial. Además, al ser las subportadoras ortogonales

entre sí, el ancho de banda se aprovecha de manera eficiente. Comparado con sistemas de portadora simple (SC), OFDM tiene una alta eficiencia espectral, es resistente contra distorsiones del canal y flexible en la elección de la modulación (constelación y codificación independientes) en cada subportadora. Aunque los conceptos detrás de OFDM son simples, en la implementación práctica del sistema se ponen de manifiesto problemáticas que es necesario solucionar para hacer viable el esquema.

La modulación OFDM resulta muy sensible a discrepancias entre la frecuencia de portadora de la señal recibida y la frecuencia del oscilador local en el receptor. Esto se conoce como desplazamiento de la frecuencia de portadora (CFO). Aún en el caso de que esta diferencia sea pequeña, destruye la ortogonalidad entre las portadoras y produce interferencia intersímbolo lo que disminuye considerablemente el desempeño del sistema. En consecuencia el CFO debe ser estimado y compensado [6, 7, 8]. La compensación puede realizarse simplemente corrigiendo la frecuencia del oscilador local o contra-rotando la secuencia recibida a una frecuencia angular igual a la generada por el CFO. La estimación se realiza a partir de la función autocorrelación de una secuencia de entrenamiento periódica [1, 2]. Aunque el tema ha sido ampliamente estudiado, permanece como un tópico relevante de investigación por el gran interés que despiertan los sistemas OFDM.

Las técnicas de filtrado notch fuera de línea¹ también pueden utilizarse para realizar estimación de frecuencia y por lo tanto, estimación de CFO [9, 10, 11]. Si el filtro está sintonizado a la frecuencia que se desea estimar, la varianza a la salida es mínima y la estimación se obtiene directamente de la parametrización del filtro. Estas técnicas aunque se encuentran en una etapa incipiente de desarrollo, resultan prometedoras para obtener estimaciones de CFO de complejidad reducida.

Basado en la ortogonalidad de las portadoras de OFDM puede idearse un sistema de comunicaciones multiusuario conocido como multiplexado por división de frecuencias ortogonales (OFDMA). En este sistema cada usuario es asignado a un conjunto de subportadoras de acuerdo a un esquema de asignación definido. Aunque OFDMA posee las virtudes de OFDM, como una alta eficiencia espectral y una fácil ecualización, comparte también una de sus principales debilidades, la sensibilidad a errores de sincronismo en frecuencia. En OFDMA el CFO produce interferencia interportadora, y por consiguiente, interferencia de acceso múltiple. Al tratarse de un contexto multiusuario, el problema de estimación y compensación de CFO es particularmente difícil para este sistema [6, 12, 13]. La estimación se realiza utilizando métodos basados en sub-espacios o en esperanza-maximización² [6]. Por otro lado, los mejores desempeños en la compensación se obtienen utilizando cancelación lineal, donde la interferencia de acceso múltiple se

¹*Off-line* en inglés.

²*Expectation-maximization* en inglés

describe por una matriz que tiene las dimensiones del sistema **OFDMA**. Para eliminar la interferencia, es necesario invertir la matriz lo que requiere una gran cantidad de cómputos. Por ese motivo, se suele utilizar una solución aproximada de menor complejidad pero que deja un nivel de interferencia residual. La modulación multiportadora basada en banco de filtros (**FBMC**) se ha propuesto como alternativa a **OFDMA**, ya que es menos sensible a errores de sincronismo en frecuencia. Sin embargo, cuando se considera la complejidad de implementación no hay un claro favorito para la aplicación de acceso múltiple.

El ancho de banda de transmisión es un recurso limitado y por lo tanto costoso. Esto hace que los sistemas de comunicaciones deban aprovechar el espectro disponible al máximo. Estudios recientes demostraron que las bandas de frecuencia asignadas a algunos servicios están subutilizadas, es decir, que el esquema rígido de asignación de bandas actual es ineficiente [14, 15]. Los sistemas de radios cognitivas (**CR**) permiten un esquema de asignación más flexible, dónde las bandas de frecuencias que no son utilizadas por una red o sistema primario puedan ser ocupadas por un sistema secundario, mientras las mismas estén libres [16, 14, 17]. Para esto es indispensable contar con información de cuales bandas se encuentran libres y cuales no. Además, los sistemas secundarios también tienen que ser capaces de migrar a otra banda de frecuencias cuando los sistemas primarios necesiten hacer uso del espectro nuevamente, para lo que resulta útil poder distinguir entre señales de diferentes sistemas.

Al estar formada por una suma de sinusoides independientes, la señal temporal de **OFDM** está caracterizada por tener una alta relación pico a promedio (**PAPR**). Esto hace que los amplificadores de potencia deban tener un rango dinámico grande y una alta linealidad, lo que conduce a diseños ineficientes. En los transmisores móviles la ineficiencia es un problema pues la energía es un recurso limitado [18, 19]. Los sistemas híbridos utilizan una modulación **OFDM** en el enlace de bajada y **SC** en el enlace de subida. De esta manera en el móvil se aprovecha la fácil ecualización de **OFDM**, mientras que la transmisión en **SC** permite la realización de un amplificador de potencia eficiente. Por otro lado, el problema de amplificación de la señal **OFDM** y de ecualización de **SC** se trasladan a la estación base donde existen los recursos para tratarlos. Para facilitar la ecualización, la modulación **SC** se transmite en bloques con un prefijo o sufijo que elimina la interferencia interbloque. Resulta interesante entonces, diseñar ecualizadores para señales **SC** en este nuevo contexto.

1.2. Contribuciones de la tesis

En los trabajos que conducen a la realización de esta tesis se tratan diversos temas relacionados con diferentes etapas de la cadena transmisión/recepción de un sistema de comunicaciones. A continuación se describen las contribuciones de esta tesis destacando las que resultan principales de las complementarias (otras contribuciones)³:

1.2.1. Contribuciones principales

Estimación de CFO basada en secuencias de entrenamiento periódicas

- Se realiza un análisis de los estimadores de CFO para sistemas OFDM del estado del arte, considerando el aprovechamiento de la información disponible en la secuencia de entrenamiento y la robustez de los algoritmos.
- Se formula una nueva función de autocorrelación de la secuencia de entrenamiento basada en sus propiedades cicloestacionarias, la función de *autocorrelación cíclica promediada* (ACA)⁴, y se obtiene una aproximación para su estadística (media y matriz de covarianza).
- Considerando las propiedades de la nueva función de autocorrelación, se obtiene una nueva familia de algoritmos de estimación de CFO que aprovecha de manera más eficiente la información de la secuencia de entrenamiento. Primero se obtiene una generalización del algoritmo clásico propuesto en [1] y luego dos estimadores basados en estructura de la nueva función de autocorrelación cíclica promediada.
- Teniendo en cuenta la nueva familia de algoritmos, se obtuvieron versiones aproximadas y de baja complejidad de los estimadores basadas en suposiciones heurísticas adecuadas de la estadística de la secuencia de entrenamiento.
- Utilizando un filtro notch con realización lattice normalizada, se obtiene un estimador iterativo de frecuencia que procesa los datos en bloques y fuera de línea. Esta estructura permite que sea utilizado para la estimación de CFO basada en una secuencia de entrenamiento periódica
- Se presenta un análisis de convergencia del estimador basado en filtrado notch iterativo con realización lattice.

³Esta diferenciación responde sólo a la profundidad con la que se trató cada tema en el transcurso de la tesis y no está relacionada con la importancia de cada problemática en sí misma.

⁴La función de autocorrelación definida en [1] la llamaremos *clásica* para diferenciarla de la nueva propuesta.

Compensación de CFO para sistemas multiportadora multiusuario

- Se propone una matriz de interferencia de acceso múltiple para sistemas OFDMA con estructura de banda circulante, que resulta una mejor aproximación que la matriz de banda propuesta en [13].
- Se obtienen algoritmos de factorización LU y sustitución hacia adelante⁵ y atrás⁶ para matrices de banda circulante que permiten realizar la compensación de CFO de manera eficiente.
- Se realiza una comparación de complejidad de los sistemas OFDMA y FBMC, teniendo en cuenta: modulación/demodulación, ecualización de canal, compensación de CFO y la tasa de actualización de CFO. Además se incluyó un estudio de desempeño en tasa de error de bit utilizando simulaciones numéricas.

1.2.2. Otras contribuciones

- En el contexto de un sistema híbrido, se propone utilizar la técnica de mínimos cuadrados recursivos (RLS) para la adaptación de los coeficientes de un ecualizador en el dominio frecuencia con realimentación de decisión para señales de portadora simple (SC) con extensión cíclica.
- Para ser operativos, los sistemas de radios cognitivas (CR) emplean técnicas de detección y diferenciación de señales. Se propone entonces un método simplificado para definir la probabilidad de falsa alarma en el problema de diferenciación de señales.

1.2.3. Resumen de publicaciones asociadas a la tesis

Las contribuciones de esta tesis se plasmaron en una serie de publicaciones que se enumeran a continuación, acompañadas de un breve resumen de cada una:

- En [20] y considerando la nueva función de autocorrelación cíclica promediada, se presentan tres algoritmos aproximados de estimación de CFO basados en suposiciones heurísticas adecuadas de la estadística de la secuencia de entrenamiento recibida. Suponiendo una secuencia de entrenamiento de J períodos, la función autocorrelación (tanto clásica como ACA) posee $J - 1$ términos que pueden utilizarse para realizar la estimación. El primer

⁵ *Forward substitution* en inglés

⁶ *Backward substitution* en inglés

algoritmo es una generalización del propuesto en [1], mientras que los otros dos están basados en la estructura de la nueva función de autocorrelación cíclica.

- El trabajo anterior se extendió en [21], donde se analiza en detalle la estadística de la función de autocorrelación cíclica de la secuencia de entrenamiento. Luego, utilizando estos resultados, se proponen tres estimadores de CFO que combinan la información disponible en los $J - 1$ coeficientes de la función ACA utilizando el mejor estimador no sesgado (BLUE). Nuevamente, el primer estimador es una generalización del estimador en [1], mientras que los otros dos están basados en la estructura de la nueva función de autocorrelación cíclica. Además se obtienen expresiones para la varianza de cada estimador y se presenta una comparación de complejidad considerando tanto los algoritmos propuestos como de las versiones previas [1, 2]. Finalmente, se demuestra que todos los estimadores subóptimos son sesgados para baja relación señal a ruido.
- En [22] se propone un estimador de frecuencia basado en filtrado notch con procesamiento iterativo por bloques. El filtro utiliza la estructura lattice normalizada lo que facilita la obtención del algoritmo. Además se realiza un análisis de convergencia del estimador utilizando el error medio cuadrático de estimación.
- En [23] y considerando un sistema OFDMA, se propone una matriz de banda circulante que aproxima mejor la interferencia de acceso múltiple que la matriz de banda presentada en [24]. Además se proponen versiones de baja complejidad para los algoritmos LU y sustitución hacia adelante y atrás para las matrices de banda circulantes, lo que permite una compensación de CFO eficiente.
- Una ampliación del trabajo anterior se encuentra en [25], donde se incluyó una comparación detallada de complejidad y desempeño entre OFDMA y FBMC con compensación de CFO, con el fin de evaluar cual propuesta es la más adecuada para la aplicación de acceso múltiple. En la comparación se considera: la movilidad del usuario, el esquema de asignación de portadoras y la tasa de actualización de la estimación de CFO. En el trabajo se presenta una adaptación de la compensación propuesta en [26], para el caso de la implementación de FBMC de baja complejidad presentada en [27].
- En [28] se estudia el contexto de detección y diferenciación de señales para sistemas de radios cognitivas, considerando las propiedades cicloestacionarias de las señales OFDM. Luego se realiza un estudio comparativo de desempeño de técnicas de detección y diferenciación de señales. Finalmente se introduce una forma simplificada de obtener la estadística de la técnica de diferenciación de señales.

- En [29] se describe la señal de portadora simple con extensión cíclica y se muestra el esquema de funcionamiento de un sistema híbrido. Luego se estudia la estructura de los estimadores en el dominio frecuencia con y sin realimentación de decisión. Finalmente se propone una estrategia de adaptación para el ecualizador con realimentación de decisión empleando el método de mínimos cuadrados recursivo.

1.3. Organización de la tesis

La tesis está ordenada conceptualmente en tres partes que se presentan a continuación:

PARTE I *Modulaciones multiportadora: definición del sistema de comunicaciones.*

En la primera parte se describen conceptos básicos relacionados con el sistema de comunicaciones que se utiliza a lo largo de la Tesis. En el Capítulo 2 se presenta el modelo del canal de comunicaciones, considerando los métodos estadísticos de generación de los coeficientes y los modelos de desplazamiento de frecuencia de portadora. Las formulaciones de los sistemas de modulación multiportadora se describen en el Capítulo 3. En el Capítulo 4 se muestran los efectos de los errores de sincronismo haciendo especial énfasis en los errores de sincronismo en frecuencia. También se hace un repaso por los estimadores de CFO del estado del arte, finalizando con una discusión sobre diferentes aproximaciones a la estadística de la secuencia de entrenamiento y su influencia en los estimadores resultantes.

PARTE II *Estimación y compensación de errores de sincronismo en frecuencia para sistemas multiportadora.*

En esta parte se presentan las contribuciones principales de la tesis. En el Capítulo 5 se introduce una nueva familia de estimadores de CFO basada en una novedosa formulación de la función de autocorrelación, la autocorrelación cíclica promediada. Un nuevo enfoque para la estimación iterativa de CFO basado en filtrado notch se propone en el Capítulo 6. En el Capítulo 7 se introduce un método de compensación de CFO basado en matrices de banda circulantes para sistemas OFDMA. Luego OFDMA es comparado con el sistema FBMC teniendo en cuenta complejidad y desempeño.

PARTE III *Nuevos paradigmas de sistemas de comunicaciones.*

En esta parte se incluyen las contribuciones complementarias de la tesis. En el Capítulo 8 se describe el esquema de asignación espectral flexible utilizando dispositivos de radio cognitiva. Luego se estudian los algoritmos de detección y diferenciación de señales para estas redes. En el Capítulo 9 se introducen los sistemas híbridos, que evitan la amplificación

de señales de alta relación pico a promedio en dispositivos móviles. Finalmente, se describen las técnicas de ecualización de señales de portadora simple con extensión cíclica.

Capítulo 2

Modelo del sistema de comunicaciones

En un sistema de telecomunicaciones el canal es el medio a través del cual viaja la información que se quiere transmitir. Puede ser una red cableada, fibra óptica o el aire, como es el caso que nos ocupa en esta tesis. El transmisor incorpora la información en ondas electromagnéticas que irradia al medio, en un proceso llamado modulación. Las ondas electromagnéticas pasan por el canal y llegan al receptor. En el transcurso, las ondas; o señal, transmitidas sufren diversas transformaciones que degradan, en general, el desempeño del sistema.

En principio sería posible plantear las ecuaciones de campo¹ considerando todas las características del sistema: antenas de transmisión y recepción, obstrucciones, etc. para describir los efectos del canal sobre la señal. Evidentemente evaluar el desempeño de los sistemas de comunicaciones a nivel de tasa de transferencia, capacidad o tasa de error, sería una tarea terriblemente complicada. Es necesario entonces, encontrar una manera de analizar los efectos del canal en la señal discreta recibida de una manera más simple [30].

En este capítulo se describe el modelo banda base del canal de comunicaciones y se introducen algunos parámetros básicos del mismo. Luego se presentan modelos estadísticos del perfil de potencias de los coeficientes del canal, así como también de su variación temporal. Finalmente, se describe un modelo para el desplazamiento de frecuencia de portadora (CFO).

¹Ecuaciones de Maxwell.

2.1. Modelo del canal móvil

En el camino hacia el receptor, la señal puede reflejarse o difractarse en diversos obstáculos, produciendo que al receptor lleguen múltiples copias de diferente amplitud y retardo. Este fenómeno se conoce como dispersión multicamino. Suponiendo que $x(t)$ es la señal enviada, $a_i(t)$ y $\tau_i(t)$ son respectivamente la atenuación y el retardo de cada camino, la expresión de la señal recibida $y(t)$ es

$$y(t) = \sum_i a_i(t)x(t - \tau_i(t)). \quad (2.1)$$

Para este capítulo la dependencia de tiempo continuo de una función se denota (\cdot) , mientras que la dependencia de tiempo discreto mediante $[\cdot]$.

En la práctica, la atenuación y el retardo varían levemente con la frecuencia debido a que el largo de los caminos varía con el tiempo y la ganancia de las antenas dependen de la frecuencia. Sin embargo, si se transmite la señal sobre un ancho de banda angosto relativo a la frecuencia de la portadora, los efectos de la frecuencia pueden ser despreciados. Debe notarse que aunque las atenuaciones y retardos de cada camino se consideren independientes de la frecuencia, la respuesta del canal en su conjunto puede no serlo.

Como el modelo (2.1) es lineal, puede describirse por la respuesta $h(\tau, t)$ en un tiempo t ante un impulso en $t - \tau$. Es decir que $h(\tau, t)$ es la respuesta impulsiva del canal. En estos términos, la señal recibida es

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau, t)x(t - \tau)d\tau. \quad (2.2)$$

Comparando (2.1) y (2.2) podemos decir que la respuesta impulsiva de un canal multicamino variante en el tiempo resulta

$$h(\tau, t) = \sum_i a_i(t)\delta(\tau - \tau_i(t)). \quad (2.3)$$

Esta expresión es interesante ya que establece que el efecto de los usuarios móviles, los reflectores y toda la complejidad de resolver las ecuaciones de campo se reduce a la convolución de la respuesta impulsiva del canal y la señal enviada. En el caso particular de que el ambiente sea estático, es decir que ni la atenuación ni el retardo de los caminos varíen con el tiempo, se obtiene la siguiente respuesta impulsiva invariante en el tiempo

$$h(\tau) = \sum_i a_i \delta(\tau - \tau_i). \quad (2.4)$$

Para el caso variante en el tiempo se puede definir una respuesta en frecuencia también variante en tiempo, como

$$H(f; t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau, t) e^{-j2\pi f\tau} d\tau = \sum_i a_i(t) e^{-j2\pi f\tau_i(t)}. \quad (2.5)$$

La ecuación (2.5) puede interpretarse como la respuesta en frecuencia $H(f; t)$ en un tiempo t , de un sistema variante en tiempo. Obviamente si el sistema no depende del tiempo, la ecuación (2.5) se reduce a la respuesta en frecuencia usual [30].

2.2. Modelo banda base equivalente

En las aplicaciones inalámbricas típicas, la información se transmite en una banda de frecuencia B centrada en la portadora f_c , es decir, en el intervalo $[f_c - B/2, f_c + B/2]$. Esto se conoce como transmisión pasabanda. Sin embargo, los procesos de modulación/demodulación, codificación/decodificación, sincronización etc., se realizan en una banda de frecuencias $[-B/2, B/2]$ centrada en el origen. Este intervalo de frecuencia se conoce como banda base. En la última etapa del transmisor, la señal es llevada desde banda base hasta la frecuencia de operación f_c ². En el receptor, luego de pasar por el canal, la señal pasabanda es llevada nuevamente a banda base³. Es lógico entonces tener un modelo banda base equivalente del sistema antes descrito para que no sea necesario tener en cuenta las traslaciones en frecuencia al momento de diseñar o analizar los sistemas.

Consideremos una señal real $s(t)$ con transformada de Fourier $S(f)$, de banda limitada en $[-f_c - B/2, -f_c + B/2]$; $[f_c - B/2, f_c + B/2]$ y con $B < 2f_c$. El equivalente *banda base complejo* $s_b(t)$ está definido como la señal cuya transformada de Fourier resulta:

$$S_b(f) = \begin{cases} \sqrt{2}S(f + f_c) & f + f_c > 0 \\ 0 & f + f_c \leq 0. \end{cases} \quad (2.6)$$

El factor $\sqrt{2}$ iguala la energía de ambas señales. Como $s(t)$ es real, su transformada de Fourier es Hermítica alrededor del origen, lo que implica que $s_b(f)$ tiene toda la información contenida en $s(t)$. En la Fig. 2.1 se ilustra cómo se obtiene $S_b(f)$ a partir de $S(f)$.

²Este proceso se lo conoce como *upconversion*

³En este caso, *downconversion*

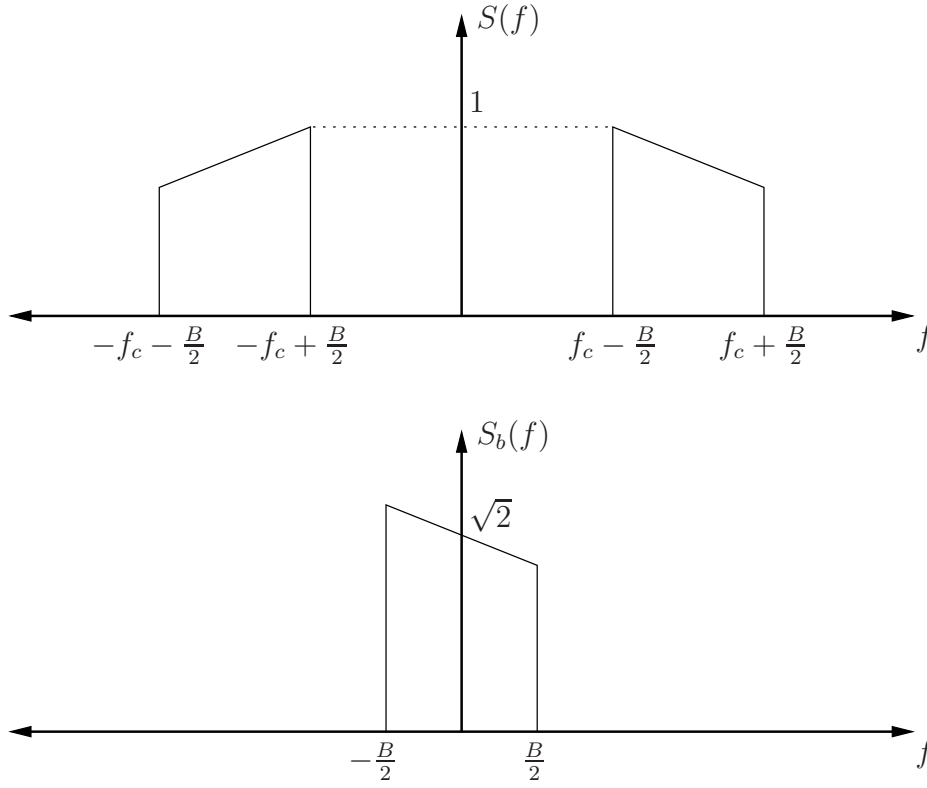


Figura 2.1: Envoltente compleja de la señal $s(t)$.

La señal $s(t)$ puede reconstruirse a partir de $s_b(t)$, notando que

$$S(f) = \frac{S_b(f - f_c) + S_b^*(-f - f_c)}{\sqrt{2}} \quad (2.7)$$

donde $(\cdot)^*$ denota el complejo conjugado. Tomando la transformada de Fourier inversa, resulta:

$$\begin{aligned} s(t) &= \frac{1}{\sqrt{2}} \{s_b(t)e^{j2\pi f_c t} + s_b^*(t)e^{-j2\pi f_c t}\} = \sqrt{2} \operatorname{Re}\{s_b(t)e^{j2\pi f_c t}\} \\ &= \sqrt{2} \operatorname{Re}\{s_b(t)\} \cos(2\pi f_c t) - \sqrt{2} \operatorname{Im}\{s_b(t)\} \sin(2\pi f_c t). \end{aligned} \quad (2.8)$$

En resumen tenemos que la señal pasabanda $s(t)$ puede obtenerse modulando $\operatorname{Re}\{s_b(t)\}$ por $\sqrt{2} \cos(2\pi f_c t)$, $\operatorname{Im}\{s_b(t)\}$ por $-\sqrt{2} \sin(2\pi f_c t)$ y sumando los resultados. Por otro lado, también podemos obtener la señal banda base $\operatorname{Re}\{s_b(t)\}$ o $\operatorname{Im}\{s_b(t)\}$, modulando $s(t)$ por $\sqrt{2} \cos(2\pi f_c t)$ o $-\sqrt{2} \sin(2\pi f_c t)$ respectivamente, seguido de un filtro pasa bajo. En la Fig. 2.2 se muestra un esquema de la conversiones mencionadas.

Ahora que se tiene una representación banda base de una señal, retomaremos la descripción del sistema completo considerando el canal multicamino con desvanecimiento descrito en la

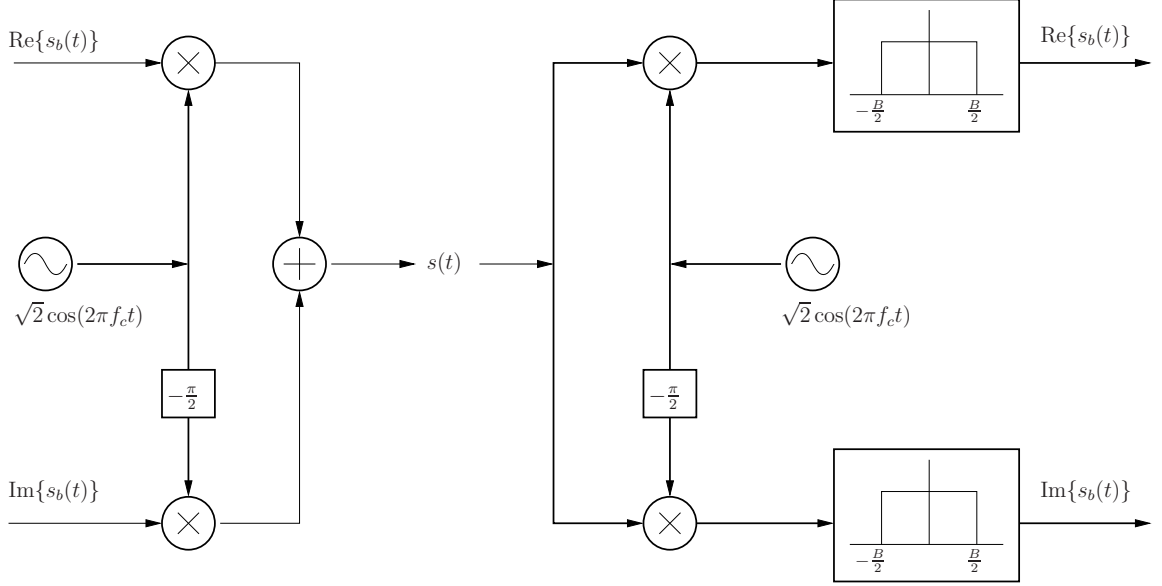


Figura 2.2: Modelo completo del sistema, desde la señal banda base del transmisor $x_b(t)$ hasta la señal banda base en el receptor $y_b(t)$.

Ec. (2.3). Sean $x_b(t)$ e $y_b(t)$ los equivalentes banda base complejos de la señal transmitida $x(t)$ y la señal recibida $y(t)$, respectivamente. La señal $\text{Re}\{x_b(t)\}$ se conoce como la componente en fase, mientras que $\text{Im}\{x_b(t)\}$ es la componente en cuadratura que se encuentra rotada $\pi/2$ de la anterior. A continuación se calculará un equivalente banda base del canal. Substituyendo $x(t) = \sqrt{2}\text{Re}\{x_b(t)e^{j2\pi f_c t}\}$ e $y(t) = \sqrt{2}\text{Re}\{y_b(t)e^{j2\pi f_c t}\}$ en (2.1), obtenemos

$$\begin{aligned} \text{Re}\{y_b(t)e^{j2\pi f_c t}\} &= \sum_i a_i(t)\text{Re}\{x_b(t - \tau_i(t))e^{j2\pi f_c(t - \tau_i(t))}\} \\ &= \text{Re} \left[\left\{ \sum_i a_i(t)x_b(t - \tau_i(t))e^{-j2\pi f_c \tau_i(t)} \right\} e^{j2\pi f_c t} \right]. \end{aligned} \quad (2.9)$$

De manera similar, se puede obtener

$$\text{Im}\{y_b(t)e^{j2\pi f_c t}\} = \text{Im} \left[\left\{ \sum_i a_i(t)x_b(t - \tau_i(t))e^{-j2\pi f_c \tau_i(t)} \right\} e^{j2\pi f_c t} \right]. \quad (2.10)$$

En consecuencia, el modelo banda base equivalente resulta

$$y_b(t) = \sum_i a_i^b(t)x_b(t - \tau_i(t)), \quad (2.11)$$

donde $a_i^b(t) = a_i(t)e^{-j2\pi f_c \tau_i(t)}$. De la Ec. (2.11) podemos inferir que la respuesta impulsiva del canal equivalente es

$$h_b(\tau, t) = \sum_i a_i^b(t) \delta(\tau - \tau_i(t)). \quad (2.12)$$

De la Ec. (2.11) se puede notar que la salida banda base del sistema equivalente es la suma de las réplicas atenuadas y retrasadas de la señal banda base enviada. El coeficiente de atenuación del término i -ésimo cambia lentamente, en una escala de tiempo del orden de los segundos o más. En cambio, la fase cambia significativamente⁴ cuando el cambio en el retardo de un camino es del orden de $1/(4f_c)$ o una longitud de onda equivalente de $c/(4f_c)$, es decir, la cuarta parte de una longitud de onda. Si el largo del camino está cambiando a una velocidad v , el tiempo requerido para ese cambio en la fase es $c/(4fv)$. Recordando que el desplazamiento Doppler⁵ para una frecuencia f es $D = fv/c$, donde c es la velocidad de la luz, y notando que $f \approx f_c$ para un sistema de banda angosta, el tiempo requerido para el cambio de fase mencionado anteriormente resulta $1/(4D)$.

Si definimos $H_b(f; t)$ a la transformada de Fourier de $h_b(\tau, t)$ para un t fijo, es fácil notar que $H_b(f; t) = H(f + f_c, t)$ para $|f| < B/2$ es la respuesta en frecuencia del canal original desplazada por la frecuencia de portadora, para el mismo t [30].

2.3. Modelo discreto del canal

El siguiente paso hacia el modelo completo que describe el comportamiento del canal es convertir el modelo de tiempo continuo a tiempo discreto. Suponiendo que la señal banda base $x_b(t)$ tiene ancho de banda $B/2$, podemos expresarla utilizando la representación que surge del teorema de muestreo, como

$$x_b(t) = \sum_n x[n] \operatorname{sinc}(Bt - n), \quad (2.13)$$

donde $x[n] = x_b(n/B)$ y $\operatorname{sinc}(t) = \operatorname{sen}(\pi t)/(\pi t)$. Según el teorema de muestreo, cualquier forma de onda de banda limitada a $B/2$, puede expandirse en términos de la base ortogonal $\{\operatorname{sinc}(Bt - n)\}_n$, con coeficientes dados por las muestras $x[n]$, tomadas en múltiplos enteros de $1/B$.

Reemplazando la representación de $x_b(t)$ en la Ec. (2.11), resulta

⁴ $\pi/2$ se considera un cambio significativo.

⁵El efecto Doppler produce un desplazamiento de la frecuencia de una onda que es percibida por un observador, si hay una diferencia relativa de velocidad entre él y la fuente que emite la onda.

$$y_b(t) = \sum_n x[n] \sum_i a_i^b(t) \operatorname{sinc}(Bt - B\tau_i(t) - n). \quad (2.14)$$

Si tomamos muestras a una tasa B de $y_b(t)$ dada en la Ec. (2.14), obtenemos

$$y[m] = \sum_n x[n] \sum_i a_i^b(m/B) \operatorname{sinc}(m - n - B\tau_i(m/B)). \quad (2.15)$$

Considerando el cambio de variable $q = m - n$, la expresión anterior resulta

$$y[m] = \sum_q x[m - q] \sum_i a_i^b(m/B) \operatorname{sinc}(q - B\tau_i(m/B)), \quad (2.16)$$

de donde se puede inferir el modelo discreto del canal de comunicaciones es

$$h_q[m] = \sum_i a_i^b(m/B) \operatorname{sinc}(q - B\tau_i(m/B)), \quad (2.17)$$

y en consecuencia la señal recibida

$$y[m] = \sum_q h_q[m] x[m - q]. \quad (2.18)$$

Finalmente $h_q[m]$ es el q -ésimo coeficiente complejo del canal en el tiempo m . Su valor es función principalmente de las ganancias $a_i^b(t)$ de los caminos cuyos retardos $\tau_i(t)$ estén cercanos a q/B . Esto es debido al lóbulo principal de la función $\operatorname{sinc}(t)$. En el caso particular de que las ganancias y los retardos no dependan del tiempo, el canal resultará invariante en el tiempo [30].

2.4. Ruido blanco aditivo Gaussiano

El paso final en la construcción del modelo de canal del sistema completo es el agregado del ruido. Se denomina ruido a toda onda que perturba la transmisión y el procesamiento de señales en el sistema. Los ejemplos más comunes son el ruido Shot, debido a la naturaleza discreta de la corriente, y el ruido térmico ⁶, debido al movimiento aleatorio de los electrones en un conductor. En ambos, casos se considera que tienen distribución Gaussiana.

El análisis de ruido en el sistema está normalmente basado en una idealización conocida como *ruido blanco*, el cual es un proceso estocástico Gaussiano, estacionario en sentido amplio,

⁶También conocido como ruido Johnson.

de media cero y no correlado. Es decir, si el ruido es $w(t)$, entonces $E\{w(t)w(t+\tau)\} = N_0/2\delta(\tau)$. Esto implica que la densidad espectral de potencia es constante e igual a $N_0/2$. El término blanco se debe a que se considera que la densidad espectral de potencia es independiente de la frecuencia [31].

Agregando ruido blanco aditivo Gaussiano (AWGN) al sistema (2.1) resulta

$$y(t) = \sum_i a_i(t)x(t - \tau_i(t)) + w(t). \quad (2.19)$$

Si consideramos el canal banda base muestreado (2.18), el modelo equivalente con ruido resulta

$$y[m] = \sum_q h_q[m]x[m - q] + w[m], \quad (2.20)$$

donde $w[m]$ es el ruido blanco complejo banda base, obtenido luego de llevar el ruido $w(t)$ a banda base y muestrearlo a la salida del filtro pasa bajos. La varianza de la parte real e imaginaria de $w[m]$ resulta $N_0/2$. Este ruido lo notaremos $w[m] \rightarrow \mathcal{N}/(0, \sigma^2)$, donde $\sigma^2 = N_0$ [30].

2.5. Coherencia en tiempo y frecuencia

El objetivo de esta subsección es establecer una medida de cuán rápido el canal varía con el tiempo y con la frecuencia.

Si bien en la expresión (2.17) todos los términos varían con el tiempo, considerando que $f_c \gg B$ puede determinarse que los cambios más significativos dependen de la diferencia de desplazamientos Doppler entre los caminos que contribuyen al q -ésimo coeficiente. Esto se conoce como dispersión Doppler (D_s). El tiempo de coherencia T_c es una manera aproximada de determinar el intervalo de tiempo sobre el cual el canal puede considerarse invariante en el tiempo. El tiempo de coherencia puede definirse como:

$$T_c \approx \frac{1}{4D_s}. \quad (2.21)$$

Un canal se considera de desvanecimiento rápido⁷ si T_c es más corto que el tiempo que necesita el sistema de comunicaciones para realizar la transmisión de los datos. Por otro lado, el canal es lento⁸ si T_c es más grande. En otras palabras, en un canal rápido es posible transmitir símbolos sobre múltiples desvanecimientos del canal, mientras que en un canal lento no.

⁷Fast fading en inglés

⁸Slow fading en inglés

De la Ec. (2.5) podemos ver que la contribución de fase de un camino en particular tiene fase lineal en f . Para el caso de múltiples caminos la diferencia de fase depende de la diferencia entre los retardos de dichos caminos. Definimos la dispersión multicamino T_d como la diferencia más grande entre caminos significativos. Esta diferencia es la que causa el desvanecimiento en frecuencia, por lo que podemos definir el ancho de banda de coherencia como:

$$B_c \approx \frac{1}{2T_d}. \quad (2.22)$$

Cuando B , el ancho de banda de la señal a transmitir, es considerablemente menor que B_c , el canal se considera con desvanecimiento plano. En este caso T_d es mucho menor que el tiempo de símbolo $1/B$ y el canal es representado por un sólo coeficiente. Cuando B es mucho más grande que B_c , se dice que el canal es selectivo en frecuencia.

2.6. Modelos estadísticos del canal

En las secciones anteriores hemos visto como es posible construir un modelo de canal a partir del conocimiento del sistema, es decir, del conocimiento de la ubicación del transmisor y el receptor, las velocidades relativas, la cantidad de dispersores, etc. Si bien estos parámetros se pueden medir, esta tarea resultaría extremadamente compleja y sólo se obtendría una descripción particular. Desde el punto de vista de diseño sería muy útil generar modelos estadísticos del canal que permitan evaluar y comparar el desempeño de nuevos algoritmos, esquemas de modulación, codificación, etc.

Los modelos estadísticos son en general bastante inexactos, ya que derivan de suposiciones poco realistas que facilitan su derivación. De todas maneras, proveen una forma de obtener resultados teóricos y sacar conclusiones sobre el desempeño del sistema sin contar con mediciones experimentales.

El modelo más simple de los coeficientes del canal discreto es el Rayleigh. En este se supone que una cantidad grande de caminos contribuyen a un determinado coeficiente. De esta manera, considerando el teorema del límite central, se obtiene que cada coeficiente resulta una variable aleatoria Gaussiana compleja. Se supone que la varianza de cada coeficiente es función de q , pero independiente de m . Finalmente se obtiene que la magnitud de cada coeficiente es una variable aleatoria Rayleigh con distribución

$$p_{h_q}(x) = \begin{cases} \frac{x}{\sigma_q^2} \exp\left\{\frac{-x^2}{2\sigma_q^2}\right\} & \text{si } x \geq 0 \\ 0 & \text{si } x < 0, \end{cases} \quad (2.23)$$

donde σ_q^2 es la varianza de la componente q -ésima del canal.

En caso de que exista un camino directo, o también conocido como línea de vista⁹, éste tenga gran magnitud y además exista una gran cantidad de caminos independientes, el canal puede modelarse como

$$h_q[m] = \sigma_q \left(\sqrt{\frac{K_r}{K_r + 1}} \rho[m] + \sqrt{\frac{1}{K_r + 1}} \mu[m] \right). \quad (2.24)$$

El primer término corresponde al camino de línea de vista definido como $\rho[m] = e^{j\theta}$ en el caso de un canal estático (sin Doppler), donde θ es la fase uniforme con que arriba la componente de línea de vista. El segundo término $\mu[m]$ corresponde al conjunto de todos los caminos reflejados, independientes de $\rho[m]$ y con distribución $\mathcal{CN}(0, 1)$, donde \mathcal{CN} es una variable aleatoria Gaussiana compleja. El parámetro K_r es la relación de energía entre el camino de línea de vista y los caminos reflejados. Cuanto más grande K_r , más determinístico resulta el modelo del canal. La magnitud del coeficiente del canal con línea de vista tiene distribución *Riceana* y se define como [30]

$$p_{h_q}(x) = \begin{cases} \frac{x}{\sigma_q^2} \exp\left\{\frac{-x^2+1}{2\sigma_q^2}\right\} I_0\left(\frac{x}{\sigma_q}\right) & \text{si } x \geq 0 \\ 0 & \text{si } x < 0, \end{cases} \quad (2.25)$$

donde $I_0(\cdot)$ es la función de Bessel de primera clase y orden cero.

El modelo Rayleigh y el Riceano modelan la amplitud de los coeficientes del canal, pero no su variación temporal. Un modelo estadístico clásico para caracterizar la distorsión generada por un canal con desvanecimiento rápido es el de Jakes. En este modelo se supone que una antena omnidireccional que se mueve a una velocidad v , recibe una gran cantidad de caminos en el plano horizontal, desde reflectores uniformemente distribuidos.

Considerando las hipótesis anteriores, las componentes en fase y cuadratura de cada camino resultan procesos estocásticos Gaussianos de media cero, varianza σ_J^2 y función autocorrelación

$$R_J(\tau) = \sigma_J^2 I_0(2\pi D_s \tau) \quad (2.26)$$

Para este caso, el módulo de los coeficientes de canal tiene distribución Rayleigh y la densidad espectral de potencia del Doppler, definida como la transformada de Fourier de la función (2.26), resulta

⁹ *Line of sight* en inglés.

$$P_J(f) = \begin{cases} \frac{2\sigma_J^2}{\pi\sqrt{D_s^2-f^2}} & \text{si } |f| \leq D_s \\ 0 & \text{en caso contrario.} \end{cases} \quad (2.27)$$

La clásica forma del espectro Jakes puede verse en la Fig. 2.3. Es importante destacar que, en la mayoría de los casos prácticos, la densidad espectral de potencia del espectro Doppler difiere considerablemente de la obtenida con el modelo de Jakes [6]. En otros casos el espectro Doppler con distribución Gaussiana es más apropiado [32].

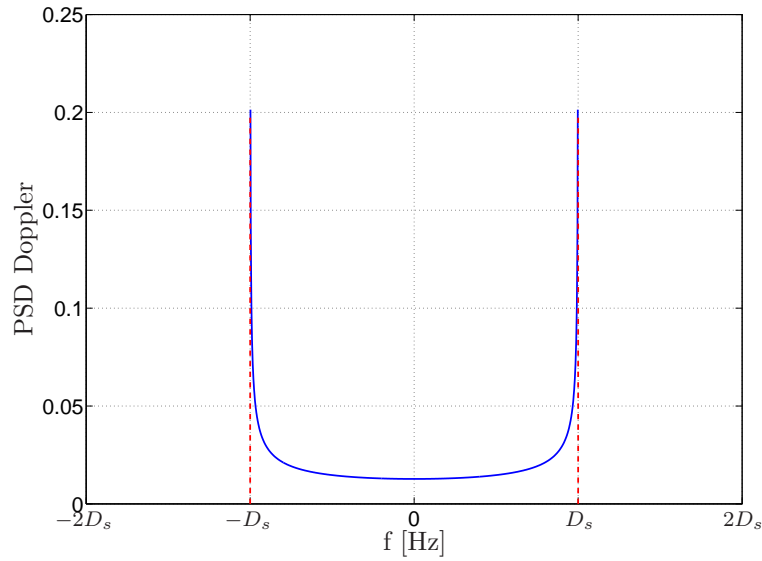


Figura 2.3: Densidad espectral del potencia del espectro Doppler obtenido con el modelo de Jakes para $D_s = 50\text{Hz}$ y $\sigma_J^2=1$.

2.7. Modelos del desplazamiento de frecuencia de portadora

El desplazamiento de la frecuencia de portadora (**CFO**) es la diferencia que existe entre la frecuencia de la portadora de la onda recibida y la frecuencia generada por el oscilador local (**LO**). Como el **CFO** produce una degradación importante en el desempeño de los sistemas multiportadora, es útil contar con un modelo que lo describa. En esta sección se presenta un modelo de **CFO** que contempla su variación temporal.

El **CFO** puede deberse a dos causas principales: la movilidad del usuario y la deriva del oscilador local (se supone que el oscilador local no introduce *ruido de fase*¹⁰ [33]). Considerando

¹⁰*Phase noise* en inglés.

el tiempo que dura una transmisión, la deriva del LO puede considerarse como una fuente de CFO invariante en tiempo, debido a que depende de parámetros que varían lentamente como: la temperatura, el voltaje de alimentación, etc. Por otro lado, el CFO relacionado con la movilidad (debido al efecto Doppler) puede ser variante en el tiempo y depende de las características del canal [34]. Como consecuencia, para un usuario con baja movilidad el CFO es casi constante y su estimación es requerida una vez, o a lo sumo unas pocas veces durante la transmisión. En cambio si el usuario tiene alta movilidad, el CFO puede cambiar rápidamente y su estimación puede requerirse varias veces durante la comunicación.

El CFO producido por el LO, denotado f_{lo} , es principalmente debido a imprecisiones en el cristal. Los cristales para dispositivos portables de bajo costo tienen una precisión de ± 20 ppm [35]. El máximo desplazamiento Doppler para dispositivos móviles es varias veces menor, por ejemplo para una velocidad de 200km/h el desplazamiento Doppler equivalente es de 0.185 ppm.

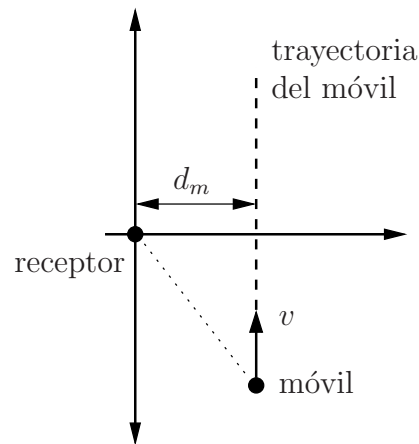


Figura 2.4: Dinámica del móvil para el modelado del CFO variante en el tiempo.

Entre los canales típicos que producen CFO variante en el tiempo están aquellos con componente de línea de vista, es decir canales Riceanos. En [34] se presenta un escenario simple, aunque realista, para modelar las variaciones de CFO. En este modelo, mostrado en la Fig. 2.4, un móvil con velocidad v se mueve relativo al receptor siguiendo una trayectoria recta, produciendo una variación en la fase de la componente de línea de vista $\rho[m]$. Considerando las varianzas de los coeficientes del canal $\{\sigma_{h_q^2}\}_{q=0}^{L-1}$, el desplazamiento Doppler medio para el símbolo q está dado por

$$\bar{f}_d(q) = \frac{\sigma_{h_0}^2 K_r f_d(q)}{(K_r + 1) \sum_{q=0}^{L-1} \sigma_{h_q^2}}, \quad (2.28)$$

donde $f_d(q)$ es el desplazamiento Doppler de la componente de línea de vista para el símbolo q . Siguiendo una aproximación lineal las variaciones de la frecuencia Doppler pueden describirse como:

$$f_d(q) = -f_c \frac{v^2}{cd_m} T_s q, \quad (2.29)$$

donde d_m es la distancia entre el transmisor y el receptor y T_s es el tiempo de símbolo. En consecuencia podemos modelar el CFO variante como:

$$\Delta f(q) = f_{lo} + \bar{f}_d(q), \quad (2.30)$$

donde f_{lo} es constante y representa al corrimiento de la frecuencia de portadora debido a imprecisiones del oscilador y $\bar{f}_d(q)$ es variante en el tiempo y corresponde al corrimiento debido al efecto Doppler.

2.8. Comentarios finales

En esta sección se presenta el modelo banda base discreto del canal de comunicaciones que se utilizará en los Capítulos siguientes, incluyendo la caracterización del ruido. Se describe la coherencia en tiempo y frecuencia que establecen a grosso modo si el canal es selectivo en tiempo y/o en frecuencia. Además se introducen los modelos de canal Rayleigh y Riceano para la magnitud de los coeficientes del canal, así como también el de Jakes que modela la variación temporal. Finalmente se describe un modelo para el desplazamiento de frecuencia de portadora variante en el tiempo que contempla los efectos de las imprecisiones del oscilador local y los debidos al efecto Doppler.

Capítulo 3

Sistemas de modulación multiportadora

El principal inconveniente con los canales selectivos en frecuencia, descritos en la Sección 2.5 del Capítulo 2, es que introducen interferencia intersímbolo (ISI). Esta interferencia puede causar gran deterioro en el desempeño del sistema por lo que es necesario eliminarla. La manera usual de hacerlo en sistemas de portadora simple es utilizando un filtro llamado *ecualizador*, que puede ser diseñado utilizando diversos criterios. En situaciones prácticas, el ecualizador requiere una gran cantidad de coeficientes para eliminar razonablemente la ISI, pero el aumento de estos, incrementa la complejidad del receptor lo que no es admisible en algunas aplicaciones. El principio de la transmisión multiportadora es convertir un flujo de datos en serie de alta velocidad en múltiples flujos paralelos de baja velocidad. Cada flujo paralelo se modula en una subportadora diferente. Como la tasa de símbolo de datos en cada subportadora es mucho menor que la tasa del flujo serie original, los efectos del canal (ISI) decrecen significativamente, reduciendo la complejidad del ecualizador. El esquema de modulación basado en portadoras ortogonales (OFDM) es una técnica de baja complejidad que permite modular múltiples subportadoras utilizando procesamiento digital de señales [36].

Teniendo en cuenta la ortogonalidad del sistema OFDM, se puede definir un esquema de modulación multiusuario denominado acceso múltiple por división en frecuencias ortogonales (OFDMA). Este método es considerado una de las más prometedoras técnicas para proveer datos a una alta tasa de transmisión en sistemas inalámbricos multiusuario. En OFDMA un conjunto de subportadoras es asignado a cada usuario de acuerdo a un esquema de asignación de portadoras (CAS). Además, el método provee alta eficiencia espectral, robustez frente a desvanecimiento multicamino, una simple ecualización y baja interferencia de acceso múltiple (MAI).

Otra técnica de modulación multiusuario basada en portadoras múltiples puede implementarse utilizando banco de filtros. Dicha técnica es conocida como modulación multiportadora basada en banco de filtros (**FBMC**) y puede considerarse una extensión del concepto de **OFDM**. El banco de filtros reemplaza la ventana temporal rectangular, asociada a la modulación **OFDM**, por una respuesta impulsiva general. Esto permite reducir la interferencia interportadora (**ICI**) y hace que el sistema sea menos propenso a errores de sincronismo en frecuencia.

En éste capítulo se introducen las formulaciones matemáticas de los esquemas de modulación **OFDM**, **OFDMA** y **FBMC** que se utilizarán a lo largo de la tesis en los capítulos que siguen.

3.1. Consideraciones del sistema

Se considera un sistema centralizado donde una estación base controla el flujo de información desde y hacia el usuario. La comunicación desde la estación base al usuario la llamaremos enlace de bajada¹, mientras que la del usuario a la estación base enlace de subida²[3, 4]. El usuario puede ser fijo o móvil, lo que definirá las características del canal y el **CFO**, como se introdujo en la Sección 2.7 del Capítulo 2. Los datos a transmitir se agrupan en bloques, o símbolos multiportadora, de N subportadoras donde N_a de ellas se utilizan para transmisión de datos ($N_a < N$) y las restantes son portadoras virtuales (**VC**) ubicadas en los bordes de la banda, es decir $N_{vc} = (N - N_a)/2$ con $(N - N_a)$ par. Las portadoras virtuales evitan la fuga espectral hacia las bandas vecinas [4].

Consideremos el ℓ -ésimo símbolo multiportadora transmitido en el dominio frecuencia

$$\mathbf{d}(\ell) = [X_0(\ell), \dots, X_{N-1}(\ell)]^T, \quad (3.1)$$

donde $(\cdot)^T$ es el operador transpuesta. Los símbolos complejos $X_m(\ell)$ a transmitir, pueden tomarse de constelaciones de desplazamiento de fase (**PSK**) así como también de modulación de amplitud en cuadratura (**QAM**), mientras que otros correspondientes a VCs son cero.

La respuesta impulsiva del canal variante en el tiempo de L coeficientes entre el usuario y la estación base es $h_q(n)$, donde q es el coeficiente del canal y n el índice de tiempo. Suponiendo que el canal no varía durante un símbolo multiportadora, es posible considerar su transformada de Fourier $H_m(\ell)$ de N puntos

¹ *Downlink* en inglés

² *Uplink* en inglés

$$H_m(\ell) = \sum_{q=0}^{N-1} h_q(\ell N) e^{-j \frac{2\pi m q}{N}}, \quad (3.2)$$

donde m es el índice de subportadora y ℓ el tiempo bloque. Esto se conoce como desvanecimiento por bloques ³. El CFO normalizado se define como $\xi(\ell) = \Delta f(\ell)/\Delta F$, donde $\Delta f(\ell)$ es el CFO variante en el tiempo definido en la Ec. (2.30) y ΔF es el espaciado interportadora.

3.2. Sistemas de multiplexado por división en frecuencias ortogonales (OFDM)

OFDM es un sistema de modulación ampliamente adoptado en muchos de los estándares modernos de transmisión de banda ancha, debido a su robustez contra los canales selectivos en frecuencia [5, 3]. En la Fig. 3.1 se observa el diagrama en bloques del esquema de modulación OFDM.

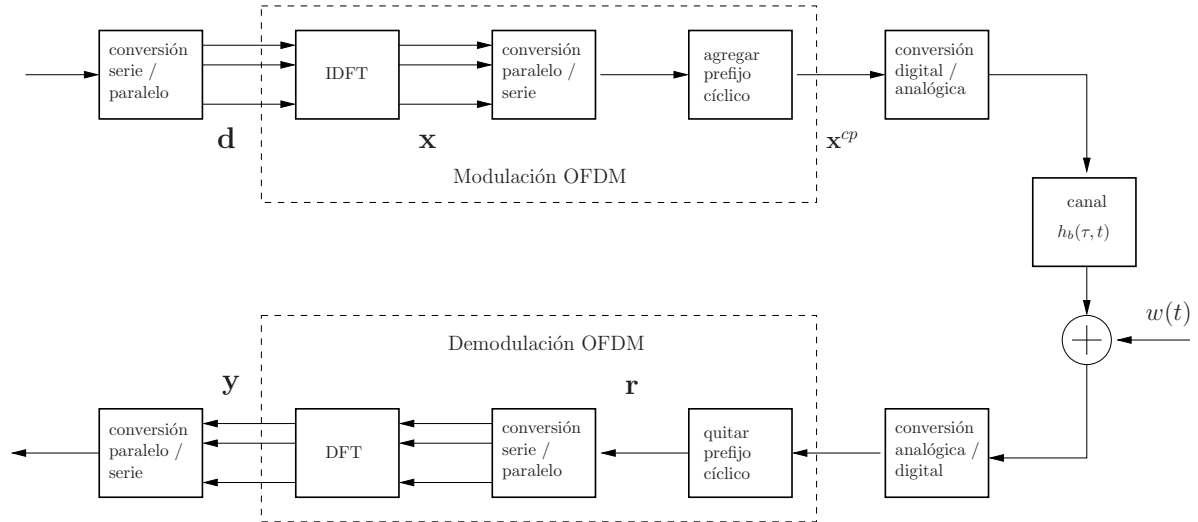


Figura 3.1: Esquema de la modulación OFDM.

La idea principal detrás de OFDM es dividir el flujo de datos de alta velocidad que se desea transmitir en N_a canales paralelos, que son modulados en portadoras ortogonales llamadas *subportadoras*. La operación se implementa de manera sencilla gracias a la transformada discreta de Fourier inversa (IDFT) de N puntos, donde $N \geq N_a$.

El ancho de banda equivalente para cada subportadora es N veces menor que el ancho de banda total. Si además este ancho de banda es menor que el ancho de banda de coherencia,

³Block fading en inglés.

el canal permanece plano para cada subportadora. De esa manera **OFDM** convierte un canal selectivo en frecuencia en varios canales planos adyacentes.

La transmisión de datos en el sistema **OFDM** se realiza en bloques. Como consecuencia de la dispersión del canal, se produce interferencia entre bloques contiguos, o interferencia interbloque (**IBI**), lo que limita el desempeño del sistema. Para eliminar dicha interferencia, en la práctica se utiliza un intervalo de guarda que se obtiene duplicando las últimas N_{cp} muestras del bloque al principio. Por esta razón se lo conoce como prefijo cíclico (**CP**). Luego de la inserción, se obtiene un símbolo extendido de $N_T = N + N_{cp}$ muestras que remueven totalmente la **IBI** siempre y cuando N_{cp} sea más grande que $L - 1$, donde L es la cantidad de coeficientes del canal. En la Fig. 3.2 se esquematiza la inserción del **CP**.

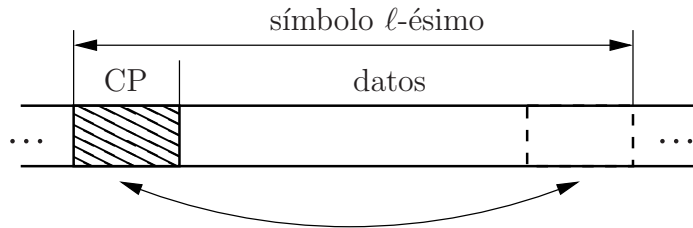


Figura 3.2: Inserción del prefijo cíclico.

En el receptor, se toman bloques de N_T símbolos y se descartan las primeras N_{cp} muestras de cada uno, que son las que contienen la **IBI**. Para obtener los símbolos demodulados se aplica la transformada discreta de Fourier (**DFT**) y luego el ecualizador de canal. Para entender en profundidad las propiedades fundamentales de **OFDM**, a continuación se introduce su modelo matemático [6].

3.2.1. Modelo de la señal OFDM

Para mayor claridad en la formulación siguiente, se considerará sólo un símbolo **OFDM**, con lo que se pierde la dependencia de ℓ en las variables. Siguiendo el esquema de la Fig. 3.1, luego de la conversión serie a paralelo (**S/P**), los datos a transmitir definidos en (3.1) se pasan por el bloque **IDFT**, cuya salida resulta

$$\mathbf{x} = \mathbf{F}_N^H \mathbf{d}, \quad (3.3)$$

donde

$$[\mathbf{F}_N]_{p,q} = \frac{1}{\sqrt{N}} e^{-j2\pi \frac{(p-1)(q-1)}{N}}, \quad \text{para } 1 \leq p, q \leq N \quad (3.4)$$

es la matriz de la **DFT** y el superíndice $(\cdot)^H$ representa la transpuesta hermítica⁴. Definiendo la matriz

$$\mathbf{T}^{cp} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{N_{cp} \times N} \\ \mathbf{I}_N \end{bmatrix}, \quad (3.5)$$

donde \mathbf{I}_N es la matriz identidad de $N \times N$ y $\mathbf{P}_{N_{cp} \times N}$ una matriz que colecta las últimas columnas de \mathbf{I}_N , podemos obtener la expresión del símbolo enviado con prefijo cíclico, como

$$\mathbf{x}^{cp} = \mathbf{T}^{cp} \mathbf{x}. \quad (3.6)$$

Luego los símbolos son convertidos a tiempo continuo utilizando un conversor digital-analógico. Finalmente, la señal analógica se traslada en frecuencia hasta la banda de transmisión y se amplifica antes de ser irradiada por la antena.

Ya en el receptor y considerando sincronismo temporal perfecto (en el Capítulo 4 se trata la estimación y compensación de errores de temporizado), la señal luego de descartar el **CP** puede expresarse de la siguiente manera

$$\mathbf{r} = \mathbf{D}_\xi \mathbf{B} \mathbf{F}_N^H \mathbf{d} + \mathbf{w}, \quad (3.7)$$

donde

$$\mathbf{D}_\xi = \text{diag}\{1, e^{j2\pi\xi/N}, \dots, e^{j2\pi\xi(N-1)/N}\} \text{ y}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} h_0 & 0 & \cdots & 0 \\ h_1 & h_0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{L-1} & h_{L-2} & \cdots & 0 \\ 0 & h_{L-1} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & h_0 \end{bmatrix}. \quad (3.8)$$

La matriz diagonal \mathbf{D}_ξ tienen en cuenta los efectos del **CFO**, \mathbf{B} es una matriz Toeplitz de $(N \times N)$ y representa la convolución circular del símbolo enviado con el canal y $\mathbf{w} = [w(0), \dots, w(N-1)]^T$ es un vector de **AWGN** de media cero y matriz de covarianza $\sigma^2 \mathbf{I}_N$; mientras que $\text{diag}\{\cdot\}$ denota

⁴Transpuesta conjugada

una matriz diagonal. En la formulación anterior está implícito que el canal permanece constante durante la duración de un símbolo **OFDM**, aunque el mismo puede variar de un símbolo a otro. En este punto debe notarse que el **CP** es el encargado de que la convolución lineal que permite obtener la expresión de la señal recibida pueda expresarse como una convolución circular. Parte de la sencillez de **OFDM** es debida a ello. Para demodular la señal se aplica la **DFT**, resultando

$$\mathbf{y} = \mathbf{F}_N \mathbf{D}_\xi \mathbf{B} \mathbf{F}_N^H \mathbf{d} + \mathbf{z}, \quad (3.9)$$

donde \mathbf{z} es el vector de ruido por portadora obtenido como $\mathbf{F}_N \mathbf{w}$. Si suponemos que $\xi = 0$, es decir que el sistema está sincronizado en frecuencia, $\mathbf{D}_\xi = \mathbf{I}_N$. Entonces, recordando la conocida propiedad de ortogonalización de matrices circulantes que poseen las matrices de la **DFT**, se obtiene

$$\mathbf{D}_H = \mathbf{F}_N \mathbf{B} \mathbf{F}_N^H \quad (3.10)$$

donde $\mathbf{D}_H = \text{diag}\{H_0, \dots, H_N\}$. Teniendo ésto en cuenta podemos reexpresar la señal recibida como

$$\mathbf{y} = \mathbf{D}_H \mathbf{d} + \mathbf{z}. \quad (3.11)$$

De la ecuación anterior es fácil ver que la ecualización del sistema **OFDM** es equivalente a ecualizar un conjunto de N enlaces ortogonales afectados por un canal plano (coeficiente complejo), con lo que la misma resulta trivial. Considerando el criterio de mínimos cuadrados (**LS**), la estimación de los símbolos enviados es

$$\hat{\mathbf{d}} = \mathbf{d} + \mathbf{D}_H^{-1} \mathbf{z}. \quad (3.12)$$

Cuando el sistema no está sincronizado en frecuencia, la matriz \mathbf{D}_ξ destruye la ortogonalidad entre subportadoras, por lo que es necesario compensar la interferencia generada por el **CFO** antes de realizar la ecualización. Eso se estudia principalmente en los Capítulos 4 y 5, y tangencialmente en el Capítulo 6 de esta tesis.

3.2.2. Formulación temporal

Para algunos desarrollos en capítulos siguientes es útil expresar las relaciones anteriores en forma temporal en vez de vectorial. En este caso además consideraremos la transmisión de

varios símbolos OFDM. De la Ec. (3.3) y teniendo en cuenta el CP, tenemos que la señal enviada resulta:

$$x(n) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{\ell \in \mathcal{Z}} \sum_{m=0}^{N-1} X_m(\ell) e^{j \frac{2\pi m(n-\ell N_T)}{N}} g_r(n + N_{cp} - \ell N_T) \quad (3.13)$$

donde

$$g_r(n) = \begin{cases} 1 & \text{si } 0 \leq n \leq N_T - 1 \\ 0 & \text{en caso contrario.} \end{cases} \quad (3.14)$$

En el receptor, luego de atravesar el canal variante en el tiempo, la señal resulta

$$r(n) = e^{j \frac{2\pi \xi n}{N}} \sum_{q=0}^{L-1} h_q(n) x(n-q) + w(n). \quad (3.15)$$

Si se considera que $N_{cp} \geq L - 1$, es posible descartar el CP a fin de eliminar la interferencia interbloque. Además, considerando que el canal no varía durante un símbolo OFDM (desvanecimiento por bloques), la expresión del símbolo ℓ -ésimo de la ecuación anterior puede escribirse considerando las variables en el dominio frecuencia de la siguiente manera:

$$r(n) = \frac{e^{j \frac{2\pi \xi n}{N}}}{\sqrt{N}} \sum_{m=0}^{N-1} X_m H_m e^{j \frac{2\pi m n}{N}} + w(n) \text{ para } 0 \leq n \leq N - 1, \quad (3.16)$$

donde H_m es la respuesta en frecuencia del canal para el bloque ℓ . Esta expresión es equivalente a la mostrada en la Ec. (3.7). Luego de la demodulación, la señal obtenida es

$$Y_m = \sum_{m'=0}^{N-1} \frac{X_{m'} H_{m'}}{N} \left(\sum_{n=0}^{N-1} e^{j 2\pi \frac{(m'-m+\xi)n}{N}} \right) + W_m. \quad (3.17)$$

donde W_m es el ruido en cada portadora. En caso de que no haya errores de sincronismo en frecuencia y generalizando la expresión para todos los bloques se tiene que

$$Y_m(\ell) = X_m(\ell) H_m(\ell) + W_m(\ell). \quad (3.18)$$

donde $W_m(\ell)$ es el vector de ruido en las portadoras correspondientes al bloque ℓ -ésimo.

3.3. Formulación de la modulación de acceso múltiple por división en frecuencias ortogonales (OFDMA)

El sistema de un único usuario, definido en la Sección 3.1, puede extenderse directamente al caso multiusuario, considerando que la señal que transmite cada usuario llega a la estación base luego de atravesar el canal de comunicaciones con sus respectivos errores de sincronismo, que en general son diferentes para cada usuario. Para el caso multiusuario las portadoras útiles se dividen en K subcanales de $N_k = N_a/K$ subportadoras, cada uno correspondiente a un usuario diferente. Para mantener un esquema de asignación tratable, cada subcanal está compuesto por un número entero de tejas⁵ de tamaño N_t . Las tejas de cada usuario pueden ser contiguas para formar una CAS por subbanda (SCAS), equiespaciadas para formar una CAS intercalada (ICAS), o puede seguir una regla más sofisticada (como es la maximización de la calidad del enlace para cada usuario), para formar la CAS generalizada (GCAS). La Fig. 3.3 muestra un ejemplo de CAS generalizada.

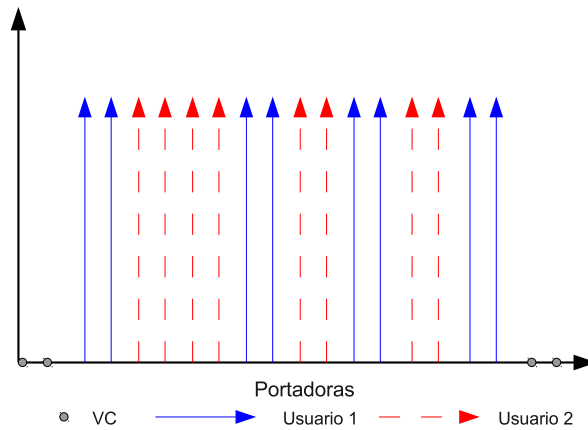


Figura 3.3: CAS generalizada con $N = 20$, $N_a = 16$, $K = 2$ y $N_t = 2$.

El conjunto de índices de subportadoras de cada usuario $\mathcal{I}_k = \{\mathcal{I}_0^{(k)}, \dots, \mathcal{I}_{N_k}^{(k)}\}$, donde $(\cdot)^{(k)}$ denota asignación al usuario k , está definido como disjunto, es decir

$$\mathcal{I}_k \cap \mathcal{I}_{k'} = \emptyset \text{ si } k \neq k' \quad (3.19)$$

y completo (contiene las N_a subportadoras)

⁵ Tiles en inglés

$$\mathcal{I} = \bigcup_{k=1}^K \mathcal{I}_k, \quad (3.20)$$

donde \mathcal{I} es el conjunto de todas las subportadoras. Las subportadoras de \mathcal{I}_k están asignadas de acuerdo a la **CAS** elegida. En el instante ℓ -ésimo, cada usuario transmite un símbolo en el dominio frecuencia definido por

$$\mathbf{d}^{(k)}(\ell) = [X_0^{(k)}(\ell), \dots, X_{N-1}^{(k)}(\ell)]^T, \quad (3.21)$$

donde

$$X_m^{(k)}(\ell) = \begin{cases} A_m^{(k)}(\ell) & \text{si } m \in \mathcal{I}_k \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases} \quad \text{para } 0 \leq m \leq N-1, \quad (3.22)$$

y $A_m^{(k)}(\ell)$ es un símbolo **QAM** o **PSK** complejo transmitido por el usuario k en la subportadora m y en el tiempo ℓ . Denotamos $h_q^{(k)}(n)$ al canal de comunicaciones entre la estación base y el usuario k y $\xi^{(k)}(\ell) = \Delta f^{(k)}(\ell)/\Delta F$ al **CFO** del usuario k , donde $\Delta f^{(k)}(\ell)$ es el desplazamiento en frecuencia correspondiente a ese usuario.

Para describir la modulación **OFDMA** se sigue un procedimiento similar al de la sección 3.2.1. Primero se aplica la **IDFT** a $\mathbf{d}^{(k)}$, definida en Ec. (3.21), para obtener el símbolo **OFDMA** correspondiente al usuario k (nuevamente se considera un sólo símbolo), obteniéndose

$$\mathbf{x}^{(k)} = \mathbf{F}_N^H \mathbf{d}^{(k)}. \quad (3.23)$$

En la estación base, luego de descartar el **CP**, la señal recibida es la superposición de las señales provenientes de cada usuario, y puede ser descripta por

$$\mathbf{r} = \sum_{k=1}^K \mathbf{r}^{(k)} + \mathbf{w}, \quad (3.24)$$

donde

$$\begin{aligned} \mathbf{r}^{(k)} &= \mathbf{D}^{(k)} \mathbf{F}_{N_a}^H \mathbf{s}^{(k)}, \\ \mathbf{D}_\xi^{(k)} &= \text{diag}\{1, e^{j2\pi\xi^{(k)}/N}, \dots, e^{j2\pi\xi^{(k)}(N-1)/N}\}, \\ \mathbf{s}^{(k)} &= [X_{N_{vc}}^{(k)} H_{N_{vc}}^{(k)} \dots X_{N-N_{vc}-1}^{(k)} H_{N-N_{vc}-1}^{(k)}]^T, \quad y, \end{aligned}$$

$$[\mathbf{F}_{N_a}]_{p,q} = \frac{1}{\sqrt{N}} e^{\frac{-j2\pi(p+N_{vc}-1)(q-1)}{N}} \text{ para } 1 \leq p \leq N_a \text{ y } 1 \leq q \leq N, \quad (3.25)$$

donde $N = N_{vc} + N_a$. La matriz $\mathbf{D}_\xi^{(k)}$ de $N \times N$, considera el efecto del CFO de cada usuario y $\mathbf{s}^{(k)}$ corresponde a los símbolos recibidos sin portadoras virtuales, sin errores de sincronismo y considerando los efectos del canal. La señal recibida ideal en el dominio frecuencia, es decir, sin CFO está dada por

$$\mathbf{s} = [S_{N_{vc}} \dots S_{N-N_{vc}-1}]^T, \quad (3.26)$$

donde $S_m = \sum_{k=1}^K X_m^{(k)} H_m^{(k)}$ para $N_{vc} \leq m \leq N - N_{vc} - 1$. Recordar que N_{vc} es el número de portadoras virtuales a cada lado del símbolo OFDMA. Debe notarse que las señales correspondientes a cada usuario no se superponen, como se definió en la Ec. (3.19). Considerando $\mathbf{s}^{(k)}$, la señal de cada usuario, podemos escribir

$$\mathbf{s}^{(k)} = \mathbf{\Psi}^{(k)} \mathbf{s} \quad (3.27)$$

donde $\mathbf{\Psi}^{(k)} = \text{diag}\{\Psi_0^{(k)}, \dots, \Psi_{N_a-1}^{(k)}\}$, con

$$\Psi_m^{(k)} = \begin{cases} 1 & \text{si } m \in \mathcal{I}_k \\ 0 & \text{en caso contrario,} \end{cases} \quad (3.28)$$

es una matriz de selección que toma las portadoras correspondientes al usuario k .

Luego, para demodular la señal se aplica la DFT a la Ec. (3.24), resultando

$$\mathbf{y} = \mathbf{F}_{N_a} \mathbf{r} = \mathbf{g} + \mathbf{z}, \quad (3.29)$$

donde

$$\mathbf{g} = \sum_{k=1}^K \mathbf{F}_{N_a} \mathbf{D}^{(k)} \mathbf{F}_{N_a}^H \mathbf{s}^{(k)} \quad (3.30)$$

y $\mathbf{z} = \mathbf{F}_{N_a} \mathbf{w}$. La matriz interferencia de cada usuario puede definirse como

$$\mathbf{\Pi}^{(k)} = \mathbf{F}_{N_a} \mathbf{D}^{(k)} \mathbf{F}_{N_a}^H. \quad (3.31)$$

Considerando la Ec. (3.27), tenemos que

$$\mathbf{g} = \sum_{k=1}^K \mathbf{\Pi}^{(k)} \mathbf{s}^{(k)} = \mathbf{\Pi} \mathbf{s}, \quad (3.32)$$

donde

$$\mathbf{\Pi} = \sum_{k=1}^K \mathbf{\Pi}^{(k)} \mathbf{\Psi}^{(k)}. \quad (3.33)$$

La m -ésima fila de la matriz $\mathbf{\Pi}$ describe la interferencia que cada símbolo enviado produce en la m -ésima portadora recibida. Como consecuencia, $\mathbf{\Pi}$ puede interpretarse como una *matriz interferencia* que relaciona el símbolo ortogonal \mathbf{s} , con el símbolo recibido \mathbf{g} en presencia de CFO [13]. En conclusión, la interferencia que produce el CFO puede describirse como una transformación lineal definida por la matriz $\mathbf{\Pi}$. Esta propiedad se utilizará en el Capítulo 7 para compensar los efectos del CFO.

En caso de que el sistema OFDMA esté sincronizado en frecuencia, o ya se hayan compensado sus efectos, $\mathbf{\Pi} = \mathbf{I}_M$. Entonces teniendo en cuenta la Ec. (3.32), la Ec. (3.29) puede expresarse de la siguiente manera

$$\mathbf{y} = \mathbf{s} + \mathbf{z}, \quad (3.34)$$

con lo que una estimación de los símbolos obtenidos puede realizarse como

$$\hat{\mathbf{d}}_M = \mathbf{D}_{\mathcal{H}} \hat{\mathbf{s}}, \quad (3.35)$$

donde $\hat{\mathbf{d}}_M$ es una estimación del símbolo OFDMA sin portadoras virtuales y considerando todos los usuarios, $\mathbf{D}_{\mathcal{H}} = \text{diag}\{\mathcal{H}_{N_{vc}}^{-1} \dots \mathcal{H}_{N-N_{vc}-1}^{-1}\}$ es la matriz de equalización y \mathcal{H}_m es la respuesta en frecuencia del canal que pertenece al usuario k si $m \in \mathcal{I}_k$.

3.4. Modulación multiportadora basada en banco de filtros (FBMC)

La técnica de transmisión FBMC puede pensarse como una extensión del concepto de OFDMA, en la que se reemplaza la ventana rectangular temporal por un filtro digital. Luego de la paralelización, cada símbolo se extiende por la acción de dicho filtro produciendo un solapamiento temporal [37]. La extensión temporal produce filtros altamente selectivos en frecuencia que reducen la interferencia interportadora y, por lo tanto, reducen la interferencia de

acceso múltiple, como se ve en la Fig. 3.4. Para evitar la interferencia interbloque, el par de filtros transmisor/receptor se deriva del criterio de Nyquist. A continuación se describe la formulación del esquema FBMC en un contexto multiusuario.

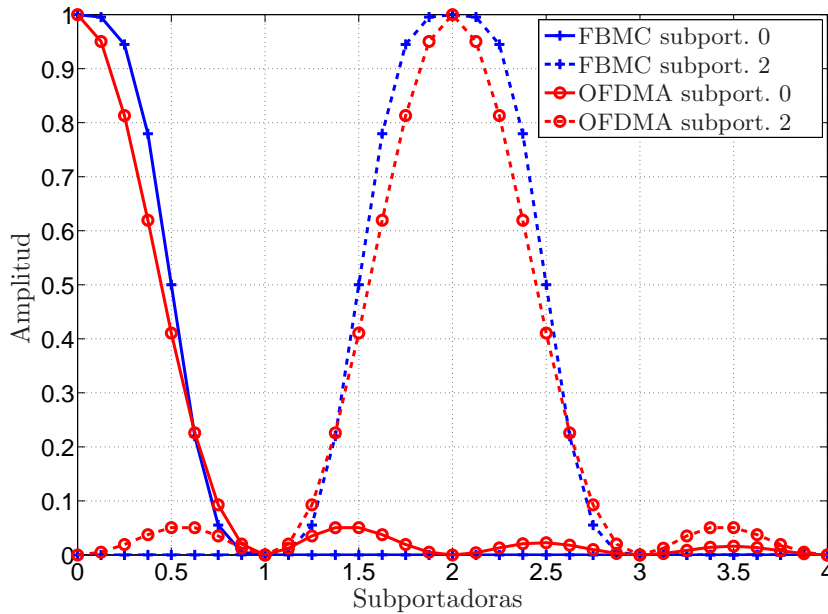


Figura 3.4: Comparación entre el filtro prototipo de FBMC y el filtro equivalente de OFDMA. En la figura se muestran moduladas las portadoras 0 y 2.

Bajo la premisa de baja complejidad, basamos el estudio de FBMC en el esquema utilizado en [37] y [38]. Esta implementación no requiere duplicar la estructura del transmisor/receptor, aunque utiliza el doble de la tasa de muestreo.

Para poder utilizar el filtro digital es necesario modular los datos empleando *desplazamiento-QAM* (OQAM) [38]. El preprocesamiento OQAM y el banco de filtros de síntesis (SFB) del transmisor FBMC se ilustran en la Fig. 3.5. El símbolo complejo $X_m^{(k)}(\ell)$, que corresponde a la muestra ℓ de la subportadora m y al usuario k , es convertido en dos símbolos reales con doble tasa de muestreo por el bloque $\mathbf{C2R}_m$ (el transmultiplexador utiliza símbolos reales). La señal OQAM $V_m^{(k)}(\nu)$ se obtiene luego de multiplicar por una secuencia auxiliar $\phi_{m,\nu}$. El índice ν resulta de sobremuestrear⁶ ℓ dos veces. Luego, la señal $V_m^{(k)}(\nu)$ pasa a través de otra secuencia auxiliar de multiplicadores $\beta_{m,\nu}$, el bloque IDFT y la descomposición polifásica del filtro prototipo $A_m(z^2)$. Finalmente, sobremuestreadores de $N/2$ y una cadena de retardos (formando un conversor serie

⁶Upsample en inglés.

a paralelo (S/P) con un solapamiento de $N/2$), procesan los datos resultando en $g^{(k)}(n)$, la señal modulada del usuario k .

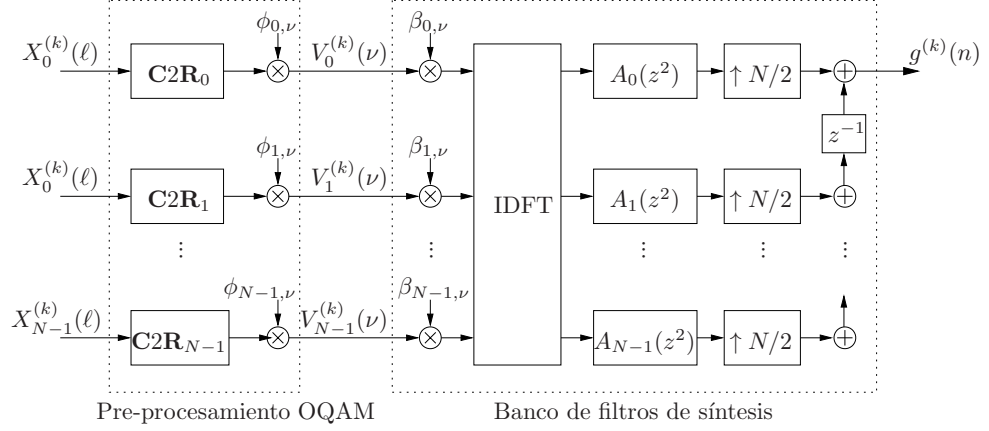


Figura 3.5: Banco de filtros de síntesis con transformación QAM/OQAM.

La entrada y salida del bloque de pre-procesamiento **OQAM** están relacionadas por

$$V_m^{(k)}(\nu) = \begin{cases} \phi_{m,\nu} \left[\left[\text{Re}\{X_m^{(k)}(\ell)\} \right]_{\uparrow 2} + \left[\text{Im}\{X_m^{(k)}(\ell)\} \right]_{\uparrow 2} * \delta(\nu - 1) \right] & \text{para } m \text{ par} \\ \phi_{m,\nu} \left[\left[\text{Re}\{X_m^{(k)}(\ell)\} \right]_{\uparrow 2} * \delta(\nu - 1) + \left[\text{Im}\{X_m^{(k)}(\ell)\} \right]_{\uparrow 2} \right] & \text{para } m \text{ impar} \end{cases} \quad (3.36)$$

donde $[\cdot]_{\uparrow 2}$ indica sobremuestreo del argumento,

$$\phi_{m,\nu} = \begin{cases} 1, j, 1, j, \dots & \text{para } m \text{ par} \\ j, 1, j, 1, \dots & \text{para } m \text{ impar,} \end{cases} \quad (3.37)$$

y $*$ es el operador de convolución lineal. Además, un diagrama en bloques de las operaciones involucradas en el pre-procesamiento **OQAM** se muestra en la Fig. 3.6.

Se define la respuesta impulsiva del filtro prototipo $p(n)$, de largo $L_{ov}N - 1$, donde L_{ov} es el factor de solapamiento (el número de símbolos **FBMC** que comprende el filtro prototipo). Entonces, en el banco de filtros de síntesis tenemos que $\beta_{m,\nu} = (-1)^{m(\nu+L_{ov})}$ y $a_m(n) = p(m + nN)$ con transformada Z $A_m(z^2)$, es decir que $a_m(n)$ es la m -ésima componente polifásica de tipo I de $p(n)$.

La señal recibida, considerando los efectos del canal inalámbrico y el **CFO** de cada usuario, resulta

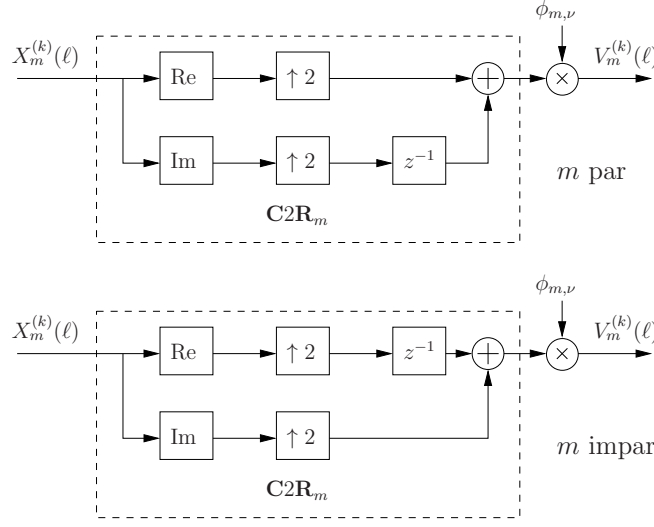


Figura 3.6: Pre-procesamiento OQAM.

$$y(n) = \sum_{k=1}^K \left(\sum_{q=0}^L h_q^{(k)}(n) g^{(k)}(n-q) \right) e^{j2\pi\xi^{(k)}n/N} + w(n), \quad (3.38)$$

donde $w(n)$ es el vector de **AWGN**.

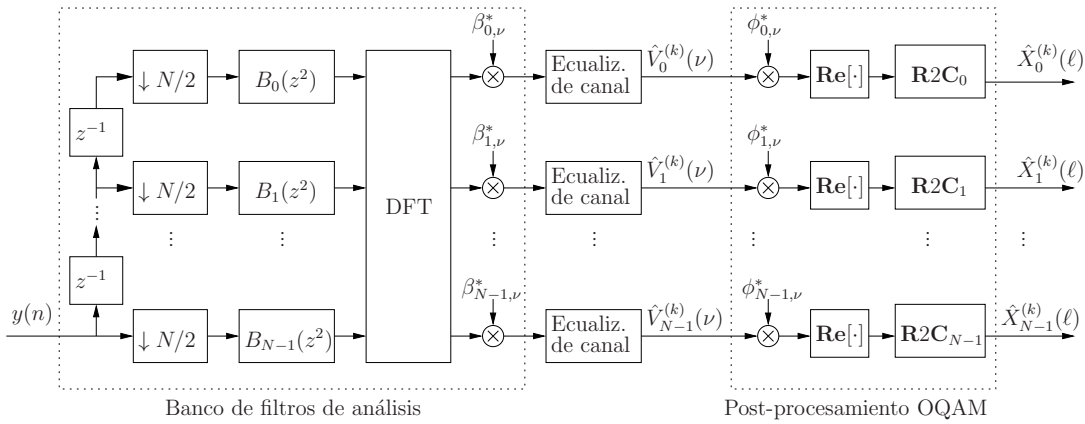


Figura 3.7: Banco de filtros de análisis con transformación QAM/OQAM.

En el receptor, ilustrado en la Fig. 3.7, los datos son convertidos de serie a N ramas paralelas con solapamiento de $N/2$, utilizando una cadena de retardos y $N/2$ submuestreadores⁷. Luego de esto, la señal pasa a través de la descomposición polifásica del filtro prototipo $B_m(z^2)$, el bloque **DFT**, y los multiplicadores $\beta_{m,\nu}^*$. El ecualizador elimina la **ICI** introducida por el canal

⁷ *Downsamplers* en inglés.

produciendo $\hat{V}_m^{(k)}(\nu)$, una estimación de los símbolos **OQAM** transmitidos. En el bloque de post-procesamiento, $\hat{V}_m^{(k)}(\nu)$ es multiplicada por $\phi_{m,\nu}^*$ y se convierte a símbolos complejos por los bloques **Re**[·] y **R2C** $_m$, produciendo $\hat{X}_m^{(k)}(\ell)$, una estimación de los datos **QAM** transmitidos.

Para el banco de filtros de análisis (**AFB**) tenemos que $b_m(n) = p(N - 1 - m + nN)$ es la m -ésima componente polifásica de $p(n)$ de tipo II, con transformada $ZB(z^2)$. El vector de salida correspondiente a las N ramas de la descomposición polifásica en el tiempo ν puede describirse por

$$r(\nu) = \sum_{q=0}^{L_{ov}-1} \mathbf{r}^{(q)}(\nu) \quad (3.39)$$

donde

$$\mathbf{r}^{(q)}(\nu) = \mathbf{y}(\nu + 2q) \odot \mathbf{p}(L_{ov} - q) \quad (3.40)$$

$$\mathbf{y}(n) = [y(nN/2), \dots, y(nN/2 + N - 1)]^T \quad (3.41)$$

$$\mathbf{p}(l) = [p(lN), \dots, p(lN - N + 1)]^T \quad (3.42)$$

y \odot denota el producto de vectores elemento a elemento. El canal puede ecualizarse utilizando un filtro de un coeficiente por portadora o varios, dependiendo de las características del mismo. Para mantener la premisa de baja complejidad, se considera solamente ecualización de un sólo coeficiente para el esquema **FBMC**. Luego, los símbolos antes del bloque de post-procesamiento **OQAM** están dados por

$$\hat{\mathbf{V}}^{(k)}(\nu) = \boldsymbol{\beta}^*(\nu) \odot \mathbf{H}(\nu) \odot \mathcal{F} \left(\sum_{q=0}^{L_{ov}-1} \mathbf{r}^{(q)}(\nu) \right) \quad (3.43)$$

donde $\mathcal{F}(\cdot)$ es la **DFT**, $\hat{\mathbf{V}}^{(k)}(\nu) = [\hat{V}_0^{(k)}(\nu) \dots \hat{V}_{N-1}^{(k)}(\nu)]^T$, $\hat{V}_m^{(k)}(\nu)$ es la salida del ecualizador de canal, $\boldsymbol{\beta}^*(\nu) = [\beta_{0,\nu}^* \dots \beta_{N-1,\nu}^*]^T$, $\mathbf{H}(\nu) = [\mathcal{H}_0^{-1}(\nu), \dots, \mathcal{H}_{N-1}^{-1}(\nu)]^T$ y $\mathcal{H}_m(\nu)$ es la respuesta en frecuencia del canal correspondiente al usuario k , subportadora m y tiempo ν si $m \in \mathcal{I}_k$. Debe notarse que como el banco filtros trabaja al doble de la tasa de muestreo, también así lo hace el ecualizador de canal.

La relación entrada salida del bloque de post-procesamiento **OQAM** está dada por

$$X_m^{(k)}(\ell) = \begin{cases} \left[\text{Re}\{\mathbf{V}_m^{(k)}(\nu)\phi_{m,\nu}^*\} \right]_{\downarrow 2} * \delta(\ell - 1) + j \left[\text{Re}\{\mathbf{V}_m^{(k)}(\nu)\phi_{m,\nu}^* * \delta(\nu - 1)\} \right]_{\downarrow 2} & \text{para } m \text{ par,} \\ j \left[\text{Re}\{\mathbf{V}_m^{(k)}(\nu)\phi_{m,\nu}^*\} \right]_{\downarrow 2} * \delta(\ell - 1) + \left[\text{Re}\{\mathbf{V}_m^{(k)}(\nu)\phi_{m,\nu}^* * \delta(\nu - 1)\} \right]_{\downarrow 2} & \text{para } m \text{ impar.} \end{cases} \quad (3.44)$$

donde $\lfloor \cdot \rfloor_{\downarrow 2}$ denota la operación de submuestreo. De la misma manera que para el caso anterior, las operaciones involucradas en el post-procesamiento se esquematizan con el diagrama en bloques de la Fig. 3.8.

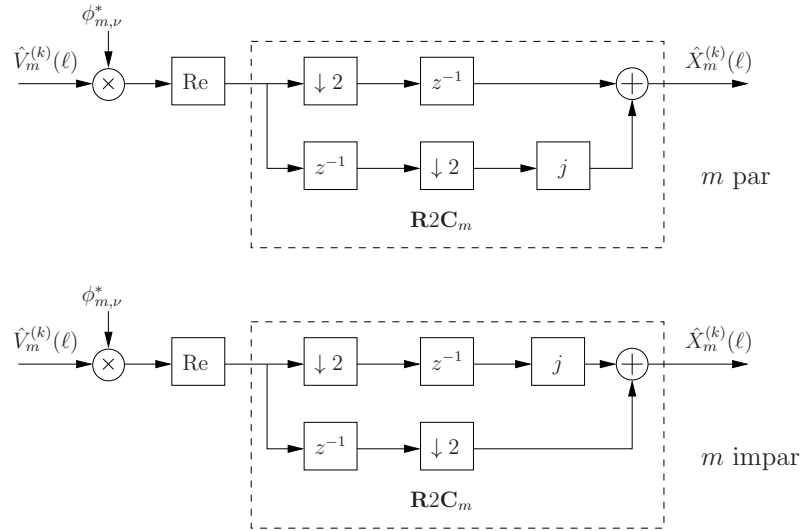


Figura 3.8: Post-procesamiento OQAM.

3.5. Comentarios finales

En éste capítulo se describen las formulaciones de los esquemas de modulación multiportadora utilizados en ésta tesis. En primer lugar se presenta el contexto general del sistema de comunicaciones y la estructura de datos enviados para el caso de un único usuario. Luego se introduce la formulación vectorial y temporal de la modulación OFDM, considerando los efectos del canal de comunicaciones y el CFO. Después, considerando un contexto multiusuario, se describe la modulación OFDMA teniendo en cuenta la matriz de interferencia que caracteriza la interferencia de acceso múltiple (MAI) introducida por el CFO. Finalmente, se introduce la modulación FBMC, incluyendo también los efectos del canal y el CFO.

Capítulo 4

Sincronismo temporal y frecuencial en OFDM

La sincronización juega un papel importante en el diseño de sistemas de comunicaciones digitales. Esencialmente esta función se encarga de recuperar algunos parámetros de referencia a partir de la señal recibida, los cuales son necesarios para una transmisión confiable.

En un sistema multiportadora, dichas tareas comprenden la sincronización del reloj de muestreo, sincronización temporal y de frecuencia. Si los relojes de muestreo del transmisor y el receptor no son iguales, se produce interferencia interportadora (ICI) a la salida de la DFT. En los sistemas modernos la tecnología de los osciladores permite asegurar que la diferencia de frecuencia entre los relojes de muestreo sea suficientemente pequeña como para degradar el desempeño del sistema de manera apreciable, por lo que en general este efecto no es considerado. En transmisiones por ráfagas¹, la sincronización temporal se encarga en primer lugar de estimar el comienzo de las tramas y luego de identificar el comienzo de cada símbolo multiportadora. Por otro lado, la sincronización de frecuencia tiene por objeto minimizar la diferencia entre la frecuencia de portadora de la señal recibida y la frecuencia del oscilador local. El corrimiento de frecuencia de portadora (CFO) puede deberse a diferencias entre los osciladores del transmisor y el receptor o también al efecto Doppler, como se estudia en el Capítulo 2. La falta de sincronismo, tanto temporal como frecuencial, produce una pérdida en la ortogonalidad entre las subportadoras lo que reduce el desempeño del sistema, en consecuencia es necesario estimar y compensar estos errores.

En este capítulo se estudian en primer lugar los efectos de los errores de sincronismo temporal y frecuencial. Luego se presentan los algoritmos de sincronización de temporizado y frecuencia,

¹*Burst-mode transmissions* en inglés.

haciendo especial énfasis en estos últimos ya que son especialmente perjudiciales para los sistemas multiportadora. Finalmente se concluye con una discusión sobre la influencia de diferentes aproximaciones utilizadas para obtener los estimadores presentados.

4.1. Sensibilidad a errores de temporizado y frecuencia

La señal OFDM recibida, definida en la Ec. (3.15), considerando también el error de sincronismo en tiempo resulta

$$r(n) = e^{j2\pi\xi n} \sum_{q=0}^{L-1} h_q x(n - q - \eta) + w(n), \quad (4.1)$$

donde η es el error de sincronismo en tiempo discreto. El error de fase de la portadora puede ser considerado parte del canal.

El error de temporizado puede corregirse ajustando el posicionamiento de la ventana de datos que alimenta el bloque DFT del demodulador. Por otro lado, el error de frecuencia puede corregirse modificando la frecuencia del oscilador local o contra-rotando la señal recibida a una frecuencia angular de $2\pi\xi/N$.

4.1.1. Efectos del error de temporizado

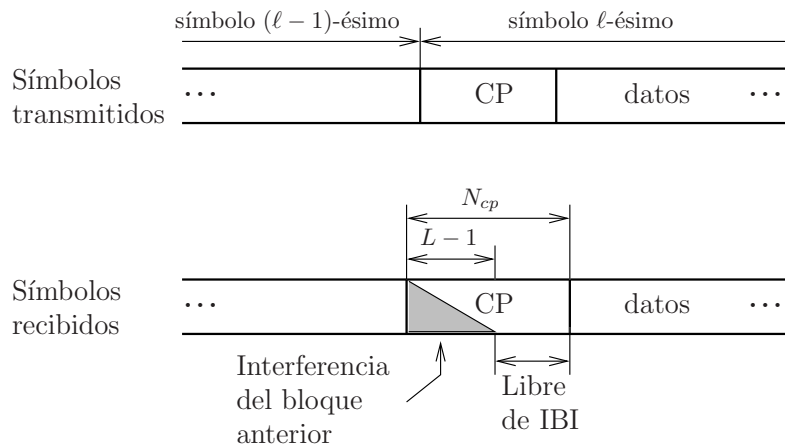


Figura 4.1: Representación de la interferencia interbloque.

Como se muestra en la Fig. 4.1, cada bloque recibido se prolonga por $L - 1$ muestras debido al efecto del canal. En un sistema bien diseñado $N_{cp} \geq L - 1$, con lo que existe un rango de

guarda en el cual las muestras de un determinado bloque no están interferidas por el bloque anterior (Libre de **IBI** en la figura). Siempre que la ventana de la **DFT** comience en cualquier punto de éste rango, no se va a producir **IBI**. Considerando sincronización perfecta en frecuencia como en la Ec. (3.18), la señal con error de sincronismo en el rango de guarda luego de la **DFT** resulta [6]:

$$Y_m = e^{\frac{j2\pi m \Delta\eta}{N}} X_m H_m + W_m, \quad (4.2)$$

donde $\Delta\eta = \hat{\eta} - \eta$ y $\hat{\eta}$ es la estimación del comienzo del bloque **OFDM**. La Ec. (4.2) establece que un error en el sincronismo de tiempo aparece como una fase lineal que no puede distinguirse del aporte de fase de cada coeficiente del canal. Esto implica que el estimador de canal va a proveer la estimación conjunta del canal y el error de temporizado, que finalmente van a ser eliminados por el ecualizador de canal. En consecuencia, los errores de sincronismo en tiempo cuando estos están dentro del rango de guarda no presentan un problema en sistemas multiportadora con prefijo cíclico.

Por otro lado, cuando la ventana de la **DFT** comienza fuera del rango sin **IBI**, se produce **ICI** lo que afecta seriamente el desempeño del sistema. En ese caso es necesario estimar y compensar el error de temporizado.

4.1.2. Efectos del error de sincronismo de frecuencia

Para cuantificar el impacto del error en el sincronismo de frecuencia, suponiendo sincronización temporal perfecta, reescribimos la señal luego de la **DFT** de la Ec. (3.17), como [6]:

$$Y_m = e^{\frac{j2\pi\xi N_T}{N}} \sum_{q=0}^{N-1} H_q X_q e^{\frac{j\pi(N-1)(\xi+q-m)}{N}} f_N(\xi + q - m) + W_m \quad (4.3)$$

donde $f_N(x) = \text{sen}(\pi x)/(N \text{sen}(\pi x/N))$ y ξ es el **CFO** normalizado a la separación interportadora introducido en el Capítulo 3. Consideremos el caso en que el **CFO** es múltiplo de la separación interportadora, denotado ξ_{en} , entonces la Ec. (4.3) se reduce a

$$Y_m = e^{\frac{j2\pi\xi_{en} N_T}{N}} H_{|m-\xi_{en}|_N} X_{|m-\xi_{en}|_N} + W_m, \quad (4.4)$$

donde $|\cdot|_N$ es la operación módulo² N . La Ec. (4.4) indica que un **CFO** entero no destruye la ortogonalidad entre subportadoras, produciendo únicamente un desplazamiento circular de las mismas.

²La operación módulo N es el resto de la división entera entre su argumento y N

Por otro lado, cuando el CFO no es entero las portadoras ya no son ortogonales y se produce ICI. Para poder analizar mejor la expresión (4.3) es conveniente aislar el término m -ésimo, que contiene la información de dicha subportadora, del resto de la interferencia de la siguiente forma

$$Y_m = e^{\frac{j\pi\xi}{N}(2iN_T+N-1)} H_m X_m f_N(\xi) + I(m, \xi) + W_m, \quad (4.5)$$

donde $I(m, \xi)$ considera toda la interferencia interportadora y resulta

$$I(m, \xi) = \sum_{q \neq m} H_q X_q e^{\frac{j\pi(N-1)(\xi+q-m)}{N}} f_N(\xi + q - m) \quad (4.6)$$

Suponiendo que $E = \{|H_m|^2\} = 1$ y que los símbolos de datos son independientes e idénticamente distribuidos (i.i.d.), de media cero y potencia P_X , de la Ec. (4.6) tenemos que $I(m, \xi)$ tiene media cero y varianza

$$\sigma_I^2(\xi) = P_X \sum_{q \neq m} f_N^2(\xi + q - m). \quad (4.7)$$

Si todas las portadoras están moduladas con datos, la potencia de $I(m, \xi)$ se reduce a

$$\sigma_I^2(\xi) = P_X [1 - f_N^2(\xi)]. \quad (4.8)$$

Para analizar el impacto del CFO sobre el desempeño del sistema, calcularemos la pérdida de SNR que causa. Entonces, definimos

$$P_{per}(\xi) = \frac{SNR}{SNR^{real}} \quad (4.9)$$

donde $SNR = P_X/\sigma^2$ es la SNR de un sistema perfectamente sincronizado, mientras que $SNR^{real} = P_X f_N^2(\xi)/(\sigma^2 + \sigma_I^2(\xi))$. Reemplazando estas expresiones en la Ec. (4.9) obtenemos

$$P_{per}(\xi) = \frac{1}{f_N^2(\xi)} \left[1 + \frac{P_X}{\sigma^2} (1 - f_N^2(\xi)) \right] \quad (4.10)$$

En la Fig. 4.2 se muestra el gráfico de la función (4.10), donde se define $SNR = P_X/\sigma^2$. Las curvas muestran que el CFO debe mantenerse debajo del 1-2 % de la separación interportadora para evitar una degradación significativa del desempeño del sistema.

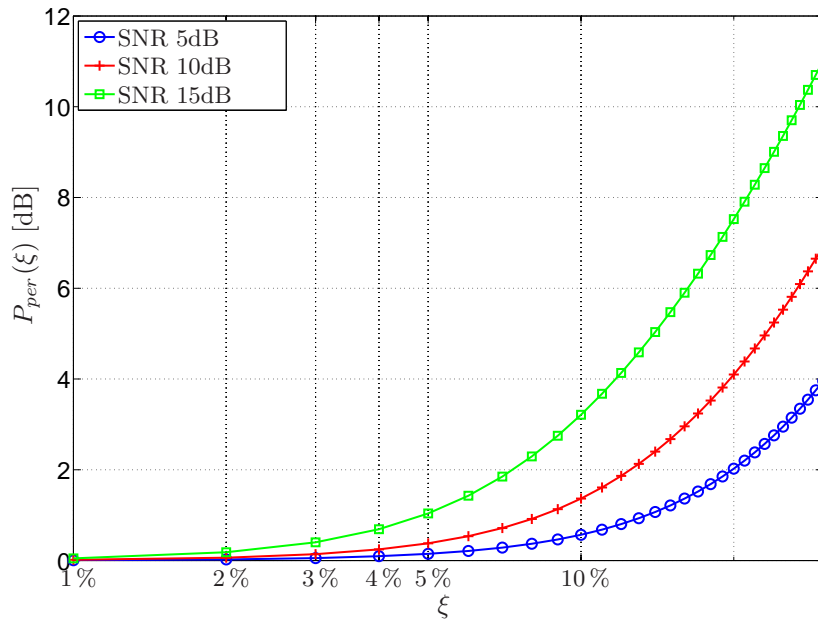


Figura 4.2: Pérdida de relación señal a ruido debido al CFO.

En el estándar WiMax³ para redes metropolitanas inalámbricas la separación interportadora es de 11.16 kHz. En éste sistema un CFO del 5% de la separación interportadora representa un desplazamiento en frecuencia de alrededor de 500 Hz. Suponiendo que la frecuencia de portadora es de 5 GHz, dicho CFO puede ser producido por una inestabilidad en el oscilador de 0.1 ppm. Como la tecnología actual no satisface el requerimiento anterior, el CFO debe ser estimado y compensado en el receptor. Debe notarse que además del CFO se debe tener en cuenta el efecto Doppler en caso de que los sistemas sean móviles, como se estudia en el Capítulo 2 [6, 34, 35].

4.2. Algoritmos de sincronización de temporizado y frecuencia

El proceso de sincronización se separa típicamente en adquisición y seguimiento⁴. Durante la adquisición, secuencias de entrenamiento con estructuras repetitivas se utilizan para obtener estimaciones iniciales de los parámetros de sincronización [7, 39, 8, 40]. Como en esta fase las escalas de tiempo y frecuencia no han sido alineadas con la secuencia recibida, los algoritmos deben soportar errores de sincronización grandes. La etapa de seguimiento se ocupa de refinar las estimaciones iniciales así como también de estimar las pequeñas variaciones del oscilador local y

³ *Worldwide Interoperability for Microwave Access* en inglés

⁴ *Tracking* en inglés

el desplazamiento por Doppler. Para este propósito pueden utilizarse la redundancia introducida por el CP o símbolos pilotos insertados entre los símbolos de datos [41, 42].

Los estándares de comunicaciones, como WiMax [5] o LTE⁵ [43], separan la transmisión de datos en tramas como se ve en la Fig. 4.3. Cada una contiene una secuencia de referencia para asistir al proceso de sincronización. El bloque sin datos ubicado al principio de la trama se puede

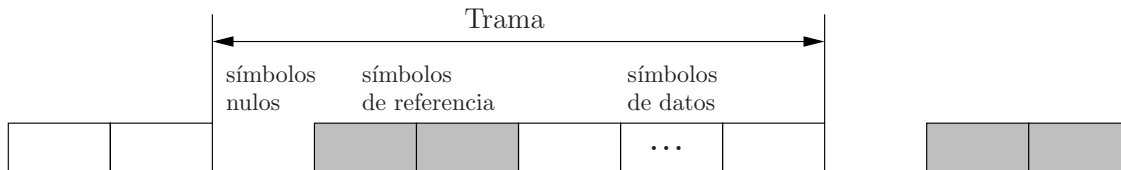


Figura 4.3: Estructura de la trama de datos

utilizar para estimación de potencia de ruido e interferencias. Además provee un método simple para estimar el comienzo de la trama.

4.2.1. Sincronización de temporizado

En la mayoría de las aplicaciones la adquisición de temporizado es el primer paso en el proceso de sincronización. Los principales objetivos son detectar la presencia de una nueva trama y, una vez detectada, proveer una estimación gruesa del error de temporizado para ubicar correctamente en el receptor la ventana de la DFT. Como el CFO usualmente no es conocido en esta fase inicial, los algoritmos de estimación de temporizado deben ser robustos a grandes magnitudes del mismo.

Los algoritmos de sincronización en tiempo utilizan secuencias de entrenamiento repetitivas, donde se aprovecha la correlación entre bloques para realizar la estimación. La función correlación se calcula sobre una ventana deslizante, de manera que tome su valor máximo cuando se comience a correlar desde el principio de la secuencia de entrenamiento. Uno de los algoritmos de estimación más conocidos fue propuesto por Schmidl y Cox [7], y utiliza una secuencia de entrenamiento de dos mitades. Para aumentar la precisión de los algoritmos pueden utilizarse secuencias de entrenamiento con más de dos períodos repetidos, como se propone en [44].

Si los relojes del transmisor y el receptor son suficientemente estables, la sincronización de temporizado calculada a partir de la secuencia de entrenamiento es útil en toda la trama. Si esto no es cierto, las variaciones del parámetro deben ser seguidas. Una solución directa es considerar que la variación de la referencia de tiempo es producida por el canal en vez de los relojes. De

⁵Long term evolution en inglés.

ésta manera las variaciones de temporizado se ven como un desplazamiento de los coeficientes del canal [6].

En caso de que el prefijo cíclico sea suficientemente largo como para contener los errores de temporizado y el retardo del canal, la estimación de temporizado y de frecuencia pueden desacoplarse [45]. Si esta suposición no llegara a ser válida, antes de estimar y compensar el error de sincronismo en frecuencia hay que corregir el error de temporizado.

4.2.2. Sincronización de frecuencia

Luego de la detección de trama y el sincronismo de temporizado, cada terminal debe alinear su oscilador local a la frecuencia de portadora de la señal recibida. Esta operación es conocida como adquisición de frecuencia y generalmente se realiza para cada trama recibida o según la condición del canal (variabilidad del CFO). Los estimadores de CFO pueden ser clasificados en asistidos por datos, y no asistidos por datos o ciegos. Los primeros estimadores utilizan una secuencia de entrenamiento que en general es incluida en el preámbulo o símbolos modulados en subportadoras dedicadas llamados pilotos [7, 8, 46]. Los segundos, incluyen todos aquellos estimadores que explotan la estructura de la señal recibida para realizar la estimación.

Las propiedades cicloestacionarias son útiles cuando se desarrollan estimadores ciegos de temporizado y CFO. Estos estimadores han sido ampliamente estudiados considerando diferentes condiciones de canal y modulaciones. Estimadores de CFO para sistemas de portadora simple sobre canales con desvanecimiento plano en frecuencia, basados en la función de autocorrelación cíclica (CAF) [47], fueron presentados en [48, 49]. Los resultados se extendieron en [50] para una señal OFDM en un canal plano o un canal multicamino conocido. El trabajo fue continuado en [51], donde los resultados consideran señales OFDM sobre canales multicamino desconocidos. Vale la pena mencionar también los resultados presentados en [52], donde la CAF y la CAF conjugada son utilizadas para realizar la estimación conjunta de CFO y canal [53]. Aunque los estimadores ciegos son eficientes en el uso del ancho de banda, en general requieren gran cantidad de datos. Por ese motivo no son apropiados para la adquisición, pues procesar gran cantidad de datos requeriría mayor cantidad de tiempo que las técnicas asistidas por datos [3, 5]. Los sistemas avanzados de comunicaciones diseñados para canales selectivos en frecuencia en general realizan la sincronización utilizando secuencias de entrenamiento [5, 3, 6].

Como el canal de comunicaciones todavía no es conocido en este punto, no se pueden considerar conocidos los símbolos de la secuencia de entrenamiento. Sin embargo, la estructura repetitiva del entrenamiento no se pierde al pasar por el canal, excepto por un desplazamiento de fase causado por el CFO. Esto permite encontrar estimadores de CFO sin tener conocimiento del canal, basados en dicho desplazamiento de fase.

Estado del arte de los estimadores de error de sincronismo de frecuencia.

A continuación se hará un breve repaso del estado del arte de los estimadores para sistemas OFDM basados en secuencias repetitivas. Una de las primeras propuestas fue el algoritmo de Moose [39], que utiliza dos secuencias de entrenamiento (dos símbolos multiportadora) idénticas para hacer la estimación del CFO. Sean los dos símbolos consecutivos, considerando CFO, a la salida de la DFT como se define en la Ec. (3.18):

$$\begin{aligned} Y_m^{(1)} &= S_m + W_m^{(1)} \text{ y} \\ Y_m^{(2)} &= e^{j2\pi\xi N_T/N} S_m + W_m^{(2)}, \end{aligned} \quad (4.11)$$

donde $S_m = H_m X_m$, mientras que $W_m^{(1)}$ y $W_m^{(2)}$ son los términos de ruido. Se supone que el canal permanece estático durante las dos secuencias. El estimador de máxima verosimilitud (MLE) del valor de CFO resulta

$$\hat{\xi} = \frac{1}{2\pi N_T/N} \arg \left\{ \sum_{k=0}^{N-1} Y_m^{(2)} Y_m^{(1)*} \right\}. \quad (4.12)$$

La mayor desventaja de éste método es el bajo rango de adquisición. Como la función $\arg\{\cdot\}$ retorna valores entre $[-\pi, \pi)$, el rango máximo de adquisición es $|\hat{\xi}| \leq N/(2N_T)$ lo que es menor que media separación interportadora.

Otro método de estimación fue propuesto por Schmidl y Cox [7], el cual también utiliza dos secuencias de entrenamiento pero están diseñadas de manera de garantizar un rango de adquisición completo, es decir $|\hat{\xi}| \leq N/2$. La primera secuencia posee dos mitades idénticas y es la misma que la utilizada para la adquisición de temporizado. La segunda contiene una secuencia pseudo-aleatoria en las portadoras pares y otra en las portadoras impares. En este método, el CFO se separa en una parte fraccional ξ_f , entre $(-1, 1)$, y otra entera ξ_{en} , con lo cual el CFO se puede escribir como $\xi = \xi_f + 2\xi_{en}$.

La estimación se basa en la función autocorrelación definida como

$$\hat{\Gamma}(N/2) = \frac{1}{N/2} \sum_{n=N/2}^{N-1} r(n)r^*(n - N/2), \quad (4.13)$$

donde $r(n)$ y $r(n - N/2)$ para $n = N/2, \dots, N - 1$ representan las muestras de las dos mitades del primer símbolo de entrenamiento. Aparte del ruido las dos mitades son idénticas excepto

por un desplazamiento de fase de $\pi\xi_f$. El estimador de máxima verosimilitud (MLE) del CFO puede obtenerse como

$$\hat{\xi}_f = \frac{1}{\pi} \arg\{\hat{\Gamma}(N/2)\}. \quad (4.14)$$

Con la estimación $\hat{\xi}_f$ se compensa la parte fraccional contra-rotando la secuencia recibida a una velocidad angular $2\pi\hat{\xi}_f/N$. Como se establece en la Ec. (4.4), el término $2\xi_{en}$ representa un desplazamiento circular de los símbolos entre las portadoras, pero no introduce ICI. Para estimar la parte entera se utiliza el segundo bloque de entrenamiento [7].

Una extensión del algoritmo de Schmidl y Cox fue propuesta por Morelli y Mengalli [1], para introducirla se redefine la señal recibida de la Ec. (3.15) considerando una secuencia de entrenamiento $\{x(n), -N_{cp} \leq n \leq N - 1\}$ de período M y largo $N + N_{cp}$. Entonces la señal recibida luego de descartar el prefijo cíclico, resulta

$$r(n) = e^{j\frac{2\pi\xi}{N}n}q(n) + w(n), \text{ para } n = 0, \dots, N - 1, \quad (4.15)$$

donde $q(n) = \sum_{k=0}^{L-1} h(k)x(n-k)$ es también una secuencia de período M y $J = N/M$ períodos. Es útil definir aquí un período de $q(n)$ como $s(p) = q(p)$ para $0 \leq p \leq M - 1$. Debe notarse que $x(n)$ puede ser tanto una señal OFDM como una SC, con lo que el algoritmo sirve para estimar errores de sincronismo en ambos sistemas. Definamos ahora una función correlación, que puede considerarse una generalización de la definida en la Ec. (4.13), de la siguiente manera

$$\hat{\Gamma}(k) = \frac{1}{N - kM} \sum_{n=kM}^{N-1} r(n)r^*(n - kM), \quad 0 \leq k \leq J - 1. \quad (4.16)$$

El MLE de CFO y canal basado en la Ec. (4.16), para $J \geq 2$, se deriva en [8]. De este trabajo resulta que ambas estimaciones están desacopladas, lo que quiere decir que primero se puede estimar el CFO y luego a partir de este, el canal. Lamentablemente el MLE para este caso requiere una búsqueda exhaustiva, lo que implica una gran complejidad computacional [8]. Sin embargo, es posible encontrar estimadores subóptimos basados en la función autocorrelación de la Ec. (4.16) que tienen mejor desempeño que el estimador de Schmidl. Reemplazando la Ec. (4.15) en la Ec. (4.16), resulta:

$$\hat{\Gamma}(k) = e^{\frac{j2\pi\xi k}{J}}(D + E(k) + F(k)), \quad 0 \leq k \leq J - 1 \quad (4.17)$$

donde

$$\begin{aligned}
D &= \frac{1}{N - kM} \sum_{n=kM}^{N-1} |q(n)|^2 = \frac{1}{M} \sum_{n=0}^{M-1} |s(n)|^2, \\
E(k) &= \frac{1}{N - kM} \sum_{n=kM}^{N-1} q(n)\tilde{w}^*(n - kM) + q^*(n - kM)\tilde{w}(n), \\
F(k) &= \frac{1}{N - kM} \sum_{n=kM}^{N-1} \tilde{w}(n)\tilde{w}^*(n - kM),
\end{aligned} \tag{4.18}$$

y $\tilde{w}(n) = e^{\frac{j2\pi\xi k}{J}} w(n)$ es una variable aleatoria estadísticamente equivalente a $w(n)$, pues esta es circularmente simétrica. Es fácil notar que la información de CFO está dividida en J componentes de $\hat{\Gamma}(k)$. Definiendo

$$\theta(k) = \arg\{\hat{\Gamma}(k)\} = \frac{2\pi\xi k}{J} + \arg\{\chi(k)\}, \quad 0 \leq k \leq J - 1, \tag{4.19}$$

donde $\chi(k) = D + E(k) + F(k)$ y considerando que $|\xi| < J/(2k)$, de la Ec. (4.19) puede obtenerse un estimado de ξ . Como también puede notarse el rango de estimación varía con k , entonces no es posible combinar directamente la información disponible sin reducir el rango de estimación. Para evitar la reducción de rango, el algoritmo de Morelli basa su estimación en la diferencia de fases de $\hat{\Gamma}(k)$, las que resultan

$$\theta_d(k) = [\theta(k) - \theta(k - 1)]_{2\pi} = \left[\frac{2\pi\xi}{J} + \gamma(k) \right]_{2\pi}, \quad 1 \leq k \leq A, \tag{4.20}$$

donde $[\cdot]_{2\pi}$ denota reducción al intervalo $[0, 2\pi)$, $\gamma(k) = \arg\{\chi(k)\} - \arg\{\chi(k - 1)\}$ y $1 \leq A \leq J - 1$. Como se concluye desde la Ec. (4.20), el rango de la estimación es $|\xi| < J/2$. Finalmente, agrupando las fases en el vector $\boldsymbol{\theta}_d = [\theta_d(1), \dots, \theta_d(A)]^T$ y suponiendo una alta SNR, el mejor estimador lineal no sesgado (BLUE) para obtener la estimación del CFO resulta

$$\hat{\xi}_M = \frac{J}{2\pi} \frac{\mathbf{1}^T \mathbf{C}_\theta^{-1} \boldsymbol{\theta}_d}{\mathbf{1}^T \mathbf{C}_\theta^{-1} \mathbf{1}}, \tag{4.21}$$

donde \mathbf{C}_θ es la matriz de covarianza de $\boldsymbol{\theta}_d$ y $\mathbf{1} = [1 \dots 1]^T$ ($A \times 1$). Como en la derivación de la matriz de covarianza de $\theta_d(k)$ obtenida en [1], se desprecian los términos de ruido de alto orden ($F(k)$ definido en la Ec. (4.18)), la matriz resulta singular para $k > J/2$ y el mejor desempeño se obtiene para $A = J/2$ [8]. Como consecuencia, no es posible emplear la información de los coeficientes de la función autocorrelación mayores a $J/2$.

Por otro lado, Minn propuso otro algoritmo en [2] basado en la función

$$\zeta(k) = \frac{J}{2\pi k} \theta(k) = \xi + \frac{J}{2\pi k} \arg\{\chi(k)\}, \quad 1 \leq k \leq J-1. \quad (4.22)$$

Para extender el rango, $\zeta(1)$ es usado primero como una estimación gruesa de CFO. Luego, la señal recibida es compensada usando la estimación gruesa como $\tilde{y}(n) = \exp(-j2\pi\zeta(1)n/N)y(n)$. Reemplazando $y(n)$ por $\tilde{y}(n)$ en la Ec. (4.16), los ángulos $\tilde{\zeta}(k)$ pueden obtenerse de la Ec. (4.22) correspondientes al CFO residual, es decir, $\zeta(k) = \zeta(1) + \tilde{\zeta}(k)$ para $2 \leq k \leq J-1$. Finalmente, agrupando las fases en el vector $\boldsymbol{\zeta} = [\zeta(1), \dots, \zeta(J-1)]^T$ y considerando también una alta SNR, el BLUE del CFO es

$$\hat{\xi}_{\text{Mi}} = \frac{J \mathbf{1}^T \mathbf{C}_{\boldsymbol{\zeta}}^{-1} \boldsymbol{\zeta}}{2\pi \mathbf{1}^T \mathbf{C}_{\boldsymbol{\zeta}}^{-1} \mathbf{1}}, \quad (4.23)$$

donde $\mathbf{C}_{\boldsymbol{\zeta}}$ es la matriz de covarianza de $\boldsymbol{\zeta}$ y $\mathbf{1} = [1 \dots 1]^T$ ($J-1 \times 1$). En [2], los autores presentan tres formulaciones de la matriz covarianza $\mathbf{C}_{\boldsymbol{\zeta}}$, que corresponden a tres enfoques diferentes. En dos casos se incluyen los términos de ruido de alto orden ($F(k)$ en la Ec. (4.18)) y se logra emplear toda la información disponible ($J-1$ fases). En el otro caso, los términos de ruido son descartados y la matriz resulta singular para $k > J/2$, como en el caso del algoritmo Morelli, en consecuencia tampoco es posible utilizar toda la información disponible. Aunque el algoritmo de Minn utiliza toda la información de la función autocorrelación, es poco robusto para baja SNR pues la estimación gruesa depende solamente del primer término de $\zeta(k)$.

La consecuencia más grande del resultado de Minn es que permite establecer que la pérdida de información no está asociada a la metodología elegida para eliminar la ambigüedad de fase, si no que más bien está relacionada con la manera en la que se obtiene la matriz correlación de las fases combinadas. Dicho de otra manera,

Si se incluyen los términos de ruido de alto orden en la matriz covarianza relacionada con el BLUE, el estimador resultante es capaz de utilizar toda la información de la secuencia de entrenamiento ($J-1$ coeficientes de autocorrelación).

En los capítulos siguientes correspondientes a ésta parte de la tesis, se definirá una nueva función de autocorrelación que nos permitirá, por un lado, generalizar el algoritmo Morelli, mientras que por otro, encontrar una novedosa familia de algoritmos que tiene un buen desempeño a bajas SNRs.

Es útil para establecer el límite de desempeño de los estimadores de CFO, introducir la cota inferior de Crámer-Rao (CRLB) utilizando secuencias periódicas. De [1] tenemos que

$$CRLB_{AWGN}(\hat{\xi}) = \frac{3SNR^{-1}}{2\pi^2N(1-1/J^2)}. \quad (4.24)$$

La expresión anterior es útil para canales **AWGN** y es una buena aproximación para el caso en que el canal sea más complejo. Una expresión del **CRLB** condicionado al canal resulta [54]

$$CRLB_{CH}(\hat{\xi}) = \frac{1}{SNR_{ch}} \frac{3}{2\pi^2N(1-1/J^2)} \quad (4.25)$$

donde

$$SNR_{ch} = \frac{1/N_{ac} \sum_m |H_m|^2 |X_m|^2}{\sigma^2}. \quad (4.26)$$

4.3. Sincronismo en sistemas OFDMA

En los sistemas multiusuario, cada terminal calcula una estimación de los parámetros de sincronismo temporal y frecuencial utilizando las señales del enlace de bajada. Debe notarse que este caso es igual al presentado anteriormente en este capítulo pues la transmisión la realiza la estación base. Las estimaciones calculadas son utilizadas para sincronizar los parámetros que se utilizarán para la transmisión en el enlace de subida. De esta manera los errores de sincronismo temporal y frecuencial se deben solamente al retardo de propagación y al efecto Doppler, respectivamente. Si estos errores son pequeños, es decir, si el desplazamiento en frecuencia debido al Doppler es mucho menor que la separación interportadora; y la duración del prefijo cíclico es suficientemente grande como para contener el retardo de propagación y el largo del canal, entonces no es necesario estimar ni compensar los errores de sincronismo. Por el contrario, si estas condiciones no pueden satisfacerse, entonces es necesario realizar las tareas de sincronización para el enlace de subida [6].

Es evidente que el contexto de sincronización multiusuario en el enlace de subida, cuando la estación base recibe las señales de los diferentes usuarios, es mucho más complejo que el caso de un único usuario (o el enlace de bajada) pues resulta un problema multi-paramétrico. Es decir, es necesario estimar los parámetros de sincronismo de cada usuario. En general las técnicas utilizadas dependen de la **CAS** elegida pues esto determina cuán fácil es separar las señales provenientes de cada usuario. Naturalmente, cuando se utiliza **CAS** por subbanda es más sencillo realizar la estimación pues es más fácil separar a los usuarios. En cambio para **CAS** generalizada la sincronización es más compleja.

Una manera simple de eliminar los efectos de los errores de temporizado, como se ha mencionado, es elegir el CP más grande que el largo del canal y el error de sincronismo en tiempo, este contexto se llama *escenario cuasi-sincrónico* [45]. Cuando se considera CAS por subbanda, es posible utilizar filtros para separar a los usuarios por lo que el problema de sincronismo es bastante similar que para el caso de un único usuario. Para el caso de CAS intercalado es posible utilizar la estructura que genera la asignación para realizar la estimación del error de sincronismo en frecuencia utilizando métodos basados en subespacios [55]. El caso de CAS generalizada es el más complejo y las soluciones propuestas están basadas en técnicas de máxima verosimilitud o aproximaciones iterativas, como métodos de esperanza-maximización⁶ [56].

Una vez estimado, el error de sincronismo en frecuencia debe ser corregido. El caso de CAS por subbandas es trivial, ya que se dispone de la señal correspondiente a cada usuario y una contra-rotación de fase es suficiente [57]. Para los casos de CAS intercalada o generalizada la tarea es más compleja y pueden utilizarse métodos basados en cancelamiento sucesivo de interferencias [12, 58, 59] o detección lineal [13]. La compensación de CFO para sistemas OFDMA se tratará en detalle en el Capítulo 7.

4.4. Comentarios finales

Por las características de la modulación multiportadora, es posible concluir que los errores de temporizado no son determinantes y se pueden corregir con relativa facilidad, es más, en determinadas condiciones el sistema puede tolerar errores de temporizado sin sufrir pérdidas de desempeño. En cambio, los errores de sincronismo en frecuencia son determinantes para el buen funcionamiento del sistema y deben estimarse y corregirse.

En este capítulo se describen los efectos del sincronismo tanto temporal como frecuencial para señales OFDM. También se describe como se realiza la estimación y corrección de errores de temporizado y frecuencia, incluyendo un repaso de los algoritmos de estimación de CFO propuestos hasta ahora. Además se introduce la cota inferior de Crámer-Rao CRLB para la estimación de CFO utilizando secuencias de entrenamiento periódicas, que nos servirá de referencia para comparar el desempeño de los algoritmos propuestos en los próximos capítulos. Finalmente se presentan algunas consideraciones sobre la estimación y compensación de sincronismo para señales OFDMA.

⁶*Expectation-maximization* en inglés.

Capítulo 5

Estimadores de CFO basados en la función de autocorrelación cíclica promediada

En este Capítulo se presenta una nueva familia de estimadores de CFO asistidos por datos, basados en las propiedades cicloestacionarias de la secuencia de entrenamiento. Este nuevo enfoque introduce una generalización de la función de autocorrelación clásica, la función de *autocorrelación cíclica promediada* (ACA), que resulta más apropiada para la estructura repetitiva de la secuencia de entrenamiento.

Como se mostró en el Capítulo 4, los estimadores propuestos hasta ahora no utilizan toda la información disponible, como en el caso del algoritmo de Morelli [1], o bien las metodologías utilizadas no son robustas, como en el caso de Minn [2]. Por otro lado también se mostró que si los términos de alto ruido no son tenidos en cuenta, el estimador no es capaz de emplear toda la información disponible.

Para introducir la nueva familia de algoritmos, primero se presenta el estimador de máxima verosimilitud (MLE) de CFO basado en la ACA y luego se derivan tres algoritmos subóptimos. Primero, aprovechando la relación entre la función de autocorrelación clásica y la ACA, se introduce una generalización del algoritmo de Morelli [1] que emplea los $J - 1$ coeficientes de la autocorrelación, en vez de sólo $J/2$. Además, utilizando los grados de libertad que provee la ACA, se obtienen dos algoritmos adicionales que logran una estimación precisa de CFO con un razonable incremento en la complejidad. Para completar la evaluación de desempeño de los algoritmos se obtienen las expresiones de la varianza de estimación para cada caso. También, si la

complejidad es un problema, se consideran versiones simplificadas de los algoritmos propuestos que conservan las principales ventajas de la [ACA](#).

5.1. Estimador de máxima verosimilitud basado en la autocorrelación cíclica promediada

Para mayor claridad en la presentación, es conveniente expresar la señal recibida que se introdujo en la Ec. (4.15) del Capítulo 4, en forma vectorial. Entonces, se define

$$\mathbf{r} = \mathbf{D}(\xi)\mathbf{P}\mathbf{s} + \mathbf{w} \quad (5.1)$$

donde

$$\begin{aligned} \mathbf{r} &= [r(0) \dots r(N-1)]^T, \quad \mathbf{D}(\xi) = \text{diag}[1 \ e^{j\frac{2\pi\xi}{N}} \dots e^{j\frac{2\pi\xi(N-1)}{N}}], \quad \mathbf{P} = \underbrace{[\mathbf{I}_M \ \mathbf{I}_M \ \dots \ \mathbf{I}_M]}_J^T, \\ \mathbf{s} &= [s(0) \dots s(M-1)]^T, \end{aligned}$$

\mathbf{I}_M es la matriz identidad de $M \times M$ y $s(p)$ surge de la Ec. (4.15) del Capítulo 4. La matriz $\mathbf{D}(\xi)$ considera el efecto del CFO, mientras que \mathbf{P} extiende \mathbf{s} de manera periódica. La estimación conjunta de \mathbf{s} y ξ es obtenida minimizando la siguiente norma

$$(\hat{\mathbf{s}}, \hat{\xi}_{ML}) = \|\mathbf{r} - \mathbf{D}(\xi)\mathbf{P}\mathbf{s}\|. \quad (5.2)$$

La estimación de \mathbf{s} , para un ξ dado, resulta

$$\hat{\mathbf{s}} = \frac{1}{J} \mathbf{P}^H \mathbf{D}^H(\xi) \mathbf{r}. \quad (5.3)$$

Reemplazando esta estimación en (5.2), el siguiente problema de optimización uni-dimensional es obtenido

$$\hat{\xi} = \arg \max_{\xi} \{ \mathbf{r}^H \mathbf{D}(\xi) \mathbf{P} \mathbf{P}^H \mathbf{D}^H(\xi) \mathbf{r} \}. \quad (5.4)$$

Como el argumento de la Ec. (5.4) es un escalar, es invariante al operador traza. Entonces, puede ser reexpresado como

$$\hat{\xi} = \arg \max_{\xi} \{ \text{tr} [\mathbf{P}^H \mathbf{D}^H(\xi) \mathbf{r} \mathbf{r}^H \mathbf{D}(\xi) \mathbf{P}] \} \quad (5.5)$$

donde se considera que el operador traza es invariante a desplazamientos circulares de su argumento. Definiendo la función

$$\hat{\Gamma}_c(p, k) = \frac{1}{J-k} \sum_{n=0}^{J-k-1} r(nM+p) r^*((n+k)M+p) \quad (5.6)$$

y luego de algunas manipulaciones algebraicas, el problema de optimización de la Ec. (5.5) resulta

$$\hat{\xi}_{\text{ML}} = \arg \max_{\xi} \left\{ \sum_{k=1}^{J-1} (J-k) \sum_{p=0}^{M-1} \text{Re} \{ \hat{\Gamma}_c(p, k) e^{j \frac{2\pi \xi}{J} k} \} \right\}. \quad (5.7)$$

La Ec. (5.7) introduce el estimador ML basado en la nueva función de autocorrelación $\hat{\Gamma}_c(p, k)$ definida en la Ec. (5.6), de aquí en adelante *autocorrelación cíclica promediada (ACA)*. Se puede concluir directamente de las definiciones de la función de autocorrelación en la Ec. (4.16) y la de la ACA en la Ec. (5.6), que

$$\hat{\Gamma}(k) = \frac{1}{M} \sum_{p=0}^{M-1} \hat{\Gamma}_c(p, k). \quad (5.8)$$

Como la señal recibida $r(n)$ definida en la Ec. (4.15) es cicloestacionaria, su función autocorrelación $\Gamma(n, kM) = E\{r(n)r^*(n+kM)\}$ es periódica en n . Entonces de la Ec. (5.6) se puede concluir que la ACA es una estimación de un período de $\Gamma(n, kM)$. Como puede notarse de la Ec. (5.7), $\hat{\xi}_{\text{ML}}$ es periódico con período J , entonces la estimación es ambigua a menos que $|\xi| < J/2$, lo que define el rango del MLE.

Como otros estimadores ML [60, 8], la maximización de la Ec. (5.7) requiere una búsqueda exhaustiva o el uso de una DFT con un gran agregado de ceros¹. Esta clase de búsqueda requiere una gran cantidad de operaciones que hacen la implementación impracticable desde el punto de vista de la carga computacional. En consecuencia, estimadores subóptimos pueden considerarse de manera de proveer una solución de compromiso entre desempeño y complejidad [1, 46], como se discute en la sección siguiente.

¹Zero padding. en inglés.

5.2. Nuevos estimadores de CFO

Como los estimadores propuestos están basados en la [ACA](#), es necesario obtener la estadística de esta nueva función de autocorrelación. Substituyendo (4.15) en (5.6) y haciendo algunas manipulaciones mostradas en el Apéndice A, la [ACA](#) resulta

$$\hat{\Gamma}_c(p, k) = e^{-j\frac{2\pi\xi k}{J}} |s(p)|^2 + w_c(p, k) \quad (5.9)$$

donde $w_c(p, k)$ es un proceso de ruido correlacionado para $0 \leq p \leq M - 1$ y $1 \leq k \leq J - 1$, de media cero. En ciertas circunstancias discutidas en el Apéndice A, $w_c(p, k)$ puede aproximarse por un proceso conjuntamente Gaussiano.

La media y matriz de covarianza de $\hat{\Gamma}_c(p, k)$ se calcula considerando primero p fijo y $1 \leq k \leq J - 1$; y luego también k fijo y $0 \leq p \leq M - 1$. Como $w_c(p, k)$ no es conjugado simétrico, es necesario considerar la parte real e imaginaria por separado. Los cálculos correspondientes se presentan en el Apéndice A, aunque a continuación se incluye un resumen de los resultados con el fin de preservar la continuidad del texto:

- Para $1 \leq k \leq J - 1$ y p fijo, $\hat{\Gamma}_c(p, k)$ tiene media $\boldsymbol{\mu}_k(p)$, definida en la Ec. (A.5), y matriz de covarianza $\mathbf{C}_k(p)$ definida en (A.6).
- Para $0 \leq p \leq M - 1$ y k fijo, $\hat{\Gamma}_c(p, k)$ tiene media $\boldsymbol{\mu}_p(k)$, definida en (A.12), y matriz de covarianza $\mathbf{C}_p(k)$ definida en (A.13).

Como puede notarse de la Ec. (5.9), el CFO puede ser estimado usando la [ACA](#) siempre que $|\xi| < J/(2k)$. Luego, combinando apropiadamente p y k es posible extender el rango del estimador a $J/2$. Vale la pena mencionar que los términos de ruido de alto orden fueron considerados en el cálculo de la estadística de la [ACA](#). Además, es interesante notar que la combinación sobre p es inherente a la [ACA](#) en la Ec. (5.6) y puede ser considerada como un grado de libertad adicional respecto de la función AC clásica de la Ec. (4.16). Por otro lado, la combinación sobre k puede utilizarse con cualquiera de las técnicas clásicas para obtener rango completo, de manera similar a los estimadores descritos en la Sección 4.

La estimación de CFO es un problema de estimación paramétrica no lineal. Analizando los algoritmos del estado del arte presentados en la Sección 4.2.2 del Capítulo 4, podemos concluir que los algoritmos de baja complejidad (subóptimos) siguen tres pasos básicos: una medida indirecta del CFO, usualmente la fase de la función autocorrelación; el cálculo de una diferencia de fase para reducir la ambigüedad; y finalmente, una combinación lineal de esas fases, en general realizada con el [BLUE](#).

A continuación presentaremos tres estimadores de CFO alternativos basados en la ACA. Esos estimadores pueden clasificarse en dos grupos dependiendo de cual variable es usada para construir el estimador: *estimador basado en sumas*, que emplea la fase de la adición de las ACAs para diferentes periodos; o *estimadores de combinación directa*, que utilizan la combinación de fases de diferentes períodos. Los estimadores resultantes, a su vez, consisten de tres pasos, que se asemejan a los estimadores clásicos presentados en la Sección 4.2.2.

5.2.1. Estimador basado en sumas (SBE)

El primer estimador alternativo de baja complejidad consiste de los siguientes pasos:

- **Paso 1:** Considerando (5.9), la combinación sobre p está dada por

$$\epsilon(k) = \arg \left\{ \sum_{p=0}^{M-1} \hat{\Gamma}_c(p, k) \right\} \quad (5.10)$$

donde $\epsilon(k)$ es el estimador parcial de CFO para k fijo.

- **Paso 2:** Surge directamente de la relación entre la autocorrelación y la ACA mostrada en la Ec. (5.8), que $\epsilon(k)$ es equivalente a la fase de la autocorrelación $\theta(k)$, definida en la Ec. (4.19). Para evitar la reducción de rango, se propone utilizar la diferencia de fases propuesta por Morelli, definiendo

$$\epsilon_d = [\epsilon_d(1), \dots, \epsilon_d(J-1)]^T, \text{ donde} \quad (5.11)$$

$$\epsilon_d(k) = [\epsilon(k) - \epsilon(k-1)]_{2\pi} \quad (5.12)$$

para $1 \leq k \leq J-1$ y se supone $\epsilon(0) = 0$.

- **Paso 3:** Finalmente, considerando las transformaciones apropiadas sobre la estadística de la ACA, como se detalla en el Apéndice B, es posible encontrar la estimación del CFO combinando linealmente ϵ_d mediante el BLUE, de la siguiente manera

$$\hat{\xi}_s = -\frac{J \mathbf{1}^T \mathbf{\Xi}_d^{-1} \epsilon_d}{2\pi \mathbf{1}^T \mathbf{\Xi}_d^{-1} \mathbf{1}} \quad (5.13)$$

donde $\mathbf{1} = [1 \dots 1]^T$ ($J-1 \times 1$), y la matriz de covarianza $\mathbf{\Xi}_d$ del vector aleatorio ϵ_d , es obtenida en forma cerrada en la Ec. (B.8) del Apéndice B.

La varianza del estimador SBE está dada por

$$\text{var}(\xi_s) = \left(\frac{J}{2\pi} \right)^2 \frac{1}{\mathbf{1}^T \mathbf{\Xi}_d^{-1} \mathbf{1}}. \quad (5.14)$$

Las expresiones de las Ecs. (5.13) y (5.14) dependen de $S = \sum_{p=0}^{M-1} |s(p)|^2$, como se establece en el Apéndice B. Cuando la secuencia de entrenamiento está normalizada $|s(p)|^2 = 1$, el valor medio de S resulta $G_h M$, donde $G_h = \sum_{l=0}^{L-1} E|h(l)|^2$. Luego, como el canal no es conocido, S puede reemplazarse por la estimación $\hat{S} = \sum_{p=0}^{M-1} |\hat{\Gamma}_c(p, 1)|$.

Algunos comentarios:

- La principal diferencia entre el algoritmo SBE y el propuesto por Morelli es el tercer paso. La ponderación en (5.13) emplea los $J - 1$ coeficientes de la autocorrelación, mientras que el algoritmo de Morelli sólo emplea $J/2$. Esto es una consecuencia de incluir los términos de ruido de alto orden en $\mathbf{\Xi}_d$.
- Como es usual para estimadores de CFO de baja complejidad, un alto régimen de SNR es supuesto en la obtención de $\mathbf{\Xi}_d$. En el Apéndice D se muestra que el estimador obtenido es sesgado cuando no se cumple esta condición.
- Como $\epsilon(k)$ es equivalente a $\theta(k)$, el rango de estimación del algoritmo es $J/2$, como puede notarse de la Ec. (4.20).
- Como la función ACA es una extensión de la función de autocorrelación clásica, el estimador SBE puede pensarse como una generalización del estimador de Morelli.
- La inversa en la Ec. (5.13) relacionada con la combinación BLUE es la principal fuente de complejidad cuando se compara con los algoritmos de estimación clásicos. En la Sección 5.3.1 se obtiene un algoritmo simplificado de baja complejidad.

5.2.2. Estimadores de combinación directa (DCE)

De manera de introducir los estimadores restantes, se considera la fase de la función ACA definida como $\alpha(p, k) = \arg\{\hat{\Gamma}_c(p, k)\}$. Como se establece en el Apéndice C, luego de algunas manipulaciones matemáticas y suponiendo alta SNR, se obtiene

$$\alpha(p, k) \approx -\frac{2\pi\xi k}{J} + w_\alpha(p, k), \quad (5.15)$$

donde $w_\alpha(p, k)$ es un proceso de ruido real correlacionado, para $0 \leq p \leq M-1$ y $1 \leq k \leq J-1$, y de media cero. En ciertas condiciones $w_\alpha(p, k)$ puede aproximarse por un proceso conjuntamente Gaussiano, como se discute en el Apéndice C.

La estadística de $\alpha(p, k)$, es decir la matriz de covarianza, puede obtenerse a partir de los resultados de la función ACA del Apéndice A. Ese desarrollo, incluido en el Apéndice C, puede resumirse de la siguiente manera:

- Para $0 \leq p \leq M-1$ con k fijo, $\alpha(p, k)$ tiene matriz de covarianza $\Theta_p(k)$ definida en la Ec. (C.5);
- Para $1 \leq k \leq J-1$ con p fijo, $\alpha(p, k)$ tiene matriz de covarianza $\Theta_k(p)$ definida en la Ec. (C.8).

Como se muestra en las secciones siguientes, estos resultados son útiles para proponer nuevos estimadores de CFO. De manera similar que para la estadística usada en el estimador SBE, las matrices covarianza $\Theta_p(k)$ y $\Theta_k(p)$ consideran los términos de ruido de alto orden.

De la Ec. (5.15) se puede inferir que una estimación del CFO puede obtenerse siempre que $|\xi| < J/(2k)$, en consecuencia una técnica para evitar la reducción de rango debe implementarse. La dependencia lineal de la Ec. (5.15) en ξ sugiere la aplicación del BLUE para combinar la información contenida en p y k , y encontrar la estimación del CFO. Es más, como para alta SNR y valores típicos de J $\alpha(p, k)$ es aproximadamente Gaussiana (para más información referirse al Apéndice A), el BLUE aproxima bien al MLE. En caso contrario, en el Apéndice D se hace un análisis básico del comportamiento para baja SNR.

Dependiendo del orden en que se combinen los índices de $\alpha(p, k)$, primero sobre p o primero sobre k , es posible obtener dos algoritmos, como se discute a continuación.

Estimadores de combinación directa A (DCE-A)

- **Paso 1:** De la matriz de covarianza $\Theta_p(k)$ (Ec. (C.5) del Apéndice C), puede notarse que para k fijo, $\alpha(p, k)_{p=0}^{M-1}$ son estadísticamente independientes. Entonces, los factores de ponderación para la combinación sobre p pueden ser fácilmente obtenidos de los componentes de la matriz de covarianza $[\Theta_p(k)]_{p_1, p_2}$, definida en la Ec. (C.6) del Apéndice C, siguiendo [61]. Los factores de ponderación resultan

$$\begin{aligned}
f(p, k) &= \frac{|s(p)|^2}{(J - k)(1 + \sigma^2/(2|s(p)|^2)) - (J - 2k)}, \\
g(p, k) &= \frac{|s(p)|^2}{(J - k)(1 + \sigma^2/(2|s(p)|^2))}, \\
K(k) &= \begin{cases} \sum_{p=0}^{M-1} f(p, k) & \text{si } k < J/2 \\ \sum_{p=0}^{M-1} g(p, k) & \text{si } k \geq J/2 \end{cases}, \\
a(p, k) &= \frac{1}{K(k)} \begin{cases} f(p, k) & \text{si } k < J/2 \\ g(p, k) & \text{si } k \geq J/2 \end{cases}, \\
\mathbf{a}_p(k) &= [a(0, k), \dots, a(M - 1, k)]^T.
\end{aligned} \tag{5.16}$$

Entonces, arreglando las fases $\alpha(p, k)$ en el vector

$$\boldsymbol{\alpha}(k) = [\alpha(0, k), \dots, \alpha(M - 1, k)]^T, \tag{5.17}$$

es posible obtener las estimaciones parciales dadas por

$$\lambda(k) = \mathbf{a}_p(k)^T \boldsymbol{\alpha}(k). \tag{5.18}$$

- **Paso 2:** Para evitar la reducción de rango, se define el vector

$$\boldsymbol{\lambda}_d = [\lambda_d(1), \dots, \lambda_d(J - 1)]^T, \text{ donde} \tag{5.19}$$

$$\lambda_d(k) = [\lambda(k) - \lambda(k - 1)]_{2\pi} \tag{5.20}$$

suponiendo $\lambda(0) = 0$.

- **Paso 3:** La estadística necesaria para encontrar la estimación de CFO puede ser obtenida notando que $a(p, k)$ define una transformación lineal sobre $\alpha(p, k)$ para cada p . Además $\Theta_k(p)$ (Ec. (C.8) del Apéndice C) son estadísticamente independientes para diferentes p . Entonces, la matriz de covarianza de $\lambda(k)$ puede ser calculada usando la transformación afín y la independencia sobre p , resultando en la siguiente expresión

$$\boldsymbol{\Lambda}_k = \sum_{p=0}^{M-1} \mathbf{A}(p) \Theta_k(p) \mathbf{A}(p)^T, \tag{5.21}$$

donde $\mathbf{A}(p) = \text{diag}\{a(p, k)\}$ es una transformación lineal para $1 \leq k \leq J - 1$. Es fácil mostrar que los elementos de $\boldsymbol{\Lambda}_k$ son

$$[\mathbf{\Lambda}_k]_{k_1, k_2} = \sum_{p=0}^{M-1} a(p, k_1)a(p, k_2)[\mathbf{\Theta}_k(p)]_{k_1, k_2}, \quad (5.22)$$

donde $[\mathbf{\Theta}_k(p)]_{k_1, k_2}$ está definida en la Ec. (C.9) del Apéndice C. Considerando la matriz de transformación de la Ec. (B.7), la matriz de covarianza de $\boldsymbol{\lambda}_d$ resulta

$$\boldsymbol{\Lambda}_d = \mathbf{T}\boldsymbol{\Lambda}_k\mathbf{T}^T. \quad (5.23)$$

Finalmente, usando el BLUE, el estimador de CFO está dado por

$$\hat{\xi}_a = -\frac{J}{2\pi} \frac{\mathbf{1}^T \boldsymbol{\Lambda}_d^{-1} \boldsymbol{\lambda}_d}{\mathbf{1}^T \boldsymbol{\Lambda}_d^{-1} \mathbf{1}}. \quad (5.24)$$

La varianza del DCE-A resulta

$$\text{var}(\hat{\xi}_a) = \left(\frac{J}{2\pi}\right)^2 \frac{1}{\mathbf{1}^T \boldsymbol{\Lambda}_d^{-1} \mathbf{1}}. \quad (5.25)$$

Para el cálculo de $\boldsymbol{\Lambda}_d$ y $\text{var}(\hat{\xi}_a)$ en las Ecs. (5.24) y (5.25) se necesita $|s(p)|^2$. Como el canal no es conocido, $|s(p)|^2$ no está disponible. Para implementar el algoritmo, $|s(p)|^2$ para un dado k puede reemplazarse por $1/(J-1) \sum_{k=1}^{J-1} |\hat{\Gamma}_c(p, k)|$. Por otro lado, la expresión de la varianza en la Ec. (5.25) se evalúa numéricamente en la Sección 5.4.

Algunos comentarios:

- La Ec. (5.18) emplea una combinación diferente para p que SBE en (5.10) y el algoritmo de Morelli [1]. Esto es posible debido la introducción de la ACA, que provee un grado de libertad adicional. Como el SBE, el DCE-A también emplea los $J-1$ coeficientes.
- Los ángulos que resultan de $\arg\{\hat{\Gamma}_c(p, k)\}$ yacen en el intervalo $[-\pi, \pi)$, en consecuencia, hay una discontinuidad de fase en π . En la Ec. (5.15) se ve que para ciertos valores ξ y k , los elementos de $\alpha(p, k)$ para $0 \leq p \leq M-1$ están cerca de la discontinuidad de fase. Debido al ruido, algunos de estos valores podrían estar de un lado de la discontinuidad mientras que el resto en el otro, lo que baja el desempeño del algoritmo al combinar linealmente las componentes.
- Si el CFO no es alto, los errores debido a las discontinuidades son improbables y el estimador tiene buen desempeño, como se muestra en la Sección 5.4.

Habiendo encontrado la estimación a partir de la combinación de $\alpha(p, k)$ primero sobre p y luego sobre k , a continuación se presenta otro estimador que realiza las combinaciones en el orden inverso.

Estimación de combinación directa B (DCE-B)

- **Paso 1:** Definamos las siguientes diferencias de fase para un p fijo

$$\psi_d(p, k) = [\alpha(p, k) - \alpha(p, k - 1)]_{2\pi} \quad (5.26)$$

donde se considera $\alpha(p, 0) = 0$.

- **Paso 2:** La estadística utilizada para calcular los factores de ponderación es obtenida de la matriz $\Theta_k(p)$ (Ec. (C.8) del Apéndice C), y la matriz de transformación diferencia de la Ec. (B.7), como

$$\Psi(p) = \mathbf{T}\Theta_k(p)\mathbf{T}^T. \quad (5.27)$$

Luego, los factores de ponderación para combinar las diferencias $\psi(p, k)$ son los siguientes

$$\mathbf{b}_k(p) = -\frac{J}{2\pi} \frac{\Psi(p)^{-1}\mathbf{1}}{\mathbf{1}^T\Psi(p)^{-1}\mathbf{1}}. \quad (5.28)$$

Definiendo $\boldsymbol{\psi}_d(p) = [\psi_d(p, 1), \dots, \psi_d(p, J - 1)]^T$, las estimaciones parciales para p fijo son

$$\psi_p(p) = \mathbf{b}_k(p)^T \boldsymbol{\psi}_d(p). \quad (5.29)$$

- **Paso 3:** Recordando que los componentes de $\psi_p(p)$ son independientes para diferente p (pues los $\alpha(p, k)_{k=1}^{J-1}$ son independientes), resultan los siguientes factores de ponderación

$$b_p(p) = \frac{\sigma_{\psi}^2(p)}{\sum_{p=0}^{M-1} \sigma_{\psi}^2(p)}, \quad (5.30)$$

donde $\sigma_{\psi}^2(p) = 1/(\mathbf{1}^T\Psi_p^{-1}\mathbf{1})$. Agrupando $\psi_p(p)$ en el vector $\boldsymbol{\psi}_p = [\psi_p(0), \dots, \psi_p(M - 1)]^T$ y $b_p(p)$ en $\mathbf{b}_p = [b_p(0), \dots, b_p(M - 1)]^T$, la estimación final de CFO es:

$$\hat{\xi}_b = \mathbf{b}_p^T \boldsymbol{\psi}_p. \quad (5.31)$$

La varianza para este caso también se ve simplificada por la condición de independencia. La expresión de la misma resulta:

$$\text{var}(\hat{\xi}_b) = \frac{1}{\sum_{p=0}^{M-1} \sigma_{\psi}^2(p)}. \quad (5.32)$$

De la misma manera que en el DCE-A, para el DCE-B $|s(p)|^2$ se reemplaza por el promedio de la ACA sobre k . Por otro lado, la Ec. (5.32) se evalúa usando simulaciones en la Sección 5.4.

Algunos comentarios

- Si el CFO es pequeño, como usualmente es el caso, el operador módulo- 2π de la Ec. (5.26) podría obviarse.
- La combinación sobre k no es tan robusta como la de DCE-A o SBE, pues depende de un solo componente de p en vez de una suma ponderada. Esto puede verse comparando (C.9) (Apéndice C) con (B.6) (Apéndice B) y (5.22). Este problema es particularmente notorio cuando el CFO es grande.
- El análisis del sesgo para baja SNR desarrollado en el Apéndice D, también se aplica para los algoritmos DCE.

5.3. Análisis de complejidad

Los algoritmos obtenidos en la Sección 5.2 necesitan invertir la matriz de covarianza de diferencia de fases para poder combinar la información disponible en la variable k , lo que puede notarse de las Ecs. (5.13), (5.24) y (5.28). A continuación se discutirán algunos cambios simples para evitar la inversión de dicha matriz en los estimadores de CFO introducidos anteriormente. Luego, se incluye una discusión detallada de la complejidad computacional.

5.3.1. Algoritmos aproximados

La complejidad de los algoritmos puede ser reducida si los coeficientes del BLUE son reemplazados por los factores dados por

$$w_{\text{ap}}(k) = \frac{-J}{2\pi} \frac{(J-k)^2}{\sum_{k=1}^{J-1} (J-k)^2} = \frac{-1}{2\pi} \frac{6(J-k)^2}{(J-1)(2J-1)}, \quad (5.33)$$

Los factores de ponderación aproximados están basados en la suposición de que las diferencias de fase en (5.12), (5.20) y (5.26) son independientes. En [61], se muestra que si las muestras de un modelo estadístico lineal son independientes, la ponderación para obtener la estimación es proporcional a la energía normalizada de cada muestra. Como $J-k$ en (5.6) es el coeficiente de normalización de la ACA, la selección de $w_{\text{ap}}(k)$ es natural.

Agrupando los factores en el vector $\mathbf{w}_{\text{ap}} = [w_{\text{ap}}(1) \cdots w_{\text{ap}}(J-1)]^T$, se proponen tres estimadores aproximados que se obtienen luego de reemplazar las Ecs. (5.13), (5.24) y (5.29) por

$$\hat{\xi}_s^{\text{ap}} = \mathbf{w}_{\text{ap}}^T \boldsymbol{\xi}_d, \quad (5.34)$$

$$\hat{\xi}_a^{\text{ap}} = \mathbf{w}_{\text{ap}}^T \boldsymbol{\lambda}_d \text{ y} \quad (5.35)$$

$$\psi_p^{\text{ap}}(p) = \mathbf{b}_k(p)^T \boldsymbol{\psi}(p) \quad (5.36)$$

respectivamente. Además, para obtener la estimación de CFO para DCE-B, es necesario reemplazar la Ec. (5.31) por $\hat{\epsilon}_b^{\text{ap}} = \mathbf{c}_p^T \boldsymbol{\psi}_p^{\text{ap}}$, donde $\boldsymbol{\psi}_p^{\text{ap}} = [\psi_p^{\text{ap}}(0), \dots, \psi_p^{\text{ap}}(M-1)]^T$, $c(p) = \frac{|s(p)|^2}{\sum_{p=0}^{M-1} |s(p)|^2}$, y $\mathbf{c} = [c(0), \dots, c(M-1)]^T$. En este caso se supone que $\boldsymbol{\psi}_p^{\text{ap}}$ son independientes para diferentes p . Las versiones aproximadas de los estimadores se denotan $\sim\text{SBE}$, $\sim\text{DCE-A}$ y $\sim\text{DCE-B}$, respectivamente. Como la suposición de independencia no es exactamente verdadera, los factores de ponderación aproximados generan un moderado incremento en el MSE de las estimaciones de CFO.

5.3.2. Carga computacional

La Tabla 5.1 resume el número aproximado de multiplicaciones reales requeridas para obtener una estimación para cada algoritmo. Se supone que una multiplicación compleja es equivalente a cuatro multiplicaciones reales y una división real se considera como una multiplicación real.

Tabla 5.1: Comparación de complejidad

| Estimador | Nro. de multiplicaciones reales | $M = J = 8$ |
|--------------------|---|-------------|
| DCE-A | $(J-1)^3/3 + (2M+10)(J-1)^2 + (2N+6M+1)(J-1)$ | 2630 |
| DCE-B | $(J-1)^3/3 + 10M(J-1)^2 + (2N+M)(J-1) + 4M$ | 5020 |
| SBE | $(J-1)^3/3 + 10(J-1)^2 + (J-1)(2N-1)$ | 1510 |
| MTB | $(J-1)^3/3 + 2M(J-1)^2 + 4J(J-1) + 4N$ | 1380 |
| MM | $2J(3/4N - M/2)$ | 700 |
| $\sim\text{DCE-A}$ | $(J-1)(2N+6M+2)$ | 1250 |
| $\sim\text{DCE-B}$ | $(J-1)(2N+M+1) + 3M$ | 980 |
| $\sim\text{SBE}$ | $2(J-1)(N+1)$ | 910 |

Debe notarse que el número de operaciones mostrado en la tabla es obtenido a partir de los algoritmos sin ninguna simplificación. Para el ejemplo mostrado, una forma cerrada para la inversa de la matriz de covarianza de los diferentes algoritmos conduciría a algunas simplificaciones. De esta manera, los resultados mostrados en la tabla pueden considerarse como de peor caso.

Los estimadores aproximados descritos en la Sección 5.3.1 están incluidos también en la tabla. Como puede notarse, estos algoritmos reducen considerablemente la carga computacional. Aunque el algoritmo de Morelli usa aproximadamente 20 % menos operaciones que el \sim SBE, este sólo emplea la mitad de los coeficientes disponibles de la autocorrelación ($J/2$) lo que produce una pérdida de desempeño como se muestra en la Sección 5.4. La complejidad de DCE-A, DCE-B, SBE y el algoritmo de Minn [2] es alta pues necesitan la inversión de una matriz [2]. La complejidad reducida viene acompañada de un leve incremento en el MSE de la estimación del CFO, como es mostrado por simulaciones en la sección siguiente.

5.4. Resultados numéricos

En esta sección se presentan diferentes conjuntos de simulaciones para ilustrar el desempeño de los algoritmos propuestos y para compararlos con los estimadores clásicos de CFO. Específicamente, se considerarán cuatro diferentes conjuntos:

1. comparación de los estimadores clásicos de Morelli [1] y Minn [2] vs. SBE y el MLE propuesto,
2. comparación de los estimadores clásicos vs. DCE,
3. comparación de los estimadores aproximados y los completos, y
4. comparación de los estimadores clásicos y los DCE para un tamaño grande de bloque.

Además, en los conjuntos 1 y 2 se incluye la varianza teórica correspondiente a cada algoritmo propuesto. Las curvas de varianza para los algoritmos DCE se obtienen promediando (5.25) y (5.32) sobre cada realización del canal y de la secuencia de entrenamiento. Para concluir, se resumirán las mejoras relativas de los algoritmos propuestos para diferentes SNRs.

Para el algoritmo de Minn se implementó el Método B descrito en [2]. El estudio también considera la cota inferior de Cramer-Rao (CRLB) para la estimación de CFO empleando una secuencia periódica sobre un canal con desvanecimiento Rayleigh que se describe en el Capítulo 4 [54]. Las matrices covarianza Ξ_d , $\Theta_p(k)$ y $\Theta_k(p)$ empleadas en SBE, DCE-A y DCE-B, dependen de σ^2 . En un sistema inalámbrico es usual tener una estimación de ruido para realizar control de ganancia, diagramación de usuarios u otras tareas [62]. Entonces, esa estimación de ruido puede ser utilizada en el problema de CFO. Además, la precisión en la estimación de σ^2 tiene un efecto pequeño en los factores de ponderación de los algoritmos propuestos, como se corrobora en [2] y a través de exhaustivas simulaciones. La secuencia de entrenamiento periódica

puede ser generada en el dominio tiempo (SC) o en el dominio frecuencia (OFDM). Sin embargo, para los algoritmos DCE es más propicia la generación temporal pues produce secuencias con baja relación pico a promedio.

Para los primeros tres conjuntos de simulación las secuencias de entrenamiento tienen $N = 64$ muestras y un período $M = 8$. El largo de prefijo cíclico es 16, y los coeficientes del canal están dados por $\{h_q\}_{q=0}^{L-1}$, $L = 10$, con decaimiento exponencial $E\{|h_q|^2\} = Ge^{-q/2}$, donde G se elige de manera que $\sum_{q=0}^{L-1} E\{|h_q|^2\} = 1$. Las estimaciones de CFO están promediadas sobre 200 diferentes realizaciones de canal, y cada realización de canal se promedia sobre 200 realizaciones de ruido para cada SNR.

Cuando el CFO es grande, cerca del rango, y/o la SNR es suficientemente baja, todos los estimadores sufren una pérdida de desempeño que se referirá como *efecto de borde*. Esto es causado por el ruido aleatorio cuando la fase utilizada para estimar el CFO sale del intervalo $[-\pi, \pi)$. El problema radica en que la naturaleza de la fase es circular (no posee una discontinuidad en π) mientras que en el enfoque utilizado en la literatura y en esta tesis se utiliza una aproximación lineal, que supone una discontinuidad. Una solución podría ser utilizar una estadística circular como la definida en [63, 64].

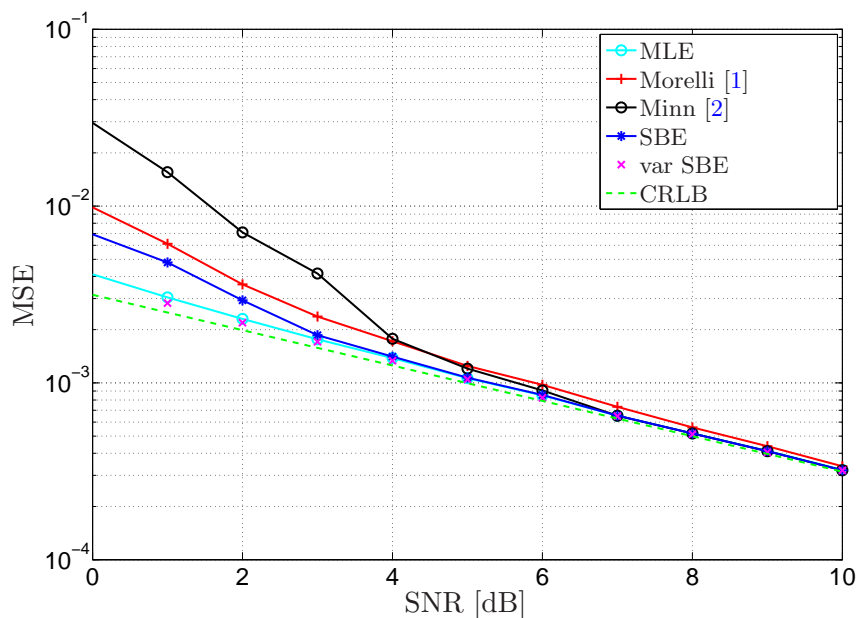


Figura 5.1: Comparación de MSE vs. SNR para SBE con $\xi = 0,1$.

Conjunto 1): La figura 5.1 ilustra el desempeño de los algoritmos SBE, MLE y los estimadores de Morelli y Minn en términos del MSE para un $\xi = 0,1$. Como está cerca del óptimo, el MLE tiene el mejor desempeño. Puede notarse que el SBE funciona mejor que otros estimadores de baja complejidad para baja SNR. A una SNR moderada (mayor a 4 dB), MLE, SBE y el algoritmo de Minn tienen desempeño similar y funcionan mejor que el algoritmo de Morelli. Eso es porque la propuesta de Morelli no emplea toda la información disponible. Para una baja SNR (más baja que 4 dB) el algoritmo de Minn pierde robustez y su desempeño cae considerablemente. Todos los algoritmos convergen al CRLB para alta SNR (mayor a 10 dB).

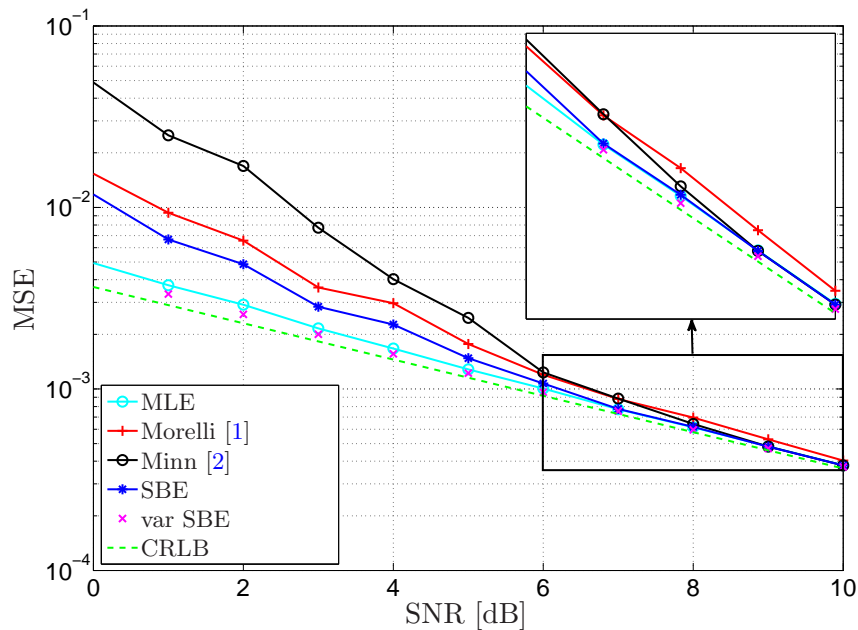


Figura 5.2: Comparación de MSE vs. SNR para SBE con $\xi = 0,3$.

La figura 5.2 muestra el comportamiento para CFO grande. Todos los algoritmos tienen peor desempeño excepto el MLE, que no sufre del efecto de borde. Por otro lado, el SBE y el algoritmo de Minn funcionan de manera similar pero mejor que la propuesta de Morelli para alta SNR.

Conjunto 2): La Fig. 5.3 muestra la comparación de los algoritmos DCE-A y los algoritmos de Morelli y Minn. Para baja SNR, el algoritmo DCE-A funciona mejor que las propuestas de Morelli y Minn, mientras que para alta SNR, DCE-A y el algoritmo de Minn tienen mejor desempeño que la propuesta de Morelli. El desempeño del algoritmo DCE-A para CFO grande se muestra en la Fig. 5.4. Como se mencionó anteriormente (en la Sección 5.2.2) el DCE-A, pierde desempeño a causa del alto valor del CFO. Para valores altos de SNR, DCE-A y el algoritmo de Minn funcionan mejor que el estimador de Morelli.

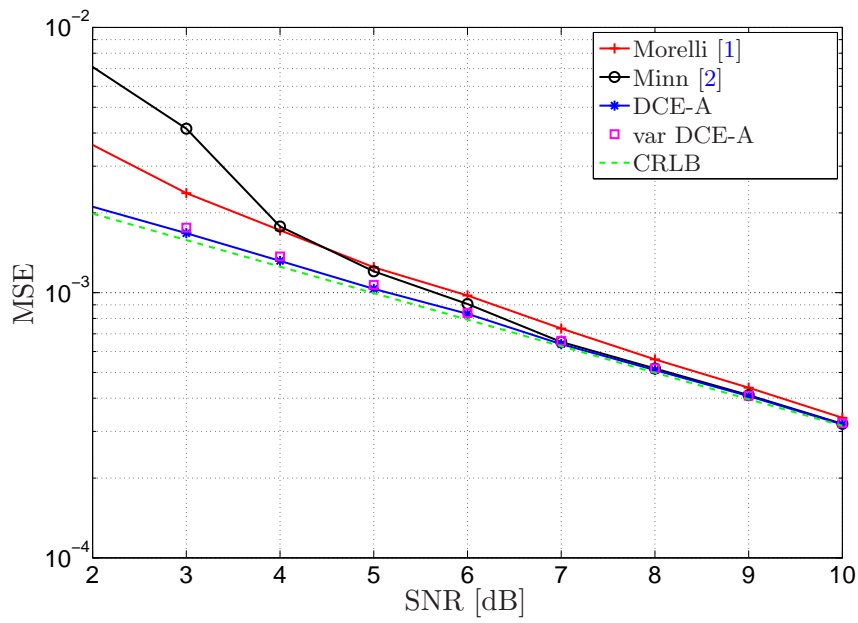


Figura 5.3: Comparación de MSE vs. SNR para DCE-A con $\xi = 0,1$.

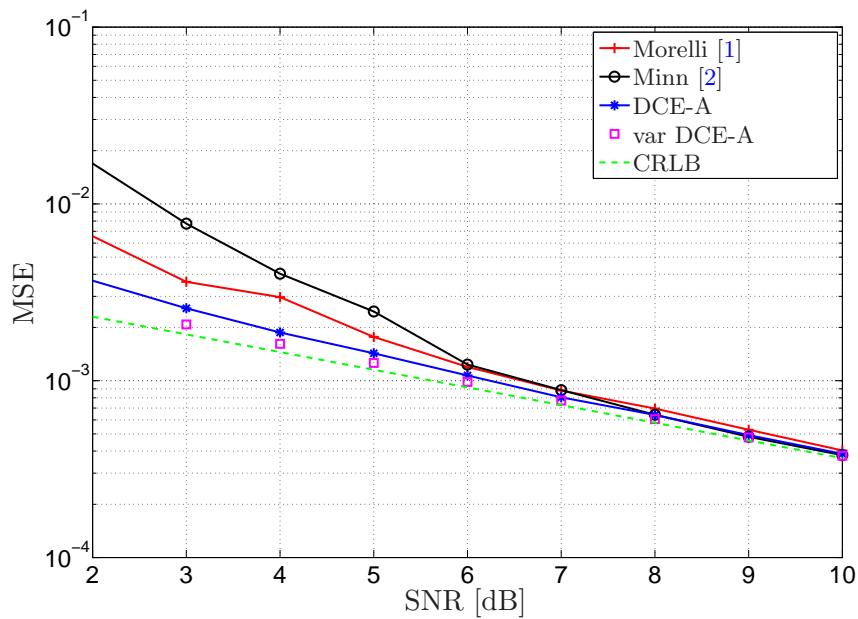


Figura 5.4: Comparación de MSE vs. SNR para DCE-A con $\xi = 0,3$.

La Fig. 5.5 muestra el desempeño del DCE-B comparado con las propuestas de Morelli y Minn. DCE-B funciona mejor que dichas propuestas. La comparación para CFO grande se muestra en la Fig. 5.6. El CFO alto también reduce el desempeño del DCE-B, como en el caso del DCE-A, esto puede explicarse por la pérdida de robustez en la combinación sobre k , como se anticipa en los comentarios de DCE-B de la Sección 5.2.2.

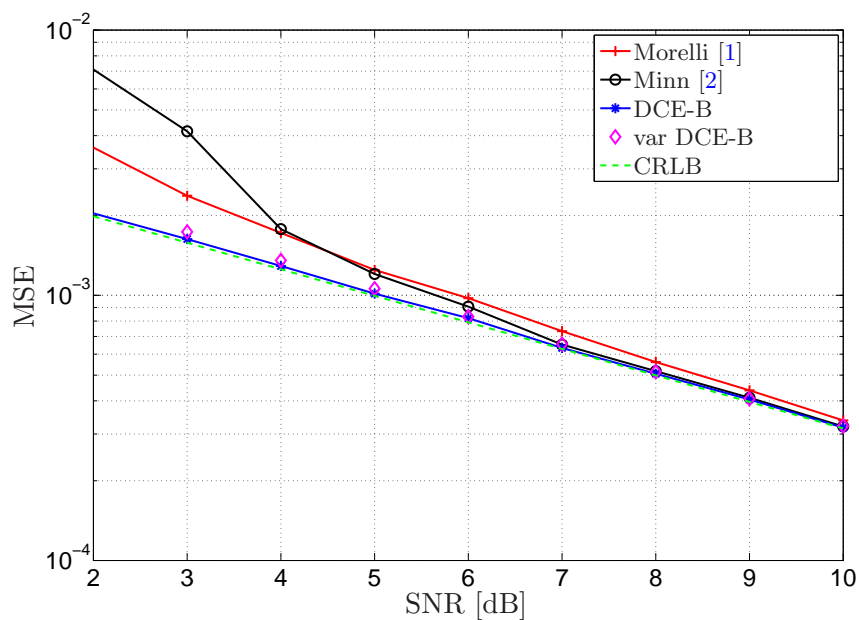


Figura 5.5: Comparación de MSE vs. SNR para DCE-B con $\xi = 0,1$.

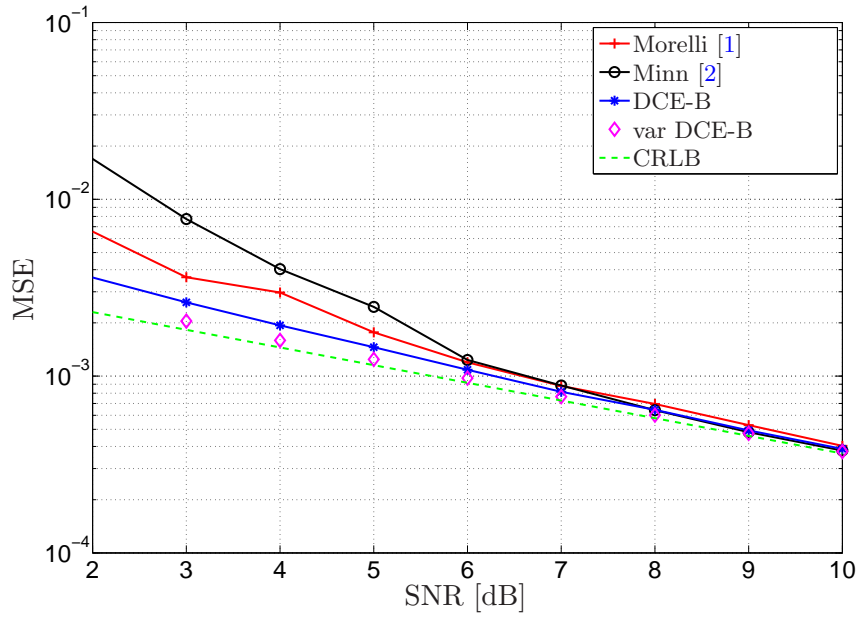


Figura 5.6: Comparación de MSE vs. SNR para DCE-B con $\xi = 0,3$.

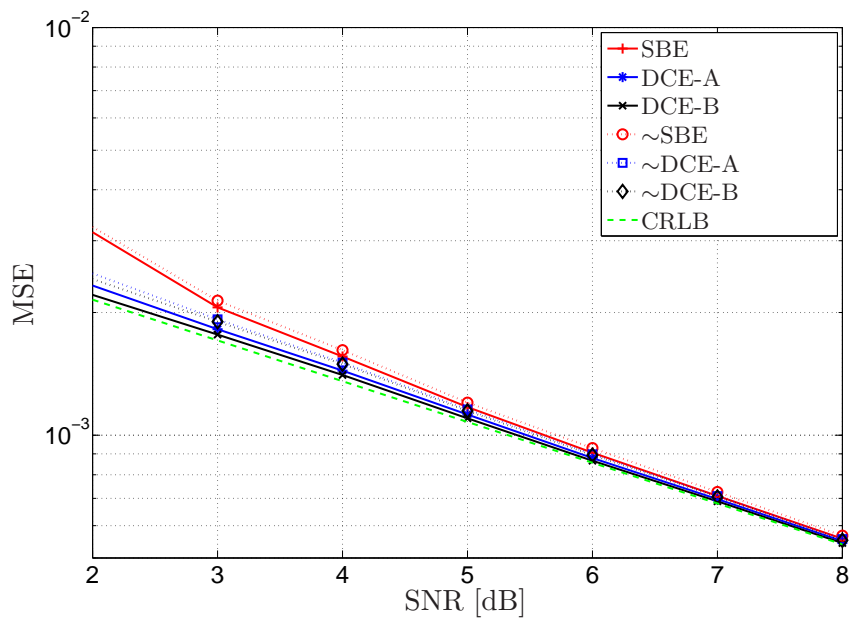


Figura 5.7: Comparación de MSE vs. SNR para los algoritmos aproximados con $\xi = 0,1$.

Conjunto 3) La Fig. 5.7 compara los algoritmos SBE, DCE-A y DCE-B descritos en la Sección 5.2 con sus versiones aproximadas presentadas en la Sección 5.3.1. Puede notarse una pequeña degradación en el desempeño de los estimadores aproximados. Sin embargo, estos aún funcionan mejor que las propuestas de Morelli y Minn. El comportamiento puede ser justificado por el hecho de que los estimadores aproximados emplean todos los coeficientes de la función autocorrelación. Es importante destacar que los algoritmos propuestos proveen una considerable mejora en MSE para baja SNR, como se ha visto en las Figs. 5.1 a 5.7.

Conjunto 4): En la figura 5.8 se ilustra el MSE para una secuencia de entrenamiento grande, con $N = 512$ y $M = 16$. Como puede verse, ahora la diferencia entre los algoritmos es mucho menor, excepto para el algoritmo de Minn que no mejora su desempeño para baja SNR cuando N crece.

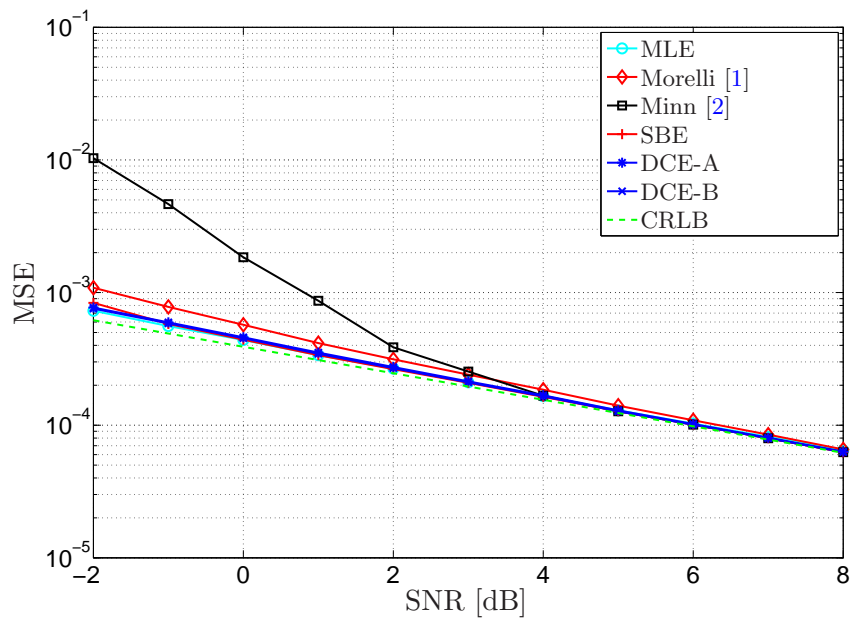


Figura 5.8: Comparación de MSE vs. SNR para Morelli [1], Minn [2], DCE-A, DCE-B y MLE. El sistema considerado tiene $N = 512$ y $M = 16$ con $\xi = 0,1$.

Los algoritmos basados en DCE proveen una mejora en el desempeño comparados con los SBE, sin embargo, para baja SNR sufren un sesgo más grande. Esto es una consecuencia de la falta de robustez de estos algoritmos, como se discute en la Sección 5.2.2. En sistemas inalámbricos prácticos de comunicaciones, el CFO se mantiene moderado, entonces el rango reducido de los estimadores basados en DCE no debería presentar problemas. Por ejemplo, LTE [43] requiere 1 ppm de precisión de los osciladores. Junto con las velocidades típicas de los móviles esto produce niveles de CFO del orden de cientos de Hz mientras el espaciamiento interportadora es de 15 kHz.

En conclusión, si el CFO no es grande y la SNR no es extremadamente baja los algoritmos DCE son preferidos. Por otro lado, el estimador SBE se desempeña mejor que las propuestas de Morelli y Minn en cualquier condición.

Tabla 5.2: Mejora de error medio cuadrático relativa al CRLB.

| Estimator | MSE at -5dB | MSE at 5dB | MSE at 8dB | MSE at 10dB |
|-------------|-------------|------------|------------|-------------|
| DCE-A | 95.2 % | 103 % | 102.8 % | 101.6 % |
| DCE-B | 93 % | 101.2 % | 101.8 % | 100.9 % |
| SBE | 386 % | 103.9 % | 102.9 % | 101.6 % |
| Minn [2] | 2641 % | 103.9 % | 102.9 % | 101.6 % |
| Morelli [1] | 511 % | 114.1 % | 107.5 % | 104.7 % |

Como una comparación final, la Tabla 5.2 resume la mejora de los estimadores propuestos contra los clásicos, en términos del MSE relativo. El MSE relativo se define como $MSE_r = 100 \times Q_M/Q_C$, donde Q_M y Q_C son respectivamente el MSE del método evaluado y el CRLB a la SNR especificada. Los algoritmos están evaluados para $\xi = 0,1$, $N = 64$ y $M = 8$.

5.5. Comentarios finales

En este capítulo se presenta una novedosa familia de estimadores de CFO: el estimador basado en suma (SBE) y dos estimadores de combinación directa de fase (DCE). Los algoritmos se basan en una nueva interpretación de la función de autocorrelación cíclica de la señal de entrenamiento recibida, la función de *autocorrelación cíclica promediada* (ACA). Se muestra que si los términos de alto ruido de alto son considerados es posible emplear toda la información disponible en la secuencia de entrenamiento. El SBE es una generalización del algoritmo propuesto por Morelli y funciona mejor para alta y baja SNR. Los DCEs se derivan de la estructura de la ACA y aunque proveen una importante mejora en el desempeño, no son robustos para CFO

grande. La familia de estimadores propuesta logra bajar de manera considerable el **MSE** para bajos regímenes de **SNR**.

Se muestra que el estimador de **CFO** de máxima verosimilitud puede escribirse en términos de la nueva función de autocorrelación. Además se presentan tres versiones aproximadas de los estimadores antes mencionados, los cuales son de baja complejidad. Aunque las versiones aproximadas de los algoritmos DCE tienen un desempeño más bajo que sus versiones completas, funcionan mejor que estimadores del estado del arte.

Capítulo 6

Estimación de frecuencia basada en filtrado notch por bloques

Para estimar el desplazamiento de la frecuencia de la portadora (CFO), se utiliza una secuencia de entrenamiento periódica como se mostró en el capítulo 4, Ec. (4.15). El resultado de la autocorrelación de dicha secuencia es una señal sinusoidal compleja, inmersa en ruido correlacionado, como se establece fácilmente de la Ec. (4.17). Además, podemos decir que la amplitud de la sinusoidal depende de la secuencia de entrenamiento utilizada y la condición del canal, por lo que la podemos considerar desconocida, mientras que la frecuencia depende del CFO que se desea estimar. Los métodos clásicos subóptimos estiman la frecuencia de la sinusoidal a partir del cambio en la fase de la función autocorrelación, como se ve en las Ecs. (4.19) y (4.22) correspondientes a los algoritmos [1] y [2]. En éste capítulo tomaremos un enfoque diferente para realizar la estimación de la frecuencia de una senoidal de amplitud desconocida en ruido. Los resultados preliminares que se muestran en este capítulo forman parte de un estudio que tiene como objetivo encontrar nuevas técnicas de estimación de CFO de baja complejidad, basadas en reinterpretaciones o reformulaciones del modelo de la secuencia de entrenamiento. Para obtener los resultados que se mencionan, se considera que la sinusoidal es real y el ruido blanco (no correlacionado).

Diversos métodos han sido desarrollados en la literatura para tratar el problema de estimación de la frecuencia de una señal sinusoidal inmersa en ruido de banda ancha (ruido blanco). Desde el punto de vista estadístico de eficiencia, los métodos de máxima verosimilitud [65] ofrecen la mejor solución pero requieren una gran cantidad de cálculos que son inadecuados para aplicaciones de baja complejidad. Son interesantes los métodos basados en subespacios, como la descomposición armónica de Pisarenko (PHD¹) [66], pues tienen una baja complejidad y utilizan la estructura

¹ *Pisarenko harmonic decomposition* en inglés.

de autovalores de la matriz de covarianza para obtener la estimación. A pesar de su ineficiencia, el PHD reformado (RPHD) [67] es una mejora del PHD que considera un método de mínimos cuadrados y utiliza un modelo de norma unitaria para reducir el sesgo asociado al método de predicción lineal [68].

Como alternativa, también existen técnicas basadas en filtros notch FIR, que pueden interpretarse como una versión recursiva de RPHD, para obtener soluciones cerradas de baja complejidad al problema de estimación de una única frecuencia [69]. Como este método recursivo está basado en un filtro notch FIR, requiere un número considerable de iteraciones para obtener una estimación de calidad. Una solución al respecto es considerar filtros notch de respuesta impulsiva infinita (IIR²) [70]. La solución a la función costo no cuadrática utilizada para adaptar los coeficientes no está disponible, entonces los coeficientes del filtro se adaptan recursivamente en esquemas en línea³ [9, 10]. Si el filtro notch está sintonizado a la frecuencia de la sinusoidal, la varianza a la salida del filtro es mínima. En consecuencia, la estimación de frecuencia se realiza directamente de la parametrización del filtro.

En [11], un filtro notch fuera de línea con realización directa se propone para estimar la frecuencia de una sinusoidal real en ruido. Un procedimiento conceptualmente similar al algoritmo de Steiglitz-McBride es utilizado para transformar el problema de minimización no cuadrático utilizado para obtener la estimación, en una sucesión idealmente infinita de minimizaciones cuadráticas las cuales son más fáciles de resolver. Como el filtro notch se basa en la realización directa, la estimación de frecuencia es en general sesgada [71]. Luego, siguiendo un análisis similar al de [67], una elaborada normalización es requerida para reducir el sesgo. Además, los parámetros de sintonización del filtro notch y el del ancho de banda de 3dB están acoplados, lo que dificulta el análisis del algoritmo.

En este capítulo se propone un estimador de frecuencia basado en un filtro notch con realización lattice normalizada, que opera con datos en bloques. Se muestra que el algoritmo obtenido tiene una complejidad más baja y un mejor desempeño que los enfoques previos.

6.1. Definición de la señal y enfoques previos

La señal de entrada al estimador se define como:

$$r(n) = A \operatorname{sen}(\omega_0 n + \phi) + w(n), \text{ para } 0 \leq n \leq N - 1, \quad (6.1)$$

² *Infinite impulse response* en inglés.

³ *On-line* en inglés.

donde A , ω_0 y ϕ son respectivamente la amplitud, la frecuencia angular y la fase de la sinusoide. $w(n)$ es ruido blanco Gaussiano (WGN⁴) de varianza σ^2 .

Un filtro notch basado en la realización directa tienen la siguiente función transferencia

$$H_D(z^{-1}) = \frac{1 + a z^{-1} + z^{-2}}{1 + \rho a z^{-1} + \rho^2 z^{-2}} \quad (6.2)$$

donde $a = -2\cos\omega$, y ρ es el factor de contracción del polo. El estimador propuesto en [11] minimiza la varianza a la salida del filtro notch mostrado en la Ec. (6.2) para obtener $\hat{a}(i)$ ($i = 0, 1, \dots$) de una manera iterativa. Para encontrar una solución simple de mínimos cuadrados se supone el denominador fijo en el primer paso, es decir, en $i = 0$, $\hat{a}(0) = 0$. En un segundo paso se reemplaza la primera estimación en el denominador y así siguiendo. Considerando la normalización requerida para reducir el sesgo, la solución se obtiene de las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} G_1^N &= \sum_{n=3}^N [c_1(h(n) + h(n-2))^2 - 2c_0 h^2(n-1)] \\ G_2^N &= \sum_{n=3}^N [2c_2 h^2(n-1) + c_1 h(n-1)(h(n) + h(n-2))] \\ G_3^N &= \sum_{n=3}^N [c_2(h(n) + h(n-2))^2 + c_0 h(n-1)(h(n) + h(n-2))] \end{aligned}$$

donde $c_0 = (1 + \rho^2 \hat{a}(i)^2 - \rho^4)$, $c_1 = (1 + \rho^2)$, $c_2 = \rho \hat{a}(i)$, $h(n) = r(n)/(1 + \rho \hat{a}(i) z^{-1} + \rho^2 z^{-2})$ y N es el número de muestras disponibles. Entonces

$$\hat{a}(i+1) = -\frac{G_1^N + \sqrt{(G_1^N)^2 + 8G_2^N G_3^N}}{2G_2^N}$$

6.2. Estimador de frecuencia basado en la realización lattice normalizada

El filtro notch se basa en la realización lattice normalizada, y su función transferencia es [72]:

$$H_L(z^{-1}) = \frac{(s_2 + 1)}{2} \frac{1 + 2s_1 z^{-1} + z^{-2}}{1 + s_1(1 + s_2)z^{-1} + s_2 z^{-2}} \quad (6.3)$$

⁴ *White Gaussian noise* en inglés.

donde $s_1 = \sin \theta_1$ y $s_2 = \sin \theta_2$, $\omega = \theta_1 + \pi/2$ y $s_2 = (1 - \tan(B/2))/(1 + \tan(B/2))$, donde B es el ancho de banda de 3dB del filtro notch.

Como los parámetros del notch están desacoplados en la realización lattice, la varianza del ruido coloreado no depende de s_1 . En consecuencia, al minimizar la varianza a la salida del filtro este estimador resulta no sesgado por naturaleza, como se demuestra en [72]. Eso significa que la normalización introducida en [11] es innecesaria en nuestro caso.

Como tanto el numerador como el denominador del filtro en la Ec. (6.3) dependen de s_1 , minimizar la varianza a la salida del filtro utilizando un método fuera de línea no es un procedimiento directo. Una manera de resolver este problema es considerar un procedimiento iterativo como se describe en [11] (ver también [73]), donde en la $(i + 1)$ -ésima iteración se coloca en el denominador del filtro la estimación de s_1 de la iteración i . Consecuentemente, el parámetro de minimización se encuentra solamente en el numerador y la función de minimización se vuelve cuadrática. El procedimiento de minimización nos permite obtener una forma cerrada para la fórmula de adaptación de s_1 . Este procedimiento iterativo es conceptualmente similar al algoritmo Steiglitz-McBride [73], donde un problema de minimización no cuadrático se reformula como una sucesión idealmente infinita de problemas cuadráticos.

Para simplificar la formulación es útil definir $g(n)$, la señal de entrada pre-filtrada con el denominador fijo del filtro notch, como: $g(n) = D_i(z^{-1})r(n)$, donde

$$D_i(z^{-1}) = \frac{1}{1 + s_1(i)(1 + s_2)z^{-1} + s_2z^{-2}}, \quad (6.4)$$

y $s_1(i)$ es el parámetro del filtro en la iteración i .

La estimación en forma cerrada se obtiene minimizando el error cuadrático promediado en tiempo, definido por

$$P_N(\hat{s}_1(i + 1)) = \frac{1}{N - 2} \sum_{n=2}^{N-1} e^2(n, \hat{s}_1(i + 1)) \quad (6.5)$$

donde $e(n, \hat{s}_1(i + 1)) = g(n) + 2\hat{s}_1(i + 1)g(n - 1) + g(n - 2)$. Para minimizar la expresión (6.5), se debe resolver

$$\sum_{n=2}^{N-1} (g(n) + 2\hat{s}_1(i + 1)g(n - 1) + g(n - 2))g(n - 1) = 0$$

lo que resulta en el estimador del parámetro en forma cerrada:

$$\hat{s}_1(i+1) = \frac{-\sum_{n=2}^{N-1} g(n)g(n-1) - g(n-1)g(n-2)}{2\sum_{n=2}^{N-1} g^2(n-1)} \quad (6.6)$$

Si N es suficientemente grande $\sum_{n=2}^{N-1} g(n)g(n-1) \approx \sum_{n=2}^{N-1} g(n-1)g(n-2) \approx \sum_{n=1}^{N-2} g(n)g(n-1)$ y $\sum_{n=2}^{N-1} g^2(n-1) \approx \sum_{n=1}^{N-2} g^2(n)$, entonces la Ec. (6.6) puede aproximarse por

$$\hat{s}_1(i+1) = \frac{-\sum_{n=1}^{N-2} g(n)g(n-1)}{\sum_{n=1}^{N-2} g^2(n)} \quad (6.7)$$

A lo largo del capítulo, la fórmula de adaptación en forma cerrada obtenida en la Ec. (6.6) se denomina estimación basada en lattice (LBE), mientras que la obtenida en la Ec. (6.7) estimación aproximada basada en lattice (ALBE).

6.3. Descripción del algoritmo

Disponiendo de la ecuación de adaptación en forma cerrada, es posible describir el algoritmo iterativo completo que realiza la estimación de frecuencia. Con el objeto de acelerar la convergencia del algoritmo, s_2 que está relacionado con el ancho de banda del filtro es elegido como función del índice de iteración i . Dicha función es a menudo una variación exponencial como: $s_2(i) = (1 - \beta^i)s_2(\infty)$, donde $s_2(i)$ es el parámetro del filtro que define el ancho de banda en la iteración i , β es la velocidad de convergencia y $s_2(\infty) \approx 1$ el factor de convergencia final [72].

El método propuesto para un ancho de banda fijo se resume en el Algoritmo 6.1, donde N_i es el número de iteraciones. El número de multiplicaciones y adiciones empleado en la estimación

Algoritmo 6.1 Descripción del algoritmo iterativo

Inicialización de los parámetros

$$\tilde{s}_1(0) = 0$$

$$s_2 = \frac{1 - \tan(B/2)}{1 + \tan(B/2)}$$

for $i = 0$ to $N_i - 1$ **do**

$$g(n) = (D_i(z^{-1}, \hat{s}_1(i)))r(n)$$

$$\hat{s}_1(i+1) \text{ de la Ec. (6.6) o (6.7).}$$

Actualización del pre-filtro $D_i(z^{-1}, \hat{s}_1(i+1))$.

end for

$$\hat{\omega} = \arcsen(\hat{s}_1(N_i)) + \pi/2$$

de frecuencia da una idea de la complejidad computacional del algoritmo. En la tabla 6.1 se muestra el número aproximado de multiplicaciones y adiciones reales de los métodos estudiados.

Tabla 6.1: Complejidad computacional

| Método | Nro. de multiplicaciones | Nro. de adiciones |
|----------------|--------------------------|-------------------|
| RPHD | $(3N - 2)$ | $3N$ |
| Directo [11] | $(14N - 24)N_i$ | $(7N - 8)N_i$ |
| Lattice | $(5N - 6)N_i$ | $(5N - 4)N_i$ |
| Lattice aprox. | $(4N - 1)N_i$ | $(5N - 1)N_i$ |

De la tabla se puede concluir que la estructura lattice de los estimadores propuestos reduce considerablemente el número de multiplicaciones comparado con la realización directa. Cabe aclarar que el método RPHD no es recursivo y su desempeño es considerablemente peor que los métodos iterativos [11]. Si se compara en términos del número de operaciones por iteración, la complejidad de RPHD y los algoritmos basados en la realización lattice es similar.

6.4. Análisis de convergencia

En esta sección se muestra que para suficiente cantidad de datos, es decir $N \rightarrow \infty$, el error medio cuadrático de $\hat{s}_1(i+1)$ es más bajo que el de $\hat{s}_1(i)$, lo que asegura la convergencia del algoritmo. Como corolario del desarrollo, el MSE ideal correspondiente a $N \rightarrow \infty$ es obtenido.

Por cuestiones de simplicidad, la demostración se basa en la Ec. (6.7). Si $N \rightarrow \infty$, $1/(N-1) \sum_{n=1}^{N-1} g(n)g(n-1) \approx r_g$, donde $r_g = r_{gs} + r_{gw}$ y (para mayor detalle ver [74, 75])

$$r_{gs} = \frac{A^2 |D_i(e^{j\omega_0})|^2}{2} \cos(\omega_0), \quad (6.8)$$

$$r_{gw} = -\hat{s}_1(i+1) \sigma_{gw}^2 \quad y \quad (6.9)$$

$$\sigma_{gw}^2 = \frac{\sigma}{(1-s_2^2)(1-\hat{s}_1^2(i))}. \quad (6.10)$$

También, para N grande puede decirse que $1/(N-1) \sum_{n=1}^{N-1} g^2(n) \approx \epsilon_g$, es decir que la potencia de $g(n)$. Luego

$$\epsilon_g = \frac{A^2 |D_i(e^{j\omega_0})|^2}{2} + \sigma_{gw}^2. \quad (6.11)$$

Reemplazando las aproximaciones de las Ecs.(6.8), (6.9) y (6.11) en la Ec. (6.7), una función $f(\hat{s}_1(i))$ que relaciona $\hat{s}_1(i+1)$ y $\hat{s}_1(i)$ es obtenida (notar que los factores $1/(N-1)$ que no aparecen en Ec. (6.7) se cancelan), es decir:

$$\hat{s}_1(i+1) = f(\hat{s}_1(i)) = \frac{-\frac{A^2|D_i(e^{j\omega_0})|^2}{2} \cos(\omega_0) + \hat{s}_1(i)\sigma_{gw}^2}{\frac{A^2|D_i(e^{j\omega_0})|^2}{2} + \sigma_{gw}^2} \quad (6.12)$$

Para obtener el **MSE** de $\hat{s}_1(i+1)$ como una función de $\hat{s}_1(i)$, se considera una aproximación de primer orden de $f(\hat{s}_1(i))$ alrededor de $\hat{s}_1(i) = s_1^o = -\cos(\omega_0)$ (sintonización perfecta). Entonces

$$\hat{s}_1(i+1) = f(s_1^o) + \left. \frac{\partial f(\hat{s}_1(i))}{\partial \hat{s}_1(i)} \right|_{\hat{s}_1(i)=s_1^o} (\hat{s}_1(i) - s_1^o) + \dots \quad (6.13)$$

donde $f(s_1^o) = s_1^o$,

$$\left. \frac{\partial f(\hat{s}_1(i))}{\partial \hat{s}_1(i)} \right|_{\hat{s}_1(i)=s_1^o} = f'(s_1^o) = \frac{1}{(4SNR/(1-s_2^2) + 1)} \quad (6.14)$$

y $SNR = \frac{A^2/2}{\sigma^2}$. Luego, el **MSE** aproximado de $\hat{s}_1(i+1)$ dado $\hat{s}_1(i)$ es

$$\begin{aligned} \text{MSE}(\hat{s}_1(i+1)) &= \text{E} \left\{ (\hat{s}_1(i+1) - s_1^o)^2 | \hat{s}_1(i) \right\} \\ &\approx \text{E} \left\{ (f'(\hat{s}_1(i)))^2 (\hat{s}_1(i) - s_1^o)^2 \right\} \\ &= f'(s_1^o)^2 \text{MSE}(\hat{s}_1(i)) \end{aligned} \quad (6.15)$$

Una condición suficiente para asegurar la convergencia en media cuadrática es $f'(s_1^o)^2 < 1$. Analizando este término, resulta

$$f'(s_1^o)^2 < 1 \Rightarrow 1 < 4 \frac{SNR}{1-s_2^2} + 1 \Rightarrow 0 < SNR. \quad (6.16)$$

Como $f'(s_1^o)^2$ es menor que uno para cualquier s_2 y $SNR > 0$ siempre, la convergencia del algoritmo está probada. Como corolario del desarrollo previo, el **MSE** de $\hat{s}_1(i)$ puede encontrarse resolviendo recursivamente la Ec. (6.15). Luego

$$\text{MSE}(\hat{s}_1(i)) = f'(s_1^o)^{2i} \text{MSE}_0 \quad (6.17)$$

donde MSE_0 es la condición inicial definida como $\text{MSE}_0 = (\hat{s}_1(0) - s_1^o)^2$.

6.5. Simulaciones

Simulaciones numéricas fueron realizadas para corroborar la formulación teórica presentada en el capítulo. Una comparación entre el desempeño del LBE y el ALBE con el algoritmo descrito en [11], desde aquí realización directa, son presentados en esta sección. El algoritmo con realización directa no se inicializa con $\rho = 0$ como los autores sugieren a fin de hacer una comparación justa con nuestros algoritmos.

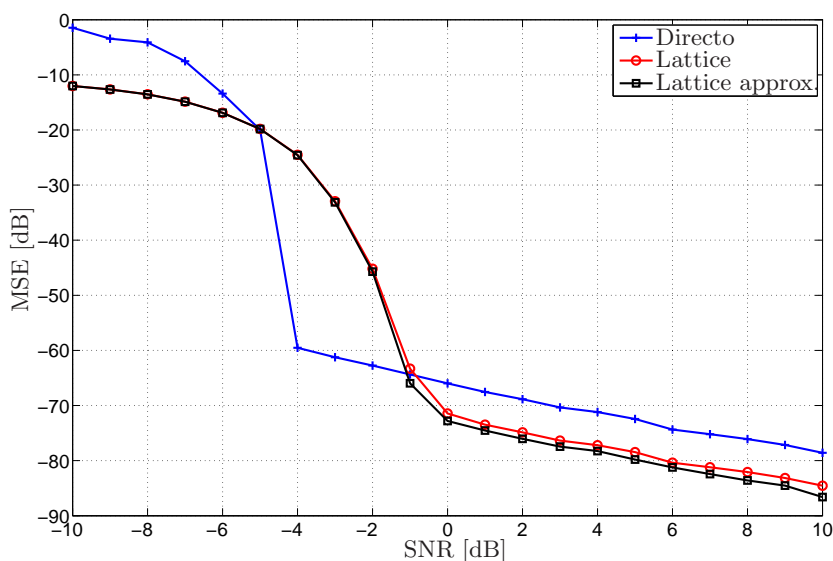


Figura 6.1: MSE vs SNR para $N = 1000$ y $\omega = 0,4\pi$.

En las simulaciones la amplitud de la senoide es $A = \sqrt{2}$ y la fase está distribuida aleatoriamente en el intervalo $[0, 2\pi)$. Las curvas son promediadas sobre 200 corridas y $N_i = 6$. Para LBE y ALBE, el ancho de banda es $B = \pi/50$, mientras que para la realización directa se eligió $\rho = \sqrt{s_2}$ (un valor equivalente), para todas las iteraciones. En las figuras se compara el MSE de los parámetros de sintonización, es decir, \tilde{s}_1 para LBE y ALBE, y \tilde{a} para el algoritmo directo en diversas situaciones.

En la Fig. 6.1 se muestra una comparación de MSE en función de la SNR, para $N = 1000$ y $\omega = 0,4\pi$. Puede observarse que LBE y ALBE funcionan mejor que la realización directa, excepto para un rango en el medio del intervalo elegido.

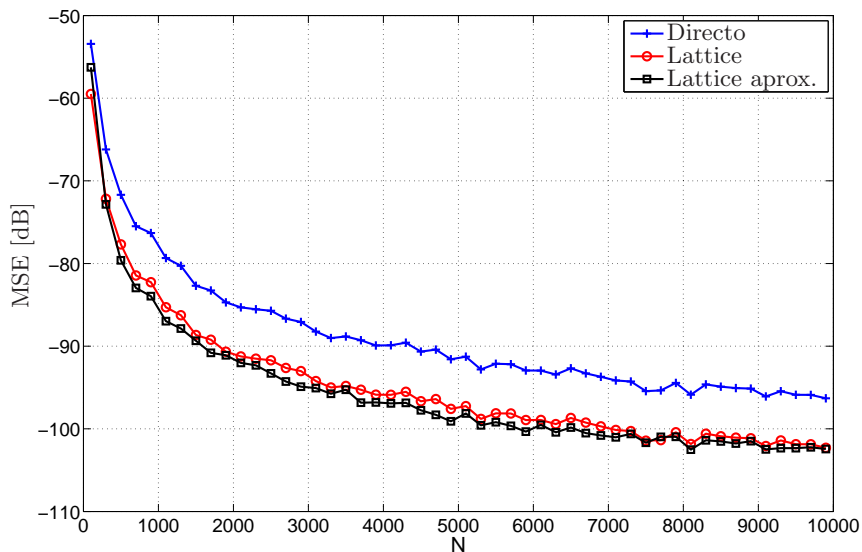


Figura 6.2: MSE vs. N para SNR=10 dB y $\omega = 0,4\pi$.

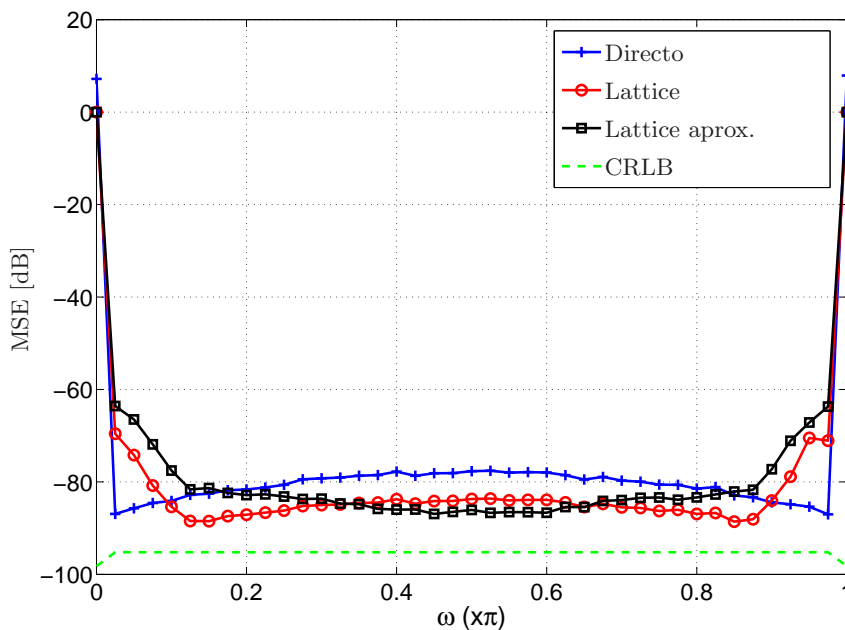


Figura 6.3: MSE vs. ω para SNR=10 dB y $N = 1000$

En la Fig. 6.2 se ilustra el **MSE** en función del número de datos para una $SNR = 10$ dB y $\omega = 0,4\pi$. En este caso, LBE y ALBE tienen menor **MSE** que la realización directa para todo N . Nuevamente, ALBE tiene el mejor desempeño.

El desempeño de los algoritmos depende de la frecuencia de la sinusoide. En la Fig. 6.3 se muestra esta dependencia para $SNR = 10$ y $N = 1000$. Puede notarse de esta figura que todos los algoritmos tienen problemas para frecuencias cercanas a 0 y π . Eso se debe a que pequeños cambios en la frecuencia no alteran significativamente la señal [61]. El algoritmo directo tiene el **MSE** más bajo en los bordes pero el más alto en el centro, cerca a $\pi/2$. Como puede observarse también en las Figs. 6.1 y 6.2, ALBE tiene el mejor desempeño cerca de $\pi/2$ pero el peor en los bordes. Además, en la curva se grafica el **CRLB** para la estimación de frecuencia definido en [61] a fin de establecer una referencia.

6.6. Comentarios finales

En este capítulo un se obtiene un estimador fuera de línea de la frecuencia de una onda sinusoidal. El algoritmo está basado en un filtro notch con realización lattice y funciona con datos en bloques. La estructura lattice reduce notablemente la complejidad y la obtención del algoritmo. También se presenta una solución aproximada que reduce la complejidad y tiene un desempeño comparable. Este algoritmo resulta apropiado para realizar estimación de **CFO**.

La convergencia en media cuadrática es demostrada suponiendo que se dispone de una gran cantidad de datos. Como corolario, se obtiene una expresión del **MSE** en función del número de iteraciones.

Capítulo 7

Compensación de CFO en sistemas multiportadora multiusuario.

Debido a su alta tasa de transferencia, eficiencia espectral y versatilidad, las técnicas más prometedoras para las nuevas generaciones de sistemas inalámbricos multiusuario están basadas en esquemas de modulación multiportadora. Los dos principales candidatos son el acceso múltiple por división en frecuencias ortogonales (OFDMA) y la modulación multiportadora basada en banco de filtros (FBMC) [62, 37].

OFDMA es una extensión de OFDM considerando la implementación de un sistema de comunicación multiusuario, donde un conjunto de subportadoras se asigna a cada usuario de acuerdo con el esquema de asignación de portadoras (CAS). Los esquemas de asignación usuales son: por subbandas, intercalado y generalizado [6].

La modulación OFDMA provee robustez frente al desvanecimiento multicamino y una fácil ecualización. Sin embargo, esta técnica multiusuario es altamente sensible a los errores de sincronización en frecuencia. El CFO entre el transmisor y el receptor destruye la ortogonalidad entre las subportadoras produciendo interferencia de acceso múltiple.

La sincronización en el enlace de bajada¹ es un problema de estimación de un simple parámetro y varios algoritmos conocidos han sido propuestos y estudiados, como se muestra en el Capítulo 4 y en [7, 60, 1, 20, 76]. Por otro lado, la sincronización en el enlace de subida² asociado a una aplicación multiusuario es más desafiante pues es un problema de estimación multiparamétrico. La razón es que cada usuario está caracterizado por parámetros de canal y CFO diferentes.

¹ *Downlink* en inglés.

² *Uplink* en inglés.

Además, la sincronización en frecuencia depende de la CAS y resulta en general un procedimiento de dos pasos: 1) estimación de CFO y 2) compensación de CFO. La estimación de CFO se realiza utilizando la estructura repetitiva de símbolos especiales insertados en el comienzo de la trama de datos [6, 77].

Las alternativas de compensación de CFO en OFDMA emplean cancelamiento iterativo de interferencia [12, 78] o cancelación lineal [13]. A pesar de su carga computacional más elevada, el último esquema es preferido pues obtiene un mejor desempeño en términos de tasa de error de bit (BER) [6]. Siguiendo [13], la interferencia de acceso múltiple puede ser descrita por una matriz de interferencia con las mismas dimensiones que el sistema OFDMA. Considerando los sistemas de hoy en día, las dimensiones pueden ser tan grandes como 2048×2048 [4]. Para compensar el CFO, se propone usar los criterios mínimos cuadrados (LS) o mínimo error medio cuadrático (MMSE). Lamentablemente, los métodos LS y MMSE requieren la inversión de la matriz interferencia lo que resulta en una elevada carga computacional. En consecuencia, en [13] también se propone una simplificación para reducir la complejidad de la cancelación lineal. Esta simplificación deja interferencia de acceso múltiple residual lo que degrada el desempeño del sistema.

La técnica de transmisión FBMC, por otro lado, puede pensarse como una extensión del concepto de OFDMA, donde se reemplaza la ventana rectangular por una respuesta impulsiva general. Luego de la paralelización, cada símbolo se extiende utilizando dicha respuesta impulsiva produciendo un solapamiento temporal [37]. El par de filtros de transmisión/recepción se deriva del criterio de Nyquist con el fin de evitar la interferencia intersímbolo. La extensión en tiempo produce filtros selectivos que reducen la interferencia interportadora (ICI) y por lo tanto la interferencia de acceso múltiple. La descripción de la modulación y demodulación de FBMC se presenta en el Capítulo 3.

El CFO también produce interferencia de acceso múltiple en FBMC, pero esta interferencia puede ser despreciable si se deja sólo unas pocas portadoras de guarda entre cada usuario, gracias a las pronunciadas frecuencias de corte de los filtros como se muestra en la Fig. 3.4 del Capítulo 3 [26]. En consecuencia, solo la interferencia interportadora necesita ser compensada en FBMC. En [26] se introduce un método de compensación de baja complejidad para FBMC con CAS por subbanda. La compensación es equivalente a la compensación *pos-FFT* derivada en [57] para OFDMA, aunque funciona mejor debido a la baja interferencia de acceso múltiple inherente a FBMC.

Aún cuando existen realizaciones polifásicas de baja complejidad [38], la carga computacional asociada al sistema FBMC completo (modulación QAM desplazada (OQAM)³, estimación y

³ *Offset-QAM* en inglés.

compensación de canal y CFO) es la principal desventaja, si se lo compara con un sistema OFDMA compensado eficientemente.

En este capítulo se presenta un análisis completo de las técnicas OFDMA y FBMC. Se propone una alternativa eficiente y de baja complejidad para la compensación de CFO basada en una extensión del esquema propuesto en [13]. También, se obtiene un algoritmo de compensación de CFO para FBMC apropiado para la implementación presentada en [37]. Además, se extiende el trabajo incluyendo un detallado estudio de simulación considerando la movilidad de los usuarios, la CAS utilizada y la influencia crítica de la tasa de actualización del CFO, en términos de complejidad, para ambas técnicas de acceso múltiple.

7.1. Compensación de CFO en sistemas OFDMA

Con el fin de compensar el efecto del CFO en el símbolo multiusuario recibido, se necesita obtener $\hat{\mathbf{s}}$, una estimación de \mathbf{s} , a partir de la Ec.(3.29). Teniendo en cuenta la estructura definida en la Ec. (3.32), la señal multiusuario recibida resulta

$$\mathbf{y} = \mathbf{\Pi}\mathbf{s} + \mathbf{z}. \quad (7.1)$$

Siguiendo [24], dos métodos pueden considerarse: mínimos cuadrados (LS) y mínimo error medio cuadrático (MMSE). El LS está definido como

$$\hat{\mathbf{s}}_{LS} = (\mathbf{\Pi}^H\mathbf{\Pi})^{-1}\mathbf{\Pi}^H\mathbf{y} = \mathbf{\Pi}^{-1}\mathbf{y} \quad (7.2)$$

donde la expresión de la derecha es válida sólo si $\mathbf{\Pi}$ tiene rango completo [13]. Esta compensación elimina toda la interferencia causada por el CFO, a expensas de incrementar los efectos del ruido. La solución basada en el MMSE obtiene un compromiso entre los efectos de la interferencia y el ruido. Se define la matriz de autocorrelación de \mathbf{s} como $\mathbf{R} = \mathbf{E}\{\mathbf{s}\mathbf{s}^H\}$, la varianza del AWGN sobre cada subportadora es σ_n^2 , de manera que $\mathbf{E}\{\mathbf{z}\mathbf{z}^H\} = \sigma_n^2\mathbf{I}_{N_a}$, donde \mathbf{I}_{N_a} es la matriz identidad de $N_a \times N_a$. Debe notarse de las definiciones de \mathbf{z} en la Ec. (3.29) y la Ec. (3.25) del Capítulo 3, que $\sigma_n^2 = \sigma^2$. El símbolo compensado está definido como

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{s}}_{MMSE} &= \mathbf{R}\mathbf{\Pi}^H(\mathbf{\Pi}\mathbf{R}\mathbf{\Pi}^H + \sigma_n^2\mathbf{I}_{N_a})^{-1}\mathbf{y} \\ &= \mathbf{\Pi}^H(\mathbf{\Pi}\mathbf{\Pi}^H + \frac{\sigma_n^2}{\sigma_s^2}\mathbf{I}_{N_a})^{-1}\mathbf{y} \end{aligned} \quad (7.3)$$

donde en la segunda expresión se considera que la potencia promedio sobre todas las portadoras es σ_s^2 , y entonces $\mathbf{R} = \sigma_s^2\mathbf{I}_{N_a}$.

Las compensaciones **LS** y **MMSE** requieren la inversión de la matriz $\mathbf{\Pi}$ o una matriz relacionada, como se nota en (7.2) y (7.3). Como el tamaño de esas matrices puede ser grande (por ejemplo [4]), la inversión de la matriz involucra una significativa carga computacional en sistemas **OFDMA** reales. En las secciones siguientes se muestra que la estructura de la matriz interferencia puede usarse para obtener una solución aproximada a la compensación de **CFO**.

7.1.1. Estructura de la matriz interferencia

La interferencia de cada usuario está descrita por la matriz $\mathbf{\Pi}^{(k)}$, definida en la Ec. (3.31), y depende del **CFO** del usuario k . Los elementos de dicha matriz son [78]

$$[\mathbf{\Pi}^{(k)}]_{p,q} = \frac{1}{N_a} \frac{1 - e^{j2\pi(q-p+\xi^{(k)})}}{1 - e^{j2\pi(q-p+\xi^{(k)})/N_a}} = I_{p,q}^{(k)} \quad (7.4)$$

para $0 \leq p, q \leq N_a - 1$. Como puede notarse de (3.33), la q -ésima columna de $\mathbf{\Pi}$ es la q -ésima columna de $\mathbf{\Pi}^{(k)}$, donde $q \in \mathcal{I}_k$.

La figura 7.1 ilustra la potencia de interferencia expresada en dB, con elementos dados por $[\mathbf{Pi}]_{p,q} = 20 \log(|[\mathbf{\Pi}]_{p,q}|)$. Este ejemplo corresponde a un sistema con $N = 16$, sin VC, dos usuarios ($K = 2$) con $\xi^{(1)} = 0,2$ y $\xi^{(2)} = -0,3$, $N_t = 2$ y **CAS** intercalado. El usuario 1 es asignado a las tejas impares y el usuario 2 a las tejas pares. Fig. 7.1(a) muestra el gráfico de contorno, mientras que Fig. 7.1(b) el gráfico de superficie. Los términos $[\mathbf{\Pi}]_{p,q}$, determinan que la interferencia que la subportadora q -ésima del símbolo **OFDMA** transmitido tiene sobre la p -ésima subportadora del símbolo recibido, como se establece en (3.32). Como el valor real del **CFO** de cada usuario no se conoce en el receptor, este valor es reemplazado por la estimación $\hat{\xi}^{(k)}$. La figura revela la estructura de $\mathbf{\Pi}$, mostrando la potencia de los términos de la matriz interferencia. Particularmente, es interesante enfatizar los siguientes aspectos:

- Discontinuidades en las columnas de $\mathbf{\Pi}$ se deben a los diferentes **CFOs** de cada usuario. Esto puede verse en el patrón de los términos antidiagonales mostrados en la Fig. 7.1(a).
- La estructura periódica de (7.4) relaciona las columnas de $\mathbf{\Pi}$ por desplazamientos circulares, siempre que éstas pertenezcan al mismo usuario. Esta condición de simetría se nota en la 7.1(a).
- La energía de la interferencia está concentrada para los elementos $|q - p|$ de (7.4) cercanos a 0 o N .

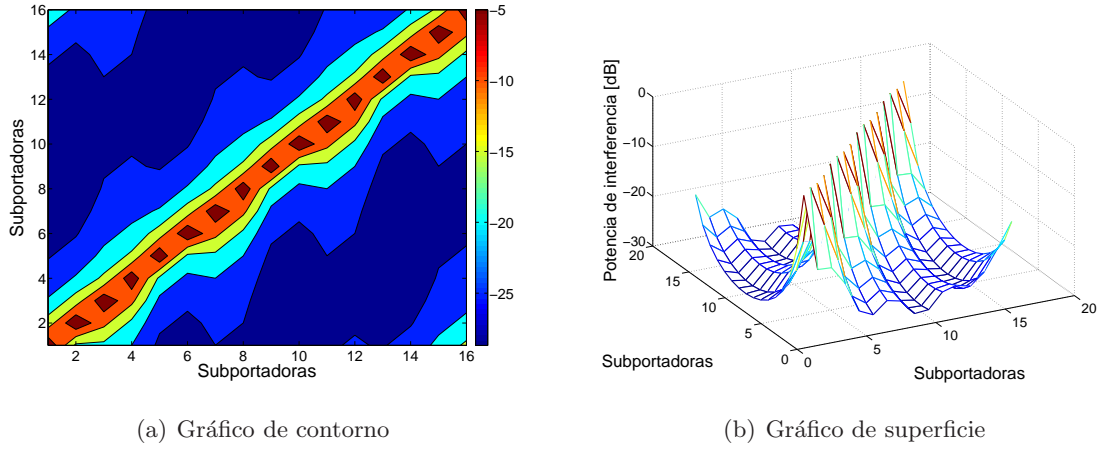


Figura 7.1: Matriz interferencia con $N = 16$, $K = 2$, $N_t = 2$, $\xi^{(1)} = 0,2$, $\xi^{(2)} = -0,3$ y CAS intercalado.

7.1.2. Aproximaciones de banda y de banda circulante

Dada la simetría circulante de la matriz $\mathbf{\Pi}$ y considerando la posición de los términos principales de interferencia, en esta sección se propone una aproximación novedosa a la matriz de interferencia con *estructura de banda circulante*. La aproximación está definida como

$$[\mathbf{\Pi}_{CB}]_{p,q} = \begin{cases} [\mathbf{\Pi}]_{p,q} & \text{si } |q - p| \leq \tau \\ [\mathbf{\Pi}]_{p,q} & \text{si } N - \tau \leq |q - p| \leq N_a - 1 \\ & \& \tau \geq 2N_{vc} + 1 \\ 0 & \text{en caso contrario.} \end{cases} \quad (7.5)$$

donde τ es *ancho de banda* de la matriz. A medida que τ aumenta, la interferencia decrece. Este método es referido como compensación de banda circulante (CBC).

Los métodos de compensación utilizan los criterios **LS** o **MMSE**, lo que requiere la inversión de $\mathbf{\Pi}_{CB}$. Para éste propósito, el Algoritmo 7.1 resume un novedoso y eficiente (baja complejidad) algoritmo para realizar la descomposición LU de $\mathbf{\Pi}_{CB}$, basado en los algoritmos para matrices de banda propuestos en [79]. Lógicamente, la inversa de la matriz de banda circulante requiere muchos menos cálculos comparada con la inversa de una matriz completa (más detalles en la Sección 7.3). Como consecuencia, esta aproximación permite un compromiso entre complejidad y cancelación de interferencia. De manera similar para completar la inversión se proponen algoritmos eficientes para realizar la sustitución hacia atrás⁴ y hacia adelante⁵ en los Algoritmos 7.2 y 7.3, respectivamente. En los algoritmos $0 \leq \tau_2 = \tau - 2N_{vc}$.

⁴Backward substitution en inglés.

⁵Forward substitution en inglés.

Algoritmo 7.1 Factorización LU para matrices de banda circulante

```

1: for  $k = 1$  to  $N - 1$  do
2:   for  $i = k + 1$  to  $\min(k + \tau, N)$  do
3:      $[\mathbf{\Pi}_{CB}]_{i,k} = [\mathbf{\Pi}_{CB}]_{i,k} / [\mathbf{\Pi}_{CB}]_{k,k}$ 
4:   end for
5:   for  $i = \max(k + \tau + 1)$  to  $N$  do
6:      $[\mathbf{\Pi}_{CB}]_{i,k} = [\mathbf{\Pi}_{CB}]_{i,k} / [\mathbf{\Pi}_{CB}]_{k,k}$ 
7:   end for{Multiplicadores de Gauss}
8:   for  $j = k + 1$  to  $\min(k + \tau, N)$  do
9:     for  $i = k + 1$  to  $\min(k + \tau, N)$  do
10:       $[\mathbf{\Pi}_{CB}]_{i,j} = [\mathbf{\Pi}_{CB}]_{i,j} - [\mathbf{\Pi}_{CB}]_{i,k} [\mathbf{\Pi}_{CB}]_{k,j}$ 
11:    end for
12:    for  $i = \max(k + \tau + 1, N - \tau_2 + 1)$  to  $N$  do
13:       $[\mathbf{\Pi}_{CB}]_{i,j} = [\mathbf{\Pi}_{CB}]_{i,j} - [\mathbf{\Pi}_{CB}]_{i,k} [\mathbf{\Pi}_{CB}]_{k,j}$ 
14:    end for
15:  end for
16:  for  $j = \max(k + \tau + 1, N - \tau_2 + 1)$  to  $N$  do
17:    for  $i = k + 1$  to  $k + \tau$  do
18:       $[\mathbf{\Pi}_{CB}]_{i,j} = [\mathbf{\Pi}_{CB}]_{i,j} - [\mathbf{\Pi}_{CB}]_{i,k} [\mathbf{\Pi}_{CB}]_{k,j}$ 
19:    end for
20:    for  $i = \max(k + \tau + 1, N - \tau_2 + 1)$  to  $N$  do
21:       $[\mathbf{\Pi}_{CB}]_{i,j} = [\mathbf{\Pi}_{CB}]_{i,j} - [\mathbf{\Pi}_{CB}]_{i,k} [\mathbf{\Pi}_{CB}]_{k,j}$ 
22:    end for
23:  end for{Productos externos}
24: end for
25: La triangular inferior de  $\mathbf{\Pi}_{CB}$  es  $\mathbf{L}_{CB}$ .
26: La triangular superior de  $\mathbf{\Pi}_{CB}$  es  $\mathbf{U}_{CB}$ .

```

Algoritmo 7.2 Substitución hacia atrás

```

1: Este algoritmo resuelve el sistema  $\mathbf{U}_{CB}\mathbf{x} = \mathbf{b}$ 
2: for  $j = N$  down to  $N - \tau_2 + 1$  do
3:    $\mathbf{b}(j) = \mathbf{b}(j) / [\mathbf{U}_{CB}]_{j,j}$ 
4:    $\mathbf{b}(1 : j - 1) = \mathbf{b}(1 : j - 1) - \mathbf{b}(j) [\mathbf{U}_{CB}]_{1:j-1,j}$ 
5: end for
6: for  $j = N - \tau_2$  down to  $2$  do
7:    $\mathbf{b}(j) = \mathbf{b}(j) / [\mathbf{U}_{CB}]_{j,j}$ 
8:    $\mathbf{b}(1 : j - 1) = \mathbf{b}(1 : j - 1) - \mathbf{b}(j) [\mathbf{U}_{CB}]_{1:j-1,j}$ 
9: end for
10:  $\mathbf{b}(1) = \mathbf{b}(1) / [\mathbf{U}_{CB}]_{1,1}$ 
11:  $\mathbf{x} = \mathbf{b}$ 

```

Algoritmo 7.3 Substitución hacia adelante

```

1: Este algoritmo resuelve el sistema  $\mathbf{L}_{CB}\mathbf{x} = \mathbf{b}$ 
2: for  $j = 1$  to  $N - \tau_2$  do
3:    $\mathbf{b}(j) = \mathbf{b}(j) - [\mathbf{L}]_{j,\max(1,j-\tau):j-1} \times$ 
4:      $\mathbf{b}(\max(1, j - \tau) : j - 1)$ 
5: end for
6: for  $j = N - \tau_2 + 1$  to  $N$  do
7:    $\mathbf{b}(j) = \mathbf{b}(j) - [\mathbf{L}]_{j,1:j-1} \mathbf{b}(1 : j - 1)$ 
8: end for
9:  $\mathbf{x} = \mathbf{b}$ 

```

Para el caso $\tau \leq 2N_{vc}$, los términos fuera de la diagonal principal están enmascarados por las portadoras virtuales. Entonces, la matriz de banda circulante se reduce a la matriz de banda propuesta en [13]. En ese caso la estructura de la matriz está definida por

$$[\mathbf{\Pi}_B]_{p,q} = \begin{cases} [\mathbf{\Pi}]_{p,q} & \text{si } |q - p| \leq \tau \\ 0 & \text{si } |q - p| > \tau. \end{cases} \quad (7.6)$$

A continuación referiremos a este método como compensación de banda (BC).

En el caso $\tau \geq 2N_{vc} + 1$, como la matriz BC no considera algunos términos de interferencia significativos ($N - \tau \leq |q - p| \leq N_a - 1$ en (7.5)), el desempeño de la compensación decrece considerablemente. En la Sección 7.3 se compara la complejidad computacional de CBC y BC para los criterios LS y MMSE.

7.2. Compensación de CFO para la modulación FBMC

El filtro prototipo $p(n)$ está diseñado para tener lóbulos laterales bajos lo que reduce la interferencia interportadora (ICI) y, como consecuencia, la MAI a unas pocas subportadoras. Como resultado, para el caso especial de CAS por subbandas, no se requiere cancelamiento de interferencia si algunas portadoras de guarda son insertadas entre los usuarios. La única interferencia es la auto-interferencia de cada usuario.

El método de cancelamiento directo propuesto en [57] puede utilizarse para eliminar la ICI de cada usuario en el esquema FBMC de [38]. La compensación de ICI consiste en contra-rotar la entrada del receptor a una frecuencia angular dada por la estimación de CFO de cada usuario. Eso implica reemplazar la señal de entrada $y(n)$ por $y(n)e^{-j2\pi\hat{\xi}^{(k)}n/N}$ en (3.41), donde $\hat{\xi}^{(k)}$ es el CFO estimado del usuario k . La compensación de $\mathbf{r}^{(q)}(\nu)$, definida en (3.40), resulta

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{r}}^{(q)}(\nu) &= e^{-j\pi\hat{\xi}^{(k)}\nu} e^{-j2\pi\hat{\xi}^{(k)}q/N} \mathbf{c}(\hat{\xi}^{(k)}) \odot \mathbf{r}^{(q)}(\nu) \text{ donde,} \\ \mathbf{c}(\hat{\xi}^{(k)}) &= [1 \ e^{-j2\pi\hat{\xi}^{(k)}/N} \ \dots \ e^{-j2\pi\hat{\xi}^{(k)}(N-1)/N}]^T. \end{aligned} \quad (7.7)$$

Insertando $\bar{\mathbf{r}}^{(q)}(\nu)$ en (3.43) tenemos

$$\hat{\mathbf{V}}^{(k)}(\nu) = e^{-j\pi\hat{\xi}^{(k)}\nu} \boldsymbol{\beta}^*(\nu) \odot \mathbf{H}(\nu) \odot \mathcal{F} \left\{ \sum_{q=0}^{L_{ov}-1} e^{-j2\pi\hat{\xi}^{(k)}q} \mathbf{c}(\hat{\xi}^{(k)}) \odot \mathbf{r}^{(q)}(\nu) \right\}. \quad (7.8)$$

Luego, definiendo

$$\begin{aligned}\mathbf{c}'(\hat{\xi}^{(k)}) &= [\mathbf{c}(\hat{\xi}^{(k)}), e^{-j2\pi\hat{\xi}^{(k)}}\mathbf{c}(\hat{\xi}^{(k)}), \dots, e^{-j2\pi\hat{\xi}^{(k)}(L_{ov}-1)}\mathbf{c}(\hat{\xi}^{(k)})]^T, \text{ y} \\ \mathbf{r}'(\nu) &= [\mathbf{r}^{(0)}, \dots, \mathbf{r}^{(L_{ov}-1)}]^T,\end{aligned}$$

los símbolos **OQAM** compensados pueden escribirse como

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{V}}^{(k)}(\nu) &= e^{-j2\pi\hat{\xi}^{(k)}\nu}\boldsymbol{\beta}(\nu) \odot \mathbf{H}(\nu) \odot \left[\mathcal{F} \left\{ \mathbf{c}'(\hat{\xi}^{(k)}) \odot \mathbf{r}'(\nu) \right\} \right]_{\downarrow L_{ov}} \\ &= e^{-j2\pi\hat{\xi}^{(k)}\nu}\boldsymbol{\beta}(\nu) \odot \mathbf{H}(\nu) \odot \left[\mathcal{F} \left\{ \mathbf{c}'(\hat{\xi}^{(k)}) \right\} \otimes \mathcal{F} \left\{ \mathbf{r}'(\nu) \right\} \right]_{\downarrow L_{ov}}\end{aligned}\quad (7.9)$$

donde \otimes es la convolución circular y las **FFT**s tienen largo $L_{ov} \times N$. Es interesante notar que $\mathcal{F} \left\{ \mathbf{c}'(\hat{\xi}^{(k)}) \right\}$ se recalcula sólo si el **CFO** es actualizado. Después de la compesación de **CFO** y la ecualización de canal, los símbolos **OQAM** recibidos se convierten en símbolos **QAM** y luego son pasados por el detector. Vale la pena notar que el método de compensación de (7.9) requiere una realización más compleja que la estructura del receptor mostrada en la Fig. 3.7.

El mismo método de compensación se propone en [26] para la estructura de **FBMC** descrita en [80]. Sin embargo, la complejidad del receptor en ese caso es más alta que la propuesta aquí debido a que requiere duplicar la estructura de la **FFT**.

Un análisis y discusión del sistema, considerando diversas condiciones de canal, se presenta en la Sección 7.3. Además, varias comparaciones de los esquemas **OFDMA** y **FBMC** utilizando los algoritmos propuestos se presentan en la Sección 7.4.

7.3. Comparación de complejidad computacional

Diversas medidas de complejidad pueden utilizarse para comparar sistemas de comunicaciones. En esta sección se hace énfasis en el número de multiplicaciones reales que son requeridas por los esquemas multiportadoras discutidos previamente. Se supone que una multiplicación compleja es equivalente a cuatro multiplicaciones reales y que la **FFT/IFFT** se implementa con el algoritmo base-2⁶. Primero, se compara la complejidad computacional de los transmisores de **OFDMA** y **FBMC**. Luego, se deriva la complejidad de los algoritmos de compensación de **OFDMA**. Además, una comparación completa de los receptores **OFDMA** y **FBMC** considerando la modulación, compensación de **CFO** y compensación de canal, es presentada. Finalmente, se comparan los receptores en tres condiciones de canal diferentes.

⁶Radix-2 en inglés.

Tabla 7.1: Ejemplos de complejidad de transmisores, considerando $L_{ov} = 4$ y $K = 4$

| Esquema | Complejidad | $N = 256, N_a = 208$ | $N = 2048, N_a = 1664$ |
|---------|-------------------------------------|----------------------|------------------------|
| FBMC | $2(2N_k + 2N \log(N_k) + 2L_{ov}M)$ | 10.1k | 106k |
| OFDMA | $2N \log(N_k)$ | 2.9k | 36k |

7.3.1. Complejidad en el transmisor

En esta sección, se describirá la complejidad de implementación para un transmisor **OFDMA** y uno **FBMC**. La Tabla 7.1 muestra el número de multiplicaciones reales requeridas para enviar un símbolo multiportadora para ambos sistemas. Las operaciones para **FBMC** corresponden a multiplicaciones por $\beta_{m,\nu}$, la implementación de una **IFFT** y el banco de filtros $A_m(z^2)$. No se incluyen las operaciones involucradas en el bloque de pre-procesamiento pues pueden implementarse con rotaciones de fase de $\pm\pi$. El caso de $\beta_{m,\nu}$ depende de la realización del banco de filtros [27]. Alternativamente, las operaciones para **OFDMA** están asociadas a la **IFFT** [27]. Vale la pena notar que la complejidad de **FBMC** es tres veces la complejidad computacional de su contraparte convencional **OFDMA**.

7.3.2. Complejidad en el receptor

Las operaciones para recuperar los símbolos enviados son: a) demodulación, b) compensación de **CFO**, c) actualización de **CFO**, y d) ecualización de canal. Las técnicas de compensación de **CFO** se describen en la Secciones 7.1 y 7.2.

Consideremos **OFDMA** y los casos de una matriz de interferencia $\mathbf{\Pi}$ con estructura completa, BC o CBC. Luego, el método de compensación **LS** puede subdividirse en: 1) Factorización LU de $\mathbf{\Pi}$, 2) Sustitución hacia adelante y, 3) sustitución hacia atrás. Por otro lado el procedimiento para la compensación **MMSE** consiste en: 1) obtener $\mathbf{A} = \mathbf{\Pi}\mathbf{\Pi}^H + \sigma_n^2/\sigma_s^2\mathbf{I}$ (notar que \mathbf{A} es de banda o de banda circulante con doble ancho de banda si $\mathbf{\Pi}$ es de banda o de banda circulante), 2) Factorización LU de \mathbf{A} , 3) sustitución hacia adelante, 4) sustitución hacia atrás; y, 5) multiplicación por una matriz $\mathbf{\Pi}^H$. La Tabla 7.2 resume la complejidad computacional de los algoritmos de compensación de **CFO** para **OFDMA**, incluyendo las matrices de compensación completa y las aproximaciones de banda y de banda circulante (debe notarse que para CBC $\mu = \tau + \tau_2$). Además, en la tabla se detallan la complejidad de la actualización y la compensación de **CFO** de manera separada para los diferentes algoritmos. Esto es útil cuando la tasa de actualización de **CFO** puede ser especificada de manera independiente, como se discutirá en la sección siguiente.

Tabla 7.2: Número de multiplicaciones reales para la compensación de CFO en OFDMA. $\mu = \tau + \tau_2$

| Compensación | actualización de CFO | compensación CFO |
|--------------|-------------------------------------|--------------------|
| Full (LS) | $8/3M^3$ | $16M^2$ |
| Full (MMSE) | $32/3M^3$ | $16M^2$ |
| BC (LS) | $4M(\tau^2 + \tau)$ | $8M\tau$ |
| BC (MMSE) | $4M(5\tau^2 + 4\tau)$ | $16M\tau$ |
| CBC (LS) | $4M(\mu^2 + \mu)$ | $8M\mu$ |
| CBC (MMSE) | $4M(8\mu^2 + (2\tau + 1)^2 + 2\mu)$ | $4M(4\mu + 2\tau)$ |

La tabla 7.3 muestra el número de operaciones que requiere la implementación de los receptores FBMC y OFDMA. Para la compensación de CFO en OFDMA se emplea el método CBC (debe notarse que CBC se reduce a BC si $\tau \leq 2N_{vc}$). Como para las SNRs de interés la compensación LS tiene menor complejidad y desempeño similar al esquema de compensación MMSE, el primero se elige de aquí en adelante. La tabla separa la complejidad computacional entre las diferentes fuentes, permitiendo hacer un análisis detallado. Algunas conclusiones básicas son las siguientes:

- La principal fuente de complejidad para FBMC se debe a las FFTs de tamaño NL_{ov} y la compensación de CFO, que tienen que ser calculadas para cada símbolo recibido.
- La inversión de la matriz interferencia de CFO es la fuente principal de complejidad en OFDMA. Esta inversión es requerida para cada estimación de CFO.

Tabla 7.3: Complejidad del receptor

| Esquema | Demod. | comp. CFO | actual. de CFO | Ec. de un coef. |
|---------|--|-------------|--------------------------|-----------------|
| FBMC | $8NL_{ov} + 4NL_{ov} \log(NL_{ov}) + 8M$ | $8NL_{cfo}$ | $2NL_{ov} \log(L_{cfo})$ | $8M$ |
| OFDMA | $2N \log(N)$ | $8M\mu$ | $4M(\mu^2 + \mu)$ | $4M$ |

Una consecuencia directa de las observaciones anteriores es que, dependiendo de la tasa de actualización de CFO, la compensación de OFDMA puede ser muy eficiente. Los sistemas OFDMA requieren un CFO menor que el 1-2% de la separación interportadora para no tener una degradación apreciable, como se muestra en el Capítulo 4. Bajo esta especificación, se puede establecer que el CFO necesita ser reestimado cuando su variación es más grande que el 1% de la separación interportadora. Si el corrimiento en el LO se compensa en el primer símbolo multiusuario, las variaciones del CFO son sólo consecuencia de las condiciones variantes del canal,

es decir, el efecto Doppler. Entonces, esta condición puede expresarse como $|\xi_d^{(k)}(\ell_2) - \xi_d^{(k)}(\ell_1)| > 0,01\Delta F$, donde $\xi_d^{(k)}(\ell_1)$ es el CFO debido al Doppler del usuario k en el tiempo discreto ℓ_1 y $\xi_d^{(k)}(\ell_2)$ el CFO en el tiempo discreto ℓ_2 . De esta manera, podemos obtener $N_u = \ell_2 - \ell_1$, es decir, el número de símbolos donde la matriz de compensación $\mathbf{\Pi}$ es válida.

Para dar un ejemplo, en la Tabla 7.4 se compara la complejidad de OFDMA y FBMC para un canal selectivo y tres diferentes tasas de actualización de CFO. Esos cálculos consideran la implementación de la demodulación de datos, la compensación de CFO, la ecualización de canal y la actualización del CFO, si es requerida. La complejidad para cada caso está dada por:

Caso 1 *CFO invariante en el tiempo.* Para CFO constante no es necesaria la actualización, dando el límite inferior de complejidad de implementación. Las operaciones correspondientes al FBMC son: $8NL_{ov} + 4NL_{ov} \log(NL_{ov}) + 16N_a + 8NL_{cfo}$, mientras que para el caso de OFDMA tenemos que $2N \log(N) + 8N_a\mu + 4N_a$.

Caso 2 *CFO lentamente variante en el tiempo.* El CFO es actualizado cada N_u símbolos. Luego, para calcular las operaciones necesarias para obtener un símbolo recibido, las multiplicaciones necesarias en la actualización son divididas por el período de actualización N_u . Considerando FBMC, se tiene $8NL_{ov} + 4NL_{ov} \log(NL_{ov}) + 16N_a + 8NL_{cfo} + \frac{2NL_{ov}}{N_u} \log(L_{cfo})$ y para OFDMA resulta $2N \log(N) + 8N_a\mu + 4N_a + \frac{4N_a}{N_u}(\mu^2 + \mu)$.

Caso 3 *CFO altamente variante en el tiempo.* En este caso el CFO es actualizado cada símbolo. Aún cuando esta condición no es realista, puede considerarse como el peor caso en la complejidad de implementación de OFDMA. Para FBMC se tienen $8NL_{ov} + 4NL_{ov} \log(NL_{ov}) + 16N_a + 8NL_{cfo} + 2NL_{ov} \log(L_{cfo})$ multiplicaciones reales. Por otro lado, para OFDMA resultan $2N \log(N) + 8N_a\mu + 4N_a + 4N_a(\mu^2 + \mu)$ operaciones.

Puede notarse de la Tabla 7.4 que la complejidad de OFDMA es casi tres veces menor que la de FBMC para los Casos 1 y 2. Cuando se requiere actualizar el CFO en cada símbolo (CFO altamente variante en tiempo) la complejidad de implementación de OFDMA duplica la de FBMC.

Tabla 7.4: Ejemplos de complejidad en receptores. $\mu = 15$, $L_{ov} = 4$, $L_{cfo} = 20$ y $N_u = 100$

| Esquema | $N = 256, N_a = 208$ | | | $N = 2048, N_a = 1664$ | | |
|---------|----------------------|--------|--------|------------------------|--------|--------|
| | Caso 1 | Caso 2 | Caso 3 | Caso 1 | Caso 2 | Caso 3 |
| FBMC | 93.4k | 93.5k | 95.7k | 846k | 846k | 863k |
| OFDMA | 29.9k | 31.8k | 230k | 251k | 267k | 1849k |

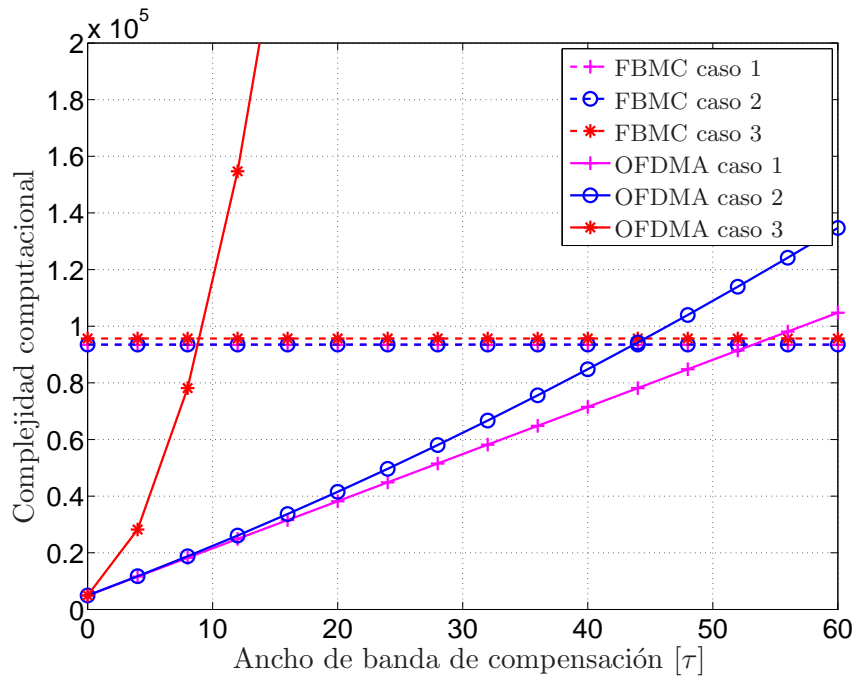


Figura 7.2: Comparación de complejidad para los tres casos de actualización de CFO.

Para concluir la sección, en la Fig. 7.2 se grafica la complejidad computacional de ambos sistemas como función de el ancho de banda de compensación (τ), considerando las expresiones derivadas en los tres casos mencionados anteriormente. Es claro que la complejidad de **FBMC** para los Casos 1 y 2 es casi igual y levemente mayor para el Caso 3. Por otro lado, la complejidad de **OFDMA** varía significativamente. Los Casos 1 y 3, definen las cotas inferior y superior de complejidad, respectivamente. Para el Caso 2, se elige $N_u = 100$, como en la Tabla 7.4. De la figura puede notarse que considerando el Caso 1, **OFDMA** es menos complejo que **FBMC** para $\tau < 53$. Para el Caso 2 en cambio, **OFDMA** es más simple que **FBMC** si $\tau < 44$. Finalmente, en el Caso 3, **OFDMA** es la opción menos compleja si $\tau < 9$. En la Sección 7.4.2 se compara el desempeño en tasa de error de bit (**BER**) para ambos sistemas considerando diferentes anchos de banda de compensación.

7.4. Simulación y discusión

Se introduce en esta sección una discusión general y ejemplos de simulación ilustrativos de las técnicas **OFDMA** y **FBMC** aplicadas en un escenario de acceso múltiple.

En la subsección 7.4.1, se discute sobre la estructura, la metodología de compensación de **CFO**, régimen de actualización y los **CAS** admisibles para cada sistema. Además, en la Sección

7.4.2 se compara el desempeño de OFDMA y FBMC usando simulaciones y considerando las técnicas de compensación de CFO contra las alternativas conocidas.

7.4.1. Consideraciones del sistema y características del CFO

Diversos items necesitan tenerse en cuenta para realizar la correcta evaluación de desempeño de los sistemas. A continuación, detalles relacionados con la implementación de FBMC, ecualización, caracterización de CFO y técnicas de asignación de portadoras son considerados.

Implementación de FBMC. Debido a la modulación OQAM, FBMC necesita trabajar al doble de la tasa de símbolo (implementación con FFT única) [27] o duplicar la estructura del transceiver (implementación con FFT doble) [26]. En términos prácticos esto significa aumentar el consumo de energía y/o el tamaño de la implementación. En este trabajo, elegimos la implementación de un sola FFT para FBMC debido a que en sistemas actuales resulta en una menor área y consumo de potencia. Por otro lado, como puede notarse de las Tablas 7.1 y 5.1, OFDMA concentra la complejidad en la estación base. Entonces, dispositivos móviles con escasa capacidad de energía y cómputo son realizables. Este concepto se amplía en el Capítulo 9.

Ecualización de canal. Como se supone que FBMC no utiliza CP, la ISI e ICI tienen que ser removidas por el ecualizador de canal. Para un canal plano, un ecualizador aproximado y simple consiste de un solo coeficiente por subportadora, como en el caso de OFDMA. Sin embargo, para el caso de canales selectivos, es necesario un ecualizador de múltiples coeficientes por subportadora, lo que incrementa la complejidad del sistema. Otra consecuencia de la ausencia de CP es que FBMC no es robusta a errores de sincronismo en tiempo si un ecualizador de un sólo coeficiente es empleado [77].

Esquema de asignación de subportadoras. La codificación de canal combinada con la CAS apropiada en esquemas multiusuario introducen diversidad, es decir, reducen los efectos del canal. La CAS por subbandas es el esquema más simple pero es el peor en términos de inmunidad frente a los efectos del canal. La CAS intercalada distribuye las portadoras de cada usuario sobre todo el ancho de banda. La CAS generalizada permite utilizar el conocimiento del canal y técnicas de diseño de entrecruzamiento de capas⁷ para disminuir la interferencia del canal [6]. FBMC no puede emplear ni CAS intercalada ni generalizada debido al considerable incremento en la complejidad que producirían. Como la CAS generalizada depende del criterio de diagramador⁸, que está fuera del alcance de este trabajo, se consideran para propósitos de comparación solamente la CAS por subbandas y la intercalada en la Sección 7.4.2.

⁷ *Cross layer design* en inglés.

⁸ *Scheduler* en inglés.

7.4.2. Simulaciones

En esta sección, se verifican por simulaciones algunos resultados discutidos en secciones anteriores. Primero, se evalúa el desempeño de las matrices de interferencia CBC, BC [13] y completa para la compensación de CFO en sistemas OFDMA. Luego, se estudian los efectos de la CAS en las técnicas de OFDMA y FBMC. Finalmente, considerando el modelo de canal con CFO variante en tiempo, se evalúa el desempeño de los sistemas para diferentes tasas de actualización.

Compensación aproximada para sistemas OFDMA.

En la Fig. 7.3 se ilustra el error medio cuadrático (MSE), definido como $\text{MSE} = E\{\|\hat{\mathbf{s}} - \mathbf{s}\|^2\}$, para cada subportadora luego de las compensaciones BC, CBC y completa. En este caso, los parámetros del sistema son $N = 64$, $N_a = 56$, $N_{cp} = 8$, $N_t = 4$, $K = 2$, $\tau = 15$ y CAS intercalada, donde el usuario 1 es asignado a las portadoras pares y el usuario 2 a las impares. El CFO se restringe a $|\xi^{(k)}| < 0,1$ y la SNR es 30dB. Se considera un canal AWGN para no enmascarar el patrón de compensación de CFO. Los resultados de simulación son promediados sobre 5000 realizaciones. De la figura puede notarse como CBC alcanza un mejor desempeño que BC en los bordes de la banda, gracias a la estructura circulante de compensación. La técnica CBC corrige $\tau_2 = \tau - 2N_{vc} = 7$ símbolos más que BC, a ambos lados del símbolo OFDMA.

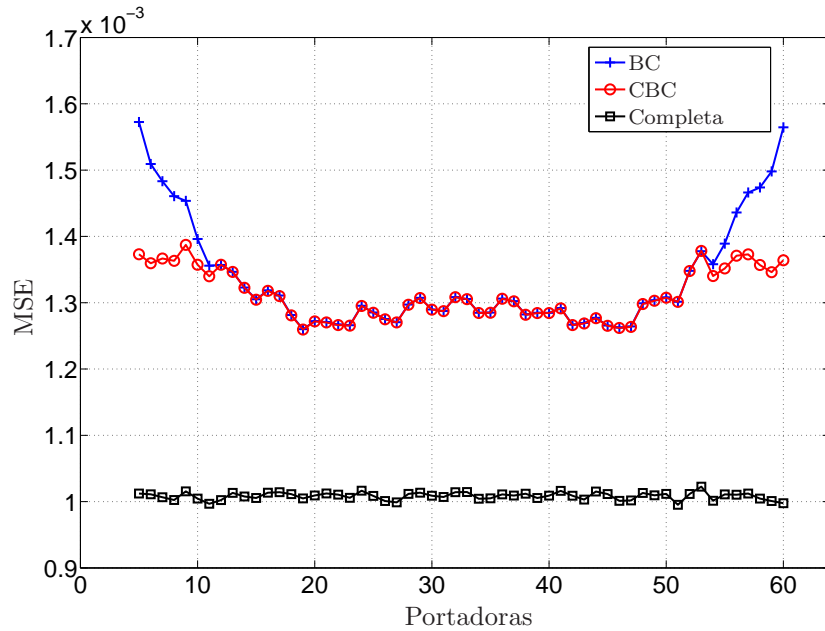


Figura 7.3: Error medio cuadrático vs Índice de portadora. Evaluación para las técnicas de compensación de CFO BC, CBC y Completa para sistemas OFDMA con $N = 64$, $M = 56$, $N_{cp} = 8$, $N_t = 4$, $K = 2$, y $\tau = 15$.

OFDMA vs FBMC para diferentes CAS.

Para estas comparaciones se utilizaron los parámetros de la Tabla 7.5. El filtro prototipo empleado por FBMC se define en [27] y tiene $L_{ov} = 4$. Se consideran dos canales de propagación del modelo ITU: el Pedestrian A, con una velocidad de 5 km/h, y el Vehicular A, con una velocidad de 50 km/h. El canal considerado se supone conocido en el receptor y es ecualizado utilizando el criterio LS, como se describió en el Capítulo 3. Los resultados son promediados sobre 50 asignaciones de canal y 50 realizaciones de ruido para cada SNR.

En la CAS por subbandas un número de portadoras de guarda pueden dejarse sin utilizar entre los usuarios de manera de bajar la MAI. Para FBMC, una subportadora es suficiente, pero OFDMA puede requerir en general un valor más grande. Considerando que N_g es el número de subportadoras de guarda entre subbandas de OFDMA, en la Fig. 7.4 se analiza el desempeño de la compensación de OFDMA para diferentes valores de N_g . Se consideró el canal ITU Pedestrian A, el CFO se eligió aleatoriamente del intervalo $|\xi^{(k)}| < 0,3$ y $\tau = 15$. De la figura es claro que aunque aumentar el número de portadoras de guarda entre subbandas reduce la MAI, el cambio es despreciable. En consecuencia, se elige $N_g = 0$ para el resto de las simulaciones.

La Fig. 7.5 ilustra la comparación de desempeño entre los sistemas OFDMA y FBMC para diferentes anchos de banda de compensación. Para ambos sistemas se considera el canal ITU

Tabla 7.5: Parámetros de simulación para los sistemas multiusuario.

| Parámetros del sistema | |
|----------------------------------|--|
| subportadoras | $N = 256$ |
| periodo de muestreo | $T_s = 400\text{ns}$ |
| espaciamiento interportadora | $\Delta F = 9,77\text{kHz}$ |
| frecuencia portadora | $f_c = 5\text{GHz}$ |
| usuarios | $N_u = 4$ |
| bits por usuario | 50kb |
| código convolucional tasa 1/2 | [133 ₈ y 177 ₈] |
| modulación | 4-QAM |
| Sistema OFDMA | |
| prefijo cíclico | $N_{cp} = 16$ |
| tamaño de la teja (ICAS) | 5 |
| tejas por usuario (ICAS) | 10 |
| subportadoras por usuario (SCAS) | 48 |
| Sistema FBMC | |
| factor de solapamiento | $L_{ov} = 4$ |
| separación subbandas | 1 subportadora |
| subportadoras por usuario | 52 |
| filtro prototipo [27] | $P_0 = 1; P_1 = 0,97195983; P_2 = 1/\sqrt{2} \text{ y } P_3 = \sqrt{1 - P_1^2}$ $p(n) = P_0 + 2 \sum_{q=1}^{L_{ov}-1} (-1)^q P_q \cos\left(\frac{2\pi q}{L_{ov}N}(n+1)\right)$ con $0 \leq n \leq L_{ov}N - 2$ |

Pedestrian A y $|\xi^{(k)}| < 0,1$. Puede notarse de la figura que el desempeño de ambos sistemas es casi el mismo. Como no hay diferencia entre los niveles de compensación para OFDMA, se establece que un $\tau = 10$ es suficiente para remover la MAI del sistema OFDMA en este rango de CFO. Por otro lado, es interesante notar que la complejidad de OFDMA para escenarios usuales (Casos 1 y 2 de la Sección 7.3.2) es alrededor de tres veces menor que la de FBMC, ver Fig. 7.2. Para canales más selectivos, como el caso del ITU Vehicular A, el desempeño de FBMC se degrada considerablemente debido a la ecualización de un solo coeficiente, como se muestra en la Fig. 7.6.

OFDMA con CAS intercalado mejora la diversidad en frecuencia pero incrementa la MAI. Entonces, cuando se utiliza esta CAS puede ser necesario incrementar el ancho de banda τ de la matriz de compensación para mitigar la interferencia extra. En la Fig. 7.7 se muestra el

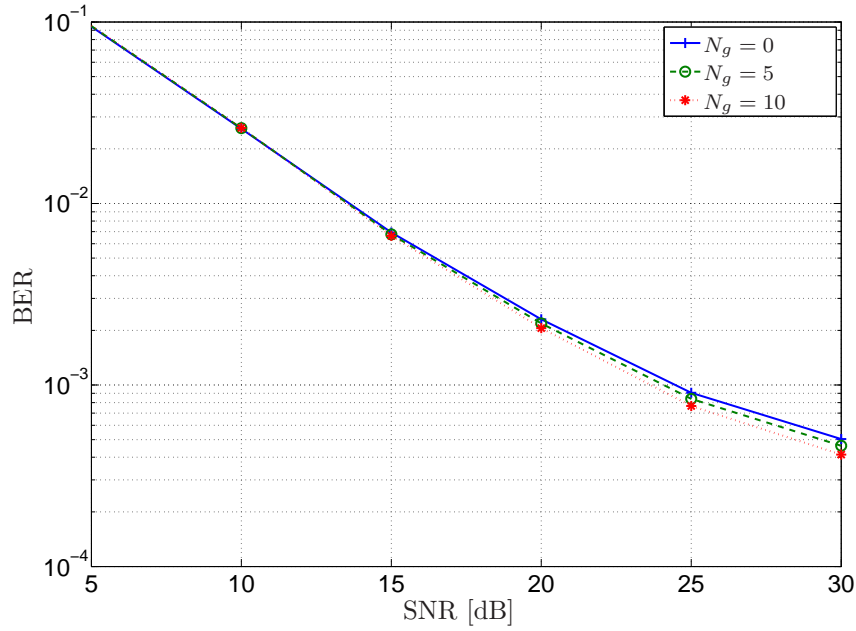


Figura 7.4: Comparación de desempeño para sistemas OFDMA utilizando un número diferente de portadoras de guarda (N_g) entre usuarios para CAS por subbanda.

desempeño de los sistemas FBMC con CAS por subbanda y OFDMA con CAS intercalado para diversos anchos de banda de compensación, es decir, diferentes valores de τ . Para ambos sistemas, se considera el canal ITU Vehicular A y un CFO aleatorio tomado del intervalo $|\xi^{(k)}| < 0,1$. De la figura se observa que OFDMA con CAS intercalado funciona mejor que FBMC aún para bajo τ . Además, debido al incremento en la diversidad en frecuencia, OFDMA obtiene una mejora en el desempeño. Por ejemplo considerando un BER de 1×10^{-4} , CAS por subbanda necesita una SNR de 26 dB (Fig. 7.6), mientras CAS intercalado sólo 22 dB (Fig. 7.7).

Influencia de las variaciones de CFO.

Para este estudio se consideran los parámetros de simulación de la Tabla 7.5 y el modelo de canal Riceano que produce CFO variante mostrado en el Capítulo 2, Sección 2.7.

La figura 7.8 ilustra el desempeño de los métodos de compensación para diferentes períodos de actualización N_u considerando las técnicas OFDMA y FBMC, ambas para CAS por subbandas. Para esta figura $|\xi_{l_o}^{(k)}| < 0,1$, v se elige del intervalo [100, 200] km/h, y d_m de [20, 30] m, ambas uniformemente distribuidas. El canal tiene decaimiento exponencial dado por $\sigma_{h_q}^2 = \exp(-9,2qT_s/1\mu s)$ con $0 \leq q \leq L - 1 = 5$. Bajo la suposición de desvanecimiento por bloques, el CFO debido al Doppler agrega un término de fase que se suma al provocado por el LO, es decir $\xi^{(k)}(\ell) = \xi_{l_o}^{(k)} + \xi_d^{(k)}(\ell)$. En este caso $\xi_{l_o}^{(k)}(\ell) = f_{l_o}T_sN$ y $\xi_d^{(k)}(\ell) = \bar{f}_d(\ell)T_sN$, donde

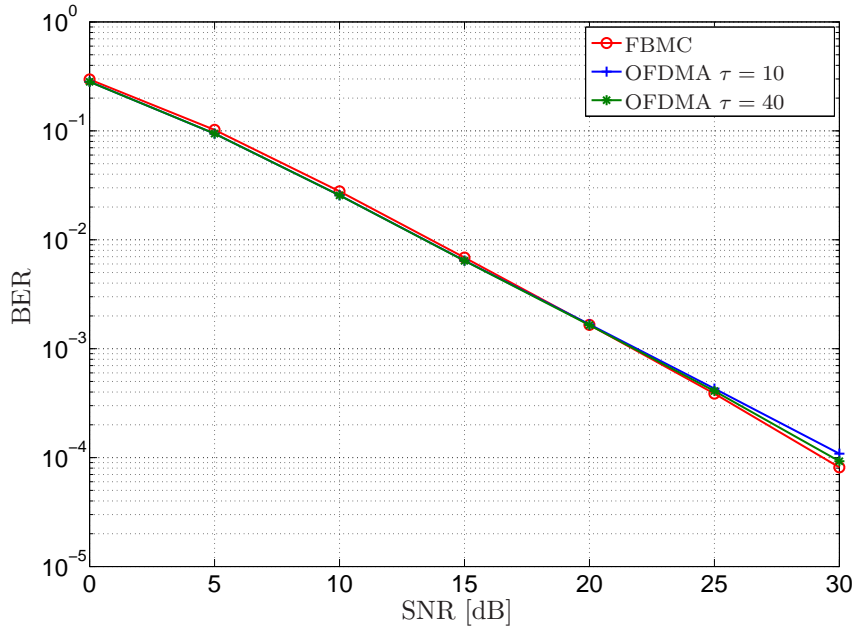


Figura 7.5: Comparación de desempeño entre OFDMA y FBMC para el canal Pedestrian A con $|\xi^{(k)}| < 0,1$. Se consideran anchos de banda de compensación de $\tau = 10$ and $\tau = 40$.

f_{l_0} y $\bar{f}_d(\ell)$ están definidos en el Capítulo 2, Sección 2.7. Se ve de la figura que OFDMA funciona levemente mejor que FBMC sin importar la tasa de actualización de CFO. Como las variaciones de CFO son pequeñas, no hay una diferencia considerable entre los valores de N_u .

En la figura 7.9 se considera un escenario más extremo donde el CFO inducido por el Doppler varía tres veces más rápido ($175 \leq v \leq 350$ km/h en la Ec. (2.29)). En esta situación, OFDMA funciona de manera muy similar al caso de bajo Doppler, pero FBMC sufre una importante pérdida de desempeño.

Como consecuencia del estudio de la influencia del CFO variante en el tiempo, es posible inferir que períodos de actualización de $N_u = 100$ o menos son aceptables para ambos sistemas en condiciones realistas.

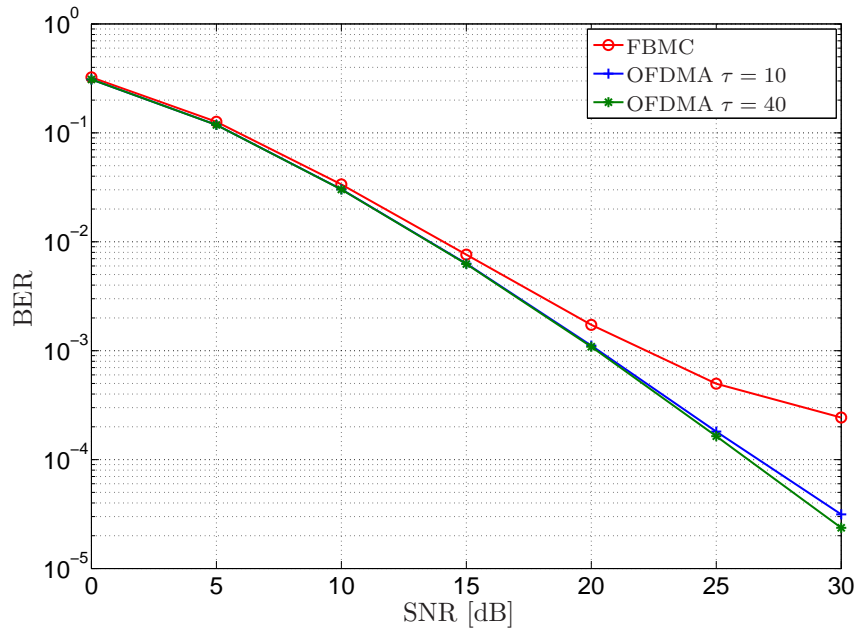


Figura 7.6: Comparación de desempeño entre OFDMA y FBMC para el canal Vehicular A con $|\xi^{(k)}| < 0,1$. Se consideran anchos de banda de compensación de $\tau = 10$ and $\tau = 40$.

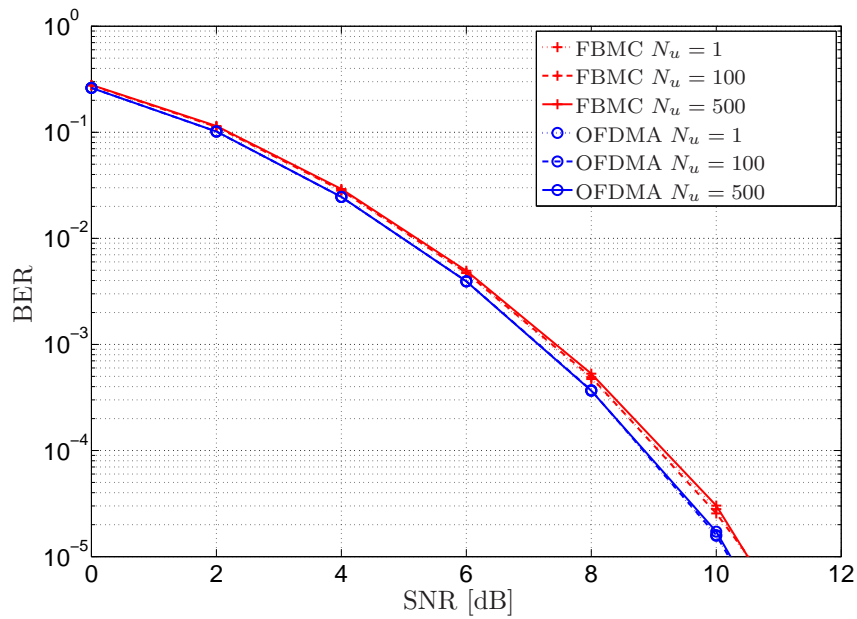


Figura 7.8: Influencia de la tasa de actualización del CFO en el desempeño de los sistemas OFDMA y FBMC considerando varios períodos de actualización N_u . El CFO inducido por el oscilador local es $|\xi_{lo}^{(k)}| < 0,1$, v va entre 100 y 200 km/h, y d_m de 20 a 30 m, ambos uniformemente distribuidos.

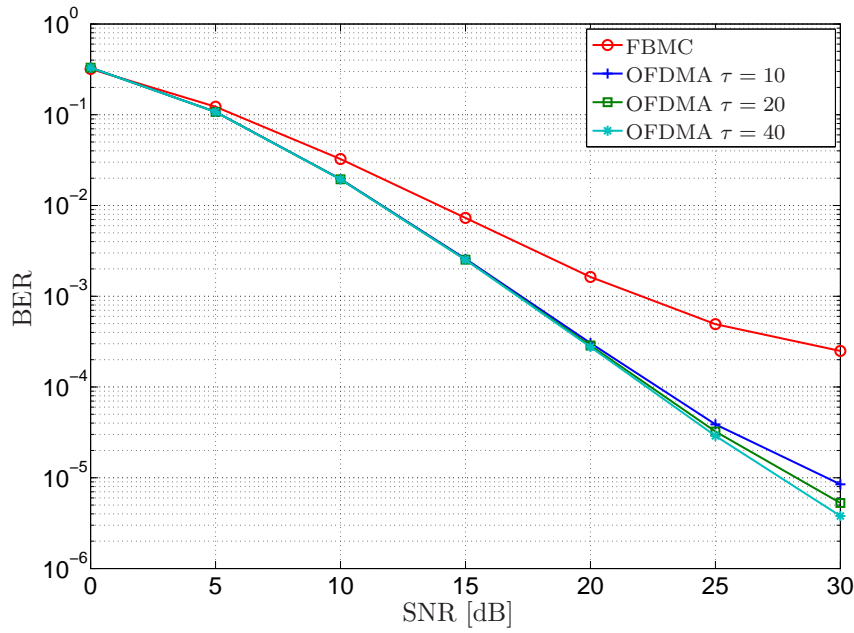


Figura 7.7: Comparación de desempeño entre FBMC utilizando SCAS y OFDMA utilizando ICAS para diferentes anchos de banda de compensación. Se considera un canal ITU Vehicular A y CFO aleatorio en el intervalo $|\xi^{(k)}| < 0,1$.

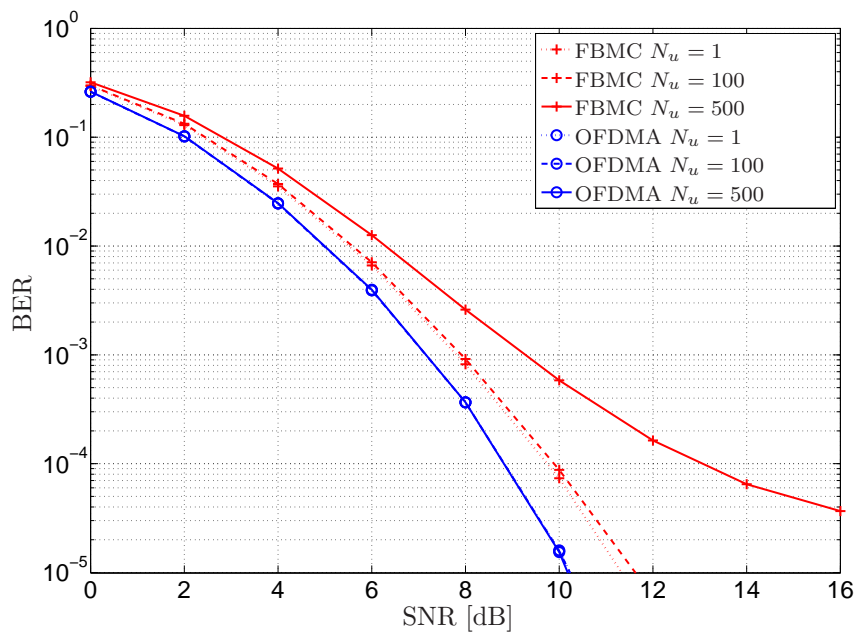


Figura 7.9: Influencia de la tasa de actualización del CFO en el desempeño de los sistemas OFDMA y FBMC considerando varios períodos de actualización N_u . El CFO inducido por el oscilador local es $|\xi_{lo}^{(k)}| < 0,1$, v va entre 175 y 350 km/h, y d_m de 20 a 30 m, ambos uniformemente distribuidos.

7.5. Comentarios finales

En este capítulo se estudia el acceso por división de frecuencias ortogonales (**OFDMA**) y la modulación multiportadora basada en banco de filtros (**FBMC**) como esquemas multiusuario en el enlace de subida de sistemas de comunicaciones inalámbricas. Se propone una novedosa aproximación a la interferencia generada por el **CFO** en **OFDMA**. Esta propuesta es capaz de reducir la **MAI** y la **ICI** si el número de portadoras virtuales es menor que el rango considerado de interferencia.

Se compara **OFDMA** con compensación de **CFO** contra un sistema **FBMC** con un algoritmo de compensación del estado del arte, bajo diversos escenarios realistas. Se muestra que la complejidad de **OFDMA** se debe a la tasa de actualización del **CFO**, mientras que en **FBMC** es debida a la demodulación de los símbolos. Entonces si la actualización de **CFO** no es requerida, el sistema **OFDMA** es más simple que la contraparte **FBMC** en escenarios realistas.

Considerando el desempeño en tasa de error de bit, se presentan ejemplos de simulación que verifican las ventajas de los esquemas propuestos considerando canales selectivos, no selectivos y con **CFO** variante en el tiempo. El desempeño de ambos sistemas es similar para bajo **CFO**, aunque **FBMC** funciona mejor que **OFDMA** para alto **CFO**, a expensas de una complejidad más alta.

Capítulo 8

Sistemas de radios cognitivas

La creciente demanda de acceso a Internet y servicios multimedia sobre terminales inalámbricos representa un interesante desafío para los investigadores. Uno de los principales problemas a tratar es el gran ancho de banda que se requiere para distribuir dichos servicios. Diversos estudios realizados en varias ciudades de Estados Unidos y Europa, muestran que algunas bandas actualmente ocupadas por usuarios licenciados están en su mayoría sub-utilizadas, lo que resulta un desperdicio de un recurso limitado y costoso [14, 15]. En otras palabras, estos estudios prueban que las políticas convencionales de asignación espectral son ineficientes.

En el trabajo de Mitola [16], se propone una nueva política de uso del espectro llamada *Espectro Compartido*¹ (SS), que habilita el acceso público a las bandas licenciadas. Los sistemas licenciados, también llamados usuarios primarios (PU), que no utilicen su ancho de banda todo el tiempo pueden rentar parte de él a otro sistema, el sistema secundario (SU), con la premisa de que el desempeño del PU no sea afectado. Los sistemas PU no toman parte en el proceso de espectro compartido porque el objetivo es compartir las bandas ocupadas con el equipamiento ya instalado, que no dispone de los recursos necesarios. Todo el trabajo es realizado por nodos sofisticados llamados *radios cognitivas* (CR), los cuales son capaces de sensar el espectro en busca de espacios vacíos y de manera acorde, reconfigurar sus parámetros físicos para ocupar dichos espacios disponibles. Como resultado, los SU obtienen acceso a bandas licenciadas mientras que los PU consiguen regalías del espectro que no utilizan [14].

El concepto de espectro compartido es un enfoque interesante para aumentar la eficiencia espectral y parece ser una buena solución al problema de la escasez espectral. El grupo de trabajo IEEE 802.22 estableció un estándar que permite a las radios cognitivas explotar las bandas de TV no utilizadas, constituyendo el primer ejemplo de aplicación de esta técnica [17].

¹*Spectrum Sharing*, en inglés.

Las principales tareas que un nodo SU debe realizar son: el *sensado espectral* y la *reconfigurabilidad*. La primera consiste en sensar el espectro a fin de detectar las bandas no utilizadas, esta información es referida comúnmente como información de asignación de canal (CAI) [81]. Como la disponibilidad de recursos es altamente variante, el sensado debe realizarse periódicamente. Además, la detección confiable de los usuarios licenciados es crucial pues de esta depende que los SUs no interfieran con los PUs. Los nodos cognitivos usan la información del sensado espectral para modificar dinámicamente sus parámetros físicos, de manera de no interferir con los usuarios licenciados. Esta propiedad, conocida como reconfigurabilidad, consiste en la modificación de uno o más de los siguientes parámetros: frecuencia de operación, esquema de modulación y potencia de transmisión. El objetivo de la reconfigurabilidad es alcanzar un desempeño más alto sin causar daño a los PU [15].

En este capítulo nos enfocamos en el problema de sensado espectral suponiendo que las señales transmitidas son OFDM. Los detectores aquí presentados utilizan las propiedades cicloestacionarias de la señal recibida para realizar la detección o diferenciación de la misma. Por ese motivo las técnicas aquí presentadas están relacionadas con las del Capítulo 5 donde también se han utilizado propiedades cicloestacionarias.

8.1. Descripción del problema de sensado espectral

El radio cognitivo debe distinguir entre las bandas utilizadas y las que están libres. Entonces, debe ser capaz de determinar si hay señal presente proveniente de un PU o no. El modelo de hipótesis básico para la detección del PU es el siguiente:

$$r(n) = \begin{cases} w(n) & \mathcal{H}_0 \\ h(n) * x(n) + w(n) & \mathcal{H}_1, \end{cases} \quad (8.1)$$

donde $w(n)$ es AWGN y $h(n)$ es la respuesta impulsiva del canal, definidos en el Capítulo 2; $r(n)$ es la señal recibida y $x(t)$ es la señal OFDM transmitida definidas en el Capítulo 3 y $*$ denota la convolución.

Por otro lado, en caso de que varias redes de CR se encuentren compitiendo entre sí por ocupar un determinado espacio espectral, la diferenciación de SUs es importante ya que permite implementar una estructura de prioridades o una política de control de acceso justa [82, 83]. Además, una red de radios cognitivas necesita coordinación para realizar cambios de banda. Esto puede realizarse utilizando canales de comunicación comunes y fijos, aunque casi invariablemente resulta en una considerable sobrecarga. Aquí, la diferenciación de señales permite que un SU

detecte las señales que pertenecen a su red y de esta manera pueda iniciar la transmisión en esa banda [84]. En este caso se considera que la señal $x^s(n)$ que se desea diferenciar de $x^{ns}(n)$, posee una firma característica que permite diferenciarla. En consecuencia se tiene un modelo de hipótesis levemente diferente:

$$r(n) = \begin{cases} h(n) * x^{ns}(n) + w(n) & \mathcal{H}_0 \\ h(n) * x^s(n) + w(n) & \mathcal{H}_1 \end{cases} \quad (8.2)$$

Muchas técnicas de detección pueden emplearse para distinguir entre \mathcal{H}_0 y \mathcal{H}_1 en los modelos de hipótesis mencionados anteriormente. A continuación se discutirán tres de las más populares [15].

El *filtro acoplado* es el detector óptimo en [AWGN](#), pues maximiza la [SNR](#). Este método requiere menos tiempo para alcanzar un buen desempeño gracias a la detección coherente. También, es posible distinguir entre diferentes SU, como en el modelo (8.2), pero requiere el conocimiento de los parámetros de la señal y de sincronismo. Si la información del PU no se conoce precisamente el desempeño del filtro acoplado decrece significativamente. En nuestro caso ni los parámetros de la señal ni el canal están disponibles, por lo que el filtro acoplado no parece ser una buena opción.

El *detector de energía* es muy simple y contrariamente al filtro acoplado, no requiere un conocimiento preciso de los parámetros de la señal, sólo la potencia del ruido. Debido a que este método es no coherente, tiene un desempeño pobre en ambientes ruidosos y, por la misma razón, no es posible distinguir entre diferentes señales. Entonces, este detector es aplicable solamente al modelo (8.1). Deben emplearse períodos silenciosos, donde los SU suspenden la transmisión para sensar el espectro. De esa manera, evitan que la señal enviada por el SU se confunda con la del PU y resulte en una falsa alarma. Tanto el desempeño del detector como la eficiencia del transmisor son afectados por estos períodos silenciosos. Entonces, el detector de energía tampoco es una solución adecuada para el problema.

El *detector de características cicloestacionarias* detecta características periódicas en la señal recibida, las que pueden ser el resultado de, por ejemplo: la portadora, un tren de pulsos, el prefijo cíclico, patrones de pilotos, etc. Una señal cicloestacionaria se caracteriza porque su media y su función de autocorrelación son periódicas en el tiempo. Como en el análisis de señales convencional, el procesamiento puede realizarse en el dominio tiempo o frecuencia de acuerdo con la aplicación. Este tipo de detectores no requiere el conocimiento preciso de los parámetros de señal, sólo de aquellos relacionados con las características cicloestacionarias [85, 84]. Como el [AWGN](#) no es cicloestacionario, entonces los tests de detección funcionan bien para baja [SNR](#).

Por otro lado, la identificación de red basada en la hipótesis (8.2) puede realizarse, y sólo se requiere que las características cicloestacionarias de cada sistema sean diferentes. Por la misma razón, los períodos de silencio no son necesarios. Como conclusión, este detector es la mejor opción para detectar al PU [81].

En este capítulo se estudian dos algoritmos para la detección de características cicloestacionarias en señales OFDM. El primero, explota la redundancia generada por el prefijo cíclico (CP) [85]. El segundo, hace uso de los pilotos insertados en las subportadoras para detectar o diferenciar señales OFDM que tengan una firma característica diferente [84]. Para el segundo caso, se propone una técnica simplificada para calcular la probabilidad de falsa alarma.

8.2. Conceptos de cicloestacionaridad

Una señal cicloestacionaria está caracterizada por un media y autocorrelación periódicas en el tiempo [53]. Considerando tiempo discreto, la función autocorrelación está definida como $\Gamma_{rr}(n, \tau) = E\{r(n)r^*(n + \tau)\}$. Si $r(n)$ es un proceso complejo cicloestacionario, $\Gamma_{rr}(n, \tau)$ es una función periódica del índice discreto n y puede representarse por

$$\Gamma_{rr}(n, \tau) = \sum_{\alpha \in \mathcal{A}} \Gamma_r^\alpha(\tau) e^{j2\pi\alpha n}, \quad (8.3)$$

donde los coeficientes $\Gamma_r^\alpha(\tau)$ que definen la función de autocorrelación cíclica (CAF), a la frecuencia cíclica α , están dados por

$$\Gamma_r^\alpha(\tau) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N + 1} \sum_{n=-N}^N \Gamma_{rr}(n, \tau) e^{-j2\pi\alpha n} \quad (8.4)$$

y $\mathcal{A} \triangleq \{\alpha \in [-1/2; 1/2) : \Gamma_r^\alpha(\tau) \neq 0\}$. Si $r(n)$ es un proceso *cicloergódico*, lo cual es usualmente cierto, el operador esperanza implícito en (8.4) puede reemplazarse por su promedio temporal. De esa manera una expresión más útil para la CAF es la siguiente [86]

$$\Gamma_r^\alpha(\tau) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N + 1} \sum_{n=-N}^N r(n)r^*(n + \tau) e^{-j2\pi\alpha n} \quad (8.5)$$

La densidad espectral cíclica (SDF) es obtenida tomando la transformada de Fourier de la Ec. (8.4)

$$S_r^\alpha(k) = \sum_{\tau \in \mathbb{Z}} \Gamma_r^\alpha(\tau) e^{-j2\pi\tau k}. \quad (8.6)$$

Puede verse que para $\alpha = 0$, la **SDF** se reduce a la densidad espectral de potencia convencional. Sin embargo, para $\alpha \neq 0$, puede mostrarse que $S_r^\alpha(k)$ es la densidad de correlación entre componentes a frecuencia k y $k + \alpha$. Entonces, una aproximación útil para $S_r^\alpha(k)$ está dada por

$$\hat{S}^{(N)}(\alpha, k) = \frac{1}{N} \sum_{q=0}^{N-1} R^{(N)}(q) R^{*(N)}(q - \alpha) Z^{(N)}(k - q) \quad (8.7)$$

donde $R^{(N)}(k)$ es la transformada de Fourier de $r(n)$, definida como

$$R^{(N)}(k) = \sum_{n=0}^{N-1} r(n) e^{-j\frac{2\pi}{N}nk} \quad (8.8)$$

y $Z^{(N)}(k)$ es una ventana espectral de largo N que satisface $\sum_k Z^{(N)}(k) = 1$. El ventaneo hace que el estimador de la **SDF** sea consistente y además, establece un compromiso entre el sesgo y la varianza [87].

8.3. Detección basada en cicloestacionaridad

8.3.1. Detección basada en el prefijo cíclico

Este esquema explota la periodicidad producida por la inserción del prefijo cíclico de una señal **OFDM**. Esto significa que las características cicloestacionarias dependen únicamente del largo del **CP**, el cual es elegido para ser más largo que la respuesta impulsiva del canal. Como el **CP** está fijado usualmente por los estándares no puede ser modificado, es decir, no es posible embeber intencionalmente firmas que permitan distinguir entre dos sistemas. La detección basada en **CP** corresponde al modelo de hipótesis 8.1.

Considerando que $r(n)$ corresponde a la formulación de una señal **OFDM** como la definida en la Ec. (3.15) del Capítulo 3, sin errores de sincronismo y suponiendo además que el canal es **AWGN**, entonces la función autocorrelación $\Gamma_{rr}(n, \tau)$ resulta periódica, de período $1/\alpha_0 = N + N_{cp} = N_T$. Entonces, (8.5) puede aproximarse por

$$\hat{\Gamma}_y^{k\alpha_0}(N) = \frac{1}{N_s^{cp} - N} \sum_{n=0}^{N_s^{cp} - N - 1} r(n) r^*(n + N) e^{-j2\pi k\alpha_0 n} \quad (8.9)$$

donde $\hat{R}_y^{k\alpha_0}(N)$ es la estimación de la correlación cíclica para la frecuencia cíclica $k\alpha_0$, N es retardo de tiempo, y N_s^{cp} es el número de símbolos disponibles en la recepción.

Para construir una función costo robusta, son consideradas $2N_b + 1$ frecuencias cíclicas, donde N_b es la cantidad de frecuencias cíclicas positivas. La función costo considerada está dada por [85]:

$$J_{cp}(N_b) = \sum_{k=-N_b}^{N_b} \left| \hat{\Gamma}_r^{k\alpha_0}(N) \right|^2 \quad (8.10)$$

En nuestro contexto de detección es difícil desarrollar un test basado en \mathcal{H}_1 , pues los parámetros de la señal PU se suponen desconocidos. Entonces, el umbral de detección está calculado para la hipótesis \mathcal{H}_0 . Bajo \mathcal{H}_0 los coeficientes cíclicos de la señal recibida $\hat{R}_y^{k\alpha_0}(N)$ son asintóticamente normales, con media 0 y varianza σ^4/N_s^{cp} . También debido a la estructura ortogonal de OFDM, esos coeficientes son asintóticamente no correlados y en consecuencia independientes. Como $J_{cp}(N_b)$ es una suma del módulo al cuadrado de $(2N_b + 1)$ coeficientes cíclicos, la distribución de la función costo $J_{cp}(N_b)$ es Chi-Cuadrado con $2(2N_b + 1)$ grados de libertad, denotada $\chi_{2(2N_b+1)}^2$ [85].

Para construir un test de detección, es definido un λ constante de manera que $\mathcal{P}\{J_{cp}(N_b) \geq \lambda | \mathcal{H}_0\} = P_{fa}$, donde P_{fa} es una probabilidad de falsa alarma fija y λ es el umbral del test. Entonces, considerando $\gamma[2(2N_b + 1), x]$ como la función distribución acumulativa (cdf) de $\chi_{2(2N_b+1)}^2$, es posible evaluar el umbral como

$$\lambda = \frac{\sigma^4}{N_s^{cp}} \gamma^{-1}[(2N_b + 1), 1 - P_{fa}] \quad (8.11)$$

Finalmente es posible realizar el siguiente test a fin de distinguir entre \mathcal{H}_0 y \mathcal{H}_1 .

- si $J_{cp}(N_b) \leq \lambda$, se decide por \mathcal{H}_0 ,
- si $J_{cp}(N_b) > \lambda$, se decide por \mathcal{H}_1 .

Note que el factor de escala $\frac{\sigma^4}{N_s^{cp}}$ se introduce como una normalización ya que las varianzas de los coeficientes no son iguales a uno.

Para resumir el método, los pasos necesarios para realizar el test de detección se describen a continuación: 1) Se calcula la CAF para cada una de las $2N_b + 1$ frecuencias cíclicas consideradas usando la Ec. (8.9), 2) para obtener la función costo, el módulo al cuadrado de las estimaciones es sumado como se establece en la Ec. (8.10), donde una estimación de la varianza de ruido es necesaria para calcular el umbral de detección en Ec. (8.11), y; 3) el valor de la función costo se compara contra el umbral λ .

8.3.2. Detección basada en cicloestacionaridad inducida por pilotos

En caso de que sea necesario determinar cual señal de un conjunto de posibles señales es transmitida, como establece el modelo de hipótesis 8.2, cada señal debe tener una firma distintiva para realizar la detección cicloestacionaria. Las características cicloestacionarias pueden ser inducidas usando preámbulos especiales o símbolos de información repetida sobre múltiples subportadoras [83, 82]. Sin embargo, los preámbulos insertados están presentes únicamente al comienzo de la trama lo que dificulta la detección. Por otro lado, las portadoras repetidas reducen la capacidad del sistema. Un enfoque diferente para solucionar estos inconvenientes es aprovechar las portadoras piloto ya existentes y embeber una firma con ellas. Este método se conoce como *cicloestacionaridad inducida por pilotos*² (PIC) [84]. Dichas portadoras piloto están siempre presentes en las señales OFDM para estimación de canal y sincronización.

El patrón de pilotos se describe por un conjunto de índices $\mathcal{Q}(\ell)$ que especifica que portadoras activas contienen los símbolos piloto en el ℓ -ésimo bloque OFDM. Los símbolos OFDM $X_m(\ell)$ en (3.1) se dividen en dos conjuntos: símbolos de datos $a_m(\ell)$, cuando $m \notin \mathcal{Q}(\ell)$, y símbolos piloto $b_m(\ell)$, cuando $m \in \mathcal{Q}(\ell)$. Se considera que bajo la hipótesis \mathcal{H}_0 del modelo 8.2, la señal recibida no tiene símbolos piloto en los mismos lugares que la señal bajo \mathcal{H}_1 .

La señal demodulada $Y_m(\ell)$ es la DFT del bloque recibido, y puede expresarse como en la Ec. (3.17) del Capítulo 3. De esta manera, la detección es realizada midiendo la energía de la función de correlación cíclica inducida por el patrón de símbolos piloto. La función costo está definida como [84]

$$J_{pic} = \sum_{(p,q) \in \phi} \left(\sum_{\alpha \in \mathcal{A}_{(p,q)}} \left| \hat{\Gamma}_{\tilde{Y}^{(p,q)}}^{\alpha}(d^{(p,q)}) \right|^2 \right) \quad (8.12)$$

donde

$$\hat{\Gamma}_{\tilde{Y}^{(p,q)}}^{\alpha}(d^{(p,q)}) = \frac{1}{N_s^{pic} - d^{(p,q)}} \sum_{k=0}^{N_s^{pic} - d^{(p,q)} - 1} \tilde{Y}_p(k) \tilde{Y}_q^*(k + d^{(p,q)}) e^{-j2\pi\alpha k}, \quad (8.13)$$

$\mathcal{A}_{(p,q)} \triangleq \{\alpha \in [-1/2; 1/2] : \Gamma_{\tilde{Y}^{(p,q)}}^{\alpha}(d^{(p,q)}) \neq 0\}$, p y q son las portadoras correladas, $d^{(p,q)}$ es la separación en bloques entre p y q y $\phi = \{(p,q) | \mathcal{A}_{(p,q)} \neq \emptyset \text{ y } d^{(p,q)} + N_d \leq N_s^{pic}\}$, donde N_d y N_s^{pic} son el período del patrón de pilotos y el número de símbolos OFDM recibidos, respectivamente. También es útil definir N_{ϕ} como la cardinalidad del conjunto ϕ . Además, para hacer el criterio J_{pic} menos sensible a la ganancia de la señal recibida, cada término $Y_k(\ell)$ en Ec. (8.13) es normalizado de la siguiente manera

²Pilot induced cyclostationarity en inglés.

$$\tilde{Y}_k(\ell) = \frac{Y_k(\ell)}{\sqrt{\hat{\text{Var}}\{Y(\ell)\}}} \quad (8.14)$$

donde $\hat{\text{Var}}\{\cdot\}$ denota la varianza estimada de la señal definida como: $\hat{\text{Var}}\{Y(n)\} = 1/N_s^{pic} \sum_{k=0}^{N_s^{pic}-1} |Y_k(n)|^2$.

Para embeber la firma cicloestacionaria en la señal, símbolos piloto son diseñados de manera que $b_p(m) = b_q(m + d^{(p,q)})e^{i\varphi}$, con $\varphi \in [-\pi, \pi)$. Entonces, los procesos $\{X_p(\ell)\}_\ell$ y $\{X_q(\ell)\}_\ell$ son conjuntamente cicloestacionarios con coeficientes cíclicos

$$\Gamma_{X^{(p,q)}}^\alpha(d^{(p,q)}) = \frac{\sigma_b^2 e^{-j(2\pi\alpha + \varphi)}}{N_d} \sum_{k \in \mathbb{Z}} \delta \left[\alpha - \frac{k}{N_d} \right] \quad (8.15)$$

los cuales son distintos de cero para α perteneciente al conjunto $\mathcal{A}_{(p,q)} = \left\{ \frac{m - \lfloor N_d/2 \rfloor}{N_d} \right\}$, $m \in \{0, 1, \dots, N_d - 1\}$, donde $\lfloor \cdot \rfloor$ denota el entero próximo inferior.

De la misma manera que con el método anterior, los coeficientes cíclicos $R_{Y^{(p,q)}}^\alpha(d^{(p,q)})$ son conjuntamente Gaussianos de media cero y varianza $1/(N_s^{pic} - d^{(p,q)})$. Para evaluar la función costo en Ec. (8.12), N_d de esos coeficientes correspondiente a las N_d frecuencias cíclicas inducidas son sumados. Esto resulta en una variable aleatoria Chi-cuadrado de $2N_d$ grados de libertad. Finalmente, J_{pic} es el resultado de la suma de N_ϕ de esas $\chi_{2N_d}^2$. Para encontrar el umbral del test es necesario conocer la **cdf** de J_{pic} . como algunos de los parámetros de la señal son desconocidos, como en el detector de **CP**, la estadística del test se basa en la hipótesis \mathcal{H}_0 . En [84] se propone aproximar la **cdf** de J_{pic} por una serie de Laguerre. Como usualmente N_ϕ es del orden de 30, a continuación se propone otra alternativa utilizando el *teorema del límite central* para encontrar una aproximación de la **cdf** de J_{pic} . Con esto en mente, primero se calculará la media de J_{pic} y luego su varianza. La media está dada por

$$\begin{aligned} \mathbb{E}\{J_{pic}\} &= \mathbb{E} \left\{ \sum_{m=1}^{N_\phi} \sigma_R^2 \chi_{2N_d}^2(m) \right\} \\ &= N_\phi \sigma_R^2 \mathbb{E} \{ \chi_{2N_d}^2 \} \\ &= N_\phi \sigma_R^2 2N_d \end{aligned} \quad (8.16)$$

donde $\sigma_R^2 = 1/(N_s^{pic} - d^{(p,q)})$ es la varianza de la **CAF** y $\chi_{2N_d}^2$ es la variable aleatoria Chi-cuadrado correspondiente a los coeficientes $R_{Y^{(p,q)}}^\alpha(d^{(p,q)})$. La varianza de J_{pic} puede calcularse

como

$$\begin{aligned}
 \text{Var}\{J_{pic}\} &= \text{Var}\left\{\sum_{m=1}^{N_\phi} \sigma_R^2 \chi_{2N_d}^2(m)\right\} \\
 &= N_\phi \sigma_R^4 \text{Var}\{\chi_{2N_d}^2\} \\
 &= N_\phi \sigma_R^4 4N_d
 \end{aligned} \tag{8.17}$$

En las Ecs. (8.16) y (8.17) la distribuciones Chi-cuadrado se consideran *i.i.d.*. Finalmente, $J_{pic} \sim \mathcal{N}(N_\phi \sigma_R^2 2N_d, N_\phi \sigma_R^4 4N_d)$, entonces resulta directo encontrar un umbral que satisfaga alguna probabilidad de falsa alarma en particular. Si la *cdf* de la distribución normal está definida como $\psi(x) = \mathcal{P}(J_y \leq x | \mathcal{H}_0)$, entonces el umbral λ está dado por

$$\lambda = \{x | \mathcal{P}(J_y \leq x | \mathcal{H}_0) = 1 - P_{fa}\} = \psi^{-1}(1 - P_{fa}) \tag{8.18}$$

y el test de decisión es entonces:

- si $J_{pic} \leq \lambda$, se decide por \mathcal{H}_0 ,
- si $J_{pic} > \lambda$, se decide por \mathcal{H}_1 .

Con el objeto de clarificar el detector PIC, los pasos necesarios para realizar el test son resumidos a continuación: 1) Los bloques recibidos sin CP son transformados al dominio frecuencial como en la Ec. (3.17), 2) cada par de portadoras $(p, q) \in \phi$ es normalizado de acuerdo a la Ec. (8.14) para hacer al test independiente de la ganancia de la señal, 3) sobre cada par (p, q) las CAF son calculadas para N_d valores de $\alpha \in \mathcal{A}$ como se establece en la Ecs. (8.15) y (8.13). Para calcular la función costo, los valores absolutos al cuadrado de las CAFs son primero sumados para cada $\alpha \in \mathcal{A}$ y luego sobre todos los pares $(p, q) \in \phi$, como es indicado en la Ec. (8.12), 4) como la *cdf* de J_{pic} bajo \mathcal{H}_0 es demasiado compleja para obtener una solución cerrada, se propuso utilizar el teorema del límite central. Siguiendo este enfoque la media y la varianza de J_{pic} se calculan en las Ecs. (8.16) y (8.17), respectivamente, 5) cuando la *cdf* de J_{pic} , $\psi(x)$, es conocida, es posible encontrar el umbral λ usando la Ec. (8.18), y; 6) la función costo es comparada contra el umbral para realizar el test.

8.4. Simulación numérica

Para las simulaciones se eligió una señal OFDM de $N = 512$ portadoras, un prefijo cíclico $N_{cp} = N/8 = 64$ y una tasa de muestreo de $T_s = 0,5\mu s$ la que corresponde a un espaciamiento interportadora de $\sim 3,9\text{kHz}$, el cual es similar al de la señal 2K DVB-T³.

³2K DVB-T tiene un espaciamiento interportadora de 4,464kHz [88].

Cada valor de SNR es promediado 2000 veces con diferentes realizaciones de canal. Las hipótesis \mathcal{H}_0 y \mathcal{H}_1 correspondientes al modelo son igualmente probables, mientras que P_{fa} es igual al 1%. Para el detector CP, cada prueba consiste de 30 símbolos OFDM, mientras que en el detector PIC de 60 símbolos.

El patrón de pilotos utilizado en el detector PIC para embeber la firma es disperso⁴ [5] y tiene período 2 ($N_d = 2$), es decir, consiste de dos bloques. El espaciamiento entre pilotos es de 12 portadoras y el desplazamiento entre bloques de 6 portadoras. Los símbolos pilotos son BPSK⁵ modulados como en [84] e igualmente probables. Para mantener baja la complejidad del test y permitir un considerable número de redes para compartir el espectro, N_ϕ (número de portadoras correladas) es fijado en 30. A lo largo del test, la separación entre las portadoras p y q se fija en 30 y $d^{(p,q)} = 1$.

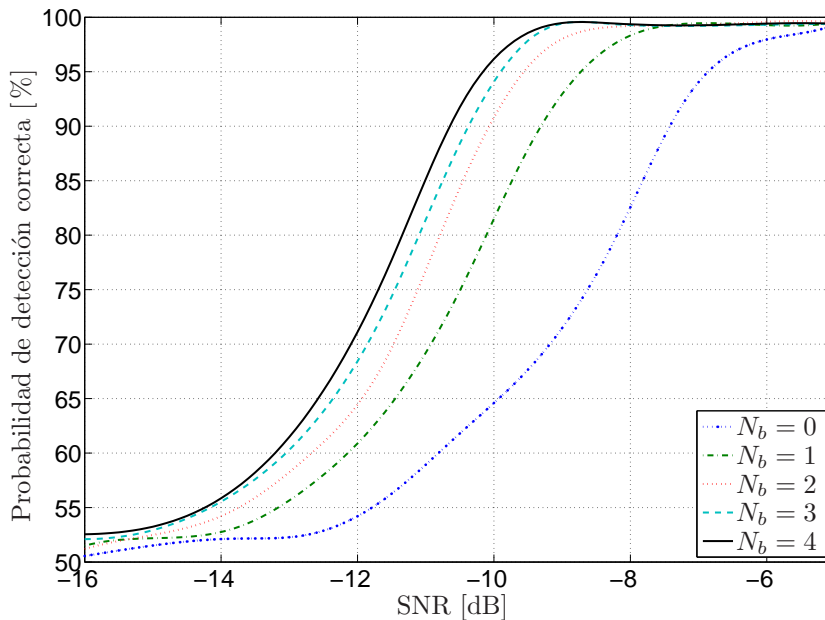


Figura 8.1: Test de detección de señales basado en el prefijo cíclico (J_{cp}) sobre un canal AWGN. Probabilidad de detección correcta para diferentes elecciones de frecuencias cíclicas (N_b).

⁴Scattered en inglés.

⁵Binary phase shift keying en inglés.

Se consideran en la simulación, canales multicamino estáticos y dinámicos. El canal de propagación simulado $\{h_q(\ell)\}_{q=0}^{L-1}$ tiene largo $L = N_{cp} - 1$, y perfil de decaimiento exponencial $E\{|h_q(\ell)|^2\} = Ge^{-q/\beta}$, donde G es elegido de manera que $\sum_{q=0}^L E\{|h_q(\ell)|^2\} = 1$ y $\beta = N_\phi/4$. La frecuencia Doppler es fijada en 75Hz, correspondiendo a un $\sim 2\%$ de la separación interportadora y a una velocidad de 80Km/h con una portadora de 1GHz.

Como se ve en la Ec. (8.10), cuando N_b se incrementa el test tiene más redundancia lo que resulta en un mejor desempeño a expensas de hacer el sistema más complejo. La Fig. 8.1 muestra el porcentaje de detecciones correctas en función de la SNR para diferentes valores de N_b , considerando un canal AWGN.

El efecto del canal sobre J_{cp} es diferenciar el CP con el fin del símbolo OFDM, entonces la correlación decrece. Cuanto más selectivo en frecuencia es el canal, más grande la diferencia. En la Fig. 8.2 se muestra la probabilidad de detección correcta para el test de detección de señales basado en el prefijo cíclico (J_{cp}) con $N_b = 4$, considerando canales AWGN, multicamino estático y multicamino dinámico. Para el mismo contexto, en la Fig. 8.3 muestra el desempeño del test de diferenciación de señales basado en cicloestacionaridad inducida por pilotos J_{pic} .

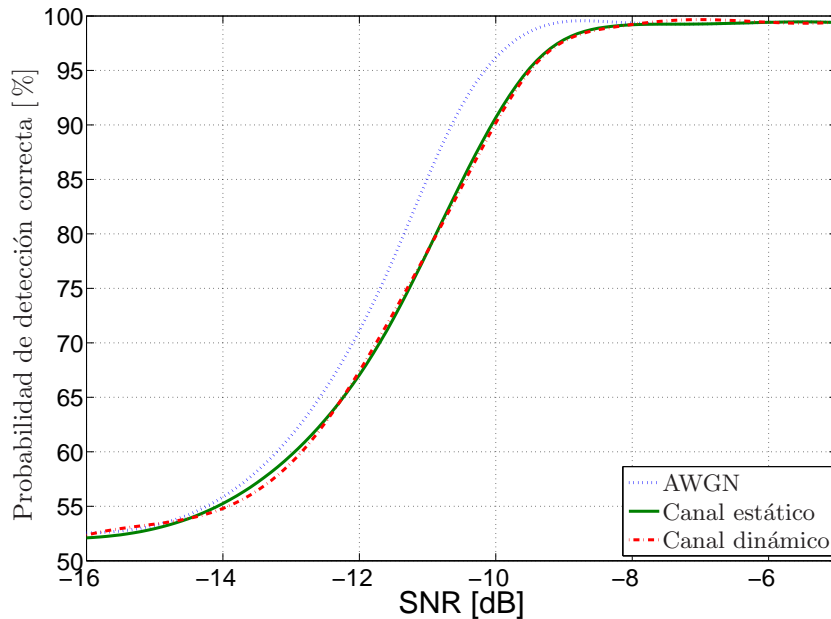


Figura 8.2: Test de detección de señales basado en el prefijo cíclico (J_{cp}). Probabilidad de detección correcta para diferentes condiciones de canal.

Puede notarse que el desempeño de J_{pic} es peor que el de J_{cp} . Esto se debe a tres diferentes factores. Primero, de acuerdo con el modelo de hipótesis (8.2), la potencia de interferencia

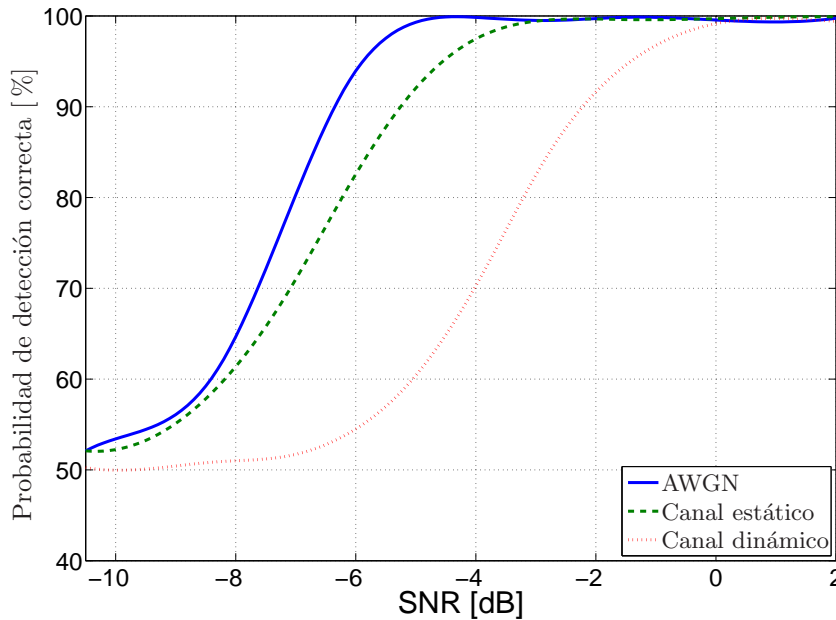


Figura 8.3: Test de diferenciación de señales basado en cicloestacionaridad inducida por pilotos (J_{pic}). Probabilidad de detección correcta para diferentes condiciones de canal.

es más alta para la hipótesis \mathcal{H}_0 . Segundo, J_{pic} emplea menos redundancia que J_{cp} en la firma cicloestacionaria lo que reduce la calidad del test. Finalmente, los símbolos correlados pertenecen a diferentes bloques OFDM, lo que hace que el test sea más sensible a canales variantes en tiempo. Por otro lado, el detector CP es más robusto a canales variantes en tiempo ya que la correlación se calcula entre símbolos del mismo bloque OFDM.

Los sistemas estudiados no emplean la estimación de canal de comunicaciones, entonces la condición del mismo tiene un gran impacto en el desempeño. Si la información del canal no está disponible la única manera de aumentar el desempeño es aumentando la redundancia. Una ventaja significativa en el desempeño se obtendría si se utilizara conocimiento del canal, aunque esto puede comprometer la suposición de que los parámetros del PU son conocidos.

Se sabe que los sistemas OFDM son sensibles al desplazamiento de la frecuencia de la portadora (CFO) y a errores en el temporizado pues estos destruyen la ortogonalidad entre portadoras, como se muestra en el Capítulo 4. En espectro compartido se supone que los parámetros del usuario primario son desconocidos, entonces la sincronización del sistema es un problema importante. Como el desempeño de los tests se ve afectado por errores en la sincronización, es posible estimar el CFO y el temporizado maximizando J_{cp} o J_{pic} en un plano CFO versus error de

temporizado. Sin embargo, una estimación fina requiere una búsqueda en grilla que incrementa el retardo y la complejidad considerablemente.

8.5. Comentarios finales

En este capítulo se estudian dos métodos que corresponden a dos modelos de hipótesis diferentes para la detección e identificación de señales, considerando diferentes ambientes de canal. El primero, J_{cp} , explota la función de correlación cíclica que es generada por el prefijo cíclico de la señal OFDM. J_{cp} es más simple y robusto a distorsiones del canal, pues emplea más redundancia. El segundo método, J_{pic} , aprovecha la estructura existente de portadoras piloto para embeber una firma en ellas. J_{pic} es más general pues permite además la detección de diferentes señales.

Los detectores propuestos suponen estar sincronizados con la señal recibida, lo que resulta poco realista pues se considera que no se tiene información acerca de las señales a detectar. Este es un problema abierto que aleja estas técnicas de una aplicación práctica, por lo menos en un corto plazo de tiempo.

Capítulo 9

Sistemas híbridos SC - OFDM

Los sistemas de comunicaciones inalámbricos son capaces de alcanzar tasas de transferencias de decenas de Mb/s en ambientes suburbanos. Altas tasas de transferencia implican la transmisión sobre canales de banda ancha selectivos en frecuencia. Esta clase de canales produce interferencia intersímbolo, y a su vez, pueden ser variantes en tiempo debido a la movilidad de los dispositivos. La solución clásica para combatir la interferencia intersímbolo en sistemas de portadora simple (SC), es utilizar un ecualizador adaptativo que remueva la interferencia intersímbolo. Los sistemas multiportadora, como OFDM presentado en el Capítulo 3, resuelven elegantemente el problema de ecualización dividiendo el flujo de datos entre canales ortogonales planos, que simplifican el ecualizador y por lo tanto el receptor. La desventaja de los sistemas SC es que en ambientes multicamino el ecualizador resultante necesita un gran número de coeficientes para hacer frente a la interferencia intersímbolo. Este gran número de coeficientes aumenta la carga computacional del sistema. Por otro lado, la señal OFDM tiene una alta relación pico a promedio (PAPR), que baja la eficiencia del amplificador de potencia de la transmisión y hace su implementación inadecuada para sistemas móviles.

Los ecualizadores temporales están caracterizados por requerir una gran cantidad de operaciones matemáticas para calcular las convoluciones y correlaciones necesarias en el proceso de ecualización. Se conoce de la teoría de procesamiento de señales que esas operaciones pueden calcularse utilizando la FFT. Los ecualizadores que implementan las operaciones de ésta manera se conocen como ecualizadores en dominio frecuencia o ecualizadores rápidos [74]. Otra cuestión importante de este tipo de ecualizadores es que su arquitectura es compatible con la de OFDM. Esto hace posible el diseño de un sistema de comunicaciones móvil en el cual la estación móvil aprovecha la fácil ecualización de OFDM en la recepción y evita la alta PAPR utilizando SC en la transmisión [18]. Los sistemas híbridos parecen ser una de las opciones más sensatas para

alcanzar la demanda de gran ancho de banda y movilidad, de hecho ya han sido incluidos en sistemas modernos como LTE [3].

En este capítulo se presenta la estructura de la extensión cíclica para señales moduladas en bloques y luego los fundamentos de los sistemas híbridos. A continuación se introducen los ecualizadores en el dominio frecuencia con realimentación de decisión (DFE). Finalmente se propone un algoritmo adaptativo basado en mínimos cuadrados recursivo (RLS) para los coeficientes de un filtro DFE. El filtro está diseñado para ecualizar señales de portadora simple con extensión cíclica (SC-CE).

9.1. Portadora simple con extensión cíclica (SC-CE)

La manera clásica de ecualizar señales SC en el dominio frecuencia es usar los métodos superponer-guardar¹ y superponer-sumar² para filtrar la señal recibida [75]. Esos métodos aprovechan las propiedades de la convolución circular para ecualizar los efectos del canal de manera eficiente en el receptor, utilizando la FFT. En este trabajo se estudian dos métodos alternativos orientados a transmisión por bloques que utilizan la estructura de extensión cíclica. Estos esquemas agregan redundancia en la señal transmitida, para hacer que la convolución lineal del canal con dicha señal se pueda interpretar como una convolución circular en el receptor. Esto permite realizar el filtrado inverso bloque por bloque y de manera eficiente. La extensión cíclica evita la interferencia interbloque en canales multicamino y, como se establece en las secciones siguientes, permite hacer seguimiento del canal.

Considerando la respuesta impulsiva de un canal estático $\{h_q\}_{q=0}^L$ ³ y una secuencia de datos $\{s(n)\}_{n=0}^{N+L}$, la señal recibida limitada a las primeras $N + L$ muestras resulta:

$$r(n) = \sum_{q=0}^L h_q s(n - q) \text{ para } n = 0, 1, \dots, N + L - 1 \quad (9.1)$$

donde $r(n)$ es circular en bloques de largo P , si para $s(n)$ se cumple la siguiente condición:

$$s(n) = s(n + P), \quad n = 0, 1, \dots, L - 1. \quad (9.2)$$

En consecuencia, la DFT de largo P de la señal $\{r(L), r(L + 1), \dots, r(L + P - 1)\}$ puede ser obtenida mediante el producto elemento por elemento de la DFT de h_q , de largo P , y la DFT de las primeras P muestras de $s(n)$.

¹ *Overlap save* en inglés.

² *Overlap add* en inglés.

³ Debe notarse que con esta definición el canal tiene $L + 1$ muestras.

Dos métodos de extensión cíclica son usualmente empleados en transmisión por bloques [19]. El *prefijo cíclico* (CP), que es utilizado en sistemas OFDM y la *extensión de pseudo-ruido* (PN), que es particularmente útil para sistemas SC con ecualizadores DFE. La Fig. 9.1(a) muestra la estructura del CP, mientras que en la Fig. 9.1(b) la estructura de la secuencia PN.

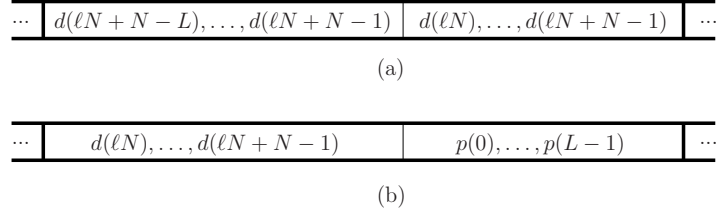


Figura 9.1: Estructuras de la extensión cíclica.

El prefijo cíclico consiste en copiar los últimos L símbolos correspondientes a cada bloque y colocarlos al principio. Si $d(n)$ son los símbolos transmitidos, la señal de salida es:

$$\mathbf{s}^{cp}(\ell) = [d_{\ell N+N-L}, \dots, d_{\ell N+N-1}, d_{\ell N}, \dots, d_{\ell N+N-1}] \quad (9.3)$$

Para este método, el período $P = N$ en la Ec. (9.2). En el receptor, las muestras del CP son descartadas antes de la DFT. Debe notarse que la interferencia sobre las primeras L muestras de datos de la señal recibida ($\{d_{\ell N}, \dots, d_{\ell N+L-1}\}$) es generada por el CP, entonces la convolución lineal que se produce en el canal puede interpretarse como una convolución circular.

La extensión PN consiste en la adición de una secuencia PN fija de símbolos al final cada bloque transmitido. Si se define la secuencia PN como $\{p(n)\}_{n=0}^{L-1}$, el bloque de datos resulta

$$\mathbf{s}^{pn}(\ell) = [d_{\ell N}, d_{\ell N+1}, \dots, d_{\ell N+N-1}, p(0), p(1), \dots, p(L-1)] \quad (9.4)$$

donde los últimos L símbolos son la secuencia PN y el largo total es $N + L$. Además, por razones de simetría, la secuencia PN se transmite antes del primer bloque de datos. En consecuencia, para una transmisión continua, tenemos

$$[\mathbf{s}^{pn}(\ell)]_{N+n} = [\mathbf{s}^{pn}(\ell + 1)]_{N+n} = p(n) \quad \text{para } n = 0, 1, \dots, L-1, \quad (9.5)$$

entonces la Ec. (9.2) se verifica para $P = N + L$. Como resultado la DFT de largo P de la señal recibida $\mathbf{r}(\ell) = [r(\ell P), r(\ell P + 1), \dots, r(\ell P + P - 1)]$ puede ser obtenida por la multiplicación elemento a elemento de las DFTs de $s(n)$ y h_q .

La extensión PN es adecuada para el DFE, pues la PN es conocida en el receptor, entonces la interferencia del prefijo sobre las primeras muestras del bloque puede ser cancelada por el bloque de realimentación, el cual se inicializa con la secuencia PN al principio de cada bloque. Además la información de la secuencia PN puede utilizarse para hacer seguimiento de las variaciones del canal.

9.2. Descripción del sistema híbrido OFDM-SC

Comparando los diagramas de un sistema OFDM y uno SC-CE con ecualizador en frecuencia, se observa que las operaciones involucradas en la modulación y demodulación son las mismas, siendo la única diferencia el orden de aplicación, como se ve en la Fig. 9.2. En la figura IEC denota inserción de extensión cíclica.

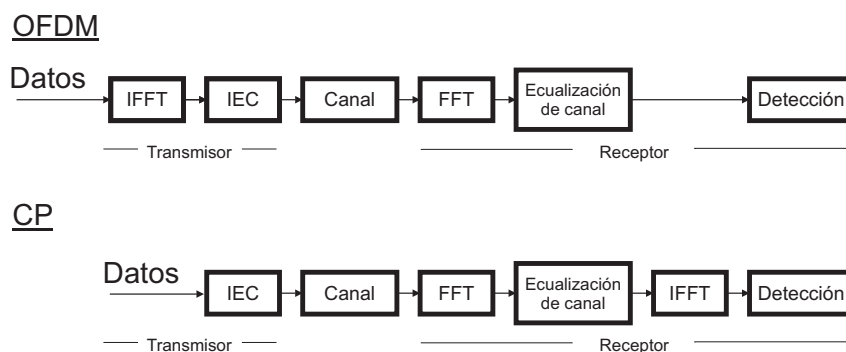


Figura 9.2: Comparación entre un sistema OFDM y uno SC.

Sabiendo que las operaciones son lineales, es posible intercambiar la posición del bloque IFFT para pasar de un sistema de modulación OFDM a uno SC-CE. El movimiento del bloque se muestra en la Fig. (9.3).

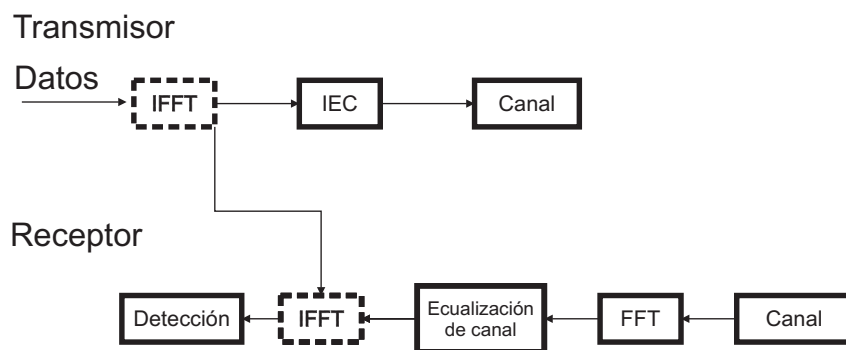


Figura 9.3: Interoperatividad entre los sistemas OFDM y SC.

Esto muestra que el sistema OFDM y el SC-CE están muy relacionados, de esta manera, dispositivos de radio reconfigurados por software⁴ pueden pasar de manera sencilla de un sistema de modulación a otro. Además, la relación entre OFDM y SC-CE permite establecer la complejidad y el desempeño del ecualizador son equivalentes, si se supone que los parámetros del sistema son los mismos (largos de la FFT y del CE, etc.) [89, 90].

La diferencia entre los sistemas radica en el dominio en el que se hace la detección de los símbolos. Por un lado, OFDM realiza la detección en el dominio frecuencia, mientras que SC-CE la realiza en el dominio tiempo. En consecuencia, los sistemas OFDM sin codificación de canal resultan más sensibles a desvanecimientos profundos, pues los símbolos que son modulados en portadoras dentro del desvanecimiento no pueden ser recuperados en el receptor. Por otro lado, en los sistemas SC la energía de cada símbolo es dispersada sobre todo el ancho de banda y como resultado son más robustos contra desvanecimientos profundos [89].

Esta equivalencia entre OFDM y SC-CE permite la concepción de un sistema híbrido donde el enlace de bajada utiliza OFDM mientras que el enlace de subida utiliza SC-CE, como se ve en la Fig. 9.4. Esta estrategia aprovecha la eficiencia en la ecualización de OFDM y la baja PAPR de SC en el móvil, donde la capacidad de procesamiento y la energía son limitadas. Por otro lado, en la estación base, los recursos no son críticos y es posible implementar un amplificador de potencia lineal para la transmisión de la señal OFDM así como también un ecualizador complejo para la recepción de la señal SC.

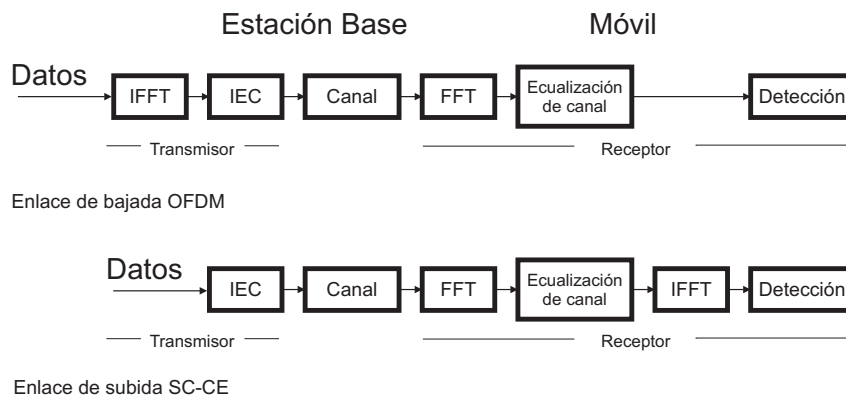


Figura 9.4: Sistema híbrido OFDM-SC

Para ecualizar el canal en la estación base se puede utilizar un filtro de mejor desempeño que el utilizado en OFDM. En el resto del capítulo se considera un ecualizador con realimentación de decisión que utiliza la información disponible en el prefijo PN. También se presentan dos algoritmos adaptativos para los coeficientes del mismo.

⁴Software defined radios en inglés.

9.3. Descripción del ecualizador

Las discusiones previas han establecido la necesidad de obtener un ecualizador eficiente que elimine la interferencia intersímbolo introducida por el canal en el enlace de subida, a fin de hacer posible la implementación del sistema híbrido. En ésta sección se introducen dos posibles implementaciones de ecualizadores adaptativos diseñados para eliminar el problema de interferencia intersímbolo. Primero como introducción, se muestra la estructura del ecualizador en dominio frecuencia (FDE)⁵ y luego basado en este, se introduce el DFE. También se presentan dos algoritmos clásicos de adaptación, el LMS y el RLS.

9.3.1. Operación del ecualizador

Luego de la demodulación, la señal de entrada es paralelizada en bloques de P valores, que luego son convertidos al dominio frecuencia utilizando la FFT. A continuación, los bloques son multiplicados por los coeficientes del filtro y convertidos nuevamente al dominio tiempo utilizando la IFFT. Finalmente, las L muestras del prefijo son descartadas y se obtienen las N muestras ecualizadas a la salida. El diagrama en bloques del ecualizador en frecuencia se muestra en la Fig. 9.5.

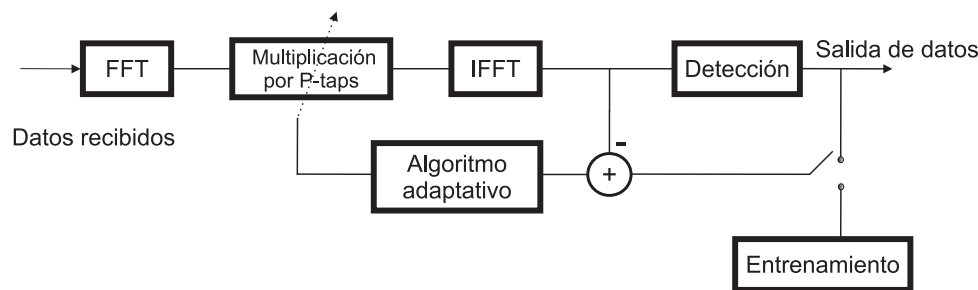


Figura 9.5: Ecualizador por bloques en el dominio frecuencia.

El FDE así implementado no aprovecha en el receptor la información contenida en el CE. En [91] se muestra que los símbolos ya estimados y la información de la extensión cíclica pueden ser utilizados para realizar el seguimiento del canal.

Para mejorar el desempeño, un ecualizador con realimentación de decisión se incorpora al FDE para obtener un DFE, como se muestra en la Fig. 9.6. El filtro directo⁶ es procesado por bloques, mientras que el filtro de realimentación⁷ es procesado muestra a muestra. Es importante

⁵ *Frequency domain equalizer* en inglés

⁶ *Feedforward* en inglés.

⁷ *Feedback* en inglés.

notar que el filtro de realimentación también puede implementarse en el dominio frecuencia, pero el retardo debido al procesamiento por bloques no hace atractiva esta opción.

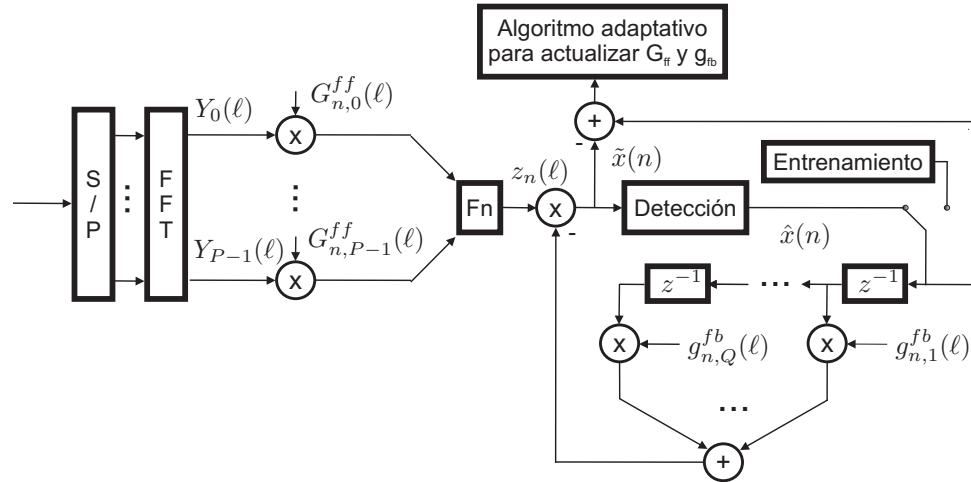


Figura 9.6: Ecualizador por bloques con realimentación con decisión.

Como la interferencia que produce el canal en las primeras muestras del bloque depende de la secuencia PN, el registro del filtro de realimentación es inicializado con esta secuencia al comienzo de cada bloque, a fin de aprovechar el conocimiento de la secuencia PN. La operación del DFE se describe a continuación: La señal recibida primero es filtrada en el dominio frecuencial por el filtro directo y el sufijo PN se descarta para obtener $z_n(\ell)$. El bloque **Fn** se define como $\mathbf{Fn}(\mathbf{Z}) = \sum_{i=0}^{P-1} Z_i e^{j2\pi i n/P}$, para $n = 0, 1, \dots, N - 1$ si $\mathbf{Z} = [Z_0, \dots, Z_{P-1}]$. Para obtener la entrada \tilde{x}_n al dispositivo de decisión, la interferencia estimada de los símbolos pasados es substraída. Finalmente, se obtiene la salida del dispositivo de decisión \hat{x}_n es obtenida.

Para realizar la adaptación de los coeficientes, una secuencia de entrenamiento transmitida al comienzo de la comunicación es alimentada al registro desplazamiento, como se muestra en la Fig. 9.6. Luego, el DFE cambia a operación normal donde los símbolos de entrenamiento son reemplazados por \hat{x}_n . Un problema clásico en la implementación del DFE es el error de propagación debido a la realimentación de errores de decisión. En una transmisión basada en bloques la secuencia PN elimina la IBI, entonces el error de propagación se limita a un solo bloque.

9.3.2. Algoritmos de adaptación de los coeficientes del ecualizador

Se sabe que aunque el algoritmo LMS es simple, tiene una baja velocidad de convergencia comparado con el algoritmo RLS que es más complejo [74]. En nuestro contexto, adicionalmente

al problema de velocidad de convergencia es muy importante la capacidad de seguir un canal variante en el tiempo. A continuación se presentan las formulaciones de los algoritmos **LMS** y **RLS**.

Los coeficientes de los filtros directo y de realimentación correspondiente al bloque ℓ , pueden ser agrupados en un solo vector, de la siguiente manera

$$\mathbf{g}_n(\ell) = [G_{n,0}^{ff}(\ell), \dots, G_{n,P-1}^{ff}(\ell), g_{n,1}^{fb}(\ell), \dots, g_{n,L}^{fb}(\ell)]^T, \quad (9.6)$$

donde la variable n implica que los mismos varían con el paso de las iteraciones. De la misma manera $\mathbf{u}_n(\ell)$ representa la salida del filtro directo y de realimentación para el bloque ℓ y la muestra temporal n ($n = 0, 1, \dots, N - 1$).

$$\mathbf{u}_n(\ell) = [P^{-1}Y_0(\ell), P^{-1}Y_1(\ell)e^{j2\pi(\frac{n}{P})}, \dots, P^{-1}Y_{P-1}(\ell)e^{j2\pi(\frac{n(P-1)}{P})}, \\ -\hat{x}_{n-1}(\ell), \dots, -\hat{x}_{n-L}(\ell)]^T \quad (9.7)$$

Ahora es sencillo calcular la señal filtrada para el bloque ℓ y la muestra n como $\tilde{x}_n(\ell) = \mathbf{g}^H(\ell)\mathbf{u}_n(\ell)$. Puede notarse que la multiplicación de los primeros P elementos representa la salida del filtro directo, mientras que los últimos L elementos son la salida del filtro de realimentación, entonces esta operación permite calcular la salida completa del filtro [92].

Si los coeficientes del vector $\mathbf{g}_{n+1}(\ell)$ se eligen para minimizar $\|\mathbf{g}_{n+1}(\ell) - \mathbf{g}_n(\ell)\|^2$ sujeto a la restricción $x_n(\ell) = \mathbf{g}_{n+1}^H(\ell)\mathbf{u}_n(\ell)$, se obtiene el algoritmo **LMS** normalizado (NLMS), donde $\|\cdot\|^2$ es el operador norma dos [74]. Finalmente, la regla de adaptación para el algoritmo NLMS puede describirse como

$$\mathbf{g}_{n+1}(\ell) = \mathbf{g}_n(\ell) + \mu \frac{\mathbf{u}_n(\ell)}{\|\mathbf{u}_n(\ell)\|^2} (x_n(\ell) - \mathbf{g}_n^T \mathbf{u}_n^*) \quad (9.8)$$

donde $0 < \mu \leq 1$ es el parámetro que define el paso de adaptación [92].

El algoritmo **RLS** para adaptar $\mathbf{g}_n(\ell)$, considerando una transmisión por bloques, puede ser definido como [74]

Algoritmo 9.1 Algoritmo RLS

- 1: **Inicialización**
 - 2: $\mathbf{C}_{in}(0) = \delta^{-1}\mathbf{I}$
 - 3: $\mathbf{g}_0(0) = 0$
 - 4: **Iteraciones** $n = 1, 2, \dots, N; k = 1, 2, \dots, \infty$
 - 5: $\mathbf{J}(n) = \frac{\lambda^{-1}\mathbf{C}_{in}(n-1)\mathbf{u}_n(\ell)}{1 + \lambda^{-1}\mathbf{u}_n^H(\ell)\mathbf{C}_{in}(n-1)\mathbf{u}_n(\ell)}$
 - 6: $e(n) = \tilde{x}_n(\ell) - \mathbf{g}_{n-1}^H(\ell)\mathbf{u}_n(\ell)$
 - 7: $\mathbf{g}_n(\ell) = \mathbf{g}_{n-1}^H(\ell) + \mathbf{J}(n)e^*(n)$
 - 8: $\mathbf{C}_{in}(n) = \lambda^{-1}\mathbf{C}_{in}(n-1) - \lambda^{-1}\mathbf{J}(n)\mathbf{u}_n^H(\ell)\mathbf{C}_{in}(n-1)$
-

donde $\mathbf{C}_{in}(n)$ es la inversa de la matriz correlación de los símbolos de entrada para el tiempo n , δ una constante positiva y pequeña, \mathbf{I} la matriz identidad de $P + L$, $\mathbf{J}(n)$ el vector de ganancia para tiempo n , $e(n)$ el error de estimación a priori y λ el factor de olvido.

Debe notarse que aunque ambos algoritmos operan en base a bloques, la adaptación de $\mathbf{g}_n(\ell)$ es realizada para cada n . En otras palabras, los coeficientes del filtro directo cambian en cada estimación de $\tilde{x}_n(\ell)$. Esto implica que no es posible utilizar una **IFFT** para obtener $\tilde{x}_n(\ell)$ para $n = 0, 1, \dots, N - 1$ en un solo paso.

9.4. Simulación y discusión

Para las simulaciones se utilizaron señales SC-CE de $N = 58$ y una secuencia PN de largo $L = 6$, resultando en un bloque de $P = 64$. La constelación de símbolos es Q-PSK y la tasa de muestreo de $T_s = 10^{-6}$ s. De acuerdo a esto, el filtro directo y el de realimentación tienen 64 y 6 coeficientes respectivamente.

El canal de propagación simulado $\{h_q(\ell)\}_{q=0}^L$ tiene perfil de decaimiento exponencial $E\{|h_q(\ell)|^2\} = Ge^{-q/\beta}$, donde G se elige de manera que $\sum_{q=0}^L E\{|h_q(\ell)|^2\} = 1$ y $\beta = L/4$. Debe notarse que el largo del canal es igual a la extensión cíclica. La secuencia PN usada es $p(n) = \{-1, 1, 1, -1, 1, -1\}$. Para completar el modelo se agrega ruido blanco Gaussiano para obtener la deseada **SNR**.

Las curvas se obtienen promediando sobre 2000 bloques de señal SC-CE y 20 realizaciones de canal para cada **SNR**. Para entrenar el algoritmo se utiliza una secuencia de 100 bloques. Para las curvas de aprendizaje y la tasa de error de símbolo (SER), $\lambda = 1$ and $\mu = 0,5$, lo que representa un compromiso entre velocidad de convergencia y el mínimo piso de **MSE**. Las curvas de aprendizaje del **DFE** con **LMS** y **RLS** a una **SNR** de 20 dB se muestra en la Fig. 9.7.

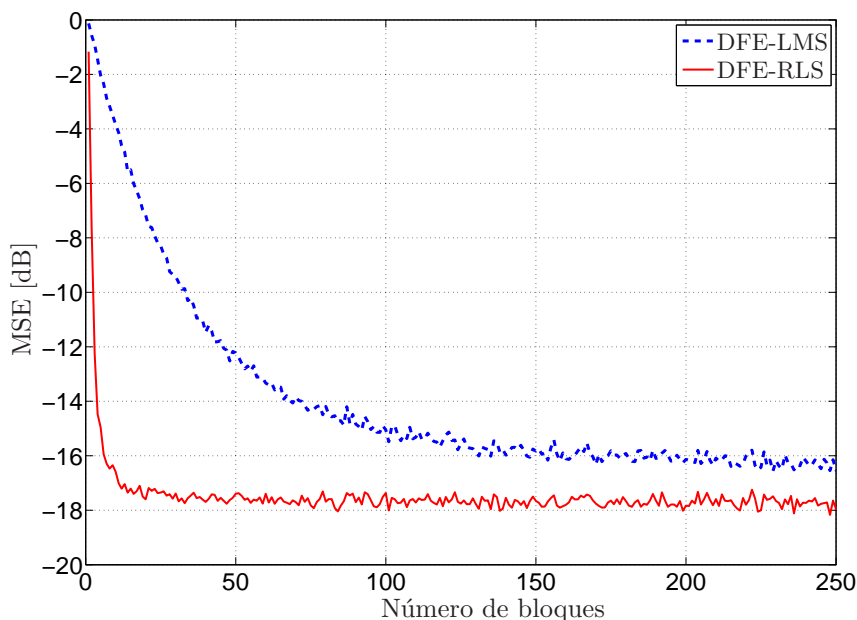


Figura 9.7: Curvas de aprendizaje para el DFE con adaptación LMS y RLS sobre un canal estático.

Considerando un canal estático el SER de un DFE, cuyos coeficientes se adaptan utilizando los algoritmos LMS y RLS, son presentados en la Fig. 9.8. También la figura muestra que el SER de un sistema con AWGN como límite inferior.

A fin de evaluar el desempeño sobre un canal variante, se realizó una comparación entre ambos métodos considerando un desplazamiento Doppler $D_s = 5\text{Hz}$ y 10Hz . Considerando la definición de tiempo de coherencia, en la Ec. (2.21), dicha máxima frecuencia Doppler produce canales con $T_c = 1/4D_s = 1/4 \times 5\text{Hz} = 50\text{ms}$ y $T_c = 1/4 \times 10\text{Hz} = 25\text{ms}$ respectivamente. El tiempo que toma enviar un bloque de P símbolos es $64 \times 1\mu\text{s} = 64\mu\text{s}$, lo que resulta mucho menor que T_c correspondiendo entonces a un canal lentamente variante. Para esta situación μ se mantiene igual, pero el factor de olvido se elige en $\lambda = 0,95$. En la Fig. 9.9 se muestran las curvas comparativas.

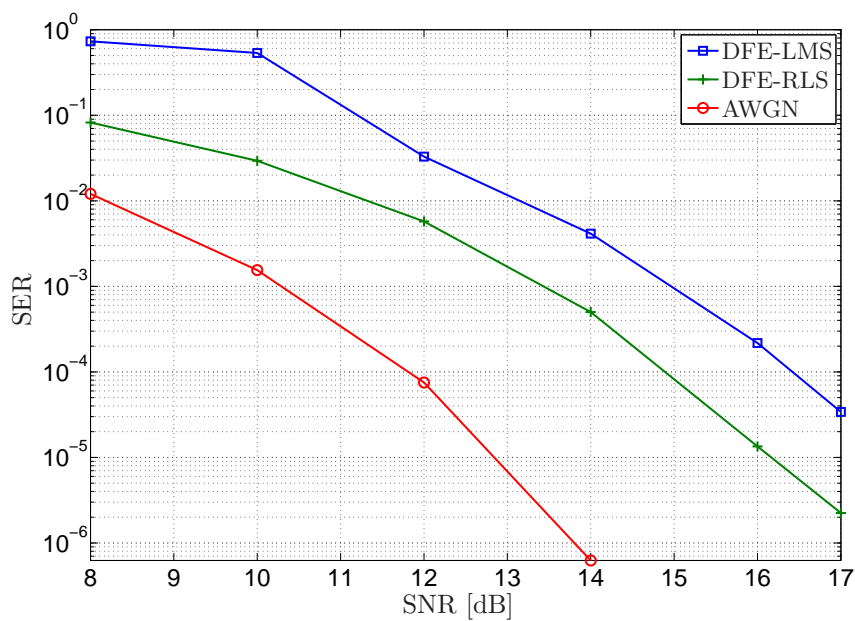


Figura 9.8: SER para un DFE con adaptación LMS y RLS sobre un canal estático

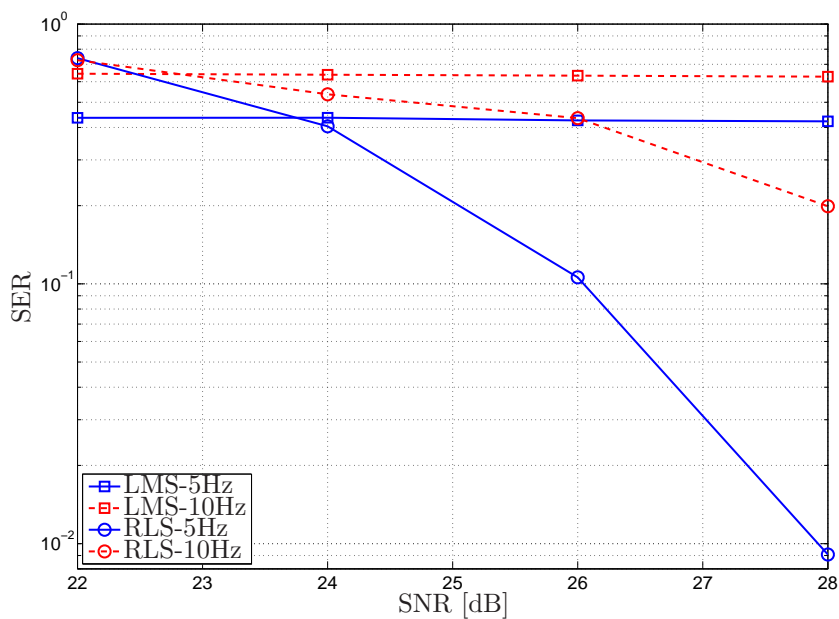


Figura 9.9: SER para un DFE con adaptación LMS y RLS sobre un canal lentamente variante en tiempo.

De la figura puede notarse que el algoritmo de adaptación **LMS** no es capaz de seguir las variaciones del canal. En cambio para el caso de la adaptación con **RLS**, se puede ver que el algoritmo consigue hacer el seguimiento del canal, aunque los resultados no son muy satisfactorios.

9.5. Comentarios finales

En este capítulo se introduce el funcionamiento de un esquema híbrido que utiliza **OFDM** en el enlace de bajada y modulación de portadora simple en el enlace de subida. Luego, considerando el caso del ecualizador en la estación base, se describe la estructura de un **DFE** en frecuencia y dos criterios clásicos para adaptar los coeficientes: el **LMS** y el **RLS** [19, 92]. El énfasis del estudio realizado está puesto en la velocidad de convergencia y la capacidades de seguimiento de esos ecualizadores.

Para un canal estático el **RLS** funciona mejor que el **LMS** pues alcanza un piso de **MSE** más bajo, como se muestra en la Fig. 9.7. También, puede observarse en la figura que la velocidad de convergencia del **RLS** es mucho mayor, como es esperado [74]. Aunque el algoritmo **RLS** tiene un mejor desempeño que el **LMS**, también es más complejo. En nuestro caso, el aumento de la complejidad no es un problema ya que la ecualización se implementa en la estación base.

En un contexto móvil, donde los canales de comunicaciones varían con el tiempo, los algoritmos de adaptación tienen que ser capaces de seguir esos cambios para realizar la ecualización. Los resultados de simulación arrojaron que el algoritmo **RLS** tiene un mejor desempeño si la **SNR** es suficientemente alta, considerando canales poco variantes en el tiempo, es decir, cuando el tiempo de coherencia es más grande que el tiempo necesario para transmitir un bloque de símbolos. De todas maneras, el desempeño obtenido no resulta satisfactorio. Un mejor resultado en el desempeño se obtendría si se conoce información del canal a partir de pilotos, por ejemplo. En ese caso, es posible utilizar un algoritmo más sofisticado para adaptar los coeficientes.

Capítulo 10

Conclusiones generales y líneas de trabajo futuras

10.1. Conclusiones generales

A lo largo de la tesis se proponen técnicas que permiten mejorar el desempeño de los sistemas de comunicaciones modernos en aspectos tales como: estimación de desplazamiento de frecuencia de portadora (**CFO**) para sistemas de multiplexado por división de frecuencias ortogonales (**OFDM**) y compensación de errores de sincronismo para el sistema multiusuario de multiplexado por división de frecuencias ortogonales (**OFDMA**).

Además, de manera complementaria, se consideran sistemas de radio cognitiva para combatir la escasez espectral en el contexto de espectro compartido. En este caso se propone una nueva aproximación a la estadística involucrada en la diferenciación de señales. Por otro lado, se estudian los sistemas híbridos como posible solución al problema de alta relación pico a promedio en sistemas **OFDM**. Para el del enlace de subida de estos sistemas, se presenta un ecualización de canal con un algoritmo de adaptación mejorado.

Para el caso de **OFDM** se propuso una nueva familia de estimadores de **CFO** que se basan en la función de *autocorrelación cíclica promediada* (**ACA**), una novedosa reformulación de la función de autocorrelación de la señal recibida. Los principales resultados son:

- De un análisis de los estimadores de **CFO** para sistemas **OFDM** del estado del arte, se concluye que todos los términos de la función autocorrelación son relevantes para la estimación, contrariamente a lo establecido en trabajos anteriores [8].

- Las propuestas previas no son capaces de utilizar toda la información disponible [1] o la metodología utilizada resulta poco robusta para baja relación señal a ruido [2].
- Se determina que la pérdida de información está relacionada con el descarte de los términos de ruido de alto orden en la formulación de los estimadores. Particularmente en la aproximación de la estadística de la autocorrelación de la secuencia de entrenamiento.
- Se formula una nueva función de autocorrelación de la secuencia de entrenamiento basada en sus propiedades cicloestacionarias, la función de *autocorrelación cíclica promediada*, y se obtiene una aproximación para su estadística (media y matriz de covarianza) que incluye los términos de ruido de alto orden.
- Utilizando la nueva función de autocorrelación se obtiene el *estimador basado en sumas* (SBE), que resulta una generalización del algoritmo propuesto en [1]. El SBE aprovecha toda la información de la secuencia de entrenamiento y por ese motivo alcanza un mejor desempeño.
- También utilizando la nueva función autocorrelación se obtienen otros dos algoritmos, los *estimadores de combinación directa* (DCE) de fase, con buen desempeño a baja relación señal a ruido y que están basados en estructura de la [ACA](#).
- Se obtuvieron versiones aproximadas de los tres estimadores propuestos que reducen considerablemente la carga computacional a costa de un leve incremento en error medio cuadrático de estimación.

Por otro lado, utilizando filtrado notch fuera de línea se obtuvo un estimador de frecuencia que podría utilizarse en el problema de estimación de [CFO](#). Este algoritmo forma parte de un estudio preliminar que tiene como objetivo encontrar nuevos estimadores de más baja complejidad. Las principales conclusiones son:

- Utilizando un filtro notch con realización lattice normalizada, se obtiene un estimador de frecuencia que resulta de menor complejidad y mejor desempeño que el estimador propuesto en [11], que está basado en la realización directa. El estimador es iterativo y procesa la información en bloques fuera de línea.
- Se presenta un análisis del error medio cuadrático de estimación que permite demostrar la convergencia del estimador basado en filtrado notch iterativo, para el caso en que la cantidad de datos sea suficientemente grande (idealmente infinita).

En relación a la compensación de errores de sincronismo para sistemas OFDMA multiusuario, se propuso un esquema de compensación aproximado basado en una matriz de banda circulante que permite obtener buenos resultados sin incrementar sustancialmente la complejidad. Además se comparó el sistema OFDMA compensado con la modulación multiportadora basada en bancos de filtros (FBMC). El resumen de resultados es el siguiente:

- Se formuló una matriz de compensación de banda circulante que considera la interferencia en los bordes del símbolo OFDMA y resulta una mejor aproximación que la matriz de banda propuesta en [13]. En consecuencia se obtiene una interferencia de acceso múltiple más baja.
- Se derivaron versiones simplificadas de los algoritmos de factorización LU, sustitución hacia adelante¹ y atrás² para matrices circulantes lo que reduce la complejidad de la compensación de CFO.
- Se realizó una comparación completa del sistema OFDMA contra FBMC bajo diferentes contextos realistas considerando: tasa de error de bit, complejidad computacional, esquema de asignación de portadoras y la tasa de actualización de la estimación de CFO. La complejidad de FBMC está asociada a la demodulación, mientras que para OFDMA la complejidad resulta de la actualización del CFO. Se concluye que en un contexto realista OFDMA resulta más simple y tiene mejor desempeño que FBMC.

Se estudian también técnicas de detección y diferenciación de señales con aplicación en sistemas de radios cognitivas. En primer lugar se describen los modelos de hipótesis que corresponden a la detección y diferenciación de señales y se introducen las propiedades cicloestacionarias de la modulación OFDM. Además, se propone una aproximación simplificada de la estadística del problema de diferenciación. Del estudio resulta claro que las imperfecciones de sincronismo y la interferencia del canal juegan un papel importante en el desempeño de los detectores, haciendo difícil su implementación en la práctica.

Finalmente, se describen las propiedades de la extensión cíclica para señales en bloques y la estructura de los sistemas híbridos. Considerando una señal de portadora simple (SC), se propone una estrategia de adaptación para el ecualizador basada en el método de mínimos cuadrados recursivo (RLS). El mismo está implementado en el dominio frecuencia y posee realimentación de decisión. A pesar de que se obtiene una mejora considerable en la velocidad de convergencia y en la capacidad de seguimiento de las variaciones del canal, el desempeño obtenido no parece ser suficientemente bueno para aplicaciones prácticas.

¹ *Forward substitution* en inglés.

² *Backward substitution* en inglés.

10.2. Líneas de trabajo futuras

Los sistemas multiusuario de comunicaciones inalámbricas evolucionan hacia esquemas de modulación multiportadora como **OFDMA**, debido a que permiten alcanzar una alta eficiencia espectral, una alta tasa de transferencia y la capacidad de distribuir los recursos entre los usuarios de manera eficiente. Entre los problemas de implementación más relevantes están la complejidad, la sensibilidad a los errores de sincronismo en frecuencia, la capacidad limitada de la batería y la confiabilidad del enlace.

Considerando un sistema **OFDMA** podríamos enumerar las siguientes líneas de trabajo posibles:

- Desarrollar estimadores de **CFO** que permitan disminuir la complejidad de las técnicas propuestas hasta el momento, principalmente en la primera etapa de adquisición (estimación gruesa) donde los errores pueden ser grandes. La estimación gruesa se realiza a partir de secuencias de entrenamiento que se incluyen al principio de cada trama de datos [55, 56].
- Por otro lado, también sería interesante el desarrollo de estimadores de las pequeñas variaciones de **CFO** (estimación fina) que pueden darse por efectos del Doppler. En este caso, la estimación suele hacerse a partir de pilotos insertados entre los datos transmitidos [93].
- La técnica de estimación basada en filtrado notch puede extenderse al caso de múltiples frecuencias y de esta manera podría resultar una alternativa de baja complejidad a las técnicas de estimación clásicas multiusuario [6].
- En cuanto a la compensación de errores de sincronismo es posible utilizar la estructura de la matriz que describe la interferencia de acceso múltiple, para derivar algoritmos de compensación que bajen aún más la cantidad de operaciones que se requieren para eliminar la interferencia.
- Como la mayor complejidad de la compensación se debe a la inversión de la matriz de interferencia, también resulta interesante desarrollar técnicas que permitan actualizar la inversa de la matriz de interferencia para cada nueva estimación de **CFO** de manera eficiente.

Por otro lado, las redes cooperativas parecen ser la solución a los problemas de capacidad de la batería y confiabilidad del enlace en dispositivos móviles. La idea detrás de la cooperación es que los usuarios comparten sus recursos (enlace de radio, antena, energía, etc.) para reducir las distancias y aprovechar la diversidad espacial [94, 95]. Con esto se logra aumentar la capacidad,

la confiabilidad, la cobertura del sistema y se ahorra energía. En un sistema cooperativo basado en relays, los usuarios se comunican a través de estos con la estación base, y de manera similar, la estación puede comunicarse con los usuarios por medio de dichos relays. Es esencial que el sistema cooperativo esté sincronizado a nivel de símbolo para que sea posible utilizar las virtudes de la codificación espacio temporal.

En caso de que la modulación elegida sea **OFDM**, la sincronización en frecuencia también es un problema crítico, por lo que el **CFO** debe ser estimado y compensado para que el sistema no pierda desempeño. En general podrían utilizarse técnicas similares a las de **OFDMA** para estimar el **CFO**, aunque en el caso de redes cooperativas se puede aprovechar la simetría propia del problema para facilitar la estimación [96]. Se han propuesto técnicas basadas en subespacios como ESPRIT³ [97] o SAGE⁴ [98] para la realización de **CFO**. Debido a la novedad de la temática resulta un área propicia para la innovación.

³*Estimation of signal parameters via rotational invariance techniques* en inglés.

⁴*Space-alternating projection expectation-maximization algorithm* en inglés.

Apéndice A

Cálculo de la estadística de la función de autocorrelación promediada

Reemplazando $r(n)$ definido (4.15), en $\hat{\Gamma}_c(p, k)$ definida en la Ec. (5.6), se obtiene

$$\begin{aligned} \hat{\Gamma}_c(p, k) = & \frac{1}{J-k} \sum_{u=0}^{J-k-1} e^{j\frac{2\pi\xi kM}{N}} |s(p)|^2 + e^{j\frac{2\pi\xi(p+uM)}{N}} s(p)w^*(p+(u+k)M) + \\ & e^{-j\frac{2\pi\xi(p+(u+k)M)}{N}} s^*(p)w(p+uM) + w(p+uM)w^*(p+(u+k)M). \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

Contrariamente a la derivación en [8], el término de ruido de alto orden $w(p+uM)w^*(p+(u+k)M)$ no es descartado. Esto hace que el tratamiento de (A.1) requiera alguna elaboración adicional para obtener la estadística de la ACA.

Para la obtención de los estimadores de CFO basados en la ACA es necesario conocer la media y covarianza de esta nueva función. La media de (A.1) resulta

$$\begin{aligned} \mu_c(p, k) &= \text{E}\{\hat{\Gamma}_c(p, k)\} = \text{E}\left\{ \frac{1}{J-k} \sum_{u=0}^{J-k-1} r(uM+p)r^*((u+k)M+p) \right\} \\ &= e^{-j\frac{2\pi\xi\tau}{N}} |s(p)|^2, \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

donde $\text{E}\{w(p+uM)w^*(p+(u+k)M)\} = 0$ para $k \neq 0$. Teniendo en cuenta la Ec. (A.2) podemos escribir

$$\hat{\Gamma}_c(p, k) = e^{-j\frac{2\pi\xi k}{J}} |s(p)|^2 + w_c(p, k) \quad (\text{A.3})$$

donde $w_c(p, k)$ es un proceso de ruido correlacionado para $0 \leq p \leq M - 1$ y $1 \leq k \leq J - 1$, de media cero, que considera los términos de ruido y de señal por ruido de la Ec. (A.1).

Como la función ACA no es circularmente simétrica, es necesario considerar por separado las componentes real e imaginaria para hallar la matriz de covarianza. Comenzando para el caso de p fijo y $1 \leq k \leq J - 1$, es útil definir los siguientes vectores:

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_k(p) &= [\mathbf{r}_k^{(\text{R})\text{T}}(p) \mathbf{r}_k^{(\text{I})\text{T}}(p)]^{\text{T}}, & (\text{A.4}) \\ \mathbf{r}_k^{(\text{R})}(p) &= [\text{Re}\{\hat{\Gamma}_c(p, 1)\} \dots \text{Re}\{\hat{\Gamma}_c(p, J - 1)\}]^{\text{T}}, \\ \mathbf{r}_k^{(\text{I})}(p) &= [\text{Im}\{\hat{\Gamma}_c(p, 1)\} \dots \text{Im}\{\hat{\Gamma}_c(p, J - 1)\}]^{\text{T}}, \\ \boldsymbol{\mu}_k(p) &= [\boldsymbol{\mu}_k^{(\text{R})\text{T}}(p) \boldsymbol{\mu}_k^{(\text{I})\text{T}}(p)]^{\text{T}}, & (\text{A.5}) \\ \boldsymbol{\mu}_k^{(\text{R})}(p) &= [\text{Re}\{\mu_c(p, 1)\} \dots \text{Re}\{\mu_c(p, J - 1)\}]^{\text{T}}, \\ \boldsymbol{\mu}_k^{(\text{I})}(p) &= [\text{Im}\{\mu_c(p, 1)\} \dots \text{Im}\{\mu_c(p, J - 1)\}]^{\text{T}}. \end{aligned}$$

Para obtener la forma explícita de la matriz de covarianza $\mathbf{C}_k(p)$ para $1 \leq k \leq J - 1$ y p fijo es conveniente dividir la matriz en cuatro submatrices, como

$$\mathbf{C}_k(p) = [\boldsymbol{\Sigma}_{\text{RR}}(p), \boldsymbol{\Sigma}_{\text{RI}}(p); \boldsymbol{\Sigma}_{\text{RI}}(p), \boldsymbol{\Sigma}_{\text{II}}(p)] \quad (\text{A.6})$$

$$\boldsymbol{\Sigma}_{ij}(p) = \text{E} \left\{ (\mathbf{r}_k^{(i)}(p) - \boldsymbol{\mu}_k^{(i)}(p)) (\mathbf{r}_k^{(j)}(p) - \boldsymbol{\mu}_k^{(j)}(p))^{\text{T}} \right\} \quad (\text{A.7})$$

para $i, j \in \{\text{R}, \text{I}\}$, donde $\boldsymbol{\Sigma}_{ij}(p)$ son las matrices de covarianza y covarianza cruzadas de las partes reales e imaginarias de $\mathbf{r}_k(p)$, de tamaño $(J - 1 \times J - 1)$. Las componentes $[\boldsymbol{\Sigma}_{ij}(p)]_{k_1, k_2}$ de esas matrices son:

$$[\boldsymbol{\Sigma}_{\text{RR}}(p)]_{k_1, k_2} = \frac{1}{(J - k_1)(J - k_2)} \begin{cases} (J - k_1)(\sigma^2 |s(p)|^2 + \sigma^4/2) & \text{si } k_1 = k_2 \text{ y } k_1 < J/2 \\ \quad + (J - 2k_1)\sigma^2 |s(p)|^2 \cos(4\pi\xi k_1/J) & \\ (J - k_1)(\sigma^2 |s(p)|^2 + \sigma^4/2) & \text{si } k_1 = k_2 \text{ y } k_1 \geq J/2 \\ \min(J - k_1, J - k_2)(\sigma^2 |s(p)|^2 \cos(2\pi\xi(k_2 - k_1)/J) + \sigma^4/2) & \text{si } k_1 \neq k_2 \text{ y } k_1 + k_2 < J \\ \quad + (J - k_1 - k_2)\sigma^2 |s(p)|^2 \cos(2\pi\xi(k_1 + k_2)/J) & \\ \min(J - k_1, J - k_2)(\sigma^2 |s(p)|^2 \cos(2\pi\xi(k_2 - k_1)/J) + \sigma^4/2) & \text{si } k_1 \neq k_2 \text{ y } k_1 + k_2 \geq J, \end{cases} \quad (\text{A.8})$$

$$[\boldsymbol{\Sigma}_{\text{RI}}(p)]_{k_1, k_2} = \frac{1}{(J - k_1)(J - k_2)} \begin{cases} -(J - 2k_1)\sigma^2 |s(p)|^2 \sin(4\pi\xi k_1/J) & \text{si } k_1 = k_2 \text{ y } k_1 < J/2 \\ \min(J - k_1, J - k_2)\sigma^2 |s(p)|^2 \sin(2\pi\xi(k_1 - k_2)/J) & \text{si } k_1 + k_2 < J \\ \quad - (J - k_1 - k_2)\sigma^2 |s(p)|^2 \sin(2\pi\xi(k_1 + k_2)/J) & \\ \min(J - k_1, J - k_2)\sigma^2 |s(p)|^2 \sin(2\pi\xi(k_1 - k_2)) & \text{si } k_1 + k_2 \geq J, \end{cases} \quad (\text{A.9})$$

$$[\Sigma_{\text{II}}(p)]_{k_1, k_2} = \frac{1}{(J - k_1)(J - k_2)} \begin{cases} (J - k_1)(\sigma^2 |s(p)|^2 + \sigma^4/2) & \text{si } k_1 = k_2 \text{ y } k_1 < J/2 \\ -(J - 2k_1)\sigma^2 |s(p)|^2 \cos(4\pi\xi k_1/J) & \\ (J - k_1)(\sigma^2 |s(p)|^2 + \sigma^4/2) & \text{si } k_1 = k_2 \text{ y } k_1 \geq J/2, \\ \min(J - k_1, J - k_2)(\sigma^2 |s(p)|^2 \cos(2\pi\xi(k_2 - k_1)/J) + \sigma^4/2) & \text{si } k_1 \neq k_2 \text{ y } k_1 + k_2 < J \\ -(J - k_1 - k_2)\sigma^2 |s(p)|^2 \cos(2\pi\xi(k_1 + k_2)/J) & \\ \min(J - k_1, J - k_2)(\sigma^2 |s(p)|^2 \cos(2\pi\xi(k_2 - k_1)/J) + \sigma^4/2) & \text{si } k_1 \neq k_2 \text{ y } k_1 + k_2 \geq J, \end{cases} \quad (\text{A.10})$$

$$\text{y } \Sigma_{\text{IR}}(p) = \Sigma_{\text{RI}}(p)^{\text{T}}.$$

Consideremos ahora el caso de k fijo, $k \neq 0$ y $0 \leq p \leq M - 1$. Primero se definen los siguientes vectores

$$\mathbf{r}_p(k) = [\mathbf{r}_p^{(\text{R})\text{T}}(k) \mathbf{r}_p^{(\text{I})\text{T}}(k)]^{\text{T}}, \quad (\text{A.11})$$

$$\mathbf{r}_p^{(\text{R})}(k) = [\text{Re}\{\hat{\Gamma}_c(0, k)\} \dots \text{Re}\{\hat{\Gamma}_c(M - 1, k)\}]^{\text{T}},$$

$$\mathbf{r}_p^{(\text{I})}(k) = [\text{Im}\{\hat{\Gamma}_c(0, k)\} \dots \text{Im}\{\hat{\Gamma}_c(M - 1, k)\}]^{\text{T}},$$

$$\boldsymbol{\mu}_p(k) = [\boldsymbol{\mu}_p^{(\text{R})\text{T}}(k) \boldsymbol{\mu}_p^{(\text{I})\text{T}}(k)]^{\text{T}}, \quad (\text{A.12})$$

$$\boldsymbol{\mu}_p^{(\text{R})}(k) = [\text{Re}\{\mu_c(0, k)\} \dots \text{Re}\{\mu_c(M - 1, k)\}]^{\text{T}},$$

$$\boldsymbol{\mu}_p^{(\text{I})}(k) = [\text{Im}\{\mu_c(0, k)\} \dots \text{Im}\{\mu_c(M - 1, k)\}]^{\text{T}}.$$

Luego, para obtener la expresión de la matriz de covarianza $\mathbf{C}_p(k)$ para $0 \leq p \leq M - 1$ y k fijo ($k \neq 0$) la matriz se divide en cuatro submatrices

$$\mathbf{C}_p(k) = [\boldsymbol{\Delta}_{\text{RR}}(k), \boldsymbol{\Delta}_{\text{RI}}(k); \boldsymbol{\Delta}_{\text{RI}}(k), \boldsymbol{\Delta}_{\text{II}}(k)] \quad (\text{A.13})$$

$$\boldsymbol{\Delta}_{ij}(k) = \text{E} \left\{ (\mathbf{r}_p^{(i)}(k) - \boldsymbol{\mu}_p^{(i)}(k)) (\mathbf{r}_p^{(j)}(k) - \boldsymbol{\mu}_p^{(j)}(k))^{\text{T}} \right\} \quad (\text{A.14})$$

donde $\boldsymbol{\Delta}_{ij}(k)$ son las matrices de covarianza y covarianza cruzadas de $(M - 1 \times M - 1)$ correspondientes a la parte real e imaginaria de $\mathbf{r}_p(k)$. Como los términos de la [ACA](#) no están correlados para diferentes p , las componentes de la matriz de covarianza $\mathbf{C}_p(k)$ pueden obtenerse como

$$[\boldsymbol{\Delta}_{i,j}(k)]_{p_1, p_2} = \begin{cases} [\boldsymbol{\Sigma}_{i,j}(p_1)]_{k,k} & \text{si } p_1 = p_2 \\ 0 & \text{si } p_1 \neq p_2. \end{cases} \quad (\text{A.15})$$

En ambos casos (ya sea para k o p fijo), la función de distribución de probabilidad de la [ACA](#) puede ser aproximada aplicando el *teorema de límite central* a [\(A.1\)](#). En consecuencia podemos decir que $\mathbf{r}_k(p)$ y $\mathbf{r}_p(k)$ son vectores conjuntamente Gaussianos de media $\boldsymbol{\mu}_k(p)$ y $\boldsymbol{\mu}_p(k)$; y matriz

de covarianza $\mathbf{C}_k(p)$ o $\mathbf{C}_p(k)$ respectivamente. La exactitud de la aproximación depende de los valores de J y k .

Una discusión sobre el valor óptimo de J de acuerdo a las condiciones de canal se encuentra en [54], de donde se puede establecer que para los sistemas de comunicaciones multiportadora actuales (LTE, WiMax [3, 62, 5, 4]) J es cercano a 20 y nunca menor a 10. Para valores chicos de k la aproximación de la estadística es buena, pero a medida que su valor aumenta esta se vuelve más burda. No obstante es importante destacar que en la obtención de los estimadores basados en la ACA sólo se requiere conocer la matriz de covarianza, la cual se obtiene de manera exacta.

Apéndice B

Cálculo de la matriz de covarianza para la obtención de los factores de ponderación en el estimador SBE

El procedimiento para obtener la matriz de covarianza de Ξ_d es el siguiente:

1. Se obtiene la matriz de covarianza de la suma sobre p de los términos de la [ACA](#), definidos como

$$r_s(k) = \sum_{p=0}^{M-1} \hat{\Gamma}_c(p, k) = e^{\frac{-j2\pi\epsilon k}{J}} S + w_s(k) \quad (\text{B.1})$$

donde $S = \sum_{p=0}^{M-1} |s(p)|^2$ y $w_s(k) = \sum_{p=0}^{M-1} w(p, k)$.

2. Considerando una alta [SNR](#), la matriz de covarianza de la fase de $\epsilon(k) = \arg\{r_s(k)\}$ es aproximada por una transformación lineal.
3. Finalmente, usando la propiedad afin de las matrices de covarianza se encuentra la matriz de covarianza Ξ_d .

Como los términos de la [ACA](#) no están correlacionados para p diferentes, la matriz de covarianza de $r_s(k)$, \mathbf{S}_k , puede obtenerse de $[\Sigma_{i,j}(p)]_{k_1, k_2}$ como

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_k &= [\boldsymbol{\Omega}_{\text{RR}} \ \boldsymbol{\Omega}_{\text{RI}}; \boldsymbol{\Omega}_{\text{IR}} \ \boldsymbol{\Omega}_{\text{II}}], \text{ cuyos componentes son:} \\ [\boldsymbol{\Omega}_{i,j}]_{k_1, k_2} &= \sum_{p=0}^{M-1} [\boldsymbol{\Sigma}_{i,j}(p)]_{k_1, k_2}, \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

donde $[\boldsymbol{\Sigma}_{i,j}(p)]_{k_1, k_2}$ con $i, j \in \{\text{R}, \text{I}\}$, viene de (A.8), (A.9) y (A.10) del Apéndice A. Como $w_s(k)$ no es conjugado simétrico, la matriz de covarianza \mathbf{S}_k es también de $(2(J-1) \times 2(J-1))$.

Considerando un régimen alto de SNR, la fase $r_s(k)$ de puede obtenerse como

$$\begin{aligned} \epsilon(k) &= \arg \left\{ e^{-\frac{j2\pi\xi k}{J}} S + w_s(k) \right\} = \frac{-2\pi\xi k}{J} + \arctan \left\{ \frac{\text{Im}\{w_s(k)e^{\frac{j2\pi\xi k}{J}}\}}{S + \text{Re}\{w_s(k)e^{\frac{j2\pi\xi k}{J}}\}} \right\} \\ &\approx \frac{-2\pi\xi k}{J} + \frac{\text{Im}\{w_s(k)e^{\frac{j2\pi\xi k}{J}}\}}{S + \text{Re}\{w_s(k)e^{\frac{j2\pi\xi k}{J}}\}} \approx \frac{-2\pi\xi k}{J} + \frac{\text{Im}\{w_s(k)e^{\frac{j2\pi\xi k}{J}}\}}{S}. \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

La transformación lineal mostrada en (B.3) puede escribirse en forma matricial como

$$\mathbf{U}_k = \frac{1}{S} \left[\text{diag} \left[\sin \left(\frac{2\pi\xi 1}{J} \right), \dots, \sin \left(\frac{2\pi\xi (J-1)}{J} \right) \right] \text{diag} \left[\cos \left(\frac{2\pi\xi 1}{J} \right), \dots, \cos \left(\frac{2\pi\xi (J-1)}{J} \right) \right] \right]. \quad (\text{B.4})$$

Luego la matriz de covarianza para $\epsilon(k)$ tiene la siguiente forma

$$\boldsymbol{\Xi}_k = \mathbf{U}_k \mathbf{S}_k \mathbf{U}_k^T, \quad (\text{B.5})$$

con componentes dados por

$$[\boldsymbol{\Xi}_k]_{k_1, k_2} = \frac{\sigma^2}{S(J-k_1)(J-k_2)} \begin{cases} (J-k_1)(1+M\sigma^2/(2S)) - (J-2k_1) & \text{si } k_1 = k_2 \text{ y } k_1 < J/2 \\ (J-k_1)(1+M\sigma^2/(2S)) & \text{si } k_1 = k_2 \text{ y } k_1 \geq J/2 \\ \min(J-k_1, J-k_2) - (J-k_1-k_2) & \text{si } k_1 \neq k_2 \text{ y } k_1+k_2 < J \\ \min(J-k_1, J-k_2) & \text{si } k_1 = k_2 \text{ y } k_1+k_2 \geq J. \end{cases} \quad (\text{B.6})$$

Es interesante notar que $\boldsymbol{\Xi}_k$ no depende de ξ .

La transformación lineal que permite obtener $\boldsymbol{\Xi}_d(k)$ puede describirse en forma matricial como

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -1 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & -1 & 1 \end{bmatrix}. \quad (\text{B.7})$$

Ahora es posible obtener la matriz covarianza de $\epsilon_d(k)$ como

$$\mathbf{\Xi}_d = \mathbf{T}\mathbf{\Xi}_k\mathbf{T}^T. \quad (\text{B.8})$$

Apéndice C

Cálculo de la estadística de las fases $\alpha(p, k)$

Como $\alpha(p, k)$ es el argumento de la función [ACA](#), es también una función de dos variables. A continuación primero se deriva la matriz de covarianza de $\alpha(p, k)$ para $0 \leq p \leq M - 1$ considerando k fijo ($\Theta_p(k)$), y luego, la matriz de covarianza de $\alpha(p, k)$ para $1 \leq k \leq J - 1$ con p fijo ($\Theta_k(p)$).

De (5.9), se tiene para una alta [SNR](#)

$$\begin{aligned}\alpha(p, k) &= \arg \left\{ e^{-\frac{j2\pi\xi k}{J}} |s(p)|^2 + w_c(p, k) \right\} = \frac{-2\pi\xi k}{J} + \arctan \left\{ \frac{\operatorname{Im}\{w_c(p, k)e^{\frac{j2\pi\xi k}{J}}\}}{|s(p)|^2 + \operatorname{Re}\{w_c(p, k)e^{\frac{j2\pi\xi k}{J}}\}} \right\} \\ &\approx \frac{-2\pi\xi k}{J} + \frac{\operatorname{Im}\{w_c(p, k)e^{\frac{j2\pi\xi k}{J}}\}}{|s(p)|^2 + \operatorname{Re}\{w_c(p, k)e^{\frac{j2\pi\xi k}{J}}\}} \approx \frac{-2\pi\xi k}{J} + \frac{\operatorname{Im}\{w_c(p, k)e^{\frac{j2\pi\xi k}{J}}\}}{|s(p)|^2}.\end{aligned}\quad (\text{C.1})$$

Luego, es posible definir

$$w_\alpha(p, k) = \frac{\operatorname{Im}\{w_c(p, k)e^{\frac{j2\pi\xi k}{J}}\}}{|s(p)|^2}, \quad (\text{C.2})$$

que resulta un proceso de ruido real correlacionado, para $0 \leq p \leq M - 1$ y $1 \leq k \leq J - 1$, y de media cero. Entonces podemos escribir

$$\alpha(p, k) \approx -\frac{2\pi\xi k}{J} + w_\alpha(p, k). \quad (\text{C.3})$$

En este punto debe notarse que las matrices covarianzas de $w_\alpha(p, k)$ y $\alpha(p, k)$ son iguales. Antes de escribir la matriz de covarianza para k fijo, se define

$$\mathbf{V}_p(k) = \left[\text{diag} \left[\frac{\sin\left(\frac{2\pi\xi k}{J}\right)}{|s(1)|^2}, \dots, \frac{\sin\left(\frac{2\pi\xi k}{J}\right)}{|s(M-1)|^2} \right] \text{diag} \left[\frac{\cos\left(\frac{2\pi\xi k}{J}\right)}{|s(1)|^2}, \dots, \frac{\cos\left(\frac{2\pi\xi k}{J}\right)}{|s(M-1)|^2} \right] \right] \quad (\text{C.4})$$

Finalmente, la expresión de la matriz es

$$\mathbf{\Theta}_p(k) = \mathbf{V}_p(k) \mathbf{C}_p(k) \mathbf{V}_p(k)^T \quad (\text{C.5})$$

cuyas componentes, teniendo en cuenta (A.7) del Apéndice A, están dadas por

$$[\mathbf{\Theta}_p(k)]_{p_1, p_2} = \frac{\sigma^2}{(J-k)^2} \begin{cases} (J-k)(1 + \sigma^2/(2|s(p)|^2)) - (J-2k)/|s(p)|^2 & \text{si } p_1 = p_2 \text{ \& } k < J/2 \\ (J-k)(1 + \sigma^2/(2|s(p)|^2))/|s(p)|^2 & \text{si } p_1 = p_2 \text{ \& } k \geq J/2 \\ 0 & \text{c.c.} \end{cases} \quad (\text{C.6})$$

De manera similar, considerando ahora p fijo en (C.1), podemos definir

$$\mathbf{V}_k(p) = \frac{1}{|s(p)|^2} \left[\text{diag} \left[\sin\left(\frac{2\pi\xi 1}{J}\right), \dots, \sin\left(\frac{2\pi\xi(J-1)}{J}\right) \right] \text{diag} \left[\cos\left(\frac{2\pi\xi 1}{J}\right), \dots, \cos\left(\frac{2\pi\xi(J-1)}{J}\right) \right] \right]. \quad (\text{C.7})$$

Luego, la matriz de covarianza resultante es

$$\mathbf{\Theta}_k(p) = \mathbf{V}_k(p) \mathbf{C}_k(p) \mathbf{V}_k(p)^T \quad (\text{C.8})$$

donde, teniendo en cuenta (A.14) del Apéndice A, los términos resultan

$$[\mathbf{\Theta}_k(p)]_{k_1, k_2} = \frac{\sigma^2}{|s(p)|^2(J-k_1)(J-k_2)} \begin{cases} (J-k_1)(1 + \sigma^2/(2|s(p)|^2)) - (J-2k_1) & \text{si } k_1 = k_2 \text{ \& } k_1 < J/2 \\ (J-k_1)(1 + \sigma^2/(2|s(p)|^2)) & \text{si } k_1 = k_2 \text{ \& } k_1 \geq J/2 \\ \min(J-k_1, J-k_2) - (J-k_1-k_2) & \text{si } k_1 \neq k_2 \text{ \& } k_1 + k_2 < J \\ \min(J-k_1, J-k_2) & \text{si } k_1 \neq k_2 \text{ \& } k_1 + k_2 \geq J. \end{cases} \quad (\text{C.9})$$

La función distribución de probabilidad de la fase de la ACA puede obtenerse a partir de la Ec. (A.3) utilizando transformación lineal definida en la Ec. (C.1), luego de aplicar el teorema del límite central. Entonces es posible establecer que $w_\alpha(p, k)$ es un proceso conjuntamente Gaussiano real, para $0 \leq p \leq M-1$ y $1 \leq k \leq J-1$, y de media cero. Las matrices covarianza de $w_\alpha(p, k)$ están definidas en las Ecs. (C.5) y (C.8) dependiendo de si se considera respectivamente k fijo ó p fijo.

Nuevamente es oportuno aclarar que la aproximación de la distribución de probabilidad de la fase de la ACA no es necesaria en la derivación de los algoritmos y sólo se incluye a fin de completar el desarrollo de la estadística. Para la obtención de los estimadores sólo son necesarias la matrices covarianza obtenidas en las Ecs. (C.5) y (C.8).

Apéndice D

Sesgo en estimadores basados en diferencias de fase de la AC

Los algoritmos de estimación de CFO basados en la fase de la función autocorrelación utilizan el BLUE para combinar linealmente los datos disponibles para realizar la estimación. En nuestro caso podemos escribir

$$\hat{\xi} = \sum_{k=1}^{J-1} a_g(k) \beta_L(k), \quad (\text{D.1})$$

donde $\hat{\xi}$ es la estimación de CFO, $a_g(k)$ son los pesos de combinación del BLUE y $\beta_L(k)$ son las diferencias de fase de la función autocorrelación (ver Capítulo 5 y [1]). El modelo lineal supone que $\beta_L(k)$ no tiene una discontinuidad en π , es decir que es no ambigua. Si denotamos $\beta_C(k)$ a la fase de la autocorrelación circunscrita al intervalo $(0, 2\pi]$; la relación entre $\beta_L(k)$ y $\beta_C(k)$, es decir la relación entre la fase ambigua y la no ambigua, puede expresarse como

$$\beta_L(k) = \beta_C(k) + 2\pi G(k) \quad (\text{D.2})$$

donde $G(k) \in \{-1, 0, 1\}$ según sea necesario para eliminar la ambigüedad en $\beta_C(k)$ ¹. Como la fase $\beta_L(k)$ no está disponible, en (D.1) se utiliza $\beta_C(k)$, entonces

$$\hat{\xi} = \sum_{k=1}^{J-1} a_g(k) \{\beta_L(k) - 2\pi G(k)\} = \sum_{k=1}^{J-1} a_g(k) \beta_L(k) - 2\pi \sum_{k=1}^{J-1} a_g(k) G(k). \quad (\text{D.3})$$

En una dada realización si el CFO y la SNR son bajas, $G(k) = 0$ con alta probabilidad. Si en cambio el CFO es alto (cercano a $J/2$) y/o la SNR es baja, es altamente probable que

¹Por ejemplo si se tiene $\beta_C(k)$ igual a $-2, -3, 3$ respectivamente para $k = 1, 2, 3$, entonces $G(k) = 0, 0, -1$ lo que resulta en $\beta_L(k) = -2, -3, -3, 28$.

$G(k) \in \{-1, 0\}$ ó $G(k) \in \{0, 1\}^2$. Teniendo en cuenta la Ec. (D.3), el sesgo en la estimación de CFO resulta

$$\begin{aligned}
\mathbb{E}\{\hat{\xi}\} - \xi &= \mathbb{E}\left\{\sum_{k=1}^{J-1} a_g(k)\beta_L(k)\right\} - \xi - \mathbb{E}\left\{2\pi\sum_{k=1}^{J-1} a_g(k)G(k)\right\} \\
&= \left(\frac{-J}{2\pi}\right)\left(\frac{-2\pi\xi}{J}\right) - \xi - 2\pi\sum_{k=1}^{J-1}\mathbb{E}\{a_g(k)G(k)\} \\
&= -2\pi\sum_{k=1}^{J-1}\mathbb{E}\{a_g(k)G(k)\} \tag{D.4}
\end{aligned}$$

donde se utilizó que la media de $\beta_L(k)$ es $\frac{-2\pi\xi}{J}$ como en la Ec. (B.3) y que $\sum_{k=1}^{J-1} a_g(k) = \frac{-J}{2\pi}$. En consecuencia la estimación resulta sesgada con alta probabilidad si el CFO es alto y/o la SNR es baja.

En la demostración anterior se utilizó que la media de $\beta_L(k)$ es $\frac{-2\pi\xi}{J}$, lo que no es evidente si no se supone una alta SNR. A continuación se incluye una verificación de esta suposición utilizando la fase correspondiente al SBE, empleando por simplicidad la aproximación de Gaussianidad introducida en Apéndice A. Debe quedar claro aquí que la fase utilizada en el SBE y la del algoritmo propuesto en [1] son equivalentes, como se discute en el Capítulo 5.

La expresión general de la diferencias de fase está dada por

$$\beta(k) = \arg\left\{e^{\frac{-j2\pi\xi k}{J}}E(k) + \mathcal{V}(k)\right\} = \frac{-2\pi\xi k}{J} + \arctan\left\{\frac{\text{Im}\{\mathcal{V}(k)e^{\frac{j2\pi\xi k}{J}}\}}{E(k) + \text{Re}\{\mathcal{V}(k)e^{\frac{j2\pi\xi k}{J}}\}}\right\} \tag{D.5}$$

donde $E(k)$ denota el término de energía y $\mathcal{V}(k)$ es el término de ruido (incluido los productos cruzados de señal y ruido), como puede verse de (B.3), (C.1) y [1]. La suposición usual de alta SNR conduce a despreciar el término $\mathcal{V}(k)$ en el denominador de (D.5). Alternativamente, a continuación se estudia la fase (D.5) considerando que

1. la SNR $\rightarrow 0$, es decir que $\mathcal{V}(k)$ es dominante sobre el de señal $E(k)$; y,
2. J y k son suficientemente grandes como para considerar que $\mathcal{V}(k)$ es aproximadamente Gaussiano, como se especifica en el Apéndice A.

El bosquejo de la verificación es el siguiente:

1. Se muestra que el argumento del arcotangente en (D.5) tiene distribución Cauchy.
2. Se encuentra la función distribución de probabilidad del arcotangente de la distribución Cauchy, denotada como $\hat{w}_\beta(k)$.

²Nunca puede darse el caso de que $G(k)$ tome los valores 1 y -1 en la misma realización, para diferente k

3. Se demuestra que $\hat{w}_\beta(k)$ tiene media cero.

Teniendo en cuenta las consideraciones anteriores, (D.5) puede escribirse como

$$\beta(k) \approx \frac{-2\pi\xi k}{J} + \arctan \left\{ \frac{w_1(k)}{w_2(k)} \right\}. \quad (\text{D.6})$$

Para el caso particular del estimador SBE, $w_1(k)$ y $w_2(k)$ son dos variables aleatorias Gaussianas que resultan

$$w_1(k) = \operatorname{Re}\{w_s(k)\} \sin\left(\frac{2\pi\xi k}{J}\right) + \operatorname{Im}\{w_s(k)\} \cos\left(\frac{2\pi\xi k}{J}\right), \quad (\text{D.7})$$

$$w_2(k) = \operatorname{Re}\{w_s(k)\} \cos\left(\frac{2\pi\xi k}{J}\right) - \operatorname{Im}\{w_s(k)\} \sin\left(\frac{2\pi\xi k}{J}\right), \quad (\text{D.8})$$

donde $w_s(k)$ está definida en el Apéndice B. Si $\sigma_1(k)$ y $\sigma_2(k)$ son respectivamente la desviación estándar de $w_1(k)$ y $w_2(k)$, y $\rho(k) = \operatorname{E}\{w_1(k)w_2(k)\}/(\sigma_1(k)\sigma_2(k))$ es la correlación normalizada; la variable aleatoria $w_1(k)/w_2(k) \rightarrow \mathbf{C}(\mu_c(k), \gamma_c(k))$, donde \mathbf{C} es la distribución de Cauchy de mediana $\mu_c(k) = \rho(k)\sigma_1(k)/\sigma_2(k)$ y parámetro de escala $\gamma_c(k) = \sigma_1(k)\sqrt{1-\rho(k)^2}/\sigma_2(k)$.

La pdf de $\hat{w}_\beta(k) = \arg \left\{ \frac{w_1(k)}{w_2(k)} \right\}$ es

$$f_w(x) = \frac{\sec(x)^2}{\pi\gamma_c((\tan(x) - \mu_c)^2/\gamma_c^2 + 1)}. \quad (\text{D.9})$$

Es fácil mostrar que la media de $\hat{w}_\beta(k)$ es distinta de cero si y sólo si $\mu_c(k)$ es distinta de cero, es decir si $w_1(k)$ y $w_2(k)$ están correladas. La expresión de $\rho(k)$ en términos de las matrices covarianza es

$$\rho(k) = \frac{1}{\sigma_1(k)\sigma_2(k)} \left[\frac{1}{2} \sin\left(\frac{4\pi\xi k}{J}\right) ([\mathbf{\Omega}_{\text{RR}}]_{k,k} - [\mathbf{\Omega}_{\text{II}}]_{k,k}) + \cos\left(\frac{4\pi\xi k}{J}\right) [\mathbf{\Omega}_{\text{RI}}]_{k,k} \right] = 0 \quad (\text{D.10})$$

donde $[\mathbf{\Omega}_{i,j}]_{k_1,k_2}$ esta definido en (B.2). En consecuencia, como $\rho(k) = 0$, $\hat{w}_\beta(k)$ tiene media cero.

Lista de abreviaciones

A

ACA *Averaged cyclic autocorrelation.* Autocorrelación cíclica promediada.

AFB *Analysis filter bank.* Banco de filtros de análisis.

AWGN *Additive white Gaussian noise.* Ruido blanco aditivo Gaussiano.

B

BER *Bit error rate.* Tasa de error de bits.

BLUE *Best linear unbiased estimator.* Mejor estimador lineal no sesgado.

C

CAF *Cyclic autocorrelation function.* Función de autocorrelación cíclica.

CAI *Channel allocation information.* Información de asignación de canal.

CAS *Carrier assignment scheme.* Esquema de asignación de portadoras.

cdf *Cumulative distribution function.* Función de distribución acumulativa.

CFO *Carrier frequency offset.* Desplazamiento de la frecuencia de portadora.

CP *Cyclic prefix.* Prefijo cíclico.

CR *Cognitive Radio.* Radio cognitiva.

CRLB *Cramer-Rao lower bound.* Cota inferior de Cramer-Rao.

D

DFE *Decision feedback equalizer.* Ecualizador con realimentación de decisión.

DFT *Discrete Fourier transform.* Transformada discreta de Fourier.

F

FBMC *Filter bank based multicarrier.* Multiportadoras basada en banco de filtros.

FFT *Fast Fourier Transform.* Transformada rápida de Fourier.

FIR *Finite impulse response.* Respuesta impulsiva finita.

G

GCAS *Generalized CAS .* CAS generalizado.

I

IBI *Interblock interference.* Interferencia interbloque.

ICAS *Interleaved CAS .* CAS intercalado.

ICI *Intercarrier interference.* Interferencia interportadora.

IDFT *Inverse discrete Fourier transform.* Transformada discreta de Fourier inversa.

IFFT *Inverse fast Fourier Transform.* Transformada rápida de Fourier inversa.

i.i.d. *independent and identically distributed.* independientes e idénticamente distribuidos.

IIR *Infinite impulse response.* Respuesta impulsiva infinita.

ISI *Intersymbol interference.* Interferencia intersímbolo.

L

LMS *Least mean square.* Media cuadrática mínima.

LO *Local oscillator.* Oscilador local.

LS *Least squares.* Cuadrados mínimos.

M

- MAI** *Multiple access interference.* Interferencia de acceso múltiple.
- MLE** *Maximum likelihood estimator.* Estimador de máxima verosimilitud.
- MMSE** *Minimum mean square error.* Error medio cuadrático mínimo.
- MSE** *Mean square error.* Error medio cuadrático.

O

- OFDM** *Orthogonal frequency-division multiplexing.* Multiplexado por división de frecuencias ortogonales.
- OFDMA** *Orthogonal frequency division multiple access.* Acceso múltiple por división en frecuencias ortogonales.
- OQAM** *Offset QAM.* desplazamiento-QAM.

P

- PAPR** *Peak-to-average power ratio.* Relación de potencia pico a promedio.
- PSK** *Phase shift keying.* Modulación por corrimiento de fase.

Q

- QAM** *Quadrature amplitude modulation.* Modulación de amplitud en cuadratura.

R

- RLS** *Recursive least squares.* Mínimos cuadrados recursivo.

S

- SC** *Single carrier.* Portadora simple.
- SCAS** *Subband CAS.* CAS por subbandas.
- SDF** *Spectral density function (SDF).* Función de densidad espectral.

| | |
|------------|--|
| SFB | <i>Synthesis filter bank</i> . Banco de filtros de síntesis. |
| SNR | <i>Signal to noise ratio</i> . Relación señal a ruido. |
| S/P | Conversión serie a paralelo. |

Bibliografía

- [1] M. Morelli y U. Mengali, “An improved frequency offset estimator for OFDM applications,” *IEEE Commun. Lett.*, vol. 3, no. 3, pp. 75–77, Mar. 1999.
- [2] H. Minn, P. Tarasak, y V. Bhargava, “OFDM frequency offset estimation based on BLUE principle,” en *IEEE Veh. Technol. Conf. (VTC)*, vol. 2, 2002, pp. 1230–1234.
- [3] E. Dahlman, S. Parkvall, J. Sköld, y P. Beming, *3G Evolution HSPA and LTE for Mobile Broadband*. Elsevier: 2st Ed, 2008.
- [4] “IEEE standard for local and metropolitan area networks part 16: Air interface for fixed broadband wireless access systems,” *IEEE Std 802.16-2004 (Revision of IEEE Std 802.16-2001)*, pp. 01–857, 2004.
- [5] “IEEE standard for local and metropolitan area networks part 16: Air interface for fixed and mobile broadband wireless access systems, amendment 2: Physical and medium access control layers for combined fixed and mobile operation in licensed bands and corrigendum 1,” *IEEE Std. 802.16*, 2005.
- [6] M.-o. Pun, M. Morelli, y C. C. J. Kuo, *Multi-Carrier Techniques For Broadband Wireless Communications: A Signal Processing Perspectives*. London, UK: Imperial College Press, 2007.
- [7] T. Schmidl y D. Cox, “Robust frequency and timing synchronization for OFDM,” *IEEE Trans. Commun.*, vol. 45, no. 12, pp. 1613–1621, Dic. 1997.
- [8] M. Morelli y U. Mengali, “Carrier-frequency estimation for transmissions over selective channels,” *IEEE Trans. Commun.*, vol. 48, no. 9, pp. 1580–1589, Sep. 2000.
- [9] A. Nehorai, “A minimal parameter adaptive notch filter with constrained poles and zeros,” *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Process.*, vol. 33, no. 4, pp. 983–996, Ago. 1985.
- [10] J. Cousseau, S. Werner, y P. Donate, “Factorized all-pass based IIR adaptive notch filters,” *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 55, no. 11, pp. 5225–5236, nov. 2007.

- [11] R. Elasmí-Ksibi, S. Cherif, R. López-Valcarce, y H. Besbes, “Closed-form real single-tone frequency estimator based on a normalized IIR notch filter,” *Signal Process.*, vol. 90, no. 6, pp. 1905–1915, 2010.
- [12] K. B. L. D. Huang, “An interference-cancellation scheme for carrier-frequency offsets correction in OFDMA systems,” *IEEE Trans. Commun.*, vol. 53, no. 1, pp. 203 – 204, Ene. 2005.
- [13] Z. Cao, U. Tureli, y Y.-D. Yao, “Low-complexity orthogonal spectral signal construction for generalized OFDMA uplink with frequency synchronization errors,” *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 56, no. 3, pp. 1143 –1154, Mayo 2007.
- [14] T. Weiss y F. Jondral, “Spectrum pooling: An innovative strategy for the enhancement of spectrum efficiency,” en *IEEE Commun. Mag.*, vol. 42, no. 3. IEEE, Mar. 2008, pp. 8–14.
- [15] I. Akyildiz, W.-Y. Lee, M. Vuran, y S. Mohanty, “Next generation/dynamic spectrum access/cognitive radio wireless networks: A survey,” en *Computer Networks*. ELSEVIER, Mayo 2006.
- [16] J. M. III, “Cognitive radio for mobile multimedia communications,” en *Wksp. Mobile Multimedia Commun.* IEEE, Nov. 1999.
- [17] C. Cordeiro, K. Challapali, y D. Birru, “IEEE 802.22: An introduction to the first wireless standard based on cognitive radios,” vol. 1, no. 1, pp. 38–47, Abril 2006.
- [18] D. Falconer, S. L. Ariyavisitakul, A. Benyamin-Seeyar, y B. Eidson, “Frequency domain equalization for single-carrier broadband wireless systems,” en *IEEE Commun. Mag.*, vol. 40, no. 4. IEEE, Abril 2002, pp. 58–66.
- [19] N. Benvenuto y S. Tomasin, “On the comparison between OFDM and single carrier modulation with a DFE using a frequency-domain feedforward filter,” en *IEEE Trans. Commun.*, vol. 50, no. 6. IEEE, Jun. 2002, pp. 947–955.
- [20] G. González, F. Gregorio, J. Cousseau, S. Werner, y R. Wichman, “Cyclostationary autocorrelation based CFO estimators,” en *19th European Signal Processing Conference EU-SIPCO, Barcelona, España*, Ago. 2011.
- [21] —, “Data-aided CFO estimators based on the averaged cyclic autocorrelation,” *Elsevier Signal Processing (EN REVISIÓN)*, Jun. 2011.
- [22] G. González, F. Gregorio, y J. Cousseau, “Low complexity block-based unbiased frequency estimation,” en *IEEE International Symposium on Circuits and Systems, ISCAS, Río de Janeiro, Brasil*, Mayo 2011.

- [23] —, “CFO compensation for OFDMA systems using circular banded matrices,” en *XIV Reunión de Trabajo en procesamiento de la Información y Control, RPIC, Oro Verde, Argentina*, Nov. 2011.
- [24] Z. Cao, U. Tureli, y Y.-D. Yao, “Frequency synchronization for generalized OFDMA uplink,” en *Global Telecommunications Conference, 2004. GLOBECOM '04. IEEE*, vol. 2, Nov. 2004, pp. 1071 – 1075 Vol.2.
- [25] G. González, F. Gregorio, J. Cousseau, R. Wichman, y S. Werner, “OFDMA vs FBMC: implementation complexity under CFO effects,” (*ENVIADO*) *Vehicular Technology, IEEE Transactions on*, Dic. 2011.
- [26] H. Saeedi-Sourck, Y. Wu, J. Bergmans, S. Sadri, y B. Farhang-Boroujeny, “Complexity and performance comparison of filter bank multicarrier and OFDM in uplink of multicarrier multiple access networks,” *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 59, no. 4, pp. 1907 –1912, Abril 2011.
- [27] “PHYDYAS deliverable D5.1: Prototype filter and structure optimization,” *PHYSical layer for DYnamic AccesS and cognitive radio*, Jul. 2008.
- [28] G. J. González, J. Cousseau, F. Gregorio, R. Wichman, y S. Werner, “A study of OFDM signal detection using cyclostationarity,” en *XIII Reunión de Trabajo en procesamiento de la Información y Control, RPIC, Rosario, Argentina*, Sep. 2009.
- [29] —, “Single-carrier cyclic-extension block DFE in time varying channels,” en *Congreso Argentino de Micro-Nanoelectrónica, Tecnología y Aplicaciones, CAMTA, Bariloche, Argentina*, Oct. 2009.
- [30] D. Tse y P. Viswanath, *Fundamentals of Wireless Communication*. New York, NY, USA: Cambridge University Press, 2005.
- [31] S. Haykin, *Communication systems*. Wiley: 2nd Ed, 1983.
- [32] M. Pätzold, *Mobile Fading Channels*. John Wiley & Sons, Ltd, 2002.
- [33] D. Petrovic, W. Rave, y G. Fettweis, “Effects of phase noise on OFDM systems with and without PLL: Characterization and compensation,” *IEEE Trans. Commun.*, vol. 55, no. 8, pp. 1607–1616, Ago. 2007.
- [34] S. L. Talbot y B. Farhang-Boroujeny, “Time-varying carrier offsets in mobile OFDM,” *IEEE Trans. Commun.*, vol. 57, pp. 2790–2798, Sep. 2009. [En línea]. Disponible: <http://dx.doi.org/10.1109/TCOMM.2009.09.080159>

- [35] F. Horlin y A. Bourdoux, *Digital Compensation for Analog Front-Ends*. John Wiley & Sons, 2008.
- [36] K. Fazel y S. Kaiser, *Multi-Carrier and Spread Spectrum Systems*. J. Wiley, 2003. [En línea]. Disponible: <http://books.google.com.ar/books?id=iMyBGR1R6noC>
- [37] “PHYDYAS deliverable D2.1: Data-aided synchronization and initialization (single antenna),” *PHYSical layer for DYNamic AccesS and cognitive radio*, Ene. 2009.
- [38] P. Siohan, C. Siclet, y N. Lacaille, “Analysis and design of OFDM/OQAM systems based on filterbank theory,” *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 50, no. 5, pp. 1170–1183, Mayo 2002.
- [39] P. Moose, “A technique for orthogonal frequency division multiplexing frequency offset correction,” *IEEE Trans. Commun.*, vol. 10, pp. 2908–2914, Oct. 1994.
- [40] B. Yang, K. Letaief, R. Cheng, y Z. Cao, “Channel estimation for OFDM transmission in multipath fading channels based on parametric channel modeling,” *IEEE Trans. Commun.*, vol. 49, pp. 467–479, 2001.
- [41] F. Classen y H. Meyr, “Frequency synchronization algorithms for OFDM systems suitable for communication over frequency selective fading channels,” en *In Proc. IEEE Vehicular Technology Conference (VTC) Fall 1994, Los Angeles, California*, no. 3, 1994, pp. 1655–1659.
- [42] F. Daffara y O. Adami, “A novel carrier recovery technique for orthogonal multicarrier systems,” *European Trans. on Telecommunications*, pp. 323–334, 7 1996.
- [43] “3GPP TS 36.101: 3rd generation partnership project; technical specification group radio access network; evolved universal terrestrial radio access (E-UTRA); user equipment (UE) radio transmission and reception,” 2009.
- [44] K. Shi y E. Serpedin, “Coarse frame and carrier synchronization of OFDM systems: a new metric and comparison,” *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 3, no. 4, pp. 1271–1284, Jul. 2004.
- [45] S. Barbarossa, M. Pompili, y G. Giannakis, “Channel-independent synchronization of orthogonal frequency division multiple access systems,” *IEEE J. Sel. Areas Commun.*, vol. 20, no. 2, pp. 474–486, Feb. 2002.
- [46] M. Ghogho y A. Swami, “Unified framework for a class of frequency-offset estimation techniques for OFDM,” en *IEEE Int. Conf. Acoust., Speech, Signal Process. (ICASSP)*, vol. 4, 17-21 2004, pp. iv–361–iv–364.

- [47] W. Gardner, *Cyclostationarity in Communications and Signal Processing*. IEEE Press, 1994.
- [48] F. Gini y G. Giannakis, “Frequency offset and symbol timing recovery in flat-fading channels: a cyclostationary approach,” *IEEE Trans. Commun.*, vol. 46, no. 3, pp. 400–411, Mar. 1998.
- [49] M. Ghogho, A. Swami, y T. Durrani, “On blind carrier recovery in time-selective fading channels,” en *Signals, Systems, and Computers, 1999. Conference Record of the Thirty-Third Asilomar Conference on*, vol. 1, 1999, pp. 243 –247.
- [50] H. Bölcskei, “Blind estimation of symbol timing and carrier frequency offset in wireless OFDM systems,” *IEEE Trans. Commun.*, vol. 49, no. 6, pp. 988–999, Jun. 2001.
- [51] B. Park, H. Cheon, E. Ko, C. Kang, y D. Hong, “A blind OFDM synchronization algorithm based on cyclic correlation,” *IEEE Signal Process. Lett.*, vol. 11, no. 2, pp. 83 – 85, Feb. 2004.
- [52] E. Serpedin, A. Chevreuil, G. Giannakis, y P. Loubaton, “Blind channel and carrier frequency offset estimation using periodic modulation precoders,” *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 48, no. 8, pp. 2389–2405, Ago. 2000.
- [53] W. Gardner, A. Napolitano, y L. Paura, “Cyclostationarity: Half a century of research,” *Elsevier, Signal Process.*, vol. 86, no. 4, pp. 639–697, Abril 2006.
- [54] M. Ghogho, P. Ciblat, A. Swami, y P. Bianchi, “Training design for repetitive-slot-based CFO estimation in OFDM,” *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 57, no. 12, pp. 4958–4964, Dic. 2009.
- [55] Z. Cao, U. Tureli, y Y.-D. Yao, “Deterministic multiuser carrier-frequency offset estimation for interleaved OFDMA uplink,” *IEEE Trans. Commun.*, vol. 52, no. 9, pp. 1585–1594, 2004.
- [56] M.-O. Pun, M. Morelli, y C. C. J. Kuo, “Iterative detection and frequency synchronization for OFDMA uplink transmissions,” *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 6, no. 2, pp. 629–639, 2007.
- [57] J. Choi, C. Lee, H. W. Jung, y Y. H. Lee, “Carrier frequency offset compensation for uplink of OFDM-FDMA systems,” *IEEE Commun. Lett.*, vol. 4, no. 12, pp. 414 –416, Dic. 2000.
- [58] S. Manohar, D. Sreedhar, V. Tikiya, y A. Chockalingam, “Cancellation of multiuser interference due to carrier frequency offsets in uplink OFDMA,” *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 6, no. 7, pp. 2560–2571, 2007.

- [59] T. Yücek y H. Arslan, “Carrier frequency offset compensation with successive cancellation in uplink OFDMA systems,” *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 6, no. 10, pp. 3546–3551, 2007.
- [60] M. Ghogho, A. Swami, y G. Giannakis, “Optimized null-subcarrier selection for CFO estimation in OFDM over frequency-selective fading channels,” en *Proc. IEEE GLOBECOM*, 2001, pp. 202–206.
- [61] S. Kay, *Fundamentals of Statistical Signal Processing, Volume I: Estimation Theory*. Prentice Hall PTR: 1st Ed, 1993.
- [62] H. Holma y A. Toskala, *LTE for UMTS - OFDMA and SC-FDMA Based Radio Access*. Wiley: 1st Ed, 2009.
- [63] K. Mardia y P. Jupp, *Directional Statistics*. John Wiley & Sons, 2000. [En línea]. Disponible: <http://books.google.com.ar/books?id=PTNiCm4Q-M0C>
- [64] B. Lovell, P. Kootsookos, y R. Williamson, “The circular nature of discrete-time frequency estimates,” en *IEEE Int. Conf. Acoust., Speech, Signal Process. (ICASSP)*, vol. 5, 14-17 1991, pp. 3369 –3372.
- [65] P. Stoica y A. Nehorai, “Statistical analysis of two non-linear least-squares estimators of sine waves parameters in the colored noise,” *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Process.*, pp. 2408 –2411 vol.4, Abril 1988.
- [66] V. Pisarenko, “The retrieval of harmonics by linear prediction,” *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, vol. 33, no. 3, pp. 347 – 366, Mar. 1973.
- [67] H. So y K. Chan, “Reformulation of Pisarenko harmonic decomposition method for single-tone frequency estimation,” *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 52, no. 4, pp. 1128 – 1135, Abril 2004.
- [68] L. Fertig y J. McClellan, “Instantaneous frequency estimation using linear prediction with comparisons to the DESAs,” *IEEE Signal Process. Lett.*, vol. 3, no. 2, pp. 54 –56, Feb. 1996.
- [69] S. Savaresi, S. Bittanti, y H. So, “Closed-form unbiased frequency estimation of a noisy sinusoid using notch filters,” *IEEE Trans. Autom. Control*, vol. 48, no. 7, pp. 1285 – 1292, Jul. 2003.
- [70] P. Regalia, “An improved lattice-based adaptive IIR notch filter,” *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 39, no. 9, pp. 2124 –2128, Sep. 1991.

- [71] P. Stoica y A. Nehorai, "Performance analysis of an adaptive notch filter with constrained poles and zeros," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Process.*, vol. 36, no. 6, pp. 911–919, Jun. 1988.
- [72] P. A. Regalia, *Adaptive IIR Filtering in Signal Processing and Control*. Marcel Dekker, Inc., 1995.
- [73] K. Steiglitz y L. McBride, "A technique for the identification of linear systems," *IEEE Trans. Autom. Control*, vol. 10, no. 4, pp. 461–464, Oct. 1965.
- [74] S. Haykin, *Adaptive filter theory*. Prentice Hall: 3rd Ed, 1996.
- [75] A. Oppenheim, R. Schaffer, y J. Book, *Discrete-Time Signal Processing*. Prentice-Hall, Inc: 2nd Ed, 1999.
- [76] "PHYDYAS deliverable D3.2: Optimization of transmitter and receiver," *PHYSical layer for DYnamic AccesS and cognitive radio*, Ene. 2009.
- [77] "PHYDYAS deliverable D3.1: Equalization and demodulation in the receiver (single antenna)," *PHYSical layer for DYnamic AccesS and cognitive radio*, Ene. 2009.
- [78] P. Sun y L. Zhang, "Low complexity iterative interference cancelation for OFDMA uplink with carrier frequency offsets," en *Communications, 2009. APCC 2009. 15th Asia-Pacific Conference on*, Oct. 2009, pp. 390–393.
- [79] G. H. Golub y C. F. V. Loan, *Matrix Computations*. The Johns Hopkins Univ. Press, 3rd ed., 1996.
- [80] N. Fliege, "Computational efficiency of modified DFT polyphase filter banks," en *Signals, Systems and Computers, Conference Record of The Twenty-Seventh Asilomar Conference on*, Nov. 1993, pp. 1296–1300 vol.2.
- [81] M. Öner y F. Jondral, "On the extraction of the channel allocation information in spectrum pooling systems," en *IEEE J. Sel. Areas Commun.*, vol. 25, no. 3. IEEE, Abril 2007, pp. 558–565.
- [82] P. Sutton, K. Nolan, y L. Doyle, "Cyclostationarity signatures in practical cognitive radio applications," en *IEEE J. Sel. Areas Commun.*, vol. 26, no. 1. IEEE, Ene. 2008, pp. 13–24.
- [83] K. Maeda, A. Benjebbour, T. Furuno, y T. Ohya, "Cyclostationarity - inducing transmission methods for recognition among OFDM - based systems," en *Journal on Wireless Communications and Networking*. EURASIP, Mar. 2008, p. 14.

- [84] F.-X. Socheleau, P. Ciblat, y S. Houcke, “OFDM system identification for cognitive radio based on pilot-induced cyclostationarity,” en *Journal on Wireless Communications and Networking*. EURASIP, Nov. 2007.
- [85] P. Jallon, “An algorithm for detection of DVB-T signals based on their second-order statistics,” en *IEEE Trans. Signal Process.* IEEE, Oct. 2008.
- [86] W. Gardner, “Signal interception: A unifying theoretical framework for feature detection,” vol. 36, no. 8, pp. 897–906, Ago. 1988.
- [87] B. Sadler y A. Dandawate, “Nonparametric estimation of the cyclic cross spectrum,” en *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 44, no. 1. IEEE, Ene. 1998, pp. 351–358.
- [88] E. ETSI, “Digital video broadcasting (DVB); framing structure, channel coding and modulation for digital terrestrial television (DVB-T),” Mar. 1997.
- [89] H. Sari, G. Karam, y I. Jeanclaude, “Transmission techniques for digital terrestrial TV broadcasting,” en *IEEE Commun. Mag.*, vol. 33, no. 2. IEEE, Feb. 1995, pp. 100–109.
- [90] H. Sari, G. Karam, y I. Jeanclaude, “Frequency-domain equalization of mobile radio and terrestrial broadcast channels,” en *Proc. IEEE GLOBECOM*, vol. 1, San Francisco, CA, 1994, pp. 1–5.
- [91] W. Syafei, K. Nishijo, Y. Nagao, M. Kurosaki, y H. Ochi, “Adaptive channel estimation using cyclic prefix for single carrier wireless system with FDE,” en *ICACT*, vol. 2. IEEE, Feb. 2008, pp. 1032–1035.
- [92] D. K. Kim y P. Park, “Adaptive self-orthogonalizing per-tone decision feedback equalizer for single carrier modulations,” en *IEEE Signal Process. Lett.*, vol. 13, no. 1. IEEE, Ene. 2001, pp. 21–24.
- [93] M. Morelli y M. Moretti, “Fine carrier and sampling frequency synchronization in OFDM systems,” *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 9, pp. 1514–1524, Abril 2010. [En línea]. Disponible: <http://dx.doi.org/10.1109/TWC.2010.04.091058>
- [94] S. M. Alamouti, “A simple transmit diversity technique for wireless communications,” *IEEE J. Sel. Areas Commun.*, vol. 16, no. 8, pp. 1451–1458, Oct. 1998.
- [95] V. Tarokh, N. Seshadri, y A. Calderbank, “Space-time codes for high data rate wireless communication: performance criterion and code construction,” *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 44, no. 2, pp. 744–765, Mar. 1998.

- [96] Q. Huang, M. Ghogho, J. Wei, y P. Ciblat, “Timing and frequency synchronization for OFDM based cooperative systems,” en *IEEE Int. Conf. Acoust., Speech, Signal Process. (ICASSP)*, ser. ICASSP '09, Washington, DC, USA, Abril 2009, pp. 2649 –2652. [En línea]. Disponible: <http://dx.doi.org/10.1109/ICASSP.2009.4960167>
- [97] R. Roy y T. Kailath, “ESPRIT-estimation of signal parameters via rotational invariance techniques,” *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Process.*, vol. 37, no. 7, pp. 984–995, Jul. 1989. [En línea]. Disponible: <http://dx.doi.org/10.1109/29.32276>
- [98] J. Fessler y A. Hero, “Space-alternating generalized expectation-maximization algorithm,” *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 42, no. 10, pp. 2664 –2677, Oct. 1994.