



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL SUR

TESIS DE DOCTOR EN INGENIERÍA QUÍMICA

Modelado y Simulación de un Granulador de Lecho
Fluidizado para la Producción de Urea

Diego Esteban Bertín

BAHIA BLANCA

ARGENTINA

2011



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL SUR

TESIS DE DOCTOR EN INGENIERÍA QUÍMICA

Modelado y Simulación de un Granulador de Lecho
Fluidizado para la Producción de Urea

Diego Esteban Bertín

BAHIA BLANCA

ARGENTINA

2011

PREFACIO

Esta Tesis se presenta como parte de los requisitos para optar al grado Académico de Doctor en Ingeniería Química, de la Universidad Nacional del Sur y no ha sido presentada previamente para la obtención de otro título en esta Universidad u otra. La misma contiene los resultados obtenidos en investigaciones llevadas a cabo en el ámbito del Departamento de Ingeniería Química durante el período comprendido entre el 29 de mayo de 2007 y el 1 de marzo de 2011, bajo la dirección de las Dras. Verónica Bucalá y Juliana Piña.



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL SUR

Secretaría General de Posgrado y Educación Continua

La presente tesis ha sido aprobada el / / , mereciendo la
calificación de ().

AGRADECIMIENTOS

Esta Tesis no hubiera sido posible sin la compañía de muchas personas, algunas presentes desde el inicio y otras que se fueron incorporando con el desarrollo de la misma.

Los primeros agradecimientos son para mis directoras, Verónica Bucalá y Juliana Piña, quienes me dieron la posibilidad de realizar esta Tesis, y orientaron su tiempo y dedicación al servicio de la misma.

Agradezco a mis compañeros del Área de Reactores, quienes me brindaron su desinteresada ayuda y placentera compañía durante el trabajo diario. Extiendo el agradecimiento a la Planta Piloto de Ingeniería Química, a la Universidad Nacional del Sur y al Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas,

Por último, aunque no menos importante, gracias a Cristina, a mis padres, familia y amigos por su apoyo incondicional y colaboración en todo momento, sin los cuales no hubiera sido posible realizar esta Tesis.

Con todos ellos he quedado en deuda.

RESUMEN

A pesar del uso generalizado de la granulación en la industria de fertilizantes, existe aún necesidad de generar conocimiento en el área de modelado y simulación de granuladores continuos de lecho fluidizado (GCLF) industriales para la producción de urea. Actualmente, las condiciones operativas del granulador, que permiten obtener operaciones estables y gránulos con los atributos deseados, se definen por prueba y error.

El GCLF es básicamente un lecho de sólidos fluidizado por aire, al cual se alimentan una corriente de partículas de urea y una solución acuosa de urea concentrada que se atomiza desde la parte inferior de la unidad. Los gránulos crecen debido a la deposición sucesiva de pequeñas gotas sobre las semillas. En la literatura abierta, se presentan diversos modelos matemáticos con diferentes grados de complejidad. Sin embargo, los artículos acerca de granulación fundida, proceso que representa la granulación de urea, son muy escasos. Por esta razón, el objetivo general de esta Tesis es desarrollar un modelo matemático confiable que describa apropiadamente la operación de un GCLF para la producción de urea.

En el Capítulo 1 se introducen conceptos acerca del uso de fertilizantes, el proceso industrial de producción de urea y de los mecanismos de cambio de tamaño que pueden ocurrir dentro del granulador.

En el Capítulo 2 se formulan, teniendo en cuenta las fases que coexisten dentro de la unidad, los balances de masa y energía para describir el estado estacionario del granulador. Los resultados indican que las temperaturas del gas y de los sólidos son prácticamente iguales, que la evaporación del agua presente en la solución de urea alimentada es completa y que la unidad es prácticamente adiabática. Por último, el modelo propuesto se valida utilizando temperaturas provenientes de una planta industrial.

En el Capítulo 3 se formula un modelo dinámico del GCLF y se estudia su comportamiento a lazo abierto. Los resultados indican que la mayoría de las variables del proceso exhiben dinámicas muy lentas. Un análisis de sensibilidad en estado estacionario permite concluir que el área de descarga del producto, la temperatura y caudal del aire de fluidización resultan ser las variables manipuladas más adecuadas para controlar las alturas,

temperaturas y porosidades de los lechos fluidizados.

Reconociendo que una descripción completa de la operación del granulador requiere la estimación de la granulometría del producto, el Capítulo 4 se centra en la deducción del balance de población. Se analizan distribuciones de tamaño de partículas predichas suponiendo distintos modelos de flujo de sólidos y diferentes número de cámaras de granulación.

En el Capítulo 5, usando el balance población, se analiza la sensibilidad de la dinámica de la granulometría en el granulador frente a perturbaciones en diferentes variables claves. Se concluye que la PSD de las semillas resulta ser la variable que más afecta a la PSD de la corriente que sale del granulador. Por otro lado, se comprueba que dicha PSD puede ser predicha de modo satisfactorio utilizando balances macroscópicos que permiten el cálculo de la media y la desviación estándar geométricas de la población.

En el Capítulo 6 se valida el modelo del granulador teniendo en cuenta granulometrías experimentales. Con este objetivo, se propone un nuevo método numérico para resolver el balance de población y se incluye la elutriación como otro fenómeno que afecta el tamaño de las partículas dentro del granulador. Los cambios realizados permiten contar con un modelo final del granulador de urea, en su versión de estado estacionario, que puede reproducir la operación industrial satisfactoriamente.

Por último, en el Capítulo 7, se resumen los resultados más destacables y se presentan las futuras líneas de investigación en las que debería orientarse el estudio de los granuladores.

ABSTRACT

Despite the widespread use of the granulation process in the fertilizers industry, there is a lack of work regarding the modeling and simulation of continuous fluidized-bed granulators (CFBG) for urea production. Currently, trial and error is required to define the CFBG operating conditions that allow stable operations and product granules with the desired attributes.

The CFBG is a bed of solids fluidized by air, fed continuously with small urea particles and a urea concentrated aqueous solution that is sprayed from the bottom of the unit. The granules grow through the deposition of successive tiny liquid droplets on the seeds material. Physically-based granulator mathematical models, with different degrees of complexity, are presented in the open literature. However, there is lack of articles taking into account the melt granulation that represents the urea process. For this reason, the overall objective of this Thesis is to develop a reliable mathematical model to appropriate describe the operation of a CFBG for urea production.

Chapter 1 introduces concepts related with the use of fertilizers, the urea industrial granulation process, and the size change mechanisms that may occur within the granulator.

Taking into account the phases that coexist within the unit, Chapter 2 presents the mass and energy balances to describe the granulator steady-state operation. The results indicate that the solids and gas temperatures are practically the same, the evaporation of the urea solution water content is complete and the unit is almost adiabatic. Finally, the proposed model is validated using temperatures from an industrial plant.

In Chapter 3, a CFBG dynamic model is formulated and its open-loop behavior is studied. The results indicate that most of the process variables exhibit slow dynamic responses. A steady-state sensitivity analysis shows that the product discharge area, the temperature and flowrate of the fluidization air are the most suitable manipulated variables to control the heights, temperatures and porosities of the fluidized beds.

Recognizing that a complete description of the granulator operation requires the

estimation of the product particle size distribution (PSD), Chapter 4 focuses on the derivation of the population balance equation (PBE). Calculated PSDs of the granular product are presented assuming different solids flow models and different number of granulation chambers.

In Chapter 5, by means of the PBE, the product PSD dynamics is studied under disturbances imposed in different key granulator variables. The seeds PSD is the variable that most affects the PSD of the stream leaving the granulator. This granulometry can also be predicted satisfactorily using the macroscopic balances that allow calculating the geometric mean and standard deviation of the population.

In Chapter 6, the granulator model is validated against experimental PSDs. A new numerical method is proposed to solve the population balance and elutriation is included as another phenomenon that affects the size of the particles within the granulator. The performed changes lead to a steady-state urea granulator model that reproduces the industrial operation successfully.

Finally, in Chapter 7, the more important outcomes are summarized. Also, future research lines related with the granulators modeling are presented.

INDICE

CAPÍTULO 1:	Introducción.....	1
1.1	Fertilizantes y nutrientes.....	1
1.2	Cosechas y tierras disponibles para la agricultura en Argentina y el mundo..	3
1.3	Fertilizantes Nitrogenados.....	5
1.4	Urea granulada vs. perlada.....	9
1.5	Propiedades de los fertilizantes sólidos.....	12
1.6	Granuladores.....	15
1.7	Crecimiento de las partículas.....	19
1.8	Granulador industrial de lecho fluidizado para producción de urea.....	21
1.9	El granulador industrial como elemento del circuito de granulación.....	23
1.10	Problemas operativos industriales frecuentes.....	24
1.11	Motivación	25
1.12	Objetivos.....	27
CAPÍTULO 2:	Operación del granulador en estado estacionario.....	28
2.1	Introducción.....	28
2.1.1	Modelos para representar sistemas particulados	28
2.1.2	Antecedentes en la descripción y modelado de granuladores de lecho fluidizado.....	31
2.2	Descripción del granulador industrial multicámaras.....	35
2.3	Mojado de los gránulos de urea	40

2.4	Régimen de fluidización y cálculos fluidodinámicos.....	45
2.5	Solubilidad de la urea.....	49
2.6	Calor de disolución.....	54
2.7	Modelo matemático del granulador.....	56
2.7.1	Balances de masa.....	57
2.7.2	Diámetro medio en la corriente de producto.....	61
2.7.3	Velocidad de evaporación de agua.....	62
2.7.4	Balances de energía.....	64
2.8	Resultados y discusión.....	72
2.8.1	Términos del balance de energía.....	73
2.8.2	Perfiles axiales de humedad y temperatura del aire.....	74
2.8.3	Validación del modelo matemático.....	76
2.9	Conclusiones.....	78
 CAPÍTULO 3: Modelo dinámico del granulador industrial de lecho fluidizado.....		80
3.1	Introducción.....	80
3.2	Modelo matemático	81
3.2.1	Balance de masa para urea.....	83
3.2.1.1	Caudal másico de sólidos de salida.....	84
3.2.1.2	Densidad y porosidad de los lechos fluidizados.....	86
3.2.1.3	Altura de los lechos fluidizados.....	88
3.2.2	Diámetro medio número-volumen.....	88
3.2.3	Caída de presión.....	90
3.2.4	Agua evaporada.....	95
3.2.5	Balance de energía.....	95

3.3	Resolución del modelo matemático.....	100
3.4	Resultados de la simulación.....	100
3.4.1	Operación en estado estacionario.....	100
3.4.2	Operación dinámica.....	109
3.4.3	Análisis de sensibilidad y necesidad de un sistema de control.....	126
3.5	Conclusiones.....	131
CAPÍTULO 4:	Balance de población.....	133
4.1	Introducción.....	133
4.2	Distribuciones de partículas	134
4.2.1	Distribuciones de partículas e histogramas.....	134
4.2.2	Conversión entre distribuciones de partículas.....	137
4.2.3	Distribuciones acumuladas.....	138
4.2.4	Coordenadas internas y externas.....	141
4.2.5	Función densidad e hipótesis del continuo.....	143
4.2.6	Momentos de la población.....	147
4.2.6.1	Momentos simples.....	148
4.2.6.2	Valores medios (momentos simples normalizados).....	150
4.2.6.3	Medidas de la dispersión de la curva de distribución (momentos centrales)	151
4.2.7	Parámetros representativos de una distribución.....	153
4.3	Balance de población	155
4.4	Modelado de los fenómenos de crecimiento.....	160
4.4.1	Cambios continuos en las coordenadas internas y externas.....	162

4.5	Soluciones analíticas del balance de población aplicado a granuladores....	164
4.5.1	Granulador continuo en estado estacionario de flujo pistón.....	164
4.5.2	Granulador continuo en estado estacionario perfectamente mezclado.....	168
4.5.2.1	Momentos 0 y 3 para un granulador continuo perfectamente mezclado en estado estacionario.....	171
4.6	Balance de población discretizado	173
4.7	Efecto de usar múltiples cámaras sobre la distribución de tamaño de partículas del producto del granulador.....	177
4.8	Conclusiones.....	180
CAPÍTULO 5: Modelo del granulador de lecho fluidizado basado en balances de masa, energía, cantidad de movimiento y población.....		
5.1	Introducción.....	182
5.2	Modelo matemático.....	184
5.2.1	Ecuaciones del modelo.....	184
5.2.2	Distribución de tamaños de la corriente de semillas.....	187
5.3	Parámetros industriales para evaluar el valor medio y la desviación de una distribución.....	188
5.4	Conversión del balance de población para el uso de función densidad en masa y resolución de balances macroscópicos para el cómputo de los parámetros globales <i>SGN</i> y <i>UI</i>	191
5.5	Resolución numérica.....	196
5.6	Resultados.....	198

5.6.1	Estado estacionario. Caso base.....	199
5.6.1.1	Variables globales: Momentos 0 y 3.....	199
5.6.1.2	Distribuciones de tamaños.....	201
5.6.2	Análisis de sensibilidad y simulación dinámica.....	207
5.6.3	Influencia de la relación de recicló sobre la granulometría del producto del granulador.....	210
5.7	Conclusiones.....	214
CAPÍTULO 6: Predicción de la granulometría del producto del granulador industrial de urea.....		
6.1	Introducción.....	216
6.2	Distribuciones de tamaño de partículas medidas en las corrientes de entrada y salida del granulador.....	217
6.3	Conversión de las PSDs experimentales a grillas aptas para su uso en el balance de población.....	221
6.4	Comparación de los resultados del modelo con valores experimentales....	223
6.5	Mecanismo de elutriación en lechos fluidizados.....	226
6.6	Inconveniente del método de Hounslow y colaboradores (1988) para resolver el problema de elutriación.....	228
6.7	Metodología propuesta para resolver el balance de población con elutriación	230
6.8	Resultados.....	235
6.8.1	Análisis de sensibilidad: influencia de k_{etu_0} sobre los caudales elutriados.....	235

6.8.2	Ajuste del parámetro k_{elu_0} a partir de las granulometrías experimentales.....	238
6.9	Conclusiones.....	240
CAPÍTULO 7: Conclusiones generales y tareas futuras.....		242
NOMENCLATURA.....		247
BIBLIOGRAFÍA.....		255

Capítulo 1

Introducción

1.1 Fertilizantes y nutrientes

La agricultura es uno de los sectores económicos de mayor envergadura en el mundo (González Martínez, 2005). En efecto, más gente se dedica a la agricultura que al resto de las ocupaciones en conjunto. La agricultura tiene un alto riesgo y debe enfrentar diversos desafíos como el crecimiento de la población, limitaciones en la expansión del área de cultivo, climas adversos, cambios en los hábitos de dieta, etc. En muchos países, los suelos han agotado los nutrientes al extremo y el rendimiento de las tasas de crecimiento de los cultivos ha ido disminuyendo. Las técnicas de mejora genética y el uso de fertilizantes, herbicidas, plaguicidas y fungicidas en la agricultura aumentaron considerablemente la eficacia en la producción de alimentos. Los fertilizantes proporcionan los nutrientes que los cultivos de alta calidad necesitan para satisfacer la creciente demanda mundial de alimentos. Por otro lado, las nuevas políticas agrarias destinadas a la elaboración de biocombustibles contribuyeron a que las tierras disponibles para la producción de alimentos disminuyan, causando un desequilibrio en la relación demanda-oferta de alimentos y un consecuente aumento en los precios (Alston et al., 2009). Debido a esta situación, actualmente se requiere una intensificación sostenible de la agricultura basada en el uso de fertilizantes y otras fuentes de nutrientes que permitan mantener la fertilidad del suelo y aumentar los rendimientos.

Los nutrientes pueden ser clasificados en dos categorías: macronutrientes y micronutrientes (FAO, 2002). Los macronutrientes deben ser aplicados en grandes cantidades, es decir que su disponibilidad para los cultivos es esencial. Los macronutrientes se dividen además en primarios y secundarios, siendo los primeros requeridos en una cantidad considerablemente mayor que los segundos (Epstein, 1972). Por su parte, los micronutrientes son necesarios en pequeñas cantidades y sólo deben ser agregados cuando no pueden ser provistos por el suelo (Fageria, 2009). En la Tabla 1.1 se presentan los principales nutrientes requeridos para el crecimiento de los cultivos, clasificados según las categorías arriba mencionadas.

El nombre “fertilizantes” se utiliza para denominar aquellos materiales manufacturados que contienen al menos un 5% de uno o más de los macronutrientes primarios: nitrógeno (N), fósforo (P) o potasio (K) (IFA, 2011). Industrialmente, los fertilizantes manufacturados son conocidos como fertilizantes minerales, para diferenciarlos de los fertilizantes orgánicos. La Figura 1.1.a presenta los porcentajes mínimos de nutrientes minerales requeridos por las plantas en comparación con los otros elementos esenciales para su crecimiento (oxígeno, carbono e hidrógeno) (Epstein, 1972). Por otro lado, la Figura 1.1.b muestra los porcentajes mínimos de nutrientes requerido por plantas grandes.

Tabla 1.1. Principales nutrientes.

Nutrientes			
No minerales	Minerales		
	<i>Macronutrientes</i>		<i>Micronutrientes</i>
	<i>Primarios</i>	<i>Secundarios</i>	
Hidrógeno	Nitrógeno	Magnesio	Hierro
Oxígeno	Potasio	Calcio	Cobre
Carbono	Fósforo	Azufre	Zinc
		Silicio	Cloro
			Manganeso
			Molibdeno
			Boro

La fertilización de la tierra también se puede hacer con abono animal, sin embargo hay dos diferencias de importancia entre este fertilizante natural y los sintéticos o "artificiales". En primer lugar, la composición del abono no siempre provee los nutrientes requeridos para un cultivo dado. En contraste, los fertilizantes artificiales son diseñados para otorgar al suelo los suplementos necesarios para un óptimo crecimiento de las plantas. En segundo lugar, y aunque el abono animal se considere generalmente mejor para la estructura del suelo, puede contener un alto contenido de sales, compuestos tóxicos, virus, bacterias patógenas, insectos, u otras plagas. Por estas razones, el uso de fertilizantes minerales supera ampliamente el de fertilizantes orgánicos (Fertilizer Manual, 1998).

Sin duda, la demanda de fertilizantes seguirá creciendo sostenidamente. En consecuencia la industria deberá concentrarse en la producción de fertilizantes, que además de proveer los

nutrientes requeridos, sean fácilmente transportados, almacenados y aplicados en los suelos.

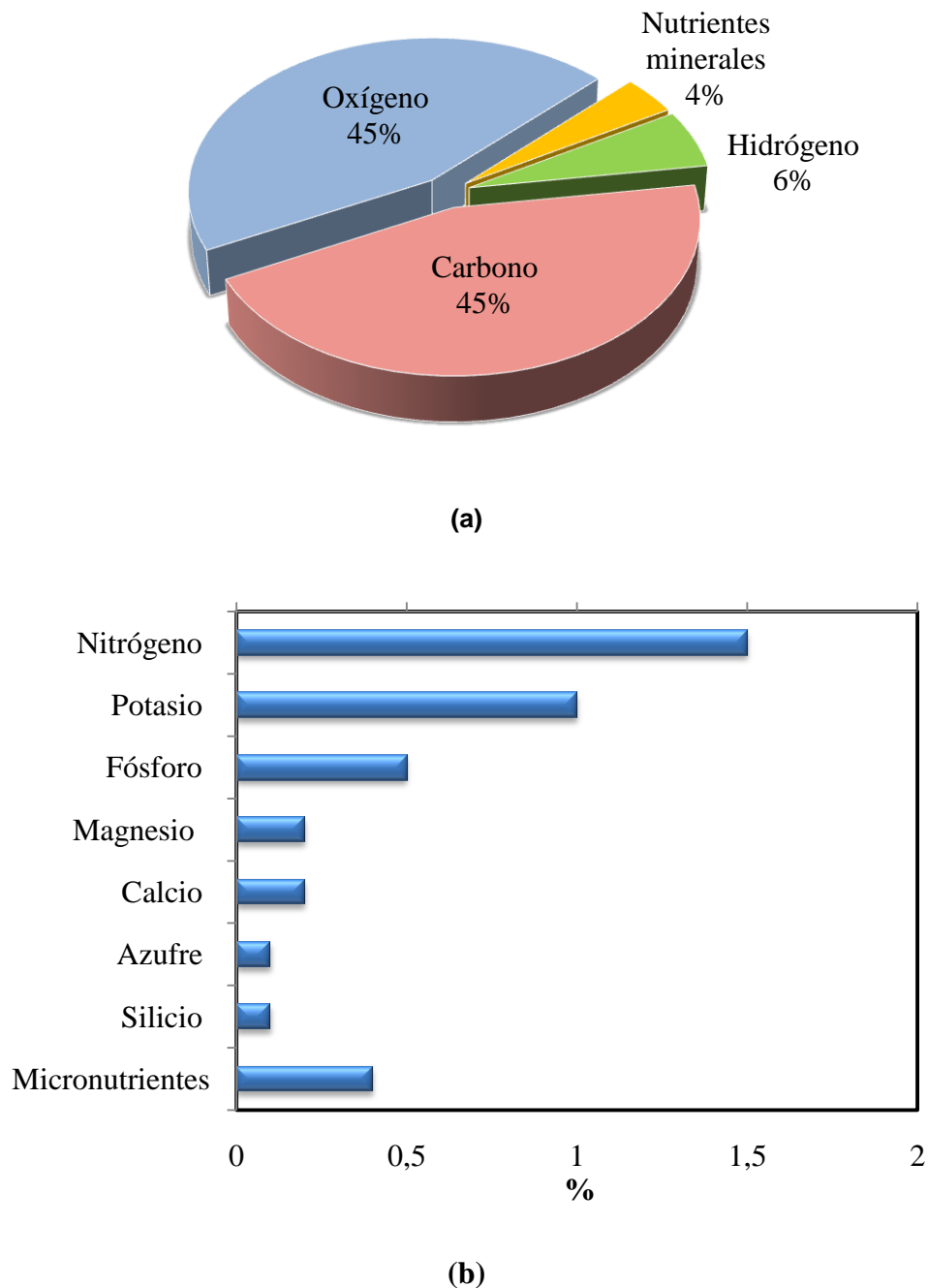
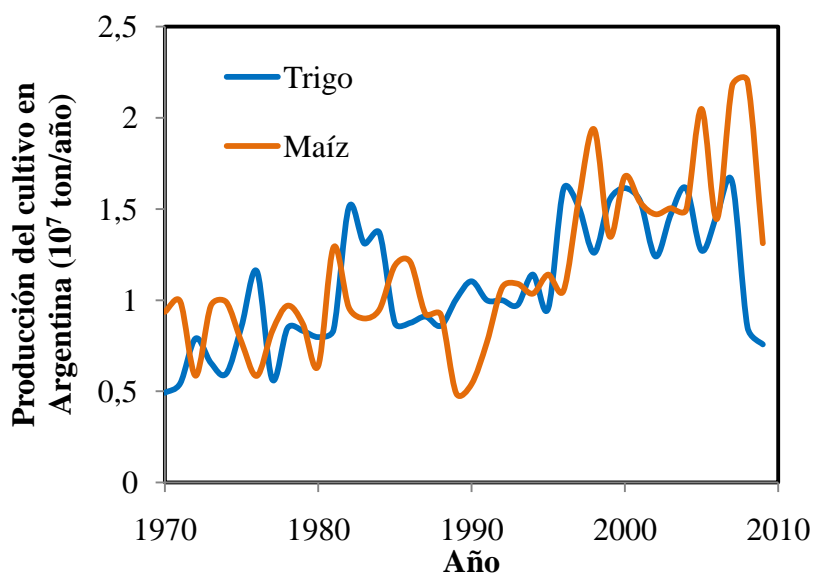


Figura 1.1. Porcentajes mínimos requeridos por los cultivos de: nutrientes minerales y no minerales (a) y macro y micronutrientes minerales (b).

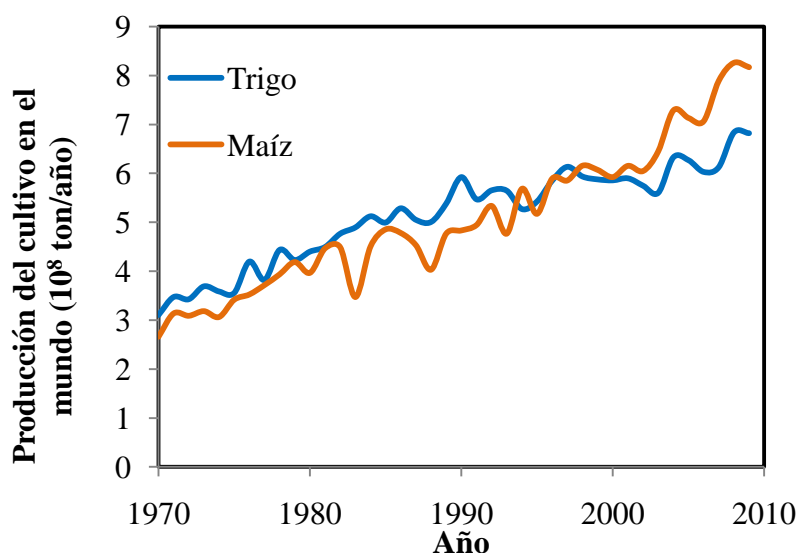
1.2 Cosechas y tierras disponibles para la agricultura en Argentina y el mundo

El uso de fertilizantes contribuye a una mayor estabilidad en la economía de la actividad agrícola y a la vez evita el agotamiento de los suelos por la intensa utilización de los mismos (Negri et al., 2009). El aumento de los precios internacionales de los alimentos y la existencia a nivel mundial de limitados recursos naturales agrícolas (como la extensión de tierra

cultivable y el agua de riego) conducen a una revalorización económica de la actividad agropecuaria. Por lo tanto, surge la necesidad de contar con estrategias que permitan manejar los suelos y agro-ecosistemas eficientemente (Peiretti, 2006). Este desafío es particularmente interesante para nuestro país que desarrolla una intensa actividad agrícola, la cual posee un rol protagónico en la economía nacional.



(a)



(b)

Figura 1.2. Producción de trigo y maíz en Argentina (a) y el mundo (b) (FAOSTAT, 2010).

El uso generalizado de fertilizantes en Argentina comenzó en la década del ochenta. Desde entonces, se desarrollaron grandes avances en la gestión de los fertilizantes acompañando el aumento sostenido en la producción de cereales (Melgar y Daher, 2007). Los cereales, principalmente trigo y maíz, son los mayores demandantes de nitrógeno en

Argentina (MECON, 2005). En las Figuras 1.2.a y b se presenta la producción de trigo y maíz en nuestro país y en el mundo, respectivamente. Las tendencias indican que la producción de estos cereales está aumentando tanto en Argentina como en el resto de los países.

Si bien la producción de cereales es cada vez mayor acorde a la demanda de alimentos (y últimamente de biocombustibles), la cantidad de tierras destinadas a los cultivos no crece en la misma proporción. Por otro lado, la población está aumentando considerablemente cada año. La Figura 1.3 muestra la cantidad de tierras disponibles para cultivos por habitante, en Argentina y el mundo, las cuales disminuyen año a año. Si bien en Argentina el índice mencionado es claramente superior a la media internacional, la disminución de este parámetro a nivel mundial amenaza seriamente la disponibilidad de alimentos. Bajo estas condiciones, el uso de fertilizantes se convierte en un factor importante para resolver el problema de alimentación de una población cada vez más numerosa. En la medida que la población exija más alimentos, el uso de fertilizantes será una de las estrategias más efectivas para incrementar el rendimiento de los cultivos (Woods et al., 2010).

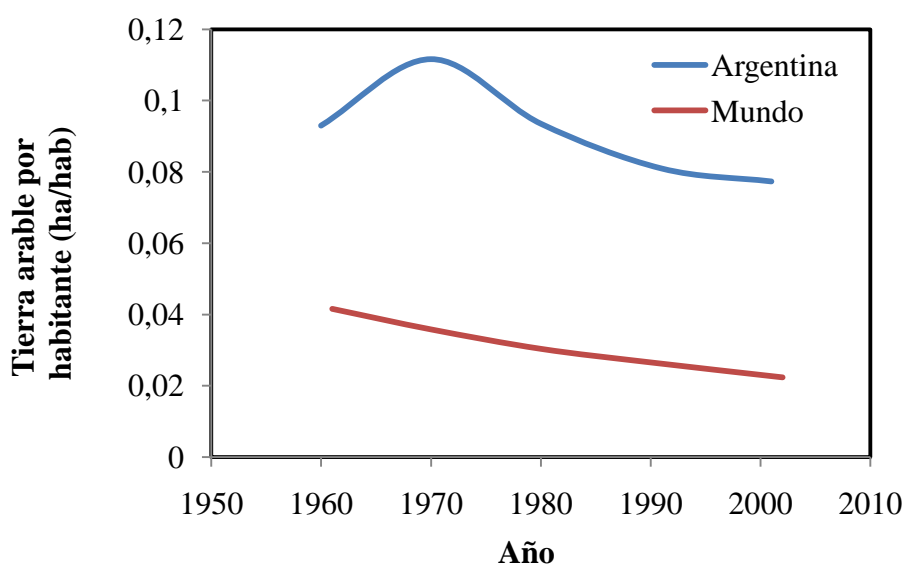


Figura 1.3. Superficie de tierras disponibles para cultivos por habitante, en Argentina y el mundo (FAOSTAT, 2010).

1.3 Fertilizantes Nitrogenados

El nitrógeno (N) es uno de los nutrientes esenciales para el crecimiento de las plantas, siendo necesario para la síntesis de clorofila en el proceso de fotosíntesis. Una planta deficiente en nitrógeno no puede hacer un uso óptimo de la luz solar, razón por la cual se ve

afectada su capacidad de fotosintetizar y en consecuencia de aprovechar y absorber los nutrientes. Por ende, el crecimiento y desarrollo adecuado de las plantas resultan limitados. Si bien el nitrógeno constituye el 79% del aire, las plantas no pueden asimilarlo directamente por su incapacidad para descomponer la molécula de nitrógeno. Los fertilizantes nitrogenados se producen a partir del nitrógeno presente en el aire, vía síntesis de amoníaco (Finck, 1988). La Figura 1.4 presenta la tendencia en la producción mundial de fertilizantes nitrogenados durante los últimos años, indicando que el requerimiento de nitrógeno aumenta de manera sostenida. Estimaciones para los próximos años sugieren que la demanda de fertilizantes nitrogenados seguirá incrementándose, especialmente en Latinoamérica y sur y este de Asia (Heffer y Prud'homme, 2008).

La Figura 1.5 muestra el porcentaje de nitrógeno en peso que poseen diferentes fertilizantes nitrogenados. En Argentina, los principales fertilizantes nitrogenados en cuanto al nivel de consumo son la urea, soluciones de nitrógeno, nitrato de amonio, sulfato de amonio y fosfatos de amonio (MECON, 2005). De los fertilizantes sólidos, la urea es la fuente nitrogenada de mayor concentración (46%) siendo por ello de gran utilidad para la integración de fórmulas de mezclas físicas de fertilizantes. Si bien el amoníaco es el producto base para la producción de otros fertilizantes nitrogenados, también tiene gran aplicación como fertilizante de uso final. Además de ser económico y apto para fertilizar grandes extensiones, posee una elevada concentración de N (82%). Las principales desventajas del uso de amoníaco son la gran complejidad de su aplicación y el alto costo de su traslado y almacenamiento. Por estos motivos, la urea sigue siendo más competitiva.

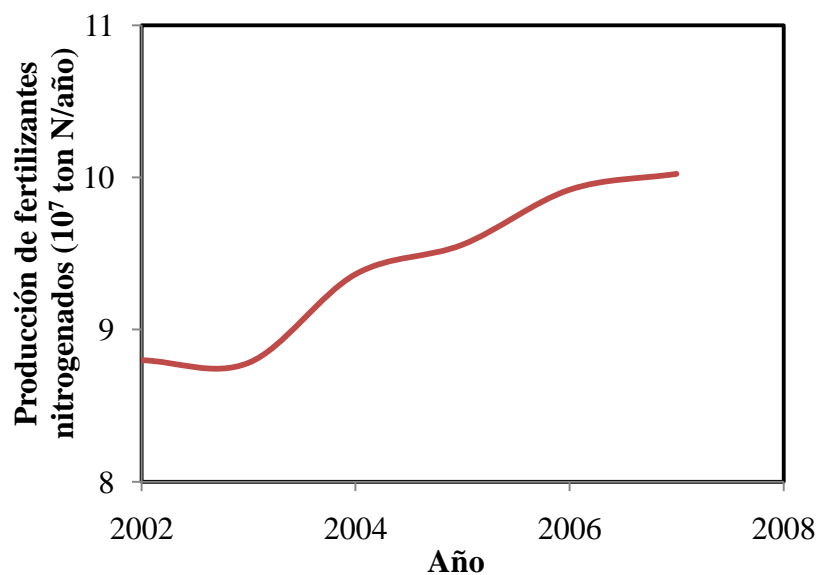


Figura 1.4. Producción de fertilizantes nitrogenados por año en el mundo (FAOSTAT, 2010).

Debido a la alta concentración de nitrógeno presente en la urea, las tasas de aplicación por unidad de fertilizante son menos costosas para los agricultores. La urea posee además varias ventajas sobre otros fertilizantes sólidos. Es menos explosiva que los fertilizantes de amonio o nitrato, se puede aplicar en forma líquida o sólida, y es más estable para el transporte. Asimismo, se puede usar como fertilizante único o bien incluirlo en mezclas físicas con otros fertilizantes sólidos. La Tabla 1.2 resume algunas propiedades de importancia de la urea. Al igual que muchos compuestos nitrogenados, la urea es higroscópica y absorbe humedad del aire. Por lo tanto, se debe tener especial cuidado en su almacenamiento, ya que si la humedad ambiente supera cierto valor crítico, las partículas pueden formar grandes aglomerados. En particular si a 30 °C la humedad relativa supera el 73%, la urea se convierte en una solución acuosa saturada. A menores humedades relativas la urea puede absorber grandes cantidades de agua, aunque no se transformará en una solución líquida.

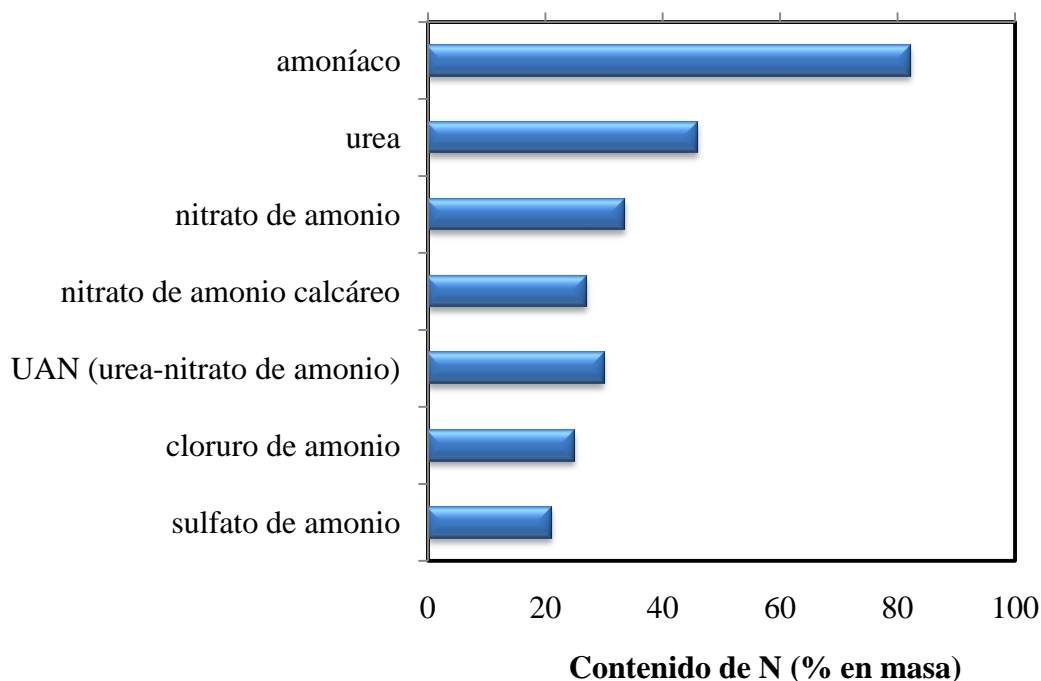


Figura 1.5. Contenido de nitrógeno (N) por ciento en peso de los fertilizantes nitrogenados más comunes.

Entre 1999 y 2009, aproximadamente el 90% del aumento en la producción mundial de fertilizantes nitrogenados correspondió a urea. La oferta mundial estimada de urea fue de 148,6 millones de toneladas para 2009 y 155,6 millones de toneladas para 2010. Para el año 2014, se pronostica una producción de urea de 193,4 millones de toneladas (Heffer y Prud'homme, 2010). Respecto a la demanda de urea, se prevé un crecimiento durante el período 2009-2014 de 146,4 a 174,6 millones de toneladas. La mayor parte de este

incremento provendrá del uso de urea como fertilizante (Heffer y Prud'homme, 2010).

En nuestro país, la urea comenzó a producirse en los años setenta por la empresa PASA Petroquímica Argentina S.A.I.C (Campana, Provincia de Buenos Aires). Sin embargo, durante la década del noventa, dicha empresa no alcanzó a cubrir las necesidades del mercado interno, por lo cual se comenzó a importar urea granulada (MECON, 2005). A partir de 2001, hubo un crecimiento en la producción nacional de urea debido a la puesta en marcha de Profertil S.A. (Bahía Blanca, Provincia de Buenos Aires) con una capacidad de 1070000 ton/año. Mientras PASA provee urea perlada, Profertil produce urea granulada. Las diferencias básicas entre urea perlada y granulada se discuten en la Sección 1.4. En la Figura 1.6 se presenta la evolución histórica de la producción y el consumo de urea en Argentina, observándose un aumento importante en la oferta desde el año 2001 coincidente con la aparición de Profertil S.A. Entre 2004 y 2007, aproximadamente el 65% de la urea producida en el país se destinó al consumo interno mientras que el 35% restante se exportó (FAOSTAT, 2010).

Tabla 1.2. Propiedades de la urea

Nombre Químico	Carbamida
Otros nombres	Urea, carbonildiamida, ácido carbomídico o amida alifática
Fórmula química	CO(NH ₂) ₂
Peso molecular	60 kg/kmol
Contenido de nitrógeno total	46% (p/p)
Presentación física	Gránulos o perlas, color blanco.
Rango de tamaño de partícula	0,85 a 3,35 mm
Solubilidad en agua a 20° C	108 kg/100 kg de agua
Densidad a granel	770 - 809 kg/m ³
Humedad relativa crítica a 30° C	73%

1.4 Urea granulada vs. perlada

Como fertilizante sólido, la urea se puede manufacturar en dos formas diferentes: gránulos o perlas. Ambos aportan un 46% de nitrógeno por unidad de peso y se comercializan en el mercado internacional como commodities (es decir, como productos básicos y a granel). Sin embargo, cada tecnología (perlado o granulación) aporta a la urea diferentes características físicas relacionadas con la dureza, el tamaño y la uniformidad de las partículas (Meessen y

Petersen, 1996).

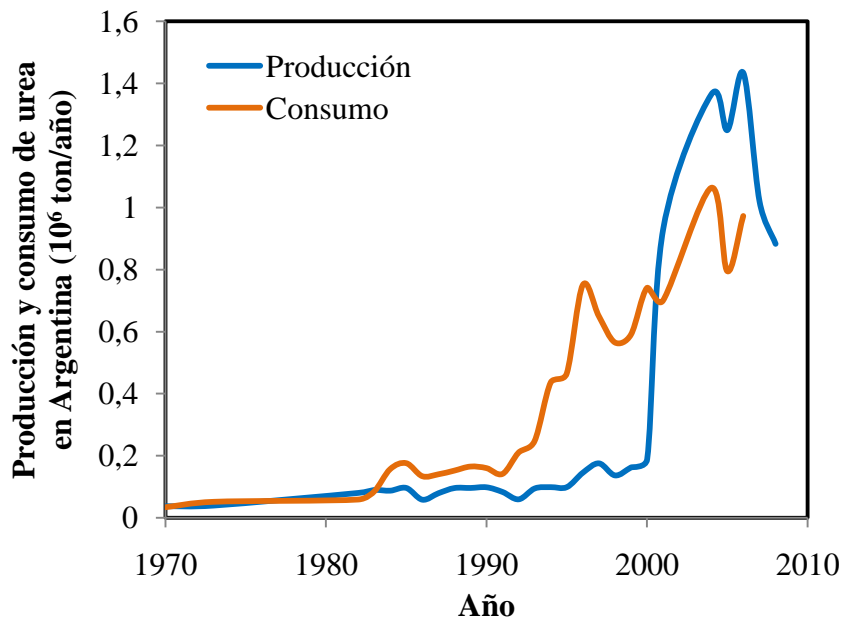


Figura 1.6. Producción y consumo de urea en Argentina (FAOSTAT, 2010).

La urea perlada se produce en una columna similar a la que se presenta en la Figura 1.7. En estas columnas, gotas de urea caen por gravedad y se solidifican formando partículas relativamente esféricas que se colectan en el fondo del equipo (Mavrovic, 1976). Comúnmente, se utiliza un flujo ascendente de aire para aumentar el tiempo de caída de las gotas y favorecer la solidificación de la urea. Las perlas formadas poseen tamaños relativamente grandes (aunque más pequeñas que los gránulos de urea), buena esfericidad y homogeneidad en la granulometría (Landis, 1980).

Por su parte, la urea granulada se produce en equipos denominados granuladores; siendo los lechos fluidizados los de mayor aplicación (Nijsten y Starmans, 1998). El proceso consiste en atomizar una solución muy concentrada de urea (comúnmente llamada urea *melt*) sobre partículas sólidas de urea relativamente pequeñas (material fuera de especificación), etapa que se acopla en simultáneo con el enfriamiento y agitación de las partículas. Las gotas que se adhieren exitosamente a los núcleos iniciales de urea (corrientemente denominados semillas) y logran solidificar, permiten el aumento de tamaño dando los gránulos deseados (Litster et al., 2004). En la Figura 1.8 se esquematiza un granulador continuo de lecho fluidizado. El proceso de granulación se describe de manera detallada en la Sección 1.6.

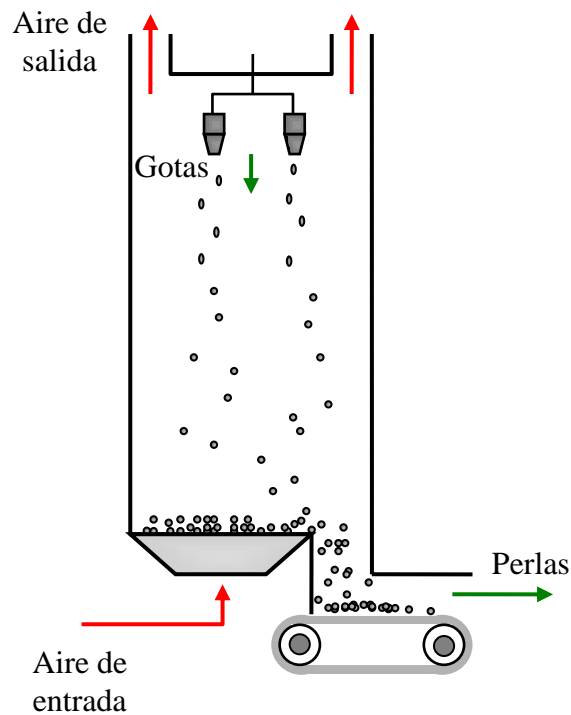


Figura 1.7. Esquema de una columna de perlado.

En la Figura 1.9 se presenta una fotografía de gránulos de urea con tamaño promedio alrededor de los 3 mm. Este valor constituye el tamaño medio en el mercado mundial, aunque dependiendo de la región donde se produce el material puede existir una variabilidad del mismo.

La urea granulada posee mejores propiedades físicas que la urea perlada. Las perlas suelen tener cavidades internas que se originan al solidificar las gotas, conformación que define su baja resistencia mecánica a la ruptura (Niks et al., 1980). Esta característica le confiere a la urea perlada desventajas respecto a su transporte o almacenamiento a granel. Los gránulos, en cambio y debido a su formación, presentan mayor resistencia a la ruptura que contribuye a la integridad de la partícula en las etapas que van desde su producción hasta su administración en los suelos.

La urea granulada tiene una baja tendencia a la formación de aglomerados, no genera polvo, tiene una geometría prácticamente esférica y fluye libremente (Kayaert, 1980; Kayaert y Antonus, 1994; Kayaert y Antonus, 1997; Niks et al., 1980). Si bien el diámetro medio de venta de la urea granulada es aproximadamente 3 mm, los procesos de granulación permiten obtener gránulos en el rango de 1.5 a 15 mm. Por el contrario, las columnas de perlado

ofrecen baja flexibilidad en cuanto a manipular el tamaño de las perlas (que suelen ser pequeñas, alrededor de 1.7 mm). Por las razones antes expuestas, los procesos de granulación están sustituyendo a los de perlado.

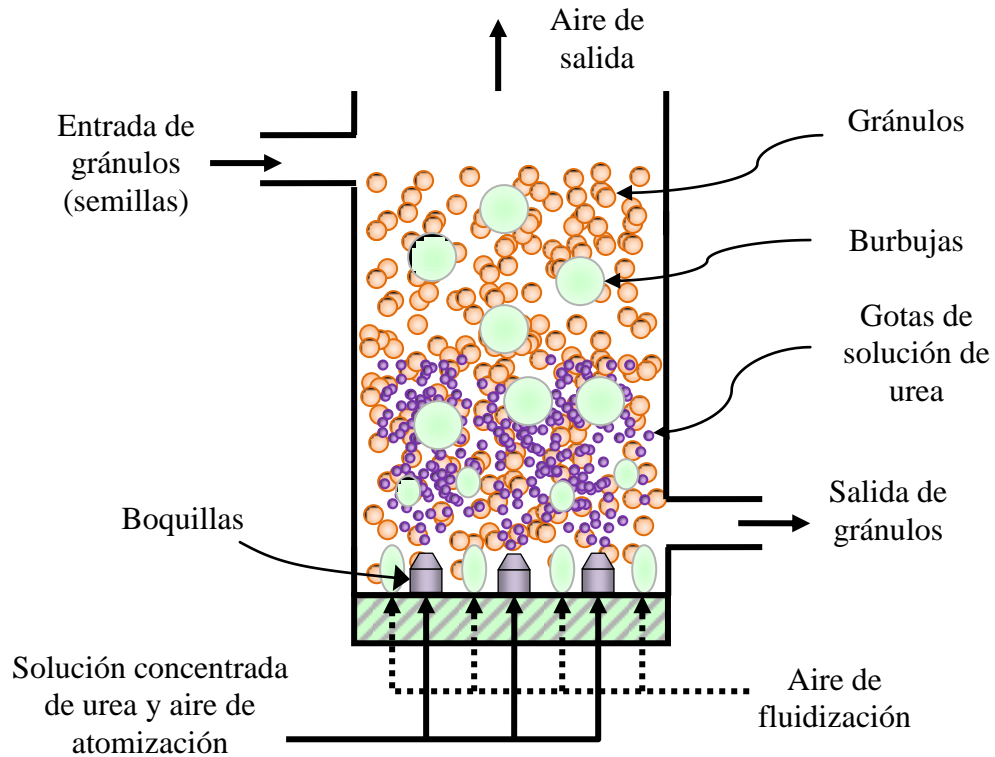


Figura 1.8. Esquema simplificado de un granulador continuo de lecho fluidizado.



Figura 1.9. Gránulos de urea obtenidos en nuestro grupo de investigación.

1.5 Propiedades de los fertilizantes sólidos

Ciertas propiedades de los fertilizantes granulados son claves para que los procesos de transporte, almacenamiento, aplicación y disponibilidad para los cultivos sean adecuados. Entre las propiedades más relevantes caben citar: granulometría, densidad de partícula, resistencia a la ruptura, fluidez, velocidad de dilución, contenido de humedad e higroscopicidad.

La granulometría de los fertilizantes sólidos es importante porque el tamaño de las partículas se relaciona con la velocidad de dilución del fertilizante en el suelo, la cual no debe ser ni muy alta ni muy baja para asegurar un buen aprovechamiento del nutriente por parte de los cultivos. Por otro lado, cuanto más homogénea es la granulometría del fertilizante sólido (es decir, cuanto más angosta es la distribución de tamaño de los gránulos), mejor es la uniformidad de aplicación en campo. Asimismo, tamaños similares a gránulos de otros nutrientes favorecen la factibilidad de realizar mezclas físicas sin riesgo de aparición de efectos de segregación.

La distribución de tamaño de partículas (PSD, de su nombre en inglés *particle size distribution*) en fertilizantes se caracteriza comúnmente por dos parámetros: *Size Guide Number (SGN)* y *Uniformity Index (UI)*, que definen la calidad del producto (Bertin et al., 2011). El *SGN* es la mediana en milímetros de la distribución en masa, multiplicada por 100. En otras palabras, el *SGN* es el tamaño de partícula en milímetros para el cual el 50% en masa de la muestra es mayor a ese valor y el 50% restante es menor, multiplicado por 100. El *UI* caracteriza la dispersión de la PSD del producto y se define como el cociente entre el tamaño de apertura de una malla que permite el pasaje del 5% en masa de la población y el tamaño de apertura de una malla que permite el pasaje del 90% en masa de la población, multiplicado por 100. Un valor alto de *UI* indica una mayor uniformidad en la distribución de tamaños de la población. Según datos de Profertil S.A., el *SGN* y el *UI* de los gránulos comercializados son aproximadamente 300 y 60, respectivamente.

La densidad de la partícula depende del grado de consolidación al cual es sometido el gránulo durante su crecimiento. Cuánta más alta y próxima a la densidad del sólido, menor porosidad interna exhiben los gránulos y, por ende, mayor resistencia a la ruptura y atrición. La densidad de la urea sólida es 1333 kg/m^3 (Daubert y Danner, 1996) y la de urea fundida a $133 \text{ }^\circ\text{C}$ (punto de fusión) es 1249 kg/m^3 (Kirk-Othmer, 1991). La pequeña diferencia entre estos valores sugiere que la estructura interna del sólido no cambia significativamente con

respecto a la urea fundida. Además, análisis de muestras de gránulos de urea comerciales obtenidas por nuestro grupo de investigación (ver Figura 1.10) indican que el área superficial es muy baja. En efecto, el área BET promedio de los gránulos es $0.34 \text{ m}^2/\text{g}$, valor relativamente pequeño que sugiere baja porosidad de las partículas (ver Figura 1.10). Entonces, se concluye que la consolidación durante el crecimiento es lo suficientemente buena como para obtener gránulos compactos.

Valores relativamente altos de resistencia a la ruptura minimizan la fractura de las partículas en las etapas de transporte, almacenamiento y aplicación. Cuando el producto se almacena a granel, es sometido a diferentes fuerzas causadas por la altura de la pila (que puede alcanzar más de 10 metros). Como valor de referencia, la resistencia a la ruptura de gránulos de urea de 2.5 mm es alrededor de 3 kg_f (Kayaert, 1980).

La higroscopicidad es la capacidad que tiene el fertilizante para absorber la humedad del medio ambiente. Cuanto menor es la higroscopicidad, menor es la tendencia a la aglomeración de las partículas conocida por su denominación en inglés *caking*. Cuanto mayor es la solubilidad del fertilizante en agua, mayor es su higroscopicidad. Esta absorción puede conducir a una dilución parcial de las partículas provocando la indeseada aglomeración de partículas. La urea es altamente higroscópica, presentando una solubilidad alrededor de 88% p/p de urea a $100 \text{ }^\circ\text{C}$ (Meessen y Petersen, 1996). Cuando se mantiene urea a granel por períodos prolongados, se puede producir aglomeración por efecto simultáneo de cambios de humedad ambiente y por las altas presiones ejercidas por las pilas de almacenamiento. Los gránulos de urea comerciales admiten como máximo un 0,35% en peso de humedad para evitar dicha aglomeración.

La fluidez de los materiales particulados es la habilidad de los mismos para fluir con facilidad en un determinado equipo (Prescott y Barnum, 2000). La fluidez está relacionada con la resistencia que presentan las partículas frente a las fuerzas externas. Un fertilizante con buena fluidez fluye sin inconvenientes. Por el contrario, si presenta pobre fluidez, tiende a consolidarse durante el almacenamiento y su manejo resulta difícil. La fluidez se favorece para partículas grandes, esféricas, con baja humedad y granulometría uniforme (Meessen y Petersen, 1996); características que posee la urea granulada producida en equipos de lecho fluidizado. El apelmazamiento o aglomeración de los fertilizantes es un grave problema ya que limita la fluidez del producto y dificulta su aplicación. Si la humedad relativa crítica es elevada, el fertilizante puede ser expuesto y manejado en condiciones de alta humedad

atmosférica sin que se humedezca, pierda fluidez y se compacte.

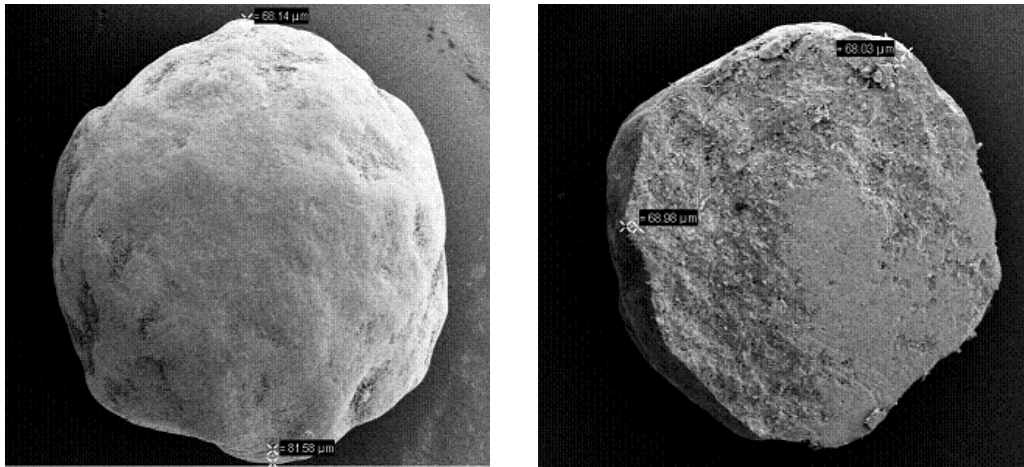


Figura 1.10. Fotografías obtenidas por microscopía electrónica de barrido (SEM) de gránulos de urea comerciales.

Durante el proceso de manufactura, existe una tendencia de la urea a producir biuret cuando se opera a temperaturas superiores a la de fusión (Finck et al., 1988). Un alto contenido de biuret en urea es indeseado para su uso como fertilizante debido a que es tóxico para las plantas. Sin embargo, en el rango de temperaturas de granulación (entre 100 y 115°C), la cantidad de biuret que puede llegar a formarse es mínima.

Durante la granulación en lechos fluidizados, los gránulos en formación están continuamente expuestos a colisiones vigorosas con otras partículas las cuales son suficientes para causar abrasión de las capas externas y formar polvo fino. La formación de polvo se puede disminuir atomizando la urea en gotas muy pequeñas, las que una vez depositadas sobre la superficie de los núcleos pierden su contenido de agua tan rápidamente como para mantener la capa externa continuamente anhidra. Esta capa externa seca es mucho más resistente a la abrasión que si tuviese humedad. El agregado de un aditivo (e.g., formaldehído) que actúa retardando la cristalización de urea, permite que la capa externa del gránulo (aunque libre de agua) contenga una fracción de urea líquida relativamente alta durante algún tiempo. Durante ese lapso, la capa externa permanece plástica permitiendo incrementar considerablemente la resistencia a la formación de polvo (Niks et al., 1980). La reducción de polvo en el producto final también introduce una ventaja considerable en el posterior manejo del mismo (Kayaert y Antonus, 1997). Los gránulos de urea comerciales suelen tener aproximadamente 0,5% en peso de formaldehído.

1.6 Granuladores

En los procesos que involucran sistemas particulados, ocurren diversos mecanismos que tienden a modificar la distribución de tamaño de las partículas. Según la aplicación, algunos de estos mecanismos son deseados mientras que otros deben ser evitados o minimizados. Dependiendo del proceso, varios mecanismos pueden ocurrir de manera simultánea.

Los procesos que modifican el tamaño de partículas (i.e., unidades de aumento de tamaño como granuladores y de disminución de tamaño como molinos) son semejantes a los que ocurren en los reactores químicos cuando se llevan a cabo reacciones irreversibles (Bucalá y Piña, 2007). Es decir, que un cambio en la distribución de tamaños de una población de partículas resulta difícil y prácticamente imposible revertir, mediante procesos físicos, a la distribución de tamaños original. Los procesos que no causan cambios en el tamaño de las partículas se clasifican en operaciones unitarias de separación (e.g., zarandas, ciclones, filtros) y mezclado. Éstos son equivalentes a los procesos de separación (e.g., en columnas de destilación) y mezclado de gases y líquidos.

Las técnicas de aumento de tamaño se usan ampliamente en las industrias farmacéutica, de fertilizantes, de alimentos, minerales, cerámicas, etc. (Litster et al., 2004). Existen distintos métodos para lograr el aumento de tamaño de las partículas; la Tabla 1.3 presenta tres maneras diferentes de clasificarlos.

De acuerdo a la ausencia o presencia de fuerzas mecánicas externas, los procesos de aumento de tamaño se pueden dividir en dos grandes categorías: por agitación y por compresión, respectivamente (Litster et al., 2004). Los procesos de aumento de tamaño que ocurren en un ambiente agitado utilizan un ligante que se agrega al material particulado para formar enlaces entre partículas o entre el ligante y los sólidos. El ambiente agitado promueve la dispersión del ligante y el crecimiento de las partículas, de manera que no es necesario utilizar fuerzas mecánicas externas para promover el contacto de las partículas y el líquido. El sistema de agitación puede ser mecánico (e.g., agitador de paletas) o neumático (mediante la circulación de gas). El aumento de tamaño por compresión, por otro lado, implica la compactación de los núcleos por medio de fuerzas de presión que actúan sobre la masa de sólidos, la cual es moldeada y densificada sin necesidad de ligantes o aglutinantes (Perry y Green, 1999). La tecnología de compactación es independiente de la distribución de tamaño de las partículas originales. Por esta razón, es un método muy versátil para aumentar el tamaño de partículas.

Tabla 1.3. Clasificación de procesos de aumento de tamaño.

I.	<i>Ausencia/presencia de fuerzas externas</i>
1.	Agitación
a.	Mecánica
b.	Neumática
2.	Compresión
II.	<i>Número de núcleos que intervienen en la formación de cada partícula</i>
1.	Recubrimiento
a.	<i>Layering</i>
b.	<i>Accretion</i>
2.	Aglomeración
III.	<i>Naturaleza del ligante</i>
1.	Sólido
2.	Líquido
a.	Solución
b.	Fundido
c.	Suspensión

Los procesos de aumento de tamaño que ocurren en ambiente agitado pueden dividirse a su vez en procesos de recubrimiento o aglomeración. El recubrimiento implica la adición de material ligante en forma de gotas (recubrimiento líquido) o polvo de pequeño tamaño (recubrimiento seco), que se deposita y adhiere a las partículas (Saleh y Guigon, 2007). El aumento de tamaño se produce como consecuencia de la unión de material ligante a cada partícula. En el recubrimiento con líquido, si el ligante consiste en una solución acuosa, la solidificación del mismo se produce mediante la evaporación del agua presente en solución. Por otro lado si el ligante es un fundido, la solidificación ocurre por enfriamiento. En el caso de una suspensión, tanto la evaporación del solvente como un cambio de temperatura pueden originar el cambio de fase del material ligante. En el recubrimiento seco, el ligante se aplica al sistema en la forma de polvo de pequeño tamaño. La adherencia del polvo a los núcleos se produce por fuerzas de van der Waals o electrostáticas. El recubrimiento no modifica el número de partículas originales, ya que la cantidad de núcleos permanece invariante durante el crecimiento con un aumento en la masa o volumen de la población (Bucalá y Piña, 2007).

En la aglomeración, el ligante también puede ser una solución líquida, fundido, suspensión (aglomeración mojada) o polvo (aglomeración seca). A diferencia del recubrimiento, en la aglomeración dos o más partículas se agrupan formando una nueva partícula de mayor tamaño (Pietsch, 1991). En la aglomeración húmeda se utiliza como

ligante, que facilita el crecimiento de las partículas, una solución que posee un solvente de fácil evaporación y el soluto que se desea depositar sobre las partículas originales. Las gotas de líquido forman puentes entre las partículas, que las unen mediante fuerzas viscosas y capilares (Litster et al., 2004). En el caso de la aglomeración seca, al igual que ocurre para el recubrimiento seco, el material que actúa como ligante es un polvo que por fuerzas electrostáticas o de tipo van der Waals se adhiere sobre el sistema particulado original. En ciertas ocasiones, la temperatura del sistema se aumenta para lograr la fusión temporaria de ese material sobre los sólidos, para luego disminuirla con el objeto de facilitar la solidificación y adhesión permanente del sólido agregado. De acuerdo a la clasificación realizada, los procesos de aumento de tamaño por compresión caen dentro de la categoría *aglomeración seca*, ya que implican la unión de varias partículas sin necesidad de un medio líquido para lograr la adherencia.

El término *granulación* se utiliza para referirse a los procesos de aglomeración que ocurren en un medio agitado (Rhodes, 1998). Si bien el proceso que se estudia en esta tesis es un proceso de recubrimiento (buscando minimizar la aglomeración), el equipo industrial que se usa para tal fin recibe el nombre de *granulador*. En consecuencia, en la presente Tesis se empleará el nombre *granulación* para denominar tanto a la aglomeración como al recubrimiento que ocurren en un medio agitado.

La granulación fundida involucra el uso de materiales fundidos (sin cantidades de solvente apreciables) como ligantes, la temperatura se debe controlar con el objeto de favorecer la solidificación del aglutinante adicionado generalmente mediante un proceso de atomización. La granulación de urea corresponde prácticamente a la categoría de granulación fundida (aunque el ligante posee un 4% p/p de agua).

En general, los granuladores se clasifican en tres categorías: rotatorios, de alto o mediano corte y de lecho fluidizado (Litster et al., 2004; Perry y Green, 1999). Recientemente, surgieron otros granuladores que combinan características de los anteriores, por ejemplo los de tambor rotatorio fluidizados (Rojas et al., 2010). Los equipos se diferencian básicamente en la manera en que favorecen el mezclado de las partículas. Los granuladores rotatorios pueden ser de tambor o de disco. Los granuladores de tambor consisten en un cilindro provisto de elevadores interiores, donde el mezclado se genera por la rotación del tambor. Los granuladores de disco consisten en un plato de gran tamaño con un borde perpendicular, suelen operar con determinada inclinación y velocidad de rotación, produciendo el mezclado

de las partículas con las gotas del ligante atomizado (Delwel y Veer, 1978). Los granuladores de alto y mediano corte utilizan un impulsor y, en ciertas ocasiones, una cuchilla que mantiene las partículas y el ligante en constante agitación impidiendo la formación de aglomerados (Reynolds et al., 2007). En la Figura 1.11 se muestran imágenes de estos granuladores.

Las ventajas de los lechos fluidizados sobre otros sistemas de granulación incluyen: acoplamiento de las etapas de atomización, granulación, secado y enfriamiento en una única unidad y ajuste, dentro de ciertos límites, de la morfología de los gránulos mediante la manipulación de algunas variables operativas (Heinrich et al., 2005). En estos granuladores, la corriente de aire de fluidización favorece el mezclado de las partículas con las gotas de ligante mediante la circulación repetida de las partículas por la zona de atomización. Para la producción industrial de urea granulada, es común el uso de granuladores continuos de lecho fluidizado (Mörl et al., 2007). En la Sección 1.8 se describe detalladamente el granulador industrial de lecho fluidizado para producción de urea, objeto de esta Tesis.

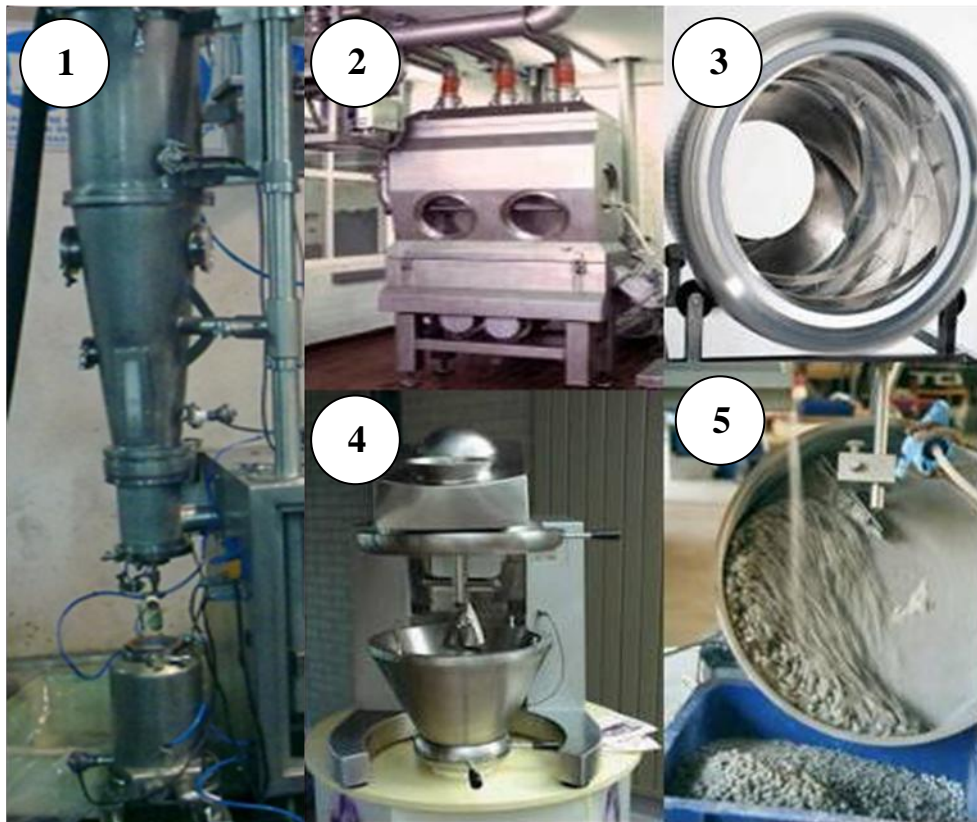


Figura 1.11. Equipos para granulación: 1: granulador discontinuo de lecho fluidizado (PLAPIQUI), 2: granulador continuo de lecho fluidizado (<http://www.process.vogel.de>), 3: granulador de tambor (Page et al., 2006), 4: granulador de alto corte (<http://www.lochtec.dk>), 5: granulador de disco (<http://www.uni-weimar.de>).

1.7 Crecimiento de las partículas

Como se menciona en la sección anterior, los granuladores utilizan procesos de aumento de tamaño para lograr el crecimiento de las partículas (Cameron et al., 2005). La primera etapa del proceso de crecimiento es la deposición de las gotas sobre la superficie de las partículas. Cuando la solución atomizada colisiona satisfactoriamente con partículas, moja la superficie de las mismas. Como se señala en la Sección 1.6, el crecimiento puede ser por recubrimiento o aglomeración. El tamaño relativo entre las gotas y las partículas originales es uno de los factores responsables del mecanismo dominante, tal como se ilustra en la Figura 1.12. Si el tamaño de las gotas es del mismo orden que el tamaño de las partículas, el crecimiento ocurre por recubrimiento con estructura tipo capas de cebollas (*onion-like* o *layering*). Cuando una gota se deposita sobre una partícula, recubre totalmente la superficie de las semillas con una capa de material líquido. La sucesiva deposición y solidificación de gotas produce un gránulo con una estructura de capas concéntricas. Si las gotas son mucho más pequeñas que las partículas sobre las que se depositan, el tipo de crecimiento también es recubrimiento pero recibe el nombre de *accretion*. En este caso, cada gota cubre una pequeña porción de la superficie total de la partícula, de manera que se requiere una gran cantidad de gotas para formar una capa.

La resistencia mecánica a la ruptura de los gránulos crecidos por *accretion* es mejor que la de aquellos crecidos por *layering*. En las estructuras tipo capas de cebolla, las tensiones que se desarrollan en cada capa son importantes, dando una menor resistencia a la ruptura que la que ofrecen los gránulos producidos por deposición de finas gotas de ligante (Kayaert y Antonus, 1994).

Independientemente del tamaño de la gota del ligante, pueden tener lugar mecanismos de crecimiento por recubrimiento o aglomeración. La aglomeración o coalescencia tiene lugar cuando se forman puentes líquidos entre las partículas (dos o más), los cuales solidifican porque las fuerzas disruptivas del proceso (e.g., la agitación) son insuficientes para lograr la separación de los gránulos (Turton et al., 1998). Los aglomerados formados presentan una estructura no homogénea y de una calidad considerablemente menor (el contenido de humedad suele ser mayor, las propiedades de flujo empeoran, no es posible un control eficiente del tamaño de las partículas, etc.) respecto a los gránulos producidos por recubrimiento (Capes, 1980). Aún para tamaño de gotas pequeño, la aglomeración es un mecanismo factible que se puede minimizar incrementando la agitación. En el caso particular de la producción de urea granulada, la aglomeración se debe evitar o minimizar, siendo

accretion el mecanismo de crecimiento deseado.

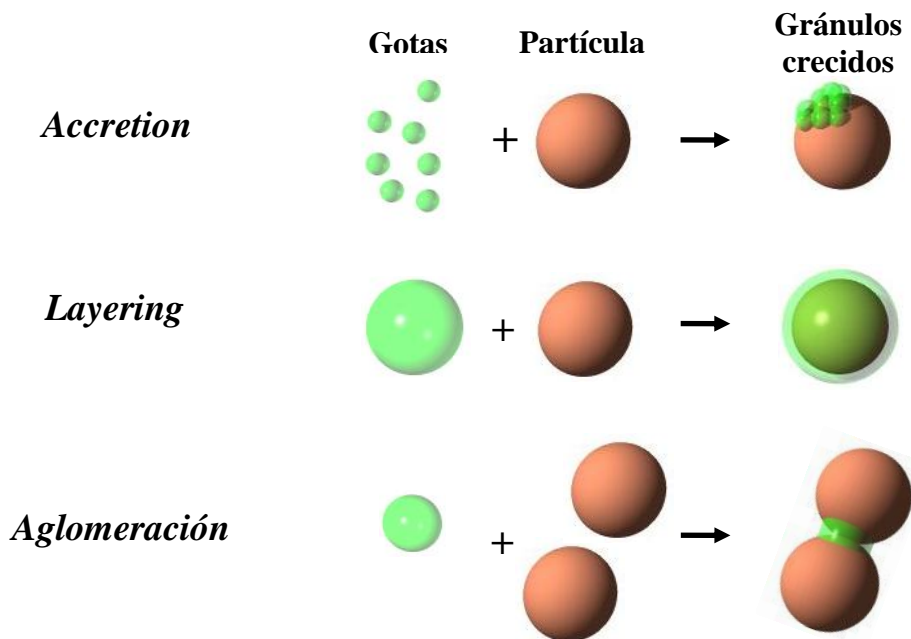


Figura 1.12. Mecanismos de granulación.

1.8 Granulador industrial de lecho fluidizado para producción de urea

Tal como se mencionara, en la granulación de lecho fluidizado el aumento de tamaño de partículas se produce mediante el agregado de ligantes. La fluidización en los lechos fluidizados permite un intenso mezclado de las partículas con el ligante y altas velocidades de transferencia de masa y energía. La producción de urea en granuladores de lecho fluidizado a escala industrial fue satisfactoriamente empleada en Sluiskil en 1979 por NSM Sluiskil (entonces Hydro Agri, más tarde Yara, actualmente Uhde). Este proceso se convirtió en la tecnología de punta, con más de 50 plantas con capacidad de producción en un solo tren que va desde 500 hasta 3600 toneladas/día. Al presente, existen plantas de producción de urea que utilizan granuladores de lecho fluidizado en los cinco continentes (Uhde Fertilizer Technology, 2011).

A pesar del uso generalizado y la aplicación a gran escala de este proceso en la industria de fertilizantes y de los importantes avances en la comprensión de los fundamentos de la granulación durante las últimas dos décadas, todavía se requiere un mejor entendimiento de la operación de granuladores industriales continuos de lecho fluidizado para producir urea. La comprensión completa de los mecanismos que tienen lugar en estos procesos y la representación detallada de la hidrodinámica de los lechos fluidizados mediante modelado y

simulación resultan importantes y esenciales para predecir características de los gránulos como el tamaño y la humedad, a partir del conocimiento de las condiciones operativas y las propiedades físicoquímicas de las semillas y la solución de fertilizante (Abberger, 2001; Boerefijn y Hounslow, 2005). Actualmente, los parámetros operativos de los granuladores de lecho fluidizado que permiten alcanzar operaciones estables y la producción de gránulos con los atributos deseados se obtienen mediante procedimientos de prueba y error, siendo este ajuste dependiente en gran medida de la experiencia del operador (Fung et al., 2006; Hasltensen et al., 2006).

En la Figura 1.13 se presenta un granulador de urea de lecho fluidizado industrial (Bertin et al., 2007). Este tipo de unidad es básicamente un lecho de sólidos fluidizado mediante aire, al que ingresan continuamente semillas (partículas de urea de pequeño tamaño, producto fuera de especificación) y sobre las que se deposita material a partir de una solución de urea líquida concentrada que se atomiza desde el fondo del equipo. La urea en solución, aproximadamente al 96 % en peso (Nijsten et al., 1998; Niks et al., 1997), pasa a la fase sólida por enfriamiento y evaporación de agua. Este fenómeno es responsable del aumento de tamaño de los gránulos. El régimen de operación del lecho (fluidización burbujeante), facilita la circulación repetida de los gránulos por la zona de atomización de la solución de urea como consecuencia del fuerte movimiento que las burbujas imparten a los sólidos. Además, el flujo de aire actúa como una corriente de despojo del agua evaporada. La energía para la evaporación es provista por la propia solución de urea que ingresa a una temperatura relativamente alta ($\cong 130\text{ }^{\circ}\text{C}$) (Nijsten et al., 1998; Niks et al., 1997). El aire se suministra al lecho a través de un plato distribuidor. Para aumentar el tiempo de residencia y obtener distribuciones de tamaño de partículas relativamente estrechas, los equipos industriales poseen varias celdas de crecimiento (donde se atomiza la solución concentrada de urea) seguidas de algunas celdas de enfriamiento (Bertin et al., 2010).

Los granuladores son unidades centrales en las plantas de urea debido a que la performance de estos equipos incide significativamente sobre la calidad del producto final (Bertin et al., 2011). Para describir apropiadamente la unidad de granulación, además de resolver los balances de masa, energía y cantidad de movimiento de la unidad (Litster et al., 2004), se requiere resolver la ecuación del balance de población (*Population Balance Equation*, PBE). El balance de población constituye una ley de conservación adicional, que permite predecir la distribución de tamaño de partículas a la salida de la unidad (Ramkrishna, 2000). Los balances de población incluyen el modelado de los fenómenos físicos por los

cuales las partículas sufren cambios de tamaño dentro de la unidad.

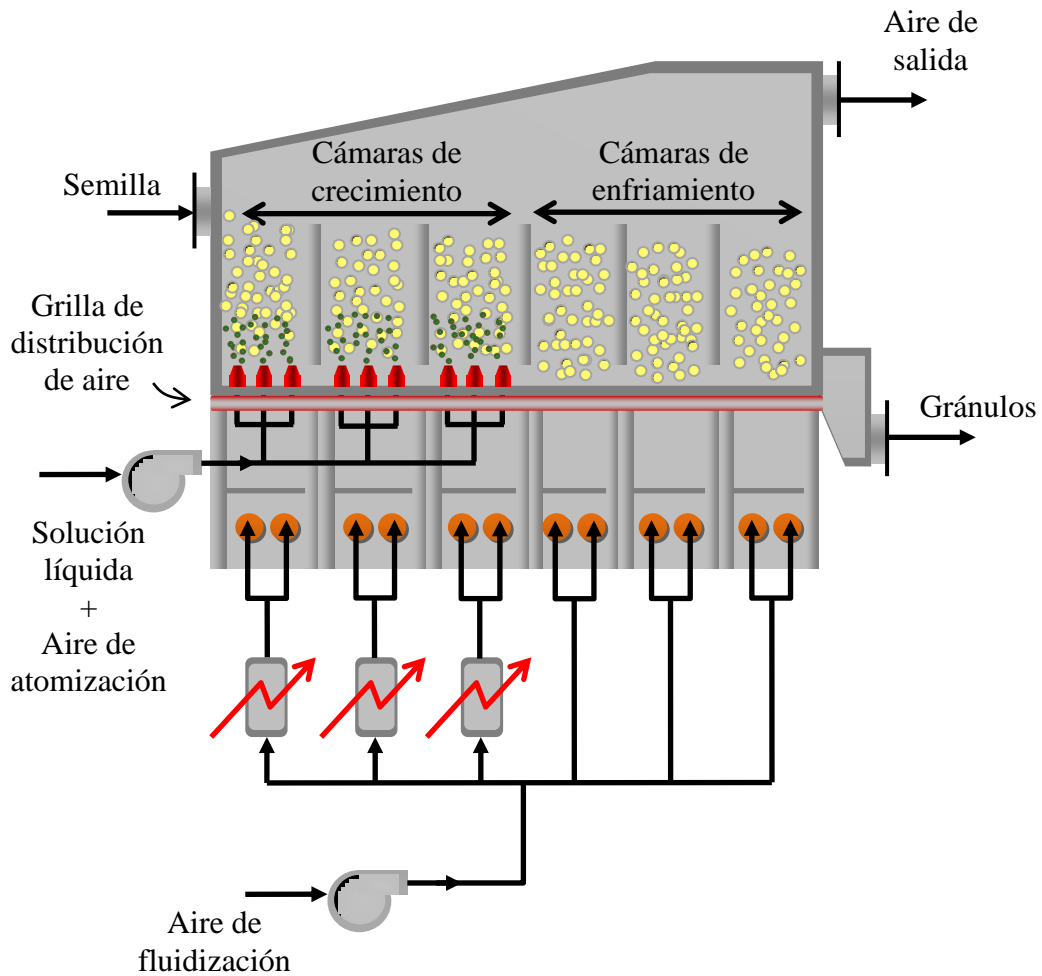


Figura 1.13. Esquema de un granulador industrial de lecho fluidizado para producir urea granulada.

1.9 El granulador industrial como elemento del circuito de granulación

Para obtener gránulos del tamaño deseado, el granulador industrial en sí mismo no es suficiente. Se requieren equipos adicionales para manufacturar productos de granulometría y propiedades finales adecuadas para su comercialización (Bertin et al., 2011). Por esta razón, el granulador se encuentra conectado con otros equipos constituyendo el denominado circuito de granulación. La Figura 1.14 muestra el esquema de un circuito de granulación típico, donde el granulador constituye la unidad central y los equipos periféricos son un enfriador, una zaranda y un molino. Las partículas que salen del granulador se enfrían con el objeto de evitar su aglomeración, la cual es propicia a altas temperaturas. Este enfriamiento se suele realizar en equipos de lecho fluidizado. La corriente de sólidos que abandona el enfriador ingresa a la etapa de clasificación por tamaños en una zaranda de doble paño o malla. La zaranda separa la corriente alimentada en tres corrientes: las partículas que quedan retenidas

en la malla superior constituyen los gruesos, las partículas que pasan a través de la primera malla pero quedan retenidas en la malla inferior conforman el producto en especificación y las partículas que pasan a través de las dos mallas representan la corriente de finos (Cotabarren et al., 2009b). El producto en especificación se envía, mediante cintas transportadoras, al área de almacenamiento a granel para su posterior despacho. Los gruesos se derivan a un molino de rodillos que tritura las partículas, y la salida de este equipo (gruesos molidos) se mezcla con los finos provenientes de la zaranda (Cotabarren et al., 2008). Esta corriente combinada, constituye el reciclo que retorna al granulador como semillas (Cotabarren et al., 2009a). Visto como una caja negra, si se desprecia el polvo generado en las unidades de granulación y enfriamiento, el circuito tiene una única entrada (la corriente de solución líquida de urea) y una única salida (el producto en especificación). Entonces, si el circuito opera en estado estacionario, el caudal de gránulos en especificación resulta igual al caudal de urea alimentada en solución. Por lo tanto, para una capacidad de producción deseada, el caudal de solución de urea queda determinado (Cotabarren et al., 2010).

1.10 Problemas operativos industriales frecuentes.

Los granuladores industriales de lecho fluidizado suelen tener problemas operativos que en muchos casos pueden conducir a paradas de planta no deseadas. Debido a que la urea funde a 133 °C, la línea de inyección del fundido se debe mantener por encima de esta temperatura. Esto se consigue en la práctica industrial mediante el encamisado de las líneas de urea y la circulación de vapor (Tan et al., 2006). Si la temperatura resulta menor a la de fusión, se puede producir el bloqueo de las líneas de alimentación de urea o bien de las boquillas de inyección (Maronga, 1998). Debido a que cualquier obstrucción parcial de las boquillas puede causar una mala distribución de la urea atomizada con la posible aparición de aglomerados de gran tamaño por encima de los inyectores, las cámaras de granulación no pueden operar a temperaturas demasiado bajas (aproximadamente menores a 100 °C). Las temperaturas de las cámaras de granulación tampoco deben ser demasiado altas (no deben ser superiores a 110/115 °C), porque pueden afectar las propiedades morfológicas de las partículas. En efecto, temperaturas próximas a la de fusión pueden ocasionar la deformación del material. En consecuencia, el granulador para producción de urea sólo puede operar en un rango estrecho de temperaturas.

La defluidización (o apagado del granulador, *quenching*) es causada por la formación de

grandes aglomerados dentro del lecho (Litster et al., 2004). Si estos aglomerados son demasiado grandes como para ser fluidizados, se depositan en el fondo del granulador impidiendo el pasaje de gas, lo cual afecta las condiciones de mezclado y puede causar canalización del aire además de un aumento en la caída de presión. Como consecuencia, se intensifica la tendencia a formar aglomerados y el ciclo continúa hasta que resulta inevitable la parada de planta. La defluidización se puede clasificar en dos clases: húmeda y seca. La defluidización húmeda ocurre cuando la velocidad de alimentación del ligante es demasiado alta respecto a la velocidad de evaporación del solvente presente en las gotas líquidas, lo cual produce la formación de grandes aglomerados mojados. Esto puede conducir a la obstrucción de las boquillas. La defluidización seca es la formación de grandes aglomerados estables, que se produce cuando la velocidad de aglomeración de las partículas es dominante por sobre otros mecanismos. En el caso de la granulación de urea, como las gotas atomizadas son pequeñas y la concentración de agua es muy baja, se espera que la evaporación de agua de las gotas sea rápida, por lo cual la defluidización húmeda no sería factible. La defluidización seca, en cambio, es un problema típico de los granuladores industriales de urea.

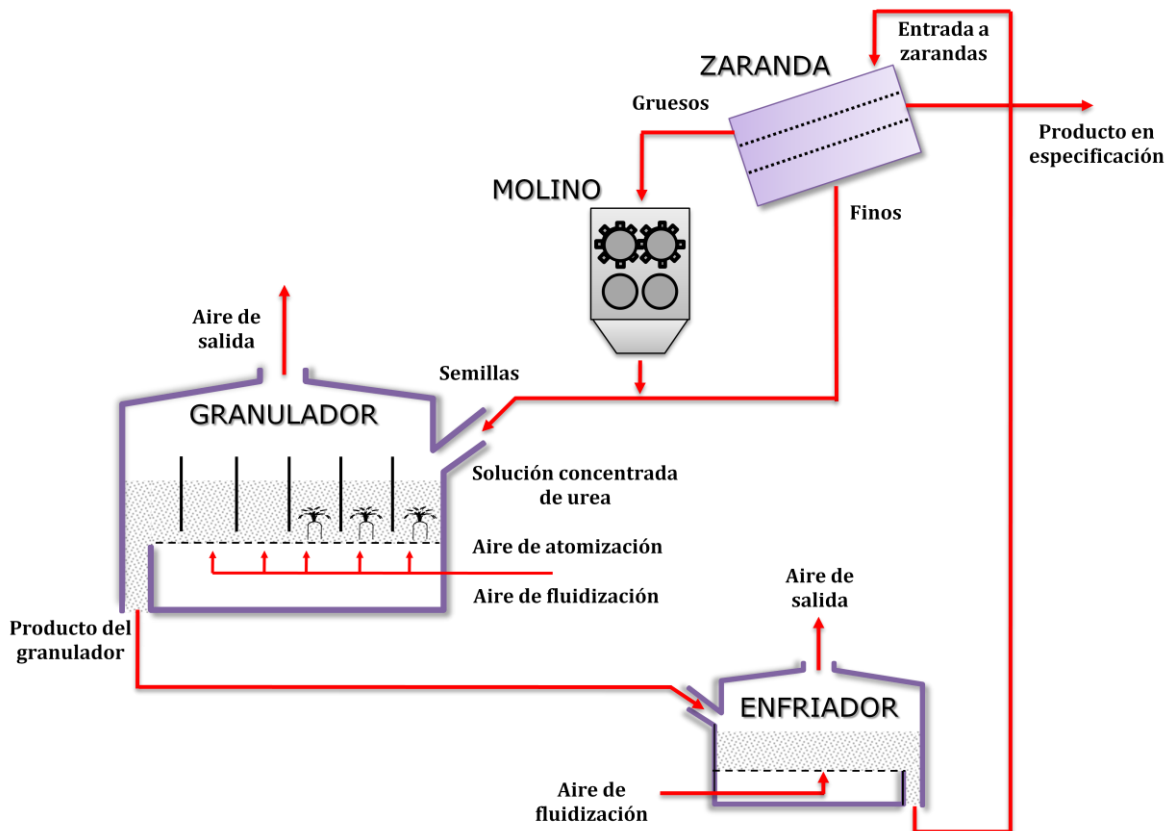


Figura 1.14. Esquema de un circuito de granulación típico.

En la práctica industrial, el aire necesario para la fluidización de los lechos ingresa a través de un único ventilador, distribuyéndose luego hacia las distintas cámaras. Esta distribución es función de la caída de presión presente en cada cámara. La distribución del caudal total de aire a través de las cámaras suele regularse en forma manual mediante válvulas de persiana. Sin embargo, los cambios en la caída de presión de cada lecho producidos por variaciones en el nivel de las cámaras ocasionan fluctuaciones en la administración de aire hacia las cámaras. Estos cambios en el caudal de aire de fluidización provocan a su vez variaciones en la temperatura de las cámaras.

1.11 Motivación

El manejo de polvos en la industria reviste problemas operativos de importancia. En general, los equipos para granulación disponibles en la industria se diseñaron luego de largos procesos de prueba y error, siendo el escalado uno de los desafíos de mayor importancia. Actualmente se reconoce la necesidad de generar conocimientos básicos en los procesos de granulación que permitan predecir el comportamiento de los granuladores en función de resultados científicos evitando el habitual manejo artesanal de este tipo de unidades, práctica común en el mundo entero.

El entendimiento minucioso y la representación detallada de la hidrodinámica y los mecanismos que prevalecen en los procesos de granulación son indispensables para asegurar la calidad del gránulo (Heinrich and Mörl, 1999). En efecto, la correcta manipulación de los parámetros del sistema permite producir gránulos con propiedades controladas (Litster et al., 2004).

La presencia en nuestra región de la industria Profertil S.A., que produce alrededor de un millón de toneladas de urea granulada por año en un granulador industrial, brinda la oportunidad de interactuar con la empresa y obtener información suficiente como para construir modelos matemáticos que representen el proceso de granulación con la mayor fidelidad posible.

Existen numerosos trabajos vinculados a la granulación con aglutinantes líquidos en lechos fluidizados (entre otros, Heinrich y Mörl, 1999; Heinrich et al., 2003 y 2005). Sin embargo, son muy escasas las publicaciones respecto a la granulación de fertilizantes en

general, o de urea en particular. No obstante, existe un gran número de patentes que acercan al lector los principios fundamentales de operación del equipo, rangos de variables operativas recomendadas, y aditivos sugeridos para evitar la formación de agregados de gran tamaño (Kayaert y Antonus, 1994; Kayaert y Antonus, 1997; Niks et al., 1980; Niks et al., 1997, Nijsten y Starmans, 1998). Si bien esta información es muy valiosa, no se explora la relación entre la variación de las condiciones de operación y la calidad del producto final.

La dinámica de los granuladores industriales no es fácil de predecir, dificultando la operación de las plantas de granulación en estado estacionario o por tiempos relativamente largos sin paradas de planta. Entonces, es importante entender el comportamiento del granulador para poder desarrollar herramientas racionales que permitan maximizar capacidad de producción y calidad del producto evitando paradas de planta inesperadas.

En este contexto se encuadra la presente tesis, cuyos objetivos se presentan en la siguiente sección.

1.12 Objetivos

La presente tesis tiene por objetivo general desarrollar capacidades en el modelado de granuladores de lecho fluidizado. En particular, el estudio se centra en una aplicación concreta: el modelado y la simulación de un granulador de lecho fluidizado para la producción de urea.

La necesidad de explorar el comportamiento del granulador industrial y su relación con las condiciones de operación requiere la formulación de un modelo matemático que afronte aspectos fundamentales del proceso, lo cual implica el cumplimiento de los siguientes objetivos específicos.

- Plantear los balances de masa, energía y cantidad de movimiento para la unidad de granulación.
- Formular el balance de población que permita representar la evolución de la distribución del tamaño de partículas a la salida de la unidad.
- Acoplar todas las ecuaciones constitutivas del proceso para predecir caudales, temperaturas, caídas de presión y distribuciones de tamaños del producto granular que abandona la unidad de granulación.
- Validar el modelo propuesto a partir de datos experimentales provenientes una unidad

industrial de gran escala.

- Evaluar la sensibilidad paramétrica del equipo frente a cambios en diferentes variables del proceso, de manera de explorar las ventanas operativas más convenientes.

Capítulo 2

Operación del granulador en estado estacionario

2.1 Introducción

2.1.1 Modelos para representar sistemas particulados

En general, los sistemas particulados se pueden representar mediante diferentes enfoques: a) los modelos de elementos discretos que contemplan el movimiento de cada partícula a partir de las interacciones partícula-partícula y partícula-fluido, y b) los modelos continuos que consideran al fluido y a las partículas como fases continuas e interpenetrantes (Chiesa et al., 2005; Deen et al., 2007). La Figura 2.1 resume las características de ambos enfoques con relación al modelado de granuladores de lecho fluidizado.

Los modelos continuos describen a cada fase (partículas y fluido) como un medio continuo a través de ecuaciones de conservación, y al acople entre dichas fases por medio de términos de interacción. Estos modelos se construyen bajo un enfoque euleriano (i.e., las variables se especifican en posiciones espaciales fijas y el tiempo), mientras que los modelos de elementos discretos se basan en una descripción lagrangiana (i.e., definen un volumen de control que se mueve con la partícula, determinando la evolución temporal de las variables asociadas mediante la ley de Newton). En el enfoque lagrangiano la posición espacial constituye otra variable de la partícula, a diferencia de la perspectiva euleriana que establece a la posición espacial como una referencia fija (Deen et al., 2007).

Al no reconocer el carácter discreto de las partículas, los modelos continuos permiten una reducción considerable del número de ecuaciones por suposición de un determinado comportamiento reológico para la fase sólida (Hoomans et al., 1996). Los modelos de partículas discretas se usaron satisfactoriamente en el análisis de flujos granulares (McCarthy et al., 2000), y durante los últimos años para el estudio de procesos de granulación (Cameron et al., 2005). Mishra y colaboradores (2002) aplicaron el enfoque de partículas discretas al proceso de aglomeración mojada en un tambor rotatorio, incorporando modelos de contacto

rigurosos para representar las interacciones entre partículas en presencia de adhesión. En cuanto a modelos de elementos discretos para mezcladores de alto corte, se pueden citar los trabajos de Gantt y colaboradores (Gantt y Gatzke, 2005; Gantt y Gatzke, 2006; Gantt et al., 2006). Asimismo, Link y colaboradores (2007) caracterizaron el crecimiento de las partículas en un lecho fluidizado de chorro por medio de un modelo discreto, relacionando el aumento de tamaño de las partículas con la posición de las mismas dentro del sistema.

Goldschmidt y colaboradores (2003) utilizaron un modelo de partículas discretas para simular el proceso de granulación discontinua en lecho fluidizado. Considerando la hidrodinámica del lecho para el modelado de la fase fluida, estudiaron el crecimiento por recubrimiento y aglomeración en función de la cantidad de ligante, el tamaño de las gotas y la velocidad de fluidización, estimando la distribución de tamaño y composición de los gránulos.

La principal desventaja que poseen los modelos de partículas discretas es el alto costo computacional, el cual limita el número de partículas individuales que se pueden considerar en la simulación. Esta limitación restringe la aplicación de este tipo de modelos a lechos fluidizados de escala industrial (Hoomans et al., 1996), siendo los modelos continuos la elección más apropiada para la representación de la hidrodinámica de los sistemas particulados a escala ingenieril. La dificultad de los modelos de fases continuas en aplicaciones de granulación radica en que los mecanismos de colisión partícula-partícula, de coalescencia gota-partícula y de crecimiento se deben interpretar en un contexto de continuidad, de manera de contemplarlos en las ecuaciones constitutivas (Goldschmidt et al., 2003). Naturalmente, para ambos enfoques, las ecuaciones involucradas deben respetar los principios de conservación de masa, energía y momento (Kuipers et al., 1992).

Dentro de los modelos continuos, el planteo más simple considera al sistema compuesto por dos fases continuas (las partículas y el fluido) que interactúan intercambiando masa, energía y momento, y desprecia la dependencia espacial de las propiedades de la fase sólida (e.g., mezclado perfecto). Para representar flujos complejos, el volumen de control se puede sencillamente dividir en distintas zonas perfectamente mezcladas. Por otro lado, y respecto a la dependencia de las variables con las coordenadas espaciales, existe una gran variedad de posibilidades que abarca desde descripciones relativamente simples donde el patrón de flujo se caracteriza mediante reglas heurísticas hasta representaciones basadas en leyes de conservación que surgen como una generalización de las ecuaciones de Navier-Stokes. Varios

autores discuten la utilidad de los modelos discretos para extraer reglas heurísticas a implementar en modelos continuos con el propósito de representar sistemas complejos, capturando correctamente el comportamiento macroscópico de las partículas.

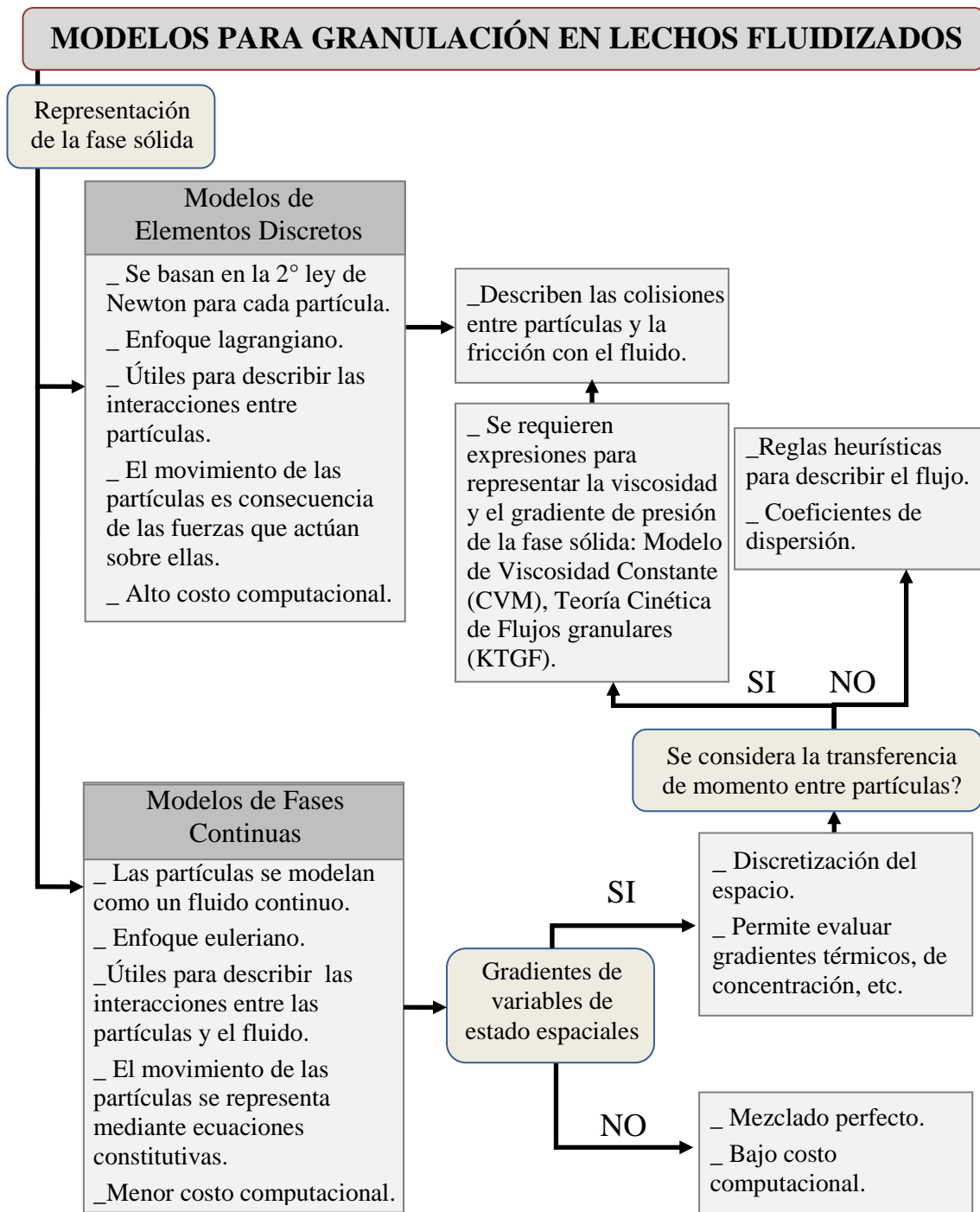


Figura 2.1. Enfoques para el modelado de granuladores de lecho fluidizado.

Teniendo en cuenta que los lechos fluidizados de gran escala están constituidos por miles de partículas que interactúan con el fluido que a su vez se encuentra en movimiento, para

describir el granulador motivo de la presente Tesis se desarrollan modelos matemáticos según el enfoque de fases continuas. En este contexto, la próxima sección pone especial énfasis en los modelos matemáticos de fases continuas reportados en la literatura abierta para representar granuladores de lecho fluidizado.

2.1.2 Antecedentes en la descripción y modelado de granuladores de lecho fluidizado

En esta sección se presta especial atención a los modelos matemáticos que representan a los granuladores mediante fases continuas y se hace mención a algunas patentes relacionadas con granuladores de lecho fluidizado.

Heinrich y Mörl (1999) desarrollaron un modelo para representar un granulador de lecho fluidizado operando en modo discontinuo o continuo en estado estacionario con atomización por tope, planteando balances de masa y energía para las fases sólida, líquida y gaseosa. El estudio se centró en el análisis de perfiles de humedad y temperaturas en el lecho y no en el crecimiento de las partículas (el ligante utilizado para producir el crecimiento de las partículas consiste en una solución acuosa diluida). Los autores definieron un grado de mojado (como el porcentaje de área mojada respecto al área superficial total de partículas) para contabilizar el mojado parcial de las partículas. Entre otras simplificaciones, consideraron para: a) *fase aire*: flujo pistón y acumulación de masa y energía térmica despreciables y b) *fases sólida y líquida*: la existencia de dispersión axial y radial como componentes de mezclado. Mediante simulación estudiaron los perfiles de humedad en el aire y de temperaturas para el aire, sólido y líquido en función de las coordenadas espaciales y el tiempo. Encontraron que la temperatura del aire es prácticamente uniforme dentro del lecho como consecuencia de la alta transferencia de calor, existiendo un gradiente térmico solamente en la región próxima al distribuidor. Los resultados indicaron que la superficie de contacto líquido-aire (relevante para la transferencia de masa) no depende del espesor de la capa líquida formada sobre las partículas (asumido constante) pero sí de su temperatura, debido a que ésta afecta la humedad de saturación y, por lo tanto, la fuerza impulsora para la evaporación. La temperatura de las partículas es casi constante en las coordenadas radial y axial (vertical), demostrando un alto grado de mezclado. Por su parte, la temperatura del líquido es prácticamente igual en todo radio y altura del granulador exceptuando la zona de inyección (aproximadamente el 20% de la altura total del lecho). Por otro lado, los autores analizaron (mediante estudios

paramétricos) la concentración de gotas de ligante en función de la coordenada axial, encontrando mayores alturas de penetración de gotas en el lecho fluidizado para partículas grandes y altas porosidades de lecho. Asimismo, compararon la temperatura del aire de salida predicha con datos de experimentos simplificados (llevados a cabo con esferas de vidrio impregnadas con gotas de agua atomizada), concluyendo que el modelo es satisfactorio para representar los respectivos resultados experimentales. Las ecuaciones reportadas se corresponden con un régimen de fluidización homogénea y, por ende, no son aplicables cuando la transferencia de masa (evaporación) no resulta completa y/o si el lecho fluidizado es de tipo burbujeante. El modelo tampoco se adapta al uso de ligantes constituidos por soluciones muy concentradas o fundidos, ya que en estos casos las entalpías de cristalización o disolución pueden tener un rol de importancia en el balance de energía.

En trabajos posteriores, Heinrich y colaboradores (2002) resolvieron el balance de población en estado no estacionario para un granulador continuo de lecho fluidizado con separación interna (descarga clasificada: las partículas abandonan el granulador en función de su diámetro y el caudal de salida) y externa (circuito de granulación: constituido por el granulador, una zaranda que clasifica los sólidos en gruesos, producto y finos y un molino que muele los gruesos, ver Figura 1.14). En cuanto a las hipótesis de modelado, consideraron: masa de lecho constante (*holdup*), un ligante constituido por una solución acuosa muy diluida, una población de partículas con distribución de tamaños y densidades, crecimiento por recubrimiento puro, y posibilidad de atrición mediante una velocidad neta de crecimiento. Asimismo, Heinrich y colaboradores (2005) acoplaron el balance de población a los balances de masa y energía del granulador continuo de lecho fluidizado, asumiendo flujo pistón para el aire, mezclado axial y radial para los sólidos y régimen de fluidización homogénea. Observaron un aumento casi lineal de la humedad del aire en la dirección vertical como consecuencia de la evaporación. Respecto al perfil axial de temperatura del aire, encontraron que el mismo presenta una disminución abrupta por encima del distribuidor alcanzando su valor de salida en menos del 10% de la altura total del lecho. Por el contrario, la temperatura de las partículas exhibió un descenso más gradual a lo largo de la coordenada vertical debido al mayor calor específico del sólido. Los autores concluyeron que por encima del distribuidor existe una zona activa donde la transferencia de calor y masa y la eficiencia de mojado son importantes.

Nagaiah y colaboradores (2008) reportaron un modelo tridimensional (tiempo, radio y altura del lecho) para simular el proceso de recubrimiento en un granulador continuo de lecho

fluidizado. Calcularon la concentración de gotas en la zona de atomización, la cual determina la temperatura del líquido y eficiencia de mojado. Este trabajo es similar al publicado por Heinrich y Mörl (1999) respecto a las ecuaciones constitutivas empleadas para el modelado, sin embargo utiliza métodos numéricos más sofisticados para la resolución matemática que permiten modelar granuladores de diferente geometría. Los autores validaron exitosamente el modelo planteado con datos experimentales dinámicos obtenidos atomizando una solución diluida sobre esferas de vidrio. Los resultados también indicaron un buen mezclado del lecho fluidizado, y aunque reconocen la influencia de las boquillas en los perfiles axiales, Nagaiah y colaboradores (2008) consideran que el lecho puede asumirse isotérmico.

Los estudios arriba descriptos corresponden al modelado de granuladores de un sólo lecho. No obstante, los equipos industriales continuos suelen tener varias cámaras de crecimiento con el objetivo de: incrementar el tiempo de residencia de las partículas respecto al de una única cámara con el mismo volumen total (Teunou y Poncelet, 2002) y reducir la dispersión de la distribución de tamaño de partículas a la salida de la unidad (Saleh y Guigon, 2007). En estos granuladores las partículas fluyen a través de los lechos fluidizados que se encuentran separados por tabiques, disposición que afecta la dispersión longitudinal del flujo. Los tabiques se colocan dejando un espacio libre sobre la grilla de distribución de aire para facilitar el flujo de partículas hacia la salida del granulador. Mörl y colaboradores (2007) describieron un granulador industrial con varias cámaras de crecimiento. Analizaron distintas configuraciones relacionadas al control de la caída de presión y/o altura de los lechos y mencionaron las ventajas y desventajas de los mismos desde el punto de vista operativo. Sin embargo, no desarrollaron modelos matemáticos para representar al granulador multicámaras.

Los granuladores multicámaras también se describen en diferentes patentes. Derrah y colaboradores (1995) propusieron un equipo continuo, constituido por varios lechos fluidizados en serie, para recubrir partículas de fertilizante con una capa de un polímero (inyectado como una solución acuosa de látex). Los autores indicaron que aumentando el número de cámaras se disminuye la probabilidad de que las partículas sean recubiertas de manera excesiva o de modo insuficiente. La velocidad a la cual las partículas pasan de una cámara a otra se puede regular con la descarga del granulador. El desplazamiento axial de partículas es afectado también por el tipo de placa de distribución de aire que se seleccione. Existen grillas perforadas especiales que tienen agujeros semielípticos con reborde (tipo rayador de queso, ver ilustración en Figura 2.2), los cuales permiten el ingreso del aire de fluidización en la dirección requerida de flujo de partículas colaborando así en su movimiento

(Jacob, 2007).

Liborius (1997) describió similarmente un granulador multicámaras, prestando especial atención al pasaje de partículas de una cámara a otra. En ese equipo en particular, el flujo de partículas se produce por gravedad requiriendo por lo tanto una diferencia de nivel entre las diferentes cámaras. Shirley y colaboradores (1993) también describieron al granulador multicámaras, mencionando la necesidad de mantener la temperatura de las cámaras por debajo de un determinado valor, para evitar cambios de fase en las partículas, y resaltando la importancia de utilizar una serie de cámaras para obtener una distribución de tamaños más uniforme.

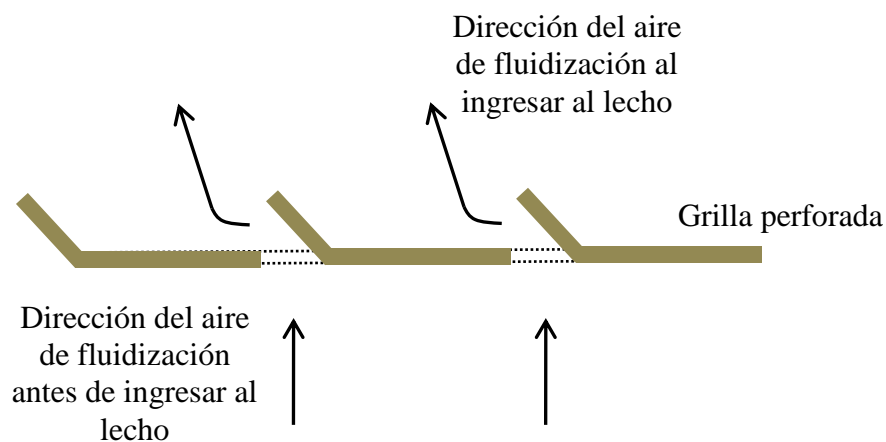


Figura 2.2. Vista lateral de una grilla de distribución de aire de fluidización para promover el movimiento axial de sólidos.

Kayaert y Antonus presentaron en sus patentes (Kayaert y Antonus, 1994; Kayaert y Antonus, 1997) un granulador continuo de lecho fluidizado, dividido en varias cámaras, para producción de urea. La tecnología propuesta consiste en producir urea granulada atomizando, en forma de gotas muy finas, urea fundida o en solución conteniendo un aditivo (e.g., formaldehído) sobre partículas de urea fluidizadas.

Con respecto al producto urea, Mutsers (2009) sugirió que la concentración de agua en la solución de urea no debe ser demasiado alta porque afecta el crecimiento de los gránulos. La presencia de agua en la solución de urea permite alimentar la urea al granulador con un bajo consumo de energía. Además, la evaporación del agua de la solución contribuye al enfriamiento de los lechos fluidizados requiriendo caudales de aire de fluidización no demasiado altos, lo cual implica una ventaja no sólo por el menor costo operativo sino también por un menor arrastre de finos (elutriación). No obstante, el caudal de aire de

fluidización debe ser lo suficientemente alto para lograr fluidización completa del lecho.

Aún cuando hay algunos trabajos en la literatura abierta relacionados con granuladores multicámaras, el modelado de los mismos es escaso. Además, no existen publicaciones (exceptuando las de nuestro grupo de investigación) donde se represente matemáticamente y simule granuladores de urea industriales multicámaras que utilicen como ligantes soluciones de urea altamente concentradas.

En función de los antecedentes hasta aquí mencionados, en este Capítulo se presenta el modelo de estado estacionario para un granulador industrial constituido por una serie de lechos fluidizados operando en régimen burbujeante. Se considera a las partículas como una única fase continua pero distribuyendo al gas entre las fases emulsión y burbuja del lecho fluidizado. Se formulan balances de masa para cada una de las tres fases (gas, líquida y sólida) y balances de energía para la fase sólida y el gas (emulsión y burbujas en conjunto). El objetivo general del Capítulo es explorar el comportamiento de estado estacionario del granulador. Mediante simulación, se estiman los caudales de salida del aire de fluidización y los gránulos de urea, las temperaturas de las cámaras y los perfiles de humedad del aire en la dirección vertical de cada lecho fluidizado. Finalmente, el modelo planteado se valida con datos industriales obtenidos a diferentes capacidades de un granulador industrial.

Los resultados presentados en este Capítulo se publicaron parcialmente en el artículo: *Modeling and simulation of an industrial fluidized bed granulator for urea production*, Diego Bertin, Germán Mazza, Juliana Piña, Verónica Bucalá, *Ind. Eng. Chem. Res.*, 46(23), 7667-7676, 2007, (Bertin et al., 2007).

2.2 Descripción del granulador industrial multicámaras

El granulador industrial estudiado en esta Tesis está conformado por seis cámaras de sección rectangular dispuestas en serie: tres de crecimiento y tres de enfriamiento. El área transversal es diferente para cada cámara. Todas las cámaras son lechos fluidizados. Semillas (partículas de urea de pequeño tamaño, material fuera de especificación) provenientes del reciclo del circuito de granulación ingresan continuamente a la primera cámara de crecimiento y se trasladan a través de las cámaras hasta ser descargadas (ver Figura 2.3). El aumento de tamaño de las partículas se produce en las cámaras de crecimiento. Las cámaras de enfriamiento tienen por función disminuir la temperatura alcanzada por las partículas en las cámaras de crecimiento y colaborar, mediante elutriación, con la remoción de material

particulado muy fino. Los gránulos crecen por deposición de sucesivas gotas de pequeño tamaño (*accretion*) sobre las partículas sólidas del lecho.

Las gotas constituyen el ligante del proceso de granulación, y corresponden a una solución de urea líquida muy concentrada (aproximadamente un 96% en peso) que se atomiza desde el fondo del equipo a una temperatura cercana a 132 °C (Kayaert y Antonus et al., 1997; Nijsten et al., 1998; Niks et al., 1997). La urea en solución, pasa a la fase sólida por enfriamiento y evaporación de agua. Debido a la alta concentración de urea, el ligante se comporta prácticamente como un fundido.

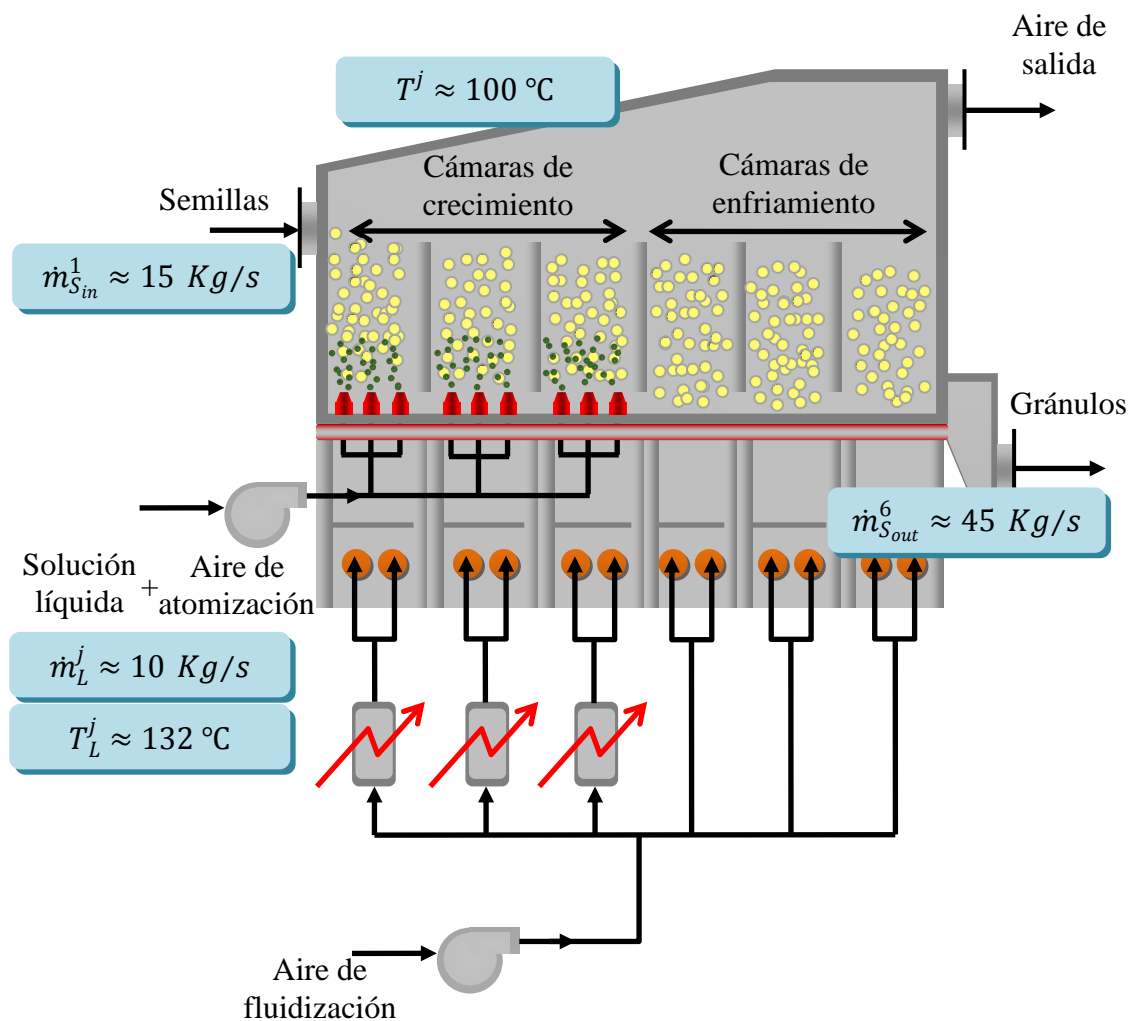


Figura 2.3. Esquema del granulador industrial y valores representativos de algunas variables.

El líquido se atomiza por medio de boquillas que utilizan aire presurizado para tal fin. Las boquillas se ubican en la parte inferior de cada cámara de crecimiento. La Figura 2.4 presenta una boquilla de mezclado externo; la solución de urea fluye por el tubo interno mientras el aire de atomización lo hace por el tubo externo (Hede et al., 2008). Al llegar a la superficie de

la boquilla, el aire corta el flujo de solución produciendo la atomización de gotas. El líquido no necesita ser alimentado a alta presión cuando se atomiza con este tipo de boquilla; el aire de atomización ingresa a presiones recomendadas entre 0,5 y 3 bar manométricas (Hede et al., 2008). Para el caso de inyección de urea concentrada, el aire de atomización debe ingresar a temperaturas mayores a la de la solución (e.g., 135°C) para evitar la solidificación de urea y consecuentemente el bloqueo de la boquilla. Debido al tamaño relativamente pequeño de los orificios de las boquillas y al esfuerzo de corte generado por el aire de atomización, el líquido ingresa a las cámaras en forma de gotas muy pequeñas (Hede et al., 2008). Patentes sobre granulación de urea en lechos fluidizados (Kayaert y Antonus, 1997; Niks et al., 1980) recomiendan el uso de gotas entre 20 y 120 μm de diámetro. Heinrich y Mörl (1999) utilizan un valor de 30 μm en sus simulaciones (la aplicación no es urea). El pequeño diámetro de las gotas con respecto a las semillas de urea (aproximadamente 2 mm, i.e., 2000 μm) claramente favorece el mecanismo de crecimiento por deposición de sucesivas gotas (*accretion*).

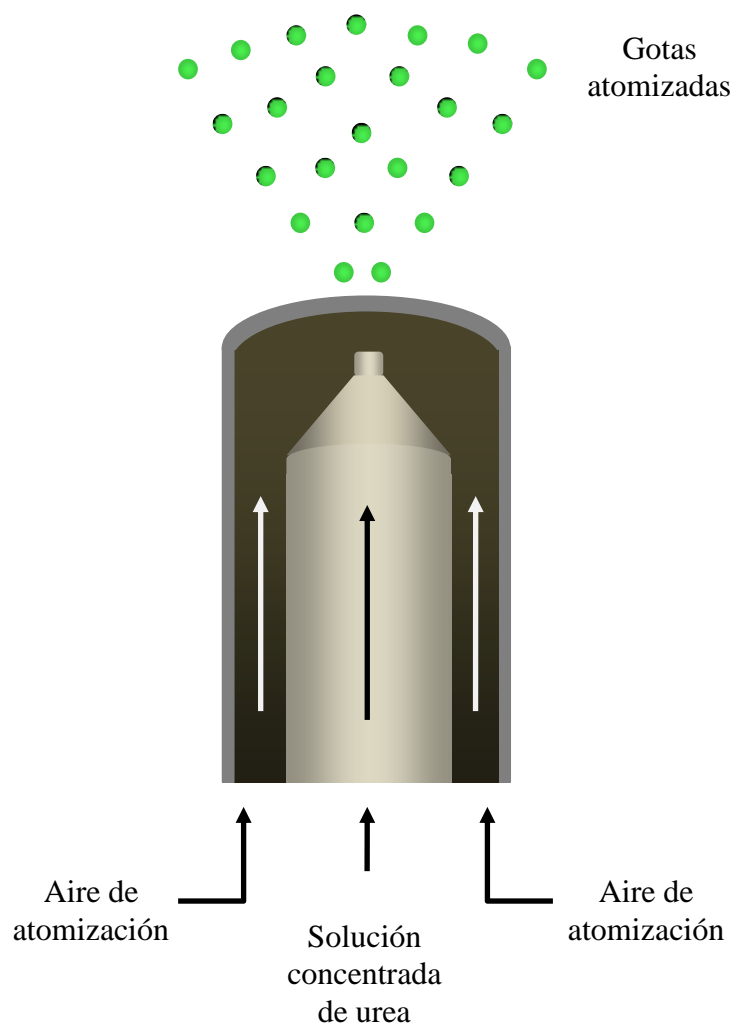


Figura 2.4. Esquema de una boquilla de mezclado externo.

Como se señala en la Sección 1.9, la corriente de semillas que ingresa al granulador es una corriente de reciclado formada por material fuera de especificación (ver Figura 1.14). El cociente entre el caudal de semillas y el producto en especificación que abandona el circuito de granulación es conocido como *relación de reciclado*. Valores típicos de la relación de reciclado se encuentran en el orden de 0,5 (Kayaert, 1980). Despreciando la generación de polvo en las unidades de granulación y de enfriamiento, el caudal de solución de urea es igual al caudal de producto en especificación que abandona el circuito en condiciones de operación estable. Por lo tanto, se puede asumir que la relación entre el caudal de semillas y el caudal de urea líquida varía entre 0,5 y 1.

Considerando una producción típica de un millón de toneladas por año en un proceso de granulación industrial, el caudal de gránulos en especificación que abandona el circuito, y por ende el caudal de solución de urea, se encuentra en el orden de 30 kg/s. Además, si se asume una distribución uniforme del caudal de urea líquida entre las cámaras de crecimiento, se inyectarían aproximadamente 10 kg/s de la solución concentrada de urea en cada cámara. Luego, si se considera una relación de reciclado de 0,5 (Kayaert, 1980) y un caudal total de urea líquida de 30 kg/s, el caudal de semillas que debería ingresar al granulador sería del orden de 15 kg/s.

Debido a que la solución de urea solidifica aumentando el tamaño de los gránulos, el caudal de sólidos que abandona cada cámara de crecimiento es mayor que el caudal de entrada. El transporte de las partículas a través del granulador se produce por diferencia de presión entre las cámaras (Grieco y Marmo, 2006; Massimilla et al., 1961). En la última cámara, el producto descarga por gravedad. El área de descarga se puede manipular mediante el movimiento de clapetas que facilitan el control de las alturas de los lechos (Mörl et al., 2007).

En las cámaras de enfriamiento, se espera que el caudal permanezca constante (al menos en ausencia de mecanismos no deseados como deposición de polvo en las paredes del granulador o elutriación). El caudal másico de sólidos que abandona la tercera cámara de crecimiento, que se asume igual al de salida del equipo, sería del orden de 45 kg/s (valor que se obtiene al sumar los caudales de semillas y urea líquida total inyectada). Para un proceso de recubrimiento puro, se espera que el diámetro medio de la corriente de partículas que recorre el granulador también aumente en las cámaras de crecimiento y permanezca constante en las cámaras de enfriamiento.

Los lechos fluidizados tienen una altura de aproximadamente un metro y están soportados sobre platos perforados a través de los cuales se introduce y distribuye el aire de fluidización (Kayaert, 1980). Los lechos suelen operar en régimen burbujeante, lo cual promueve una alta recirculación de los sólidos facilitando su pasaje por la zona de atomización de la solución de urea (ver Figura 2.5). El ascenso de las burbujas a través del lecho induce el movimiento de los sólidos, arrastrándolos hacia la parte superior del mismo. Este movimiento ascendente de los sólidos se compensa con el movimiento descendente de los mismos a través de la zona del lecho fluidizado libre de burbujas.

La corriente de gas que circula por los lechos, que incluye al aire de fluidización y de atomización, abandona el granulador por la parte superior. La velocidad superficial del aire es consecuencia del caudal alimentado y el área transversal de cada cámara. El caudal de aire de fluidización ingresa al sistema como una única corriente suministrada por un ventilador, para luego ser distribuido a las seis cámaras. Esta distribución de aire se manipula utilizando válvulas de persiana. La velocidad del aire de fluidización en cada cámara es una variable clave para controlar el proceso de crecimiento de las partículas. Por ejemplo, debe ser mayor a la velocidad mínima de fluidización para garantizar la existencia de un lecho fluidizado, aunque además debe ser lo suficientemente alta como para impedir el mecanismo de aglomeración de partículas. El aumento en el caudal aire de fluidización incrementa las fuerzas disruptivas en el lecho, evitando el contacto y la consolidación de puentes sólidos entre partículas que conducen a la coalescencia de los gránulos. Estudios experimentales llevados a cabo en un granulador de urea escala piloto con semillas de diámetro medio 2,6 mm, indicaron que valores de la velocidad superficial entre 3,5 y 5 m/s permiten evitar la formación de aglomerados y reducir el polvo del proceso (Veliz et al., 2010). Morl et al. (2007) recomiendan, sin especificar el tamaño de partículas a fluidizar, el uso de una velocidad superficial igual a 4,4 m/s. Para las cámaras de crecimiento, el aire de fluidización se puede precalentar previamente mediante intercambiadores de calor, como se esquematiza en la Figura 2.3. La temperatura mínima de entrada del aire de fluidización, sino existen equipos de refrigeración, es la temperatura ambiente.

La temperatura de las cámaras de crecimiento es un poco mayor a 100°C (Kayaert y Antonus, 1994; Kayaert y Antonus, 1997). Esta temperatura se puede controlar seleccionando adecuadamente el caudal y la temperatura del aire de fluidización y el caudal y la concentración de urea a ser atomizada. Las temperaturas de los lechos deben ser mayores a 100°C para favorecer la evaporación de agua y siempre menores a la temperatura de fusión de

la urea (133°C) para impedir la deformación de los gránulos. Valores típicos de las cámaras de crecimiento se encuentran entre 100 y 120°C (Cotabarren et al., 2010). Las temperaturas de las cámaras de enfriamiento son menores a 100°C .

La solidificación de la urea viene acompañada por la liberación de una gran cantidad de calor. Como se discute en la Sección 2.6, este calor es removido parcialmente por la evaporación del agua presente en la solución de urea, evitando la necesidad de utilizar grandes caudales o temperaturas muy bajas del aire de fluidización.

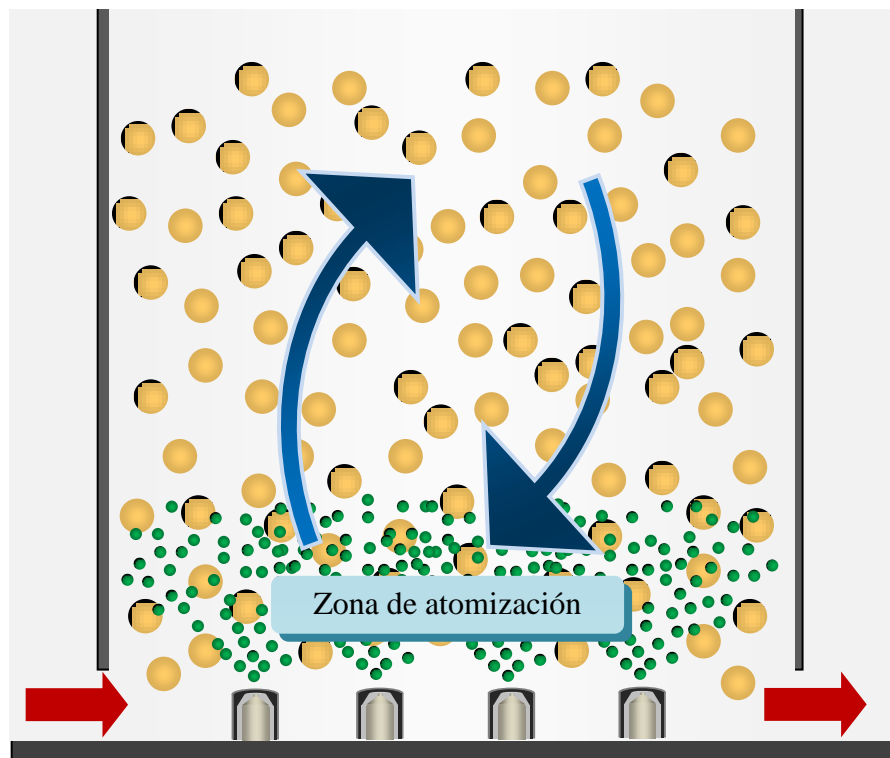


Figura 2.5. Zona de atomización de una cámara de crecimiento.

La Tabla 2.1 resume valores típicos de las variables operativas de un granulador industrial. Dichos valores son orientativos; en las simulaciones de esta Tesis se utilizan datos geométricos y operativos de una planta industrial que no se pueden revelar por estar protegidos por acuerdos de confidencialidad.

2.3 Mojado de los gránulos de urea

Como se menciona en el Capítulo 1, el mecanismo deseado de crecimiento para las partículas de urea es el recubrimiento por deposición de sucesivas gotas (*accretion*),

caracterizado por la solidificación de gotas muy pequeñas sobre la superficie de cada partícula. El área mojada por las gotas de ligante (ver Figura 2.6) posee un rol fundamental en varios procesos, entre otros, en el de transferencia de masa del solvente del ligante desde la superficie de la partícula hacia el aire que la rodea. Por esta razón, en esta sección se discuten aspectos fundamentales del mojado de las partículas. En particular el objetivo es estimar el número de gotas depositadas y la cantidad de capas de gotas que constituyen los gránulos que abandonan la unidad.

Tabla 2.1. Variables operativas típicas

Solución de urea	Concentración de urea	96% en peso
	Temperatura de entrada	132 °C
	Caudal de entrada por celda	10 kg/s
	Tamaño de gota de la solución atomizada	20 μm
Aire de atomización	Temperatura de entrada	135 °C
	Presión de entrada	0,5-3 barg
Reciclo (semillas)	Caudal	15 kg/s
	Tamaño medio de las semillas	2 mm
Aire de Fluidización	Velocidad superficial	3,5 – 4 m/s
	Temperatura de entrada mínima	Temp. ambiente
Cámaras de crecimiento	Temperaturas	100-120 °C

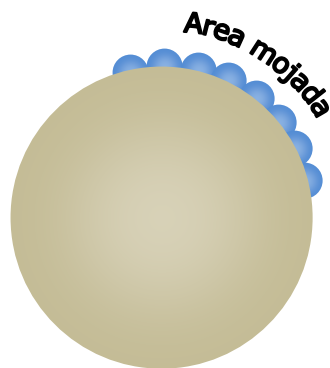


Figura 2.6. Esquema del mojado de una partícula por la deposición de gotas.

Para el cálculo de las variables de interés, se considera una superficie de partículas que atraviesa una zona de atomización en una sola dimensión, tal como se muestra en la Figura 2.7. Se asume que todas las partículas tienen igual probabilidad de entrar en contacto con las gotas. Si bien existe una distribución de tiempos de residencia de las partículas en cada lecho fluidizado, la idealización del sistema de partículas como un flujo de polvo superficial se considera como herramienta válida para realizar cálculos aproximados (Litster et al., 2004). Llamando \dot{N}_g y \dot{N}_{Sin} a los caudales en número de gotas y partículas que ingresan al granulador, respectivamente; el número de gotas depositado sobre cada partícula se puede expresar como sigue:

$$\frac{\dot{N}_g}{\dot{N}_{Sin}} = \frac{\frac{\dot{m}_L}{\rho_g \frac{\pi}{6} Dg^3}}{\frac{\dot{m}_{Sin}}{\rho_p \frac{\pi}{6} \overline{Dp}_{NVin}^3}} = \frac{\rho_p}{\rho_g} \frac{\dot{m}_L}{\dot{m}_{Sin}} \frac{\overline{Dp}_{NVin}^3}{Dg^3} \quad (2.1)$$

donde \dot{m}_L y \dot{m}_{Sin} representan los caudales máxicos de solución de urea y partículas que entran al granulador, respectivamente. Los símbolos Dg y \overline{Dp}_{NVin} señalan los diámetros medios número-volumen de las gotas y de la corriente de sólidos que ingresa al sistema, respectivamente. ρ_g y ρ_p son las densidades de las gotas y las partículas, respectivamente. En la Ecuación 2.1 se asume geometría esférica tanto para las partículas como para las gotas.

Cuando una gota entra en contacto con la superficie sólida, se expone a diferentes fuerzas (e.g., gravitatorias, capilares) resultando una dinámica de mojado hasta que el área de mojado alcanza un valor de equilibrio. Esta área de mojado (ver Figura 2.8) depende de muchas variables como el volumen de la gota, viscosidad y tensión superficial del líquido, velocidad de choque, ángulo de contacto, etc. De modo general, el área de mojado de una gota, A_{moj} , se puede escribir como:

$$A_{moj} = \frac{\pi}{4} Dg_{moj}^2 \quad (2.2)$$

donde Dg_{moj} es el diámetro de mojado en estado de equilibrio. Dg_{moj} está relacionado con el diámetro de la gota mediante el ángulo de contacto θ_c (Clarke et al., 2002):

$$Dg_{moj} = \left[\frac{4 \sin^3(\theta_c)}{2 - 3 \cos(\theta_c) + \cos^3(\theta_c)} \right]^{1/3} Dg = f(\theta_c) Dg \quad (2.3)$$

Reemplazando la Ecuación 2.3 en la Ecuación 2.2:

$$A_{moj} = \frac{\pi}{4} f(\theta_c)^2 Dg^2 \quad (2.4)$$

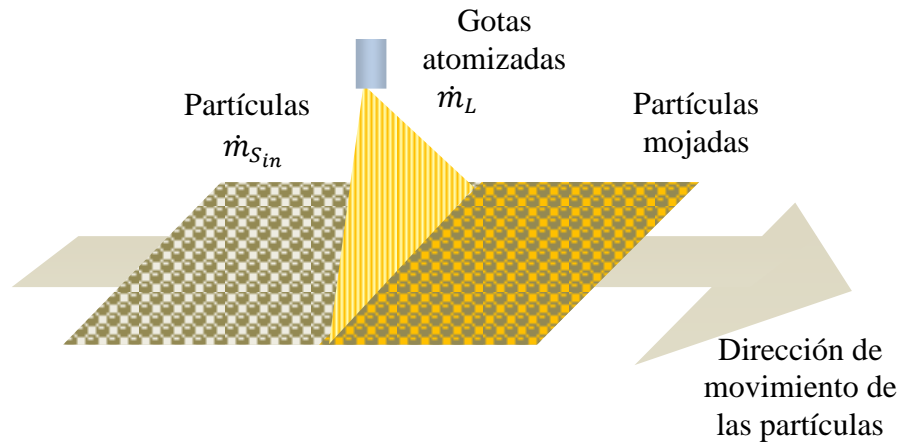


Figura 2.7. Mojado de partículas que fluyen como una superficie de polvo (adaptado de Litster et al., 2004).

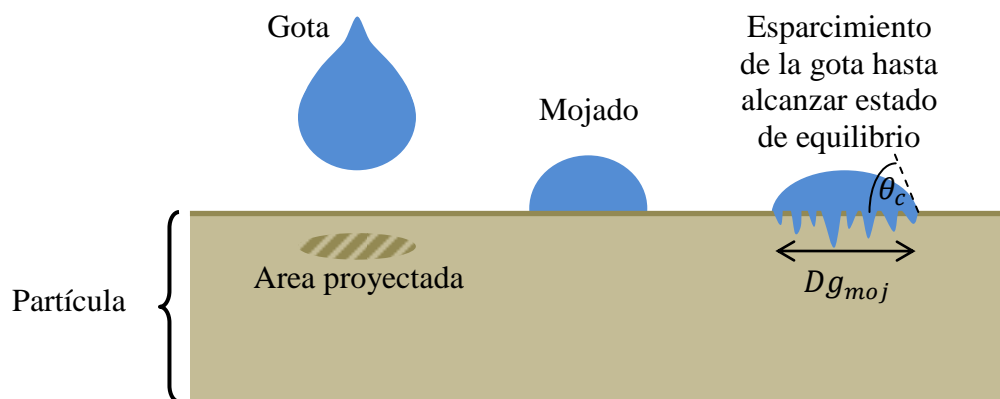


Figura 2.8. Impacto de una gota sobre la superficie sólida y área de mojado (adaptado de Litster et al., 2004).

El número de gotas necesario para mojar completamente una partícula (i.e., formar una capa líquida) se puede estimar como sigue:

$$\frac{A_p}{A_{moj}} = \frac{\pi \overline{Dp}_{NVin}^2}{\frac{\pi}{4} f(\theta_c)^2 Dg^2} = \frac{4 \overline{Dp}_{NVin}^2}{f(\theta_c)^2 Dg^2} \quad (2.5)$$

donde A_p es el área de una partícula sólida que ingresa al sistema. La Ecuación 2.5 permite evaluar estrictamente el número de gotas necesario para formar la primera capa. Para las

capas subsiguientes, el diámetro de las partículas crecerá y, por lo tanto, será necesario un mayor número de gotas para constituir una capa. No obstante, para estimar el número de capas que recibe una partícula se asume que el número de gotas por capa dado por la Ecuación 2.5 es válido para todas las capas, lo cual es razonable ya que la variación en diámetro de las partículas es relativamente baja.

El número de capas (N_{capas}) se puede calcular dividiendo el número de gotas que recibe cada partícula (Ecuación 2.1) por el número de gotas que forman una capa (Ecuación 2.5):

$$N_{capas} = \frac{\frac{\dot{N}_g}{A_{p}}}{\frac{A_{p}}{A_{moj}}} = \frac{\frac{\rho_p \dot{m}_L \overline{Dp}_{NVin}^3}{\rho_g \dot{m}_{S_{in}} Dg^3}}{\frac{4 \overline{Dp}_{NVin}^2}{f(\theta_c)^2 Dg^2}} = \frac{f(\theta_c)^2 \rho_p \dot{m}_L \overline{Dp}_{NVin}}{4 \rho_g \dot{m}_{S_{in}} Dg} \quad (2.6)$$

Dado que tanto las gotas como la superficie sólida corresponden a urea, se estima que el ángulo de contacto sea menor a 90° (lo cual se espera también porque las gotas contienen un 4% de agua y la urea es hidrofílica), por esta razón el posible número de capas por partícula se evalúa variando el valor del ángulo de contacto en el rango $10-90^\circ$. A modo de ejemplo, se calcula el número de capas por partícula formadas en la primera cámara del granulador industrial a partir de los datos que se presentan en la Tabla 2.2. Los cálculos indican que cada partícula recibiría alrededor de $2,11 \times 10^5$ gotas. En la Figura 2.9 se grafica el número de capas por partícula que abandona la primera cámara del granulador en función del ángulo de contacto entre la gota y la superficie sólida.

Tabla 2.2. Datos utilizados para el cálculo de N_{capas} (Ecuación 2.6).

$\dot{m}_{S_{in}}$	15 kg/s
\dot{m}_L	10 kg/s
ρ_p	1.333 kg/m ³
ρ_g	1.249 kg/m ³
\overline{Dp}_{NVin}	0,002 m
Dg	20×10^{-6} m

Teniendo en cuenta los resultados precedentes, los cuales deben considerarse indicativos, el pequeño tamaño de gotas que se utiliza en este tipo de granuladores señala que los gránulos deberían estar completamente mojados durante el proceso de crecimiento. En efecto, para el caso límite en que las fuerzas adhesivas y cohesivas son iguales ($\theta_c = 90^\circ$) (Litster et al., 2004), el mínimo número de capas de gotas que se depositarían sobre cada partícula durante su crecimiento en la primera cámara de granulación sería 7.

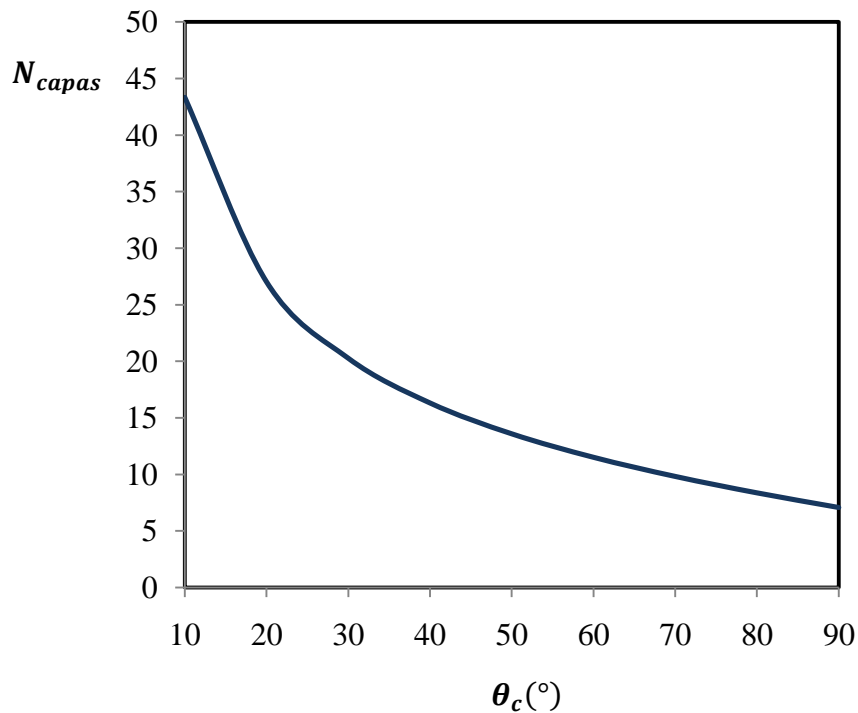


Figura 2.9. Número promedio de capas depositadas sobre cada partícula que abandona la primera cámara de granulación bajo la idealización del sistema de partículas como un flujo de polvo superficial.

2.4 Régimen de fluidización y cálculos fluidodinámicos

A principios de los setenta, Geldart propuso una clasificación de los sistemas fluidizados para describir su comportamiento a partir del tamaño de las partículas fluidizadas y de la diferencia entre las densidades del sólido y el gas (Geldart, 1973). Según esta clasificación, un lecho de partículas de urea fluidizado con aire pertenece al Grupo D, como se muestra en la Figura 2.10. Los sistemas correspondientes a este grupo operan en régimen burbujeante y se caracterizan por presentar burbujas grandes y lentas. La velocidad del gas superficial en la fase densa, u_e , suele alcanzar valores más altos que la velocidad superficial de las burbujas u_b . Bajo esta condición, según la teoría de Davidson y Harrison (Geldart, 1986), no es necesario considerar la fase nube debido a que no existe distinción entre ella y la fase emulsión.

La teoría de las dos fases, propuesta inicialmente por Toomey y Johnstone (1952), se utiliza para describir la estructura del lecho fluidizado burbujeante como se esquematiza en la Figura 2.11. La emulsión (fase densa) está constituida por partículas sólidas, gotas de solución de urea y aire en condiciones de fluidización mínima, mientras que el exceso de gas circula a través del lecho en forma de burbujas. La cantidad de partículas en contacto con las burbujas suele ser muy pequeña, de manera que la transferencia de masa y calor entre las partículas y el gas se produce principalmente en la fase emulsión.

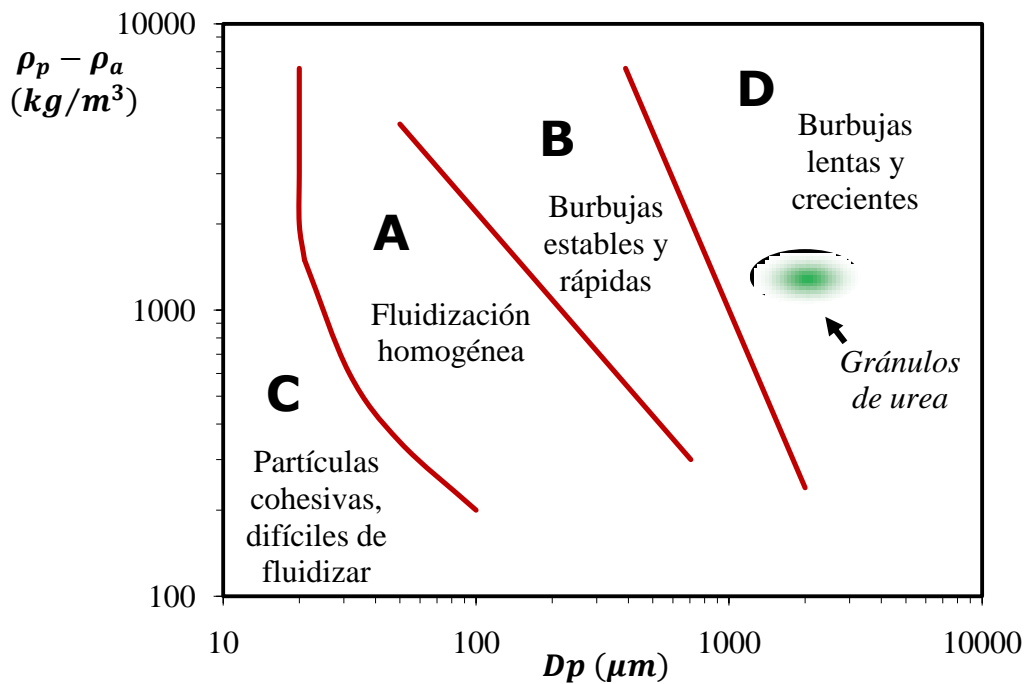


Figura 2.10. Diagrama de clasificación de Geldart para los sistemas fluidizados.

El caudal de aire seco que asciende en forma de burbujas se calcula como:

$$\dot{m}_{a_b} = \frac{\delta}{\varepsilon} \dot{m}_a \quad (2.7)$$

donde δ es la fracción volumétrica de burbujas, la cual se estima como el cociente entre el volumen ocupado por las burbujas y el volumen total del lecho fluidizado. Por su parte, ε representa la porosidad del lecho, que se define como el cociente entre el volumen ocupado por aire (tanto en la fase emulsión como en las burbujas) y el volumen total del lecho (Kunii y Levenspiel, 1991). Por último, \dot{m}_a es el caudal másico total de aire seco. El caudal de aire correspondiente a la fase emulsión (\dot{m}_{a_e}) se calcula como:

$$\dot{m}_{a_e} = \left(1 - \frac{\delta}{\varepsilon}\right) \dot{m}_a = \frac{\varepsilon_{mf}(1 - \delta)}{\varepsilon} \dot{m}_a \quad (2.8)$$

donde ε_{mf} es la porosidad del lecho en condiciones de mínima fluidización.

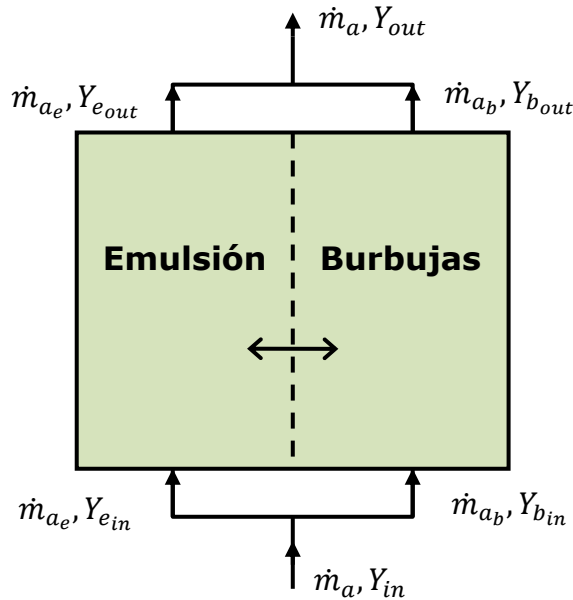


Figura 2.11. Teoría de las dos fases para lechos fluidizados burbujeantes.

El caudal total de aire seco no se modifica durante su ascenso por el lecho fluidizado. Asumiendo que δ y ε son independientes de la coordenada axial, \dot{m}_{a_e} y \dot{m}_{a_b} tampoco varían a lo largo del lecho por tratarse de caudales máxicos de aire seco. El aire de cada fase posee el mismo contenido de humedad (Y) a la entrada del equipo, $Y_{e_{in}} = Y_{b_{in}} = Y_{in}$. A medida que el aire asciende, la evaporación del agua presente en la solución de urea que se atomiza de manera continua causa un relativo rápido aumento de la humedad del aire en la emulsión por encima del distribuidor. La humedad del aire de la fase burbuja también aumenta por transferencia de vapor desde el aire de la fase emulsión.

La Tabla 2.3 presenta las ecuaciones necesarias para calcular propiedades relacionadas con la fluidodinámica del sistema. Los parámetros asociados a las condiciones mínimas de fluidización se determinan siguiendo los lineamientos reportados por Wen y Yu (1966). Las correlaciones consideradas para estimar el diámetro de las burbujas corresponden a las desarrolladas por Mori y Wen (1975). Las expresiones para las velocidades del aire en cada fase, así como las relaciones entre fracciones de volúmenes, completan la lista de parámetros (Kunii y Levenspiel, 1991).

Es importante señalar que como la masa de líquido dentro del granulador es mucho menor que la masa de las partículas sólidas, el espacio que ocupa esta fase se asume despreciable (Ronsse et al., 2007) y consecuentemente su presencia no afecta las porosidades del sistema.

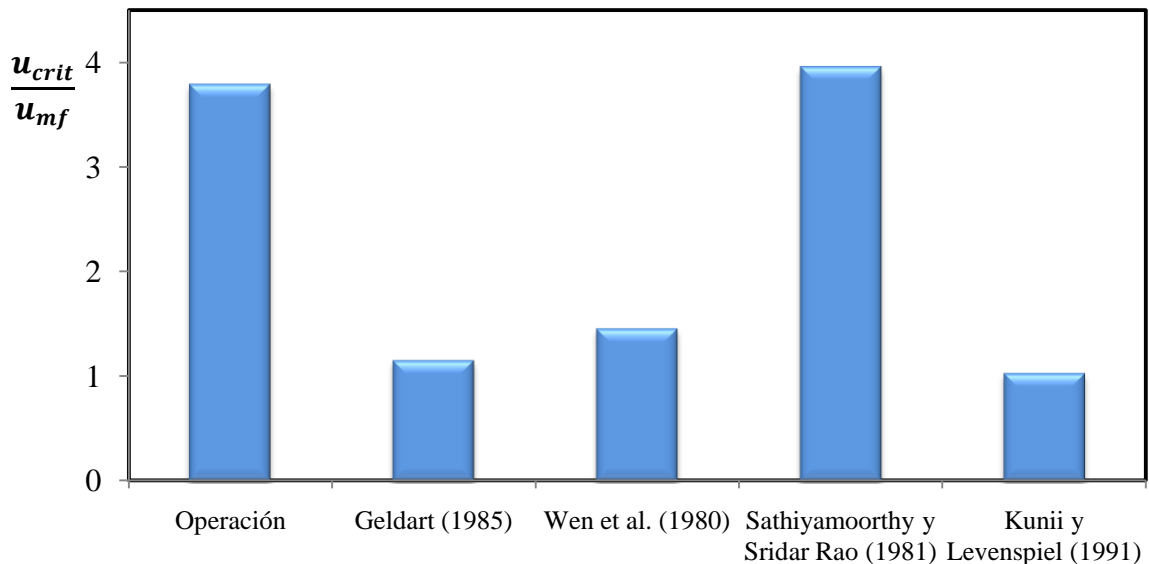


Figura 2.12. Comparación de los criterios de la Tabla 2.4.

En la literatura abierta se proponen varios modelos de flujo para describir el comportamiento complejo de los lechos fluidizados. Comúnmente, la fase burbuja se modela como flujo pistón. Para la fase emulsión, sin embargo, se sugieren diferentes modelos de flujo (e.g., mezclado perfecto, flujo pistón, flujo pistón con dispersión axial, etc.) (Geldart, 1986). En la Tabla 2.4 se presentan alternativas para el cálculo de la velocidad superficial crítica u_{crit} del aire de fluidización. En todos los casos, velocidades mayores a la crítica conducen a operaciones con un buen mezclado en todo el lecho. Para una condición típica de operación del granulador industrial, en la Figura 2.12 se comparan las relaciones u_{crit}/u_{mf} calculadas con las expresiones listadas en la Tabla 2.4. Según los criterios de Geldart (1985) y de Wen y colaboradores (1980), no existirían zonas muertas sobre el plato de distribución de aire debido a que la velocidad es lo suficientemente alta como para promover el movimiento de las partículas y el gas en sobre toda la grilla. Sin embargo, según Sathiyamoorthy y Sridar Rao (1981), la velocidad se encontraría en el límite con posible canalización y defluidización parcial del lecho. Según Kunii y Levenspiel (1991), una fracción del aire de la fase emulsión sería arrastrada hacia abajo para compensar el movimiento ascendente de la fase emulsión

que se encuentra en la línea de desplazamiento de las burbujas. Si bien el criterio de Sathiyamorthy y Sridar Rao (1981) indica incipientes problemas de mezclado, se considera que la velocidad de fluidización es suficiente como para asegurar un buen retromezclado del gas y, por lo tanto, para suponer mezcla perfecta en la fase emulsión. No obstante, y con el objetivo de evaluar los perfiles axiales de humedad y temperatura del aire para verificar si las variaciones en la coordenada vertical z son importantes o si el valor final se alcanza en una corta distancia por encima del distribuidor, para la formulación del modelo matemático que se presenta en la Sección 2.7 se asume el aire de la fase emulsión en flujo pistón.

2.5 Solubilidad de la urea

El caudal másico de agua total que se evapora desde la superficie mojada de las partículas se puede calcular como sigue:

$$\dot{m}_{EV} = \int_{Ap_T} k_{pe} \rho_a (Y^* - Y_e) dAp_T \quad (2.9)$$

donde k_{pe} es el coeficiente de transferencia de masa partícula mojada-emulsión, ρ_a es la densidad del aire seco, Y_e es la fracción de agua en base seca del aire de la fase emulsión, Y^* es la humedad de equilibrio (en base seca) y Ap_T es el área superficial total externa de las partículas. Y^* está relacionada con la humedad de equilibrio en base húmeda y expresada en moles (y^*) mediante la siguiente ecuación:

$$Y^* = \frac{y^* M_w}{1 - y^* M_a} \quad (2.10)$$

donde M_w y M_a representan los pesos moleculares del agua y el aire, respectivamente. La humedad de equilibrio y^* se calcula mediante la ley de Raoult modificada (Ecuación 2.11), que considera el coeficiente de actividad (γ) para cuantificar la posible no idealidad de la mezcla:

$$y^* = \frac{\gamma x P^v}{P} \quad (2.11)$$

x es la composición de agua en la fase líquida dentro del granulador, P^v es la presión de vapor a la temperatura del sistema y P la presión total en el lecho fluidizado. Para calcular y^* , es necesario comprender el comportamiento de la solución de urea dentro de la unidad.

Tabla 2.3. Ecuaciones para estimar propiedades fluidodinámicas.

Propiedad	Símbolo	Ecuación
Velocidad mínima de fluidización	u_{mf}	$\frac{Re_{mf}\mu}{\bar{\rho}_a \bar{D} p_{SV}}$
Reynolds en condición de mínima fluidización	Re_{mf}	$\sqrt{33.7^2 + 0.0408 Ar} - 33.7$
Número de Arquímedes	Ar	$\frac{g \bar{\rho}_a (\rho_p - \bar{\rho}_a) \bar{D} p_{SV}^3}{\mu^2}$
Porosidad en condición de mínima fluidización	ε_{mf}	0.41
Velocidad superficial de operación	u	$\frac{\dot{m}_a (1 + \bar{Y})}{A_T \bar{\rho}_a}$
Número de Reynolds en condición de operación	Re	$\frac{\bar{\rho}_a u \bar{D} p_{SV}}{\mu}$
Velocidad terminal	u_t	$\frac{\left[\frac{\mu (\rho_p - \bar{\rho}_a) g}{\bar{\rho}_a^2} \right]^{1/3}}{\frac{18}{Ar^{2/3}} + \frac{0.591}{Ar^{1/6}}}$
Tamaño de burbujas en el fondo del lecho	D_{b_0}	$1.38 g^{-0.2} \left[\frac{\pi D_d^2}{4} (u - u_{mf}) \right]^{0.4}$
Tamaño de burbujas en la condición de equilibrio	D_b^*	$2.57 g^{-0.2} [A_T (u - u_{mf})]^{0.4}$
Tamaño de burbujas en función de la coordenada axial z	D_b	$D_b^* - (D_b^* - D_{b_0}) e^{-\frac{0.3 z}{\sqrt{\frac{4A_T}{\pi}}}}$
Tamaño medio de las burbujas	\bar{D}_b	$\frac{D_{b_0} + D_b(L)}{2}$
Velocidad relativa de burbujas	u_{b_r}	$0.711 \sqrt{g \bar{D}_b}$
Velocidad de burbujas	u_b	$u - u_{mf} + u_{b_r}$
Velocidad del gas en la fase emulsión	u_e	$\frac{u_{mf}}{\varepsilon_{mf}}$
Fracción volumétrica de burbujas en el lecho	δ	$\frac{u - u_{mf}}{u_b + q u_{mf}}$ $\left\{ \begin{array}{ll} u_b < u_e & q = 2 \\ u_e < u_b < 2.5 u_e & q = 1 \\ 2.5 u_e < u_b < 5 u_e & q = 0 \\ u_b > 5 u_e & q = -1 \end{array} \right.$
Porosidad del lecho fluidizado	ε	$\delta + \varepsilon_{mf} (1 - \delta)$

Tabla 2.4. Criterios relacionados con el mezclado en lechos fluidizados.

Autores	$\frac{u_{crit}}{u_{mf}}$	Consecuencia de operar a velocidades superficiales mayores que u_{crit}
Geldart (1985)	$1 + \frac{\sqrt{g p_{or}}}{2.45 u_{mf}}$	Buen mezclado sobre el plato de distribución
Wen et al. (1980)	$1 + \frac{0.003}{p_{or} u_{mf}} [100 (p_{or} - d_{or})]^{C_1}$ $C_1 = 0.716 C_2$ $C_2 = 16.98 \overline{Dp}_{SV}^{0.205}$	Buen mezclado sobre el plato de distribución
Sathiyamoorthy y Sridar Rao (1981)	$2.65 + 0.5385 \ln \frac{u_t}{u_{mf}}$	Operación estable sin canalización ni defluidización
Kunii y Levenspiel (1991)	$1 - \frac{u_{br}}{u_{mf}} + \frac{1 - \delta - f_w \delta}{f_w \varepsilon_{mf} \delta}$	El aire de la emulsión es arrastrado hacia abajo (Retromezclado del gas)

La solubilidad de un sólido, en una solución ideal, se calcula en función de la temperatura, el calor de fusión del sólido y su temperatura de fusión (Smith y Van Ness, 1996), tal como se indica en la Ecuación 2.12:

$$\ln x_s = -\frac{\Delta H_{FUS}}{R} \left(\frac{T_{FUS} - T}{T_{FUS} T} \right) \quad (2.12)$$

donde x_s , que tiene unidades de mol de urea por mol de solución, representa la máxima composición que puede tener la urea en una solución acuosa líquida. T_{FUS} y ΔH_{FUS} son la temperatura y el calor de fusión de la urea, respectivamente y R la constante universal de los gases. A partir de esta cantidad, se puede calcular entonces la mínima concentración de agua que puede tener una solución acuosa de urea como:

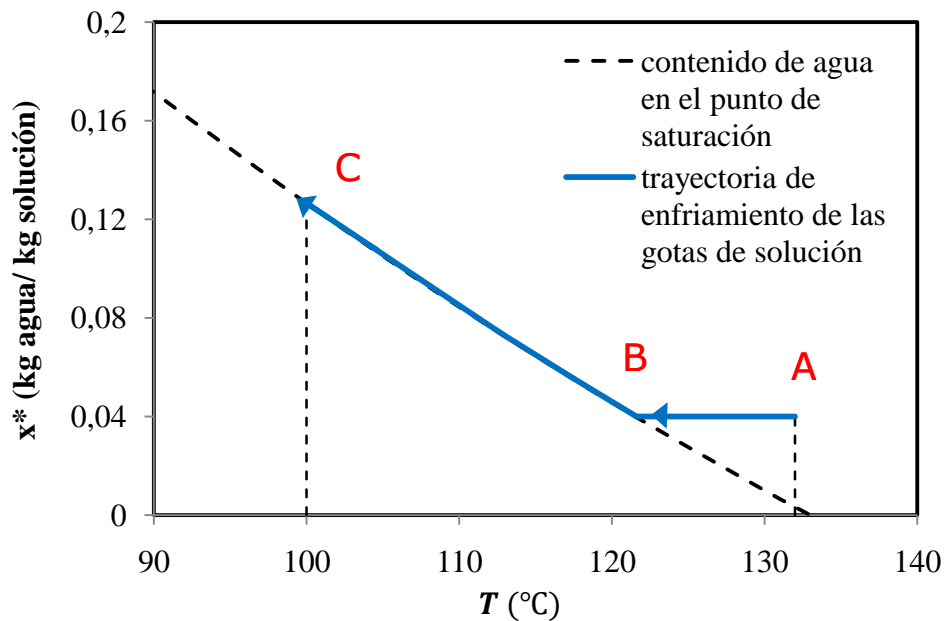
$$x^* = \frac{1 - x_s}{1 + x_s \left(\frac{M_u}{M_w} - 1 \right)} \quad (2.13)$$

donde x^* es la mínima composición posible de agua en kg de agua por kg de solución. M_u es el peso molecular de la urea.

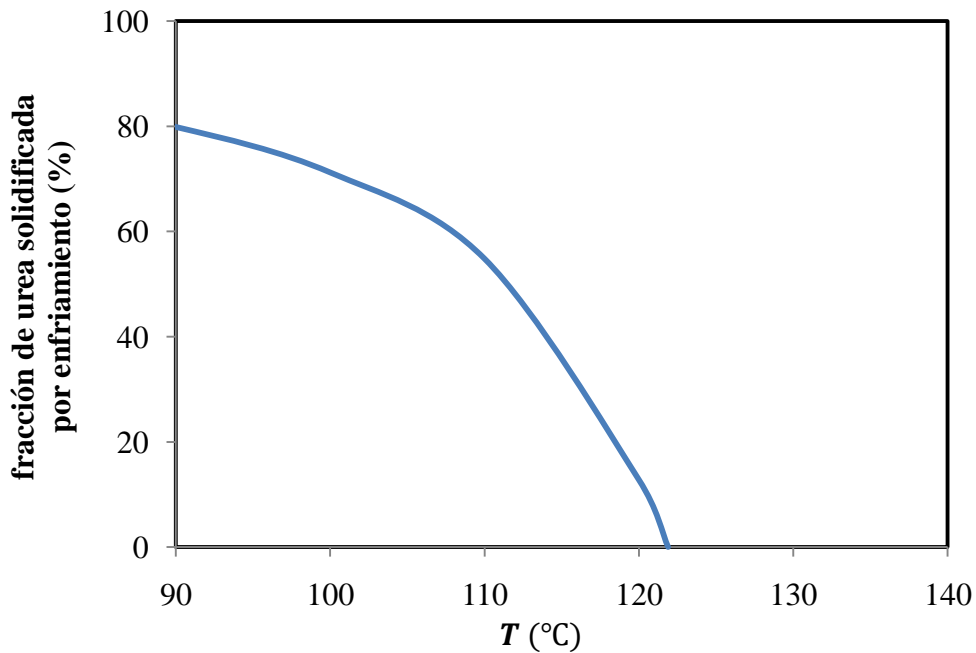
La Figura 2.13a muestra los valores de x^* (estimados a partir de las Ecuaciones 2.12 y 2.13) en función de la temperatura. Los valores calculados están en muy buen acuerdo con datos experimentales de solubilidad de urea reportados en la literatura (Fertilizer Manual, 1998). El rango de temperaturas seleccionado para el análisis de solubilidad cubre los cambios térmicos esperados para la solución de urea en un granulador industrial (i.e., la solución atomizada de urea ingresa a unos 132 °C y las temperaturas de las cámaras oscilan alrededor de los 100 °C; Nijsten y Starman, 1998; Niks et al., 1997). Típicamente, la solución de urea ingresa al sistema con un 4% en peso de agua y a 132 °C (Fertilizer Manual, 1998); esta condición es representada por el punto A en la Figura 2.13a. A esta temperatura, la composición de agua (4% p/p) es mayor que el valor de solubilidad. Debido al pequeño tamaño de las gotas atomizadas (Kayaert y Antonus, 1997), se espera una disminución brusca de la temperatura de las gotas al ingresar a las cámaras desde su valor de entrada (132°C) hasta la temperatura de los lechos fluidizados ($\approx 100^\circ\text{C}$). Sin embargo, cuando la solución alcanza aproximadamente 122°C (punto B) la solución se satura y la composición de agua se vuelve la mínima posible para esta temperatura. Al continuar el descenso térmico hasta 100°C, la condición de saturación provoca la solidificación de una fracción de urea aumentando la composición de agua en la solución. Una vez que la composición de agua alcanza el valor crítico x^* correspondiente a la temperatura de los lechos, el sistema llega al equilibrio (punto C). La solución líquida adquiere una composición en urea más baja que la de entrada al sistema, como consecuencia de la solidificación de urea producida al disminuir la temperatura. El porcentaje de urea solidificada por enfriamiento se grafica en función de la temperatura en la Figura 2.13b. Para una temperatura de lecho de 100°C, aproximadamente el 70% de la urea presente en solución solidifica debido al descenso térmico experimentado por las gotas atomizadas al ingresar a las cámaras.

Si la disminución de la temperatura es muy rápida, se puede suponer que la evaporación de agua comienza una vez que la solución de urea se encuentra en el punto C de la Figura 2.13a. En este estado, la evaporación de agua de las gotas provoca la precipitación de mayores cantidades de urea. En consecuencia, la cantidad de solución (urea y agua) disminuye, aunque debe tenerse en cuenta que la concentración de agua permanece en el valor x^* (evaluado a la temperatura de cada cámara) hasta tanto se produzca la evaporación completa del agua y la urea solidifique por completo.

Si como hipótesis se plantea que la solidificación de urea debido al descenso térmico es instantánea, entonces se concluye que la composición de agua dentro del granulador es igual al valor de solubilidad dado por la Ecuación 2.13. El resultado de esta expresión (en fracción molar) es, por lo tanto, el que se debe utilizar en la Ecuación 2.11, para finalmente calcular el caudal de agua evaporada mediante la expresión 2.9.



(a)



(b)

Figura 2.13. a) Fracción de agua en una solución de urea saturada en función de la temperatura y b) Fracción de urea solidificada debido al cambio de temperatura experimentado por las gotas de solución al ingresar a las cámaras.

2.6 Calor de disolución

En el granulador hay varios fenómenos térmicos involucrados. En adición a los calores sensibles asociados al flujo de las distintas corrientes que ingresan o egresan de la unidad, los calores latentes juegan un rol importante. Cuando el agua se evapora desde la solución líquida de urea, aparecen dos fenómenos que producen efectos térmicos considerables. Por un lado, la evaporación del agua consume calor del sistema contribuyendo a la disminución de la temperatura del lecho. Por otro lado, y debido a que la urea se encuentra disuelta en la solución, cuando la urea pasa a la fase sólida se libera un calor de disolución relativamente grande.

El calor de evaporación por unidad de masa es alrededor de nueve veces mayor que el calor de disolución. Sin embargo, como la cantidad de agua evaporada es pequeña en comparación con la cantidad de solución líquida, el calor de disolución termina siendo el dominante frente al de evaporación. Por lo tanto, cuando se produce la evaporación de agua y la consecuente solidificación de urea, se genera una liberación neta de calor.

Cuando una solución acuosa se comporta como una mezcla no ideal, existe un calor de mezclado que se puede calcular teniendo en cuenta su relación con el calor de disolución y el de fusión. La entalpía es una función de estado y, por ende, el cambio de entalpía que sufre la mezcla líquida de urea y agua cuando se forma a partir de sus componentes puros es independiente del camino adoptado. Teniendo en cuenta esta propiedad, la Figura 2.14 ilustra dos caminos diferentes para formar la solución líquida a partir de los compuestos puros.

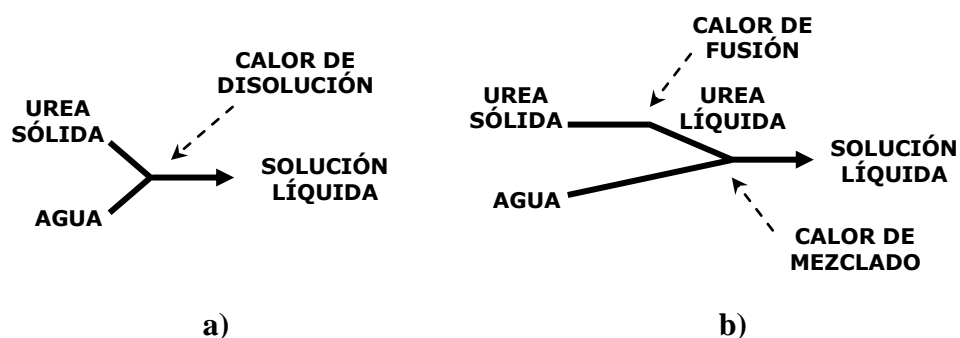


Figura 2.14. Caminos diferentes para formar la solución líquida a partir de los compuestos puros (urea sólida y agua líquida).

En la Figura 2.14a, la solución se forma mezclando urea sólida con agua líquida y, entonces, la entalpía de la mezcla se puede escribir como la suma de las entalpías de los componentes puros y un calor de disolución. En la Figura 2.14b, la urea sólida pasa primero a

fase líquida y luego se mezcla con el agua. En este caso, la entalpía de la solución se puede expresar como la suma de las entalpías de los componentes puros más el calor de fusión y el calor de mezclado. Por lo tanto, resulta válida la siguiente relación entre los calores latentes involucrados:

$$\Delta H_{DIS} = \Delta H_{FUS} + \Delta H_{MEZ} \quad (2.14)$$

Conociendo el calor de disolución y el calor de fusión, se puede calcular el calor de mezclado, el cual permite a su vez evaluar el coeficiente de actividad requerido en la Ecuación 2.11 para el cómputo de la humedad de equilibrio mediante la expresión a continuación (Smith y van Ness, 1996):

$$\ln \gamma = \frac{\Delta H_{MEZ}}{RT} \quad (2.15)$$

Tabla 2.5. Propiedades de la urea.

Propiedad	Valor o ecuación	Referencia
Densidad del sólido (kg/m ³)	$\rho_p = 1333$	Daubert y Danner (1996)
Calor específico del sólido (J/kg °C)	$cp_u = 1440 + 4,582 T(^{\circ}C) + 1,317 \times 10^{-3} T(^{\circ}C)^2$ $-193 < T < 133 \text{ }^{\circ}C$	Daubert y Danner (1996)
Calor de disolución (J/kg)	$\Delta H_{DIS} = 243000$ $T = 133 \text{ }^{\circ}C$	Kirk-Othmer (1991)
Calor de fusión (J/kg)	$\Delta H_{EV} = 251000$ $T = 133 \text{ }^{\circ}C$	Kirk-Othmer (1991)
Calor de mezclado (J/kg)	$\Delta H_{MEZ} = -8000$ $T = 133 \text{ }^{\circ}C$	Kirk-Othmer (1991)
Temperatura de fusión (°C)	133	Daubert y Danner (1996)

Bajo las condiciones estudiadas, el coeficiente de actividad calculado es próximo a 0,9. En consecuencia para determinar la humedad de equilibrio, se desprecia la no-idealidad de la solución y, por lo tanto, se usa finalmente la ley de Raoult para evaluar γ^* .

Los valores de calores de disolución y fusión, así como otras propiedades de la urea necesarias para resolver el modelo matemático, se presentan en la Tabla 2.5.

2.7 Modelo matemático del granulador

El granulador de lecho fluidizado para producción de urea se representa mediante un modelo heterogéneo que considera tres fases: sólida (partículas de urea), líquida (urea fundida) y gaseosa (aire húmedo). La Figura 2.15 muestra las principales corrientes, las composiciones de agua y las temperaturas para la j -ésima cámara de granulación:

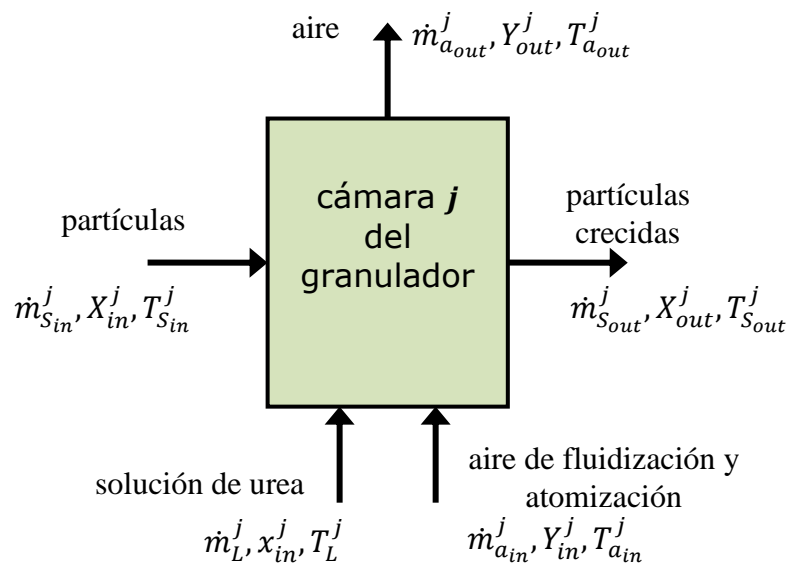


Figura 2.15. Esquema de la j -ésima cámara del granulador.

En función de lo descrito en la introducción y secciones precedentes del presente Capítulo, se asumen las siguientes hipótesis para formular el modelo:

- i. Todas las fases son continuas e interpenetrantes. El número de partículas presentes en cada cámara es mayor a 10^9 , siendo por lo tanto extremadamente difícil aplicar un modelo de elementos discretos.
- ii. La cámara de granulación opera en condiciones de estado estacionario.
- iii. Las fases sólida y líquida están perfectamente mezcladas, en acuerdo con los resultados obtenidos por Heinrich y Mörl (1999) (ver Sección 2.2).
- iv. El gas de la fase emulsión se mueve en flujo pistón. A pesar que el valor típico de la velocidad superficial del aire para el granulador industrial en estudio permite asegurar un buen retromezclado del gas (ver Sección 2.4), la suposición de flujo

pistón para el aire de la fase emulsión se realiza con el propósito de evaluar los perfiles axiales de humedad y temperatura del gas, y establecer si dichos gradientes son importantes o bien localizar las zonas de mayores velocidades de cambio de las mencionadas variables.

- v. El gas interior de cada burbuja se encuentra perfectamente mezclado; las burbujas ascienden en flujo pistón (Kunii y Levenspiel, 1991).
- vi. Se desprecia la presencia de sólidos dentro de las burbujas, según las consideraciones reportadas por Fitzgerald (1985) para regímenes de fluidización de partículas grandes (clase D).
- vii. Los gránulos de urea tienen densidad constante y son esféricos. Las partículas están libres de aditivos como el formaldehído.
- viii. Se desprecian los fenómenos de elutriación de finos, atrición ruptura y aglomeración o coalescencia de partículas. Se considera que todas las gotas del ligante se adhieren de modo exitoso sobre la superficie de las semillas y, por ende, no se tiene en cuenta la generación de nuevos núcleos sólidos por solidificación de gotas.
- ix. La evaporación de agua ocurre en la interface gota-aire de la emulsión. El aire intercambia humedad entre las fases emulsión y burbujas.
- x. Tal como se discutió en la Sección 2.3, se forman muchas capas de gotas por cada partícula. Por esta razón, el área disponible para la evaporación se supone igual al área externa total de las partículas. En otras palabras, se considera mojado completo de los gránulos.
- xi. Se desprecian los gradientes de humedad dentro de los gránulos y las gotas.
- xii. La temperatura de las gotas, cuando ellas se depositan sobre las partículas, desciende instantáneamente al valor de la del sólido.

2.7.1 Balances de masa

Fases sólida y líquida

Urea:

El balance de masa para la urea en la cámara *j* se expresa como:

$$\dot{m}_{S_{out}}^j = \dot{m}_{S_{in}}^j + \dot{m}_L^j (1 - x_L^j) \quad (2.16)$$

donde $\dot{m}_{S_{in}}^j$ y $\dot{m}_{S_{out}}^j$ son los caudales máxicos de entrada y salida de los sólidos correspondientes a la cámara j , respectivamente. Debido a la configuración en serie, $\dot{m}_{S_{in}}^j = \dot{m}_{S_{out}}^{j-1}$ para j de 2 a 6. $\dot{m}_{S_{in}}^1$ representa el caudal máxico de semillas que ingresa a la primera cámara. \dot{m}_L^j y x_L^j son el caudal máxico de solución de urea que se alimenta a la cámara j y la fracción en peso de agua en dicha corriente, respectivamente. Considerando que el granulador tiene tres cámaras de crecimiento y tres de enfriamiento, $\dot{m}_L^j = 0$ para las cámaras 4 a 6.

Agua:

El contenido de agua del producto granular que abandona una cámara j , X_{out}^j , depende de la humedad de las partículas alimentadas, la cantidad de agua presente en la solución atomizada y la cantidad de agua evaporada en el lecho fluidizado:

$$X_{out}^j = \frac{\dot{m}_{S_{in}}^j X_{in}^j + \dot{m}_L^j x_L^j - \dot{m}_{EV}^j}{\dot{m}_{S_{out}}^j} \quad (2.17)$$

donde X_{in}^j representa la humedad de los gránulos que ingresan a cada cámara y \dot{m}_{EV}^j el caudal máxico de agua evaporada en la celda j .

Fase gas

Agua (emulsión):

El agua que se evapora desde las gotas depositadas sobre las partículas es primero transportada al gas intersticial (fase emulsión) y, desde allí, a las burbujas. El caudal máxico de agua transportada como vapor entre las fases emulsión y burbuja se denota como \dot{m}_{Veb}^j .

Teniendo en cuenta el transporte de masa arriba mencionado y considerando la hipótesis de flujo pistón adoptada para el aire, los términos de transporte involucrados en el balance de masa del agua en la fase emulsión se esquematizan (para un elemento diferencial de altura) en la Figura 2.16. Por lo tanto, el balance para el agua presente en la fase emulsión puede expresarse como:

$$-\dot{m}_{ae}^j dY_e^j + d\dot{m}_{EV}^j - d\dot{m}_{Veb}^j = 0 \quad (2.18)$$

La transferencia de agua desde la capa mojada de las partículas hacia la emulsión y desde la emulsión hacia las burbujas, se puede representar mediante las Ecuaciones 2.19 y 2.20, respectivamente:

$$d\dot{m}_{EV}^j = k_{pe}^j \rho_a^j (Y^{*j} - Y_e^j) \frac{6}{Dp_{NV}^j} A_T^j (1 - \delta^j) (1 - \varepsilon_{mf}^j) dz \quad (2.19)$$

$$d\dot{m}_{Veb}^j = k_{eb}^j \rho_a^j (Y_e^j - Y_b^j) \frac{6}{D_b^j} A_T^j \delta^j dz \quad (2.20)$$

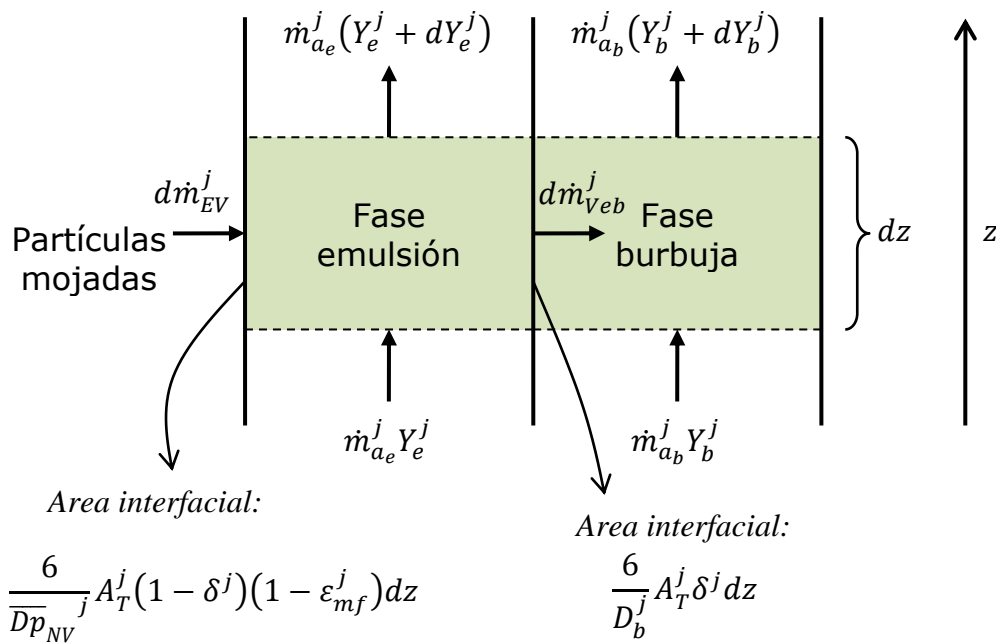


Figura 2.16. Términos involucrados en los balances de masa para la fase gas.

donde k_{pe}^j y k_{eb}^j son los coeficientes de transferencia de masa entre las partículas mojadas y el aire de la emulsión y entre el aire de la emulsión y las burbujas, respectivamente. A_T^j es el área transversal del lecho j y z es la coordenada axial (vertical) de cada cámara. Reemplazando las Ecuaciones 2.19 y 2.20 en la expresión 2.18, resulta:

$$\begin{aligned} \dot{m}_{a_e}^j \frac{dY_e^j}{dz} &= k_{pe}^j \rho_a^j (Y^{*j} - Y_e^j) \frac{6}{Dp_{NV}^j} A_T^j (1 - \delta^j) (1 - \varepsilon_{mf}^j) \\ &\quad - k_{eb}^j \rho_a^j (Y_e^j - Y_b^j) \frac{6}{D_b^j} A_T^j \delta^j \end{aligned} \quad (2.21)$$

Reemplazando la Ecuación 2.8 en 2.21 se obtiene:

$$\frac{dY_e^j}{dz} = \frac{\beta_{pe}^j}{Dp_{NV}^j} (Y^{*j} - Y_e^j) - \frac{\delta^j}{\varepsilon^j - \delta^j} \frac{\beta_{eb}^j}{D_b^j} (Y_e^j - Y_b^j) \quad (2.22)$$

donde:

$$\beta_{pe}^j = \frac{6 k_{pe}^j \rho_a^j A_T^j \varepsilon^j (1 - \varepsilon_{mf}^j)}{\dot{m}_a^j \varepsilon_{mf}^j} \quad (2.23)$$

$$\beta_{eb}^j = \frac{6 k_{eb}^j \rho_a^j A_T^j \varepsilon^j}{\dot{m}_a^j} \quad (2.24)$$

El primer término del miembro derecho de la Ecuación 2.22 está relacionado con la evaporación de agua desde las gotas al aire de la emulsión, mientras que el segundo término representa el transporte de masa entre el aire de cada fase. Los coeficientes de transferencia de masa k_{pe}^j y k_{eb}^j se calculan con las correlaciones sugeridas por Kunii y Levenspiel (1991).

Agua (Burbujas):

El balance de masa para el vapor de agua en la fase burbuja (ver Figura 2.16) resulta:

$$-\dot{m}_{ab}^j dY_b^j + d\dot{m}_{Veb}^j = 0 \quad (2.25)$$

Teniendo en cuenta la Ecuación 2.7 que expresa el caudal másico de aire seco de las burbujas en función del caudal de aire total y la Ecuación 2.9 que contabiliza el transporte de masa emulsión-burbuja, la Ecuación 2.25 puede describirse como:

$$\frac{dY_b^j}{dz} = \frac{\beta_{eb}^j}{D_b^j} (Y_e^j - Y_b^j) \quad (2.26)$$

Las condiciones de borde requeridas para resolver las ecuaciones diferenciales 2.22 y 2.26 son:

$$z = 0 \quad Y_{e\,in}^j = Y_{b\,in}^j = Y_{in}^j \quad (2.27)$$

El contenido de humedad en el caudal total de aire para cada cota axial z se calcula como:

$$Y^j = \frac{\varepsilon_{mf}^j (1 - \delta^j)}{\varepsilon^j} Y_e^j + \frac{\delta^j}{\varepsilon^j} Y_b^j \quad (2.28)$$

Si bien el caudal total de agua evaporada se puede computar mediante la Ecuación 2.9, también se puede evaluar en función de las humedades de entrada y salida de cada cámara:

$$\dot{m}_{EV}^j = \dot{m}_a^j (Y_{out}^j - Y_{in}^j) \quad (2.29)$$

2.7.2 Diámetro medio en la corriente de producto

En esta sección se deduce una ecuación para calcular el diámetro medio número-volumen \overline{Dp}_{NV}^j de las partículas (i.e., los diámetros medios que mantienen el número total y el volumen total de la población) en cada cámara. Este diámetro medio es el utilizado en las correlaciones (e.g., velocidad de fluidización incipiente y terminal, coeficientes de transferencia de calor y masa) del modelo presentado en este Capítulo. Debido a que, en forma rigurosa, se debería utilizar el diámetro medio superficie-volumen (i.e., el que conserva la superficie y el volumen total de la población), es necesario observar que el uso del diámetro \overline{Dp}_{NV}^j es una aproximación válida solamente para distribuciones relativamente angostas de tamaño de partículas.

Operando en estado estacionario, asumiendo que el único mecanismo de cambio de tamaño es la deposición de sucesivas gotas (*accretion*) y que no existe elutriación de polvo o generación de nuevos núcleos (ver hipótesis de modelado), el caudal en número de partículas a la salida de una cámara (\dot{N}_{out}^j) debe ser idéntico al caudal en número de partículas (\dot{N}_{in}^j) que ingresa al sistema. En efecto, el aumento de tamaño por recubrimiento no modifica el número total de partículas. Por lo tanto, se debe verificar:

$$\dot{N}_{in}^j = \dot{N}_{out}^j \quad (2.30)$$

Los caudales en número se pueden expresar en función de los caudales másicos, de manera que la Ecuación 2.30 se convierte en:

$$\frac{\dot{m}_{S_{in}}^j (1 + X_{in}^j)}{\rho_p \frac{\pi}{6} \overline{Dp}_{NV_{in}}^j{}^3} = \frac{\dot{m}_{S_{out}}^j (1 + X_{out}^j)}{\rho_p \frac{\pi}{6} \overline{Dp}_{NV_{out}}^j{}^3} \quad (2.31)$$

donde $\overline{Dp}_{NV\,in}^j$ y $\overline{Dp}_{NV\,out}^j$ son los diámetros medios número-volumen de las corrientes de entrada y salida a la cámara j , respectivamente. Por ende, el diámetro de los gránulos que abandonan la cámara j es igual a:

$$\overline{Dp}_{NV\,out}^j = \overline{Dp}_{NV\,in}^j \left[\frac{\dot{m}_{S\,out}^j (1 + X_{out}^j)}{\dot{m}_{S\,in}^j (1 + X_{in}^j)} \right]^{1/3} \quad (2.32)$$

Usualmente, el contenido de humedad de las semillas y el producto de salida es tan bajo que puede despreciarse su contribución al volumen total de los gránulos. En consecuencia, es común asumir que $X_{out}^j = X_{in}^j \approx 0$ (Mörl et al., 2007). Teniendo en cuenta esta suposición y el balance de masa para los sólidos (Ecuación 2.16), la Ecuación 2.32 se puede rescribir como:

$$\overline{Dp}_{NV\,out}^j = \overline{Dp}_{NV\,in}^j \left(\frac{\dot{m}_{S\,out}^j}{\dot{m}_{S\,in}^j} \right)^{1/3} = \overline{Dp}_{NV\,in}^j \left[1 + \frac{\dot{m}_L^j (1 - x_L^j)}{\dot{m}_{S\,in}^j} \right]^{1/3} \quad (2.33)$$

2.7.3 Velocidad de evaporación de agua

En general, la evaporación de agua en los granuladores de urea de lecho fluidizado no se encuentra limitada por la transferencia de masa en la interface gota-aire de emulsión, debido principalmente a que:

- La cantidad de agua en la solución de urea es muy baja como para saturar el aire que circula a través del lecho.
- La temperatura de operación es lo suficientemente alta como para aumentar la tendencia hacia la evaporación de agua.
- La velocidad de transferencia de masa desde las partículas hacia el gas en lechos fluidizados burbujeantes (proporcional al coeficiente de transferencia de masa y al área de las partículas) es relativamente alta (Botterill, 1975).

El caudal de agua evaporado (primer término del lado derecho de la Ecuación 2.22) puede adquirir valores importantes básicamente debido a los pronunciados gradientes de humedad existentes. En algunos casos, el caudal de agua evaporada computado (Ecuación 2.29), puede resultar mayor que el caudal de agua disponible para ser evaporado. Este problema,

reconocido por algunos autores (Heinrich y Mörl, 1999; Ihlow et al., 2001; Mörl et al., 2007), ocurre porque el término de evaporación en la Ecuación 2.22 es independiente de la cantidad de agua disponible para evaporarse. Existen algunos trabajos en la literatura (Heinrich et al., 1999; Heinrich et al., 2005; Nagaiah et al., 2008) enfocados en la evaluación de un factor de mojado que corrige la velocidad de evaporación. Sin embargo, estas correcciones suelen ser aproximadas si no se dispone de medidas axiales de humedad de aire para corroborar los supuestos (Ihlow et al., 2001). Por esta razón, a continuación se establece otro criterio que permite concluir el proceso de evaporación cuando la carga de agua líquida ha sido totalmente evaporada.

En cada diferencial de altura (dz), el caudal de agua que se puede evaporar está limitado por un valor máximo determinado por la máxima cantidad de agua que ingresa por unidad de longitud (Ronsse et al., 2007). Entonces, se debe satisfacer la siguiente relación:

$$d\dot{m}_{EV}^j \leq \frac{\dot{m}_{S_{in}}^j X_{in}^j + \dot{m}_L^j x_L^j}{L^j} dz \quad (2.34)$$

La desigualdad 2.34 también, teniendo en cuenta la Ecuación 2.19, se puede expresar como:

$$\frac{6 k_{pe}^j \rho_a^j A_T^j (1 - \varepsilon^j)}{\overline{Dp}_{NV}^j} (Y^{*j} - Y_e^j) dz = \xi(z) \frac{\dot{m}_{S_{in}}^j X_{in}^j + \dot{m}_L^j x_L^j}{L^j} dz \quad (2.35)$$

donde $\xi(z)$ representa la fracción del caudal de agua disponible que se está evaporando en cada dz . Este parámetro debe verificar las siguientes restricciones:

$$0 \leq \xi(z) \leq 1 \quad (2.36)$$

La fracción de agua disponible en cada cota axial se puede estimar a partir de la Ecuación 2.35:

$$\xi(z) = \frac{6 k_{pe}^j \rho_a^j A_T^j L^j (1 - \varepsilon^j)}{\overline{Dp}_{NV}^j (\dot{m}_{S_{in}}^j X_{in}^j + \dot{m}_L^j x_L^j)} [Y^{*j} - Y_e^j(z)] \quad (2.37)$$

El perfil axial de la fracción de agua evaporada $\xi(z)$ alcanza su valor mínimo en el tope del granulador, posición donde la fuerza impulsora alcanza también su valor mínimo (i.e., el contenido de humedad en la emulsión es el máximo posible). Por lo tanto, en dicha cota axial

la humedad máxima que puede contener el aire de la fase emulsión está dada por:

$$Y_{e_{max}}^j(L) = Y_{in}^j + \frac{\dot{m}_{S_{in}}^j X_{in}^j + \dot{m}_L^j x_{in}^j}{\dot{m}_{a_e}^j} \quad (2.38)$$

Reemplazando la Ecuación 2.38 en la Ecuación 2.37, se obtiene la siguiente expresión:

$$\xi_{min} = \frac{6 k_{pe}^j \rho_a^j A_T^j L^j (1 - \varepsilon^j)}{\overline{Dp}_{NV}^j (\dot{m}_{S_{in}}^j X_{in}^j + \dot{m}_L^j x_L^j)} \left[Y^{*j} - \left(Y_{in}^j + \frac{\dot{m}_{S_{in}}^j X_{in}^j + \dot{m}_L^j x_{in}^j}{\dot{m}_{a_e}^j} \right) \right] \quad (2.39)$$

La Ecuación 2.39 representa la fracción de evaporación mínima posible. Si $\xi(L) \geq 1$, la transferencia de masa entre fases (en cualquier posición axial) no controla el proceso de evaporación. Para el granulador industrial de urea estudiado en esta Tesis, se obtienen valores de $\xi(L) \geq 1$, y por lo tanto el caudal de agua evaporada se debe calcular como:

$$d\dot{m}_{EV}^j = \frac{\dot{m}_{S_{in}}^j X_{in}^j + \dot{m}_L^j x_L^j}{L^j} dz \quad (2.40)$$

Lógicamente, al integrar la Ecuación 2.40 a lo largo de la altura total del lecho se obtiene $\dot{m}_{EV}^j = \dot{m}_{S_{in}}^j X_{in}^j + \dot{m}_L^j x_L^j$ (i.e., se evapora toda el agua que ingresa al sistema). Teniendo en cuenta la Ecuación 2.40, el balance de masa para la humedad del aire en la emulsión resulta:

$$\frac{dY_e^j}{dz} = \frac{\varepsilon^j (\dot{m}_{S_{in}}^j X_{in}^j + \dot{m}_L^j x_L^j)}{\varepsilon_{mf}^j (1 - \delta^j) \dot{m}_a^j L^j} - \frac{\delta^j}{\varepsilon^j - \delta^j} \frac{\beta_{eb}^j}{D_b^j} (Y_e^j - Y_b^j) \quad (2.41)$$

2.7.4 Balances de energía

Además de las suposiciones del modelo enumeradas en la Sección 2.7, se consideran las siguientes hipótesis adicionales:

- xiii. Las temperaturas de las fases sólida y líquida son iguales (i.e., se desprecian los gradientes térmicos en la capa pelicular de las partículas).
- xiv. El gas de las fases emulsión y burbuja está a la misma temperatura, con lo cual la transferencia de calor dentro del lecho fluidizado se produce entre las partículas mojadas y el aire total (emulsión y burbujas) (Kunii y Levenspiel, 1991).

- xv. El calor intercambiado por cada cámara con los alrededores y las restantes cámaras es transferido por la fase gas.

La Figura 2.17 muestra los flujos de masa y calor involucrados en los balances de energía.

Fases sólida y líquida

Las partículas y las gotas adheridas a las mismas se consideran un único sistema perfectamente mezclado al efecto del planteo del balance de energía:

$$\begin{aligned}
 & \dot{m}_{S_{in}}^j H_u (T_{S_{in}}^j) + \dot{m}_{S_{in}}^j X_{in}^j H_w (T_{S_{in}}^j) + \dot{m}_L^j (1 - x_L^j) H_u (T_L^j) + \dot{m}_L^j x_L^j H_w (T_L^j) \\
 & + \dot{m}_L^j (1 - x_L^j) \Delta H_{DIS}(T_L^j) - \dot{m}_{S_{out}}^j H_u (T_{S_{out}}^j) - \dot{m}_{S_{out}}^j X_{out}^j H_w (T_{S_{out}}^j) \\
 & - \dot{m}_{EV}^j H_v (T_{S_{out}}^j) - Q_{aSL}^j \\
 & = 0
 \end{aligned} \tag{2.42}$$

donde $T_{S_{in}}^j$ y T_L^j son las temperaturas de los sólidos y la solución de urea a la entrada, y $T_{S_{out}}^j$ es la temperatura de los gránulos a la salida de la cámara j . H_u , H_w y H_v son las entalpías de la urea sólida, el agua y el vapor, respectivamente. Q_{aSL}^j es el calor intercambiado entre las fases sólida-líquida y gaseosa.

Reemplazando en la ecuación anterior los balances de masa para la urea (Ecuación 2.16) y la humedad de los gránulos (Ecuación 2.17), resulta:

$$\begin{aligned}
 & \dot{m}_{S_{in}}^j H_u (T_{S_{in}}^j) + \dot{m}_{S_{in}}^j X_{in}^j H_w (T_{S_{in}}^j) + \dot{m}_L^j (1 - x_L^j) H_u (T_L^j) + \dot{m}_L^j x_L^j H_w (T_L^j) \\
 & + \dot{m}_L^j (1 - x_L^j) \Delta H_{DIS}(T_L^j) - [\dot{m}_{S_{in}}^j + \dot{m}_L^j (1 - x_L^j)] H_u (T_{S_{out}}^j) \\
 & - [\dot{m}_{S_{in}}^j X_{in}^j + \dot{m}_L^j x_L^j - \dot{m}_{EV}^j] H_w (T_{S_{out}}^j) - \dot{m}_{EV}^j H_v (T_{S_{out}}^j) - Q_{aSL}^j \\
 & = 0
 \end{aligned} \tag{2.43}$$

Reacomodando los términos para expresar la Ecuación 2.43 en función de diferencias de entalpía:

$$\begin{aligned}
 & \dot{m}_{S_{in}}^j [H_u (T_{S_{in}}^j) - H_u (T_{S_{out}}^j)] + \dot{m}_{S_{in}}^j X_{in}^j [H_w (T_{S_{in}}^j) - H_w (T_{S_{out}}^j)] \\
 & + \dot{m}_L^j (1 - x_L^j) [H_u (T_L^j) - H_u (T_{S_{out}}^j)] + \dot{m}_L^j x_L^j [H_w (T_L^j) - H_w (T_{S_{out}}^j)] \\
 & + \dot{m}_L^j (1 - x_L^j) \Delta H_{DIS}(T_L^j) - \dot{m}_{EV}^j [H_v (T_{S_{out}}^j) - H_w (T_{S_{out}}^j)] - Q_{aSL}^j \\
 & = 0
 \end{aligned} \tag{2.44}$$

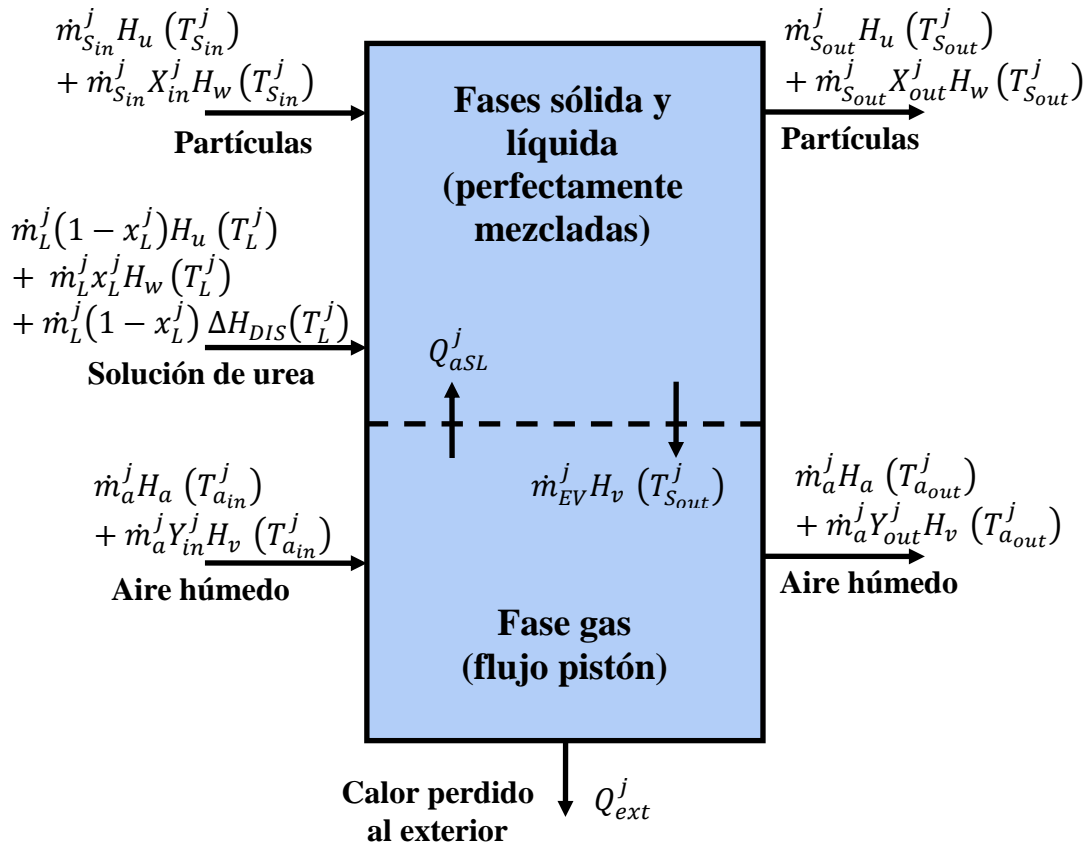


Figura 2.17. Flujos involucrados en los balances de energía de una cámara.

Para el término $[H_v(T_{S_{out}}^j) - H_w(T_{S_{out}}^j)]$, se debe tener en cuenta que:

$$H_v(T_{S_{out}}^j) = H_w(T_{S_{out}}^j) + \Delta H_{EV}(T_{S_{out}}^j) \quad (2.45)$$

donde ΔH_{EV} es el calor de evaporación. Reemplazando la Ecuación 2.45 en la Ecuación 2.44:

$$\begin{aligned} & \dot{m}_{S_{in}}^j [H_u(T_{S_{in}}^j) - H_u(T_{S_{out}}^j)] + \dot{m}_{S_{in}}^j X_{in}^j [H_w(T_{S_{in}}^j) - H_w(T_{S_{out}}^j)] \\ & + \dot{m}_L^j(1-x_L^j) [H_u(T_L^j) - H_u(T_{S_{out}}^j)] + \dot{m}_L^j x_L^j [H_w(T_L^j) - H_w(T_{S_{out}}^j)] \\ & + \dot{m}_L^j(1-x_L^j) \Delta H_{DIS}(T_L^j) - \dot{m}_{EV}^j \Delta H_{EV}(T_{S_{out}}^j) - Q_{aSL}^j \\ & = 0 \end{aligned} \quad (2.46)$$

De esta manera, aparece en el balance de energía para las fases sólida y líquida el término asociado al agua evaporada, cuyo signo negativo indica que el fenómeno de evaporación tiende a enfriar el sistema. Expresando las diferencias de entalpías en función de diferencias de temperaturas, la Ecuación 2.46 resulta:

$$\begin{aligned}
\dot{m}_{S_{in}}^j \int_{T_{S_{out}}^j}^{T_{S_{in}}^j} c_{p_u} dT + \dot{m}_{S_{in}}^j X_{in}^j \int_{T_{S_{out}}^j}^{T_{S_{in}}^j} c_{p_w} dT + \dot{m}_L^j (1 - x_L^j) \int_{T_{S_{out}}^j}^{T_L^j} c_{p_u} dT + \dot{m}_L^j x_L^j \int_{T_{S_{out}}^j}^{T_L^j} c_{p_w} dT \\
+ \dot{m}_L^j (1 - x_L^j) \Delta H_{DIS}(T_L^j) - \dot{m}_{EV}^j \Delta H_{EV}(T_{S_{out}}^j) - Q_{aSL}^j \\
= 0
\end{aligned}
\tag{2.47}$$

Fase gas

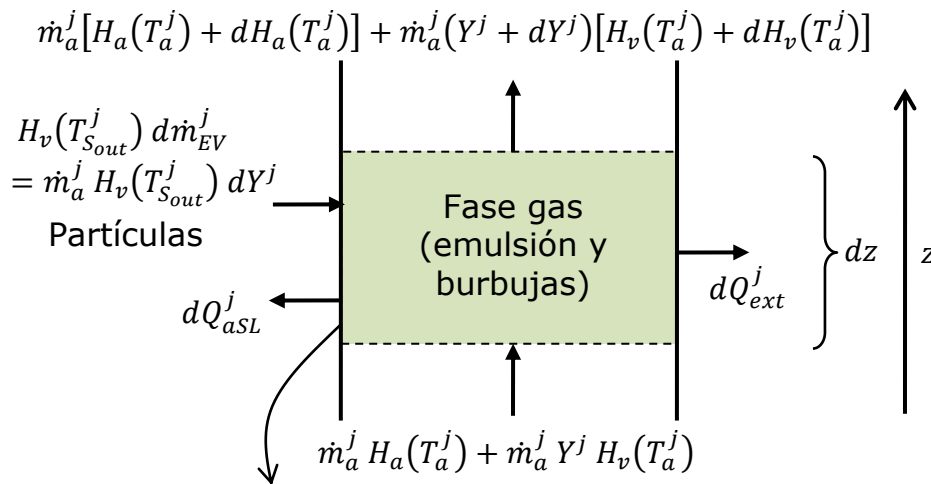
Para formular el correspondiente balance de energía, se considera un elemento diferencial de volumen en el que intervienen los términos incluidos en la Figura 2.18.

En base a la Figura 2.18 se obtiene el siguiente balance de energía para la fase gas:

$$\dot{m}_a^j dH_a(T_a^j) + \dot{m}_a^j [Y^j dH_v(T_a^j) + H_v(T_a^j) dY^j] = \dot{m}_a^j H_v(T_{S_{out}}^j) dY^j - dQ_{aSL}^j - dQ_{ext}^j
\tag{2.48}$$

donde Q_{ext}^j es el calor intercambiado con las cámaras vecinas y los alrededores. Agrupando términos, la Ecuación 2.48 se convierte en:

$$\dot{m}_a^j dH_a(T_a^j) + \dot{m}_a^j Y^j dH_v(T_a^j) = \dot{m}_a^j [H_v(T_{S_{out}}^j) - H_v(T_a^j)] dY^j - dQ_{aSL}^j - dQ_{ext}^j
\tag{2.49}$$



Area interfacial:

$$\frac{6}{Dp^j} A_T^j (1 - \varepsilon^j) dz = \frac{6}{Dp^j} A_T^j (1 - \delta^j) (1 - \varepsilon_{mf}^j) dz$$

Figura 2.18: Términos involucrados en el balance de energía de la fase gas.

Al expresar la Ecuación 2.49 en función de temperaturas, se obtiene:

$$\dot{m}_a^j (c p_a + Y^j c p_v) dT_a^j = \dot{m}_a^j \overline{c p_v} (T_{S_{out}}^j - T_a^j) dY^j - dQ_{aSL}^j - dQ_{ext}^j \quad (2.50)$$

donde $\overline{c p_v}$ se define como:

$$\overline{c p_v} = \frac{\int_{T_a^j}^{T_{S_{out}}^j} c p_v dT}{T_{S_{out}}^j - T_a^j} \quad (2.51)$$

Considerando el área interfacial mostrada en la Figura 2.18, el calor intercambiado entre la fase gas y las partículas se expresa como:

$$dQ_{aSL}^j = h_{aSL}^j \frac{6}{D p_j} A_T^j (1 - \varepsilon^j) (T_a^j - T_{S_{out}}^j) dz \quad (2.52)$$

donde h_{aSL}^j es el coeficiente de transferencia de calor entre el aire y las partículas mojadas.

En forma diferencial, el calor Q_{ext}^j perdido por la cámara j a los alrededores e intercambiado con las cámaras vecinas se puede escribir como:

$$dQ_{ext}^j = U^{j,ext} (T_a^j - T_{ext}) l^{j,ext} dz + U^{j,j-1} (T_a^j - T_a^{j-1}) l^{j,j-1} dz + U^{j,j+1} (T_a^j - T_a^{j+1}) l^{j,j+1} dz \quad (2.53)$$

La Figura 2.19a representa las temperaturas que intervienen en el cálculo de Q_{ext}^j . El primer término del lado derecho de la Ecuación 2.53 describe el calor perdido por la cámara j hacia los alrededores. El segundo y el tercer término cuantifican el calor que la cámara j intercambia con las cámaras $(j - 1)$ y $(j + 1)$, respectivamente. T_{ext} es la temperatura de los alrededores. $l^{j,ext}$, $l^{j,j-1}$ y $l^{j,j+1}$ representan las longitudes de la cámara j en contacto con los alrededores y las cámaras $(j - 1)$ y $(j + 1)$, respectivamente. A modo de ejemplo, en la Figura 2.19b se indican las longitudes en contacto con los alrededores para una cámara intermedia ($j=2-5$) vista desde arriba. Para las cámaras intermedias, $l^{j,ext}$ es la suma de los dos lados que no están en contacto con las cámaras vecinas. Naturalmente, la suma de las tres longitudes debe ser igual al perímetro de la cámara. Para la primera cámara la longitud $l^{j,j-1}$

es cero, mientras que para la última cámara de enfriamiento el valor de $l^{j,j+1}$ es el que resulta nulo.

$U^{j,ext}$, $U^{j,j-1}$ y $U^{j,j+1}$ son los coeficientes globales de transferencia de calor entre la cámara j y los alrededores y entre la cámara j y las cámaras $(j-1)$ y $(j+1)$, respectivamente. Para calcular los coeficientes globales de transferencia de calor entre las cámaras, se desprecia la conducción de calor a través del tabique y se utiliza la siguiente expresión general:

$$\frac{1}{U^{j,k}} = \frac{1}{\hat{h}^j} + \frac{1}{\hat{h}^k} \quad (2.54)$$

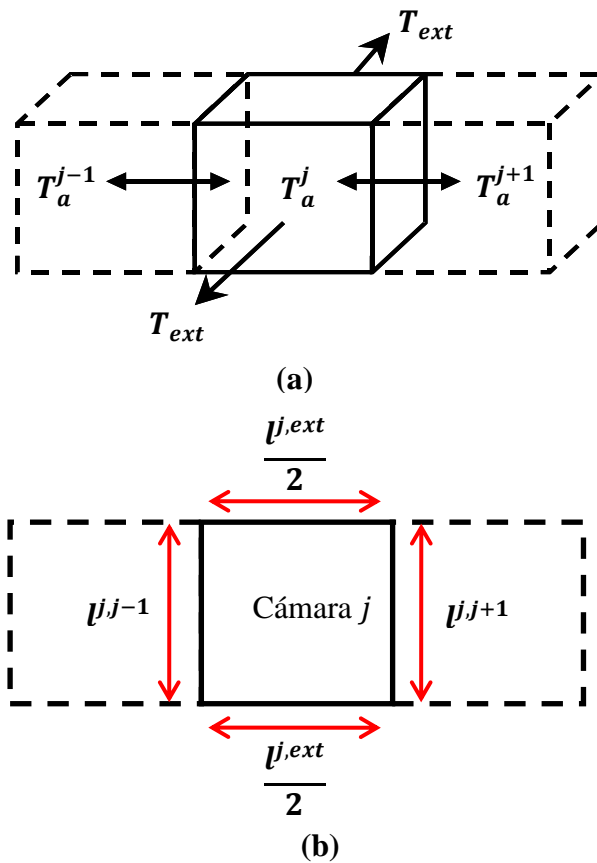


Figura 2.19. (a) Temperaturas involucradas en el flujo de calor intercambiado entre cámaras y con los alrededores y (b) longitudes en contacto con los alrededores para la cámara j .

El coeficiente de transferencia de calor individual \hat{h}^j entre cada lecho fluidizado y las paredes de la cámara es:

$$\hat{h}^j = h_e^j (1 - \delta_{wall}^j) + h_b^j \delta_{wall}^j \quad (2.55)$$

donde δ_{wall}^j es la fracción volumétrica media de burbujas en las proximidades de la pared, y h_e^j y h_b^j son las contribuciones de la fase emulsión y burbujas al coeficiente de transferencia de calor \hat{h}^j , respectivamente. La fracción de burbujas cerca de la pared (δ_{wall}^j) se evalúa siguiendo las expresiones derivadas por Mazza y colaboradores (1997). La contribución de la fase burbuja (h_b^j) se determina usando la correlación propuesta por Mazza y Barreto (1988). Considerando que el diámetro medio número-volumen de las partículas de urea es grande, la contribución de la partícula al coeficiente de transferencia de calor entre la emulsión y la pared de la cámara (h_e^j) no resulta dominante (Mazza et al., 1993). Luego, el componente convectivo relacionado con el gas intersticial de la emulsión controla el valor de este coeficiente, y puede ser estimado a partir de la correlación propuesta por Mazza y Barreto (1988). En consecuencia, es razonable establecer que el calor se transfiere desde las partículas al gas y que la fase gas es la responsable del transporte de calor hacia las paredes de la cámara, lo cual constituye una de las hipótesis consideradas al formular el balance de energía.

El coeficiente global de transferencia de calor entre cada cámara y los alrededores se calcula mediante una expresión análoga a la Ecuación 2.54 es utilizada.

$$\frac{1}{U^{j,ext}} = \frac{1}{\hat{h}^j} + \frac{1}{\hat{h}^{ext}} \quad (2.56)$$

El parámetro \hat{h}^{ext} se computa a partir de una correlación para transferencia de calor por convección natural (Incropera y DeWitt, 1981).

Retomando el balance de energía para la fase gas, al reemplazar las Ecuaciones 2.52 y 2.53 en la Ecuación 2.50, se obtiene:

$$\begin{aligned} \frac{dT_a^j}{dz} = & \left[\frac{\bar{c}p_v}{(cp_a + Y^j cp_v)} \frac{dY^j}{dz} + \frac{6 h_{asL}^j A_T^j (1 - \varepsilon^j)}{\dot{m}_a^j (cp_a + Y^j cp_v) \bar{D}p_{NV}^j} \right] (T_{S_{out}}^j - T_a^j) \\ & - \frac{U^{j,ext} l_{j,ext}}{\dot{m}_a^j (cp_a + Y^j cp_v)} (T_a^j - T_{ext}) - \frac{U^{j,j-1} l_{j,j-1}}{\dot{m}_a^j (cp_a + Y^j cp_v)} (T_a^j - T_a^{j-1}) \\ & - \frac{U^{j,j+1} l_{j,j+1}}{\dot{m}_a^j (cp_a + Y^j cp_v)} (T_a^j - T_a^{j+1}) \end{aligned} \quad (2.57)$$

El cambio en la humedad del aire total respecto a la coordenada axial depende de la

cantidad de agua que se evapora desde las partículas mojadas, la cual se determina derivando la Ecuación 2.28 con respecto a z y reemplazando en dicha expresión las Ecuaciones 2.22 y 2.26, pasos que conducen a la siguiente expresión:

$$\frac{dY^j}{dz} = \frac{\varepsilon_{mf}^j (1 - \delta^j)}{\varepsilon^j} \frac{\beta_{pe}^j}{\overline{Dp}_{NV}^j} (Y^{*j} - Y_e^j) \quad (2.58)$$

Sustituyendo la Ecuación 2.58 en la Ecuación 2.57, se obtiene la siguiente expresión final para el balance de energía de la fase gas:

$$\begin{aligned} \frac{dT_a^j}{dz} = & \frac{\beta_{pe}^j \alpha^j (Y^{*j} - Y_e^j) + \lambda^j}{\overline{Dp}_{NV}^j} (T_{S_{out}}^j - T_a^j) - \sigma^{j,ext} (T_a^j - T_{ext}) - \sigma^{j,j-1} (T_a^j - T_a^{j-1}) \\ & - \sigma^{j,j+1} (T_a^j - T_a^{j+1}) \end{aligned} \quad (2.59)$$

donde los parámetros adimensionales α^j y λ^j asociados a la transferencia de calor entre la fase gas y las partículas mojadas por evaporación y por convección se definen mediante las Ecuaciones 2.60 y 2.61, respectivamente:

$$\alpha^j = \frac{\overline{cp}_v}{(cp_a + Y^j cp_v)} \frac{\varepsilon_{mf}^j (1 - \delta^j)}{\varepsilon^j} \quad (2.60)$$

$$\lambda^j = \frac{6 h_{aSL}^j A_T^j (1 - \varepsilon^j)}{\dot{m}_a^j (cp_a + Y^j cp_v)} \quad (2.61)$$

El parámetro $\sigma^{j,k}$ (con k tomando la siguiente notación: ext, $j - 1$ o $j + 1$) tiene unidades de m^{-1} y está vinculado a la transferencia de calor con los alrededores, la cámara anterior y la cámara siguiente, respectivamente:

$$\sigma^{j,k} = \frac{U^{j,k} l_{j,k}}{\dot{m}_a^j (cp_a + Y^j cp_v)} \quad (2.62)$$

El primer término del lado derecho de la Ecuación 2.59 describe la entalpía del flujo de agua evaporada que se incorpora a la fase gas, el segundo término representa el flujo de calor intercambiado a través de la interface partícula mojada/aire. El coeficiente de transferencia de calor partícula mojada/aire se calcula en base a los lineamientos dados por Kunii y Levenspiel (1991).

La condición de borde asociada a la Ecuación 2.59 es:

$$z = 0 \quad T_a^j = T_{a_{in}}^j \quad (2.63)$$

El flujo total de calor Q_{asL}^j , necesario para resolver la Ecuación 2.47, se determina integrando el flujo diferencial de calor dado por la Ecuación 2.52:

$$Q_{asL}^j = \int_0^L h_{asL}^j \frac{6}{Dp_{NV}^j} A_T^j (1 - \varepsilon^j) (T_a^j - T_{S_{out}}^j) dz \quad (2.64)$$

Balance global de energía

Una vez calculadas las temperaturas de las partículas y el aire, se debe verificar el siguiente balance de energía global (ver Figura 2.15):

$$\begin{aligned} & \dot{m}_{S_{in}}^j \int_{T_{S_{out}}^j}^{T_{S_{in}}^j} cp_u dT + \dot{m}_{S_{in}}^j X_{in}^j \int_{T_{S_{out}}^j}^{T_{S_{in}}^j} cp_w dT + \dot{m}_L^j (1 - x_L^j) \int_{T_{S_{out}}^j}^{T_L^j} cp_u dT + \dot{m}_L^j x_L^j \int_{T_{S_{out}}^j}^{T_L^j} cp_w dT \\ & + \dot{m}_L^j (1 - x_L^j) \Delta H_{DIS}(T_L^j) + \dot{m}_a^j \int_{T_{a_{out}}^j}^{T_{a_{in}}^j} cp_a dT + \dot{m}_a^j Y_{in}^j \int_{T_{a_{out}}^j}^{T_{a_{in}}^j} cp_v dT \\ & - \dot{m}_{EV}^j \Delta H_{EV}(T_{S_{out}}^j) + \dot{m}_{EV}^j \int_{T_{a_{out}}^j}^{T_{S_{out}}^j} cp_v dT - Q_{ext}^j \\ & = 0 \end{aligned} \quad (2.65)$$

donde Q_{ext}^j se obtiene integrando la Ecuación 2.53 entre $z = 0$ y $z = L^j$.

2.8 Resultados y discusión

El conjunto de ecuaciones algebraicas y diferenciales que constituye el modelo matemático del granulador se implementó en el lenguaje de programación FORTRAN. El modelo para cada cámara es esencialmente el mismo. Los resultados obtenidos para la corriente de sólidos que abandona cada cámara se alimentan a la cámara siguiente, resultando un modelo matemático de tipo secuencial modular. No obstante, la resolución del balance de

energía correspondiente a una dada cámara j requiere conocer la temperatura de la cámara siguiente. Por lo tanto, resulta necesario proponer las temperaturas de las cámaras e iterar hasta lograr convergencia.

Una rutina basada en el método de Broyden se emplea para resolver los sistemas de ecuaciones algebraicas. Para resolver los sistemas de ecuaciones diferenciales, se utiliza una rutina basada en el método de Gear.

2.8.1 Términos del balance de energía

El modelo propuesto permite no sólo estimar las temperaturas, caudales y composición de todas las corrientes de salida, sino también evaluar la importancia de los efectos térmicos que tienen lugar dentro del granulador. La Figura 2.20 ilustra, para todas las cámaras, la magnitud de los distintos términos que constituyen el balance de energía global (los cuales se resumen en la Tabla 2.5) adimensionalizados con respecto al término correspondiente al calor de disolución (término 7 de la Tabla 2.5). Como se mencionara en la Sección 2.6, el término asociado al calor de disolución no es despreciable. En efecto, y tal como se observa en la Figura 2.20, este fenómeno constituye la mayor fuente de calor en las cámaras de crecimiento. El calor total de evaporación no resulta suficiente para compensar el calor de disolución liberado. En las cámaras de crecimiento se reconocen 5 términos influyentes en la temperatura de los lechos (los caudales de partículas, solución de urea y aire y los calores latentes de disolución y evaporación), por lo cual se espera que, si una variable es perturbada, los demás términos amortigüen el efecto térmico y la temperatura muestre un cambio considerablemente menor al de la perturbación.

Como es de esperar, sólo los términos asociados al calor sensible de las corrientes de partículas y aire de fluidización son significativos en las cámaras de enfriamiento. Los términos 9 y 10 poseen magnitudes despreciables frente a las de los términos restantes. Los resultados de simulación indican además que no sólo el intercambio de calor con los alrededores resulta insignificante, sino también aquellos con cámaras contiguas. Por lo tanto, las cámaras del granulador pueden considerarse que funcionan prácticamente de manera adiabática.

Tabla 2.5. Términos del balance de energía global graficados en la Figura 2.20.

	Término		Término
1:	$\dot{m}_{S_{in}}^j \int_{T_{S_{out}}^j}^{T_{S_{in}}^j} cp_u dT$	6:	$\dot{m}_{a_{in}}^j Y_{in}^j \int_{T_{a_{out}}^j}^{T_{a_{in}}^j} cp_v dT$
2:	$\dot{m}_{S_{in}}^j X_{in}^j \int_{T_{S_{out}}^j}^{T_{S_{in}}^j} cp_w dT$	7:	$\dot{m}_L^j (1 - x_L^j) \Delta H_{DIS}(T_L^j)$
3:	$\dot{m}_L^j (1 - x_L^j) \int_{T_{S_{out}}^j}^{T_L^j} cp_u dT$	8:	$-\dot{m}_{EV}^j \Delta H_{EV}(T_{S_{out}}^j)$
4:	$\dot{m}_L^j x_L^j \int_{T_{S_{out}}^j}^{T_L^j} cp_w dT$	9:	$\dot{m}_{EV}^j \int_{T_{a_{out}}^j}^{T_{S_{out}}^j} cp_v dT$
5:	$\dot{m}_a^j \int_{T_{a_{out}}^j}^{T_{a_{in}}^j} cp_a dT$	10:	$-Q_{ext}^j$

2.8.2 Perfiles axiales de humedad y temperatura del aire

La Figura 2.21 muestra los perfiles axiales de humedad del aire en las fases emulsión y burbuja para la primera cámara de crecimiento y una capacidad de producción igual a 115%. Para ambas fases, la humedad del aire aumenta casi linealmente en la dirección axial. La resistencia a la transferencia de masa entre las fases emulsión y burbuja no es despreciable, siendo el contenido de humedad del aire de la emulsión mucho mayor que el de las burbujas.

La humedad del aire total (emulsión y burbujas), Y^j , que abandona cada cámara es muy próxima al valor máximo posible, definido por la cantidad de agua que ingresa a través de la solución, $Y_{max}^j = Y_{in}^j + (\dot{m}_{S_{in}}^j X_{in}^j + \dot{m}_L^j x_L^j) / \dot{m}_a^j$. Este resultado está en concordancia con el contenido prácticamente nulo de agua medido en los gránulos de urea que abandonan el granulador. Por otro lado, la humedad del aire que ingresa a cada cámara se encuentra lejos de su valor de equilibrio, Y^{*1} .

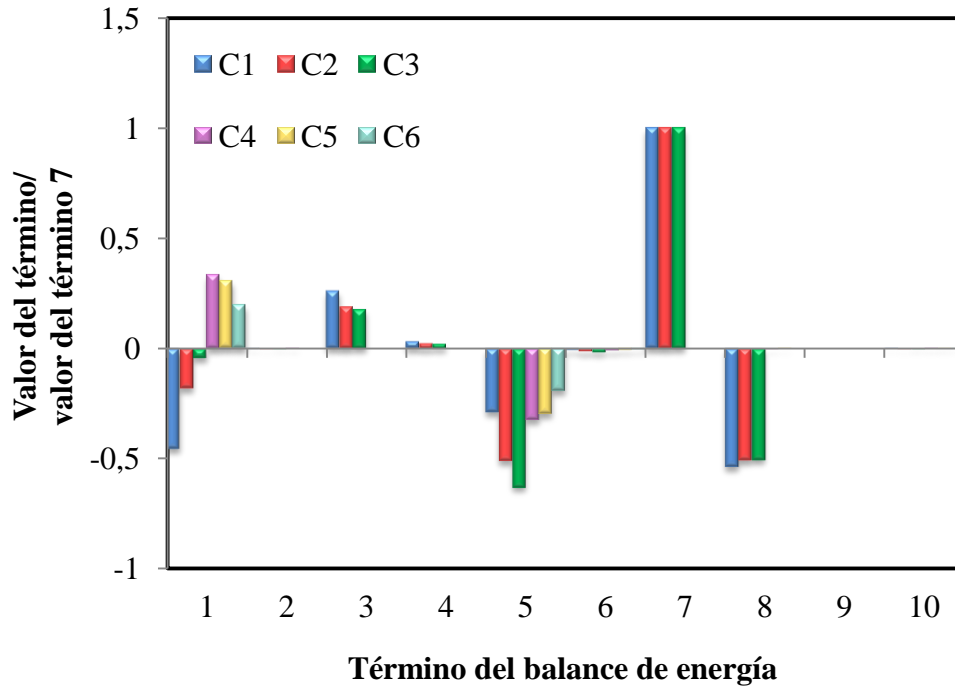


Figura 2.20. Términos relativos de flujo de calor involucrados en el balance de energía global (descriptos en la Tabla 2.5) para las cámaras de crecimiento y enfriamiento.

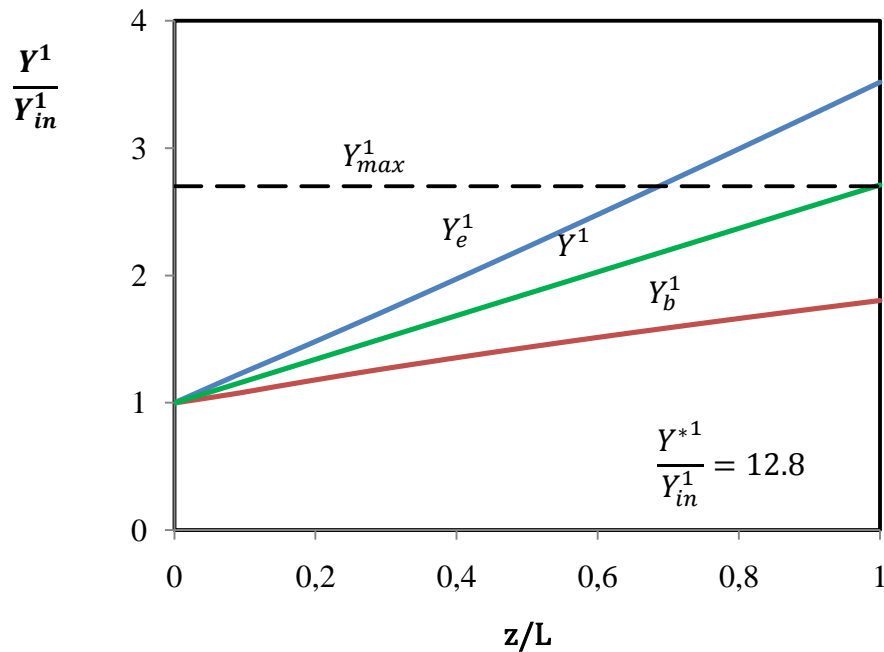


Figura 2.21. Perfiles axiales de humedad del aire para las fases emulsión y burbuja. Capacidad de planta: 115%. Primera cámara del granulador.

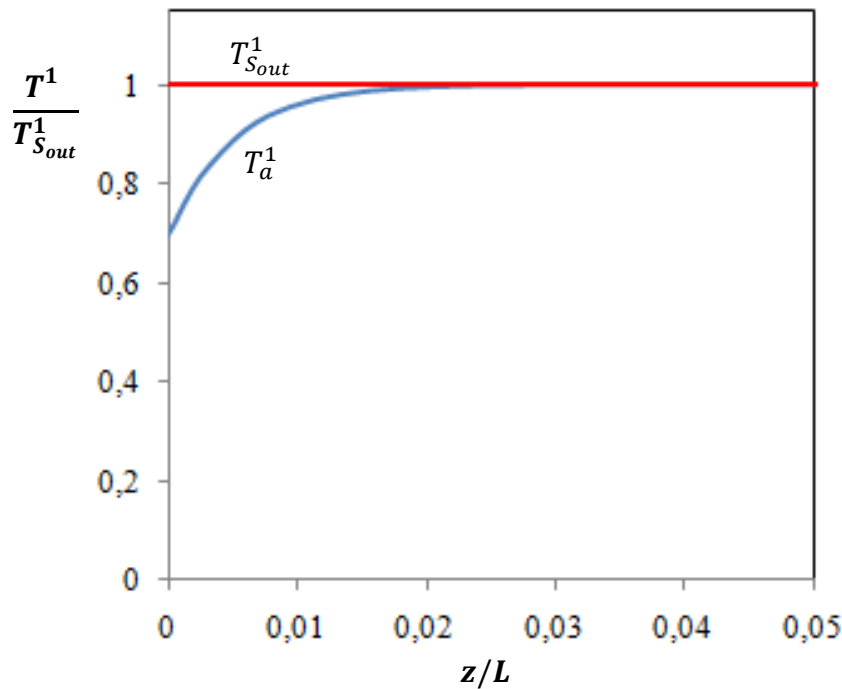


Figura 2.22. Perfiles axiales de temperatura del aire y los gránulos. Capacidad de planta: 115%. Primera cámara del granulador.

Como se muestra en la Figura 2.22, para la primera cámara de crecimiento y una capacidad de producción del 115%, la temperatura del aire aumenta abruptamente hasta alcanzar su valor de salida en una corta distancia por encima del plato distribuidor de gas (se requiere menos del 2% de la altura de la cámara para que asuma su valor de salida). La temperatura de las partículas sólidas que abandonan cada lecho fluidizado es casi idéntica a la temperatura de salida del aire (la cual es prácticamente igual a su valor promedio axial). Se demuestra entonces que, desde el punto de vista térmico, se puede despreciar la naturaleza heterogénea de los lechos fluidizados sin perder exactitud en la representación del sistema.

2.8.3 Validación del modelo matemático

En esta sección, el modelo matemático desarrollado se valida con información experimental proveniente de un granulador industrial continuo multicámaras de lecho fluidizado para producción de urea. Se utilizan datos del proceso industrial obtenidos bajo tres capacidades de producción diferentes (100, 115 y 120 %). Lamentablemente y por razones de confidencialidad, no es posible reportar los valores absolutos de las mediciones tomadas en planta. Las temperaturas de las cámaras del granulador se monitorearon cada 15 minutos durante 15 horas bajo un dado régimen de operación (i.e., sin introducir cambio alguno en las variables operativas del proceso). Los medidores de temperatura se localizaron por encima de

la altura del lecho fluidizado para evitar su erosión, de manera que las mediciones corresponden a las temperaturas de la fase gas a la salida de los lechos de cada cámara. Teniendo en cuenta los resultados previos, los datos de temperatura experimentales se pueden comparar con la temperatura de los sólidos o del gas, ya que ambas son coincidentes a la salida de la unidad. Cada 4 horas, se tomaron muestras de las corrientes de semillas y el producto granular y se analizaron granulométricamente. A partir de estos datos fue posible determinar el diámetro medio número-volumen (la expresión matemática para su cálculo se presentará en detalle en el Capítulo 4) y compararlo con el diámetro predicho por el modelo. Además de las variables mencionadas, se cuenta con información acerca de caudales, presiones y temperaturas de diversas corrientes que se monitorean en línea. En adición se dispone de los caudales máscicos de la corriente de reciclo, medidos *ad hoc* para las operaciones a distintas cargas.

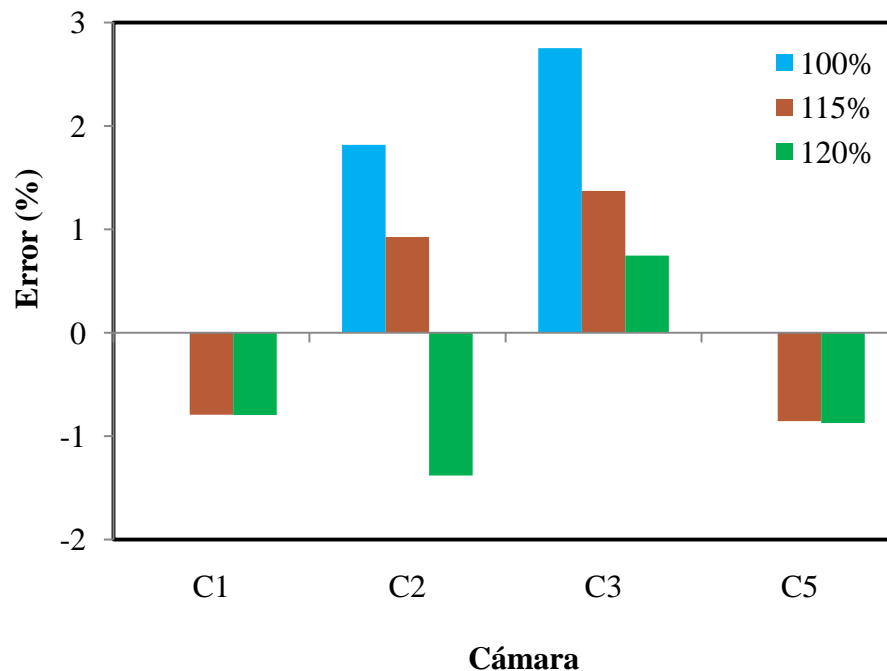


Figura 2.23. Error cometido en la predicción de la temperatura de las cámaras de crecimiento 1, 2 y 3 y la cámara de enfriamiento 5 para diferentes capacidades de planta.

Como ejemplo de la bondad del modelo en lo que respecta a las predicciones de temperaturas, la Figura 2.23 presenta para todas las cámaras de crecimiento (cámaras 1 a 3) el error cometido en la predicción de sus temperaturas para las tres capacidades de producción (100, 115 y 120%) ensayadas. Asimismo, en la Figura 2.23 se incluyen los valores experimentales y calculados correspondientes al último lecho de enfriamiento (cámara 5) para las capacidades de producción 115 y 120%. Cabe destacar que todas las temperaturas se

estimaron a partir del modelo propuesto, el cual no incluye parámetros de ajuste. Según la Figura 2.23, las temperaturas calculadas a partir del modelo presentado están en buena concordancia con los datos de la industria. En efecto, las desviaciones se encuentran por debajo del 3%.

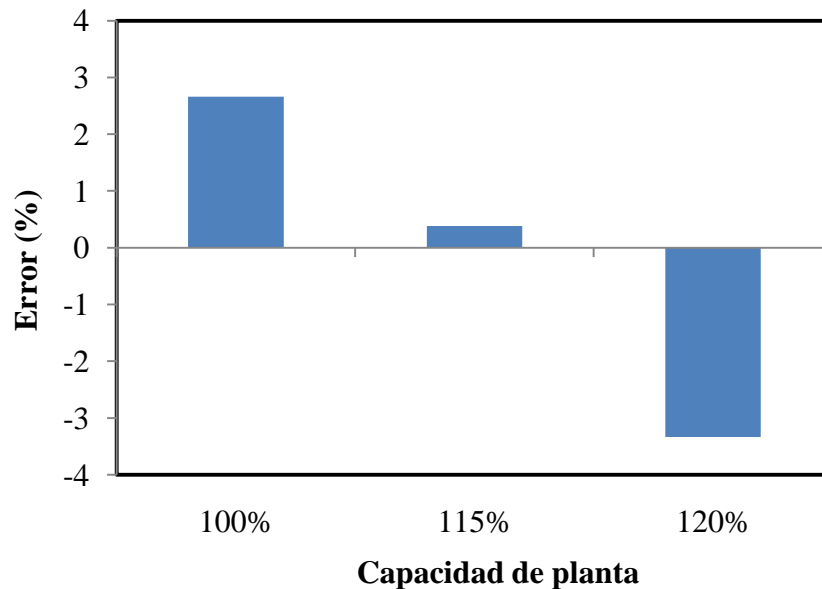


Figura 2.24. Error cometido en la evaluación del diámetro medio del producto del granulador para diferentes capacidades de planta.

Para las condiciones operativas estudiadas, la Figura 2.24 presenta el error cometido en la evaluación del diámetro medio número-volumen del producto del granulador en función de la capacidad de producción. De la Figura 2.24 se concluye que el modelo reproduce correctamente el diámetro medio de la distribución de tamaño del producto, en efecto se detectan errores de predicción inferiores al 4%.

2.9 Conclusiones

En este Capítulo se describe un modelo matemático detallado para simular la operación continua en estado estacionario de un granulador industrial de lecho fluidizado para la producción de urea. El calor de disolución resultó ser una variable clave en el balance de energía, ya que representa la mayor contribución entálpica a dicho balance. En sistemas que emplean fertilizantes fundidos o en soluciones muy concentradas (i.e., sin o con muy poco contenido de agua) como líquidos atomizables, es esencial representar correctamente los efectos térmicos asociados a los cambios de fase. Paradójicamente, en la literatura no se

explora el análisis del comportamiento de equipos que llevan a cabo el proceso de granulación fundida.

Se demostró que la alta velocidad de transferencia de masa y la cantidad relativamente pequeña de agua que se alimenta con la solución de urea aseguran evaporación completa de la carga de agua que ingresa al sistema.

Debido a que la temperatura del aire alcanza el valor de temperatura de las partículas a una corta distancia por encima del plato distribuidor de gas, se concluye que un modelo más simple del balance de energía asumiendo mezclado perfecto y uniformidad de temperaturas para todas las fases conduciría al mismo resultado con menor tiempo de cómputo. Además, las cámaras se pueden asumir adiabáticas, ya que el calor intercambiado con los alrededores y las cámaras vecinas resulta despreciable.

El modelo presentado se validó con datos industriales. En particular, las temperaturas predichas por el modelo para distintas cámaras reproducen satisfactoriamente los valores industriales disponibles para diferentes capacidades de planta. Los errores en la predicción de las temperaturas fueron inferiores al 3%. El modelo también predice exitosamente (los errores son menores al 4%) los diámetros medios número-volumen calculados a partir de la granulometría experimental medida para la corriente de sólidos que abandona el granulador. Es importante señalar que las buenas predicciones se han logrado sin incorporar parámetros de ajuste al modelo.

Capítulo 3

Modelo dinámico del granulador industrial de lecho fluidizado

3.1 Introducción

La comprensión de la dinámica del granulador industrial de lecho fluidizado es de gran importancia para producir gránulos con los atributos deseados y lograr un funcionamiento estable del circuito de granulación (Adetayo et al., 1995; Balliu y Cameron, 2007). Por lo general, en los circuitos de granulación de fertilizantes sólo una fracción relativamente pequeña del caudal de partículas que abandona el granulador está dentro del rango de tamaños apto para la venta del producto, siendo por lo tanto frecuentes las operaciones con altas relaciones de reciclaje. Las características (caudal, granulometría y temperatura) de la corriente de reciclaje, que son una consecuencia de los procesos llevados a cabo en el circuito de granulación aguas arriba del granulador (i.e., enfriador, molino y zarandas, ver Figura 1.14), afectan la operación de este equipo. Usualmente, la presencia del reciclaje produce comportamientos oscilatorios en las variables del proceso. En casos extremos, estas oscilaciones periódicas junto con los importantes tiempos muertos, que aparecen en distintos sectores del circuito, ocasionan paradas de planta o cambios no deseados en la capacidad y calidad del producto (Adetayo et al., 1995). En síntesis, el entendimiento de la dinámica del granulador es esencial para luego analizar la estabilidad del circuito completo. Por esta razón, en el presente Capítulo se estudia un granulador industrial de lecho fluidizado multicámaras para la producción de urea operando en estado no estacionario. Como objetivo adicional al de comprender el comportamiento no estacionario de la unidad, se busca desarrollar un modelo matemático dinámico de bajo costo computacional que facilite su integración futura con las restantes unidades del circuito de granulación y la simulación de la planta de granulación completa.

Si bien existen varios trabajos en la literatura abierta que modelan y analizan la dinámica de granuladores continuos de lecho fluidizado (Drechsler et al., 2005; Heinrich y Mörl, 1999; Heinrich et al., 2002; Heinrich et al., 2003; Heinrich et al., 2005; Nagaiah et al., 2008;

Radichkov et al., 2006), la mayoría de los procesos de granulación industriales aún mantienen la estabilidad del proceso (i.e., nivel de producción y calidad granulométrica del producto granular) por prueba y error. En consecuencia, aún resulta necesario modelar unidades similares a las que se encuentran en las industrias de gran escala. En este sentido, es importante resaltar que los estudios arriba citados se centran en granuladores constituidos por una única cámara, donde tiene lugar un proceso de granulación húmeda (a diferencia del proceso de producción de urea donde ocurre granulación fundida) bajo la condición de masa de partículas constante dentro de la unidad (hipótesis no válida para el granulador de urea). Por lo tanto, todavía existe la necesidad de modelos dinámicos aptos para representar granuladores de urea industriales.

Por las razones antes expuestas, en este Capítulo se plantea un modelo dinámico del granulador industrial para producción de urea, se estudia su comportamiento a lazo abierto y se proponen pautas para seleccionar variables manipuladas que permitan controlar variables claves del proceso. El modelo matemático para cada cámara se formula a partir de balances de masa, energía y cantidad de movimiento como una extensión del modelo de estado estacionario presentado en el Capítulo anterior, realizando algunas simplificaciones de acuerdo a las conclusiones obtenidas en el Capítulo 2. Con el fin de evaluar el comportamiento del granulador a lazo abierto, y con futuros objetivos de control, se ensayan diferentes perturbaciones al modelo dinámico y se estudia el comportamiento del granulador en función del tiempo.

Los resultados presentados en este Capítulo se publicaron parcialmente en el artículo: *Dynamics of an Industrial Fluidized-Bed Granulator for Urea Production*, Diego Bertin, Juliana Piña, Verónica Bucalá, *Ind. Eng. Chem. Res.*, 49(1), 317-326, 2010, (Bertin et al., 2010a).

3.2 Modelo matemático

Como se describe en la Sección 2.2, el granulador industrial está constituido por seis cámaras en serie divididas por tabiques verticales, siendo cada una de ellas un lecho fluidizado (Kayaert y Antonus, 1997; Mörl et al., 2007). Las tres primeras cámaras son de crecimiento, mientras que las restantes se utilizan para el enfriamiento del producto.

Como se menciona en las Secciones 1.7 y 2.2, las semillas crecen a través de la deposición de múltiples gotas de la solución de urea concentrada sobre la superficie de las

partículas (Leclère et al., 2004). La rápida solidificación de la urea es consecuencia de dos procesos simultáneos: el enfriamiento de las gotas y la evaporación de agua. En el Capítulo 2 se concluye que las temperaturas del gas y de los sólidos son prácticamente iguales, que la evaporación del agua presente en la solución de urea alimentada es completa y que las cámaras del equipo operan prácticamente de manera adiabática. Teniendo en cuenta estos resultados junto con otras características del sistema (ya discutidas en el Capítulo anterior), para la formulación del modelo dinámico del granulador se suponen como válidas las siguientes hipótesis:

- i. Todas las fases son continuas e interpenetrantes.
- ii. Las fases sólida y líquida están perfectamente mezcladas, en acuerdo con los resultados obtenidos por Heinrich y Mörl (1999) (ver Sección 2.2).
- iii. Las fases líquida y gaseosa operan en estado pseudo-estacionario. Es decir, se desprecia la acumulación de masa y energía del aire y el líquido dentro de cada cámara (Garnavi y Kasiri, 2006; Groenewold y Tsotsas, 2007; Lai et al., 1986; Rhodes, 1998).
- iv. Se desprecian los fenómenos de elutriación de finos, atrición, ruptura y aglomeración o coalescencia de partículas. Se considera que todas las gotas del ligante se adhieren de modo exitoso sobre la superficie de las semillas y, por ende, no se tiene en cuenta la generación de nuevos núcleos sólidos por solidificación de gotas.
- v. La población de semillas y de partículas en cada cámara se caracteriza por el diámetro medio número-volumen.
- vi. Las semillas se encuentran virtualmente secas.
- vii. Los gránulos de urea tienen densidad constante y son esféricos. Las partículas se encuentran libres de aditivos tales como el formaldehído.
- viii. El contenido de agua de las gotas de solución de urea se evapora instantánea y completamente (conclusión del Capítulo 2). Con esta suposición, el modelo se simplifica porque no hay necesidad de resolver el balance de masa para la fase gaseosa (i.e., el balance de masa para el aire se encuentra desacoplado del balance de masa para urea).
- ix. Producto del intenso mezclado, las temperaturas del sólido y el gas en el interior de cada cámara son idénticas (conclusión del Capítulo 2). Por esta razón, el

sistema se considera térmicamente homogéneo (Bertin et al., 2007, Burgschweiger y Tsotsas, 2002).

- x. Las cámaras operan adiabáticamente (conclusión del Capítulo 2).

La Figura 3.1 presenta un esquema representativo de una cámara genérica j y las variables principales del sistema.

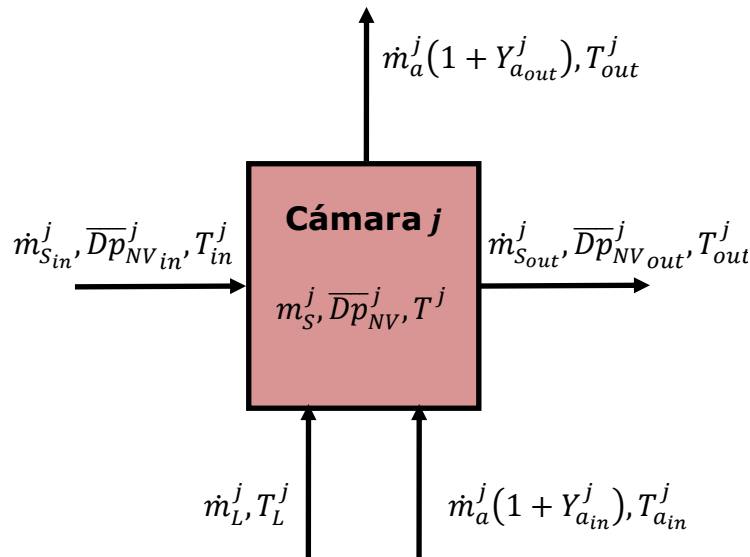


Figura 3.1. Representación simplificada de una cámara de granulación.

3.2.1 Balance de masa para urea

Considerando las hipótesis anteriormente mencionadas, el balance de masa para urea en estado no estacionario correspondiente a una cámara j es:

$$\frac{dm_s^j}{dt} = \dot{m}_{S_{in}}^j + \dot{m}_L^j(1 - x_L^j) - \dot{m}_{S_{out}}^j \quad j = 1 \text{ a } 6 \quad (3.1)$$

donde, para la cámara j , m_s^j , $\dot{m}_{S_{in}}^j$ y $\dot{m}_{S_{out}}^j$ son la masa de sólidos en el lecho y los caudales másicos de entrada y salida de partículas, respectivamente. \dot{m}_L^j y x_L^j corresponden al caudal másico de solución de urea atomizada en la cámara j y a la fracción de agua presente en dicha solución. Debido a que sólo se alimenta urea en las cámaras de crecimiento, \dot{m}_L^j debe considerarse nulo en las cámaras de enfriamiento ($j = 4$ a 6). Dada la configuración en serie de las cámaras, resulta que $\dot{m}_{S_{in}}^j = \dot{m}_{S_{out}}^{j-1}$ para $j = 2$ a 6 .

3.2.1.1 Caudal másico de sólidos de salida

Los gránulos fluyen de una cámara a otra por la abertura que poseen los tabiques de división en su parte inferior, y por sobre la grilla de distribución de aire (ver Figura 1.13). Las partículas se mueven en dirección horizontal desde la primera cámara a la última debido a la diferencia de presión que existe entre ellas (Grieco y Marmo, 2006; Massimilla et al., 1961). Entonces, y por analogía con el principio de los vasos comunicantes, el flujo de sólidos se describe mediante la ecuación de Bernoulli (Tallon y Davies, 2005).

Con el objeto de formular matemáticamente el transporte de sólidos entre cámaras, la Figura 3.2 esquematiza un sistema formado por dos lechos fluidizados interconectados. El flujo entre ambas cámaras se produce debido a la diferencia de presión entre ambos lechos.

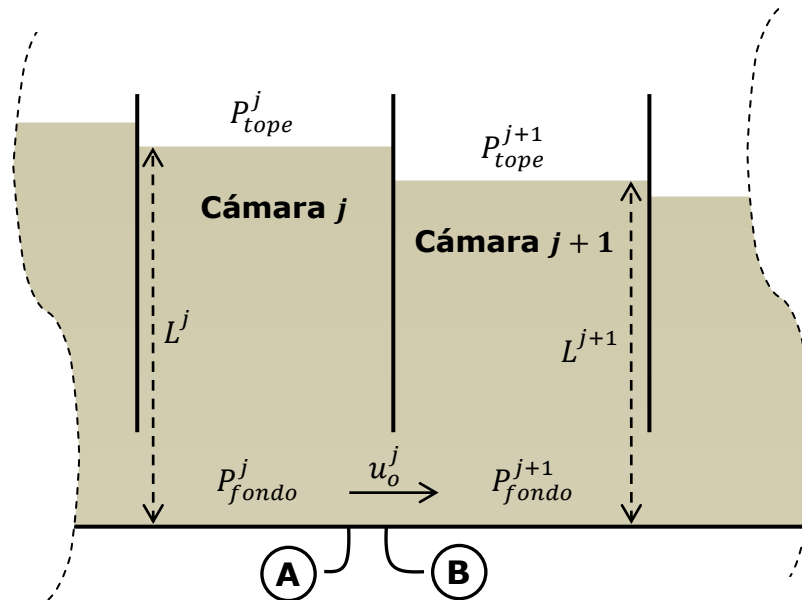


Figura 3.2. Lechos fluidizados comunicados por un orificio en la parte inferior.

La ecuación de Bernoulli se aplica a los puntos A y B de la Figura 3.2. En este contexto, la velocidad u_o^j (en el punto A) representa la velocidad del flujo (de sólidos y el aire que los acompaña) a través del orificio, mientras que la velocidad de los gránulos en el punto B se considera despreciable porque el área de flujo es mucho mayor que la del orificio.

Despreciando las posibles pérdidas de energía mecánica debido al pasaje del flujo por el orificio (hipótesis válida cuando el orificio es relativamente grande), la ecuación de Bernoulli se puede escribir como:

$$\frac{1}{2} \rho_{bed}^j u_0^{j2} = P_{fondo}^j - P_{fondo}^{j+1} \quad (3.2)$$

donde para la cámara j , ρ_{bed}^j es la densidad del lecho y P_{fondo}^j es la presión que ejerce el lecho sobre la placa de distribución de aire.

Las presiones en el fondo de cada cámara se pueden formular en función de la densidad y altura del lecho, lo cual permite expresar la Ecuación 3.2 como sigue:

$$\frac{1}{2} \rho_{bed}^j u_0^{j2} = g(\rho_{bed}^j L^j - \rho_{bed}^{j+1} L^{j+1}) \quad (3.3)$$

Despejando la velocidad de la Ecuación 3.3, se obtiene:

$$u_0^j = \sqrt{\frac{2g (\rho_{bed}^j L^j - \rho_{bed}^{j+1} L^{j+1})}{\rho_{bed}^j}} \quad (3.4)$$

Por lo tanto, el caudal másico de sólidos que abandona la cámara j se puede estimar como:

$$\dot{m}_{Sout}^j = \rho_{bed}^j A_0^j u_0^j = A_0^j \sqrt{2g \rho_{bed}^j (\rho_{bed}^j L^j - \rho_{bed}^{j+1} L^{j+1})} \quad j = 1 \text{ a } 5 \quad (3.5)$$

donde A_0^j es el área de pasaje de los sólidos desde la cámara j hacia la $j + 1$ y L^j es la altura del lecho j . Es importante notar que, en la Ecuación 3.5, \dot{m}_{Sout}^j depende de la densidad del lecho ρ_{bed}^j y no de la densidad de las partículas ρ_p en coincidencia con otras expresiones reportadas en la literatura (Burkett et al., 1971; Grieco y Marmo, 2006).

En términos generales y considerando la pérdida de carga al atravesar el área de pasaje, la Ecuación 3.5 se puede reescribir adicionando la corrección dada por el coeficiente de descarga C_D :

$$\dot{m}_{Sout}^j = C_D A_0^j \sqrt{2g \rho_{bed}^j (\rho_{bed}^j L^j - \rho_{bed}^{j+1} L^{j+1})} \quad j = 1 \text{ a } 5 \quad (3.6)$$

El cálculo del caudal de sólidos que abandona el granulador se obtiene de la Ecuación 3.6 considerando que $j = 6$ y $L^7 = 0$:

$$\dot{m}_{S_{out}}^6 = C_D \rho_{bed}^6 A_0^6 \sqrt{2gL^6} \quad (3.7)$$

donde A_0^6 es el área de descarga del granulador. Tal como sugiere Massimilla (1971) para partículas mucho más pequeñas que el área de pasaje, el coeficiente de descarga C_D se considera aproximadamente igual a 0,5.

3.2.1.2 Densidad y porosidad de los lechos fluidizados

La densidad del lecho fluidizado en cada cámara se calcula como:

$$\rho_{bed}^j = \rho_p(1 - \varepsilon^j) + \rho_a \varepsilon^j \quad (3.8)$$

donde ε^j es la porosidad del lecho fluidizado en la cámara j y ρ_p y ρ_a son las densidades de las partículas y el aire, respectivamente. La porosidad del lecho fluidizado en cada cámara ε^j se computa según la siguiente ecuación (Mörl et al., 2007; Richardson y Zaki, 1954):

$$\varepsilon^j = \varepsilon_{mf} \left(\frac{u^j}{u_{mf}^j} \right)^{K_\varepsilon^j} \quad (3.9)$$

donde ε_{mf} es la porosidad del lecho en condiciones de mínima fluidización. ε_{mf} se asume constante e igual a 0,41, valor estimado a partir de la correlación de Wen y Yu (1966). u^j es la velocidad superficial del aire en el lecho y u_{mf}^j es la velocidad mínima de fluidización para cada cámara j . K_ε^j se define como:

$$K_\varepsilon^j = \frac{\ln \frac{1}{\varepsilon_{mf}}}{\ln \frac{u_t^j}{u_{mf}^j}} \quad (3.10)$$

donde u_t^j es la velocidad terminal de las partículas en el lecho j . Debido a que las velocidades mínima de fluidización y terminal son función del diámetro de las partículas, la porosidad también varía con el tamaño de los gránulos. En efecto, la porosidad presenta valores más

pequeños para partículas de mayor tamaño. Las Ecuaciones 3.9 y 3.10, que constituyen la correlación de Richardson y Zaki (1954), permiten estimar la porosidad de los lechos fluidizados de una manera simple. Esta correlación se fundamenta en que la porosidad debe pasar por los puntos $(u_{mf}^j, \varepsilon_{mf}^j)$ y $(u_t^j, 1)$, correspondientes a las condiciones de mínima fluidización y velocidad terminal (cuando la velocidad iguala a la velocidad terminal de las partículas, la porosidad es prácticamente 1 debido a la elutriación de los sólidos).

Los valores de porosidad calculados mediante la ecuación de Richardson y Zaki (1954) son comparables a los predichos por otras correlaciones, como la de Kunni y Levenspiel (1991) considerada para el modelo propuesto en el Capítulo anterior. Para datos típicos de una cámara de granulación, en la Figura 3.3 se contrastan las correlaciones de Richardson y Zaki (RZ), Kunni y Levenspiel (KL) y Gorosko y colaboradores (Mörl et al., 2007; Gorosko et al., 1958). Esta última correlación está dada por:

$$\varepsilon = \left(\frac{18Re + 0.36Re^2}{Ar} \right)^{0.21} \tag{3.11}$$

donde Re y Ar son los números de Reynolds y Arquímedes, evaluados en el diámetro medio número-volumen de la población.

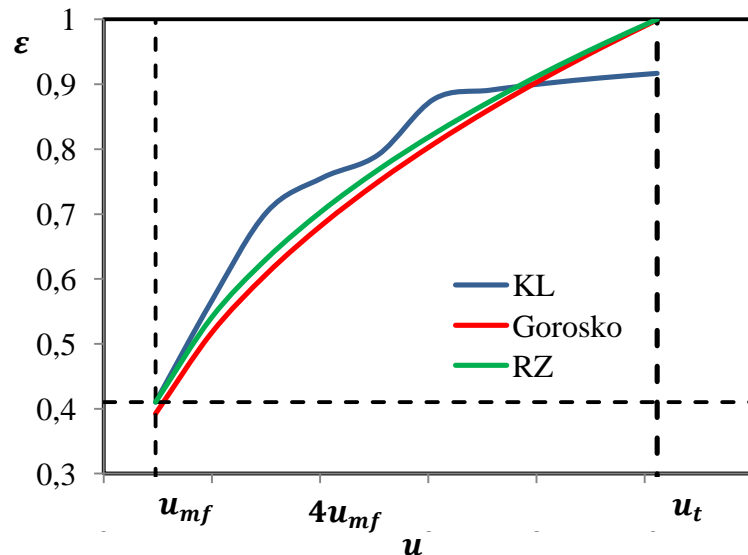


Figura 3.3. Comparación de distintas correlaciones para el cálculo de porosidades de lecho fluidizado considerando datos típicos industriales.

Como se puede observar en la Figura 3.3, exceptuando el rango de altas velocidades (no factibles en el granulador), la correlación de Kunni-Levenspiel predice los valores más altos

de porosidad. Las otras dos correlaciones estiman porosidades similares. Teniendo en cuenta que el granulador opera con velocidades de 3 a 4 veces la de mínima fluidización, se puede concluir que las correlaciones evaluadas predicen valores de porosidad cercanos. En búsqueda de un modelo dinámico de bajo costo computacional, se elige la ecuación RZ por su simplicidad. En efecto, no requiere evaluar las propiedades de las burbujas como se debe hacer para aplicar la correlación de KL utilizada en el Capítulo 2.

3.2.1.3 Altura de los lechos fluidizados

La masa de sólidos en cada cámara j está relacionada con la altura del lecho fluidizado del siguiente modo:

$$m_S^j = \rho_p A_T^j (1 - \varepsilon^j) L^j \quad (3.12)$$

siendo A_T^j el área transversal de la cámara.

Para estimar las alturas de los lechos, se deben reemplazar las Ecuaciones 3.6 (o 3.7) y 3.12 en la Ecuación 3.1, y resolver las ecuaciones diferenciales resultantes. A partir de las alturas de cada cámara, es posible computar el caudal de partículas de salida y la masa de sólidos en cada lecho, utilizando las Ecuaciones 3.6 (o 3.7) y 3.12.

3.2.2 Diámetro medio número-volumen

Considerando que el único mecanismo de crecimiento es el recubrimiento por deposición de finas gotas (*accretion*), el balance en número de partículas para cada cámara viene dado por (Randolph y Larson, 1971):

$$\frac{dN^j}{dt} = \dot{N}_{in}^j - \dot{N}_{out}^j \quad j = 1 \text{ a } 6 \quad (3.13)$$

donde N^j es el número de partículas dentro del lecho j y \dot{N}_{in}^j y \dot{N}_{out}^j son los caudales en número de partículas de entrada y salida de la cámara j . Debido a la configuración en serie, se cumple $\dot{N}_{in}^j = \dot{N}_{out}^{j-1}$ para $j = 2$ a 6 .

Caracterizando a la población de partículas por el diámetro medio número-volumen de la

población, el balance de masa para los sólidos en cada cámara (Ecuación 3.1) se puede reescribir en función del tamaño y el número de partículas como:

$$\rho_p \frac{\pi}{6} \frac{d}{dt} \left(N^j \overline{Dp}_{NV}^j{}^3 \right) = \dot{m}_{S_{in}}^j + \dot{m}_L^j (1 - x_L^j) - \dot{m}_{S_{out}}^j \quad j = 1 \text{ a } 6 \quad (3.14)$$

donde \overline{Dp}_{NV}^j es el diámetro medio número-volumen de la población dentro de cada cámara j .

De acuerdo a la suposición de mezclado perfecto para la fase sólida, el diámetro medio número-volumen de la población dentro del lecho j es idéntico al diámetro medio que posee la corriente que abandona esa cámara (i.e., $\overline{Dp}_{NV}^j = \overline{Dp}_{NV_{out}}^j$). Por lo tanto, el número de partículas y el caudal en número que sale de cada cámara j se pueden calcular, respectivamente, por medio de las siguientes relaciones:

$$N^j = \frac{m_S^j}{\rho_p \frac{\pi}{6} \overline{Dp}_{NV}^j{}^3} \quad j = 1 \text{ a } 6 \quad (3.15)$$

$$\dot{N}_{out}^j = \frac{\dot{m}_{S_{out}}^j}{\rho_p \frac{\pi}{6} \overline{Dp}_{NV}^j{}^3} \quad j = 1 \text{ a } 6 \quad (3.16)$$

Distribuyendo la derivada con respecto al tiempo en el lado izquierdo de la Ecuación 3.14 y teniendo en cuenta las Ecuaciones 3.13, 3.15 y 3.16, la Ecuación 3.14 se puede expresar como sigue:

$$\frac{d\overline{Dp}_{NV}^j}{dt} = \frac{\overline{Dp}_{NV}^j}{3m_S^j} \left[\dot{m}_{S_{in}}^j \left[1 - \left(\frac{\overline{Dp}_{NV}^j}{\overline{Dp}_{NV}^{j-1}} \right)^3 \right] + \dot{m}_L^j (1 - x_L^j) \right] \quad j = 1 \text{ a } 6 \quad (3.17)$$

La Ecuación 3.17 permite evaluar la evolución dinámica del diámetro medio número-volumen en cada cámara. Al igual que en el Capítulo anterior, el diámetro medio número-volumen se utiliza para evaluar las velocidades de fluidización incipiente y terminal. Como se menciona en la Sección 2.7.2, el uso del diámetro \overline{Dp}_{NV}^j en lugar del diámetro medio superficie-volumen (para el cálculo de la porosidad) es una aproximación válida cuando se desconoce la distribución de tamaño de partículas o bien cuando la misma es angosta. Bajo la hipótesis de estado estacionario, la Ecuación 3.17 se reduce a:

Caída de presión en el lecho fluidizado

La caída de presión en el lecho fluidizado es la pérdida de carga del medio fluidizante (aire en el caso del granulador) producida por la fricción del fluido consigo mismo, con las partículas fluidizadas y con las paredes de la cámara (Kunii y Levenspiel, 1991). La expresión para calcular dicha caída de presión se puede obtener formulando un balance de fuerzas para las partículas y un balance de cantidad de movimiento para el fluido.

Balance de fuerzas para la fase sólida

Debido a que en un lecho fluidizado las partículas se encuentran suspendidas por la corriente de fluido que se dirige de abajo hacia arriba, existe un equilibrio entre las fuerzas que actúan sobre ellas. En efecto, el peso de las partículas se compensa con la fuerza de arrastre ejercida por el fluido y el empuje causado por la diferencia de densidades entre el sólido y el fluido (ver Figura 3.5).

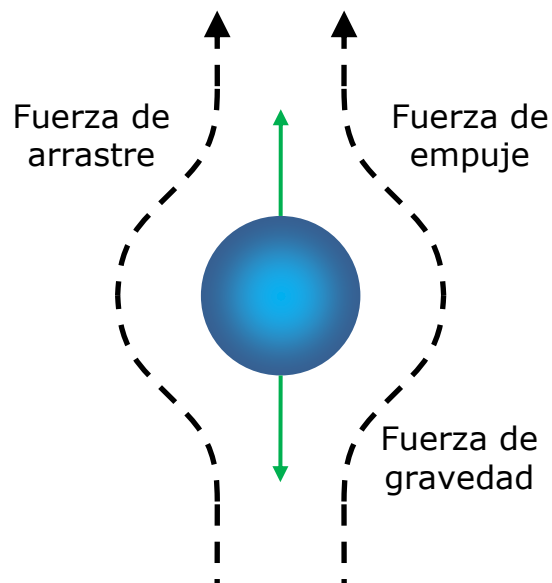


Figura 3.5. Balance de fuerzas para las partículas en un lecho fluidizado.

Para un lecho de sólidos, la fuerza de gravedad que actúa sobre las partículas es igual al peso de las mismas y se puede expresar en función de la densidad de las partículas, la porosidad y altura del lecho y el área transversal de la cámara. Similarmente, la fuerza de empuje es igual al peso del fluido desplazado por las partículas y depende de la densidad del fluido, la porosidad y altura del lecho y el área transversal de la cámara (Rhodes, 1998):

$$\Delta P_{arraastre}^j A_T^j = \rho_p g A_T^j (1 - \varepsilon^j) L^j - \bar{\rho}_a^j g A_T^j (1 - \varepsilon^j) L^j \quad (3.21)$$

donde $\Delta P_{arraastre}^j$ es la pérdida de carga debida a la fricción entre el fluido y las partículas y $\bar{\rho}_a^j$ es la densidad promedio (respecto a la coordenada vertical) del aire. Cancelando A_T^j y agrupando términos, la Ecuación 3.21 se puede reescribir como:

$$\Delta P_{arraastre}^j = (\rho_p - \bar{\rho}_a^j) g (1 - \varepsilon^j) L^j \quad (3.22)$$

En el punto de mínima fluidización, la pérdida de carga friccional del lecho fluidizado ($\Delta P_{arraastre}^j$) es idéntica a la pérdida de carga que experimenta un lecho fijo. Por lo tanto, para cada cámara, esta caída de presión también se puede estimar utilizando la clásica Ecuación de Ergun (1952), evaluada en condiciones de fluidización incipiente (i.e, la porosidad, altura del lecho y velocidad son las de mínima fluidización):

$$\frac{\Delta P_{arraastre}^j}{L_{mf}^j} = 150 \frac{(1 - \varepsilon_{mf}^j)^2}{\varepsilon_{mf}^j} \frac{\mu^j u_{mf}^j}{\overline{Dp}_{NV}^j} + 1.75 \frac{(1 - \varepsilon_{mf}^j)}{\varepsilon_{mf}^j} \frac{\bar{\rho}_a^j u_{mf}^j{}^2}{\overline{Dp}_{NV}^j} \quad (3.23)$$

donde el subíndice mf indica que las variables se deben evaluar en las condiciones de mínima fluidización y μ^j representa la viscosidad del fluido en la cámara j . Si bien se puede calcular a partir de las condiciones de fluidización incipiente (Ecuación 3.23), $\Delta P_{arraastre}^j$ permanece esencialmente constante para cualquier velocidad de fluidización (Rhodes, 1998). Por lo tanto, la Ecuación 3.22 es válida en todo el rango de fluidización. De manera rigurosa, al igual que para el cálculo de u_{mf}^j , el diámetro medio que se debe utilizar en el lado derecho de la Ecuación 3.23 es aquel que conserva la superficie y el volumen de la población de partículas. Sin embargo, si la distribución de tamaño de partículas es desconocida o bien es angosta, el uso del diámetro medio \overline{Dp}_{NV}^j en la Ecuación 3.23 se puede considerar aceptable.

Balance de cantidad de movimiento para el fluido:

Con el objeto de establecer la pérdida de carga del lecho, se plantea un balance de cantidad de movimiento para el fluido entre el tope y el fondo del lecho fluidizado. Para ello, se tienen en cuenta los términos de cambio de energía cinética, energía potencial gravitatoria y de presión y las pérdidas por fricción entre las partículas y el fluido:

$$\frac{\bar{\rho}_a^j}{2} (u_{tope}^j{}^2 - u_{fondo}^j{}^2) + \bar{\rho}_a^j g L^j - \Delta P_{bed}^j + \Delta P_{arrastre}^j = 0 \quad (3.24)$$

Los términos de la Ecuación 3.24 tienen unidades de energía por unidad de volumen. ΔP_{bed}^j es la caída de presión neta mientras que $\Delta P_{arrastre}^j$ es la caída de presión relacionada con el arrastre entre las fases sólida y fluida (Rhodes, 1998). u_{tope}^j y u_{fondo}^j son las velocidades del fluido en la parte inferior y superior del lecho j , respectivamente. Asumiendo un lecho de área transversal constante, las velocidades superficiales del fluido en el fondo y tope del lecho resultan iguales y, por lo tanto, el cambio de energía cinética es nulo. En consecuencia, el balance de cantidad de movimiento para el fluido es (Kunii y Levenspiel, 1991):

$$\bar{\rho}_a^j g L^j - \Delta P_{bed}^j + \Delta P_{arrastre}^j = 0 \quad (3.25)$$

Se debe observar que, cuando el fluido es un gas (como en el caso del granulador estudiado en la presente tesis), el primer término de la Ecuación 3.25 es despreciable y, por ende, la caída de presión neta del lecho ΔP_{bed}^j resulta igual a la caída de presión por arrastre $\Delta P_{arrastre}^j$. En cambio, si el fluido fuera líquido, el primer término de la Ecuación 3.25 se debería tener en cuenta (esta distinción no siempre se aclara en la literatura). Continuando con el caso general y reemplazando la Ecuación 3.22 en la Ecuación 3.25, se obtiene:

$$\bar{\rho}_a^j g L^j - \Delta P_{bed}^j + (\rho_p - \bar{\rho}_a^j) g (1 - \varepsilon^j) L^j = 0 \quad (3.25)$$

Agrupando términos:

$$\Delta P_{bed}^j = [\rho_p (1 - \varepsilon^j) + \bar{\rho}_a^j \varepsilon^j] g L^j \quad (3.26)$$

El término entre corchetes de la Ecuación 3.26 es la densidad del lecho fluidizado (Ecuación 3.8). Por lo tanto, la caída de presión en el lecho se puede escribir como:

$$\Delta P_{bed}^j = \rho_{bed}^j g L^j \quad (3.27)$$

La Ecuación 3.27 indica que la caída de presión en el lecho fluidizado es la diferencia de presión hidrostática entre el tope y el fondo del lecho, otra de las semejanzas existentes entre los lechos fluidizados y los líquidos. Según la Ecuación 3.27, la cantidad ($\Delta P_{bed}^j A_T^j$)

representa el peso de las partículas y el fluido. Cuando el fluido es gaseoso, $(\Delta P_{bed}^j A_T^j)$ es prácticamente el peso de las partículas.

Caída de presión en la grilla de distribución

Hunt y McAllister (Mörl et al., 2007) proponen la siguiente ecuación para calcular la caída de presión a través de platos perforados:

$$\Delta P_{dist}^j = K_D \frac{\bar{\rho}_a^j}{2} \frac{0.4 (1.25 - \psi) + (1 + \psi)^2}{\psi^2} u^j{}^2 \quad (3.28)$$

donde ψ es el cociente entre el área de los orificios y el área seccional del distribuidor, u^j es la velocidad superficial del aire antes de ingresar a la placa y K_D es un coeficiente de proporcionalidad. A partir de consideraciones geométricas (ver Figura 3.6), se puede estimar la fracción ψ como sigue:

Para arreglos triangulares equiláteros:

$$\psi = 0.907 \left(\frac{d_{or}}{p_{or}} \right)^2 \quad (3.29a)$$

Para arreglos cuadrados:

$$\psi = 0.785 \left(\frac{d_{or}}{p_{or}} \right)^2 \quad (3.29b)$$

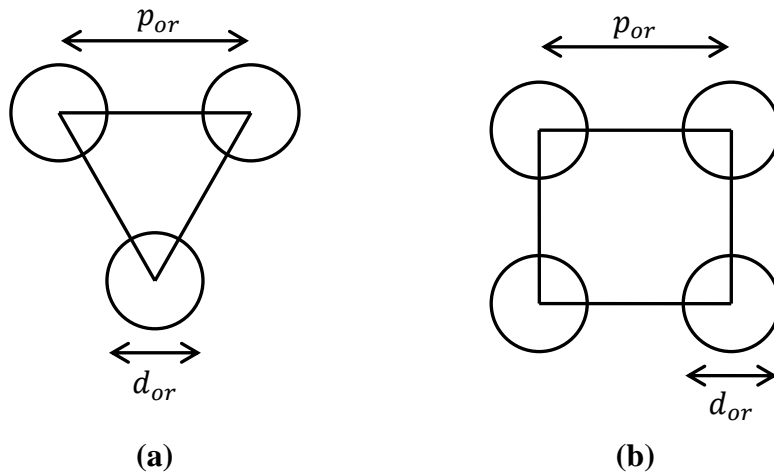


Figura 3.6. Arreglos triangulares (a) y cuadrados (b) de orificios para placas perforadas.

donde d_{or} es el diámetro de cada orificio y p_{or} es la distancia entre dos orificios consecutivos. K_D es un coeficiente de flujo reportado por Hunt y McAllister (Mörl et al., 2007) que depende del cociente entre el espesor de la placa s y el diámetro de orificio d_{or} . Este coeficiente se puede expresar genéricamente como:

$$K_D = f\left(\frac{s}{d_{or}}\right) \quad (3.30)$$

Teniendo en cuenta las consideraciones previas, la Ecuación 3.28 se puede escribir como:

$$\Delta P_{dist}^j = K_p \bar{\rho}_a^j u^{j^2} \quad (3.31)$$

donde K_p sólo es función del diseño y la geometría de la grilla. Para esta Tesis, se elige un arreglo triangular de orificios. Utilizando datos industriales de la grilla, K_p resulta aproximadamente igual a 200.

Reemplazando las Ecuaciones 3.27 y 3.31 en la Ecuación 3.20, la caída de presión total en cada cámara resulta:

$$\Delta P_T^j = \Delta P_{bed}^j + \Delta P_{dist}^j = \rho_{bed}^j g L^j + K_p \bar{\rho}_a^j u^{j^2} \quad j = 1 a 6 \quad (3.32)$$

3.2.4 Agua evaporada

Debido a la hipótesis de evaporación completa discutida en el Capítulo 2 y a la suposición de que las semillas están libres de humedad, el caudal de agua evaporada resulta igual a la carga de agua que ingresa al sistema en la corriente de solución de urea:

$$\dot{m}_{EV}^j = \dot{m}_L^j x_L^j \quad (3.33)$$

3.2.5 Balance de energía

De acuerdo a la hipótesis *ix* para el modelo presentado en este Capítulo (ver Sección 3.2), se asume que las temperaturas del sólido y el gas en el interior y a la salida de cada cámara son idénticas. Para estimar la temperatura T^j correspondiente a cada cámara, se realiza un balance de energía global en estado no estacionario, cuyos términos se presentan en la Figura 3.7.

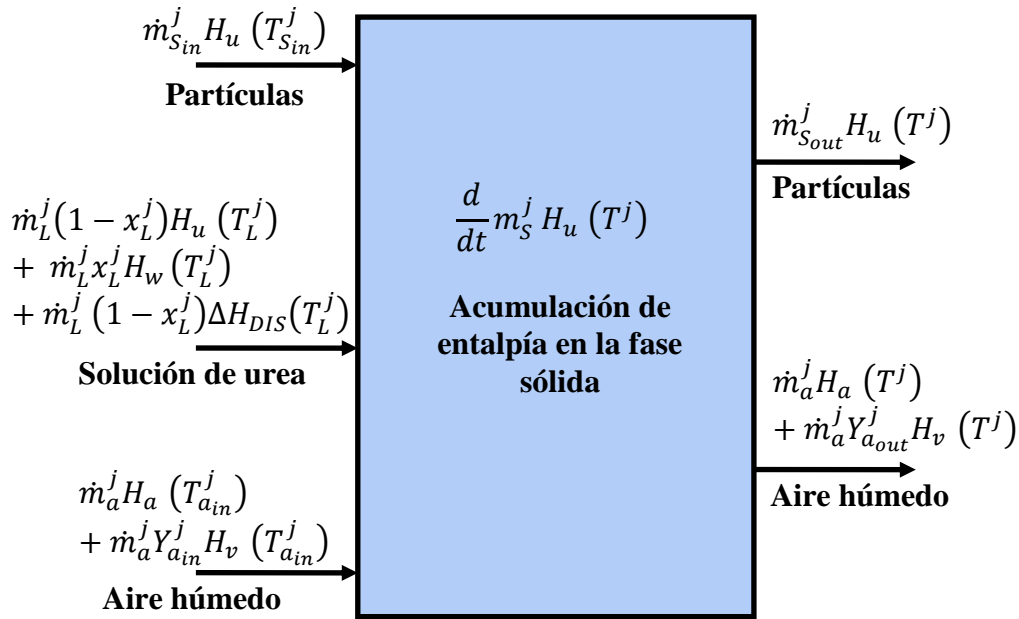


Figura 3.7. Términos involucrados en el balance de energía global para una cámara de granulación.

$Y_{a_{in}}^j$ e $Y_{a_{out}}^j$ representan las fracciones de agua (en base seca) de la fase gas a la entrada y salida de cada cámara, respectivamente. $\Delta H_{DIS}(T_L^j)$ es el calor de disolución entregado por la solución de urea que ingresa al granulador. Debido a que se asumen celdas adiabáticas (hipótesis *x* del modelo, ver Sección 3.2), no se consideran términos de calor intercambiado con otras cámaras o el exterior.

Como se desprecia la acumulación de gas en la cámara (el aire se comporta en pseudo-estado estacionario, hipótesis *iii* del modelo, Sección 3.2) y se supone que la urea de las gotas líquidas que ingresan solidifica rápidamente (hipótesis *viii* del modelo, Sección 3.2), sólo se tiene en cuenta la acumulación de masa para la fase sólida.

Considerando las hipótesis señaladas, el balance de energía se puede expresar como:

$$\begin{aligned}
 & \frac{d}{dt} m_s^j H_u(T^j) \\
 &= \dot{m}_{s_{in}}^j H_u(T_{s_{in}}^j) + \dot{m}_L^j (1 - x_L^j) H_u(T_L^j) + \dot{m}_L^j x_L^j H_w(T_L^j) \\
 &+ \dot{m}_L^j (1 - x_L^j) \Delta H_{DIS}(T_L^j) + \dot{m}_a^j H_a(T_{a_{in}}^j) + \dot{m}_a^j Y_{a_{in}}^j H_v(T_{a_{in}}^j) \\
 &- \dot{m}_{s_{out}}^j H_u(T^j) - \dot{m}_a^j H_a(T^j) - \dot{m}_a^j Y_{a_{out}}^j H_v(T^j)
 \end{aligned} \tag{3.34}$$

Dado que el agua evaporada se transfiere a la fase gas, el balance de masa para la humedad del aire resulta:

$$\dot{m}_a^j Y_{a_{out}}^j = \dot{m}_a^j Y_{a_{in}}^j + \dot{m}_L^j x_L^j \quad (3.35)$$

Reemplazando la Ecuación 3.35 en la Ecuación 3.34:

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dt} m_S^j H_u (T^j) \\ &= \dot{m}_{S_{in}}^j H_u (T_{S_{in}}^j) + \dot{m}_L^j (1 - x_L^j) H_u (T_L^j) + \dot{m}_L^j x_L^j H_w (T_L^j) \\ &+ \dot{m}_L^j (1 - x_L^j) \Delta H_{DIS}(T_L^j) + \dot{m}_a^j H_a (T_{a_{in}}^j) + \dot{m}_a^j Y_{a_{in}}^j H_v (T_{a_{in}}^j) \\ &- \dot{m}_{S_{out}}^j H_u (T^j) - \dot{m}_a^j H_a (T^j) \\ &- [\dot{m}_a^j Y_{a_{in}}^j + \dot{m}_L^j x_L^j] H_v (T^j) \end{aligned} \quad (3.36)$$

Distribuyendo la derivada con respecto al tiempo en el lado izquierdo de la Ecuación 3.36, reemplazando el balance de masa para urea (Ecuación 3.1), y agrupando términos, se obtiene:

$$\begin{aligned} & m_S^j \frac{d}{dt} H_u (T^j) + H_u (T^j) [\dot{m}_{S_{in}}^j + \dot{m}_L^j (1 - x_L^j) - \dot{m}_{S_{out}}^j] \\ &= \dot{m}_{S_{in}}^j H_u (T_{S_{in}}^j) + \dot{m}_L^j (1 - x_L^j) H_u (T_L^j) + \dot{m}_L^j x_L^j [H_w (T_L^j) - H_v (T^j)] \\ &+ \dot{m}_L^j (1 - x_L^j) \Delta H_{DIS}(T_L^j) + \dot{m}_a^j [H_a (T_{a_{in}}^j) - H_a (T^j)] \\ &+ \dot{m}_a^j Y_{a_{in}}^j [H_v (T_{a_{in}}^j) - H_v (T^j)] - \dot{m}_{S_{out}}^j H_u (T^j) \end{aligned} \quad (3.37)$$

Realizando pasos algebraicos, la Ecuación 3.37 se puede reescribir como:

$$\begin{aligned} & m_S^j \frac{d}{dt} H_u (T^j) \\ &= \dot{m}_{S_{in}}^j [H_u (T_{S_{in}}^j) - H_u (T^j)] + \dot{m}_L^j (1 - x_L^j) [H_u (T_L^j) - H_u (T^j)] \\ &+ \dot{m}_L^j x_L^j [H_w (T_L^j) - H_v (T^j)] + \dot{m}_L^j (1 - x_L^j) \Delta H_{DIS}(T_L^j) \\ &+ \dot{m}_a^j [H_a (T_{a_{in}}^j) - H_a (T^j)] + \dot{m}_a^j Y_{a_{in}}^j [H_v (T_{a_{in}}^j) - H_v (T^j)] \end{aligned} \quad (3.38)$$

La entalpía de la urea evaluada a T^j se puede formular en función de una entalpía evaluada a una temperatura de referencia:

$$H_u (T^j) = H_u (T_{ref}) + \int_{T_{ref}}^{T^j} c p_u dT \quad (3.39)$$

La derivada con respecto al tiempo de esta expresión es:

$$\frac{d}{dt} H_u (T^j) = \frac{d}{dt} \int_{T_{ref}}^{T^j} c p_u dT \quad (3.40)$$

Aplicando la regla de Leibniz para derivación bajo el signo de integral a la Ecuación 3.40, resulta:

$$\frac{d}{dt} \int_{T_{ref}}^{T^j} c p_u dT = \int_{T_{ref}}^{T^j} \frac{\partial c p_u}{\partial t} dT + c p_u(T^j) \frac{dT^j}{dt} - c p_u(T_{ref}) \frac{dT_{ref}}{dt} = c p_u(T^j) \frac{dT^j}{dt} \quad (3.41)$$

Reemplazando la Ecuación 3.41 en la Ecuación 3.40, se obtiene:

$$\frac{d}{dt} H_u (T^j) = c p_u(T^j) \frac{dT^j}{dt} \quad (3.42)$$

Sustituyendo la Ecuación 3.42 en la Ecuación 3.38, resulta:

$$\begin{aligned} & m_s^j c p_u(T^j) \frac{dT^j}{dt} \\ &= \dot{m}_{S_{in}}^j [H_u (T_{S_{in}}^j) - H_u (T^j)] + \dot{m}_L^j (1 - x_L^j) [H_u (T_L^j) - H_u (T^j)] \\ &+ \dot{m}_L^j x_L^j [H_w (T_L^j) - H_v (T^j)] + \dot{m}_L^j (1 - x_L^j) \Delta H_{DIS}(T_L^j) \\ &+ \dot{m}_a^j [H_a (T_{a_{in}}^j) - H_a (T^j)] + \dot{m}_a^j Y_{a_{in}}^j [H_v (T_{a_{in}}^j) - H_v (T^j)] \end{aligned} \quad (3.43)$$

Por su parte, el término $[H_w(T_L^j) - H_v(T^j)]$ se puede formular como:

$$H_w(T^j) - H_v(T^j) = -\Delta H_{EV}(T^j) \quad (3.44)$$

Teniendo en cuenta la Ecuación 3.44, la Ecuación 3.43 se transforma en:

$$\begin{aligned} & m_s^j c p_u(T^j) \frac{dT^j}{dt} \\ &= \dot{m}_{S_{in}}^j [H_u(T_{S_{in}}^j) - H_u(T^j)] + \dot{m}_L^j (1 - x_L^j) [H_u(T_L^j) - H_u(T^j)] \\ &+ \dot{m}_L^j x_L^j [H_w(T_L^j) - H_w(T^j)] - \dot{m}_L^j x_L^j \Delta H_{EV}(T^j) + \dot{m}_L^j (1 - x_L^j) \Delta H_{DIS}(T_L^j) \\ &+ \dot{m}_a^j [H_a(T_{a_{in}}^j) - H_a(T^j)] + \dot{m}_a^j Y_{a_{in}}^j [H_v(T_{a_{in}}^j) - H_v(T^j)] \end{aligned} \quad (3.45)$$

Finalmente, las diferencias de entalpías en la Ecuación 3.45 se formulan (utilizando expresiones similares a la Ecuación 3.39) en función de las capacidades caloríficas y las temperaturas involucradas tal como se muestra a continuación:

$$\begin{aligned} & m_s^j c p_u(T^j) \frac{dT^j}{dt} \\ &= \dot{m}_{S_{in}}^j \int_{T^j}^{T_{S_{in}}^j} c p_u dT + \dot{m}_L^j (1 - x_L^j) \int_{T^j}^{T_L^j} c p_u dT + \dot{m}_L^j x_L^j \int_{T^j}^{T_L^j} c p_w dT \\ &- \dot{m}_L^j x_L^j \Delta H_{EV}(T^j) + \dot{m}_L^j (1 - x_L^j) \Delta H_{DIS}(T_L^j) + \dot{m}_a^j \int_{T^j}^{T_{a_{in}}^j} c p_a dT \\ &+ \dot{m}_a^j Y_{a_{in}}^j \int_{T^j}^{T_{a_{in}}^j} c p_v dT \quad j = 1 \text{ a } 6 \end{aligned} \quad (3.46)$$

donde T_L^j , $T_{a_{in}}^j$ y $T_{S_{in}}^j$ son las temperaturas de la solución de urea, del aire de fluidización y de las partículas que ingresan a la cámara j , respectivamente. ΔH_{DIS} y ΔH_{EV} son los calores latentes de disolución de urea y evaporación de agua. $c p_u$, $c p_w$, $c p_a$ y $c p_v$ son los calores específicos de la urea sólida, el agua en solución, el aire y el vapor de agua, respectivamente.

3.3 Resolución del modelo matemático

El modelo dinámico del granulador queda constituido por un conjunto de 18 ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden (Ecuaciones 3.1, 3.17 y 3.46, las cuales deben plantearse para las seis cámaras del equipo), ecuaciones algebraicas complementarias anteriormente descriptas y las siguientes condiciones iniciales:

$$m_S^j(t_0) = m_{S_0}^j \quad \overline{Dp}_{NV}^j(t_0) = \overline{Dp}_{NV_0}^j \quad T^j(t_0) = T_0^j \quad j = 1 \text{ a } 6 \quad (3.47)$$

Las únicas variables independientes del tiempo presentes en el modelo son: C_D , A_0^j , ρ_p , ε_{mf} , A_T^j y K_P .

Respecto a la caída de presión del sistema, la misma se puede calcular para todo tiempo si se conocen la altura y la porosidad del lecho en cada instante.

El modelo se implementó en el lenguaje de programación FORTRAN. Las seis cámaras interactúan entre sí a través del caudal de partículas que pasa de un lecho al siguiente, por lo cual los balances de todas las cámaras se deben resolver en forma simultánea (a diferencia del modelo en estado estacionario del Capítulo 2 que puede resolverse de manera secuencial). Para cada intervalo de tiempo, se resuelven además las ecuaciones algebraicas que permiten predecir las propiedades termodinámicas y la hidrodinámica de los lechos fluidizados. Luego, y por medio de una subrutina Gear, el conjunto de ecuaciones diferenciales ordinarias se integra para estimar la masa de sólidos, la temperatura del lecho y el diámetro medio número-volumen de la población para cada una de las cámaras del granulador.

3.4 Resultados de la simulación

3.4.1 Operación en estado estacionario

Para resolver el modelo dinámico del granulador se requiere conocer los valores de las variables de estado correspondientes al estado estacionario inicial. Por esta razón, en esta Sección se detalla el comportamiento de algunas variables del granulador operando en estado estable. Luego, en la Sección que sigue se presentan resultados de la dinámica del sistema cuando éste se somete a diferentes perturbaciones con relación al estado estacionario inicial que aquí se describe.

Los resultados de la simulación en estado estacionario, que se muestran en esta Sección, se expresan como variables normalizadas con respecto a los valores correspondientes a la primera cámara.

En la Figura 3.8 se grafican los caudales máxicos de partículas que abandonan cada cámara. El caudal máxico de salida de las cámaras 1 a 3 aumenta progresivamente como consecuencia de la solución de urea alimentada. En cambio, y debido a que no ingresa urea, los caudales máxicos que salen de las cámaras de enfriamiento 4 a 6 son idénticos entre sí (ver Ecuación 3.1). El aumento del caudal máxico en los lechos de crecimiento es uniforme debido a que se alimenta el mismo caudal de solución de urea en cada cámara.

Como sólo hay crecimiento de las partículas en los primeros tres lechos, se observa que el diámetro medio número-volumen de las partículas (ver Figura 3.9) aumenta en las cámaras 1 a 3 y luego se mantiene constante hasta la salida del granulador. Teniendo en cuenta las Ecuaciones 3.1 (en su versión de estado estacionario) y 3.19, se puede deducir que en términos de variables normalizadas el cambio en \overline{Dp}_{NV}^j debe ser igual al cambio en $\dot{m}_{S_{out}}^j$ elevado a la (1/3). En efecto, el caudal máxico que abandona la segunda cámara aumenta aproximadamente un 33% con respecto al que sale de la primera cámara, mientras que el diámetro medio lo hace en un 10% (i.e., $1,33^{1/3} \approx 1,10$).

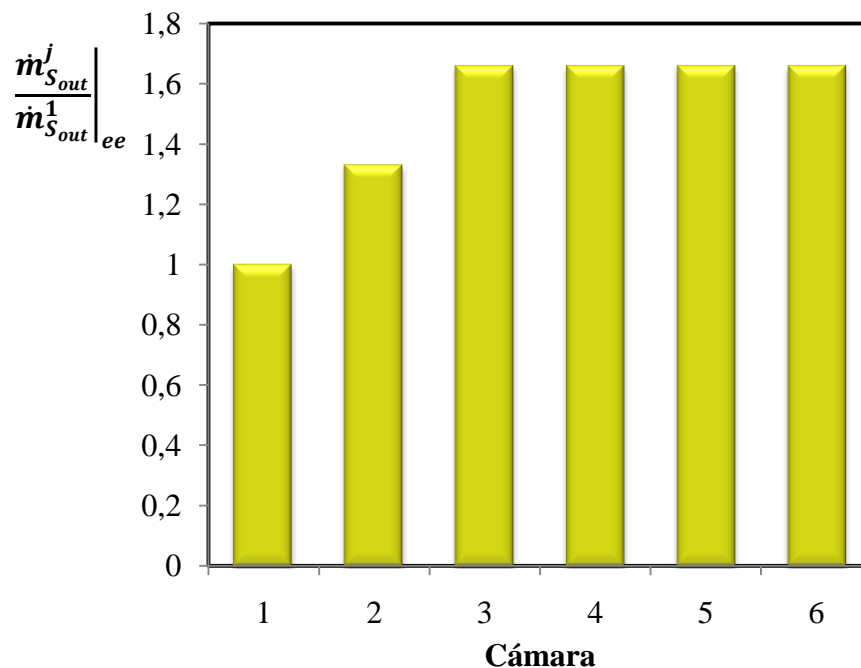


Figura 3.8. Caudal máxico de partículas que abandona cada cámara.

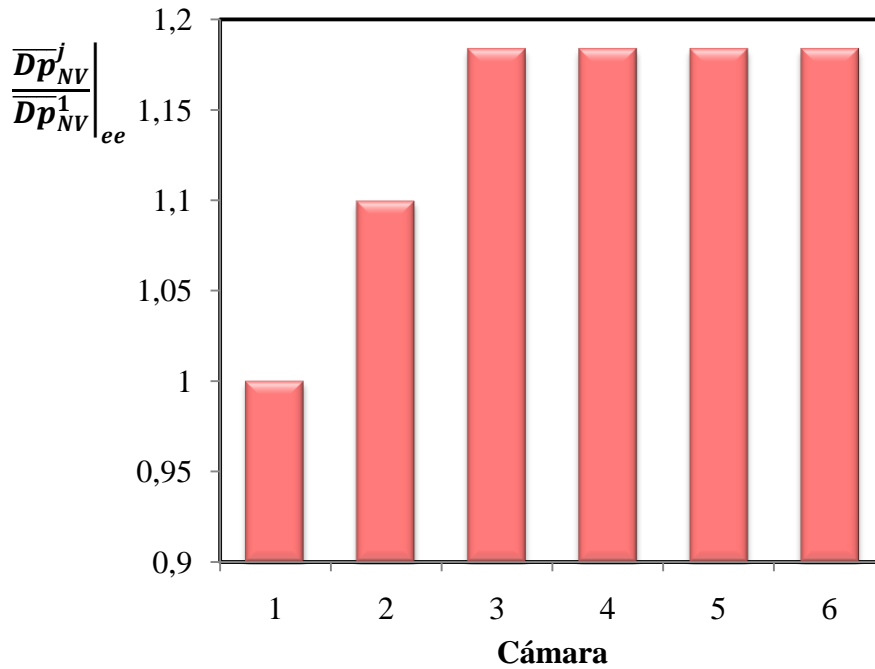


Figura 3.9. Diámetro medio número-volumen de la corriente de partículas que abandona cada cámara.

En la Figura 3.10 se presentan las velocidades superficiales del aire en cada cámara. El perfil a lo largo de las cámaras es consecuencia de los caudales de aire y las áreas transversales seleccionadas para la simulación. El valor más bajo de velocidad superficial corresponde a la primera cámara, lo cual resulta una elección adecuada considerando que en este compartimento se encuentran los gránulos más pequeños.

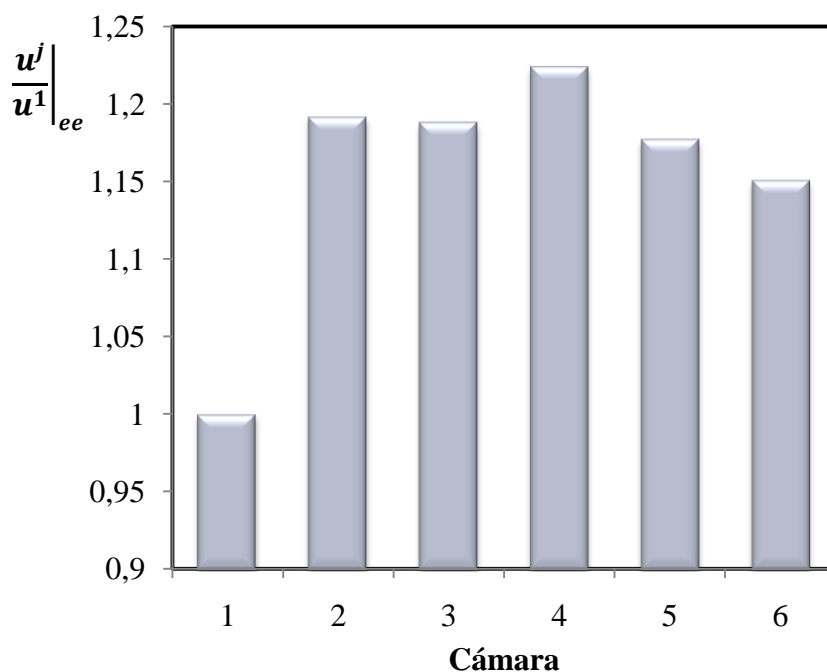


Figura 3.10. Velocidad superficial de la corriente de aire en cada cámara.

Como se indica en la Sección 3.2.1.2, las porosidades de los lechos dependen de la velocidad superficial del aire y el diámetro medio de la población de partículas dentro de la cámara. Según la Figura 3.11, los lechos fluidizados de las cámaras 2 y 4 presentan los mayores valores de porosidad. La primera cámara posee la menor porosidad, en concordancia con el valor más bajo de velocidad superficial del aire (Figura 3.10). La porosidad de la cámara 2 es mayor que la de la 1 debido al aumento en la velocidad superficial del aire. Si bien las velocidades del aire son similares en las cámaras 2 y 3, la porosidad de la cámara 3 disminuye respecto a la de la 2 porque el diámetro medio número-volumen aumenta. Por último, el perfil de porosidades desde la cámara 3 hasta la 6 sigue la tendencia del perfil de velocidades del aire dado que el diámetro medio número-volumen permanece constante.

Si se desprecia la contribución de la densidad del aire en el cálculo de la densidad del lecho (ver Ecuación 3.8), se puede considerar que esta última densidad varía en forma directamente proporcional con la cantidad $(1 - \varepsilon^j)$. Por esta razón, el perfil cámara a cámara de la densidad del lecho fluidizado, que se presenta en la Figura 3.12, es opuesto al mostrado en la Figura 3.11 para la porosidad.

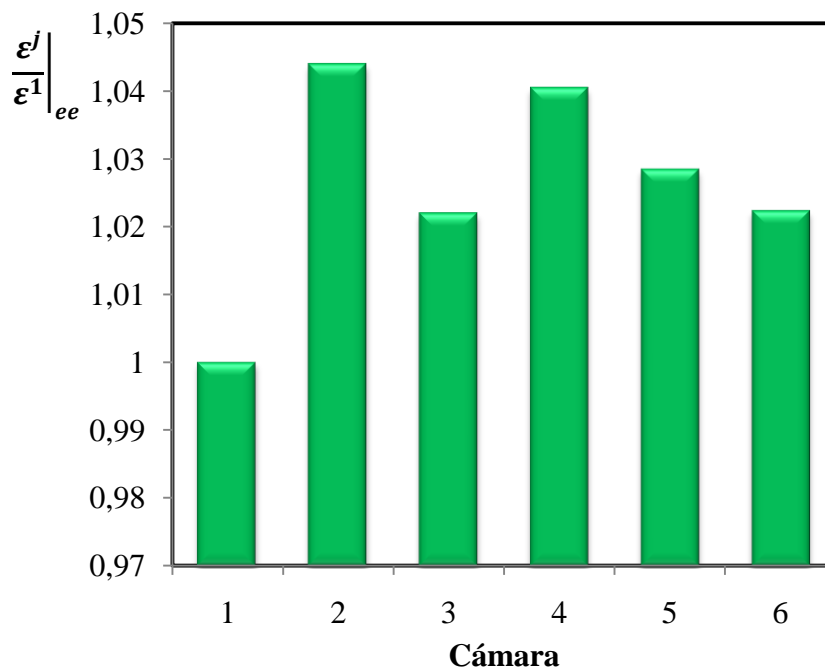


Figura 3.11. Porosidad de los lechos fluidizados.

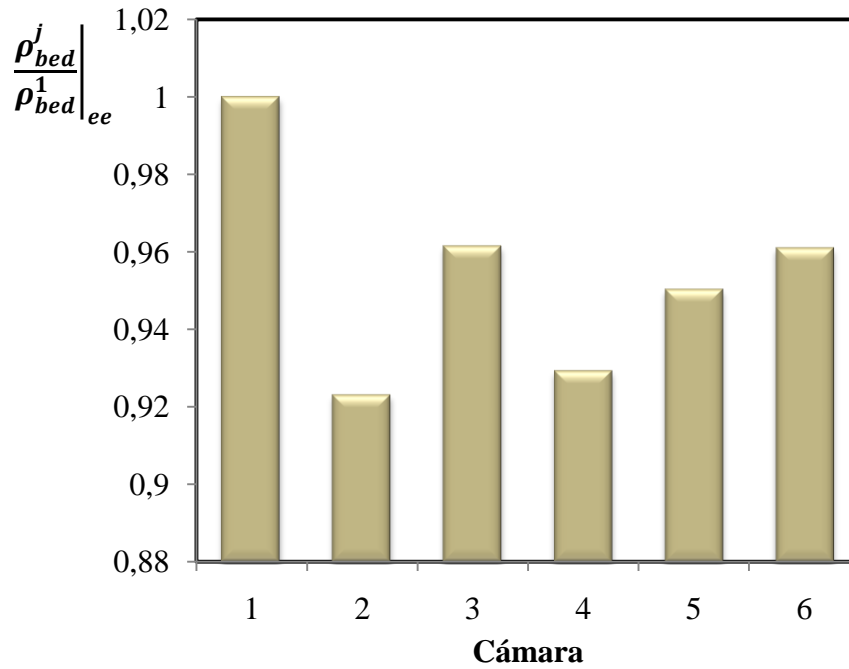


Figura 3.12. Densidad de los lechos fluidizados.

Como se menciona en la Sección 3.2.1.3, la resolución del balance de masa para los sólidos permite calcular la altura de los lechos fluidizados. Bajo condiciones de estado estacionario, despejando las alturas de los lechos de las Ecuaciones 3.6 y 3.7 en función de los caudales máscicos de salida (que surgen de resolver el balance de masa para urea) se obtienen las siguientes expresiones:

$$L^j = \frac{\rho_{bed}^{j+1}}{\rho_{bed}^j} L^{j+1} + \frac{1}{2g} \left[\frac{\dot{m}_{Sout}^j}{C_D A_0^j \rho_{bed}^j} \right]^2 \quad j = 1 \text{ a } 5 \quad (3.48)$$

$$L^6 = \frac{1}{2g} \left[\frac{\dot{m}_{Sout}^6}{C_D A_0^6 \rho_{bed}^6} \right]^2 \quad (3.49)$$

Según las Ecuaciones 3.48 y 3.49, las alturas de los lechos son mayores para densidades de lecho pequeñas y caudales máscicos de salida grandes. Además, para las cámaras 1 a 5, la altura de cada lecho depende de su densidad principalmente a través del segundo término del lado derecho de la Ecuación 3.48 (debido a que ρ_{bed}^j está elevada al cuadrado). Las áreas de pasaje entre cámaras (A_0^j con $j=1$ a 5) y de descarga (A_0^6) también afectan las alturas de los lechos. Sin embargo, como para el granulador estudiado en la presente Tesis, las áreas de pasaje entre cámaras se asumen iguales, éstas no influyen sobre el perfil cámara a cámara de las alturas. El cálculo de las alturas de los lechos fluidizados debe comenzar por la cámara 6 y

continuar hasta la primera cámara. Las alturas para las cámaras 5 a 3 (Ecuación 3.48) presentan una tendencia que sólo depende de las densidades de los lechos debido a que $\dot{m}_{S_{out}}^j$ es el mismo (ver Figura 3.8). En cambio, como $\dot{m}_{S_{out}}^1 < \dot{m}_{S_{out}}^2 < \dot{m}_{S_{out}}^3$, el impacto de las densidades de los lechos sobre las alturas de las cámaras 2 y 1 es menos importante porque el segundo término de la Ecuación 3.48 disminuye. La Figura 3.13 muestra las alturas de los lechos fluidizados para todas las cámaras. Como es de esperar, mayores alturas se corresponden con menores densidades de lechos. Sin embargo, el perfil de las alturas cámara a cámara no reproduce la mayor diferencia entre la primera y segunda cámara que exhibe el perfil de la densidad de los lechos fluidizados debido al menor efecto que este parámetro tiene sobre las alturas de las dos primeras cámaras.

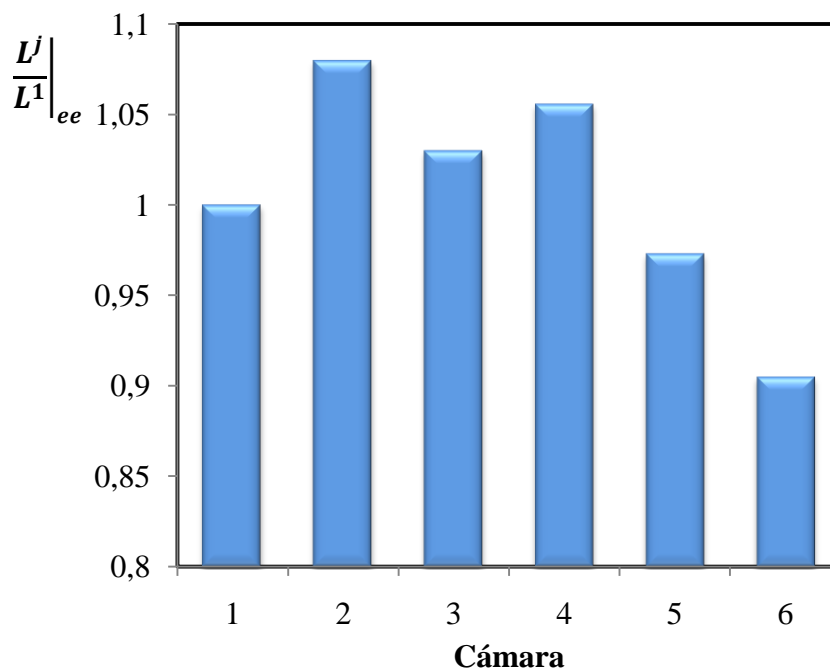


Figura 3.13. Altura de los lechos fluidizados.

La masa de sólidos en cada cámara es prácticamente proporcional al producto entre la altura y densidad de los lechos y el área transversal de las cámaras (Ecuación 3.12). En la Figura 3.14 se presenta el perfil de la masa de sólidos cámara a cámara. Como el área transversal es idéntica para todas las cámaras de crecimiento y el producto entre las alturas y las densidades de lecho es casi constante, la masa de partículas en las tres primeras cámaras es prácticamente la misma. El descenso en la masa de partículas de la cámara 3 a la 4 se debe principalmente a que el área transversal de la cámara 4 es un 30% menor con respecto a la de la cámara 3. La disminución en la masa de sólidos de la cámara 4 a la 5 es consecuencia del

descenso en el producto $\rho_{bed}^j L^j$, ya que el área transversal es la misma. Por último, el descenso en la masa de partículas de la cámara 5 a la 6 deriva de la disminución tanto en el área transversal de la cámara como en el producto $\rho_{bed}^j L^j$.

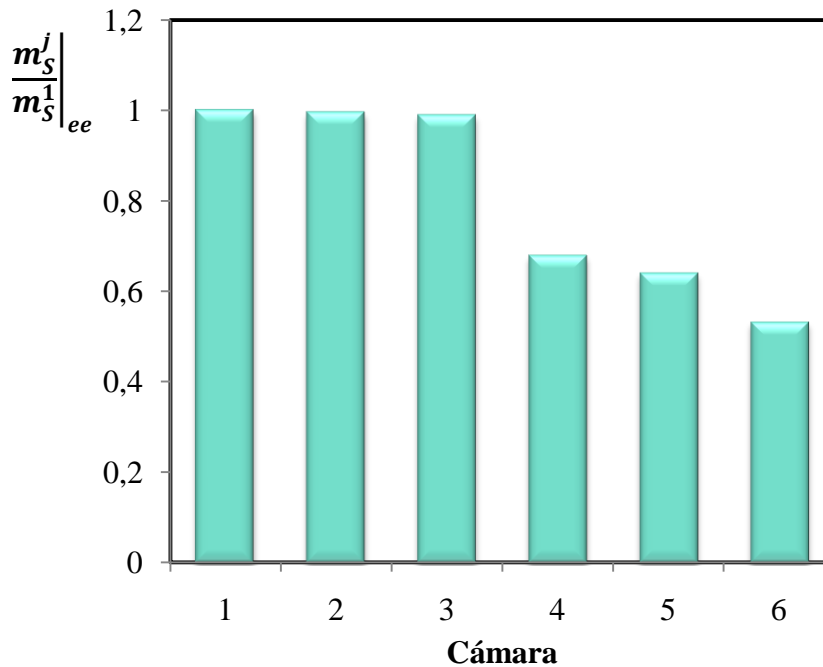


Figura 3.14. Masa de partículas en cada cámara.

Para todas las cámaras, las temperaturas de los lechos fluidizados se presentan en la Figura 3.15. Las temperaturas de las tres primeras cámaras son más altas que las de las tres últimas, debido fundamentalmente a que la solución concentrada de urea se alimenta a una temperatura relativamente alta (alrededor de 132 °C, Kayaert y Antonus, 1997); además ésta libera una gran cantidad de calor (de disolución) cuando se separa en sus componentes puros. La primera cámara tiene una temperatura inferior a la que le sigue, básicamente porque las semillas recicladas ingresan al granulador a una temperatura relativamente baja. Para este caso de estudio, la segunda cámara se reconoce como crítica desde el punto de vista térmico por presentar el mayor valor de temperatura. Como las últimas tres cámaras están reservadas para fines de enfriamiento, la temperatura del lecho disminuye continuamente desde la cámara 3 hasta la 6.

El tiempo medio de residencia en cada cámara se define como:

$$\tau^j = \frac{m_s^j}{\dot{m}_{s_{out}}^j} \tag{3.50}$$

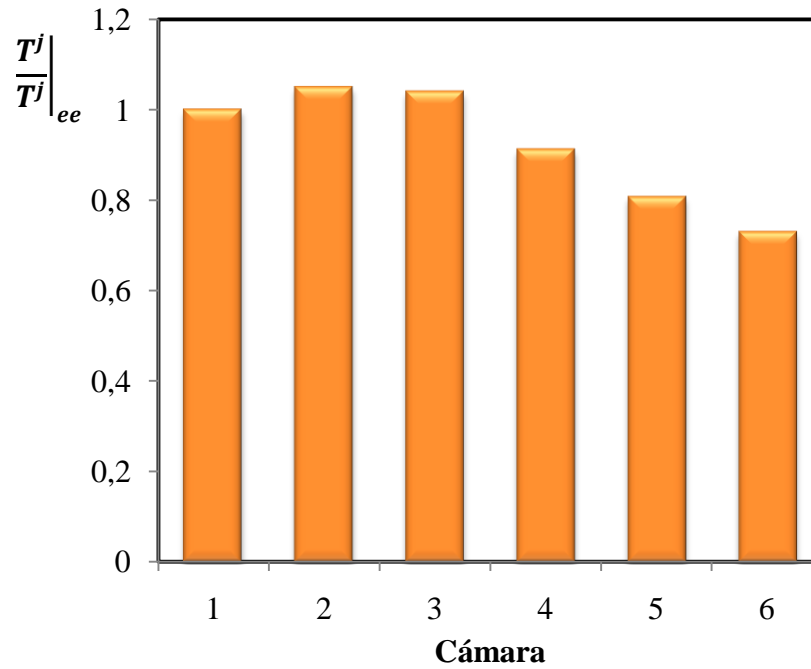


Figura 3.15. Temperatura de las cámaras.

La Figura 3.16 indica que el tiempo medio de residencia disminuye cámara a cámara. En las cámaras de crecimiento, este comportamiento se debe al aumento en el caudal másico de salida. En efecto, la masa es prácticamente la misma en las primeras tres cámaras (ver Figura 3.14). Para las cámaras de enfriamiento, la disminución del tiempo de residencia cámara a cámara es producto de la menor masa de sólidos, ya que el caudal másico permanece constante. El tiempo medio de residencia en el granulador, que se obtiene sumando los correspondientes a cada cámara, es aproximadamente 10 minutos.

Como se puede deducir de la Ecuación 3.27, la caída de presión en cada lecho fluidizado es proporcional al producto $\rho_{bed}^j L^j$. La Figura 3.17 muestra que el producto $\rho_{bed}^j L^j$ disminuye desde la primera cámara hasta la última. Esta tendencia a lo largo del granulador garantiza el flujo de sólidos hacia la salida de la unidad (ver Ecuación 3.5). El área transversal de las cámaras y el área de pasaje y descarga son tales que aseguran el perfil decreciente de $\rho_{bed}^j L^j$.

Si bien la caída de presión en los lechos fluidizados disminuye cámara a cámara (ver Figura 3.17), la caída de presión total (que considera la caída en el lecho propiamente dicho y en la grilla) presenta, a lo largo de las cámaras (ver Figura 3.18), la tendencia impuesta por el perfil de velocidades del aire (Figura 3.10). En efecto, para el caso base elegido, la caída de presión en la grilla de distribución del aire afecta considerablemente a la caída de presión

total y claramente distorsiona el perfil de caída de presión en los lechos fluidizados.

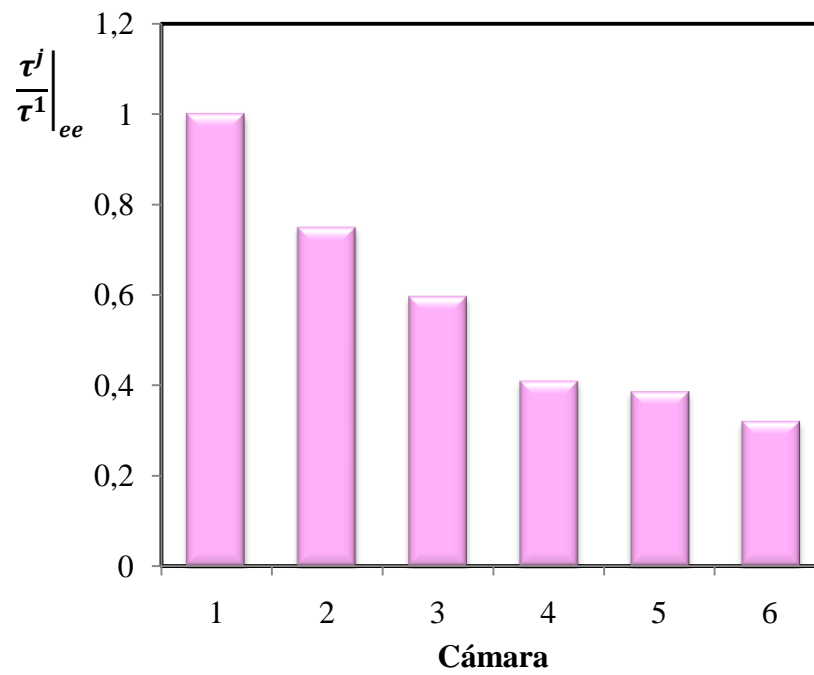


Figura 3.16. Tiempo medio de residencia de los sólidos en cada cámara.

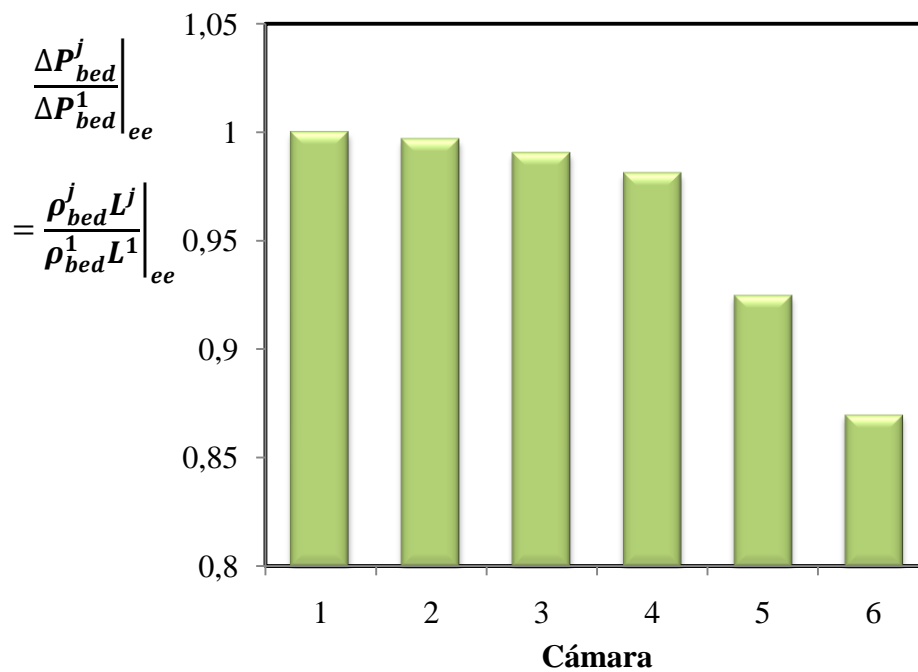


Figura 3.17. Caída de presión en los lechos fluidizados.

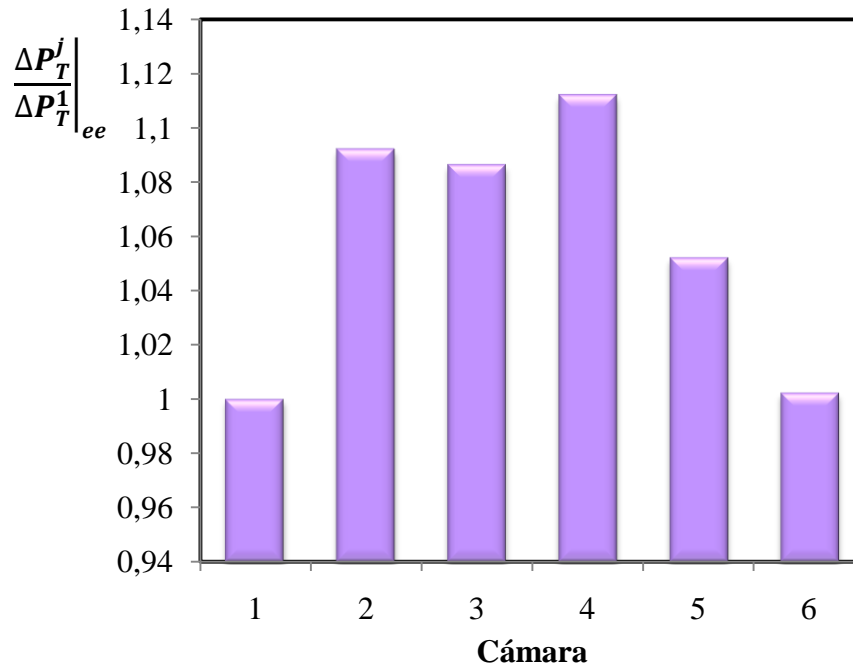


Figura 3.18. Caída de presión total en las cámaras.

3.4.2 Operación dinámica

En esta sección, se analiza el comportamiento dinámico del granulador ante cambios de +10% (alrededor de los valores de estado estacionario del caso base definido en la Sección 3.4.1) en siete variables de entrada (caudal, temperatura y diámetro medio de semillas, caudal total del aire de fluidización, temperatura del aire de fluidización que ingresa a la segunda cámara y caudal y composición de la solución de urea) y en el área de descarga del granulador (parámetro del modelo). Aunque el caudal de solución de urea es una variable de entrada que puede ser manipulada, la misma sólo se modifica en la industria cuando se desea hacer cambios en la capacidad de producción del proceso.

Las perturbaciones impuestas son siempre de +10% con el fin de realizar comparaciones entre los distintos casos simulados, y porque en general las magnitudes de las perturbaciones son acordes a los cambios esperados en la práctica industrial. Todas las simulaciones dinámicas se inician en $t = 0$, partiendo del estado estacionario seleccionado como caso base de la Sección 3.4.1 (estado de equilibrio inicial), y las perturbaciones se introducen 10 minutos después.

Simulación 1. Perturbación: Caudal másico de semillas.

La Figura 3.19 muestra, para todas las cámaras, las alturas de los lechos en función del tiempo para una perturbación de +10% en el caudal másico de semillas. Manteniendo las demás variables constantes y como se puede deducir de la Ecuación 3.1, el cambio en el caudal de semillas provoca una acumulación temporal de masa en el granulador que conduce a un nuevo estado estacionario con mayores alturas de los lechos.

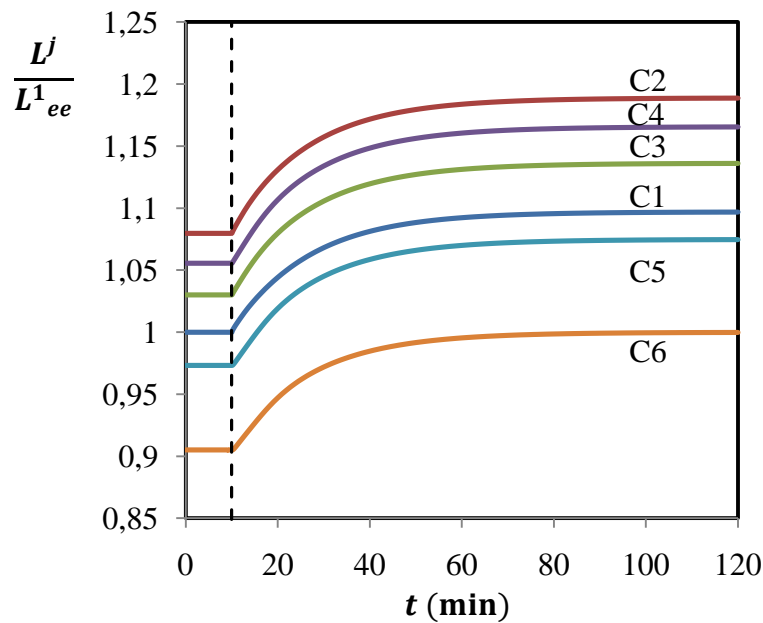


Figura 3.19. Alturas de los lechos fluidizados en función del tiempo, para una perturbación de +10% en el caudal másico de semillas.

La evolución de la caída de presión en los lechos fluidizados, presentada en la Figura 3.20, se comporta de manera similar a la de las alturas de los lechos. El cambio relativo en los valores de estado estacionario de la caída de presión de los lechos no es igual al cambio en las alturas de los mismos debido al aumento experimentado por las porosidades de los lechos (Figura 3.21), que produce una disminución de la densidad de los mismos. De acuerdo con el primer término de la Ecuación 3.32, los perfiles transitorios de la caída de presión total (Figura 3.22) muestran la misma tendencia que las alturas de los lechos. Sin embargo, las desviaciones de la presión total (con respecto a los valores de estado estacionario) son algo inferiores a las encontradas para las alturas de los lechos debido a la contribución de la grilla en la caída de presión total. En efecto, la caída de presión en la placa no es despreciable frente a la caída de presión de los lechos y, además, permanece invariante (es decir, la caída de presión en la grilla no está afectada por la perturbación ensayada).

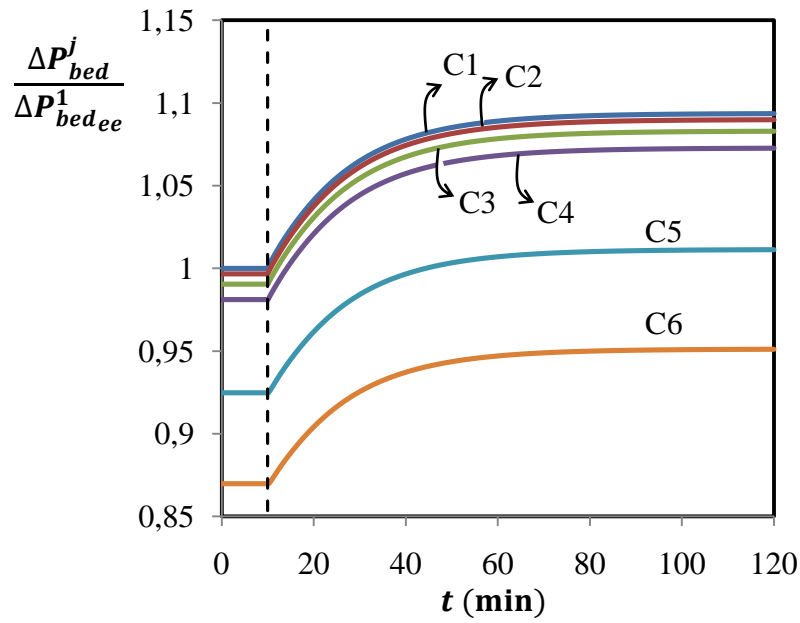


Figura 3.20. Caída de presión de los lechos fluidizados en función del tiempo, para una perturbación de +10% en el caudal másico de semillas.

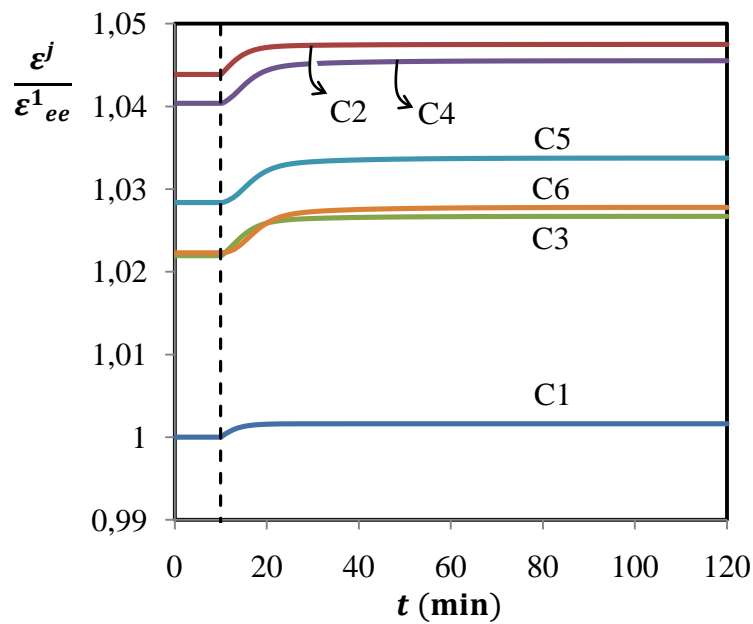


Figura 3.21. Porosidades de los lechos fluidizados en función del tiempo, para una perturbación de +10% en el caudal másico de semillas.

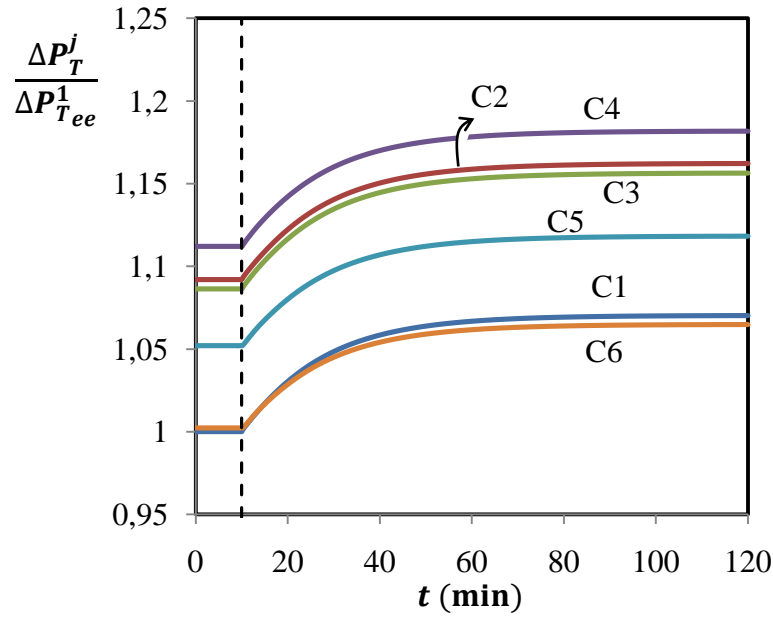


Figura 3.22. Caída de presión total (lecho fluidizado + grilla de distribución de aire de fluidización) de las cámaras en función del tiempo, para una perturbación de +10% en el caudal másico de semillas.

Como se observa en la Figura 3.23, la temperatura de cada cámara disminuye monótonamente en el tiempo. El descenso de temperatura es mayor en la primera cámara (debido al mayor caudal de semillas, alimentado a una temperatura relativamente baja) y disminuye hacia la salida del granulador. Sin embargo, la variación de temperatura es casi insignificante para las seis cámaras, indicando que el caudal de semillas (para la perturbación introducida) no tiene una fuerte influencia sobre el perfil de temperatura a lo largo del granulador. En otras palabras, la inercia térmica de las cámaras es muy importante debido a la gran cantidad de masa presente en cada cámara.

El diámetro medio número-volumen disminuye en función del tiempo por el aumento en el caudal de semillas, como se muestra en la Figura 3.24. Al aumentar la masa de sólidos dentro de cada cámara, se incrementa el número de partículas (ver Ecuación 3.15) y, por ende, cada partícula recibe una menor cantidad de solución de urea (cuyo caudal alimentado permanece constante). En consecuencia, el tamaño de las partículas disminuye con respecto a la situación de estado estacionario inicial. El descenso en el diámetro medio número-volumen provoca un aumento en las porosidades de los lechos, como se observa en la Figura 3.21.

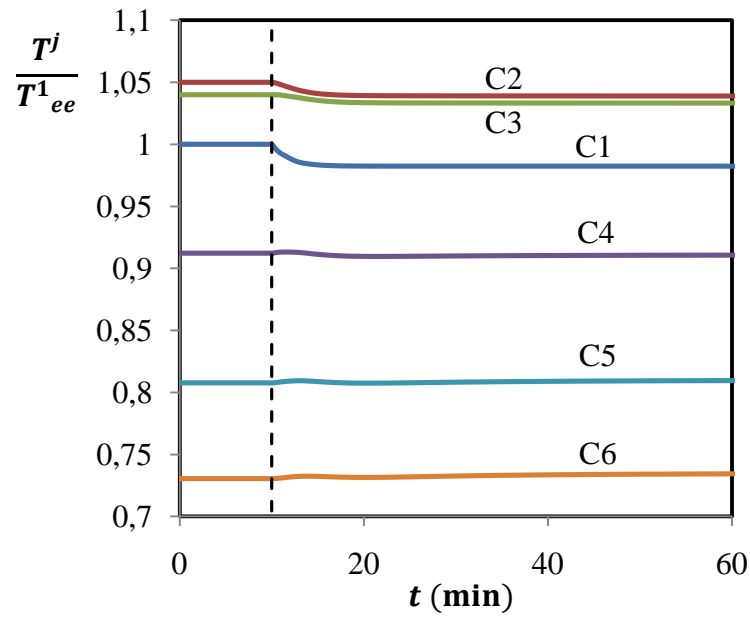


Figura 3.23. Temperaturas de los lechos fluidizados en función del tiempo, para una perturbación de +10% en el caudal másico de semillas.

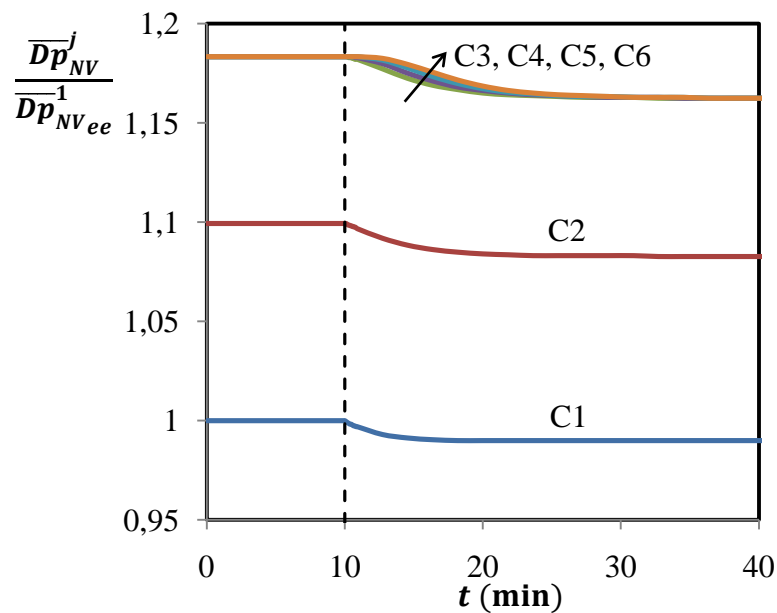


Figura 3.24. Diámetro medio número-volumen en las cámaras en función del tiempo, para una perturbación de +10% en el caudal másico de semillas.

Simulación 2. Perturbación: Diámetro medio número-volumen de la corriente de semillas.

Un cambio de +10% en el diámetro medio número-volumen de la corriente de semillas causa un incremento de igual proporción en el \overline{Dp}_{NV} de la población, en cada cámara (ver Figura 3.25). Para todas las cámaras, el diámetro medio es exactamente 10% mayor en relación al valor inicial. En efecto, para condiciones de estado estacionario, los diámetros medios de entrada y salida son proporcionales (ver Ecuación 3.19). Esta proporcionalidad se cumple para la perturbación ensayada debido a que los caudales de semillas, solución de urea y concentración de la misma se mantienen invariantes y a que los caudales de partículas entre cámaras deben retornar a sus respectivos valores iniciales para satisfacer el balance de masa en estado estacionario, en acuerdo con la Ecuación 3.1.

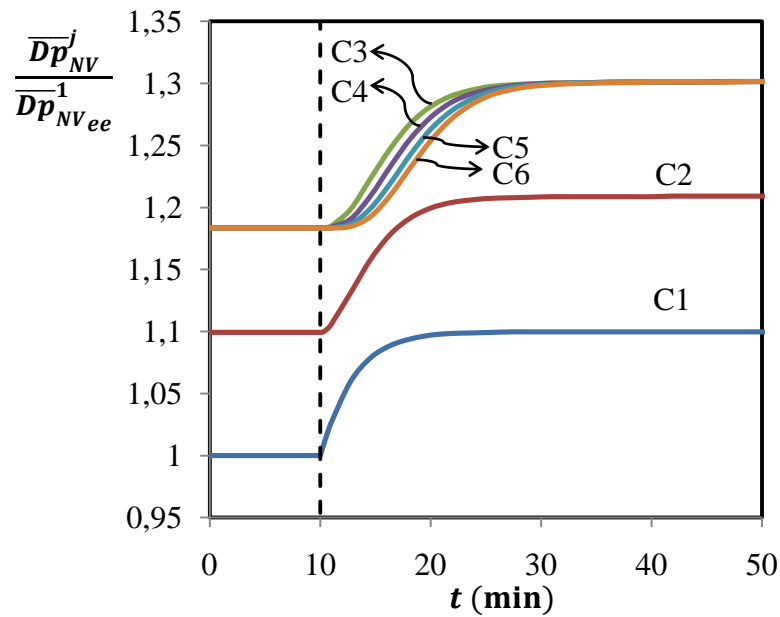


Figura 3.25. Diámetro medio número-volumen en las cámaras en función del tiempo, para una perturbación de +10% en el diámetro medio de las semillas.

La Figura 3.26 muestra el transitorio para los perfiles de porosidad. La porosidad de los lechos disminuye para la perturbación impuesta, debido básicamente a la influencia del diámetro medio número-volumen sobre las velocidades del aire en condiciones de mínima fluidización y terminal (ver Ecuaciones 3.9 y 3.10) requeridas para el cálculo de porosidad. En contraste, y dado que $\rho_p \gg \bar{\rho}_a^j$, la densidad del lecho en cada cámara se incrementa en el tiempo (ver Ecuación 3.8). Como se observa en la Figura 3.27, las alturas de los lechos

muestran perfiles decrecientes en función del tiempo. En cuanto a los valores de estado estacionario inicial y final, las alturas de los lechos presentan una disminución como consecuencia del incremento en la densidad de los lechos mientras que los caudales de sólidos de salida resultan iguales (ver Ecuaciones 3.6 y 3.7). La masa de partículas en cada lecho (Figura 3.28) y la caída de presión total en cada cámara (Figura 3.29) exhiben la misma evolución que la altura de los lechos, debido a que la disminución en las alturas es más importante que el aumento en la densidad de los lechos (ver Ecuaciones 3.12 y 3.32).

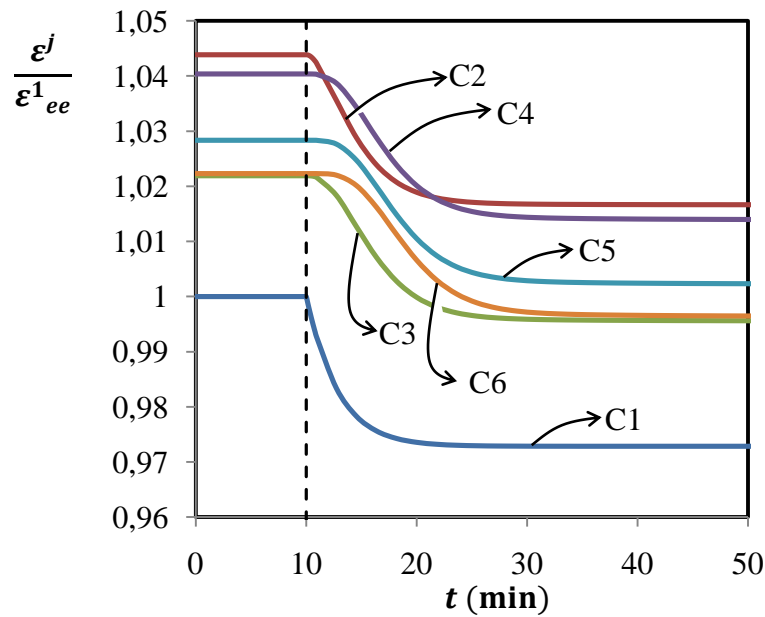


Figura 3.26. Porosidades de los lechos fluidizados en función del tiempo, para una perturbación de +10% en el diámetro medio de las semillas.

Como se menciona, los valores de estado estacionario final para los caudales máxicos que abandonan las cámaras son idénticos a los iniciales porque los caudales de semillas y solución de urea y la concentración de la misma permanecen invariantes (Figura 3.30). Sin embargo, los caudales presentan un pequeño aumento durante el transitorio debido a que las porosidades (y, por lo tanto, las densidades de los lechos) tienen una dinámica más rápida que las alturas, tal como lo indican las Figuras 3.26 y 3.27. En consecuencia, los caudales de sólidos responden antes al aumento causado por el descenso en las porosidades de los lechos, para luego regresar al estado estacionario original a través de la disminución en las alturas de los mismos.

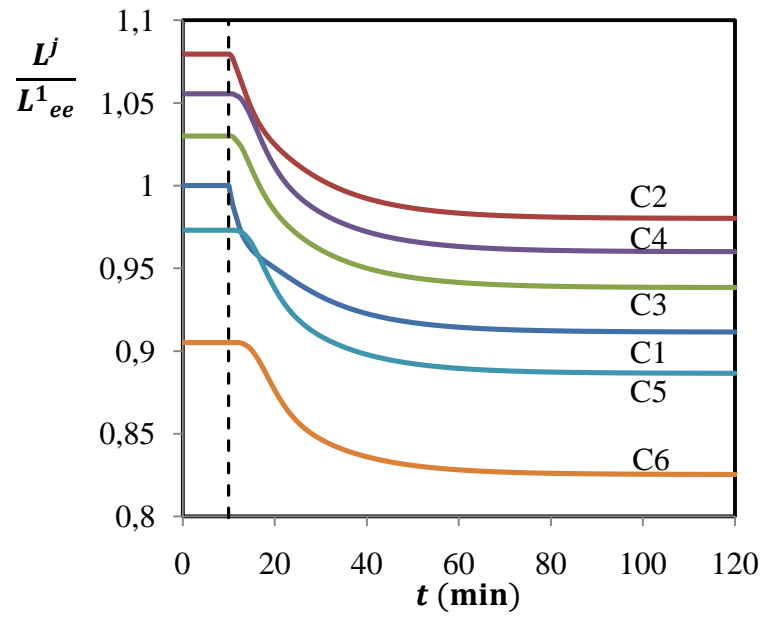


Figura 3.27. Alturas de los lechos fluidizados en función del tiempo, para una perturbación de +10% en el diámetro medio de las semillas.

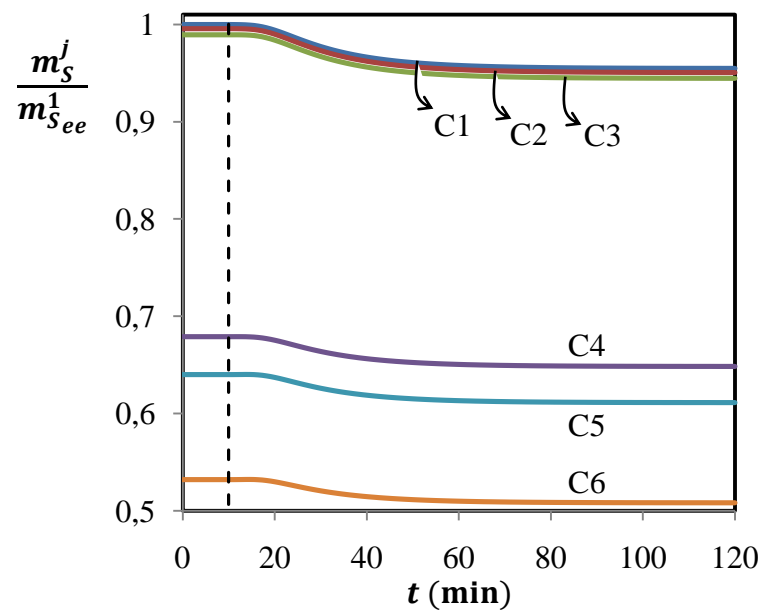


Figura 3.28. Masa de sólidos en cada cámara en función del tiempo, para una perturbación de +10% en el diámetro medio de las semillas.

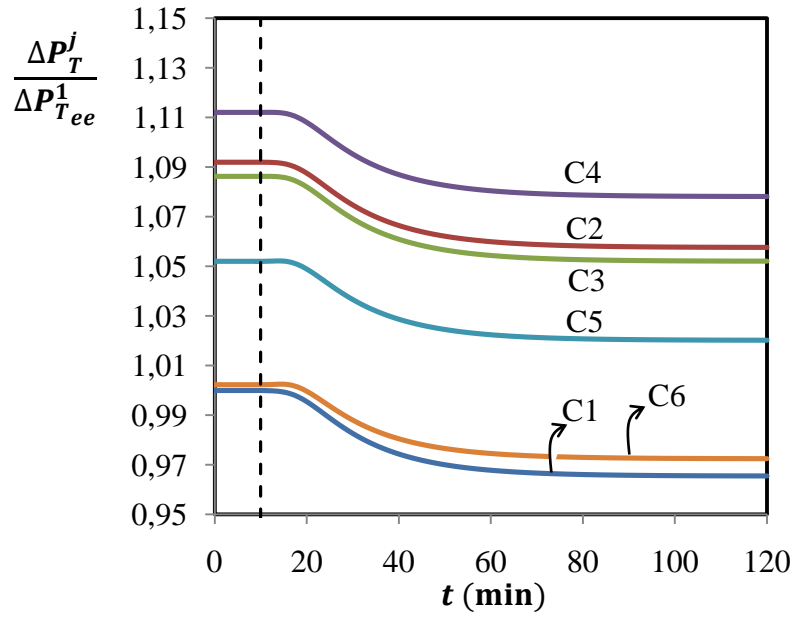


Figura 3.29. Caída de presión total (lecho fluidizado + grilla de distribución de aire de fluidización) de las cámaras en función del tiempo, para una perturbación de +10% en el diámetro medio de las semillas.

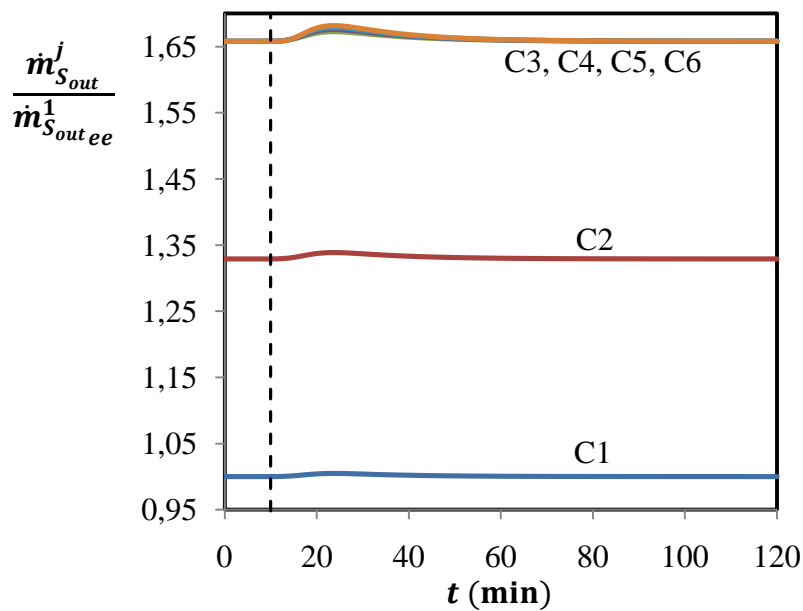


Figura 3.30. Caudal de sólidos a la salida de cada cámara en función del tiempo, para una perturbación de +10% en el diámetro medio de las semillas.

Simulación 3. Perturbación: Caudal másico del aire de fluidización.

Cuando se introduce una perturbación de +10% en el caudal másico del aire de fluidización que ingresa a cada cámara, las velocidades superficiales del aire se incrementan inmediatamente. Sin embargo, estas velocidades se modifican alrededor de un 8% con respecto a sus valores de estado estacionario inicial. Estos cambios no llegan a ser de +10% debido a la disminución en temperatura dada por la alimentación de un mayor caudal de aire relativamente frío. La Figura 3.31 muestra la evolución de las temperaturas de las cámaras, siendo la primera cámara la menos afectada por la perturbación realizada en el caudal de aire de fluidización.

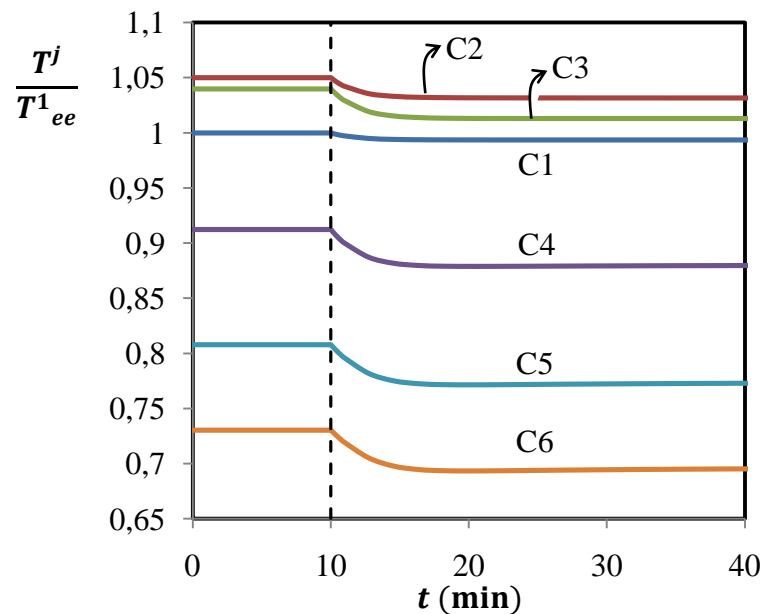


Figura 3.31. Temperaturas de las cámaras en función del tiempo, para una perturbación de +10% en el caudal másico de aire de fluidización.

La Figura 3.32 presenta las alturas de los lechos para la perturbación introducida en el caudal de aire de fluidización. Aunque las alturas se incrementan instantáneamente, la masa de partículas dentro de cada lecho no sufre un cambio inmediato (ver Figura 3.33) debido a la compensación causada por el aumento súbito en las porosidades (ver Ecuación 3.12 y Figura 3.34). Después del abrupto incremento inicial, las alturas de los lechos fluidizados continúan aumentando gradualmente hasta alcanzar los valores de estado estacionario final. El aumento casi instantáneo en la porosidad de los lechos se debe a la dependencia de esta variable con la velocidad del aire de fluidización. La dinámica de las alturas y masas en cada cámara es lenta, requiriéndose más de una hora para alcanzar el

nuevo estado estacionario.

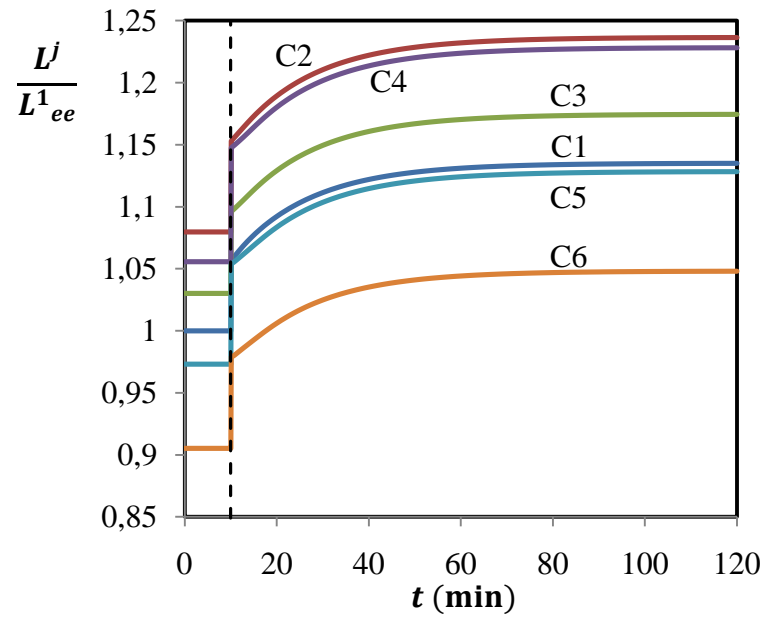


Figura 3.32. Alturas de los lechos fluidizados en función del tiempo, para una perturbación de +10% en el caudal másico de aire de fluidización.

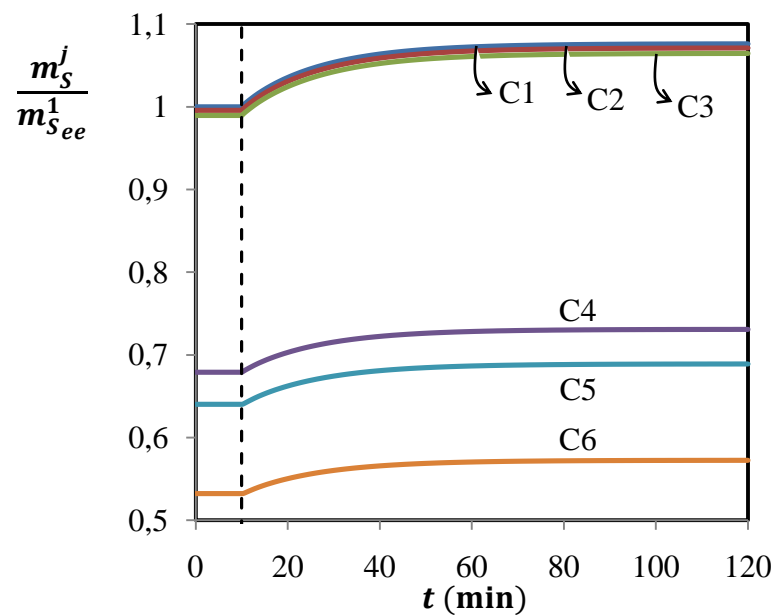


Figura 3.33. Masa de sólidos en cada cámara en función del tiempo, para una perturbación de +10% en el caudal másico de aire de fluidización.

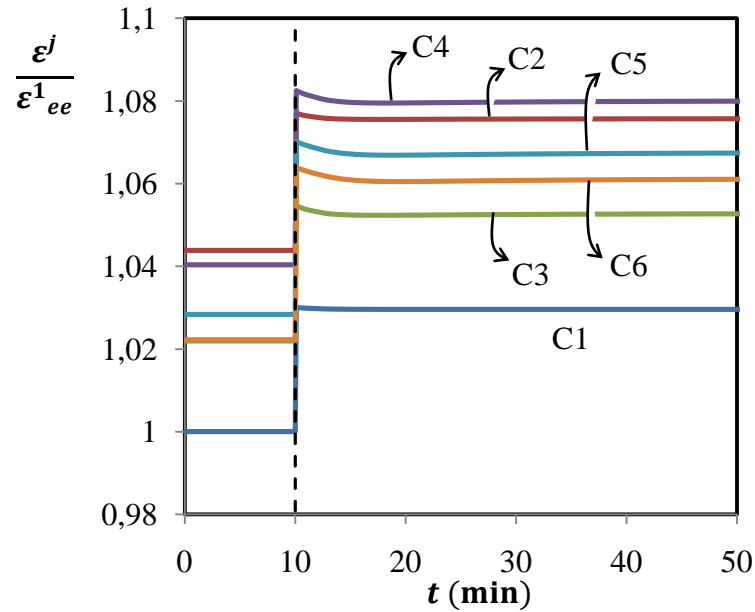


Figura 3.34. Porosidades de los lechos fluidizados en función del tiempo, para una perturbación de +10% en el caudal másico de aire de fluidización.

Los caudales másicos que abandonan cada cámara del granulador no modifican su valor de estado estacionario para la perturbación ensayada, presentando sólo una leve disminución en el instante que se introduce la perturbación (Figura 3.35). Al igual que en la simulación anterior, este cambio se debe a que la dinámica de las porosidades (y, por lo tanto, la de las densidades de los lechos) es más rápida que la de las alturas.

Simulación 4. Perturbación: Temperatura de la corriente de semillas

Cuando la perturbación de +10% se realiza en la temperatura de la corriente de semillas, el principal efecto se detecta en las temperaturas de las cámaras. Como se observa en la Figura 3.36, el valor de estado estacionario final de la temperatura de la primera cámara se incrementa con respecto al estado estacionario inicial en un 3%. Los cambios de temperatura son prácticamente despreciables en las cámaras restantes debido a que la capacidad calorífica de los sólidos dentro de las cámaras atenúa los cambios térmicos originados por la perturbación.

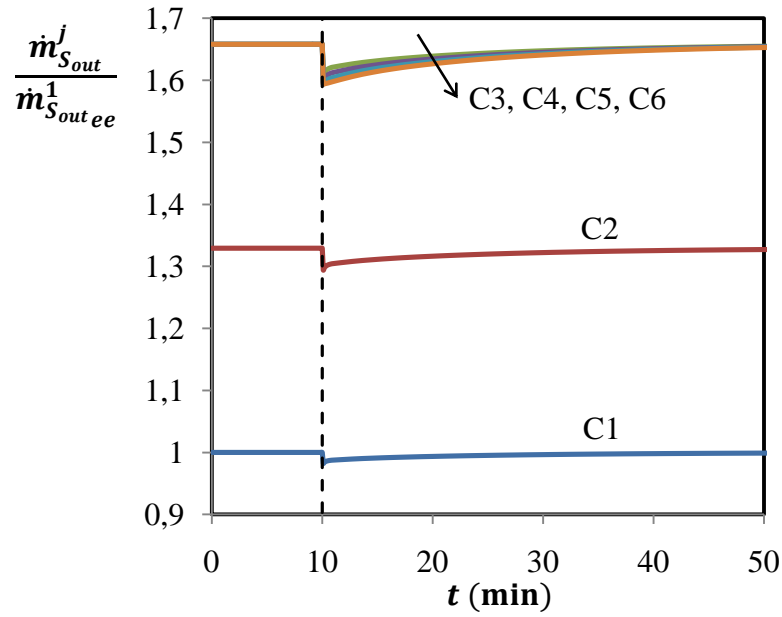


Figura 3.35. Caudal de sólidos de salida de cada cámara en función del tiempo, para una perturbación de +10% en el caudal másico de aire de fluidización.

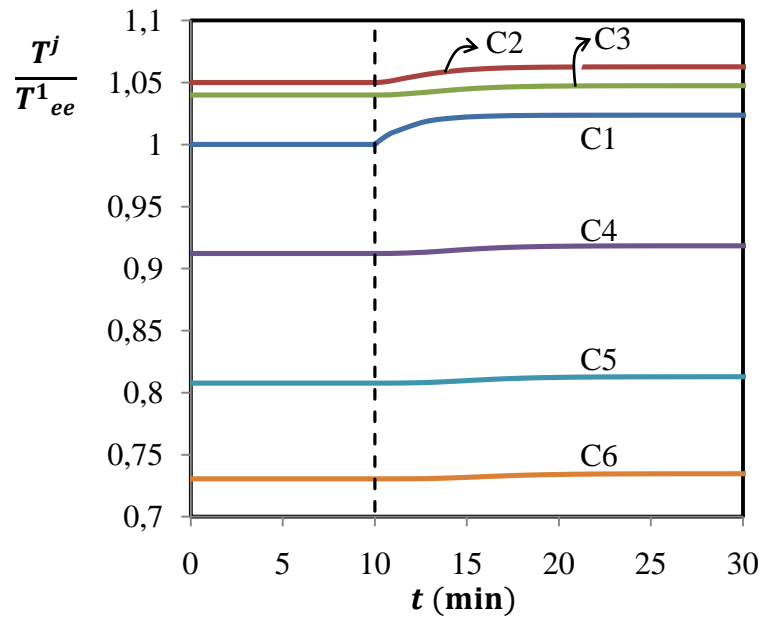


Figura 3.36. Temperatura de las cámaras en función del tiempo, para una perturbación de 10% en la temperatura de la corriente de semillas.

Simulación 5. Perturbación: Temperatura del aire de fluidización que ingresa a la segunda cámara.

Cuando se impone una perturbación de +10% en la temperatura del aire de fluidización que ingresa a la segunda cámara (es decir, en la cámara crítica desde el punto de vista térmico por ser la que opera a mayor temperatura), se obtienen resultados similares a los de la simulación anterior. La temperatura de la segunda cámara cambia en aproximadamente 1% con relación a su valor de estado estacionario, siendo menor el impacto sobre las cámaras restantes. El cambio resulta 10 veces menor al impuesto en la variable perturbada debido a la gran inercia térmica que presentan las cámaras. En efecto, como se menciona en la Sección 2.8.2, la influencia de la variable perturbada sobre la temperatura está amortiguada por los demás términos del balance de energía.

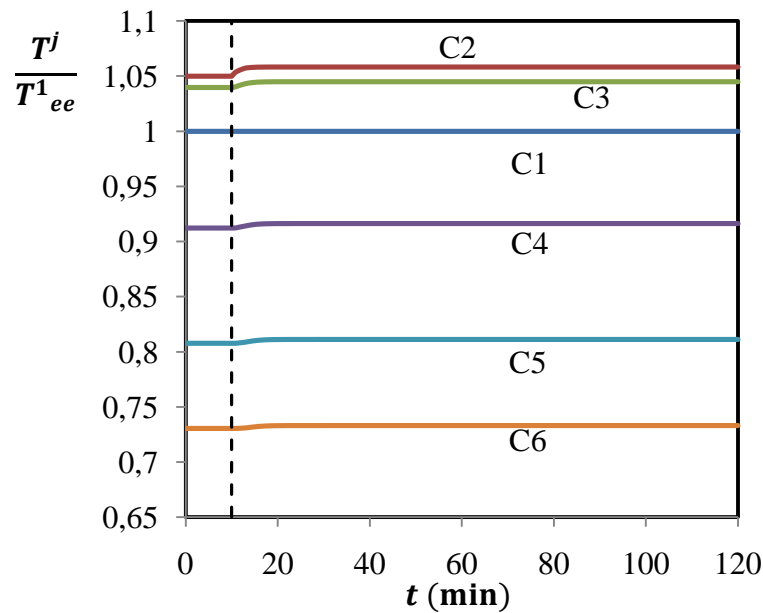


Figura 3.37. Temperatura de las cámaras en función del tiempo, para una perturbación de +10% en la temperatura del aire de fluidización que ingresa a la segunda cámara.

Simulación 6. Perturbación: Porcentaje de agua en la solución de urea.

La Figura 3.38 muestra la evolución de las temperaturas de los lechos cuando se aumenta en un 10% la fracción de agua presente en solución (el caudal total de solución de urea se mantiene constante). Este cambio de +10% es una desviación (no deseada) comúnmente encontrada en la alimentación de solución de urea. Esta perturbación causa descensos térmicos en todas las cámaras, debido a que en las cámaras de crecimiento se libera un menor

calor de disolución (porque hay un menor contenido de urea en solución) y a que existe un mayor consumo de calor por evaporación del mayor contenido de agua.

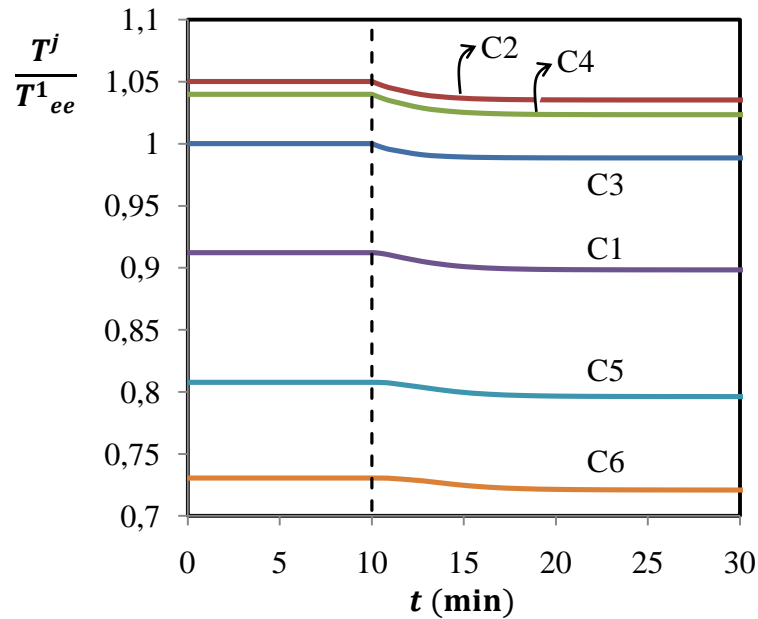


Figura 3.38. Temperaturas de las cámaras en función del tiempo, para una perturbación de +10% en el contenido de agua de la corriente de solución de urea.

Simulación 7. Perturbación: Área de descarga del granulador

Cuando la perturbación de +10% se aplica en el área de descarga del granulador A_6^0 , el caudal másico de partículas que deja cada cámara se incrementa rápidamente (ver Figura 3.39) para luego retornar a su valor de estado estacionario inicial (en efecto, se debe satisfacer la Ecuación 3.1). Como consecuencia del transitorio que experimentan los caudales de salida de partículas, la masa de sólidos en cada cámara disminuye continuamente hasta alcanzar un nuevo estado estacionario. Por la misma razón, la altura de los lechos también disminuye (Figura 3.40). Para todas las cámaras, el diámetro medio número-volumen no se modifica con respecto a su valor de estado estacionario, debido a que el cociente entre el caudal de semillas y el caudal de solución de urea permanece constante. En cuanto a las temperaturas, la perturbación realizada en el área de descarga del granulador no tiene una influencia apreciable.

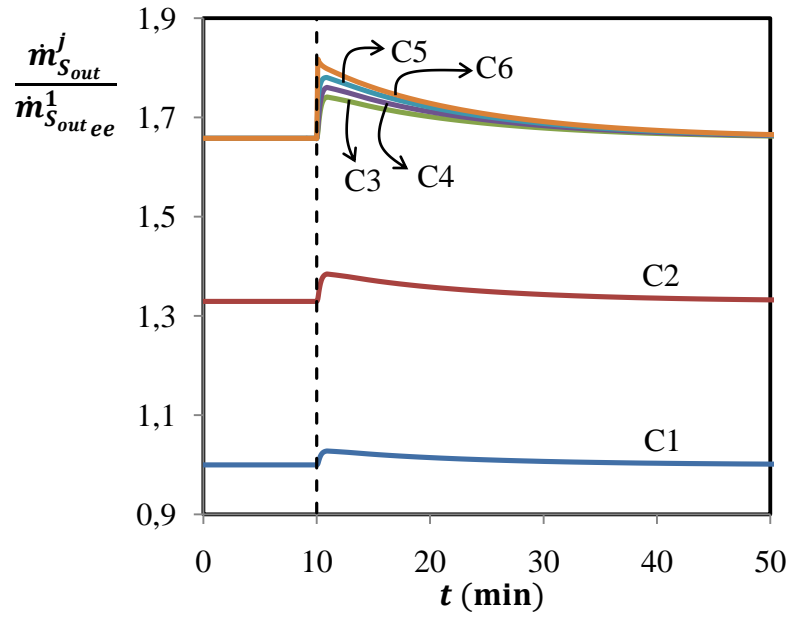


Figura 3.39. Caudales de salida de las cámaras en función del tiempo, para una perturbación de +10% en el área de descarga del granulador.

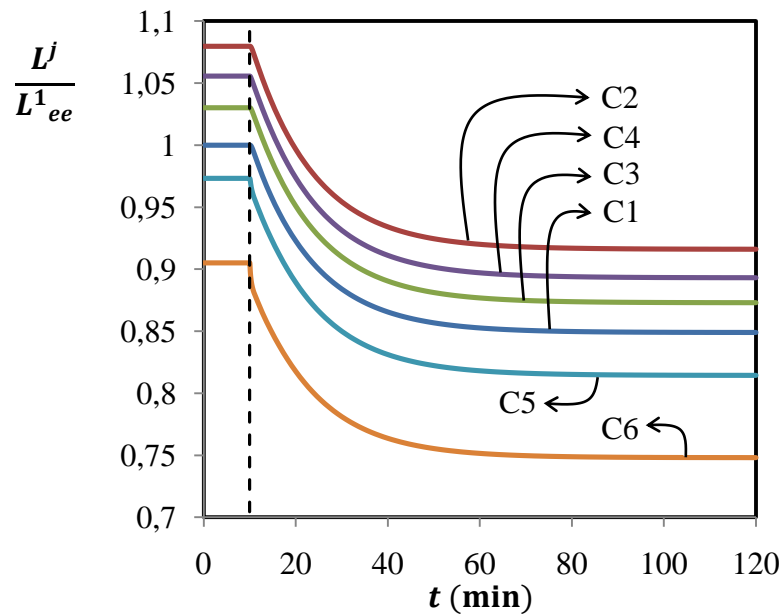


Figura 3.40. Alturas de los lechos fluidizados en función del tiempo para una perturbación de +10% en el área de descarga del granulador.

Simulación 8. Perturbación: Caudal de solución de urea.

La Figura 3.41 muestra la evolución de las alturas de los lechos cuando el caudal de solución de urea (i.e., la carga de planta) se perturba en +10%. Esta perturbación produce una

acumulación en masa de sólidos en las cámaras que conduce a un mayor caudal másico de salida. El nuevo estado estacionario se alcanza cuando el caudal másico de salida iguala a los caudales másicos de entrada, evolucionando las alturas, masas y caídas de presión en las cámaras a valores mayores que los correspondientes al estado estacionario inicial.

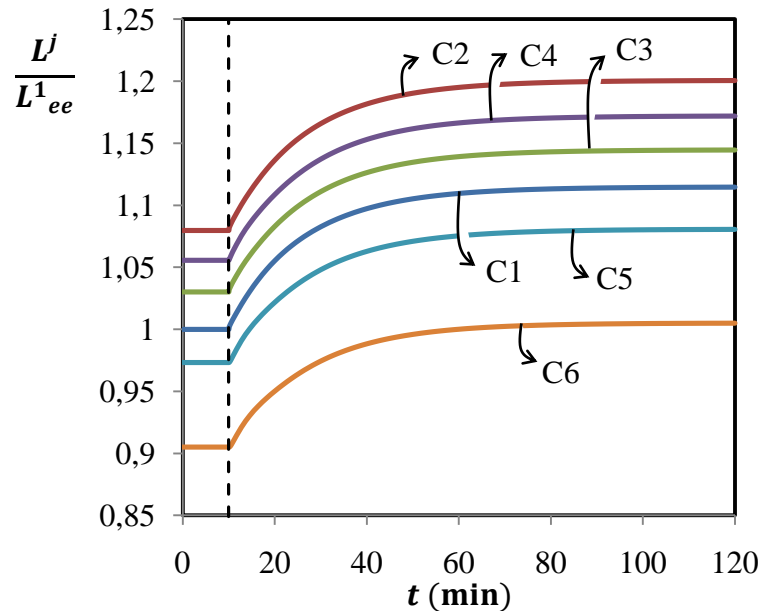


Figura 3.41. Alturas de los lechos fluidizados en función del tiempo, para una perturbación de +10% en el caudal másico de solución de urea.

Debido a que el caudal de semillas se mantiene constante, cada partícula presente en las cámaras de crecimiento recibe más cantidad de solución de urea, exhibiendo un mayor aumento de tamaño. La Figura 3.42 indica un incremento final del 2% en el diámetro medio número-volumen del producto del granulador, con respecto a su valor de estado estacionario inicial.

La Figura 3.43 presenta la evolución de las temperaturas de las cámaras para la perturbación ensayada. Se observa un aumento comprendido entre 2 y 4%, como consecuencia del mayor calor de disolución liberado a través del cambio en el caudal de solución de urea (parcialmente compensado por el mayor calor de evaporación, dado que ingresa más agua con la corriente de solución de urea). La perturbación realizada afecta más rápidamente a las cámaras de crecimiento, siendo más lenta la dinámica de las cámaras de enfriamiento.

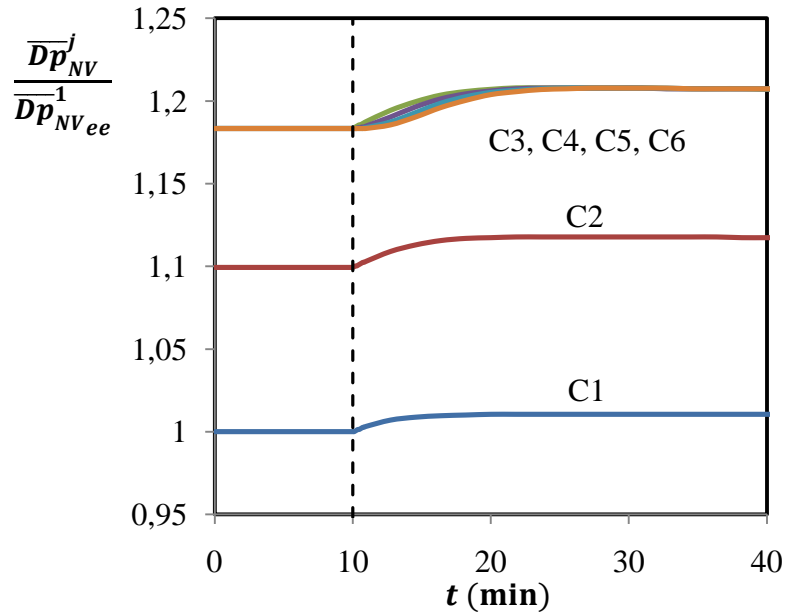


Figura 3.42. Diámetro medio número-volumen en las cámaras en función del tiempo, para una perturbación de +10% en el caudal másico de solución de urea.

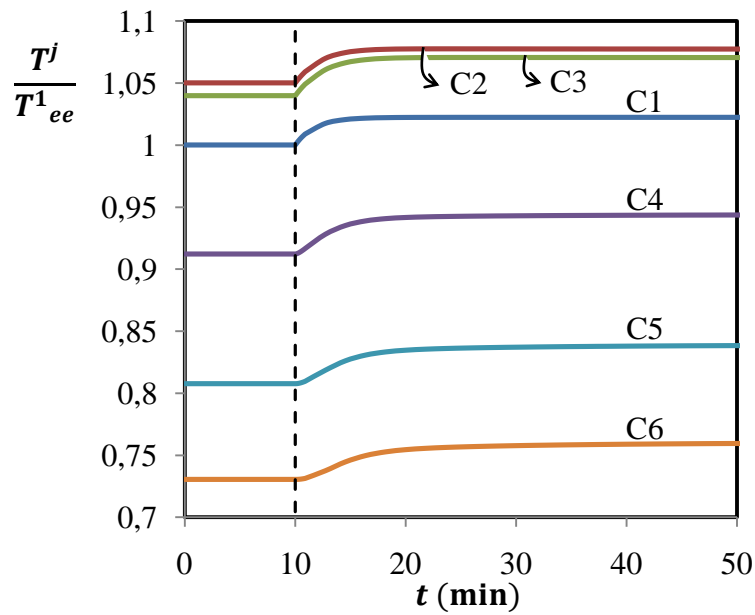


Figura 3.43. Temperaturas de las cámaras en función del tiempo, para una perturbación de +10% en el caudal másico de solución de urea.

3.4.3 Análisis de sensibilidad y necesidad de un sistema de control

Las simulaciones a lazo abierto presentadas en la Sección anterior indican que muchas variables del granulador cambian de manera significativa para las perturbaciones ensayadas, y

que la dinámica de algunas de ellas puede ser considerablemente lenta. La altura de los lechos fluidizados es una de las variables más afectadas, con una influencia directa sobre la caída de presión de los lechos y la masa de sólidos dentro de las cámaras. De acuerdo a las Ecuaciones 3.6 y 3.7, los caudales de sólidos que salen de cada cámara son función de las alturas en los lechos fluidizados. Es importante mantener estas alturas dentro de cierto rango para obtener valores estables de masas de partículas en las cámaras y caudales de sólidos (es decir, para controlar la velocidad de crecimiento de los gránulos). Además, las alturas de los lechos no deben ser superiores a las de los tabiques, porque produciría desbordamiento de las partículas reduciendo su tiempo de contacto con las gotas.

Por su parte, la fracción volumétrica del lecho fluidizado ocupada por burbujas es un parámetro fundamental que representa la calidad de la fluidización (Lim et al., 2006). Las burbujas son responsables del continuo movimiento de las partículas a través de la zona de atomización, permitiendo un adecuado tiempo de contacto partículas/gotas (Tan et al., 2006). En efecto, un buen mezclado en el lecho garantiza una distribución estrecha de tamaños partículas en el producto final. A partir de la Tabla 2.3, la fracción volumétrica de burbujas se puede calcular de la siguiente manera:

$$\delta^j = \frac{\varepsilon^j - \varepsilon_{mf}}{1 - \varepsilon_{mf}} \quad (3.51)$$

Por lo tanto, la porosidad juega un papel clave en el movimiento de las partículas y representa una medida del estado de agitación del lecho fluidizado. Entonces, resulta necesario mantener su valor dentro de ciertos límites. Smith y Nienow (1983) encontraron que la tendencia a formar aglomerados es menos importante a altas velocidades del aire de fluidización. Así, mayores porosidades en los lechos favorecerían el recubrimiento por deposición de finas gotas (*accretion*) como mecanismo de crecimiento dominante. Boerefijn y Hounslow (2005) también mostraron que la aglomeración disminuye en los lechos fluidizados al aumentar la cantidad de burbujas.

Por otra parte, existen varias razones por las cuales se requiere mantener las temperaturas de las cámaras controladas. Las mismas deben ser lo suficientemente altas como para evitar la solidificación de la solución en las boquillas de pulverización (Kayaert y Antonus, 1997) y a su vez no demasiado elevadas (es decir, cerca del punto de fusión) porque afectarían negativamente las propiedades mecánicas de los gránulos. Además, temperaturas cercanas a la de fusión de la urea darían lugar a defluidización parcial o total de los lechos (Tan et al.,

2006). Por lo tanto, el control de las alturas, temperaturas y porosidades de los lechos fluidizados es esencial para garantizar una operación estable del granulador y la calidad del producto final.

Otra variable de interés que se desea mantener bajo control, es el tamaño medio del producto (Saleh y Guigon, 2007), el cual está afectado por las variables de entrada que intervienen en la Ecuación 3.17. Teniendo en cuenta que el diámetro medio de la corriente de semillas depende de la performance del circuito de granulación y que el caudal de solución de urea queda especificado al definir la capacidad de la planta, estas dos variables por lo general no se pueden manipular con el objeto de controlar el tamaño de los gránulos. El diámetro medio de las partículas también depende del caudal de semillas. Existen algunos procesos que permiten adicionar semillas frescas desde un pulmón de almacenamiento (Wang y Cameron, 2002; Wang et al., 2006) y/o remover semillas mediante bypass de la corriente de reciclo; por lo tanto, en el marco de circuitos con mayores grados de libertad, la modificación del caudal de semillas sería viable. Sin embargo, bajo la configuración del circuito descrito en la Figura 1.14, no es posible modificar libremente el caudal de semillas ya que es un resultado de la operación del circuito completo. En consecuencia, y sin contar con el simulador del circuito completo, en esta Tesis no se persigue el control de tamaño de los gránulos que abandonan el granulador.

Las Figuras 3.44 a 3.46 muestran, para todas las cámaras de crecimiento y la última cámara de enfriamiento, la altura, temperatura y porosidad de los lechos fluidizados en términos de variables de desviación en el estado estacionario final (expresadas como $[(X_{ee}^{final} - X_{ee}^{inicial})100/X_{ee}^{inicial}]$ donde X representa la variable en cuestión) para cambios de +10% en las diferentes variables de entrada y en el área de descarga del granulador. Como se indica en la Figura 3.44, cambios en el caudal y en el diámetro medio número-volumen de la corriente de semillas producen variaciones significativas en las alturas de los lechos. Sin embargo, para una capacidad fija y una planta operando con reciclo, el control de las alturas de los lechos se puede lograr ya sea mediante la manipulación del área de descarga o por medio del caudal de aire de fluidización. No obstante, y como se muestra en la Figura 3.45, los cambios en el caudal de aire de fluidización también afectan la temperatura de las cámaras; no así las variaciones en el área de descarga del producto. Por lo tanto, la opción más conveniente para el control de las alturas de los lechos fluidizados, desde el punto de vista de la minimización de las interacciones presentes en un sistema de control multivariable, es el área de descarga.

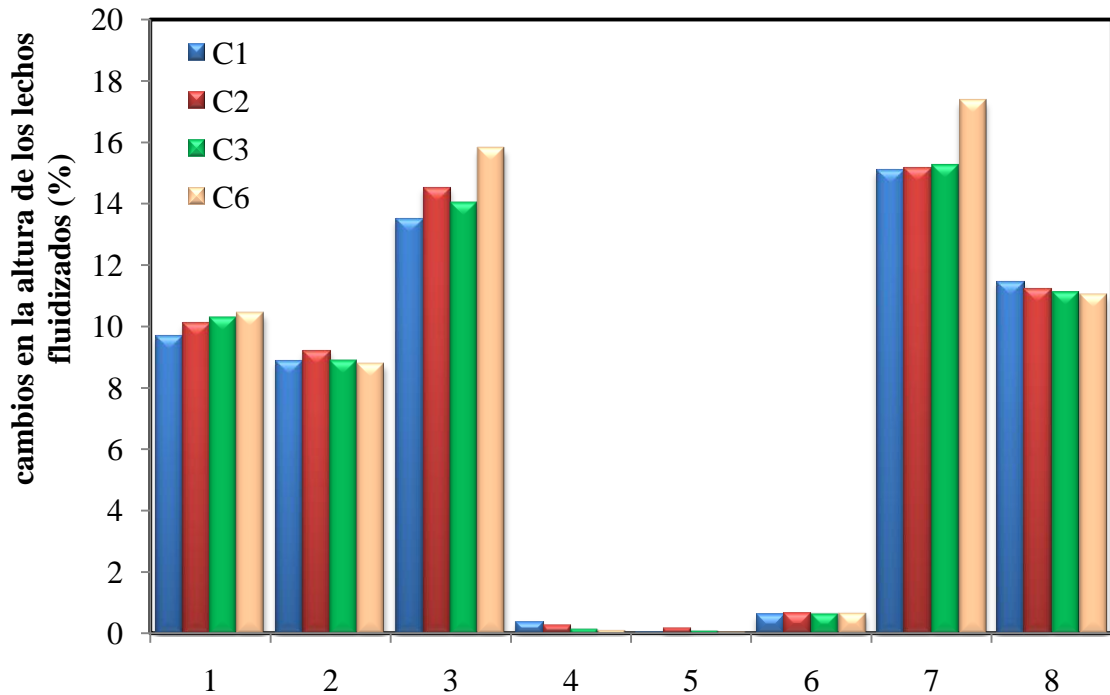


Figura 3.44. Cambio en las alturas de los lechos fluidizados para las cámaras de crecimiento y la última cámara de enfriamiento, ante perturbaciones de +10% producidas en (1) caudal de semillas, (2) diámetro medio de las semillas, (3) caudal de aire de fluidización, (4) temperatura de las semillas, (5) temperatura del aire de fluidización que ingresa a la segunda cámara, (6) composición de agua en la solución de urea, (7) área de descarga del granulador y (8) caudal de solución de urea.

El caudal de aire de fluidización puede ser una variable adecuada para controlar las temperaturas de las cámaras. Sin embargo, con el propósito de desacoplar las interacciones entre los lazos de control de las alturas y las temperaturas de los lechos, es recomendable manipular la temperatura del aire de fluidización, dado que esta variable no tiene influencia sobre las alturas de los lechos (ver Figuras 3.44 y 3.45).

De acuerdo con los resultados presentados en la Figura 3.46, la porosidad de los lechos fluidizados podría mantenerse bajo control manipulando el caudal de aire de fluidización, aunque las interacciones de los lazos de control serían inevitables ya que la manipulación del caudal de aire de fluidización también modifica las alturas y temperaturas de las cámaras.

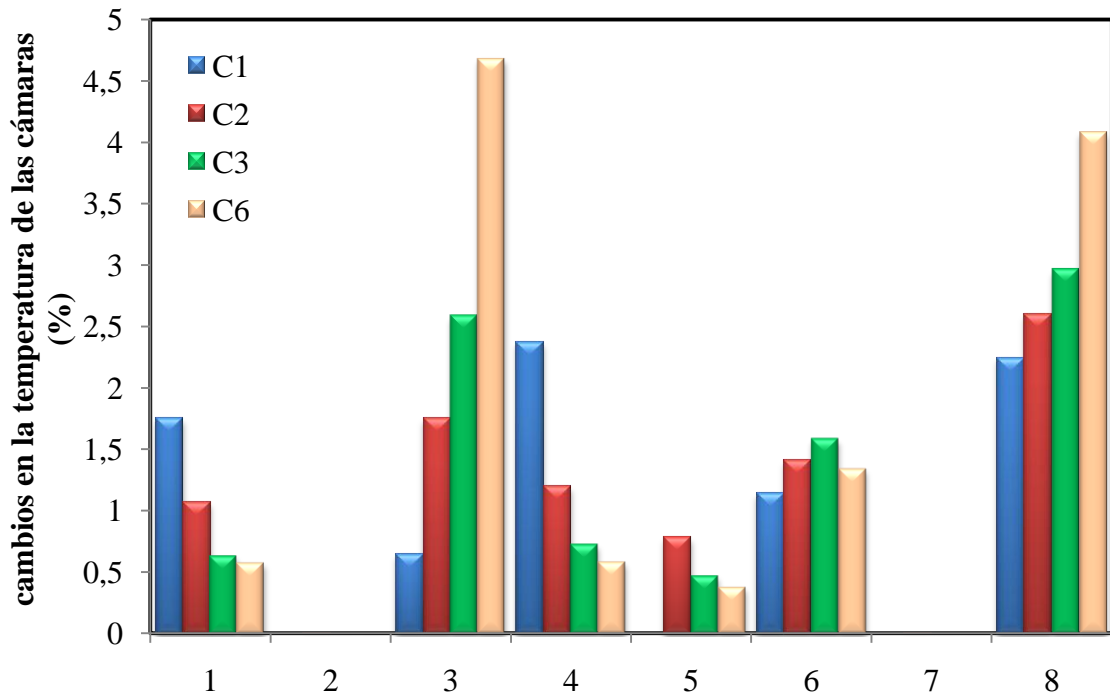


Figura 3.45. Cambio en las temperaturas de los lechos fluidizados para las cámaras de crecimiento y la última cámara de enfriamiento, ante perturbaciones de +10% producidas en (1) caudal de semillas, (2) diámetro medio de las semillas, (3) caudal de aire de fluidización, (4) temperatura de las semillas, (5) temperatura del aire de fluidización que ingresa a la segunda cámara, (6) composición de agua en la solución de urea, (7) área de descarga del granulador y (8) caudal de solución de urea.

El cambio de +10% en el caudal de solución de urea también se incluye en las Figuras 3.44 a 3.46 para mostrar el efecto de esta variable sobre la performance del granulador. Como se menciona, el caudal de solución de urea no se puede considerar una variable a manipular si es que se especifica la capacidad de la planta. Sin embargo, este caudal puede variar en el tiempo debido a fenómenos indeseados, como obstrucciones de las boquillas o una mala distribución de la solución a lo largo de las cámaras de crecimiento, causando variaciones no despreciables en las alturas y temperaturas de los lechos.

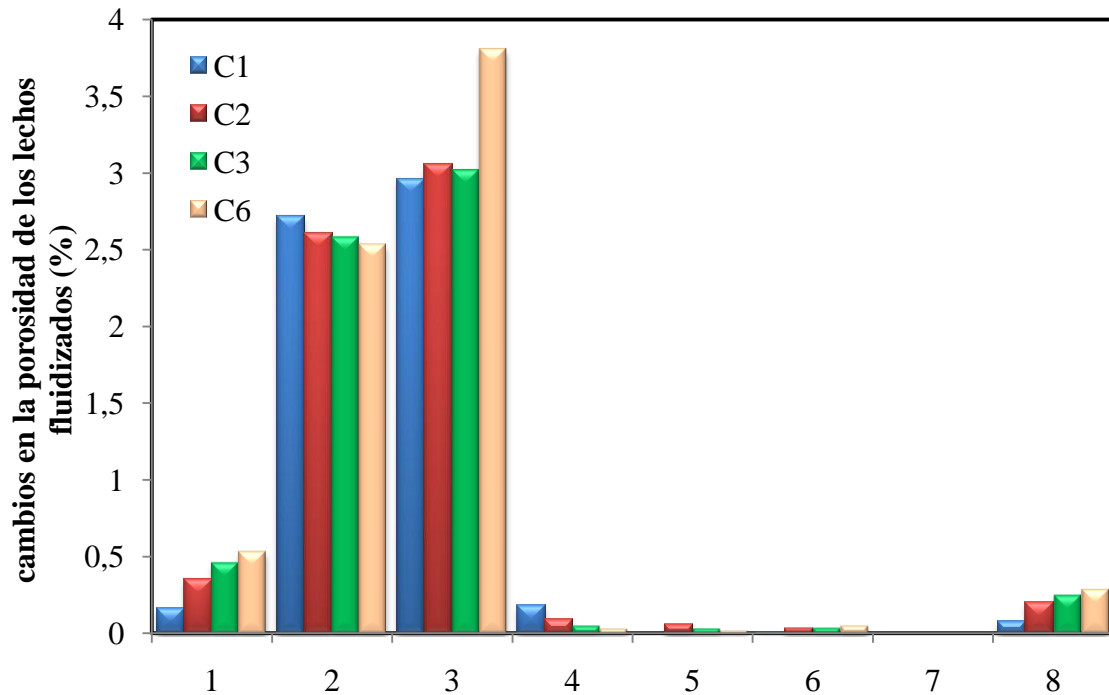


Figura 3.46. Cambio en las porosidades de los lechos fluidizados para las cámaras de crecimiento y la última cámara de enfriamiento, ante perturbaciones de +10% producidas en (1) caudal de semillas, (2) diámetro medio de las semillas, (3) caudal de aire de fluidización, (4) temperatura de las semillas, (5) temperatura del aire de fluidización que ingresa a la segunda cámara, (6) composición de agua en la solución de urea, (7) área de descarga del granulador y (8) caudal de solución de urea.

3.5 Conclusiones

Se desarrolló un modelo matemático para representar la operación en estado no estacionario de un granulador industrial multicámaras de lecho fluidizado para la producción de urea.

Para perturbaciones ensayadas en el caudal y diámetro medio número-volumen de las semillas, el caudal de aire de fluidización, el área de descarga y el caudal de solución líquida, las variables de estado más afectadas son las alturas, caídas de presión y masas de los lechos. Variaciones en el diámetro medio de las semillas y en el caudal de aire de fluidización influyen además sobre la porosidad de los lechos. Respecto a la temperatura de las cámaras, se encuentra que los caudales de aire de fluidización y solución líquida producen los mayores cambios.

Las alturas, caídas de presión y masas de los lechos y los caudales de sólidos que

abandonan las cámaras exhiben dinámicas lentas; se requiere en ciertos casos más de una hora para alcanzar el estado estacionario final, tiempos que resultan acordes con la alta capacidad de la unidad industrial simulada. Por otra parte, las temperaturas y porosidades de los lechos están menos influenciadas por los cambios en las condiciones de entrada, presentando dinámicas más rápidas.

En base al análisis de sensibilidad en estado estacionario realizado, se sugiere utilizar el área de descarga del producto, la temperatura del aire de fluidización y el caudal de aire de fluidización como variables manipuladas con el objeto de controlar las alturas, temperaturas y porosidades de los lechos, variables que resultan claves para garantizar la estabilidad de la operación y la calidad del producto final.

Aunque el estudio realizado permite entender la sensibilidad de las principales variables de estado para el granulador multicámaras de lecho fluidizado, la distribución de tamaños de partículas de los sólidos está caracterizada mediante el diámetro medio número-volumen. Claramente, esto representa una limitación del modelo presentado. El balance de población es una ecuación constitutiva adicional que permite predecir la distribución de tamaño de partículas en cada cámara del granulador. Por esta razón, en los Capítulos que siguen se presta especial atención al planteo y resolución numérica del balance de población aplicado al granulador industrial de urea.

Capítulo 4

Balance de población

4.1 Introducción

El concepto de balance de población es importante en procesos que involucran sistemas dispersos (Ramkrishna, 2000). Tales procesos (e.g., cristalización, granulación, polimerización, molienda, procesos biológicos) están formados por una fase continua, y otra discontinua compuesta por elementos discretos que poseen una distribución de sus propiedades. En particular, para los procesos de granulación, el balance de población permite evaluar la distribución de tamaño de partículas (Hounslow et al., 1988; Ramkrishna, 2000; Randolph y Larson, 1988). La formulación del balance de población requiere comprender los fenómenos a los que las partículas están sujetas durante la evolución de la granulación (Bucalá y Piña, 2007). En la literatura se reportan aplicaciones del balance de población a procesos de granulación en lechos fluidizados, utilizando diferentes niveles de complejidad (Drechsler et al., 2005; Heinrich et al., 2002; Peglow et al., 2007; Radichkov et al., 2006).

El balance de población se obtiene al contabilizar el número de elementos (e.g., partículas) de una población dispersa en un medio continuo. Para ello, se realiza una clasificación de acuerdo a determinadas propiedades (coordenadas internas) y/o a su localización espacial (coordenadas externas). Hulburtz y Katz (1964) fueron los primeros en aplicar el balance de población a problemas ingenieriles; sin embargo, Randolph y Larson (1971) presentaron la derivación formal para calcular distribuciones de tamaño de partículas. Ramkrishna (2000) desarrolló un tratamiento general de los conceptos del balance de población, permitiendo su aplicación a una gran variedad de procesos. Esta derivación general de la ecuación del balance de población provee una herramienta capaz de predecir distribuciones de partículas respecto a otras propiedades además del tamaño, e.g., temperatura, concentración, porosidad, esfericidad (Briesen, 2006).

Para los modelos matemáticos del granulador industrial presentados en los Capítulos 2 y 3, la granulometría de los sólidos se representó por el diámetro medio que conserva número y

volumen total de la población. No obstante, tanto las semillas que ingresan al granulador como los sólidos presentes en las cámaras del mismo y aquellos que abandonan la unidad poseen una distribución de tamaño de partículas (*Particle Size Distribution*, PSD) que los caracteriza. Si bien el uso de un diámetro promedio permite establecer con buena precisión ciertas variables del proceso, la predicción de la granulometría del producto (que define si el mismo es apto para la venta) requiere incorporar al modelo matemático del granulador herramientas adecuadas para cuantificar la distribución de tamaño de partículas. Como se discutió previamente, el balance de población (*Population Balance Equation*, PBE) es la ecuación constitutiva necesaria para representar los cambios de tamaño que experimentan los gránulos conforme avanzan en el proceso. Es importante señalar que el balance de población permite modelar poblaciones con distribuciones respecto a más de una propiedad (por ejemplo, tamaño y temperatura), posibilitando la descripción de sistemas particulados con distintos grados de complejidad (Briesen, 2006; Ramkrishna, 2000; Ronsse et al., 2009).

Antes de presentar el balance de población y los métodos numéricos para su resolución, en este Capítulo se introducen conceptos básicos asociados a las funciones que se utilizan para representar distribuciones de partículas. Luego se incluye la formulación rigurosa del balance de población, el cual puede aplicarse a cualquier sistema independientemente del tipo de flujo que experimenten las partículas y el número de propiedades de la población que varíen en el tiempo y espacio. Se discuten aspectos relacionados con la resolución numérica del PBE y, finalmente, el balance de población se utiliza para el modelado del granulador de urea estudiado en la presente Tesis.

Los resultados que se presentan en este Capítulo se publicaron parcialmente en el artículo: *Analysis of the product granulometry, temperature and mass flow of an industrial multichamber fluidized bed urea granulator*, Diego Bertin, Ivana Cotabarren, Verónica Bucalá, Juliana Piña, *Powder Technology*, 206, 122-131, 2011, (Bertin et al., 2011).

4.2 Distribuciones de partículas

4.2.1 Distribuciones de partículas e histogramas

Una *distribución* de partículas de una dada población es una lista de valores, o una función matemática, que define la *frecuencia* F_i con que una *propiedad* x , se repite (Soong, 2004). En sistemas particulados, esta propiedad está normalmente relacionada con el tamaño

(frecuencia de la distribución) en función del diámetro de partículas D_p (propiedad sobre la cual se hace la clasificación), correspondiente a un sistema compuesto por 10 partículas cuyos tamaños (expresados en diámetro y volumen) se reportan en la tabla adjunta a la Figura 4.2. La grilla que se utiliza para el histograma consiste en intervalos de longitud constante (i.e., grilla aritmética) de 1 mm.

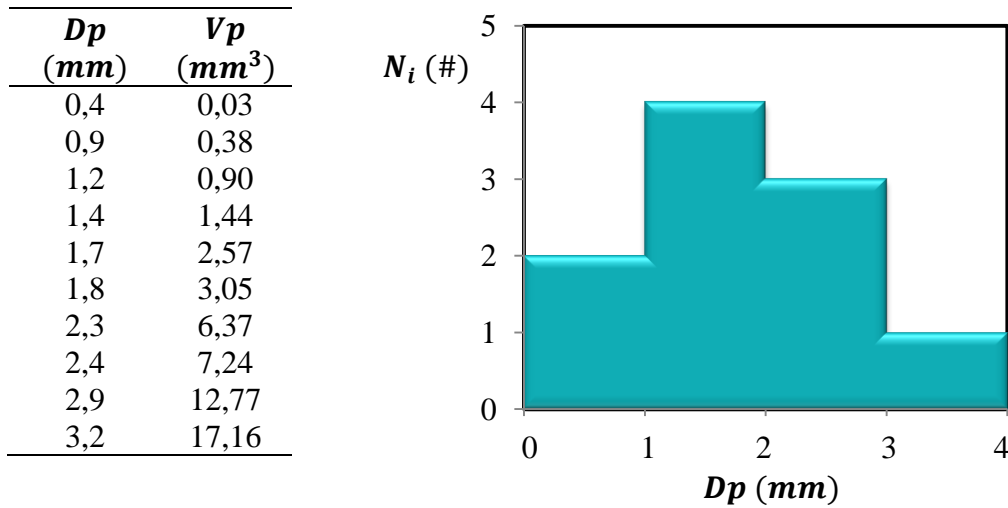


Figura 4.2. Histograma de una distribución expresada como número de partículas en función del diámetro.

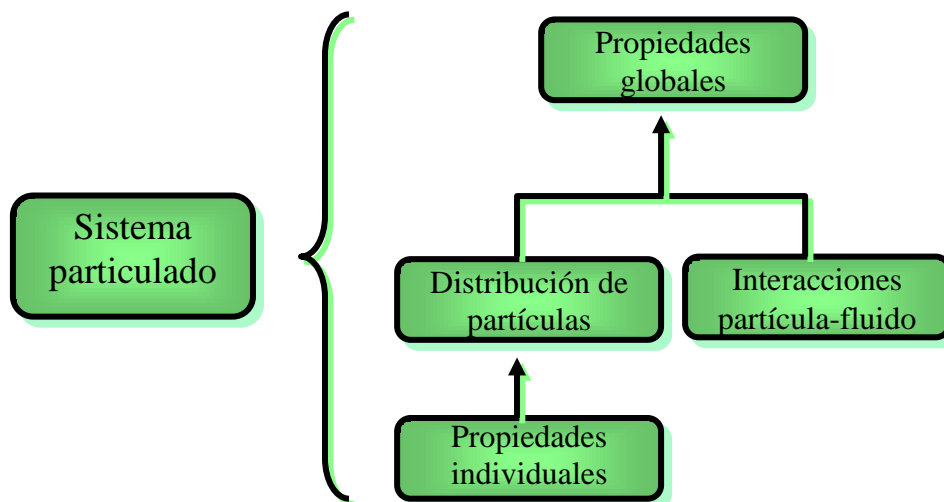


Figura 4.3. Clasificación de las propiedades de un sistema particulado.

Las distribuciones de tamaño de partículas contienen información de las propiedades globales de la población; en efecto, el histograma de la Figura 4.2 indica que el número total

de partículas es 10. Las distribuciones son consecuencia de las propiedades que poseen los elementos individuales y de la proporción en que se distribuyen estas propiedades entre los elementos que conforman el sistema. Tal como se resume en la Figura 4.3, las propiedades globales de un sistema dependen de las variables que definen las distribuciones y también de las interacciones entre las partículas y el fluido que las rodea. Por ejemplo, la densidad de un lecho fluidizado depende de las densidades de las partículas y el fluido y de la porosidad del lecho, que a su vez es función de las condiciones del fluido y las propiedades de las partículas.

4.2.2 Conversión entre distribuciones de partículas

La forma del histograma de una distribución de partículas depende no sólo de la distribución en sí misma, sino también del modo que se elige para representarla (i.e., variable seleccionada para describir la frecuencia, propiedad con la que se desea caracterizar la población y forma en que se discretiza el dominio de la propiedad para formar la grilla) (Holdich, 2002). En la Figura 4.4 se presentan dos histogramas de la población representada en la Figura 4.2. En la Figura 4.4a se grafica el número de partículas N_i respecto al volumen Vp_i en lugar del diámetro de partícula. Debido a que sólo se requiere la información de los nodos para realizar la conversión, la forma del histograma respecto al mostrado en la Figura 4.2 no se ve modificada. El histograma de la Figura 4.4b se obtiene al elegir como variable de frecuencia el volumen de partículas y como propiedad de clasificación el diámetro de las mismas. En este caso, el volumen de partículas V_i correspondiente a cada clase se obtiene multiplicando el número de partículas N_i por el volumen medio de la clase $(\pi/6) \overline{Dp}_i^3$. Esta conversión introduce un error en la nueva distribución, ya que el diámetro medio \overline{Dp}_i es una medida aproximada del diámetro de cada una de las partículas contenidas en la clase i . En efecto, el volumen total de la población representada en la Figura 4.4b (que se obtiene sumando los volúmenes V_i representados en la misma Figura) es $51,92 \text{ mm}^3$, mientras que el valor real obtenido con los datos de la tabla adjunta a la Figura 4.2 es $54,19 \text{ mm}^3$. El error cometido (4,37%) depende fuertemente de la grilla utilizada.

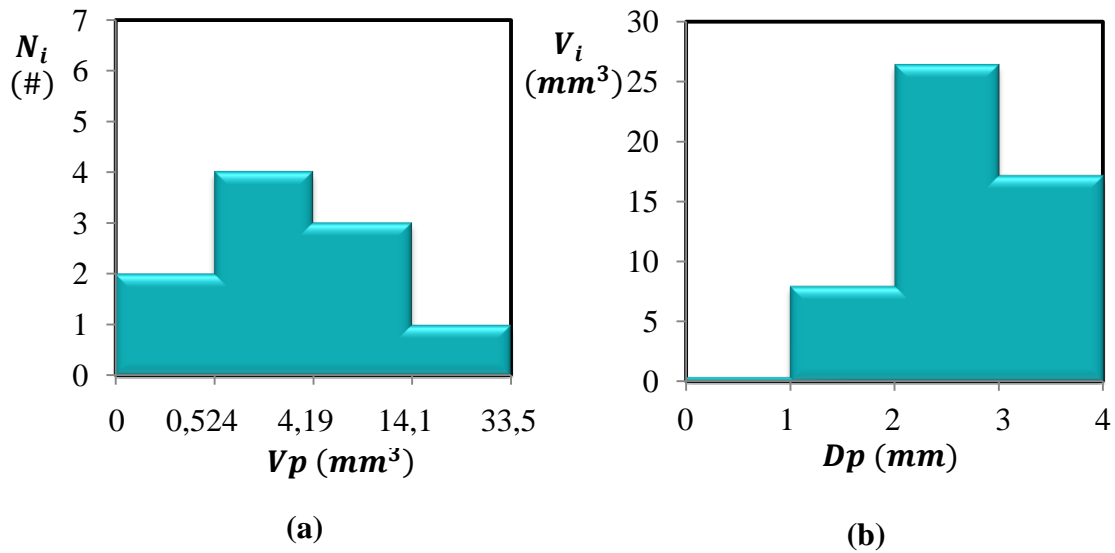


Figura 4.4. Distribuciones alternativas de la población graficada en la Figura 4.2.

4.2.3 Distribuciones acumuladas

Una distribución de partículas también se puede representar en forma acumulada. Existen dos maneras para expresar las distribuciones acumuladas, la acumulativa retenida y la acumulativa pasante, las cuales (para la clase i) se estiman como sigue:

- La *frecuencia acumulada retenida* se calcula como la suma de las frecuencias para todas las clases mayores e igual a i .

$$F_i^{ar} = \sum_{k \geq i} F_k \tag{4.1}$$

- La *frecuencia acumulada pasante* se calcula como la suma de las frecuencias para todas las clases menores a i .

$$F_i^{ap} = \sum_{k < i} F_k \tag{4.2}$$

La Figura 4.5 ejemplifica el cálculo de las frecuencias acumulativas a partir de un histograma de frecuencias no acumulativas en función de la propiedad de clasificación genérica x .

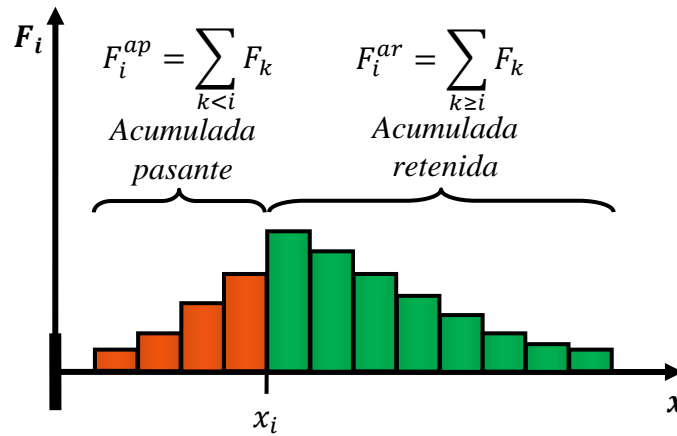


Figura 4.5. Cálculo de las distribuciones acumulativas.

En un histograma, cada valor de frecuencia está distribuido en el intervalo de cada clase. En cambio, en una distribución acumulada cada valor de frecuencia corresponde a un valor específico de la propiedad. Para el ejemplo de la Figura 4.5, los valores F_i^{ap} y F_i^{ar} se asignan a x_i . Debido a esto, la frecuencia acumulada se puede representar mediante una curva continua. Por el contrario, los histogramas son funciones discontinuas porque cada valor de frecuencia no se puede asignar a un único punto (Hess, 2004).

Los términos con los que se califican las distribuciones acumulativas (retenida y pasante) se refieren al pasaje (o no) de las partículas a través de una torre de tamices. La curva acumulada retenida siempre es decreciente, mientras que la curva acumulada pasante es creciente. A modo de ejemplo, se considera una muestra de 100 gramos de partículas que se hace pasar por una torre de tamices. La torre tiene 3 mallas, con aperturas de 2, 4 y 8 mm (ver Figura 4.6).

Debido a que la torre de tamices está compuesta por tres mallas, la distribución de tamaños tiene cuatro clases. Para el ejemplo, se asume que el tamizado arroja la distribución (masa en función de la apertura de las mallas) que se reporta en la tabla adjunta a la Figura 4.7, la cual muestra el histograma correspondiente.

A partir de las curvas acumulativas es posible determinar la frecuencia para cada clase (expresada en masa, número, etc.). Para el ejemplo de las Figuras 4.8 y 4.9, las masas contenidas en cada clase se pueden calcular como: $m_i = m_{i+1}^{ap} - m_i^{ap} = m_i^{ar} - m_{i+1}^{ar}$. En términos generales, la frecuencia en cada clase se puede expresar como:

$$F_i = F_{i+1}^{ap} - F_i^{ap} \tag{4.3}$$

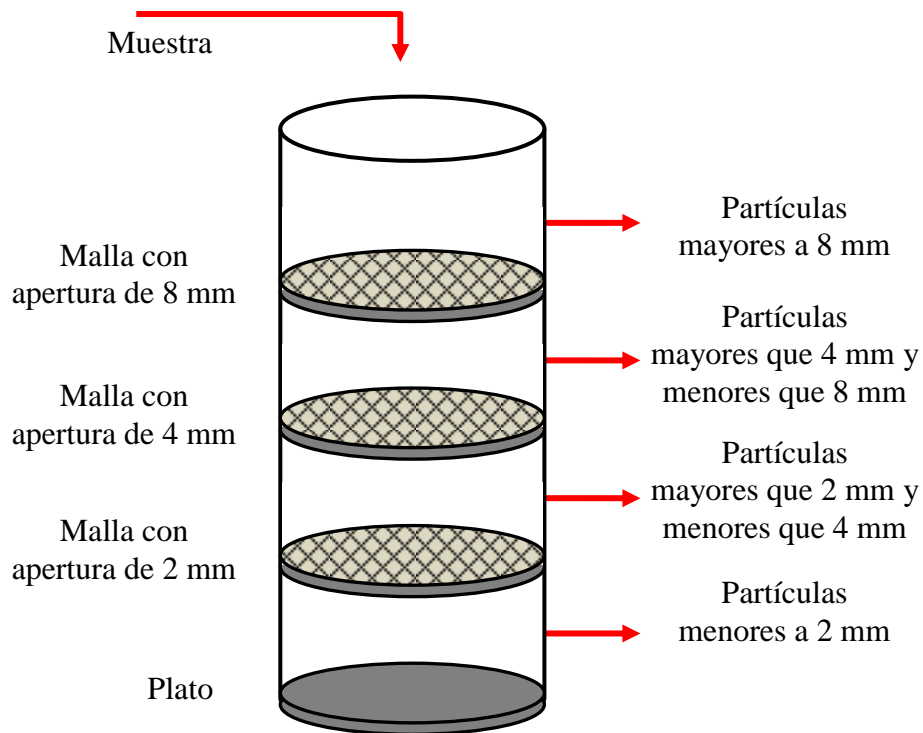


Figura 4.6. Torre de tamices para ejemplificar el cálculo de distribuciones acumulativas.

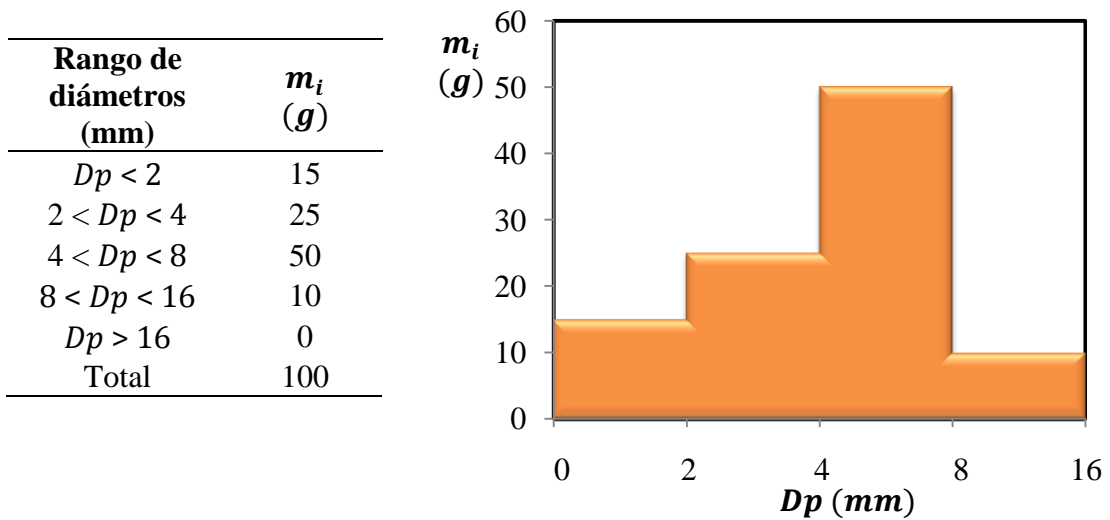


Figura 4.7. Histograma representando una muestra analizada por tamizado.

Dp_i (mm)	m_i^{ap} (g)
0	0
2	15
4	40
8	90
16	100

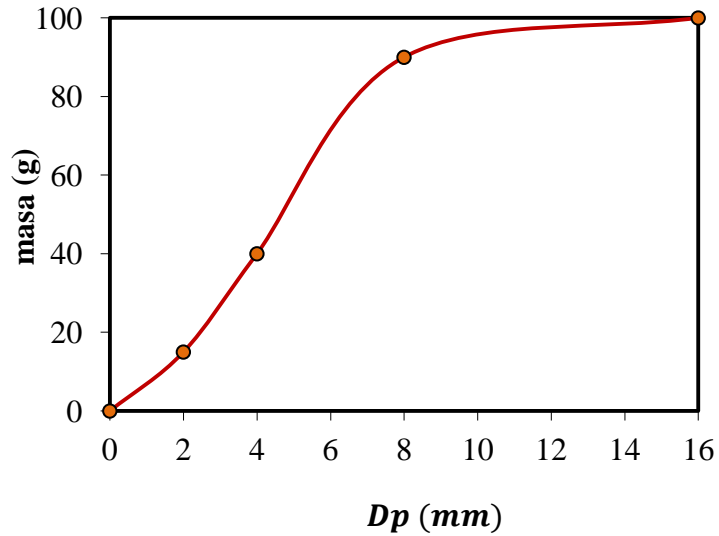


Figura 4.8. Frecuencia acumulativa pasante correspondiente al ejemplo de la Figura 4.7.

Dp_i (mm)	m_i^{ar} (g)
0	100
2	85
4	60
8	10
16	0

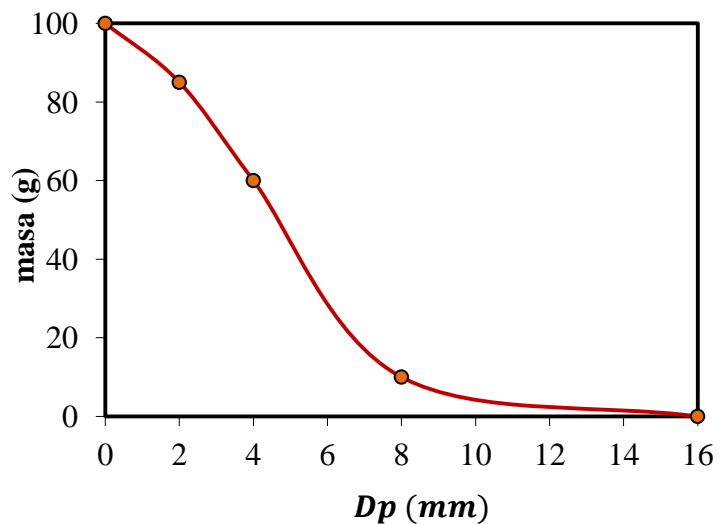


Figura 4.9. Frecuencia acumulativa retenida correspondiente al ejemplo de la Figura 4.7.

4.2.4 Coordenadas internas y externas

En procesos de granulaci3n, las distribuciones de partculas se consideran normalmente unidimensionales y se construyen utilizando el tamao de partcula como nica propiedad que influye sobre el proceso (Verkoeijen et al., 2002). Annapragada y Neilly (1996) fueron los primeros en reconocer la necesidad de analizar distribuciones de partculas multidimensionales en procesos de granulaci3n. En un granulador discontinuo, estos autores observaron que el tamao y la porosidad de las partculas varían en el tiempo y afectan su crecimiento. La distribuci3n multidimensional a la que se hace menci3n se esquematiza en la Figura 4.10 para un dado tiempo de operaci3n.

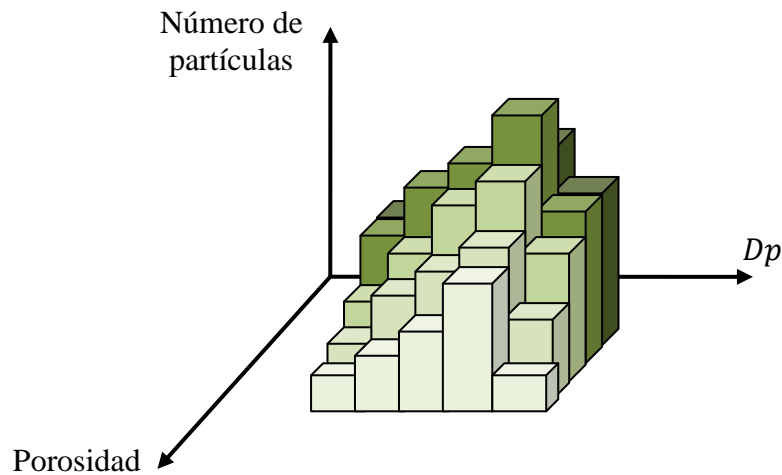


Figura 4.10. Distribución de partículas bidimensional.

En forma general, un sistema particulado puede estar distribuido con respecto a un número arbitrario de propiedades (diámetro, esfericidad, temperatura, porosidad, etc.). Además, también se puede considerar la distribución con respecto a las coordenadas espaciales (como ocurre, por ejemplo, en un granulador de flujo pistón donde las partículas aumentan de tamaño en función de la posición axial). Generalmente, las propiedades de las partículas en las cuales el sistema está distribuido se conocen como coordenadas internas de la población, para diferenciarlas de las coordenadas externas que son las coordenadas físicas reales (Ramkrishna, 2000).

Las coordenadas internas y externas determinan lo que se denomina el espacio-estado de las partículas. El espacio-estado es el conjunto de todos los posibles estados en los que una partícula se puede encontrar. El estado de las partículas se describe a través de un vector de estado $(\underline{x}, \underline{r})$, donde $\underline{x} \equiv (x_1, x_2, x_3, \dots)$ representa el vector de las coordenadas internas y $\underline{r} \equiv (r_1, r_2, r_3)$ el de las coordenadas externas.

Los dominios de las coordenadas internas y externas en los que las partículas están presentes se denotan como Ω_x y Ω_r , respectivamente.

Por ejemplo, para un sistema particulado que fluye por un granulador de tambor rotatorio donde el tamaño y la temperatura de las partículas varían con las coordenadas axial y radial, se distinguen cuatro coordenadas en el espacio-estado del sistema: dos coordenadas internas, el diámetro Dp (u otra medida del tamaño) y la temperatura de las partículas Tp , y dos coordenadas externas, las posiciones axial z y radial r . Por lo tanto, los vectores de espacio-estado quedan definidos como $\underline{x} \equiv (Dp, Tp)$ y $\underline{r} \equiv (z, r)$.

4.2.5 Función densidad e hipótesis del continuo

Observando la Figura 4.2, se sabe que hay dos partículas cuyos diámetros se encuentran entre 0 y 1 mm; sin embargo, el histograma no explicita cuál es el diámetro exacto de cada una de esas dos partículas. Por lo tanto, resulta intuitivo pensar que la forma del histograma puede variar si se modifica el ancho de los intervalos de la grilla. Si para los mismos datos (tabla adjunta a la Figura 4.2) se utiliza, por ejemplo, una grilla formada por clases de longitud 0,5 mm, se obtiene el histograma de la Figura 4.11. Si bien representa al mismo sistema particulado, la distribución de la Figura 4.11 es más precisa que la de la Figura 4.2 debido a que la grilla posee un mayor número de clases. La precisión del histograma se puede mejorar haciendo aún más densa la grilla. No obstante, para brindar u obtener información de un sistema particulado, se debe usar un número de clases lo suficientemente grande como para revelar la naturaleza de la distribución pero no tan elevado como para obtener valores de frecuencia pequeños o nulos (Canavos, 1988).

Para estudiar la evolución de una distribución de partículas en un dado proceso (e.g., en uno de aumento de tamaño) es necesario formular el balance de población, que constituye en sí mismo una ley de conservación (Randolph y Larson, 1971). Para ello, dicha distribución se debe expresar en función de una variable continua (Ramkrishna, 2000); por lo tanto, las variables ya vistas como el número o la masa de partículas no se pueden utilizar en el balance de población. El carácter discreto del número de partículas obliga a recurrir a otra variable para representar una distribución en número de partículas en forma continua.

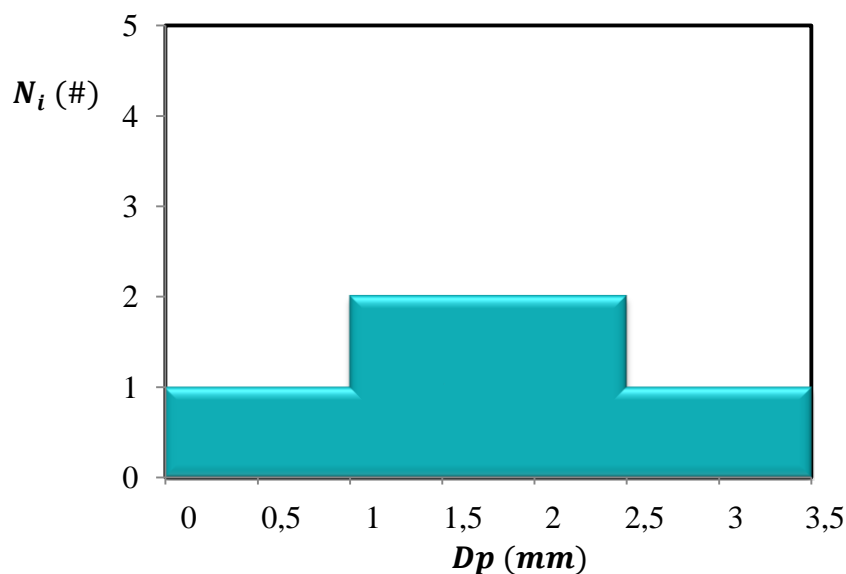


Figura 4.11. Histograma alternativo para la población presentada en la Figura 4.2.

Para manejar distribuciones continuas es necesario valerse de la hipótesis del continuo, según la cual el sistema particulado se puede considerar como un medio continuo en el espacio que ocupa, sin reconocer el carácter particulado e ignorando las discontinuidades partícula-fluido (Ramkrishna, 2000). Mediante esta hipótesis, se puede definir como sigue una nueva función denominada *densidad de frecuencia* o simplemente *función densidad*:

$$f(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta F^{ap}}{\Delta x} = \frac{dF^{ap}}{dx} = -\frac{dF^{ar}}{dx} \quad (4.4)$$

Para el caso de una distribución expresada en número de partículas, la función densidad se denota como n . Por ejemplo, para una distribución de partículas expresada en número con respecto al diámetro y considerando la Ecuación 4.4, la función densidad se define como:

$$n(Dp) = \lim_{\Delta Dp \rightarrow 0} \frac{\Delta N^{ap}}{\Delta Dp} = \frac{dN^{ap}}{dDp} \quad (4.5)$$

Teniendo en cuenta la Ecuación 4.5, la función densidad $n(Dp)$ representa el número de partículas contenido en un elemento diferencial de la propiedad *diámetro de partículas*, dividido por ese incremento diferencial. Los valores de función densidad se pueden obtener a partir de una distribución discreta en forma aproximada utilizando la Ecuación 4.5:

$$n_i = \frac{N_{i+1}^{ap} - N_i^{ap}}{Dp_{i+1} - Dp_i} = \frac{N_i}{Dp_{i+1} - Dp_i} \quad (4.6)$$

Cuando se desea graficar la función densidad discreta del nodo i con respecto a la propiedad seleccionada, la misma se asigna al valor medio aritmético de los extremos de la clase i , i.e.:

$$n_i = n(\overline{Dp}_i) \quad (4.7)$$

donde $\overline{Dp}_i = (Dp_{i+1} + Dp_i)/2$.

Para la representación de distribuciones de partículas, en la literatura se proponen una gran variedad de expresiones (Hounslow et al., 1988; Motz et al., 2002; Qamar et al., 2007; Ramkrishna, 2000; Randolph y Larson, 1971; Verkoefen et al., 2002). La Tabla 4.1 presenta, para distribuciones unidimensionales, algunas expresiones que suelen emplearse para expresar funciones densidades en número sobre distintas bases. En particular, la función densidad n , tiene unidades de número de partículas por unidad de la coordenada interna

seleccionada para clasificar la población. La función densidad se puede expresar por unidad de tiempo (\dot{n}), siendo de importancia en sistemas continuos para describir las corrientes que ingresan y egresan. La función densidad en número normalizada \bar{n} es una variable adimensional, que posee la siguiente propiedad:

$$\int_0^\infty \bar{n} dDp = \int_0^\infty \frac{n}{N_T} dDp = \frac{1}{N_T} \int_0^\infty dN^{ap} = \frac{1}{N_T} (N_\infty^{ap} - N_0^{ap}) = \frac{1}{N_T} N_T = 1 \quad (4.8)$$

La propiedad enunciada indica que el área bajo la curva de la función densidad normalizada versus el diámetro es igual a la unidad, característica que resulta útil para comparar distribuciones de tamaño y analizar la dispersión de las curvas de distribución (Randolph y Larson, 1971). Por último, el símbolo \hat{n} , suele utilizarse para denotar la función densidad en número cuando se consideran las tres coordenadas externas (además de las coordenadas internas) para representar la distribución. Esta nueva variable interviene en la deducción del balance de población (Ramkrishna, 2000).

La función densidad n describe la densidad de partículas en cada punto del espacio-estado (Ramkrishna, 2000). Si se desea calcular el número de partículas contenido en una determinada región del espacio-estado a partir de la función densidad, ésta se debe integrar respecto a la coordenada interna en el dominio de interés. Para una distribución de partículas en número con respecto al diámetro (distribución unidimensional), el número de partículas en la clase i se obtiene integrando la función densidad respecto al diámetro entre los nodos de la clase en cuestión:

$$N_i = \int_{Dp_i}^{Dp_{i+1}} n(Dp) dDp = \int_{Dp_i}^{Dp_{i+1}} \frac{dN^{ap}}{dDp} dDp = \int_{N_i^{ap}}^{N_{i+1}^{ap}} dN^{ap} \approx n_i \Delta Dp_i \quad (4.9)$$

Es importante señalar que aunque las ecuaciones previas están expresadas en términos de número de partículas clasificadas de acuerdo a sus diámetros, las mismas son válidas para cualquier tipo de frecuencia (e.g., masa, volumen, porosidad, edad, etc.) y coordenada interna (diámetro, volumen, porosidad, temperatura, etc.) que se desee seleccionar.

Tabla 4.1. Diferentes variables relacionadas con la funci3n densidad en n3mero unidimensional.

Denominaci3n	Notaci3n	Unidades
Funci3n densidad en n3mero	n	$\frac{\#}{[\text{coord int}]}$
Flujo de funci3n densidad en n3mero	\dot{n}	$\frac{\#}{[\text{coord int}] [\text{tiempo}]}$
Funci3n densidad en n3mero normalizada (o funci3n densidad en fracci3n en n3mero)	$\bar{n} = \frac{n}{N_T} = \frac{\dot{n}}{\dot{N}}$	$\frac{1}{[\text{coord int}]}$
Funci3n densidad en n3mero por unidad de volumen	$\hat{n} = \frac{n}{V_r} = \frac{\dot{n}}{Q} = \frac{\dot{N}}{Q} \bar{n}$	$\frac{1}{[\text{coord int}] [\text{volumen del sistema}]}$

Para ejemplificar la utilidad de la funci3n densidad como variable para representar las distribuciones, en la Figura 4.12 se grafican las curvas de funci3n densidad (obtenidas mediante la Ecuaci3n 4.5) para los histogramas presentados en las Figuras 4.2 y 4.11. Claramente de la inspecci3n visual de los histogramas de las Figuras 4.2 y 4.11, un observador no puede asegurar que se trata de la misma poblaci3n (i.e., la selecci3n de la grilla distorsiona sustancialmente la forma del histograma); sin embargo, cuando se recurre a la funci3n densidad la representaci3n de la poblaci3n tiende a ser 3nica independientemente de la grilla que se utilice. Esta caracter3stica, sumada a que el 3rea bajo la curva de la funci3n densidad tiene sentido f3sico (si se usa n , la integral brinda el valor del n3mero total de part3culas de la poblaci3n; si se emplea \bar{n} el valor del 3rea bajo la curva es la unidad) y a que no es necesario especificar el tipo de grilla en que se genera la distribuci3n, convierten a la funci3n densidad en una variable atractiva para la representaci3n de distribuciones.

Teniendo en cuenta la Ecuaci3n 4.4, las frecuencias acumuladas pasante y retenida se pueden calcular de manera gen3rica a partir de la funci3n densidad continua como:

$$F^{ap}(x) = \int_0^x f(x) dx \tag{4.10}$$

$$F^{ar}(x) = \int_x^\infty f(x) dx \tag{4.11}$$

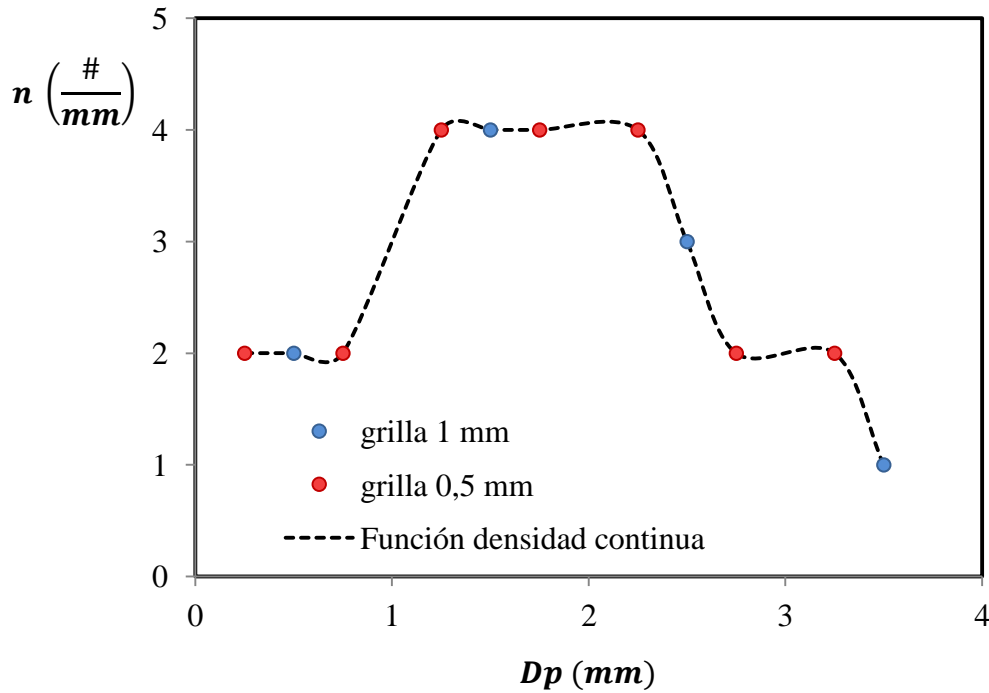


Figura 4.12. Comparación de la población presentada en las Figuras 4.2 y 4.11, utilizando la variable función densidad.

Por ejemplo, para una distribución en número de partículas respecto al diámetro, la distribución acumulativa pasante se calcula como:

$$N^{ap}(x) = \int_0^x n(Dp) dDp \quad (4.12)$$

4.2.6 Momentos de la población

Para describir completamente una distribución de partículas, se requiere una gran cantidad de datos (Seville et al., 1997); sin embargo, en muchos procesos el conocimiento de propiedades globales (por ejemplo, número total de partículas, volumen total, área total, etc.) de la población es suficiente. Las propiedades globales de una distribución se pueden determinar mediante el cálculo de diferentes momentos.

Los momentos se pueden estimar a partir de las distribuciones utilizando ecuaciones generales que definen familias de momentos (Randolph y Larson, 1971). Según la familia de ecuaciones utilizadas, los momentos se clasifican en simples o centrales (Soong, 2004). A su

vez, los momentos pueden ser normalizados o no normalizados (ver Figura 4.13).

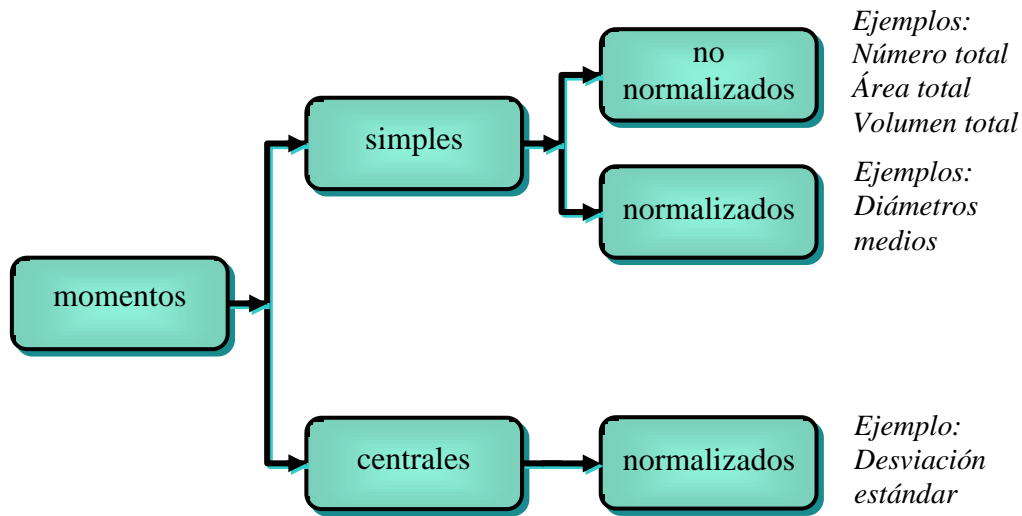


Figura 4.13. Clasificación de momentos.

4.2.6.1 Momentos simples

Los momentos simples, también llamados momentos con respecto al origen o solamente momentos, se calculan a través de la siguiente ecuación genérica:

$$m_j = \int_0^{\infty} f(x) x^j dx \quad j = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (4.13)$$

donde j representa el orden del momento. Si se cuenta con datos de una población, los momentos para una distribución discreta (teniendo en cuenta la Ecuación 4.6 en términos genéricos), se pueden computar como sigue:

$$m_j = \sum_i f_i \bar{x}_i^j \Delta x_i = \sum_i F_i \bar{x}_i^j \quad j = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (4.14)$$

donde i representa la clase o nodo de la grilla de la propiedad x y \bar{x}_i es el diámetro promedio aritmético que caracteriza a la clase $[\bar{x}_i = (x_{i+1} + x_i)/2]$.

Para el caso particular de distribuciones expresadas en número respecto al diámetro, las Ecuaciones 4.13 y 4.14 se convierten en:

$$m_j = \int_0^{\infty} n(Dp) Dp^j dDp \quad j = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (4.15)$$

$$m_j = \sum_i n_i \overline{Dp}_i^j \Delta Dp_i = \sum_i N_i \overline{Dp}_i^j \quad j = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (4.16)$$

Los momentos 0, 1, 2 y 3 (calculados según las Ecuaciones 4.15 o 4.16) están relacionados con el número, longitud, superficie y volumen total de partículas, respectivamente (Hounslow et al., 1988). Cuando la distribución se formula en número con respecto al volumen, los momentos más importantes 0 y 1 representan el número y volumen total de partículas, respectivamente (Nicmanis y Hounslow, 1996). La Tabla 4.2 presenta las ecuaciones para calcular los momentos mencionados a partir de las versiones continuas y discretas de función densidad, considerando partículas esféricas.

Tabla 4.2. Momentos de distribuciones de partículas esféricas respecto al diámetro y el volumen.

Distribución en número respecto al diámetro		
<i>Propiedad global</i>	<i>Función continua</i>	<i>Datos discretos</i>
Número total de partículas	$N_T = m_0 = \int_0^\infty n(Dp) dDp$	$N_T = m_0 = \sum_i N_i$
Longitud total de partículas	$L_T = m_1 = \int_0^\infty n(Dp) Dp dDp$	$L_T = m_1 = \sum_i N_i \overline{Dp}_i$
Superficie total de partículas	$Ap_T = \pi m_2 = \pi \int_0^\infty n(Dp) Dp^2 dDp$	$Ap_T = \pi m_2 = \pi \sum_i N_i \overline{Dp}_i^2$
Volumen total de partículas	$Vp_T = \frac{\pi}{6} m_3 = \frac{\pi}{6} \int_0^\infty n(Dp) Dp^3 dDp$	$Vp_T = \frac{\pi}{6} m_3 = \frac{\pi}{6} \sum_i N_i \overline{Dp}_i^3$
Distribución en volumen respecto al diámetro		
Número total de partículas	$N_T = m_0 = \int_0^\infty n(Vp) dVp$	$N_T = m_0 = \sum_i N_i$
Volumen total de partículas	$Vp_T = m_1 = \int_0^\infty n(Vp) Vp dVp$	$Vp_T = m_1 = \sum_i N_i \overline{Vp}_i$

4.2.6.2 Valores medios (momentos simples normalizados)

Si bien los momentos simples no normalizados dan información acerca de alguna propiedad global del sistema, en ciertas aplicaciones es necesario conocer propiedades medias, por ejemplo un diámetro promedio. Los momentos simples normalizados permiten el cálculo de ciertos valores medios representativos de la población. En general, los valores medios $\bar{m}_{j,k}$ de una distribución se calculan como cocientes de momentos:

$$\bar{m}_{j,k} = \left(\frac{m_j}{m_k} \right)^{j-k} \quad j, k = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (4.17)$$

donde m_j y m_k son dos momentos de la distribución de partículas de órdenes j y k , respectivamente; los cuales se pueden determinar mediante la Ecuación 4.13 o 4.14. Debido a que hay muchas combinaciones de momentos posibles, existen muchas definiciones de valores medios. Se debe utilizar la media que refleje la propiedad más importante del sistema particulado para cada proceso o aplicación.

La Tabla 4.3 presenta los valores medios más empleados para caracterizar distribuciones. Por su parte, la Tabla 4.4 muestra las definiciones de diámetros medios más usadas para representar mediante un sólo parámetro distribuciones de tamaño de partículas esféricas expresadas en número.

En general, cada valor medio conserva solo dos características (momentos) del sistema original (Allen, 2003). Por ejemplo, el diámetro medio número-longitud de un sistema es el diámetro que tendría cada una de las partículas de una población con la misma relación entre número y longitud totales que el sistema estudiado, si todas las partículas fueran iguales y esféricas. Se dice entonces que el diámetro medio número-longitud conserva número y longitud (Litster et al., 2004). De acuerdo a la Tabla 4.3, el diámetro medio número-longitud también se conoce como el valor medio aritmético de la distribución en número respecto al diámetro.

Tabla 4.3. Valores medios de distribuciones unidimensionales gen3ricas.

Propiedad global	Funci3n continua	Datos discretos
Valor medio aritm3tico:	$\bar{m}_{1,0} = \frac{m_1}{m_o} = \frac{\int_0^\infty f(x) x dx}{\int_0^\infty f(x) dx}$	$\bar{m}_{1,0} = \frac{m_1}{m_o} = \frac{\sum_i F_i \bar{x}_i}{\sum_i F_i}$
Valor medio cuadr3tico:	$\bar{m}_{2,0}^2 = \frac{m_2}{m_o} = \frac{\int_0^\infty f(x) x^2 dx}{\int_0^\infty f(x) dx}$	$\bar{m}_{2,0}^2 = \frac{m_2}{m_o} = \frac{\sum_i F_i \bar{x}_i^2}{\sum_i F_i}$
Valor medio c3bico:	$\bar{m}_{3,0}^3 = \frac{m_3}{m_o} = \frac{\int_0^\infty f(x) x^3 dx}{\int_0^\infty f(x) dx}$	$\bar{m}_{3,0}^3 = \frac{m_3}{m_o} = \frac{\sum_i F_i \bar{x}_i^3}{\sum_i F_i}$
Valor medio arm3nico:	$\frac{1}{\bar{m}_{-1,0}} = \frac{m_{-1}}{m_o} = \frac{\int_0^\infty f(x) x^{-1} dx}{\int_0^\infty f(x) dx}$	$\frac{1}{\bar{m}_{-1,0}} = \frac{m_{-1}}{m_o} = \frac{\sum_i F_i \bar{x}_i^{-1}}{\sum_i F_i}$

Debido a que el di3metro Sauter conserva la superficie espec3fica de la poblaci3n, constituye el valor medio m3s representativo para la evaluaci3n de mecanismos de transporte de calor y masa en la interface de las part3culas (Allen, 2003). Dicho di3metro medio se puede calcular como el cociente entre los momentos m_3 y m_2 de una distribuci3n expresada en n3mero de part3culas, o bien como el di3metro medio arm3nico de una distribuci3n expresada en masa.

Los valores medios de las distribuciones tambi3n se suelen referir como momentos normalizados, ya que son variables intensivas que reflejan propiedades globales de la poblaci3n.

4.2.6.3 Medidas de la dispersi3n de la curva de distribuci3n (momentos centrales)

Los momentos centrales son una medida de la dispersi3n de la distribuci3n. Normalmente se utilizan los momentos centrales normalizados, definidos para distribuciones continuas y discretas respectivamente como:

$$\bar{s}_j = \int_0^\infty \bar{f}(x) (x - \bar{m}_{1,0})^j dx \quad j = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (4.18)$$

$$\bar{s}_j = \sum_i \bar{F}_i (x - \bar{m}_{1,0})^j \quad j = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (4.19)$$

donde $\bar{f}(x)$ es la frecuencia normalizada de la distribuci3n, definida para distribuciones continuas y discretas respectivamente como (ver tambi3n Tabla 4.1):

$$\bar{f}(x) = \frac{f(x)}{m_0} \quad (4.20)$$

$$\bar{f}_i = \frac{f_i}{m_0} \quad (4.21)$$

Tabla 4.4. Valores medios de distribuciones de tama1o de part3culas esf3ricas.

Propiedad global	Funci3n continua	Datos discretos
Di3metro medio n3mero-longitud (o de longitud media):	$\overline{Dp}_{NL} = \frac{m_1}{m_0}$ $= \frac{\int_0^\infty n(x) Dp dDp}{\int_0^\infty n(x) dDp} = \frac{L_T}{N_T}$	$\overline{Dp}_{NL} = \frac{m_1}{m_0} = \frac{\sum_i N_i \overline{Dp}_i}{\sum_i N_i} = \frac{L_T}{N_T}$
Di3metro medio n3mero-superficie (o de superficie media):	$\overline{Dp}_{NS}^2 = \frac{m_2}{m_0}$ $= \frac{\int_0^\infty n(x) Dp^2 dDp}{\int_0^\infty n(x) dDp} = \frac{1}{\pi} \frac{Ap_T}{N_T}$	$\overline{Dp}_{NS}^2 = \frac{m_2}{m_0} = \frac{\sum_i N_i \overline{Dp}_i^2}{\sum_i N_i} = \frac{1}{\pi} \frac{Ap_T}{N_T}$
Di3metro medio n3mero-volumen (o de volumen medio):	$\overline{Dp}_{NV}^3 = \frac{m_3}{m_0}$ $= \frac{\int_0^\infty n(x) Dp^3 dDp}{\int_0^\infty n(x) dDp} = \frac{6}{\pi} \frac{Vp_T}{N_T}$	$\overline{Dp}_{NV}^3 = \frac{m_3}{m_0} = \frac{\sum_i N_i \overline{Dp}_i^3}{\sum_i N_i} = \frac{6}{\pi} \frac{Vp_T}{N_T}$
Di3metro medio superficie-volumen (o di3metro Sauter):	$\overline{Dp}_{SV} = \frac{m_3}{m_2}$ $= \frac{\int_0^\infty n(x) Dp^3 dDp}{\int_0^\infty n(x) Dp^2 dDp} = 6 \frac{Vp_T}{Ap_T}$	$\overline{Dp}_{SV} = \frac{m_3}{m_2} = \frac{\sum_i N_i \overline{Dp}_i^3}{\sum_i N_i \overline{Dp}_i^2} = 6 \frac{Vp_T}{Ap_T}$

El momento central para $j = 0$ es siempre igual a 1, mientras que para $j = 1$ el momento es nulo. El momento central más conocido es la varianza de la distribución, σ^2 , que corresponde a $j = 2$. Para una distribución continua en número respecto al diámetro de partículas, la varianza se denota como σ_{aN}^2 y se calcula como:

$$\sigma_{aN}^2 = \bar{s}_2 = \int_0^{\infty} \bar{n}(Dp) (Dp - \overline{Dp}_{NL})^2 dDp \quad (4.22)$$

De manera análoga, para distribuciones discretas en número respecto al diámetro:

$$\sigma_{aN}^2 = \bar{s}_2 = \sum_i \bar{N}_i (Dp - \overline{Dp}_{NL})^2 \quad (4.23)$$

donde \bar{n} y \bar{N}_i se obtienen a partir de:

$$\bar{n}(Dp) = \frac{n(Dp)}{N_T} \quad (4.24)$$

$$\bar{N}_i = \frac{N_i}{N_T} \quad (4.25)$$

La desviación estándar se define como:

$$\sigma_{aN} = \sqrt{\sigma_{aN}^2} \quad (4.26)$$

4.2.7 Parámetros representativos de una distribución

Habitualmente, las distribuciones se caracterizan por dos parámetros: un valor medio y una medida de dispersión. Existen muchas definiciones de valor medio (ver Sección 4.2.6.2) y también diversas alternativas para expresar la dispersión de la distribución (ver Sección 4.2.6.3) (Randolph y Larson, 1971). En síntesis, toda la información que puede brindar la distribución se suele concentrar en la ubicación promedio de los datos y el ancho de la curva.

Como alternativa a las definiciones presentadas en la Sección 4.2.6.2, frecuentemente el valor medio se aproxima por la moda (\overline{Dp}_{mo}) de la distribución, que es el valor de la propiedad que presenta el valor máximo de la función densidad de la distribución. Otro valor medio que suele utilizarse es la mediana de la distribución (\overline{Dp}_{me}), que es el valor de la

propiedad para el cual la distribuci3n acumulada (pasante o retenida) resulta igual al 50%. Tanto la moda como la mediana son medidas 3tiles del promedio de una distribuci3n generalmente usadas para caracterizar distribuciones.

Muchas distribuciones de tama1o de part3culas presentan asimetr3as que las hacen representables mediante funciones log-normales (e.g., la distribuci3n de la Figura 4.14). En esos casos, es com3n utilizar el di1metro medio geom3trico como valor medio de dicha distribuci3n. Para una distribuci3n continua expresada en n3mero respecto al di1metro de las part3culas, el di1metro geom3trico (\overline{Dp}_{gN}) viene dado por:

$$\ln \overline{Dp}_{gN} = \int_0^{\infty} \bar{n}(Dp) \ln Dp \, dDp \quad (4.27)$$

Si la distribuci3n en n3mero respecto al di1metro de part3culas es discreta, el di1metro geom3trico (\overline{Dp}_{gN}) se calcula como:

$$\ln \overline{Dp}_{gN} = \sum_i \bar{N}_i \ln \overline{Dp}_i \quad (4.28)$$

Por su parte, la varianza geom3trica para distribuciones en n3mero respecto al di1metro continuas y discretas se define respectivamente como:

$$\ln^2(\sigma_{gN}) = \int_0^{\infty} \bar{n}(Dp) (\ln Dp - \ln \overline{Dp}_{gN})^2 \, dDp \quad (4.29)$$

$$\ln^2(\sigma_{gN}) = \sum_i \bar{N}_i (\ln Dp - \ln \overline{Dp}_{gN})^2 \quad (4.30)$$

Con el objetivo de distinguir las diferencias existentes entre las definiciones de di1metros medios, la Figura 4.14 muestra una curva de distribuci3n (en particular, una funci3n log-normal) y los di1metros medios presentados en la Secci3n 4.2.6.2, la moda, la mediana y media geom3trica de la distribuci3n. El di1metro medio aumenta con el orden de los momentos que conserva (Allen, 2003), por ejemplo el di1metro medio n3mero-volumen es mayor al di1metro medio n3mero-superficie y 3ste a su vez es mayor al di1metro medio n3mero-longitud. Debido a que los valores medios que surgen de conservar diferentes propiedades del sistema son tan diferentes, debe prestarse especial cuidado en su selecci3n.

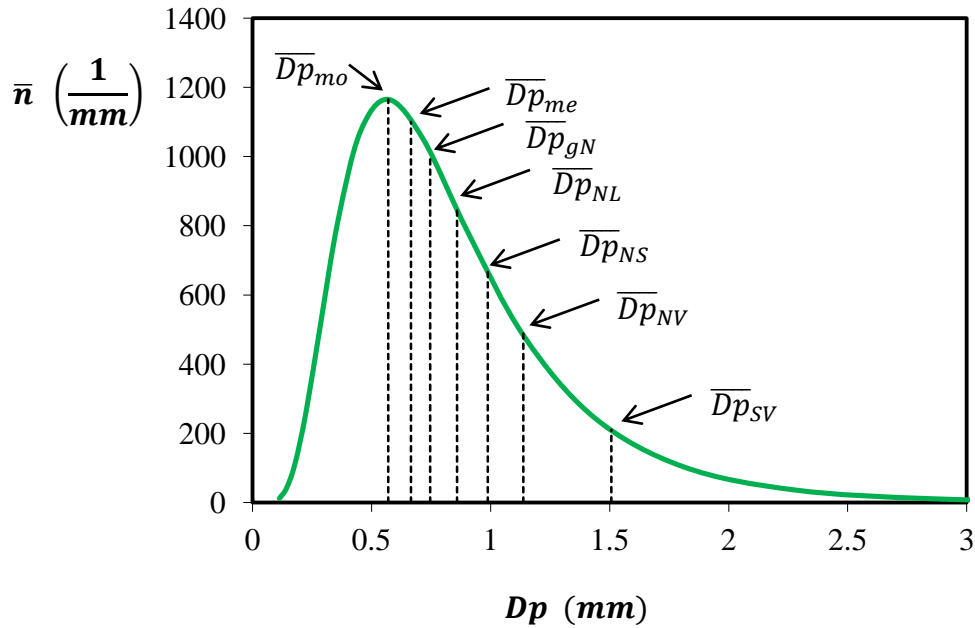


Figura 4.14. Diferentes diámetros medios de una distribución de tamaños.

4.3 Balance de población

El balance de población es la herramienta formal para calcular distribuciones de partículas (Himmelblau y Bischoff, 2004) y se formula en un estado de continuidad respecto a las coordenadas internas y externas (Nicmanis y Hounslow, 1998). Para ello, el sistema particulado se representa mediante la función densidad de una variable conveniente, usualmente el número de partículas, y el comportamiento de cada partícula se describe aplicando las ecuaciones de transporte relacionadas a las leyes de conservación (Ramkrishna, 2000).

Al plantear el balance de población, se asume que existe una densidad en número de partículas en cada punto del espacio-estado (Randolph y Larson, 1971). El número de partículas en cualquier región del espacio-estado se obtiene integrando la función densidad en número sobre dicha región (ver Ecuación 4.9). El estado de las partículas puede variar en el tiempo y con las coordenadas internas y externas. El cambio en las coordenadas internas está relacionado con el movimiento de las partículas a través del espacio (abstracto) de las propiedades seleccionadas, y el cambio en las coordenadas externas con el movimiento de las partículas a través del espacio físico (real) (Bucalá y Piña, 2007).

Concibiendo las partículas como localizadas no sólo en el espacio físico real sino también en un espacio abstracto formado por las coordenadas internas, se considera un elemento

diferencial en el volumen del espacio-estado que posee función densidad en número respecto a coordenadas internas y las tres coordenadas externas, \hat{n} . Esta función densidad está relacionada con el número total de partículas mediante:

$$N(\underline{x}, \underline{r}, t) = \int_{V_{\underline{x}}(t)} \int_{V_{\underline{r}}(t)} \hat{n}(\underline{x}, \underline{r}, t) dV_{\underline{x}} dV_{\underline{r}} \quad (4.31)$$

donde $V_{\underline{x}}$ y $V_{\underline{r}}$ son volúmenes en los espacios de las coordenadas internas y externas, respectivamente.

En su forma más general, el balance de población viene dado por la Ecuación 4.32, cuya derivación corresponde a Ramkrishna (2000).

$$\frac{\partial \hat{n}}{\partial t} + \nabla_{\underline{x}} \cdot \underline{\dot{X}} \hat{n} + \nabla_{\underline{r}} \cdot \underline{\dot{R}} \hat{n} - \hat{h} = 0 \quad (4.32)$$

La Ecuación 4.32 se debe complementar con condiciones iniciales y de borde.

El significado físico de los términos de la Ecuación 4.32 merece algunos comentarios. El primer término representa la velocidad de acumulación de la propiedad \hat{n} en una posición fija, la cual se refleja en la derivada parcial con respecto al tiempo. El segundo término describe la velocidad de cambio de la propiedad \hat{n} respecto a las coordenadas internas. Dicho término se puede interpretar como el cambio que sufren las partículas al atravesar el volumen de control fijo con velocidad $\underline{\dot{X}}$. Por ejemplo en un proceso de recubrimiento, el aumento de tamaño de las partículas originales se interpreta en el espacio-estado como un movimiento convectivo de las partículas a través de la coordenada interna “diámetro de partículas”, la cual está incluida en el vector \underline{x} . El tercer término corresponde al cambio de la propiedad \hat{n} debido al movimiento de las partículas a través del espacio físico (i.e., coordenadas externas). La velocidad de las partículas a través de las tres coordenadas espaciales se denota con el vector $\underline{\dot{R}}$. El cuarto término, \hat{h} , incorpora los cambios discretos que se producen en la propiedad \hat{n} mediante una velocidad de generación neta. En efecto, \hat{h} es la velocidad neta de generación de partículas por unidad de volumen que contabiliza la aparición y desaparición (i.e., nacimiento y muerte) de partículas en los espacios de las coordenadas internas y externas, por diferentes mecanismos en los que las partículas pueden participar (aglomeración, rotura, etc.). Por ejemplo, el aumento de tamaño por aglomeración produce cambios discontinuos en el diámetro de las partículas (“saltos” en la coordenada interna) que no se pueden describir

como cambios diferenciales en el segundo término del balance de población.

A continuación, la Ecuación general 4.32 se simplifica para dos modelos de flujo: un sistema perfectamente mezclado y otro de tipo flujo pistón.

Mezclado perfecto

Como primer paso, la ecuación 4.32 se debe integrar sobre un dominio de coordenadas externas arbitrario Ω_r :

$$\int_{\Omega_r} \frac{\partial \hat{n}}{\partial t} dV_r + \int_{\Omega_r} (\nabla_x \cdot \underline{\dot{X}} \hat{n}) dV_r + \int_{\Omega_r} (\nabla_r \cdot \underline{\dot{R}} \hat{n}) dV_r - \int_{\Omega_r} \hat{h} dV_r = 0 \quad (4.33)$$

Debido a que la derivada en el primer término es parcial, éste puede expresarse como:

$$\int_{\Omega_r} \frac{\partial \hat{n}}{\partial t} dV_r = \frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega_r} \hat{n} dV_r \quad (4.34)$$

Dado que las coordenadas internas no dependen de las externas, el segundo término de la Ecuación 4.33 se puede escribir como:

$$\int_{\Omega_r} (\nabla_x \cdot \underline{\dot{X}} \hat{n}) dV_r = \nabla_x \cdot \int_{\Omega_r} \underline{\dot{X}} \hat{n} dV_r \quad (4.35)$$

Respecto al tercer término de la Ecuación 4.33, se considera que el dominio Ω_r posee una entrada $\partial\Omega_r$ in por donde la mezcla partículas-fluido ingresa al sistema y una salida $\partial\Omega_r$ out a través del cual la mezcla egresa del sistema. Entonces, aplicando el teorema de la divergencia:

$$\int_{\Omega_r} (\nabla_r \cdot \underline{\dot{R}} \hat{n}) dV_r = \int_{\partial\Omega_r in} \underline{\dot{R}} \hat{n} \cdot d\underline{A}_r - \int_{\partial\Omega_r out} \underline{\dot{R}} \hat{n} \cdot d\underline{A}_r \quad (4.36)$$

donde \underline{A}_r representa secciones cualesquiera del espacio de coordenadas externas.

Reemplazando las Ecuaciones 4.34, 4.35 y 4.36 en la Ecuación 4.33 resulta:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega_r} \hat{n} dV_r + \nabla_x \cdot \int_{\Omega_r} \underline{\dot{X}} \hat{n} dV_r + \int_{\partial\Omega_r in} \underline{\dot{R}} \hat{n} \cdot d\underline{A}_r - \int_{\partial\Omega_r out} \underline{\dot{R}} \hat{n} \cdot d\underline{A}_r = \int_{\Omega_r} \hat{h} dV_r \quad (4.37)$$

Debido a que la población está uniformemente distribuida en el espacio Ω_r (hipótesis de mezclado perfecto), \hat{n} , $\underline{\dot{X}}$ y \hat{h} son independientes de las coordenadas externas. Entonces, la Ecuación 4.37 se convierte en:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\hat{n} V_r) + V_r (\nabla_x \cdot \underline{\dot{X}} \hat{n}) - Q_{in} \hat{n}_{in} + Q_{out} \hat{n} = \hat{h} V_r \quad (4.38)$$

la cual considera que:

$$\int_{\partial\Omega_r in} \underline{\dot{R}} \cdot d\underline{A}_r = -Q_{in} \quad (4.39)$$

$$\int_{\partial\Omega_r out} \underline{\dot{R}} \cdot d\underline{A}_r = Q_{out} \quad (4.40)$$

y $\hat{n}_{out} = \hat{n}$ por la condición de mezclado perfecto. Dividiendo la Ecuación 4.38 por V_r , se obtiene:

$$\frac{1}{V_r} \frac{\partial}{\partial t}(\hat{n} V_r) + \nabla_x \cdot \underline{\dot{X}} \hat{n} - \frac{Q_{in}}{V_r} \hat{n}_{in} + \frac{\hat{n}}{\tau} = \hat{h} \quad (4.41)$$

donde $\tau = V_r/Q_{out}$ es el tiempo (medio) de residencia de las partículas en la unidad perfectamente mezclada (por ejemplo un granulador). Multiplicando por V_r a todos los términos de la Ecuación 4.41, recordando que $\hat{n} = n/V_r$ y asumiendo que $\dot{n}_{in} = Q_{in}\hat{n}_{in}$, $\dot{n}_{out} = Q_{out}\hat{n}$ y $h = \hat{h} V_r$, el balance de población 4.41 se puede expresar como:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla_x \cdot \underline{\dot{X}} n - \dot{n}_{in} + \dot{n}_{out} = h \quad (4.42)$$

En términos de la variable \bar{n} , la Ecuación 4.42 también se puede escribir como:

$$\frac{\partial \bar{n}}{\partial t} + \nabla_x \cdot \underline{\dot{X}} \bar{n} - \frac{\dot{N}_{in}}{N_T} \bar{n}_{in} + \frac{\dot{N}_{out}}{N_T} \bar{n}_{out} = \bar{h} \quad (4.43)$$

Para el caso unidimensional, la Ecuación 4.43 se reduce a:

$$\frac{\partial \bar{n}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\dot{x} \bar{n}) - \frac{\dot{N}_{in}}{N_T} \bar{n}_{in} + \frac{\dot{N}_{out}}{N_T} \bar{n}_{out} = \bar{h} \quad (4.44)$$

\bar{h} contabiliza los cambios discretos de las partículas respecto a las coordenadas internas

seleccionadas, concepto que se explica en detalle en la Sección 4.4.

Flujo pistón

Los equipos donde se llevan a cabo cambios de distribución y que poseen un patrón de flujo pistón (Figura 4.15) se pueden idealizar, al igual que los reactores químicos, como una serie de elementos perfectamente mezclados. Considerando el área transversal constante y que la única coordenada externa es la dirección axial z , el balance de población general dado por la Ecuación 4.32 se convierte en:

$$\frac{\partial \hat{n}}{\partial t} + \nabla_x \cdot \underline{\dot{X}} \hat{n} + \frac{\partial(v \hat{n})}{\partial z} = \hat{h} \tag{4.45}$$

donde $v = \dot{z}$ es la velocidad de las partículas en la dirección z .

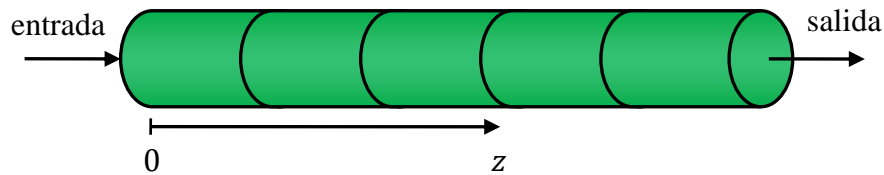


Figura 4.15. Esquema de un equipo con patrón de flujo pistón.

Para un sistema unidimensional, la Ecuación 4.45 se simplifica a:

$$\frac{\partial \hat{n}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\dot{x} \hat{n}) + \frac{\partial(v \hat{n})}{\partial z} = \hat{h} \tag{4.46}$$

El balance de población se puede ser expresar en forma microscópica, macroscópica o discretizada. El balance de población presentado, tanto en su versión general en la Ecuación 4.32 como aplicado a los modelos de mezclado perfecto y flujo pistón en las Ecuaciones 4.42 y 4.46, es un balance microscópico, dado que describe la distribución de partículas en cada punto de las coordenadas internas y externas. Existen pocos casos en los cuales el balance de población microscópico se puede resolver analíticamente (Ramkrishna, 2000); por esta razón, se debe recurrir a métodos numéricos para encontrar su solución. Los métodos numéricos disponibles requieren una discretización previa del balance de población (Hounslow et al., 1988). Por otro lado, el balance de población microscópico se puede integrar en todo el

dominio de las coordenadas internas y externas para obtener balances macroscópicos que permiten estimar la velocidad de cambio de los momentos de la población o, en otros términos, de las propiedades globales del sistema particulado. La Figura 4.16 resume los tipos de balances de población y la información que provee la solución de cada uno de ellos.

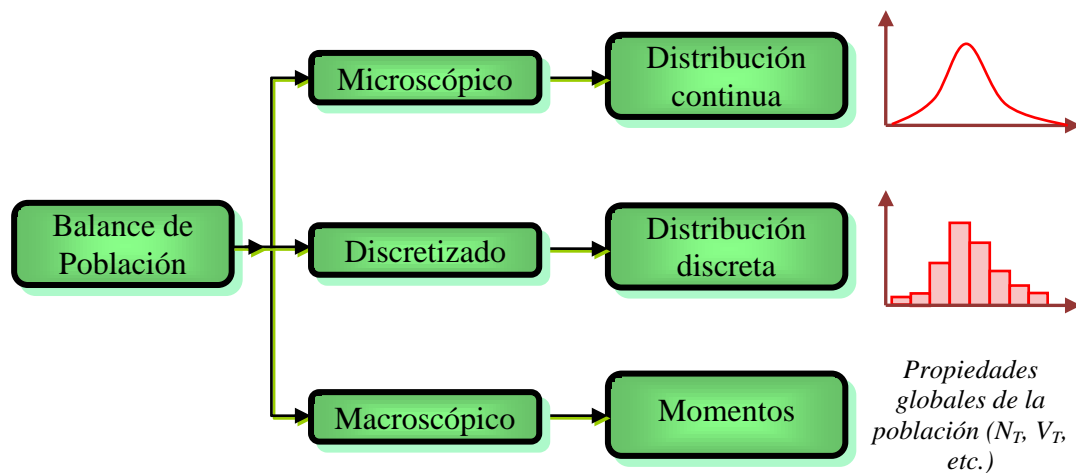


Figura 4.16. Versiones del Balance de Población.

4.4 Modelado de los fenómenos de crecimiento

La Figura 4.17 muestra un esquema con distintos procesos de cambio de tamaño y número que puede experimentar un sistema particulado. La formulación del balance de población para estimar distribuciones de tamaño de partículas que cambian en el tiempo y espacio requiere representar la cinética de dichos cambios (Kumar, 2006).

El crecimiento por recubrimiento y el mecanismo de atrición son procesos de cambio diferencial de tamaño. Por lo tanto, las partículas se “mueven” en la coordenada interna (espacio abstracto de representación) de manera análoga al flujo convectivo de un fluido. Por esta razón, para el modelado de estos fenómenos se requiere conocer la velocidad de cambio en la coordenada interna \dot{X} (Ramkrishna, 2000). El recubrimiento y la atrición participan del balance de población en aquellos términos donde aparece la variable \dot{X} .

El aumento de tamaño por recubrimiento, introducido en la Sección 1.7, corresponde al crecimiento de partículas por deposición de un ligante sobre la superficie de las mismas en forma de capas o finas gotas. Como se menciona, el ligante puede ser una solución, dispersión, fundido o polvo; por lo tanto, el crecimiento de la partícula se puede dar por procesos independientes o combinados de evaporación, solidificación, fusión, etc. El recubrimiento es un mecanismo que permite el aumento del volumen total de partículas pero

no modifica el número total de gránulos. Por su parte, en la atrición se genera polvo por desgaste superficial de las partículas, proceso que ocasiona la disminución del tamaño de las mismas. Para este fenómeno también se asume que el número total de partículas no cambia, debido a que el polvo generado posee un tamaño tan pequeño que no es identificable como partícula.

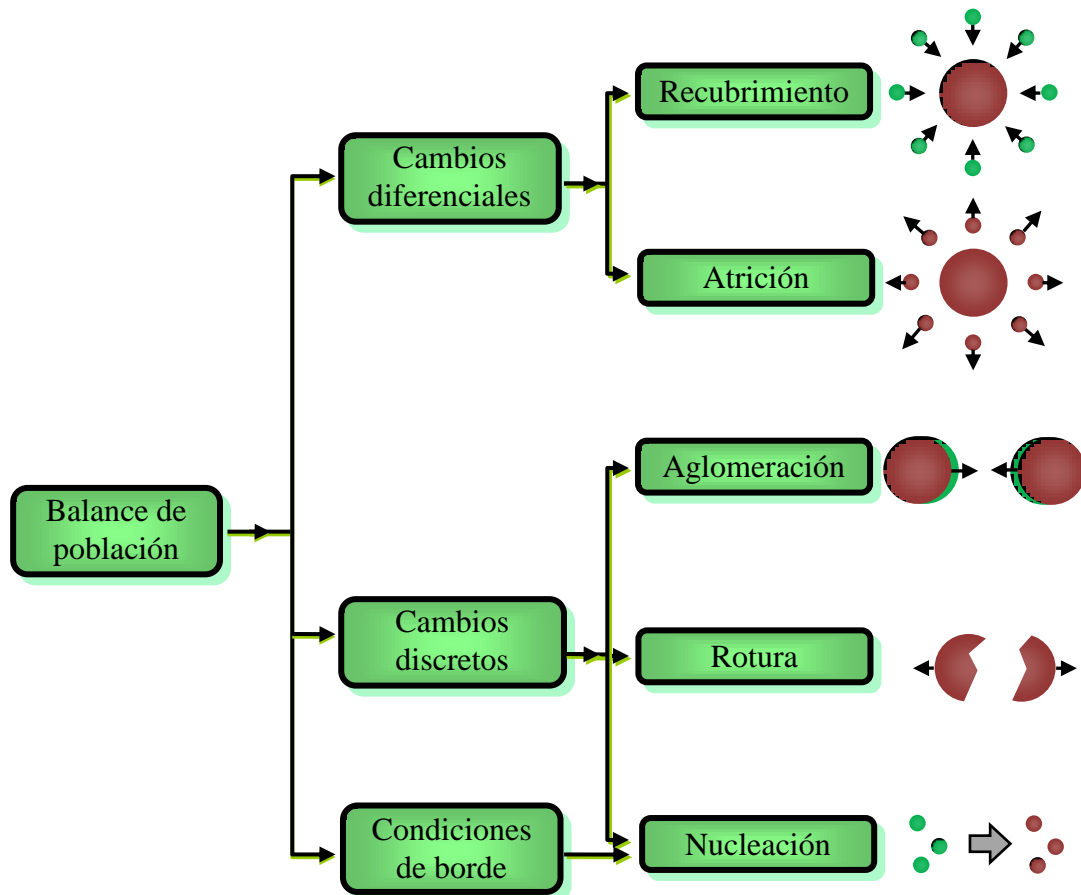


Figura 4.17. Mecanismos de cambio de número y tamaño de un sistema particulado.

Los procesos de aglomeración y rotura son mecanismos discretos de cambio de tamaño, y se modelan a través del término \hat{h} . La aglomeración es un proceso de aumento de tamaño que combina dos o más partículas para formar una partícula de mayor tamaño (ver Sección 1.7). Este mecanismo se considera de carácter discreto ya que dos o más partículas de tamaño definido se aglomeran para dar un gránulo cuyo volumen es la suma de los volúmenes de las partículas que coalescen, siendo éste claramente muy diferente al tamaño de las partículas originales. Si se asume que la coalescencia no requiere ligante en cantidades significativas, el número total de partículas en un proceso de aglomeración disminuye, mientras que el volumen total se conserva. Hay un gran número de modelos teóricos disponibles en la literatura para representar la coalescencia entre partículas para formar aglomerados (Iveson et

al., 2001). En el proceso de rotura, las partículas se rompen en dos o más fragmentos, incrementando el número total de partículas pero manteniendo constante el volumen total (Ramkrishna, 2000; Tan et al., 2004).

El nacimiento de partículas por nucleación se puede modelar dentro del término \hat{h} o bien como condición de borde. La nucleación es la formación de nuevas partículas por solidificación de gotas o bien por aglomeración de polvo de tamaño demasiado pequeño como para ser considerado partícula. La nucleación aumenta considerablemente el número total de partículas pero no tiene efecto significativo sobre el volumen total.

Debido a que el proceso de recubrimiento es el mecanismo de cambio de tamaño más importante en la granulación de urea, en este Capítulo se discute su formulación matemática para ser utilizada en el balance de población.

4.4.1 Cambios continuos en las coordenadas internas y externas

Los cambios continuos o diferenciales en las coordenadas internas aparecen en el balance de población a través de $\underline{\dot{X}} = [\dot{x}_1, \dot{x}_2, \dot{x}_3, \dots]$, que representa el vector de velocidades con que las partículas se mueven por las distintas coordenadas internas del sistema. Cada velocidad \dot{x} es una derivada material, de modo que el vector de velocidades de cambio de propiedades viene dado por:

$$\underline{\dot{X}} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 = \frac{dx_1}{dt} \\ \dot{x}_2 = \frac{dx_2}{dt} \\ \dot{x}_3 = \frac{dx_3}{dt} \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (4.47)$$

Los cambios diferenciales en las coordenadas externas se pueden escribir del siguiente modo:

$$\underline{\dot{R}} = \begin{bmatrix} \dot{r}_1 = \frac{dr_1}{dt} \\ \dot{r}_2 = \frac{dr_2}{dt} \\ \dot{r}_3 = \frac{dr_3}{dt} \end{bmatrix} \quad (4.48)$$

Para el proceso de aumento de tamaño por recubrimiento, la velocidad de cambio de tamaño (expresado en diámetro, i.e., $x = Dp$) de la partícula se puede expresar como sigue:

$$\dot{Dp} = \frac{dDp}{dt} = G \quad (4.49)$$

donde \dot{Dp} es la *velocidad de crecimiento*, la cual se denota habitualmente con la letra G por su denominación en inglés *growth rate*.

G está definida como la derivada material (o total) del diámetro de cada partícula respecto al tiempo. Esto es equivalente a definir G como la velocidad con que el diámetro de cada partícula evoluciona durante el tiempo en el volumen de control. G está relacionada con la cantidad de ligante que ingresa al sistema y con la distribución del mismo sobre las partículas existentes. Asumiendo que la distribución del ligante es proporcional a la fracción de área de cada partícula respecto al área total (Litster et al., 2004) el volumen de una partícula (Vp) varía de la siguiente manera:

$$\frac{dVp}{dt} = \frac{\dot{m}_L(1 - x_L)}{\rho_p} \frac{Ap}{Ap_T} \quad (4.50)$$

donde Ap/Ap_T es la fracción de área con que la partícula contribuye al área total. Expresando la Ecuación 4.50 en función de Dp , se obtiene:

$$\frac{\pi}{6} \frac{d}{dt} (Dp^3) = \frac{\dot{m}_L(1 - x_L)}{\rho_p} \frac{\pi Dp^2}{Ap_T} \quad (4.51)$$

A partir de las Ecuaciones 4.49 y 4.51, se obtiene la siguiente expresión para la velocidad de crecimiento:

$$G = \frac{2 \dot{m}_L(1 - x_L)}{\rho_p Ap_T} \quad (4.52)$$

El área total de partículas Ap_T es proporcional al momento 2 de la distribución de tamaño expresada en número respecto al diámetro, y se puede calcular a partir de la ecuación incluida en la Tabla 4.2, para las versiones continua y discreta como sigue:

$$Ap_T = \pi \sum_i N_i \overline{Dp_i}^2 \quad (4.53)$$

$$Ap_T = \pi \int_0^{\infty} n(Dp) Dp^2 dDp \quad (4.54)$$

4.5 Soluciones analíticas del balance de población aplicado a granuladores

Para resolver el balance de población (Ecuación 4.32) existe una gran variedad de métodos numéricos debido a que sólo un número reducido de problemas simplificados posee soluciones analíticas (Kumar, 2006). Sin embargo, las soluciones analíticas son útiles para realizar estudios de sensibilidad y analizar la influencia de las variables sobre la distribución de tamaño. Por esta razón, en esta Sección se discute la solución del balance de población aplicado a granuladores ideales y simples donde sólo ocurre un mecanismo de cambio de tamaño (recubrimiento).

4.5.1 Granulador continuo en estado estacionario de flujo pistón

Esta Sección se centra en la resolución del balance de población aplicado a un granulador ideal, considerando las siguientes hipótesis como válidas:

- El granulador es continuo y opera en estado estacionario.
- El flujo de partículas se puede asumir de tipo pistón.
- El único proceso de cambio de tamaño es crecimiento por recubrimiento (i.e., no hay aglomeración, rotura, atrición ni nucleación).
- La velocidad de crecimiento se supone independiente del tamaño de las partículas, siendo válida para este proceso la expresión de velocidad dada por la Ecuación 4.52.
- El área transversal A_T del granulador es constante.

El balance de población dado por la Ecuación 4.46 es adecuado para describir el cambio de tamaño de partículas en una unidad de flujo pistón. El primer término del lado izquierdo de dicha ecuación se puede ser anular debido a la hipótesis de estado estacionario. Por otra parte

y dado que el único mecanismo de cambio de tamaño es el recubrimiento, el término del lado derecho de la Ecuación 4.46 también se puede cancelar. Entonces, la Ecuación 4.46 se simplifica a:

$$G \frac{\partial \hat{n}}{\partial Dp} + \frac{\partial}{\partial z}(v \hat{n}) = 0 \quad (4.55)$$

La Ecuación 4.55 se puede expresar en términos de flujo de función densidad en número, teniendo en cuenta las definiciones de la Tabla 4.1 (i.e., $v \hat{n} = v (\dot{n}/Q) = \dot{n}/A_T$):

$$G \frac{\partial \dot{n}}{\partial Dp} + v \frac{\partial \dot{n}}{\partial z} = 0 \quad (4.56)$$

La Ecuación 4.56 también se puede reescribir como:

$$G \frac{\partial \dot{n}}{\partial Dp} + \frac{\partial \dot{n}}{\partial \tau} = 0 \quad (4.57)$$

donde $\tau = z/v$ es el tiempo espacial de las partículas en el granulador.

La distribución de tamaño correspondiente a la corriente de entrada al granulador se denota como $\dot{n}_{in}(Dp_{in})$, siendo Dp_{in} el diámetro original de las partículas (i.e., antes de crecer). La Ecuación 4.57 se puede resolver fácilmente por medio del método de las características, el cual mediante una parametrización convierte la ecuación diferencial parcial 4.57 en dos ecuaciones diferenciales ordinarias. Para ello, se asume que Dp y τ se pueden expresar solamente en función de una variable auxiliar θ . Esta representación es válida para ecuaciones diferenciales parciales hiperbólicas, como la Ecuación 4.57. Debido a la dependencia con Dp y τ , \dot{n} es función indirecta de θ (i.e., $\dot{n} = \dot{n}[Dp(\theta), \tau(\theta)]$). Derivando \dot{n} respecto a θ , se obtiene:

$$\frac{d\dot{n}}{d\theta} = \frac{dDp}{d\theta} \frac{\partial \dot{n}}{\partial Dp} + \frac{d\tau}{d\theta} \frac{\partial \dot{n}}{\partial \tau} \quad (4.58)$$

Por comparación de las Ecuaciones 4.57 y 4.58, se obtienen las siguientes tres expresiones:

$$\frac{dDp}{d\theta} = G \quad (4.59)$$

$$\frac{d\tau}{d\theta} = 1 \quad (4.60)$$

$$\frac{d\dot{n}}{d\theta} = 0 \quad (4.61)$$

De la Ecuación 4.60 se concluye $d\tau = d\theta$. Luego, las Ecuaciones 4.59 y 4.61 se convierten en:

$$\frac{dDp}{d\tau} = G \quad (4.62)$$

$$\frac{d\dot{n}}{d\tau} = 0 \quad (4.63)$$

Las Ecuaciones 4.62 y 4.63 se aplican a cada punto (Dp_{in}, \dot{n}_{in}) de la distribución inicial. Las condiciones de borde (correspondientes a la entrada del granulador) para las Ecuaciones 4.62 y 4.63 son $Dp(\theta = \tau = 0) = Dp_{in}$ y $\dot{n}(\theta = \tau = 0) = \dot{n}_{in}$, respectivamente. Las Ecuaciones 4.62 y 4.63 son equivalentes (bajo un enfoque lagrangiano) a la Ecuación 4.57, ya que describen la variación de Dp y \dot{n} a medida que las partículas avanzan a través del granulador. Resolviendo las Ecuaciones 4.62 y 4.63 con las condiciones de borde mencionadas, se obtiene:

$$Dp = Dp_{in} + \int_0^{\tau} G d\tau = Dp_{in} + \frac{1}{v} \int_0^z G dz \quad (4.64)$$

$$\dot{n} = \dot{n}_{in} \quad (4.65)$$

Las Ecuaciones 4.64 y 4.65 constituyen la solución del balance de población para el granulador flujo pistón, y se aplican a cada punto (Dp_{in}, \dot{n}_{in}) de la curva de distribución de entrada. La Ecuación 4.64 predice el aumento del diámetro de las partículas con la distancia z del granulador, mientras que la Ecuación 4.65 indica que los valores de función densidad \dot{n} no varían con la coordenada z . La Figura 4.18 muestra la parametrización realizada al aplicar el método de las características. Cada punto de la distribución de entrada (Dp_{in}, \dot{n}_{in}) evoluciona dentro del granulador con respecto a τ . Resolviendo las ecuaciones para Dp y \dot{n} (Ecuaciones 4.64 y 4.65), cada punto (Dp, \dot{n}) se puede obtener en función de τ .

La Figura 4.19 ilustra la evolución de la distribución de tamaño para una corriente de

partículas que se mueve por el granulador siguiendo un patrón de flujo pistón. Debido a que se asume la velocidad de crecimiento independiente del tamaño de las partículas y a que todas las partículas permanecen el mismo tiempo dentro del equipo (i.e., flujo pistón), la curva de distribución de tamaño no cambia su forma, solamente se desplaza hacia diámetros mayores.

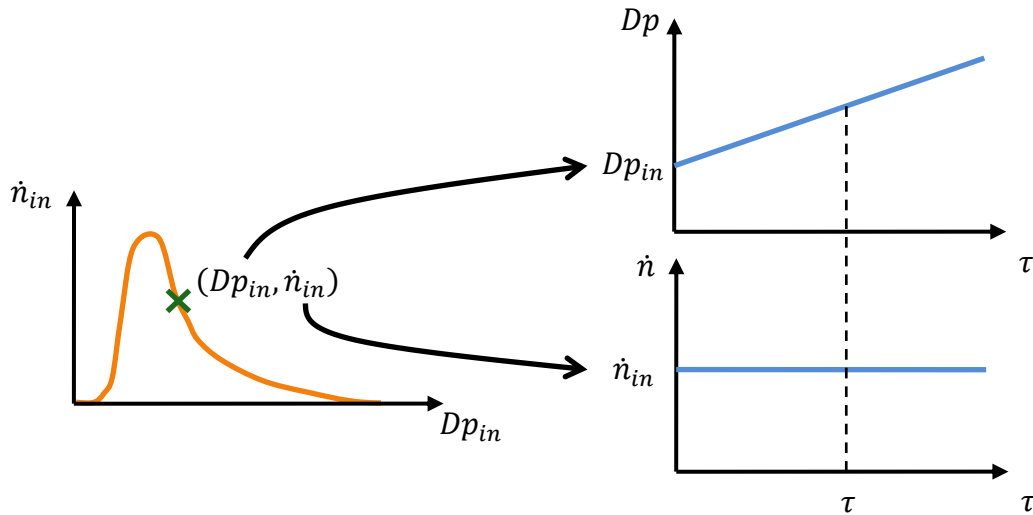


Figura 4.18. Esquema de la parametrización resultante de aplicar el método de las características.

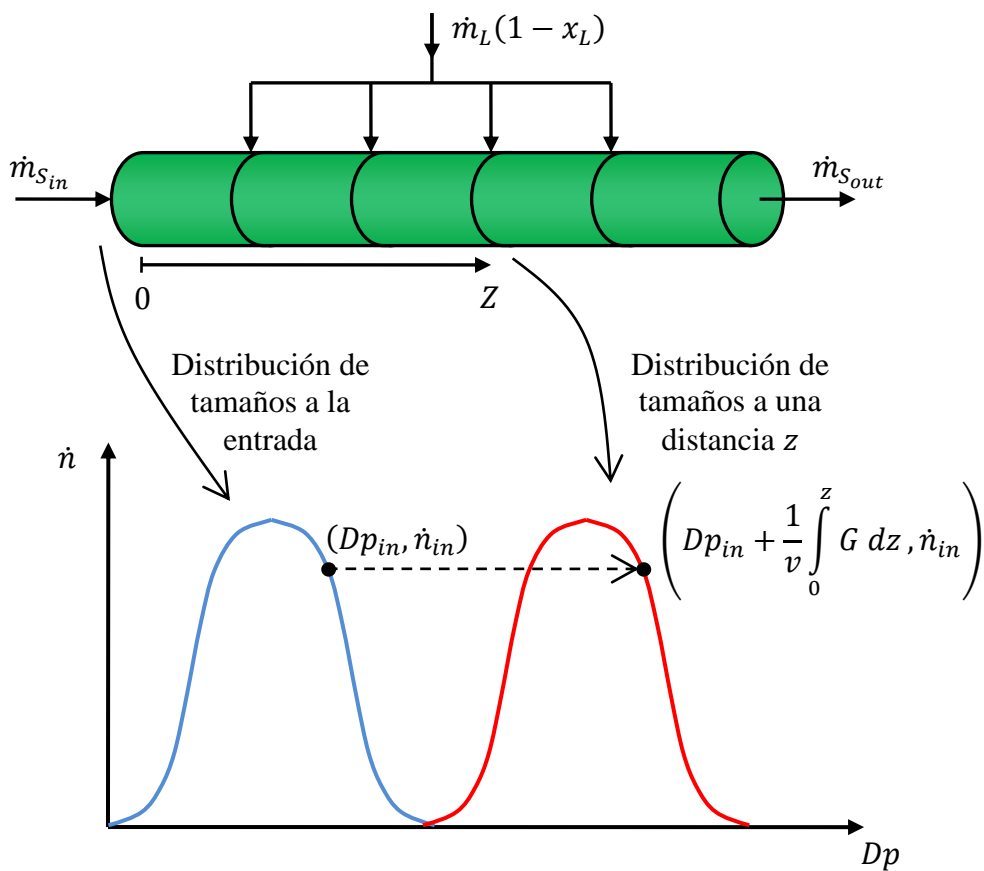


Figura 4.19. Distribuciones de tamaño de partículas a la entrada y salida de un granulador tipo flujo pistón, donde ocurre sólo recubrimiento de partículas.

El método de resolución enunciado es válido para resolver el balance de población conociendo la curva continua o bien un conjunto de datos discretos para el flujo de función densidad a la entrada del equipo.

4.5.2 Granulador continuo en estado estacionario perfectamente mezclado

Como otro ejemplo de resolución analítica, el balance de población se aplica a un granulador ideal que reúne las siguientes características:

- El granulador es continuo y opera en estado estacionario.
- El granulador consiste en una cámara perfectamente mezclada.
- El único proceso de cambio de tamaño es el crecimiento por recubrimiento (i.e., no hay aglomeración, rotura, atrición ni nucleación).
- La velocidad de crecimiento es independiente del tamaño de las partículas, siendo válida para este proceso la expresión de velocidad dada por la Ecuación 4.52.

Para un sistema perfectamente mezclado, el balance de población está dado por la Ecuación 4.44. El primer término del lado izquierdo y el término del lado derecho se anulan debido a las hipótesis de estado estacionario y recubrimiento puro, respectivamente. Considerando además las hipótesis arriba enunciadas, la Ecuación 4.44 se reduce a:

$$G \frac{d\bar{n}}{dDp} - \frac{\dot{N}_{in}}{N_T} \bar{n}_{in} + \frac{\dot{N}_{out}}{N_T} \bar{n}_{out} = 0 \quad (4.66)$$

La expresión 4.66 es una ecuación diferencial ordinaria, ya que la única variable independiente es Dp . Como condición de borde para resolver la Ecuación 4.66 se considera $\bar{n}(Dp = 0) = 0$ (i.e., no hay partículas de tamaño cero). Resolviendo analíticamente la Ecuación 4.66 se obtiene la siguiente expresión:

$$\bar{n} = \frac{\dot{N}_{in}}{N_T} \frac{e^{-\frac{Dp}{G\tau}}}{G} \int_0^{Dp} \bar{n}_{in} e^{\frac{Dp}{G\tau}} dDp \quad (4.67)$$

Para resolver la integral de la Ecuación 4.67, se debe conocer la función \bar{n}_{in} . Como

ejemplo, se propone la siguiente expresión para \bar{n}_{in} :

$$\bar{n}_{in} = \frac{Dp}{Dp_{mo}^2} e^{-\frac{Dp}{Dp_{mo}}} \quad (4.68)$$

Reemplazando la Ecuación 4.68 en la Ecuación 4.67 e integrando, se obtiene:

$$\bar{n} = \frac{\dot{N}_{in} \tau e^{-\frac{Dp}{G\tau}}}{N_T (G\tau - Dp_{mo})^2 Dp_{mo}} \left\{ [Dp_{mo} Dp - G\tau(Dp_{mo} + Dp)] e^{-\frac{Dp(G\tau - Dp_{mo})}{Dp_{mo} G\tau}} + Dp_{mo} G\tau \right\} \quad (4.69)$$

donde $\tau = N_T / \dot{N}_{out}$ es el tiempo medio de residencia. La Figura 4.20 muestra distribuciones de tamaño (obtenidas mediante la Ecuación 4.69) expresadas en función densidad normalizada para tres caudales diferentes de solución líquida, iguales valores de caudal y distribución de tamaño de las semillas, y el mismo tiempo medio de residencia. Como se observa, la distribución de salida se desplaza hacia diámetros mayores respecto a la distribución de entrada, y la curva se ensancha producto de la dispersión generada por la distribución de tiempos de residencia. Este efecto es mayor al aumentar el caudal de solución líquida.

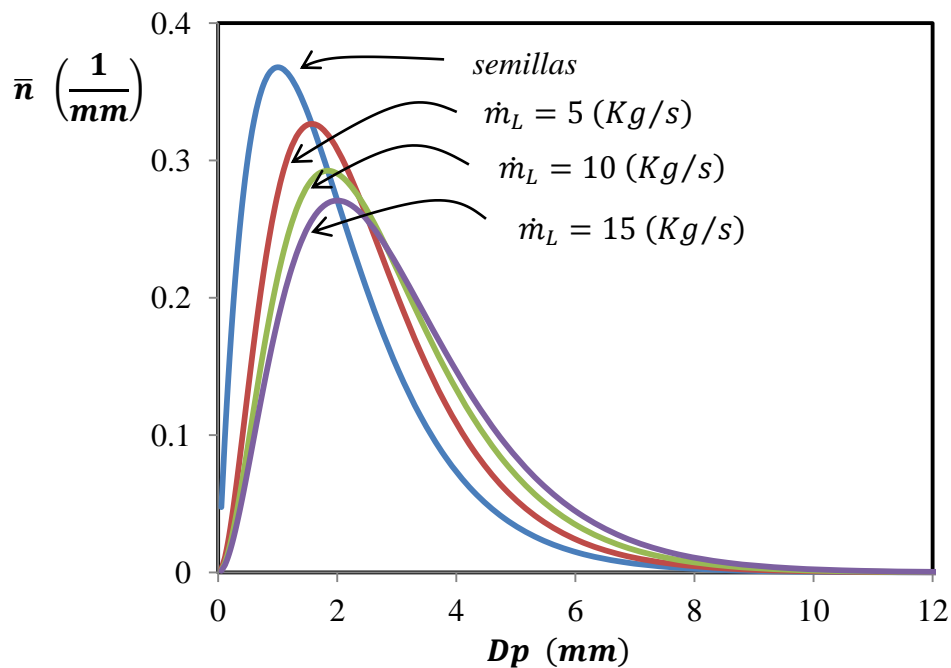


Figura 4.20. Distribuciones de tamaño de partículas a la entrada y salida de un granulador continuo perfectamente mezclado.

La Figura 4.21 presenta la influencia del caudal de solución líquida sobre diferentes diámetros medios de la distribución de salida, definidos en las Secciones 4.2.6.2 y 4.2.7. Los valores graficados para $\dot{m}_L = 0$ corresponden a los diámetros medios de la distribución de entrada. Como es de esperar, en todos los casos los diámetros medios aumentan a medida que se incrementa el caudal de ligante alimentado dado que la velocidad de crecimiento (ver Ecuación 4.52) resulta mayor. Dentro del conjunto de diámetros medios evaluados, el diámetro medio superficie-volumen (\overline{Dp}_{sv}) es el más elevado.

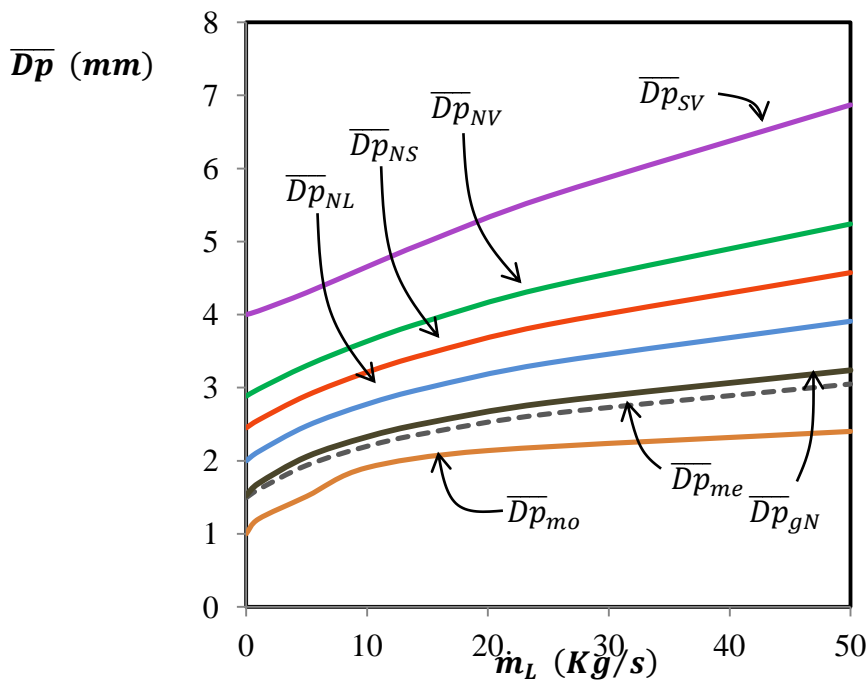


Figura 4.21. Diámetros medios de la distribución de tamaños a la entrada y salida de un granulador continuo perfectamente mezclado.

En la Figura 4.22 se muestran las desviaciones estándar aritmética y geométrica de la distribución de tamaño normalizada en número, cuyas definiciones se presentan en las Secciones 4.2.6.3 y 4.2.7, respectivamente. Los valores reportados para $\dot{m}_L = 0$ corresponden a las desviaciones de la distribución de entrada. La desviación estándar aritmética σ_{aN} aumenta respecto al valor de entrada debido a la distribución de tiempos de residencia propia de los equipos perfectamente mezclados.

La desviación estándar geométrica σ_{gN} , en cambio, disminuye con \dot{m}_L para caudales de ligante relativamente pequeños hasta alcanzar un valor mínimo, para luego aumentar levemente. Este comportamiento se debe a un efecto combinado de dos factores opuestos: la distribución de tiempos de residencia (la cual tiende a aumentar la dispersión de la curva de

distribución produciendo mayores valores de σ_{gN}) y la definición en sí misma de la media geométrica (que requiere calcular la desviación estándar como un promedio de las desviaciones de $\ln Dp$ respecto a su valor medio, lo cual conduce a disminuir σ_{gN} a medida que la curva se desplaza hacia diámetros mayores). De las dos definiciones de desviación estándar presentadas, σ_{aN} es la única que está afectada solamente por la distribución de tiempos de residencia, por lo cual se reconoce como una medida pura de la dispersión de la distribución.

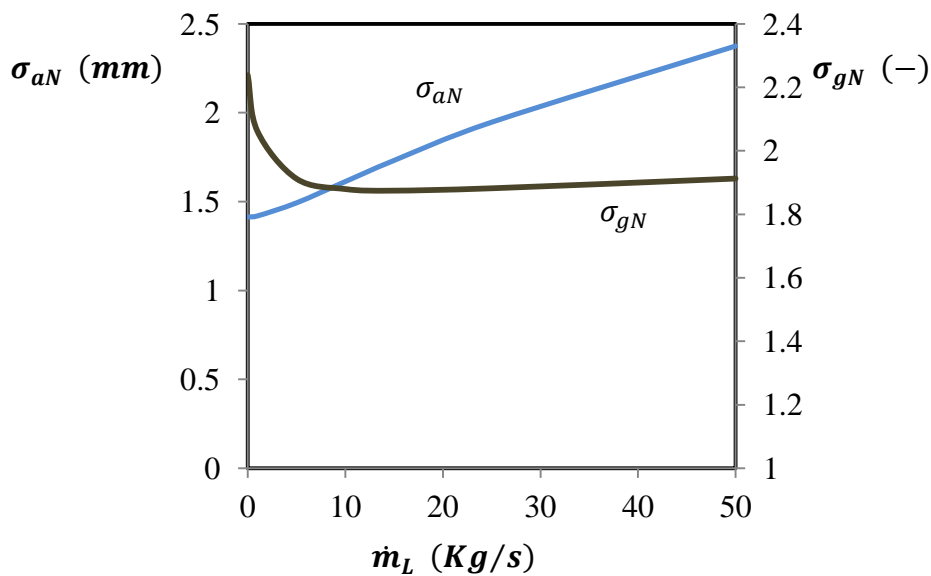


Figura 4.22. Desviación aritmética y geométrica de la distribución de tamaño de partículas a la salida de un granulador perfectamente mezclado.

4.5.2.1 Momentos 0 y 3 para un granulador continuo perfectamente mezclado en estado estacionario

Como se describe en la Sección 4.2.6, los momentos de una distribución son propiedades globales del sistema particulado. Se define como balances de población macroscópicos a los balances que describen la velocidad de cambio de los momentos en el tiempo o con una coordenada externa. Estos balances macroscópicos se derivan de los balances de población microscópicos. Para obtener los balances de población macroscópicos, es conveniente expresar el balance de población microscópico en términos de la variable n . Con ese fin se multiplica la Ecuación 4.66 por N_T , de modo que:

$$G \frac{dn}{dDp} - \dot{n}_{in} + \dot{n}_{out} = 0 \tag{4.70}$$

Para obtener el balance en número total de partículas (momento 0 de la distribución en número respecto al diámetro), la Ecuación 4.70 se integra sobre el dominio completo de la coordenada interna Dp :

$$G \int_0^{\infty} dn - \int_0^{\infty} \dot{n}_{in} dDp + \int_0^{\infty} \dot{n}_{out} dDp = 0 \quad (4.71)$$

El primer término de la Ecuación 4.71 se anula debido a que no hay partículas de diámetro cero ni infinito en una población real (i.e., $\lim_{Dp \rightarrow 0} n = \lim_{Dp \rightarrow \infty} n = 0$). Entonces, la Ecuación 4.71 se convierte en:

$$\dot{N}_{in} - \dot{N}_{out} = 0 \quad (4.72)$$

La Ecuación 4.72 es el balance en número de partículas (Ecuación 2.30), el cual indica que el caudal en número de partículas que abandona la cámara debe ser igual al de entrada debido a que no hay acumulación, generación ni desaparición de partículas. El balance macroscópico para el momento 0 resultante del balance de población está en perfecto acuerdo con la aseveración anteriormente citada respecto a que para los procesos de recubrimiento el número de partículas no varía.

El balance de masa para el granulador se obtiene a partir del balance de población microscópico, multiplicando la Ecuación 4.70 por $\rho_p(\pi/6)Dp^3$ e integrando respecto a Dp (balance macroscópico, momento 3 respecto a Dp):

$$G \int_0^{\infty} \rho_p \frac{\pi}{6} Dp^3 dn - \int_0^{\infty} \rho_p \frac{\pi}{6} \dot{n}_{in} Dp^3 dDp + \int_0^{\infty} \rho_p \frac{\pi}{6} \dot{n}_{out} Dp^3 dDp = 0 \quad (4.73)$$

La integral del primer término se puede reescribir como:

$$\int_0^{\infty} \rho_p \frac{\pi}{6} Dp^3 dn = \rho_p \frac{\pi}{6} \int_0^{\infty} Dp^3 dn = \rho_p \frac{\pi}{6} Dp^3 n|_0^{\infty} - \rho_p \frac{\pi}{6} \int_0^{\infty} n d(Dp^3) = -\rho_p \frac{\pi}{2} \int_0^{\infty} n Dp^2 dDp = -\rho_p \frac{Ap_T}{2} \quad (4.74)$$

Reemplazando la Ecuación 4.74 en la Ecuación 4.73, resulta:

$$-\rho_p \frac{Ap_T}{2} G - \dot{m}_{S_{in}} + \dot{m}_{S_{out}} = 0 \quad (4.75)$$

Sustituyendo G por la Ecuación 4.52, se obtiene:

$$\dot{m}_{S_{in}} + \dot{m}_L(1 - x_L) - \dot{m}_{S_{out}} = 0 \quad (4.76)$$

La Ecuación 4.76, obtenida a partir del balance macroscópico del momento 3 resulta coincidente con el balance de masa para las partículas en estado estacionario presentado en el Capítulo 2 (Ecuación 2.16).

4.6 Balance de población discretizado

Existe una amplia variedad de métodos numéricos con diferentes grados de exactitud para resolver el balance de población (Kumar, 2006). Entre ellos se incluyen el método de los momentos, de las características, por residuos ponderados o colocación ortogonal, diferencias finitas, volúmenes finitos de alta resolución, elementos finitos, aproximaciones sucesivas y simulación Monte Carlo (Hounslow et al., 1988, Kumar and Ramkrishna, 1997; Marchal et al., 1988; Nicmanis y Hounslow, 1998; Nopens et al., 2005; Qamar et al., 2006; Qamar, 2008; Qamar et al., 2008; Ramkrishna, 2000).

Si se desea obtener una distribución de tamaño de partículas es necesario en general recurrir a la discretización del balance de población, ya que sólo existen pocos casos en los cuales se puede resolver de manera analítica. La resolución del balance de población discretizado permite obtener distribuciones discretas, como las presentadas en la Sección 4.2.1.

Una manera usual de validar la solución numérica del balance de población es por comparación de los momentos globales de la población calculados a través de balances macroscópicos (e.g., balance de masa, balance en número) y a partir de la distribución de tamaño discreta estimada mediante el método numérico seleccionado y aplicado al PBE discretizado. Por ejemplo, conociendo la distribución discreta N_i en función de \overline{Dp}_i , la masa total dentro del granulador puede calcularse como $\rho_p(\pi/6) \sum_i N_i \overline{Dp}_i^3$ (ver Tabla 4.2), y dicho valor debe coincidir con el obtenido usando el balance de masa correspondiente. Similarmente, el número total de partículas se puede evaluar como $\sum_i N_i$ a partir de los valores de número de partículas por clases determinados mediante el método numérico, este

parámetro global debe concordar con el valor que surge de resolver el balance global en número de partículas (i.e., el balance macroscópico de momento 0).

La comparación de los momentos estimados a partir del balance de población discreto con los computados por medio de balances globales permite evaluar la precisión de la aproximación numérica. Sin embargo, mientras que un error importante en la evaluación de los momentos señala una solución numérica pobre, un cierre perfecto de los momentos no demuestra que la solución obtenida sea la verdadera. Esto se debe a que, por ejemplo, un modelo en el que los errores se compensen puede proporcionar también un balance de masa perfecto. Este tipo de errores se manifiesta en soluciones que presentan una dispersión numérica o un comportamiento oscilatorio significativo sin sentido físico, pero que aún así respetan los balances globales prediciendo correctamente los momentos.

Los balances de población discretizados se obtienen integrando el balance de población respecto al diámetro entre valores consecutivos de una grilla Dp_i y Dp_{i+1} . Para un granulador continuo perfectamente mezclado donde el cambio de tamaño de las partículas se debe a recubrimiento puro con velocidad G independiente del tamaño de partículas, el balance de población microscópico (Ecuación 4.42) en función densidad en número es:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + G \frac{\partial n}{\partial Dp} - \dot{n}_{in} + \dot{n}_{out} = 0 \quad (4.77)$$

Integrando respecto a Dp entre dos nodos consecutivos de grilla, se obtiene:

$$\int_{Dp_i}^{Dp_{i+1}} \frac{\partial n}{\partial t} dDp + G \int_{Dp_i}^{Dp_{i+1}} \frac{\partial n}{\partial Dp} dDp - \int_{Dp_i}^{Dp_{i+1}} \dot{n}_{in} dDp + \int_{Dp_i}^{Dp_{i+1}} \dot{n}_{out} dDp = 0 \quad (4.78)$$

La solución de las integrales permite convertir la Ecuación 4.78 en (Hounslow et al., 1988):

$$\frac{dN_i}{dt} + G (n_{i \rightarrow i+1} - n_{i-1 \rightarrow i}) - \dot{N}_{i_{in}} + \dot{N}_{i_{out}} = 0 \quad (4.79)$$

$n_{i \rightarrow i+1}$ y $n_{i-1 \rightarrow i}$ representarían valores de la función densidad en transición ubicados exactamente en los nodos Dp_i y Dp_{i-1} , respectivamente. Sin embargo, como se discutió previamente, la función densidad calculada mediante la Ecuación 4.6 corresponde al valor de dicha propiedad en el rango de diámetros usado para su cómputo. Para partículas que

aumentan de tamaño (i.e., avanzan en la coordenada interna Dp), una opción es aproximar la función densidad en cada nodo como la función densidad de la clase que abandonan las partículas al crecer, i.e., $n_{i \rightarrow i+1} \approx n_i$ y $n_{i-1 \rightarrow i} \approx n_{i-1}$. Luego la función densidad en cada clase se puede expresar en función del número de partículas, para convertir la Ecuación 4.79 en:

$$\frac{dN_i}{dt} + G \left(\frac{N_i}{Dp_{i+1} - Dp_i} - \frac{N_{i-1}}{Dp_i - Dp_{i-1}} \right) - \dot{N}_{i_{in}} + \dot{N}_{i_{out}} = 0 \quad (4.80)$$

La Ecuación 4.80 se debe resolver para todas las clases. Lamentablemente, la solución de esta ecuación conduce a distribuciones que no respetan los momentos globales correctamente (Hounslow et al., 1988). Con la intención de minimizar los errores en las predicciones de los primeros momentos, Hounslow et al. (1988) propusieron expresar el segundo término de la Ecuación 4.79 como sigue:

$$\frac{G}{Dp_i} (a N_{i-1} + b N_i + c N_{i+1}) \quad (4.81)$$

Los autores formularon esta última expresión con el objeto de ajustar los parámetros a , b y c de manera de conservar los primeros tres momentos de la población. Según Randolph y Larson (1971), en la derivación de un momento genérico j , el segundo término de la Ecuación 4.77 se convierte en:

$$G \int_0^{\infty} \frac{\partial n}{\partial Dp} Dp^j dDp = -j G m_{j-1} \quad (4.82)$$

donde m_{j-1} es el momento de orden $j - 1$. Entonces, para que la expresión 4.81 satisfaga las ecuaciones de velocidad de cambio de los momentos 0, 1 y 2, se deben verificar las siguientes tres ecuaciones:

$$\sum_i \frac{1}{Dp_i} (a N_{i-1} + b N_i + c N_{i+1}) = 0 \quad (4.83)$$

$$\sum_i \frac{1}{Dp_i} (a N_{i-1} + b N_i + c N_{i+1}) \overline{Dp}_i = N_T \quad (4.84)$$

$$\sum_i \frac{1}{Dp_i} (a N_{i-1} + b N_i + c N_{i+1}) \overline{Dp_i}^2 = 2 L_T \quad (4.85)$$

siendo $\overline{Dp_i}$ el diámetro medio de la clase i . Resolviendo las Ecuaciones 4.83 a 4.85 para una grilla geométrica de razón $r = Dp_{i+1}/Dp_i$, resulta:

$$a = \frac{2r}{(r+1)(r^2-1)} \quad b = \frac{2}{(r+1)} \quad c = \frac{-2r}{(r+1)(r^2-1)} \quad (4.86)$$

Al reemplazar la Ecuación 4.81 por el término de crecimiento en la Ecuación 4.79, se obtiene:

$$\frac{dN_i}{dt} + \frac{G}{Dp_i} (a N_{i-1} + b N_i + c N_{i+1}) - \dot{N}_{in_i} + \dot{N}_{out_i} = 0 \quad (4.87)$$

Llamando C al número de clases consideradas, al aplicar la Ecuación 4.87 (con los parámetros calculados a partir de las Ecuaciones 4.86) a cada clase se produce un sistema de C ecuaciones cuya solución es la distribución discreta representada por el número de partículas en cada clase N_i .

Cuando se aplica la Ecuación 4.87 a la primera clase (i.e., $i = 1$) se genera, como variable a calcular, el número de partículas en la clase cero. Similarmente, para la última clase, se genera como variable el número de partículas en la clase $C + 1$. Los números de partículas en las clases 0 y $C + 1$ carecen de sentido físico. En principio dichos valores se pueden asumir igual a cero; sin embargo, esta opción conduce a errores numéricos de importancia. Para solucionar este problema, Saleh (1998) propuso expresiones alternativas a las de las Ecuaciones 4.86, a ser consideradas sólo en la evaluación de las ecuaciones diferenciales correspondientes a la primera y última clase evitando el uso del número de partículas en las clases 0 y $C + 1$:

$$\text{Clase } i = 1: \quad a = 0 \quad b = \frac{2r^2}{(r+1)(r^2-1)} \quad c = \frac{-2r}{(r+1)(r^2-1)} \quad (4.88)$$

$$\text{Clase } i = C: \quad a = \frac{2r}{(r+1)(r^2-1)} \quad b = \frac{2r^2}{(r+1)(r^2-1)} \quad c = 0 \quad (4.89)$$

El error en la predicción de los momentos disminuye a medida que se utilizan grillas más finas. En el presente trabajo de Tesis, la razón de la grilla geométrica se selecciona de manera

de asegurar errores menores al 1%. A partir de un caso de estudio del granulador industrial y resolviendo el balance de población discretizado con r igual a $2^{1/3}$, $2^{1/6}$ y $2^{1/9}$, se encuentra que para $r = 2^{1/6}$ los errores en la estimación de la masa y el número total son menores a 1% (ver Figura 4.23). Dichos errores se computan comparando: a) el caudal numérico de partículas a la salida del granulador obtenido mediante la resolución numérica del PBE con el que se calcula a partir del balance global en número y b) el caudal másico de partículas a la salida del equipo estimado por medio de los datos discretos provistos por el PBE con el que predice el balance de masa. Por lo tanto, para el balance de población discretizado aplicado al granulador industrial de urea se adopta una grilla geométrica con relación $r = 2^{1/6}$. Valores de r aún más chicos también producen errores menores al 1% en los momentos 0 y 3, pero incrementan el tiempo de cómputo por el uso de una mayor cantidad de clases para el mismo rango de tamaños.

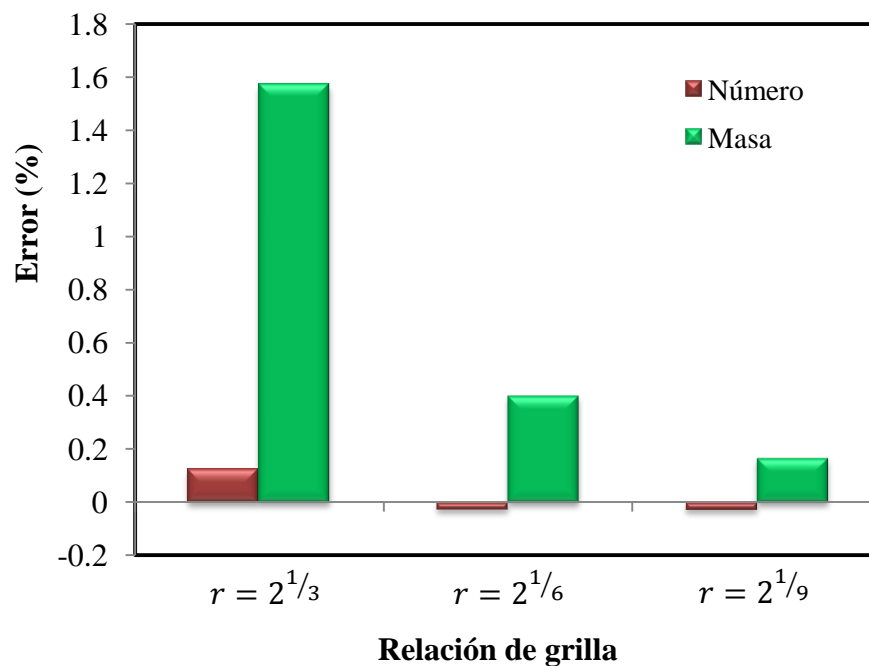


Figura 4.23. Errores en la predicción de variables macroscópicas utilizando grillas geométricas de diferente razón.

4.7 Efecto de usar múltiples cámaras sobre la distribución de tamaño de partículas del producto del granulador

Como se discute en la Sección 4.5, el modelo de flujo del granulador continuo (mezclado perfecto o flujo pistón) influye sobre la distribución de tamaño del producto. En efecto, el

mezclado perfecto produce una distribución de tiempos de residencia por la cual algunas partículas permanecen más que otras dentro de la cámara alcanzando aumentos de tamaño diferentes. Estos dos modelos de flujo constituyen situaciones extremas, y se puede generar una gran variedad de casos intermedios considerando un granulador formado por una serie de cámaras perfectamente mezcladas. En esta Sección, bajo valores fijos de caudal y distribución de tamaño de las semillas y de caudal total de ligante, se calcula la distribución de tamaño para distintas series de cámaras (según el número de celdas) perfectamente mezcladas con recubrimiento puro operando en estado estacionario. Como distribución de tamaño de la corriente de semillas se adopta una función continua de tipo log-normal. Para calcular la distribución de tamaño, se resuelve la Ecuación 4.87 en estado estacionario (i.e., anulando su primer término) para todas las clases de tamaño y cada cámara. La distribución de tamaños de entrada, a partir de la segunda cámara, es la distribución tamaños de salida de la cámara anterior. Es importante señalar que se considera un único valor de caudal total de ligante, de modo que a medida que aumenta el número de cámaras el ligante por cámara se computa como el caudal total dividido el número de celdas.

La Figura 4.24 muestra la distribución de tamaño en función densidad en número normalizada respecto al diámetro de partículas, para diferentes números de cámaras. Como se observa, la curva de distribución es fuertemente dependiente del número de cámaras si éste es relativamente pequeño. Cuando el número de cámaras aumenta, la curva de distribución tiende a la forma de la curva de distribución de la corriente de semillas, desplazada hacia diámetros mayores. Este resultado está en concordancia con el modelo de flujo pistón (Sección 4.5.1), al que se aproxima un sistema formado por cámaras perfectamente mezcladas en serie cuando el número de cámaras tiende a ser infinitamente grande. En efecto, el uso de más de 50 cámaras no tiene influencia sobre la distribución de tamaño. El número de cámaras usado en la configuración industrial (i.e., tres cámaras de crecimiento) provee un producto granular con una distribución de tamaño disímil respecto a los patrones extremos de mezclado perfecto y flujo pistón.

El análisis de las distribuciones de tamaño de partículas expresadas en masa debe su interés a dos factores: primero, en la práctica industrial las granulometrías se miden en torres de tamices por lo cual las distribuciones se obtienen en fracción en peso; segundo, los parámetros industriales que definen la calidad granulométrica están relacionados con las distribuciones de tamaños representadas en masa.

Para obtener la distribuci3n de tama1o de part3culas en funci3n densidad normalizada en masa (\bar{w}_i), se debe calcular previamente la fracci3n en masa normalizada para cada clase (\bar{W}_i). \bar{W}_i se puede obtener a partir de la distribuci3n de tama1os discreta N_i :

$$\bar{W}_i = \frac{N_i \rho_p \frac{\pi}{6} \bar{Dp}_i^3}{\sum_k N_k \rho_p \frac{\pi}{6} \bar{Dp}_k^3} = \frac{N_i \bar{Dp}_i^3}{\sum_k N_k \bar{Dp}_k^3} \quad (4.90)$$

El uso de la Ecuaci3n 4.90 equivale a realizar una conversi3n de la funci3n densidad en n1mero (como se explica en la Secci3n 4.2.2), lo cual introduce un error adicional en la estimaci3n de la nueva distribuci3n. No obstante, y como se menciona para el caso en estudio, la grilla geom3trica con relaci3n $r = 2^{1/6}$ permite cerrar los momentos con errores despreciables. Por definici3n (an3logamente a la Ecuaci3n 4.6), la funci3n densidad en masa normalizada respecto al di3metro est3 dada por:

$$\bar{w}_i = \frac{\bar{W}_i}{Dp_{i+1} - Dp_i} \quad (4.91)$$

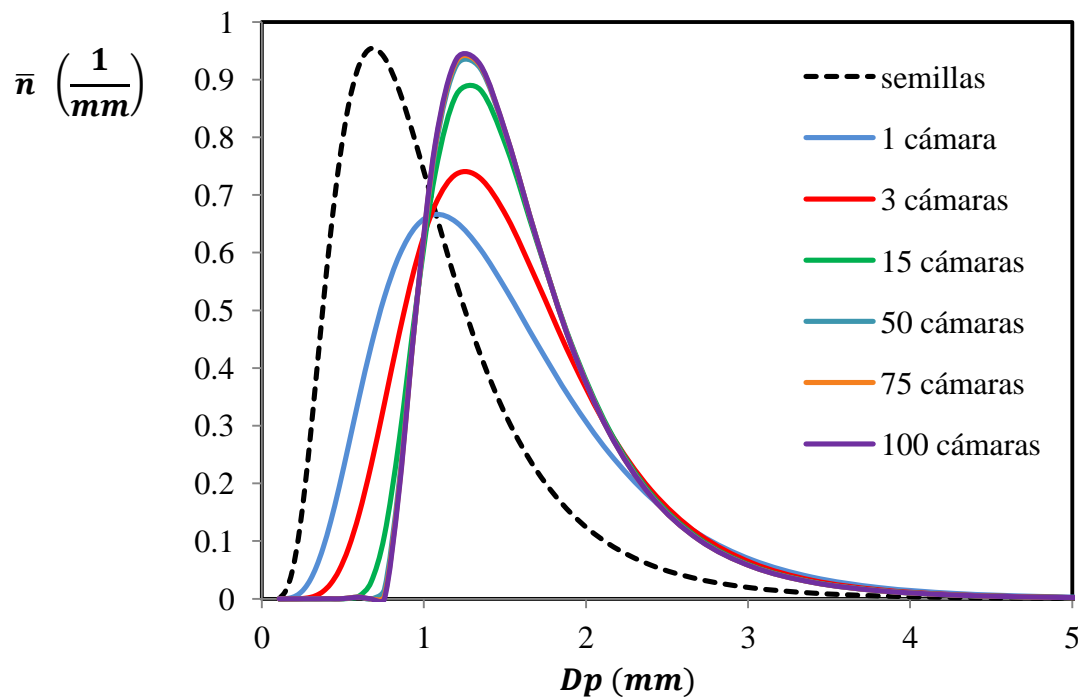


Figura 4.24. Distribuciones de tama1o de part3culas a la salida del granulador usando diferente n1mero de c3maras de crecimiento perfectamente mezcladas.

La Figura 4.25 muestra las distribuciones de tama1o, expresadas en funci3n densidad normalizada en masa, obtenidas a la salida del granulador si se utilizan distinto n1mero de c3maras. En comparaci3n con la distribuci3n de tama1os en \bar{n} , las curvas se ubican sobre di3metros m3s grandes. El uso de un mayor n1mero de c3maras produce un desplazamiento

de la curva de distribución de tamaño hacia diámetros más pequeños, a diferencia de lo que ocurre en la Figura 4.24 cuando se grafican las distribuciones en número. Para un número grande de cámaras (mayor a 15), la distribución de tamaño no varía al cambiar la cantidad de cámaras.

A diferencia de la distribución de tamaño en función densidad \bar{n} , la curva de distribución de tamaño del producto expresada en \bar{w} no tiende a la forma de la distribución de semillas al aumentar el número de cámaras. Para un modelo de flujo pistón y velocidad de crecimiento independiente de D_p , si bien el diámetro de todas las partículas aumenta en la misma proporción, el volumen de las mismas varía con una velocidad que depende del tamaño de partículas D_p . En consecuencia, la curva de distribución \bar{w} no sólo se desplaza hacia diámetros mayores sino que también modifica su forma.

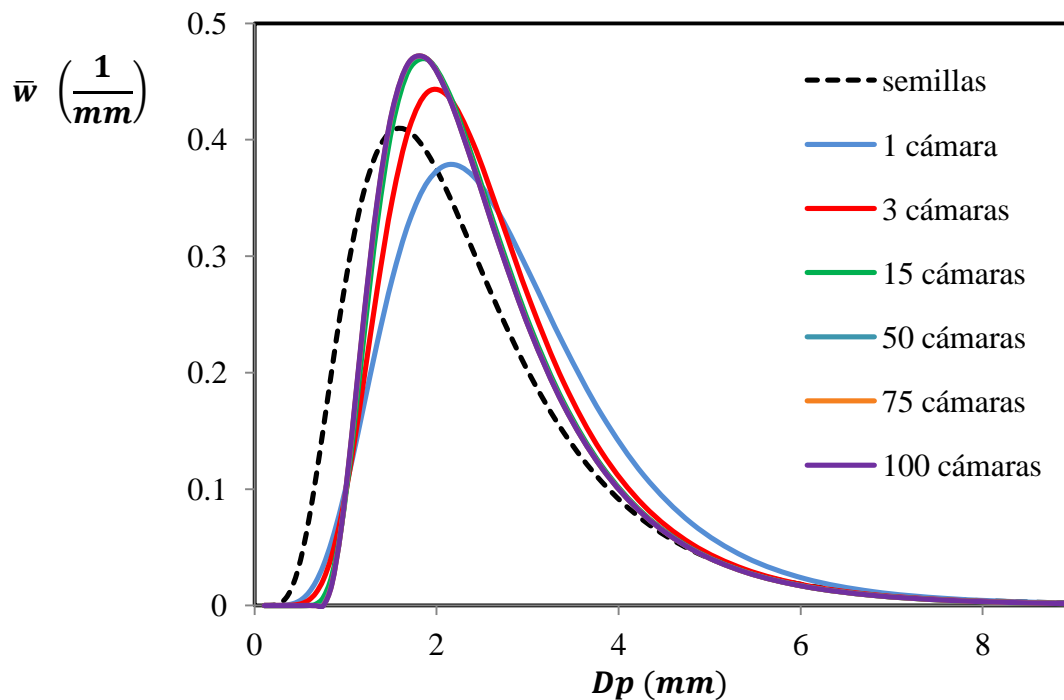


Figura 4.25. Distribuciones de tamaño de partículas a la salida del granulador usando diferente número de cámaras de crecimiento perfectamente mezcladas.

4.8 Conclusiones

En el presente Capítulo se describen los conceptos básicos asociados a las distribuciones de partículas en general, y a las distribuciones de tamaño de partículas en forma específica. Además se formula el balance de población, herramienta necesaria para calcular distribuciones, y se reconoce a la función densidad como la variable dependiente adecuada

para plantear dicho balance por permitir aplicar leyes de conservación a escala microscópica. La variedad de posibilidades en que se puede expresar una distribución (discreta, continua, acumulada, en número, en masa, etc.) requiere extremo cuidado en la aplicación de estos conceptos.

Respecto al granulador industrial de urea en particular, la ventaja de utilizar tres cámaras perfectamente mezcladas en lugar de una única cámara para lograr el aumento de tamaño deseado se demuestra en la dispersión de las curvas de distribución de tamaños del producto cuando se comparan para distinto número de cámaras. La distribución de tamaños obtenida cuando el balance de población se resuelve para un sistema de tres cámaras de crecimiento en serie corresponde a una situación intermedia entre la correspondiente a una cámara perfectamente mezclada y un sistema con flujo pistón.

Para predecir correctamente las distribuciones de tamaño de partículas se requiere contemplar todos los mecanismos de cambio de tamaño y número que ocurren dentro del granulador. Como se explica en el Capítulo 1, el mecanismo dominante de cambio de tamaño en el granulador de urea es el recubrimiento por deposición de pequeñas gotas. Por lo tanto en el Capítulo siguiente, se acopla el balance de población asumiendo recubrimiento puro al modelo presentado en el Capítulo 3 con el objetivo de analizar la influencia de algunas variables de entrada sobre la granulometría de la corriente de salida.

Capítulo 5

Modelo del granulador de lecho fluidizado basado en balances de masa, energía, cantidad de movimiento y población

5.1 Introducción

Los gránulos de urea deben cumplir con ciertos parámetros de calidad para su comercialización. Estos requisitos implican que el producto tenga un diámetro medio adecuado y que la dispersión de la distribución de tamaño de partículas no sea muy grande para evitar la segregación y facilitar su aplicación en suelos. Por lo general, una fracción relativamente pequeña de las partículas que dejan el granulador se encuentran en especificación. Por esta razón, se agregan las zarandas y el molino aguas abajo del granulador con el objeto de separar el producto que satisface la granulometría deseada y acondicionar las partículas fuera de especificación que se reciclan al granulador como semillas (ver Figura 1.14). Como consecuencia del reciclo, constituido por los gruesos provenientes del molino y los finos que derivan de las zarandas (temas discutidos en la Sección 1.9), la distribución de tamaño de la corriente que abandona el granulador afecta fuertemente la relación de reciclo y, por consiguiente, la estabilidad del circuito de granulación.

En los Capítulos 2 y 3 se analiza la operación en estado estacionario y no estacionario del granulador de lecho fluidizado, asumiendo que la población de partículas se puede representar por el diámetro medio número-volumen. Si bien la hipótesis resulta apropiada para estimar las temperaturas de las cámaras de la unidad industrial bajo estudio (Capítulo 2), dichos modelos no permiten predecir la distribución de tamaño de salida, necesaria para evaluar la performance del granulador en lo que a granulometría se refiere y para acoplar el simulador de la unidad a un circuito de granulación completo.

Los granuladores industriales de lecho fluidizado se operan por prueba y error (Cameron

et al., 2005; Fung et al., 2006; Litster et al., 2004). La dinámica de estas unidades no es fácil de predecir, lo que hace difícil operar las plantas de urea en estado estacionario o durante tiempos relativamente largos (e.g., un mes) sin paradas de planta no deseadas como las causadas por defluidización del lecho u obstrucción de la grilla de distribución (Halstensen et al., 2006). Por lo tanto, se reconoce la necesidad de comprender profundamente el comportamiento del granulador con el fin de desarrollar herramientas racionales para maximizar el beneficio de la planta (es decir, aumentar los niveles de producción y limitar las paradas de planta no deseadas), y al mismo tiempo obtener un producto comercialmente apto (es decir, con la granulometría adecuada).

La aplicación del balance de población a procesos de granulación en lechos fluidizados recibió poca atención en la literatura y con diferentes propósitos. Drechsler y colaboradores (2005), Heinrich y colaboradores (2002) y Radichkov y colaboradores (2006) resolvieron el modelo de un circuito de granulación, incluyendo el balance de población en estado no estacionario para un granulador continuo formado por un lecho fluidizado con descarga clasificada. Además de recubrimiento, consideraron atrición y nucleación dentro del balance de población y la remoción de finos por el gas de fluidización que abandona el lecho. En todos los casos, asumieron que la masa dentro del granulador permanece constante. Además, supusieron distribuciones de tamaño gaussianas como condición inicial. Heinrich y colaboradores (2002) resolvieron el balance de población utilizando un método de diferencias finitas, y validaron la solución del modelo con valores experimentales de un lecho fluidizado escala piloto. El diámetro medio superficie-volumen, la masa del lecho, el número de partículas y el área superficial total de partículas se reconocieron como variables fundamentales en las simulaciones. Drechsler y colaboradores (2005) resolvieron el modelo mediante un software comercial, y mostraron que las condiciones de operación del molino y las zarandas afectan la estabilidad del circuito completo a través de la corriente de reciclo que ingresa al granulador. Radichkov y colaboradores (2006) aplicaron un método de volúmenes finitos para resolver el balance de población, analizaron la dinámica no lineal de la solución y establecieron rangos de operación para los cuales se consiguen estados estables.

Heinrich y colaboradores (2005) también resolvieron el modelo de un circuito de granulación, acoplando el balance de población a los balances de masa y energía del granulador continuo de lecho fluidizado y asumiendo flujo pistón para el aire, mezclado axial y radial para los sólidos y régimen de fluidización homogénea. Para el balance de población consideraron recubrimiento puro y masa del lecho constante. Además de verificar la dinámica

no lineal del circuito, determinaron que existe una pequeña región sobre el plato de distribución de aire de fluidización en el granulador donde gradientes térmicos son importantes.

Vreman y colaboradores (2009) desarrollaron el balance de población para un granulador continuo de lecho fluidizado, con el propósito de comparar los resultados del modelo con datos experimentales. Además de recubrimiento, en el balance de población contemplaron nacimiento de partículas por nucleación y remoción del producto desde el lecho a un silo. Los resultados mostraron que no es posible alcanzar un estado estacionario cuando la velocidad de nucleación es demasiado grande. Los autores compararon satisfactoriamente la solución del modelo en estado estacionario con datos experimentales obtenidos de un granulador de lecho fluidizado escala industrial.

Peglow y colaboradores (2007) estudiaron un granulador discontinuo de lecho fluidizado formulando un balance de población con aglomeración pura, el cual se resolvió mediante un método de discretización. A partir de datos experimentales, ajustaron la cinética de aglomeración de manera de aproximar la distribución de tamaño predicha por el modelo a los valores medidos. Saleh y colaboradores (2003) también ajustaron la cinética de aglomeración en un granulador discontinuo de lecho fluidizado a partir de datos experimentales, pero incorporando además el aumento de tamaño por recubrimiento en el balance de población.

Por las razones antes expuestas, en este Capítulo se acopla el balance de población derivado en el Capítulo 4 al modelo del granulador presentado en el Capítulo 3 con el objeto de poder predecir, además de las variables de estado asociadas a los balances de masa, energía y cantidad de movimiento, la distribución de tamaño de los gránulos en el interior y a la salida de la unidad de granulación. En el presente Capítulo, se presta especial atención a la sensibilidad de la dinámica de la distribución de tamaño de partículas en cada cámara frente a perturbaciones en diferentes variables claves del granulador.

5.2 Modelo matemático

5.2.1 Ecuaciones del modelo

Como se describe en la Sección 1.8, el granulador industrial estudiado en la presente Tesis está constituido por seis lechos fluidizados en serie, y el aumento de tamaño de las partículas ocurre en los tres primeros (denominados cámaras de crecimiento). En la Sección 4.7 se

demuestra que, a mayor número de cámaras de crecimiento en serie, las distribuciones de tamaño de partículas se aproximan a las calculadas asumiendo flujo pistón (Nienow y Rowe, 1985; Saleh y Guigon, 2007). Por lo tanto, y como se concluye en el Capítulo 4, el uso de tres cámaras de crecimiento en el granulador industrial permite obtener distribuciones de tamaño menos dispersas respecto a las calculadas suponiendo una única cámara perfectamente mezclada.

Como se menciona en la sección anterior, la calidad de la urea granulada está relacionada con su granulometría. Por lo tanto, un modelo completo del granulador debe ser capaz de predecir las distribuciones de tamaño de la corriente de partículas que abandona el granulador. Para ello, se debe incorporar el balance de población presentado en el Capítulo 4 al modelo matemático del granulador desarrollado en el Capítulo 3. Así, el modelo matemático utilizado en este capítulo está formado por las ecuaciones presentadas en la Sección 3.2 (balances de masa, energía y cantidad de movimiento) y el balance de población discretizado en número de partículas correspondiente a la Ecuación 4.87. Dicha ecuación se basa en la expresión propuesta por Hounslow y colaboradores (1988) para representar de manera discreta el término de crecimiento, usando los parámetros a , b y c definidos por las Ecuaciones 4.86, 4.88 y 4.89 para las clases intermedias, primera, y última, respectivamente. La Tabla 5.1 resume las ecuaciones utilizadas.

La Figura 5.1 esquematiza los balances que conforman el modelo empleado en este capítulo y las variables que permite predecir. Dichas ecuaciones se encuentran acopladas por diferentes variables, de modo que deben resolverse en simultáneo. Para resolver el balance de población (Ecuación 4.87, Tabla 5.1), se deben calcular la masa de partículas en cada cámara m_S^j y el caudal másico de salida $\dot{m}_{S_{out}}^j$ a partir del balance de masa. Por otro lado y al incorporar el balance de población al modelo, se puede computar el diámetro medio superficie-volumen de la población en cada cámara a partir de las distribuciones de tamaño. Luego, la velocidad mínima de fluidización se puede evaluar en función de \overline{Dp}_{SV} (Tabla 2.3) en lugar de utilizar \overline{Dp}_{NV} . Como hipótesis adicional a las presentadas en la Sección 3.2, la descarga del granulador se considera no clasificada (i.e., la probabilidad con que las partículas abandonan el granulador es independiente de su tamaño).

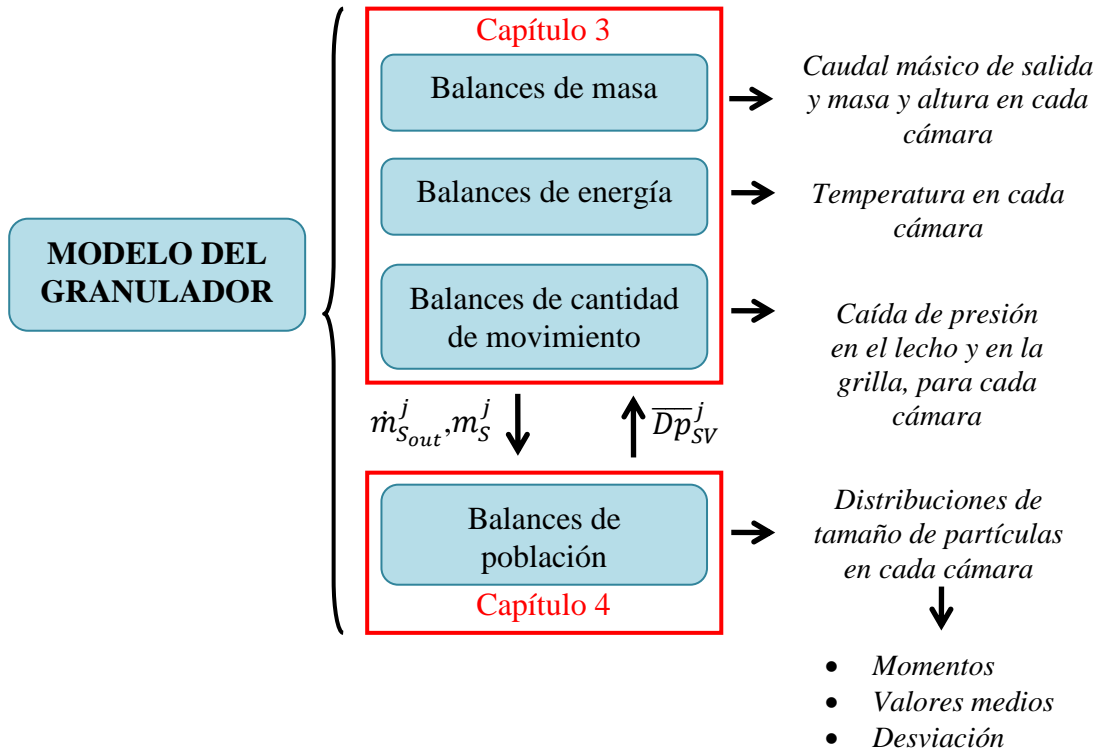


Figura 5.1. Esquema del modelo utilizado en el presente capítulo.

Tabla 5.1. Resumen de las ecuaciones empleadas en el modelo de este capítulo.

Balace de masa	$\frac{dm_s^j}{dt} = \dot{m}_{s_{in}}^j + \dot{m}_L^j(1 - x_L^j) - \dot{m}_{s_{out}}^j$	(3.1)
Caudal másico de salida de partículas (Cámaras 1 a 5)	$\dot{m}_{s_{out}}^j = C_D A_0^j \sqrt{2g \rho_{bed}^j (\rho_{bed}^j L^j - \rho_{bed}^{j+1} L^{j+1})}$	(3.6)
Caudal másico de salida de partículas (Cámara 6)	$\dot{m}_{s_{out}}^6 = C_D \rho_{bed}^6 A_0^6 \sqrt{2gL^6}$	(3.7)
Densidad de lecho	$\rho_{bed}^j = \rho_p(1 - \varepsilon^j) + \rho_a^j \varepsilon^j$	(3.8)
Porosidad de lecho	$\varepsilon^j = \varepsilon_{mf} \left(\frac{u^j}{u_{mf}^j} \right)^{K_\varepsilon^j}$	(3.10)
	$K_\varepsilon^j = \frac{\ln \frac{1}{\varepsilon_{mf}}}{\ln \frac{u_t^j}{u_{mf}^j}}$	(3.11)
Altura de lecho	$\dot{m}_S^j = \rho_p A_T^j (1 - \varepsilon^j) L^j$	(3.12)

Tabla 5.1. Resumen de las ecuaciones empleadas en el modelo de este capítulo (cont.).

Balace de energía	$m_s^j c p_u(T^j) \frac{dT^j}{dt} = \dot{m}_{S_{in}}^j \int_{T^j}^{T_{S_{in}}^j} c p_u dT + \dot{m}_L^j (1 - x_L^j) \int_{T^j}^{T_L^j} c p_u dT$ $+ \dot{m}_L^j x_L^j \int_{T^j}^{T_L^j} c p_w dT - \dot{m}_L^j x_L^j \Delta H_{EV}(T^j)$ $+ \dot{m}_L^j (1 - x_L^j) \Delta H_{DIS}(T_L^j) + \dot{m}_a^j \int_{T^j}^{T_{a_{in}}^j} c p_a dT$ $+ \dot{m}_a^j Y_{a_{in}}^j \int_{T^j}^{T_{a_{in}}^j} c p_v dT$	(3.46)
Caída de presión (lecho más grilla)	$\Delta P_T^j = \Delta P_{bed}^j + \Delta P_{dist}^j = \rho_{bed}^j g L^j + K_P \bar{\rho}_a^j u^{j^2}$	(3.32)
Balace de población	$\frac{dN_i^j}{dt} + \frac{G}{D p_i} (a N_{i-1}^j + b N_i^j + c N_{i+1}^j) - N_i^j \dot{m}_{S_{out}}^j + \frac{m_s^j}{\dot{m}_{S_{out}}^j} N_i^j \dot{m}_{S_{out}}^j = 0$	(4.87)
Velocidad de crecimiento	$G^j = \frac{2 \dot{m}_L^j (1 - x_L^j)}{\rho_p A p_T^j}$	(4.52)
Diámetro medio superficie-volumen	$\bar{D p}_{SV}^j = \frac{\sum_i N_i^j \bar{D p}_i^3}{\sum_i N_i^j \bar{D p}_i^2}$	
Diámetro medio número-volumen	$\frac{d\bar{D p}_{NV}^j}{dt} = \frac{\bar{D p}_{NV}^j}{3 m_s^j} \left[\dot{m}_{S_{in}}^j \left[1 - \left(\frac{\bar{D p}_{NV}^j}{\bar{D p}_{NV}^{j-1}} \right)^3 \right] + \dot{m}_L^j (1 - x_L^j) \right]$	(3.17)

5.2.2 Distribución de tamaños de la corriente de semillas

La mayoría de los sistemas particulados presenta distribuciones que se pueden representar por funciones log-normales (Seville et al., 1997). Por otra parte, en la práctica industrial se utiliza la técnica de tamizado como método de análisis granulométrico; por lo tanto, la representación de las distribuciones suele realizarse en términos de fracciones másicas. Por estas razones, la distribución de tamaño de la corriente de semillas se describe mediante una función log-normal expresada en función densidad normalizada en masa, tal como se muestra en la siguiente ecuación:

$$\bar{w}_{in}^1 = \frac{1}{\sqrt{2\pi} Dp \ln \sigma_{gW_{in}}^1} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln Dp - \ln \bar{Dp}_{gW_{in}}^1}{\ln \sigma_{gW_{in}}^1} \right)^2} \quad (5.1)$$

donde \bar{Dp}_{gW}^1 y σ_{gW}^1 son la media y desviación estándar geométricas de la distribución. Para la distribución de tamaño de la corriente de semillas que se alimenta al modelo del granulador, se considera un valor de \bar{Dp}_{gW}^1 que coincide con datos experimentales y un valor arbitrario para σ_{gW}^1 . Una vez establecidos los parámetros \bar{Dp}_{gW}^1 y σ_{gW}^1 , se determinan los valores discretos de la fracción en peso normalizada aplicando la Ecuación 4.6 a la Ecuación 5.1:

$$\bar{W}_{i\ in}^1 = \int_{Dp_i}^{Dp_{i+1}} \bar{w}_{in}^1(Dp) dDp = \int_{Dp_i}^{Dp_{i+1}} \frac{1}{\sqrt{2\pi} Dp \ln \sigma_{gW_{in}}^1} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln Dp - \ln \bar{Dp}_{gW_{in}}^1}{\ln \sigma_{gW_{in}}^1} \right)^2} dDp \quad (5.2)$$

Para calcular la distribución discretizada de función densidad en masa se utiliza una grilla geométrica con una razón $r = 2^{1/6}$, valor que (como se indica en la Sección 4.6) garantiza errores en la predicción de los momentos 0 y 3 inferiores al 1%.

5.3 Parámetros industriales para evaluar el valor medio y la desviación de una distribución

Para definir la calidad del producto, en la industria se suelen utilizar dos parámetros el *Size Guide Number (SGN)* y el *Uniformity Index (UI)*.

Como se mencionó en el Capítulo 1, el *SGN* se define como la mediana de la población (\bar{Dp}_{me}) de la distribución en masa expresada en milímetros y multiplicada por 100. De acuerdo a la definición de mediana (Sección 4.2.7), el *SGN* es el tamaño de partículas en milímetros (multiplicado por 100) para el cual el 50% en masa de la población tiene un tamaño mayor a ese valor y el 50% en masa resulta ser de menor tamaño (ver Figura 5.2).

Para las funciones log-normales se verifica que la mediana y la media geométrica coinciden (Randolph y Larson, 1971), i.e., $\bar{Dp}_{me} = \bar{Dp}_{gW}$. Considerando la igualdad anterior, el *SGN* para una distribución log-normal se puede expresar como:

$$SGN = 100 \bar{Dp}_{gW} \quad (5.3)$$

donde \overline{Dp}_{gW} es el diámetro medio geométrico de la distribución en masa expresado en mm.

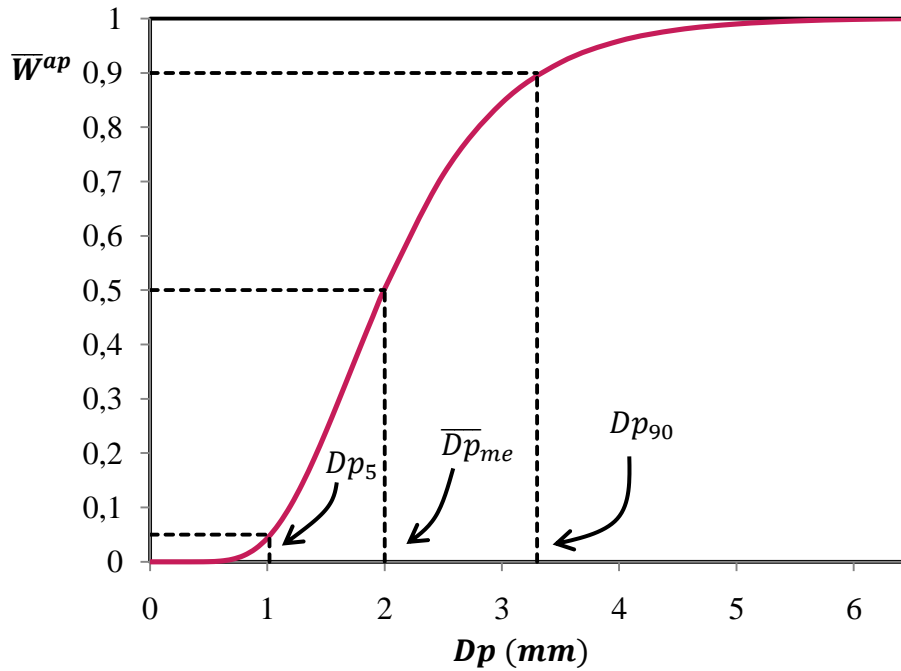


Figura 5.2. Distribución acumulada pasante normalizada en masa mostrando la mediana y los diámetros Dp_5 y Dp_{90} .

Por su parte, el UI caracteriza la dispersión de la distribución en masa. Este parámetro se define como el cociente entre el tamaño de apertura de una malla que permite el pasaje del 5% en masa de la población y el tamaño de apertura de una malla que permite el pasaje del 90% en masa de la población, multiplicado por 100 (ver Figura 5.2). De modo que el UI se puede expresar como:

$$UI = 100 \frac{Dp_5}{Dp_{90}} \tag{5.4}$$

donde Dp_5 y Dp_{90} son los diámetros de partículas que satisfacen respectivamente:

$$\overline{W}^{ap}(Dp_5) = 0,05 \tag{5.5}$$

$$\overline{W}^{ap}(Dp_{90}) = 0,9 \tag{5.6}$$

siendo \overline{W}^{ap} la distribución acumulada pasante normalizada en masa, que para una función log-normal se puede ser escribir como:

$$\bar{W}^{ap}(Dp) = \frac{1}{2} \left[\operatorname{erf} \left(\frac{\ln Dp - \ln \bar{Dp}_{gW}}{\sqrt{2} \ln \sigma_{gW}} \right) + 1 \right] \quad (5.7)$$

Evaluando la Ecuación 5.7 para \bar{W}^{ap} igual a 0,05 y 0,9, Dp_5 y Dp_{90} se pueden calcular como:

$$Dp_5 = \bar{Dp}_{gW} e^{-1,163\sqrt{2} \ln \sigma_{gW}} = \bar{Dp}_{gW} \sigma_{gW}^{-1,645} \quad (5.8)$$

$$Dp_{90} = \bar{Dp}_{gW} e^{0,906\sqrt{2} \ln \sigma_{gW}} = \bar{Dp}_{gW} \sigma_{gW}^{1,282} \quad (5.9)$$

Reemplazando las Ecuaciones 5.8 y 5.9 en la ecuación 5.4, se obtiene una expresión para calcular el UI en función de la desviación estándar geométrica:

$$UI = 100 \sigma_{gW}^{-2,927} \quad (5.10)$$

Según la Ecuación 5.10, el UI es mayor cuanto menor es σ_{gW} , i.e., cuanto menor es la dispersión de la curva de distribución. Sin embargo, la desviación estándar geométrica no es una medida pura de la dispersión de la curva de distribución. Como se discutió en el Capítulo 4, esto se debe a que σ_{gW} se calcula a partir de las desviaciones de $\ln Dp$ respecto a $\ln \bar{Dp}_{gW}$, que equivale a decir que σ_{gW} se calcula en función de los cocientes Dp/\bar{Dp}_{gW} . Por lo tanto, una curva ubicada sobre valores de Dp más grandes tiende a tener una desviación estándar geométrica menor. Como ejemplo ilustrativo, en la Figura 5.3 se muestran dos curvas de distribución que tienen exactamente la misma forma pero están situadas en distintas posiciones sobre el eje de Dp . Como se observa en la Figura 5.3, los valores de desviación estándar aritmética σ_{aW} coinciden porque la forma de la curva es la misma; sin embargo, la desviación geométrica σ_{gW} no es igual. En resumen, σ_{gW} no es una medida pura de la dispersión de la distribución porque está afectada por la ubicación de la curva sobre el eje Dp . Al comparar dos curvas de distribución, solamente se puede considerar σ_{gW} para cotejar dispersiones cuando las curvas se encuentran localizadas en un mismo rango de Dp (i.e., los diámetros medios de las curvas son similares). Esta característica también se aplica a UI , parámetro apto para la valoración de calidad cuando el rango de la curva de distribución está bien establecido.

Mediante las Ecuaciones 5.3 y 5.10, los parámetros SGN y UI se pueden calcular a partir de la media y la desviación estándar geométricas de la distribución de tamaño de partículas

expresada en masa.

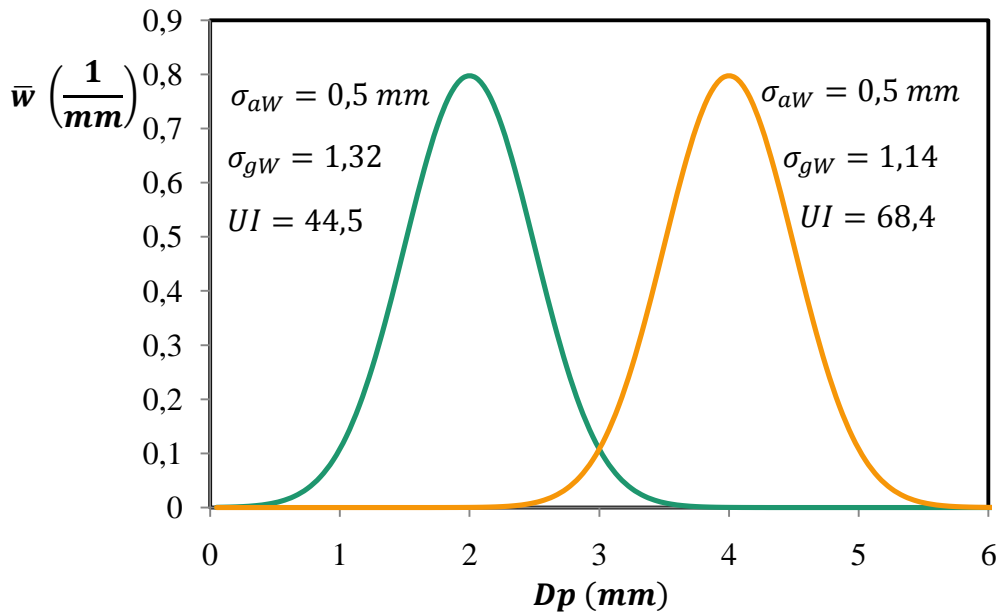


Figura 5.3. Curvas de distribución con la misma forma pero desplazadas en el eje Dp , para demostrar que σ_{gW} y UI no coinciden.

5.4 Conversión del balance de población para el uso de función densidad en masa y resolución de balances macroscópicos para el cómputo de los parámetros globales SGN y UI

La Ecuación 4.42, deducida en la Sección 4.3, describe la distribución de partículas en un sistema continuo perfectamente mezclado expresada en la variable función densidad en número de partículas n . Aplicada a cada cámara del granulador industrial, bajo las hipótesis de recubrimiento puro (i.e., $h = 0$) y velocidad de crecimiento G independiente del tamaño de partículas, la Ecuación 4.42 se convierte en:

$$\frac{\partial n^j}{\partial t} + G^j \frac{\partial n^j}{\partial Dp} - \dot{n}_{in}^j + \dot{n}_{out}^j = 0 \tag{5.11}$$

A los efectos de predecir parámetros globales en base masa como SGN y UI , y las distribuciones de tamaño de los gránulos expresadas en masa, el balance de población (Ecuación 5.11) se puede reescribir en términos de la función densidad en masa normalizada. Para realizar la conversión mencionada y teniendo en cuenta que cada cámara se comporta como perfectamente mezclada, se deben tener en cuenta las siguientes relaciones:

$$\bar{w}^j = \frac{\rho_p \pi n^j Dp^3}{6 m_S^j} = \frac{\rho_p \pi \dot{n}_{out}^j Dp^3}{6 \dot{m}_{Sout}^j} \quad (5.12)$$

$$\bar{w}_{in}^j = \frac{\rho_p \pi \dot{n}_{in}^j Dp^3}{6 \dot{m}_{Sin}^j} \quad (5.13)$$

Considerando las Ecuaciones 5.12 y 5.13, la Ecuación 5.11 se convierte en:

$$\frac{\partial m_S^j \bar{w}^j}{\partial t} + G^j m_S^j Dp^3 \frac{\partial \bar{w}^j}{\partial Dp Dp^3} - \dot{m}_{Sin}^j \bar{w}^j + \dot{m}_{Sout}^j \bar{w}^j = 0 \quad (5.14)$$

La velocidad de crecimiento G^j se puede expresar en función del diámetro medio superficie-volumen, multiplicando y dividiendo la Ecuación 4.52 (Tabla 5.1) por el volumen total de partículas Vp_T^j y teniendo en cuenta la definición de \overline{Dp}_{SV}^j listada en la Tabla 4.4:

$$G^j = \frac{2 \dot{m}_L^j (1 - x_L^j) Vp_T^j}{\rho_p A p_T^j Vp_T^j} = \frac{3 \dot{m}_L^j (1 - x_L^j)}{\rho_p Vp_T^j} \overline{Dp}_{SV}^j = \frac{3 \dot{m}_L^j (1 - x_L^j)}{m_S^j} \overline{Dp}_{SV}^j \quad (5.15)$$

Reemplazando la Ecuación 5.15 en la 5.14 y distribuyendo las derivadas, se obtiene:

$$\begin{aligned} m_S^j \frac{\partial \bar{w}^j}{\partial t} + \bar{w}^j \frac{dm_S^j}{dt} + \frac{\dot{m}_L^j (1 - x_L^j) \overline{Dp}_{SV}^j}{3} \frac{\partial \bar{w}^j}{\partial Dp} - \dot{m}_L^j (1 - x_L^j) \overline{Dp}_{SV}^j \frac{\bar{w}^j}{Dp} \\ = \dot{m}_{Sin}^j \bar{w}_{in}^j - \dot{m}_{Sout}^j \bar{w}^j \end{aligned} \quad (5.16)$$

A partir de la Ecuación 5.16 (balance de población expresado en función densidad normalizada en masa) se pueden obtener los balances macroscópicos que permiten estimar las velocidades de cambio de \overline{Dp}_{gW}^j y σ_{gW}^j , Para cada cámara, y de acuerdo a las definiciones presentadas en la Sección 4.2.7, la media geométrica y la desviación estándar geométricas para distribuciones en masa se calculan como sigue:

$$\ln \overline{Dp}_{gW}^j = \int_0^\infty \bar{w}^j \ln Dp \, dDp \quad (5.17)$$

$$\ln^2 \sigma_{gW}^j = \int_0^\infty \bar{w}^j (\ln Dp - \ln \overline{Dp}_{gW}^j)^2 \, dDp \quad (5.18)$$

El diámetro medio superficie-volumen \overline{Dp}_{SV}^j para una curva de distribución log-normal se puede expresar en función de \overline{Dp}_{gW}^j y σ_{gW}^j mediante (Allen, 2003):

$$\ln \overline{Dp}_{SV}^j = \ln \overline{Dp}_{gW}^j - \frac{(\ln \sigma_{gW}^j)^2}{2} = \mu_{zW}^j - \frac{\sigma_{zW}^j}{2} \quad (5.19)$$

donde $\mu_{zW}^j = \ln \overline{Dp}_{gW}^j$ y $\sigma_{zW}^j = \ln \sigma_{gW}^j$.

Multiplicando la Ecuación 5.16 por $\ln Dp$ e integrando sobre todo el dominio del tamaño de partículas, se obtiene la siguiente ecuación diferencial para estimar la velocidad de cambio de la media geométrica de la población:

$$\begin{aligned} & \dot{m}_S^j \int_0^\infty \frac{\partial \bar{w}^j}{\partial t} \ln Dp \, dDp + \frac{d\dot{m}_S^j}{dt} \int_0^\infty \bar{w}^j \ln Dp \, dDp + \frac{\dot{m}_L^j(1-x_L^j) \overline{Dp}_{SV}^j}{3} \int_0^\infty \frac{\partial \bar{w}^j}{\partial Dp} \ln Dp \, dDp \\ & - \dot{m}_L^j(1-x_L^j) \overline{Dp}_{SV}^j \int_0^\infty \frac{\bar{w}^j}{Dp} \ln Dp \, dDp \\ & = \dot{m}_{S_{in}}^j \int_0^\infty \bar{w}_{in}^j \ln Dp \, dDp - \dot{m}_{S_{out}}^j \int_0^\infty \bar{w}^j \ln Dp \, dDp \end{aligned} \quad (5.20)$$

La primera, segunda, quinta y sexta integral se pueden expresar fácilmente en función de \overline{Dp}_{gW}^j mediante la Ecuación 5.17. La tercera integral se puede resolver aplicando el método de integración por partes:

$$\begin{aligned} \int_0^\infty \frac{\partial \bar{w}^j}{\partial Dp} \ln Dp \, dDp &= \int_0^\infty \ln Dp \, d\bar{w}^j = \int_0^\infty d(\ln Dp \bar{w}^j) - \int_0^\infty \bar{w}^j d(\ln Dp) = 0 - \int_0^\infty \frac{\bar{w}^j}{Dp} dDp \\ &= \frac{1}{\overline{Dp}_{SV}^j} \end{aligned} \quad (5.21)$$

y además considerando, para el último paso del desarrollo, que el diámetro medio superficie-volumen es equivalente a la media armónica de la distribución normalizada en masa (Allen, 2003). Para distribuciones log-normales, la cuarta integral de la Ecuación 5.20, resulta:

$$\int_0^\infty \frac{\bar{w}^j}{Dp} \ln Dp \, dDp = \frac{\mu_{zW}^j - (\sigma_{zW}^j)^2}{\overline{Dp}_{SV}^j} \quad (5.22)$$

Reemplazando las Ecuaciones 5.21, 5.22 y el balance de masa 3.1 en la Ecuación 5.20, se obtiene:

$$m_S^j \frac{d\mu_{zW}^j}{dt} = \dot{m}_L^j (1 - x_L^j) \left[\frac{1}{3} - (\sigma_{zW}^j)^2 \right] + \dot{m}_{S_{in}}^j (\mu_{zW_{in}}^j - \mu_{zW}^j) \quad (5.23)$$

La Ecuación 5.23 es válida para distribuciones que se puedan aproximar por funciones log-normales, debido a que en su deducción se utilizan las Ecuaciones 5.19 y 5.22.

Para contar con una ecuación que permita predecir la velocidad de cambio de la desviación estándar geométrica de una PSD log-normal, se multiplica la Ecuación 5.16 por $(\ln Dp - \ln \overline{Dp}_{gW}^j)^2$ y se integra respecto a Dp sobre todo el dominio de tamaño de partículas de modo que:

$$\begin{aligned} & m_S^j \int_0^\infty \frac{\partial \bar{w}^j}{\partial t} (\ln Dp - \ln \overline{Dp}_{gW}^j)^2 dDp + \frac{dm_S^j}{dt} \int_0^\infty \bar{w}^j (\ln Dp - \ln \overline{Dp}_{gW}^j)^2 dDp \\ & + \frac{\dot{m}_L^j (1 - x_L^j) \overline{Dp}_{SV}^j}{3} \int_0^\infty \frac{\partial \bar{w}^j}{\partial Dp} (\ln Dp - \ln \overline{Dp}_{gW}^j)^2 dDp \\ & - \dot{m}_L^j (1 - x_L^j) \overline{Dp}_{SV}^j \int_0^\infty \frac{\bar{w}^j}{Dp} (\ln Dp - \ln \overline{Dp}_{gW}^j)^2 dDp \\ & = \dot{m}_{S_{in}}^j \int_0^\infty \bar{w}_{in}^j (\ln Dp - \ln \overline{Dp}_{gW}^j)^2 dDp \\ & - \dot{m}_{S_{out}}^j \int_0^\infty \bar{w}^j (\ln Dp - \ln \overline{Dp}_{gW}^j)^2 dDp \end{aligned} \quad (5.24)$$

Aplicando la definición de σ_{gW}^j presentada en la Ecuación 5.18, la primera, segunda, quinta y sexta integral se pueden resolver fácilmente. Las soluciones de las integrales tercera y cuarta se pueden obtener considerando las Ecuaciones 5.19, 5.22 y la siguiente igualdad válida para distribuciones log-normales:

$$\int_0^\infty \frac{\bar{w}^j}{Dp} (\ln Dp)^2 dDp = \frac{(\sigma_{zW}^j)^4 + (\sigma_{zW}^j)^2 - 2(\sigma_{zW}^j)^2 \mu_{zW}^j + \mu_{zW}^j}{\overline{Dp}_{SV}^j} \quad (5.25)$$

Luego del desarrollo de las integrales y reemplazando el balance de masa (Ecuación 3.1), la Ecuación 5.24 se convierte en:

$$m_s^j \frac{d(\sigma_{zW}^j)^2}{dt} = \dot{m}_L^j (1 - x_L^j) (\sigma_{zW}^j)^4 - \frac{2}{3} \dot{m}_L^j (1 - x_L^j) \sigma_{zW}^j{}^2 + \dot{m}_{Sin}^j [(\sigma_{zW_{in}}^j)^2 - (\sigma_{zW}^j)^2] + \dot{m}_{Sin}^j (\mu_{zW_{in}}^j - \mu_{zW}^j)^2 \quad (5.26)$$

Al igual que la Ecuación 5.23, la Ecuación 5.26 está limitada a la representación de las distribuciones de tamaño por funciones log-normales. Las Ecuaciones 5.23 y 5.26 permiten calcular \overline{Dp}_{gW}^j y σ_{gW}^j para cada celda del granulador en función de los caudales de semillas y de solución líquida, la masa de sólidos en cada cámara y la media y desviación estándar geométricas de la PSD de la corriente que ingresa a cada celda. Las condiciones iniciales necesarias son:

$$\mu_{gW}^j(t_0) = \mu_{gW_0}^j \quad \sigma_{gW}^j(t_0) = \sigma_{gW_0}^j \quad j = 1 \text{ a } 6 \quad (5.27)$$

Para estado estacionario, \overline{Dp}_{gW}^j y σ_{gW}^j se pueden obtener anulando las derivadas con respecto al tiempo en las Ecuaciones 5.23 y 5.26:

$$\mu_{zW_{in}}^j - \mu_{zW}^j = \frac{\dot{m}_L^j (1 - x_L^j)}{\dot{m}_{Sin}^j} \left[(\sigma_{zW}^j)^2 - \frac{1}{3} \right] \quad (5.28)$$

$$\begin{aligned} & (\sigma_{zW}^j)^4 - \frac{2}{3} (\sigma_{zW}^j)^2 + \frac{\dot{m}_{Sin}^j}{\dot{m}_L^j (1 - x_L^j)} [(\sigma_{zW_{in}}^j)^2 - (\sigma_{zW}^j)^2] \\ & + \frac{\dot{m}_{Sin}^j}{\dot{m}_L^j (1 - x_L^j)} (\mu_{zW_{in}}^j - \mu_{zW}^j)^2 = 0 \end{aligned} \quad (5.29)$$

Las Ecuaciones 5.28 y 5.29 permiten calcular \overline{Dp}_{gW}^j y σ_{gW}^j , y consecuentemente los parámetros SGN^j y UI^j para cada cámara j en estado estacionario.

5.5 Resolución numérica

El modelo dinámico se resuelve usando el lenguaje de programación FORTRAN. El sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias 3.1, 3.46 y 4.87 (ver Tabla 5.1) se integra de manera simultánea por medio de una subrutina Gear (Burden y Faires, 2005) para calcular la masa de sólidos, la temperatura y el número de partículas por clase para todas las cámaras. Las condiciones iniciales son:

$$m_S^j(t_0) = m_{S_0}^j \quad T^j(t_0) = T_0^j \quad j = 1 \text{ a } 6 \quad (5.30)$$

$$N_i^j(t_0) = N_{i_0}^j \quad i = 1 \text{ a } C \quad j = 1 \text{ a } 6 \quad (5.31)$$

donde C representa el número de clases considerado al discretizar el balance de población.

La porosidad y altura de los lechos fluidizados, la caída de presión en las cámaras, la velocidad de crecimiento y el caudal de partículas que sale de cada cámara, junto con otras variables, también se calculan en el tiempo.

Respecto al balance de población, se resuelve utilizando una grilla geométrica con relación $r = 2^{1/6}$ y dividiendo el rango de tamaños en 45 intervalos (i.e., $C = 45$). La PSD de la corriente de semillas que se alimenta al granulador se modela como una función log-normal en masa (Ecuación 5.1) y discretiza para obtener la fracción en masa de partículas para cada clase i . Debido a que el balance de población está planteado en número de partículas (ver Tabla 5.1), se debe convertir la fracción en masa de semillas \bar{W}_{in}^1 a caudal en número por clase \dot{N}_{in}^1 . La Figura 5.4 ilustra el procedimiento de cálculo utilizado. Como resultado del balance de población en la primera cámara se obtiene la distribución de tamaño en número de partículas por clase N_i^1 , a partir de la cual se puede calcular también el caudal de salida en número por clase \dot{N}_{out}^1 y la fracción en masa dentro y a la salida de la cámara 1, \bar{W}_i^1 . Luego y para resolver el balance de población de la segunda cámara, se alimenta el caudal en número por clase calculado como $\dot{N}_{in}^2 = \dot{N}_{out}^1$. Se obtiene la distribución en número de partículas por clase y con ella se calcula el caudal en número por clase que sale de la cámara y la fracción en masa de dicha población. El procedimiento empleado para resolver la cámara 2, se aplica a las cámaras siguientes.

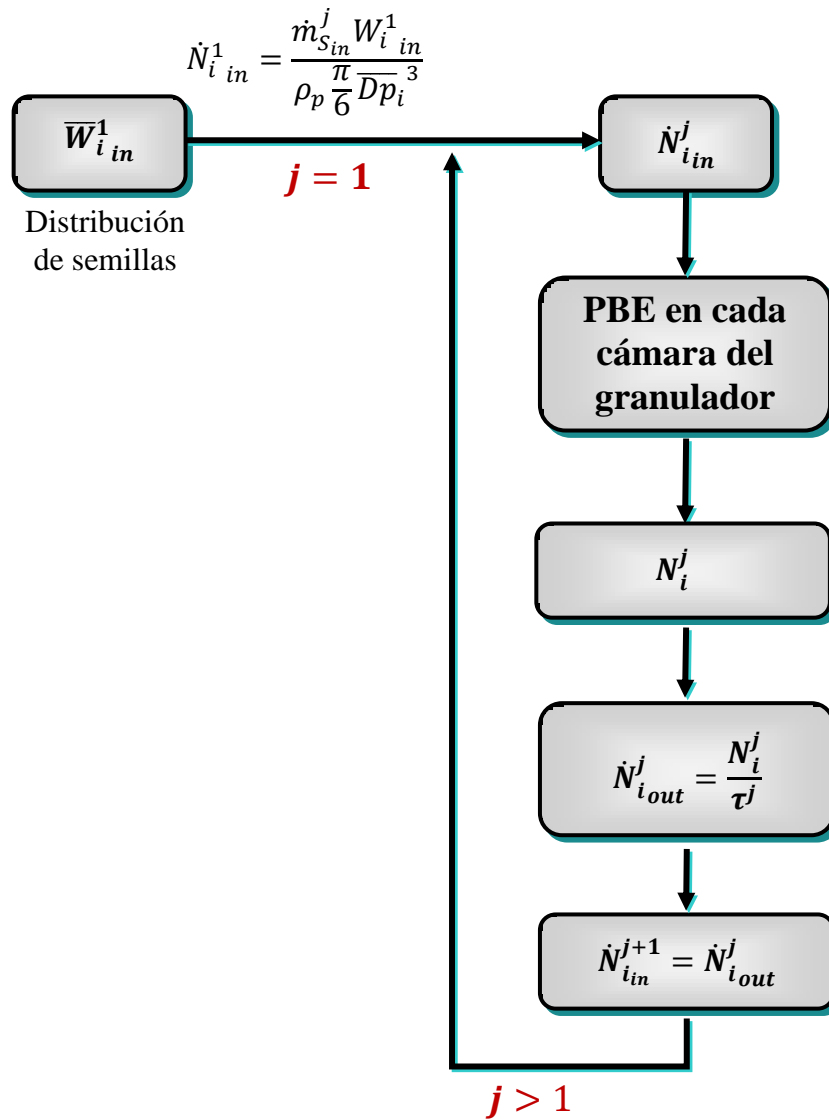


Figura 5.4. Esquema del procedimiento de resolución del balance de población discretizado.

Como se mencionó, el balance de población permite calcular la distribución de tamaños en cada cámara, la cual define la calidad granulométrica del producto (i.e., los parámetros SGN^j y UI^j). Además, a partir de la distribución de tamaños se puede estimar el diámetro medio \overline{Dp}_{SV}^j (Tabla 5.1), necesario para evaluar la velocidad mínima de fluidización y, por ende, la porosidad del lecho (Sección 3.2.1.2). Con el objeto de obviar la tediosa resolución del balance de población, se puede emplear la aproximación que consiste en calcular SGN^j , UI^j y \overline{Dp}_{SV}^j a partir de \overline{Dp}_{gW}^j y σ_{gW}^j (Sección 5.4) asumiendo que las distribuciones se comportan como funciones log-normales. Si bien este enfoque es aproximado, tiene asociado menor tiempo de cómputo, ya que implica resolver solo dos ecuaciones diferenciales (5.23 y 5.26), en lugar de las C ecuaciones diferenciales que conforman el balance de población

discretizado. Como tercera alternativa, se puede resolver el modelo del Capítulo 3 que no permite calcular la distribución de tamaño ni estimar el SGN^j y el UI^j pero provee el diámetro medio número-volumen \overline{Dp}_{NV}^j (Ecuación 3.17, Tabla 5.1) y lo utiliza como aproximación del diámetro medio \overline{Dp}_{SV}^j . Aunque este tercer modelo brinda menos información respecto a la granulometría, es el más sencillo y el que consume menos tiempo de cómputo. La Figura 5.5 resume los tres tipos de modelos propuestos para obtener información en relación con la granulometría. En las secciones siguientes, se comparan los resultados de los distintos modelos con el fin de evaluar la necesidad de incorporar el balance de población discretizado al modelo del granulador.

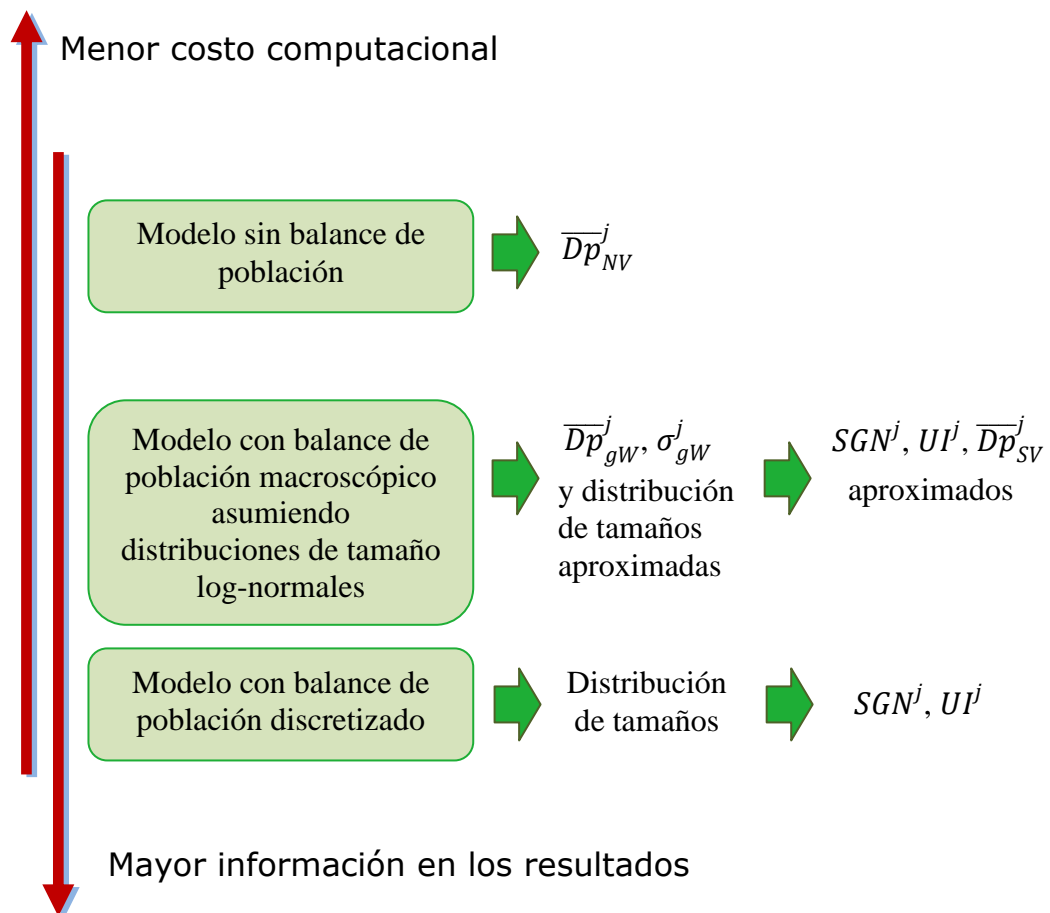


Figura 5.5. Modelos del granulador en relación a la información que brindan respecto a la granulometría.

5.6 Resultados

Los resultados de la simulación se discuten en las dos secciones siguientes. En primer lugar, se presentan los resultados de estado estacionario (incluyendo en este caso las

distribuciones de tamaño de partículas obtenidas mediante la resolución del balance de población) para un dado conjunto de condiciones operativas de entrada que definen un caso base. Este conjunto de valores de entrada se corresponde con datos industriales típicos de un granulador de lecho fluidizado para producción de urea (Kayaert y Antonus, 1997). En segundo lugar, se imponen perturbaciones tipo escalón (+10%) respecto al valor de estado estacionario en diferentes variables de entrada seleccionadas. Este estudio tiene por objetivo analizar la respuesta dinámica del sistema ahora acoplado a la granulometría del producto.

5.6.1 Estado estacionario. Caso base.

5.6.1.1 Variables globales: Momentos 0 y 3

La Figura 5.6 muestra, para el caso base, la masa total (momento 3) y el número total (momento 0) de las partículas dentro de cada cámara del granulador operando en estado estacionario. En la Figura 5.7 se grafican los caudales másicos y numéricos, para el caso base, de salida de cada cámara en estado estacionario. En ambas figuras, las variables se presentan de manera adimensional, relacionando sus valores con los correspondientes a la primera cámara. Aunque no se pueden revelar los respectivos valores absolutos por los acuerdos de confidencialidad firmados, es ilustrativo resaltar que la masa en cada cámara es del orden de toneladas y el número ronda los miles de millones de partículas.

Fijando la granulometría y el caudal másico de semillas, la velocidad del aire de fluidización, el caudal de solución líquida, la sección transversal y el área de salida de cada cámara, los balances de masa permiten calcular la masa de partículas contenida en cada lecho. El perfil del número de partículas por cámara, que también se incluye en la Figura 5.6, se relaciona con la masa y PSD de los sólidos en cada cámara. Debido a que las masas de las cámaras 1 a 3 son prácticamente iguales (como se explica en la Sección 3.4.1) y a que las partículas crecen a lo largo de estas tres cámaras, el número total de partículas disminuye de la cámara 1 a la 3 (i.e., a igual masa y partículas más grandes, el número de partículas es menor). Por otra parte en las últimas tres cámaras, reservadas para el enfriamiento, las partículas mantienen su tamaño y, consecuentemente, su número decrece de acuerdo a la disminución observada en masa.

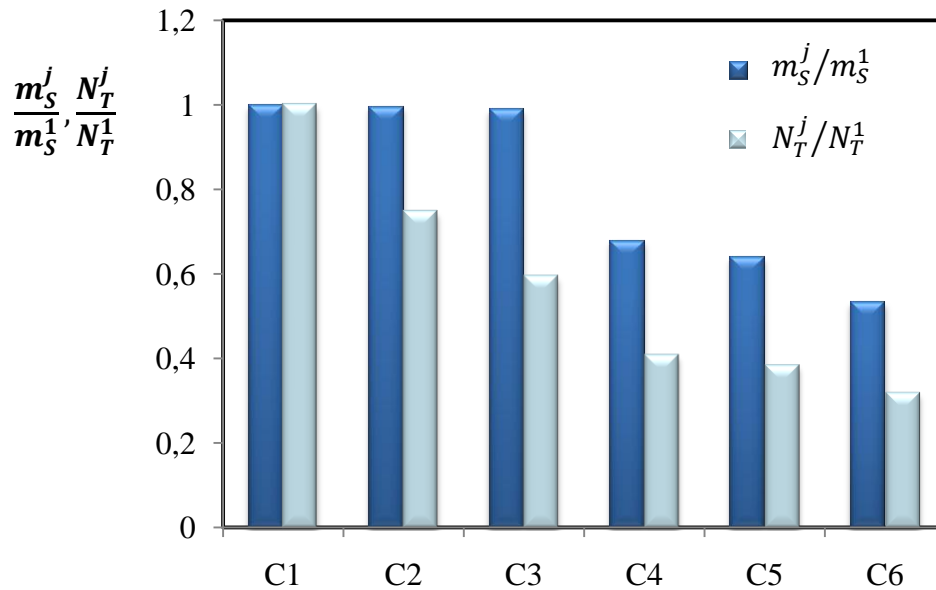


Figura 5.6. Masa y número de partículas en cada cámara (adimensionales respecto a los valores de la primera cámara) para el caso base, operación en estado estacionario.

Según la Figura 5.7, el caudal másico aumenta en las cámaras de crecimiento. En estado estacionario, este comportamiento se debe a la inyección de solución líquida en cada lecho de crecimiento que hace que el caudal de sólidos que abandona las cámaras 1 a 3 sea igual al de entrada más la contribución del ligante recibida. En las cámaras de enfriamiento, el caudal de sólidos de salida permanece constante debido a que no se alimenta solución. El caudal en número de partículas que sale de cada cámara es siempre el mismo, ya que el mecanismo de crecimiento por deposición de finas gotas no modifica el número de partículas (Ecuaciones 2.30 y 4.72).

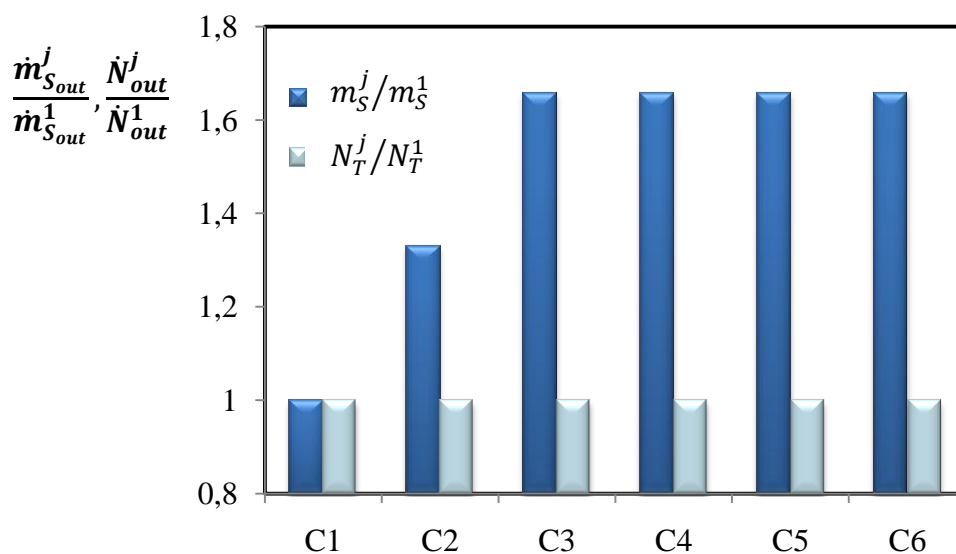


Figura 5.7. Caudal en masa y en número de partículas en cada cámara (adimensionales respecto a los valores de la primera cámara) para el caso base en estado estacionario.

5.6.1.2 Distribuciones de tamaños

Para todas las cámaras del granulador operando en estado estacionario, la Figura 5.8 presenta las distribuciones de tamaño de partículas (expresadas en función densidad normalizada en número y representadas por puntos) de las semillas y a la salida de cada cámara de crecimiento calculadas usando el balance de población discretizado. Como se explica en la Sección 4.7, el grado de mezclado tiene un efecto importante sobre la granulometría. La curva de la PSD se dispersa considerablemente desde la corriente de semillas (entrada) hasta la salida del granulador. Dicho comportamiento es una consecuencia de la distribución exponencial de tiempos de residencia de las partículas en cada cámara de crecimiento (Litster et al., 2004). Las PSDs de las cámaras de 4 a 6 son idénticas a la de la cámara 3, como se espera de la Ecuación 4.87 (Tabla 5.1) para condiciones de estado estacionario y velocidad de crecimiento nula. Para el caso base seleccionado, los momentos 0 y 3 (número y masa totales en cada cámara) se predicen con errores inferiores a 0,001 y 0,3%, respectivamente.

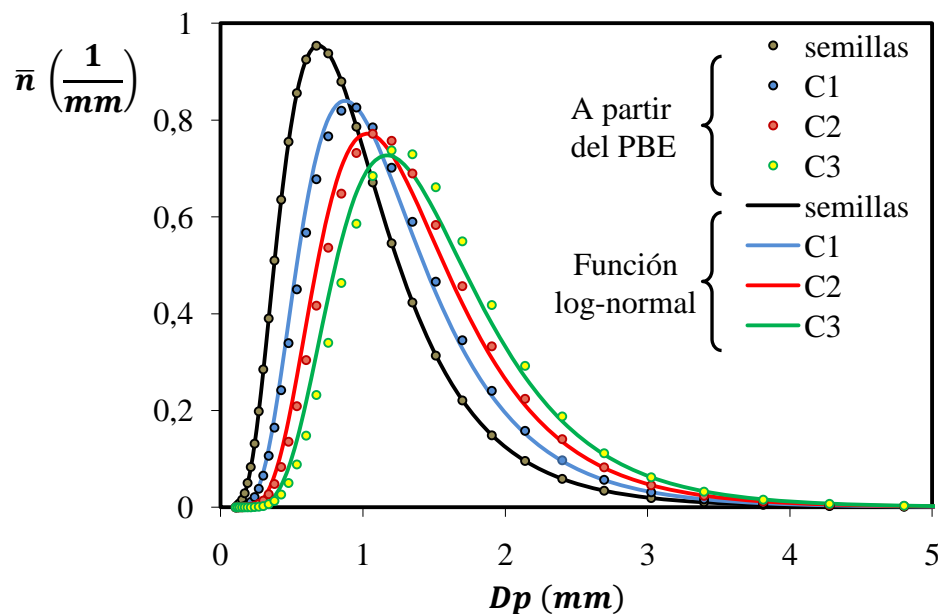


Figura 5.8. Estado Estacionario. Distribuciones de tamaño en función densidad normalizada en número respecto al diámetro, calculadas a partir del balance de población (Ecuación 4.78) y como funciones log-normales determinando la evolución de los parámetros μ_{gW} y σ_{gW} mediante las Ecuaciones 5.18 y 5.19. Caso base, estado estacionario.

En la Figura 5.9 se presentan con puntos las distribuciones de tamaño de partículas expresadas en función densidad normalizada en masa, las cuales se obtienen a partir de los valores de fracción en masa resultantes de la solución del balance de población (como se

explica en la Sección 5.5)

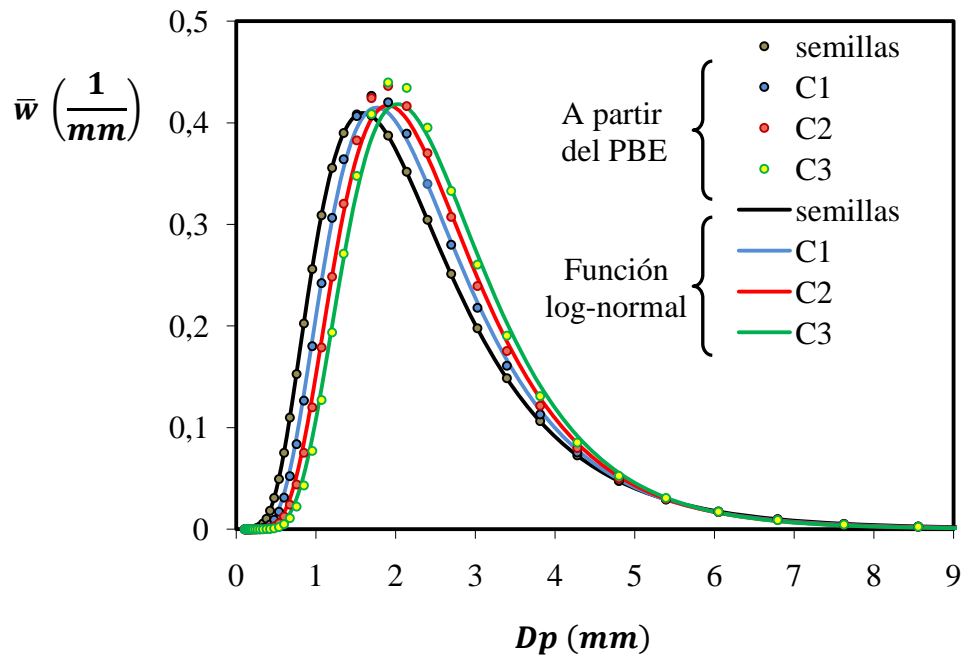


Figura 5.9. Distribuciones de tamaño en función densidad normalizada en masa respecto al diámetro, calculadas a partir del balance de población (Ecuación 4.78) y como funciones log-normales determinando la evolución de los parámetros μ_{gW} y σ_{gW} mediante las Ecuaciones 5.28 y 5.29. Caso base, estado estacionario.

En ambas Figuras, 5.8 y 5.9, también se incluyen las funciones log-normales (curvas) obtenidas con la media y desviación estándar geométricas en masa, calculadas mediante las Ecuaciones 5.28 y 5.29 respectivamente. Se observa que la evolución cámara a cámara de las distribuciones log-normales es similar a la de las distribuciones provenientes de la resolución del balance de población. Si bien las funciones log-normales no se superponen con los valores predichos por el balance de población discretizado (lo cual indica que las distribuciones de salida no son exactamente log-normales), la aproximación por funciones log-normales se reconoce como un enfoque conveniente para reducir el tiempo de cómputo.

Las Figuras 5.10 y 5.11 muestran los valores de SGN y UI para el caso base seleccionado, respectivamente. Dichos valores están calculados de manera exacta (i.e., a partir de la distribución obtenida por resolución del balance de población discretizado) y aproximada (i.e., con las Ecuaciones 5.3, 5.10, 5.28 y 5.29). No se reportan los valores de la mediana para las cámaras 4 a 6 debido a que son coincidentes con los presentados para la cámara 3. Según la Figura 5.10, el SGN aumenta gradualmente desde la entrada hasta la cámara 3, el producto que abandona el granulador posee un SGN 15% mayor que el correspondiente a las

semillas. Si se compara el valor de SGN calculado utilizando el balance de población discretizado (expresado en función densidad en masa) con el computado según la Ecuación 5.3 (que involucra la resolución de las Ecuaciones 5.28 y 5.29) se encuentran errores de predicción inferiores al 0,35%. Este resultado indica que la suposición de funciones log-normales para las distribuciones, en cada cámara y a la salida de ellas, es satisfactoria para la estimación de la mediana de la población.

Por su parte, en la Figura 5.11, se grafica el UI del producto granular a la salida de la unidad a partir de las distribuciones de tamaño exacta y aproximada. El UI de salida es 34% mayor al de las semillas, siendo este resultado consecuencia del desplazamiento de la curva de distribución hacia diámetros mayores (debido al aumento de tamaño) y la menor dispersión de la distribución de tamaño expresada en masa del producto con respecto a la de entrada. La diferencia en predicción del UI empleando funciones log-normales es menor al 1,9%. El error relativamente bajo en la estimación aproximada del SGN y el UI , permite concluir que la aproximación por funciones log-normales es válida para predecir estos parámetros granulométricos.

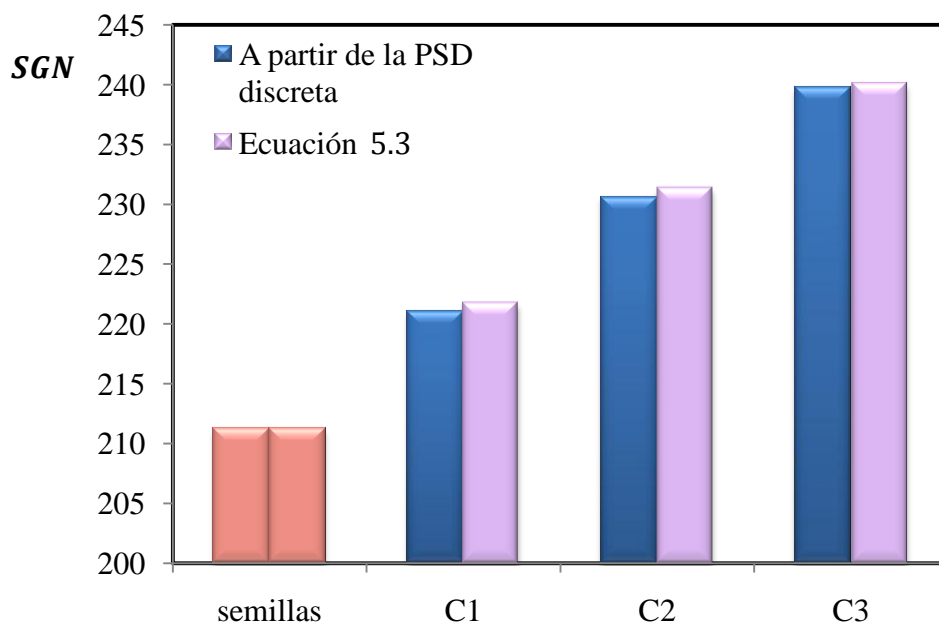


Figura 5.10. SGN para cada cámara calculado a partir de la distribución de tamaño discretizada (modelo con PBE) y mediante la aproximación por funciones log-normales. Caso base y estado estacionario.

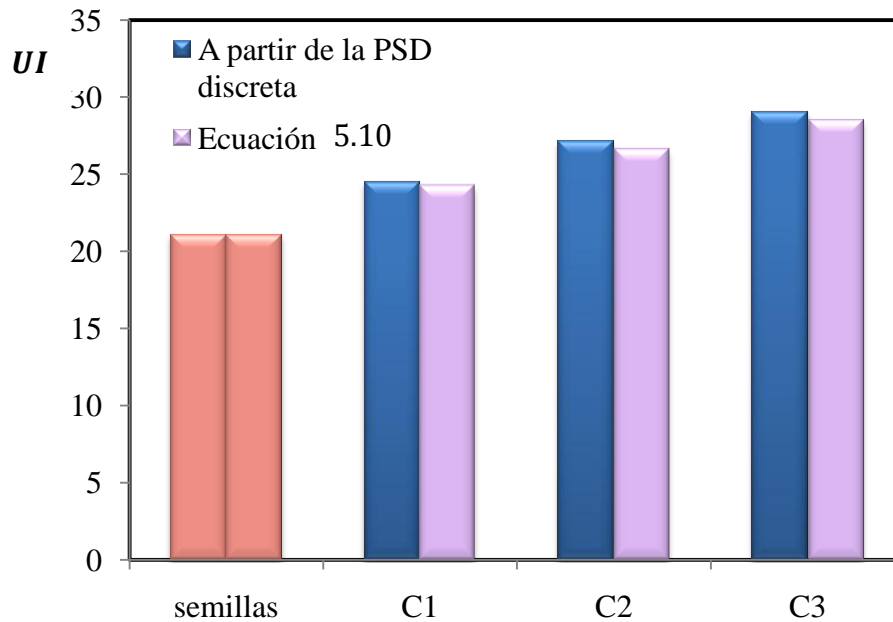


Figura 5.11. UI para cada cámara calculado a partir de la distribución de tamaño discretizada (modelo con PBE) y mediante la aproximación por funciones log-normales. Caso base y estado estacionario.

El modelo matemático propuesto para simular el granulador industrial de lecho fluidizado para la producción de urea requiere una buena predicción de la porosidad de los lechos para el cálculo de las variables de estado estacionario (como altura de los lechos y temperaturas, caída de presión y masas de las cámaras). Aproximadamente, y como se sugiere en los Capítulos 2 y 3, las propiedades fluidodinámicas se pueden estimar sin la resolución del balance de población utilizando el diámetro medio número-volumen (el cual se puede calcular correctamente mediante la Ecuación 3.19 sin recurrir al balance de población). Sin embargo, tal como se discutió previamente, las propiedades fluidodinámicas deben ser estrictamente evaluadas usando el diámetro medio superficie-volumen \overline{Dp}_{SV} (Kunii y Levenspiel, 1991; Rhodes, 1998).

La Figura 5.12 muestra, para cada cámara operando en estado estacionario, los diámetros medios \overline{Dp}_{NV} y \overline{Dp}_{SV} (Tabla 5.1). Todos los valores están normalizados respecto al diámetro medio superficie-volumen de la primera cámara (\overline{Dp}_{SV}^1). Los diámetros medios que mantienen el total de la superficie y el volumen de la población son del orden de un 20% mayor que los tamaños medios que conservan el total del número y volumen del sistema particulado. Estas diferencias conducen a una predicción significativamente diferente de las alturas de los lechos, caídas de presión y masas de partículas. A modo de ejemplo, la Figura 5.13 ilustra las alturas (expresadas de modo adimensional) de los distintos lechos empleando los diámetros

medios \overline{Dp}_{NV} y \overline{Dp}_{SV} para el cálculo de la porosidad del lecho. Las alturas calculadas usando los diámetros medios \overline{Dp}_{NV} , opción que evita la resolución del balance de población para caracterizar las variables de estado del granulador, son alrededor del 30% mayores que las alturas calculadas utilizando el \overline{Dp}_{SV} (el cual requiere la resolución del balance de población). Este resultado indica la importancia que posee la correcta estimación de la distribución de tamaño de partículas en el granulador para determinar propiedades fluidodinámicas del sistema.

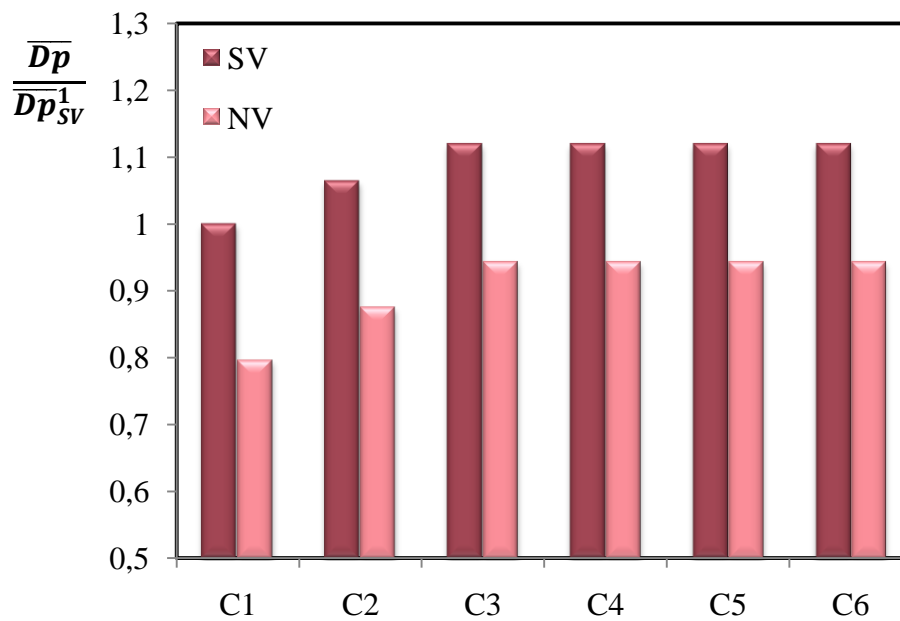


Figura 5.12. Diámetros medios \overline{Dp}_{NV} y \overline{Dp}_{SV} en función de las cámaras del granulador. Caso base y estado estacionario.

Por otro lado, el uso de \overline{Dp}_{NV} en lugar de \overline{Dp}_{SV} no introduce errores significativos en la estimación de la temperatura de las cámaras, tal como se muestra en la Figura 5.14. Este resultado se debe básicamente a que se asumen evaporación total y uniformidad de temperatura, razones por las cuales el área externa de las partículas no influye sobre el mecanismo de transferencia de calor. En efecto, como se puede observar en la Ecuación 3.46 (Tabla 5.1), el balance de energía global solo es función de los caudales másicos y las temperaturas de entrada. En consecuencia, la distribución de tamaño no afecta la temperatura de las cámaras. Por ende, el modelo con balance de población también estima correctamente los datos industriales de temperatura.

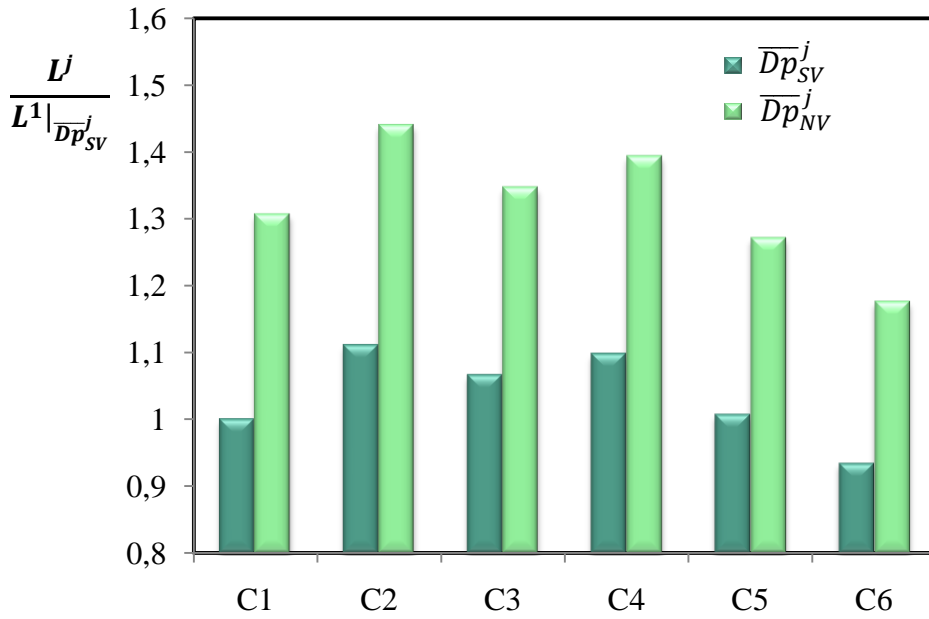


Figura 5.13. Predicción de alturas de los lechos fluidizados en cada cámara, obtenidas utilizando los diferentes diámetros medios. Caso base y estado estacionario.

En resumen, se verifica la necesidad de acoplar el balance de población a los balances de masa, energía y cantidad de movimiento para obtener una predicción confiable de los valores absolutos de las variables asociadas al granulador. No obstante, el uso de \overline{Dp}_{NV} permite estimar correctamente las tendencias de dichas variables para el granulador operando tanto en estado estacionario como no estacionario.

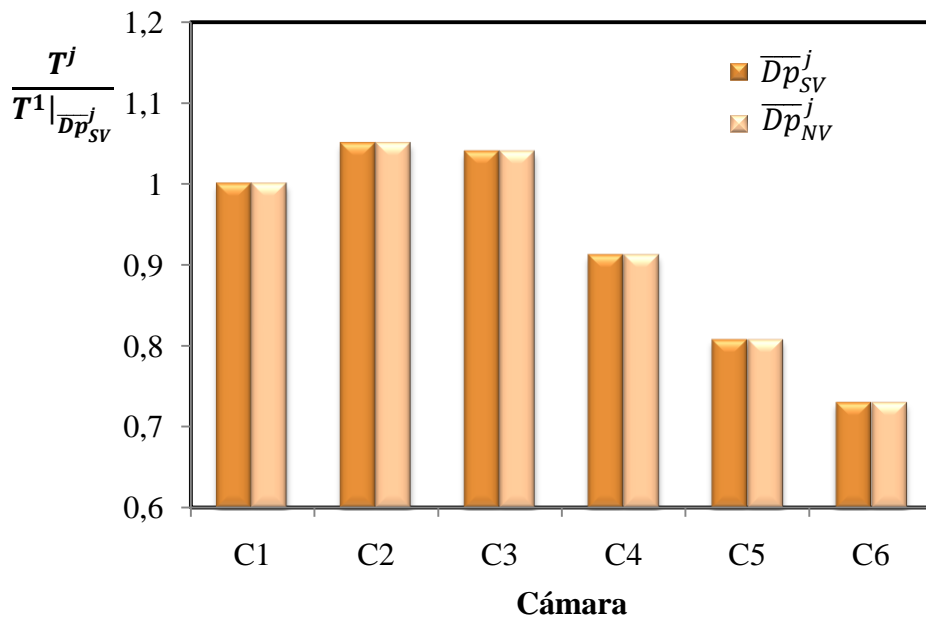


Figura 5.14. Predicción de temperaturas en cada cámara, obtenidas utilizando los diferentes diámetros medios. Caso base y estado estacionario.

Por último, cabe mencionar que las diferencias entre \overline{Dp}_{NV} y \overline{Dp}_{SV} aumentan a medida que crece la dispersión de las distribuciones de tamaño. En efecto, diferencias entre \overline{Dp}_{NV} y \overline{Dp}_{SV} menores al 1 y 5% se obtienen para PSDs con UI mayores a 75 y 52, respectivamente.

5.6.2 Análisis de sensibilidad y simulación dinámica

En el Capítulo 3 se analiza el comportamiento dinámico a lazo abierto de las variables de estado del granulador utilizando los balances de masa, energía y cantidad de movimiento (Bertin et al., 2010a). Los resultados indican que las alturas, caídas de presión, masa de sólidos y caudales máscicos son las variables más sensibles a perturbaciones introducidas en el caudal de semillas, el caudal de aire de fluidización y el área de descarga, con elevados tiempos de transición entre estados estacionarios. Las temperaturas de las cámaras y las porosidades presentan dinámicas más rápidas y menos sensibles a las perturbaciones simuladas. Además, se identifica al área de descarga del producto, la temperatura y el caudal del aire de fluidización como las variables de manipulación más adecuadas para controlar la altura del lecho, la temperatura y la porosidad, respectivamente.

Las simulaciones realizadas con el modelo presentado en este Capítulo, cuyas ecuaciones se resumen en la Tabla 5.1, confirman las tendencias de la evolución dinámica de las diferentes variables mostradas en el Capítulo 3 para la unidad de granulación operando a lazo abierto. Por lo tanto, en esta Sección, se presta especial atención al comportamiento a lazo abierto de la PSD del producto del granulador. Con este fin, se introducen perturbaciones escalón de +10% en el SGN y UI de la corriente de semillas, así como también en los caudales de semillas y de ligante (únicas variables de entrada que conducen a nuevos estados estacionarios en granulometría).

En la Figura 5.15 se presentan, para la última cámara del granulador, los perfiles dinámicos de la altura, masa, caída de presión total, caudal máscico de partículas y temperatura del lecho fluidizado ante un cambio escalón del +10% en el caudal de semillas (realizado después de 10 minutos de operación en estado estacionario), predichos por el modelo con PBE (presente Capítulo) y sin PBE (Capítulo 3). Aún cuando todos los valores están normalizados respecto a su valor de estado estacionario inicial, aparecen diferencias entre los perfiles de las variables calculadas con y sin PBE luego de la perturbación. Según el diámetro medio utilizado en el cálculo de la velocidad mínima de fluidización, \overline{Dp}_{NV}^j o \overline{Dp}_{SV}^j , los

transitorios y estados estacionarios finales resultan diferentes. Entonces, se reconoce al balance de población como herramienta necesaria no sólo para predecir la granulometría del producto, sino también para estimar con precisión las variables de estado principales del granulador a excepción de las temperaturas de las cámaras que se estiman correctamente sin considerar el balance de población.

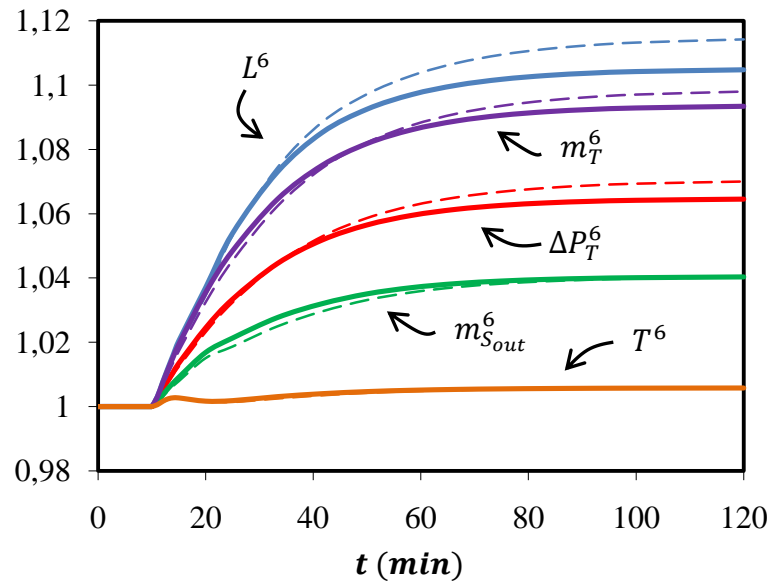


Figura 5.15. Perfiles normalizados de la altura, masa, caída de presión total, caudal másico de salida y temperatura de la última cámara para una perturbación de +10% en el caudal másico de semillas impuesta a 10 minutos de operación, según los modelos con PBE (línea gruesa continua) y sin PBE (línea fina discontinua).

La Figura 5.16 muestra el SGN y el UI del producto en el estado estacionario final (expresados como un porcentaje del valor en el estado estacionario inicial) para diferentes perturbaciones escalón de +10% impuestas (de a una por vez) en el caudal másico de solución y el caudal másico, SGN y UI de la corriente de semillas. Dicha figura contiene los resultados calculados a partir de la distribución de tamaños que se obtiene resolviendo el balance de población y aquellos computados mediante las Ecuaciones 5.3 y 5.10 (que requieren la solución simultánea de las Ecuaciones 5.28 y 5.29 para el cálculo de \overline{Dp}_{gW}^j y σ_{gW}^j), tal como se describe en la Sección 5.5. Para el cambio de +10% realizado en el SGN de las semillas, existe un cambio proporcional en el SGN del producto al alcanzar el nuevo estado estacionario. Este resultado coincide con las expresiones derivadas para calcular la media y desviación estándar geométricas en estado estacionario para distribuciones log-normales (Ecuaciones 5.28 y 5.29). En efecto, si se especifican $\dot{m}_{S_{in}}$, \dot{m}_L , x_L y $\sigma_{Wz_{in}}$, las cantidades $(\mu_{zW_{in}} - \mu_{zW})$ y σ_{Wz} también quedan determinadas. Luego, como $\mu_{zW} = \ln \mu_{gW}$ y $\mu_{zW_{in}} =$

$\ln \mu_{gW_{in}}$, la media geométrica μ_{gW} en cada cámara resulta ser proporcional a su valor de entrada. Con respecto al UI del producto, la mayor variación se encuentra al introducir el cambio escalón de +10 % en el UI de las semillas. La influencia del SGN de las semillas sobre el UI del producto es prácticamente despreciable. En efecto, si se despeja $(\mu_{zW_{in}} - \mu_{zW})$ de la Ecuación 5.28 y se reemplaza en la 5.29, se obtiene una expresión para calcular σ_{Wz} (y, por lo tanto, UI) independiente de μ_{zW} (o del SGN). Las pequeñas diferencias entre los resultados derivados de la solución numérica del PBE discreto y los predichos por las Ecuaciones 5.28 y 5.29 se atribuyen a que las PSDs de las cámaras no son exactamente log-normales. Respecto a las perturbaciones introducidas en los caudales de semillas y ligante, los cambios de +10% tienen efectos opuestos sobre la velocidad de crecimiento de las partículas (i.e., el aumento de caudal de semillas y la disminución de caudal de ligante ocasionan menores velocidades de crecimiento) y, en consecuencia, sobre el SGN . Es importante resaltar que la calidad granulométrica de las semillas que ingresan al granulador tiene un impacto relevante sobre la calidad del producto granular que abandona la unidad.

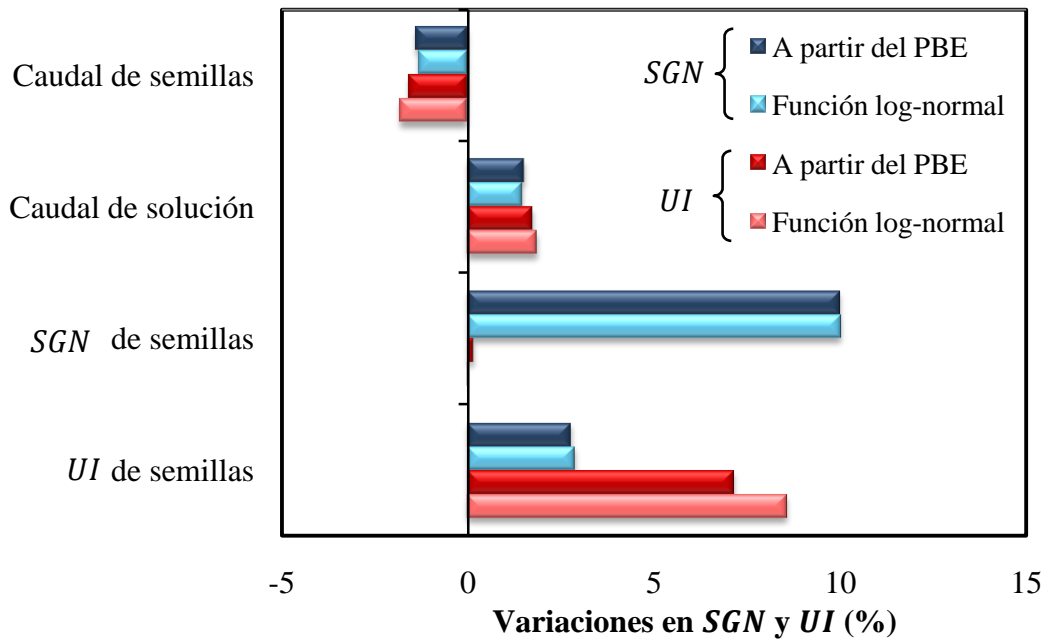


Figura 5.16. Variaciones en SGN y UI del producto del granulador (calculados con el PBE y mediante las Ecuaciones 5.3 y 5.10) ante perturbaciones escalón de +10% en los caudales de semillas y ligante y SGN y UI de las semillas.

La Figura 5.17 presenta la evolución transitoria del SGN del producto ante cambios escalones de +10 % en el SGN y el UI de las semillas (introducidos en $t = 10$ minutos). Debido a la alta capacidad del granulador industrial, se requiere aproximadamente una hora para que la granulometría alcance el nuevo estado estacionario. Estos considerables tiempos

de respuesta afectan la dinámica de todo el circuito de granulación y justifican la suposición de estado pseudo-estacionario para modelar otros equipos del circuito de granulación, como por ejemplo las zarandas y el molino (Wildeboer, 1998).

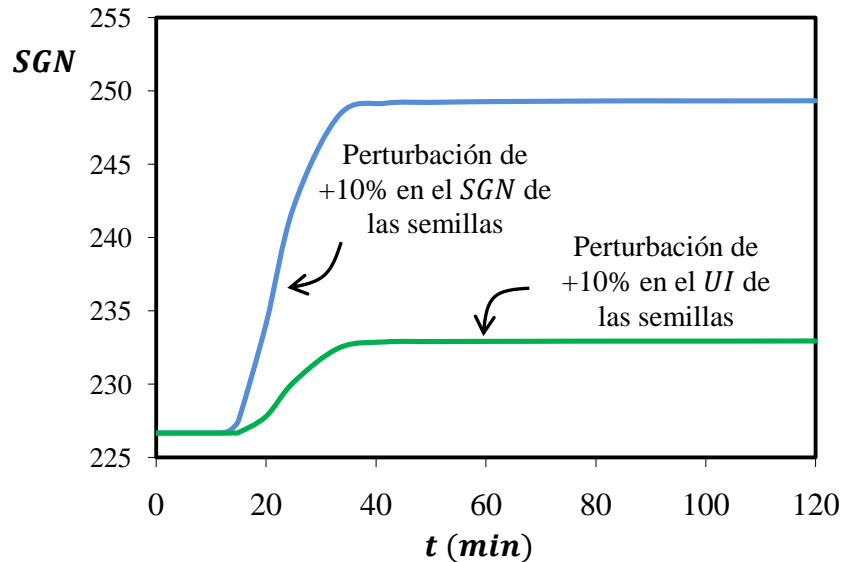


Figura 5.17. Evolución del SGN del producto del granulador ante perturbaciones escalón de +10% impuestas en el SGN y UI de las semillas.

5.6.3 Influencia de la relación de reciclo sobre la granulometría del producto del granulador

Los cambios que sufre la PSD de la corriente de sólidos que abandona el granulador tienen un impacto importante sobre la relación de reciclo R y viceversa. Como se define en la Sección 1.9 (suponiendo que el polvo generado en el granulador y en otros equipos es despreciable), la relación de reciclo es el cociente entre el caudal de semillas y el caudal (total) de urea alimentada: $R = \dot{m}_{s_{in}} / [3 \dot{m}_L (1 - x_L)]$. Para explorar la influencia de la PSD del producto sobre la estabilidad del circuito de granulación, se analiza el efecto de la relación de reciclo sobre el granulador operando en estado estacionario. En la Figura 5.18 se grafican distribuciones de tamaño del producto para diferentes relaciones de reciclo. A mayores valores de R , la distribución de tamaño del producto del granulador tiende a parecerse a la PSD de las semillas, disminuyendo la moda y la dispersión. No obstante este resultado teórico, es conveniente señalar que en la práctica industrial se desea trabajar con relaciones de reciclo alrededor de 0,5 por lo cual se espera que el producto presente una dispersión (para la PSD expresada en función densidad en número) mayor que la de la corriente de semillas que ingresa al sistema.

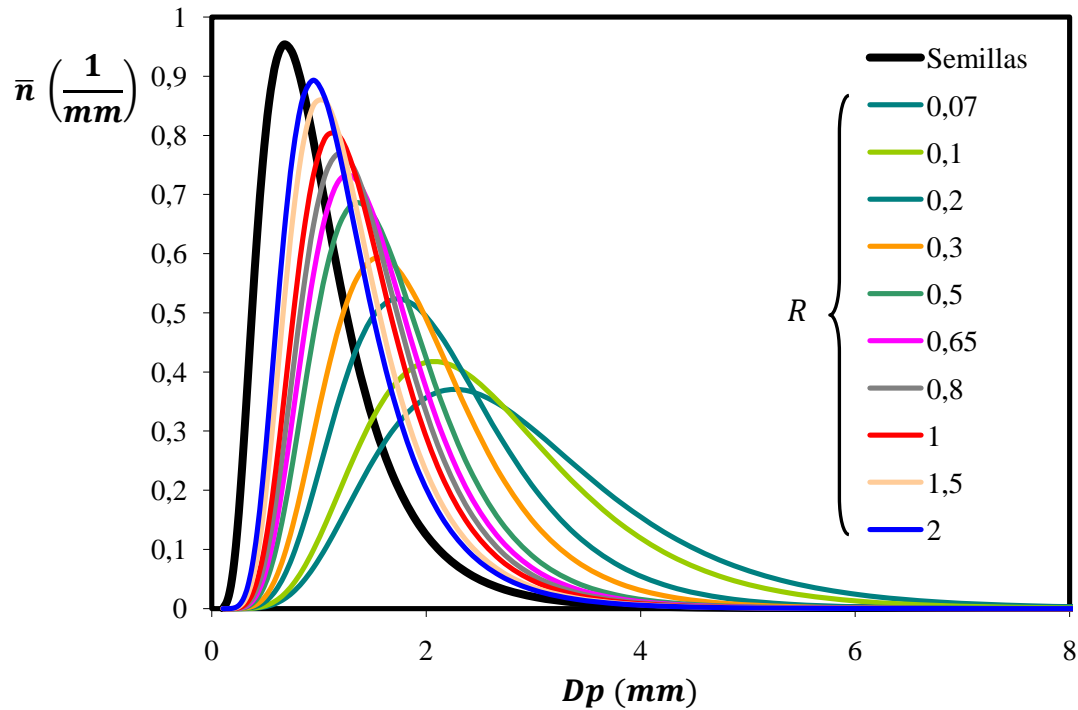


Figura 5.18. PSD del producto para distintos valores de la relación de reciclaje R . Estado estacionario.

La Figura 5.19 muestra el SGN del producto del granulador en función de la relación de reciclaje, utilizando la misma PSD de semillas que se define para el estado estacionario inicial (caso base). Como también se puede inferir de la Figura 5.18, el SGN disminuye monótonamente a medida que la relación de reciclaje aumenta, tendiendo al SGN de las semillas para relaciones de reciclaje extremadamente grandes. Este comportamiento se puede explicar observando la velocidad de crecimiento (Ecuación 4.52, Tabla 5.1). En efecto, el aumento del caudal másico de semillas produce un aumento en la masa de sólidos en cada cámara (como se explica en la Sección 3.4.2) y en consecuencia también un aumento en el área total de partículas. Luego, G^j disminuye al aumentar el área total de partículas (en las cámaras de crecimiento). Así, mayores caudales másicos de semillas tienden a disminuir la velocidad de crecimiento y, por lo tanto, el aumento de tamaño es menor. En consecuencia, el SGN disminuye cuando la relación de reciclaje aumenta.

Se debe aclarar que el aumento en el caudal másico de semillas (para un determinado caudal de solución de urea) produce además un aumento en el tiempo medio de residencia de cada cámara $\tau^j = m_S^j / \dot{m}_{S_{out}}^j$ (el aumento en la masa de partículas dentro de las cámaras es mayor que el aumento en el caudal másico de salida). Dado que un mayor tiempo medio de

residencia tiende a producir un mayor crecimiento de las partículas, la disminución del SGN con la relación de reciclo se ve amortiguado por el aumento de τ^j . Sin embargo, como se puede observar en la Figura 5.20 donde se grafican las cantidades G^j , τ^j y $G^j\tau^j$ para la primera cámara, normalizadas respecto a los valores correspondientes a $R = 0,5$, este efecto no es relevante. El crecimiento neto de las partículas está asociado al producto $G^j\tau^j$ (notar que tiene unidades de diámetro), cuyo comportamiento es similar al de la velocidad de crecimiento.

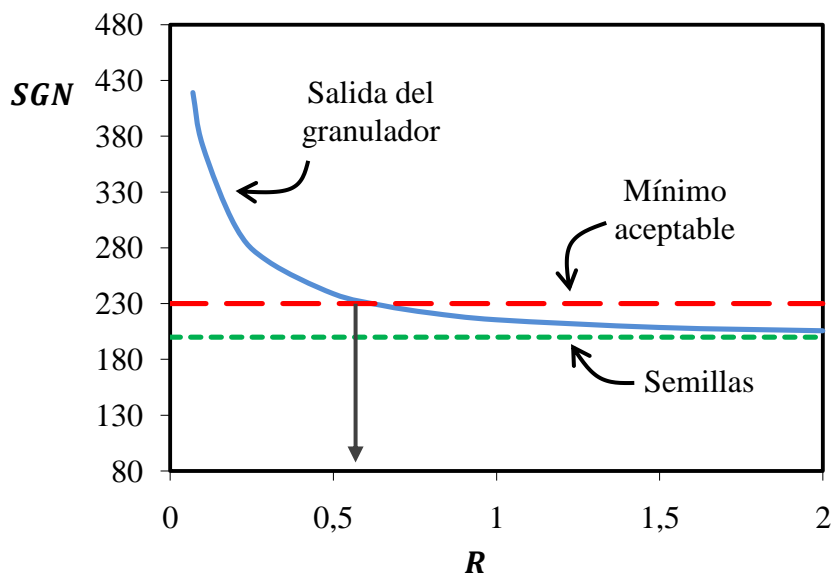


Figura 5.19. SGN del producto en función de la relación de reciclo R . Estado estacionario.

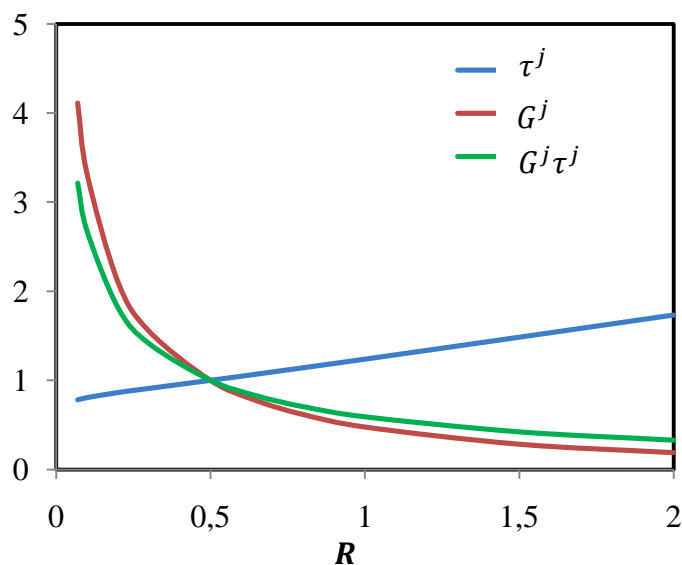


Figura 5.20. G^j , τ^j y $G^j\tau^j$ (adimensionales respecto al valor correspondiente a $R = 0,5$) para la primera cámara de crecimiento en función de la relación de reciclo. Estado estacionario.

Según la Figura 5.19, la pendiente del *SGN* del producto disminuye al aumentar la relación de reciclaje. Entonces, altas relaciones de reciclaje tienden a atenuar los cambios en la PSD de la corriente de salida del granulador, estabilizando la operación del circuito de granulación. Sin embargo, la relación de reciclaje está limitada en la práctica industrial por la capacidad nominal de las unidades y el rango comercializable del *SGN*. El *SGN* de la corriente de partículas que deja el granulador debe encontrarse dentro de un cierto intervalo para que el *SGN* de salida del circuito completo cumpla con la especificación deseada, que en el proceso industrial es aproximadamente 300. Por ejemplo, si se requiere un valor mayor a 230 para el *SGN* de la corriente de salida del granulador (ver Figura 5.19), el granulador debe operar con una relación de reciclaje menor a aproximadamente 0,55. Kayaert (1980) señala que los granuladores industriales suelen trabajar con una relación de reciclaje de aproximadamente 0,5, valor que según la Figura 5.19 conduce a un *SGN* del producto alrededor de 240. Este valor concuerda con información disponible del proceso industrial estudiado.

La relación de reciclaje no sólo influye sobre el *SGN* del producto sino también sobre otras variables como las temperaturas del granulador. Las temperaturas de las cámaras deben mantenerse dentro de estrictos niveles para garantizar la buena operación del equipo y la calidad del producto. Por esta razón, y con el objetivo de identificar un rango adecuado de relaciones de reciclaje, se analiza el efecto del caudal de semillas (i.e., se mantiene constante el caudal de urea atomizado al sistema) sobre las temperaturas de las cámaras de crecimiento. La Figura 5.21 presenta la temperatura de las cámaras de crecimiento en función de la relación de reciclaje, utilizando para caracterizar a las semillas la PSD definida por el caso base. A medida que la relación de reciclaje aumenta, disminuye la temperatura de las cámaras de crecimiento mientras que la máxima temperatura se desplaza desde el primer al último lecho de crecimiento. La condición térmica de las cámaras de crecimiento limita el rango de operación del granulador industrial para producción de urea. Tal como se indica en el Capítulo 1, las temperaturas deben ser altas, no inferiores a 100°C (Kayaert y Antonus, 1997), a fin de evitar la solidificación de urea en las boquillas de atomización. Sin embargo, no deben estar cerca del punto de fusión de la urea, alrededor de 133°C (Kayaert y Antonus, 1997), ya que esto llevaría a un apagado parcial o total de los lechos. Este rango establece valores mínimo y máximo aceptables de temperaturas, los cuales permiten definir un intervalo de relaciones de reciclaje dentro del cual se puede operar. De acuerdo a la Figura 5.21, la relación de reciclaje debe encontrarse entre 0,25 y 0,8 para garantizar temperaturas en las cámaras de crecimiento dentro del intervalo requerido. Además, como indica la Figura 5.21, la curva correspondiente a la temperatura de la primera cámara es la que determina los

valores críticos de la relación de reciclo.

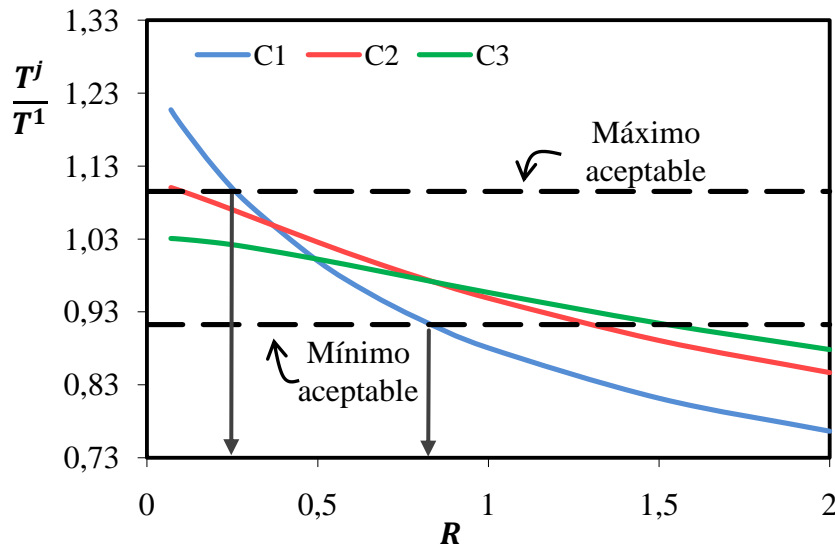


Figura 5.21. Temperaturas de las cámaras de crecimiento en función de la relación de reciclo R . Estado estacionario.

En consecuencia, para una determinada PSD de las semillas, los valores de la relación de reciclo (0,25 a 0,55) se ven limitados por el mínimo SGN aceptable y la temperatura máxima admisible en las cámaras de crecimiento (en particular, de la primera cámara).

Teniendo en cuenta que el SGN de las semillas depende del funcionamiento del circuito de granulación y que el caudal de urea alimentado queda determinado al definir la capacidad de la planta, en general estas dos variables no se pueden manipular. Por lo tanto, la única variable que se puede utilizar para controlar el tamaño de los gránulos es el caudal de semillas. Dado que las semillas son una corriente de reciclo continuo, un sistema de almacenamiento de semillas frescas y/o una derivación parcial (bypass) de la corriente de semillas podría hacer factible el control del tamaño de las partículas. La viabilidad de este enfoque no se puede evaluar con el modelo del granulador aislado, siendo necesario simular el circuito completo de granulación.

5.7 Conclusiones

Se reconoce al balance de población como herramienta indispensable para estimar con precisión las principales variables de estado del granulador. Sin resolver el balance de población, sólo se pueden calcular de manera precisa las temperaturas de las cámaras. El

diámetro medio número-volumen, que puede computarse sin resolver el balance de población, es una buena representación del diámetro medio superficie-volumen sólo para distribuciones de tamaño relativamente angostas. Únicamente en estos casos, el diámetro medio número-volumen permite evaluar correctamente la performance de la unidad de granulación.

La función log-normal provee una descripción adecuada de la granulometría de las semillas y de las partículas producidas en el granulador. El uso de ecuaciones derivadas teóricamente para calcular la media y la desviación estándar geométricas permite determinar satisfactoriamente parámetros que definen la calidad granulométrica (*SGN* y *UI*), los cuales son una medida de la distribución de tamaño de partículas a lo largo del granulador. Por lo tanto, este enfoque puede sustituir el uso del balance de población sin introducir errores significativos y consume un menor tiempo de cómputo.

La granulometría del producto del granulador exhibe tiempos de respuesta lentos, lo que indica que el granulador controla la dinámica de todo el circuito. La PSD de las semillas es la variable que más afecta a la PSD de la corriente que sale del granulador, siendo entonces importante hacer intentos por mantener la calidad de la corriente de recicló. Este resultado sugiere la necesidad de explorar diferentes esquemas de circuito de granulación con el objetivo de mantener la granulometría de las semillas lo menos dispersa posible y con el tamaño medio adecuado, de manera de obtener un producto con la distribución de tamaño deseada.

Además, para una determinada PSD de semillas, altos valores de la relación de recicló son adecuados para estabilizar la operación del granulador porque tienden a atenuar los cambios en la calidad de la corriente de semillas, mientras que bajas relaciones de recicló pueden conducir a defluidización de los lechos (por procesos de aglomeración de los gránulos).

Capítulo 6

Predicción de la granulometría del producto del granulador industrial de urea

6.1 Introducción

El modelo matemático del granulador multicámaras para producción de urea presentado en el Capítulo 2 permitió predecir satisfactoriamente las temperaturas de diferentes cámaras de un proceso industrial real. Los valores de temperaturas disponibles se monitorearon en línea, específicamente para las cámaras de crecimiento 1, 2 y 3 y la cámara de enfriamiento 5. Los instrumentos de medición se ubicaron en el tope del granulador, registrando la temperatura de la corriente de aire que abandona cada lecho fluidizado. La validación del modelo desde el punto de vista térmico se realizó para tres capacidades de planta diferentes. A partir de los resultados del Capítulo 2, se concluyó: a) que el balance de energía se puede simplificar asumiendo mezclado perfecto para todas las fases (sólida, líquida y gaseosa) en cada cámara, en efecto la suposición de esta hipótesis condujo a las mismas predicciones de temperatura pero con menor consumo de tiempo de cómputo, b) que el agua presente en la solución de urea se evapora de manera completa y c) que las cámaras se comportan como adiabáticas. En la formulación del modelo del Capítulo 3, se consideraron estas simplificaciones con el fin de compensar el mayor tiempo de cómputo incorporado al convertir el modelo matemático de estado estacionario a no estacionario.

Con el objetivo de analizar el granulador desde el punto de vista granulométrico, se reconoció la necesidad de completar el modelo matemático con la formulación y resolución del balance de población. Para ello, en el Capítulo 4 se introdujeron conceptos asociados a las distribuciones de tamaño y a la ecuación del balance de población. De las técnicas numéricas disponibles para resolver el balance de población aplicado al granulador, se decidió implementar el método de Hounslow y colaboradores (1988) que permite calcular, de una manera rápida y con una precisión aceptable, el número de partículas en cada cámara para cada clase de tamaño. Luego, el Capítulo 5 se centró en la simulación dinámica del

granulador incluyendo balances de masa, energía, cantidad de movimiento y población. A partir de los resultados obtenidos, se concluyó que la incorporación del balance de población (para obtener las distribuciones de tamaño de partículas y sus respectivos diámetros medios) en el modelo del granulador no altera las predicciones de las temperaturas de las cámaras. Por lo tanto, el modelo completo presentado en el Capítulo 5 sigue ofreciendo una buena estimación de los niveles térmicos de las cámaras de la unidad industrial.

Para proveer un modelo del granulador industrial que permita predecir las variables de interés con una precisión aceptable, se debe incluir una comparación de las distribuciones de tamaño calculadas con valores experimentales. En este Capítulo, si bien se cuenta con escasos datos granulométricos, se evalúa la bondad del modelo desarrollado para ajustar la distribución de tamaño (PSD) de los gránulos que abandonan el granulador de lecho fluidizado multicámaras para producción de urea. Para ello se valoran aspectos relacionados con el método numérico utilizado para resolver el balance de población y con los fenómenos de cambio de tamaño o número de partículas contemplados en dicha ecuación.

Aunque existen trabajos que comparan las distribuciones de tamaño obtenidas mediante modelado con valores experimentales, éstos se corresponden con granuladores escala piloto (Heinrich et al., 2002; Peglow et al., 2007, Saleh et al., 2007). Respecto a granuladores escala industrial, la verificación de resultados de modelos completos con granulometrías de producto es muy limitada (Vreman et al., 2009) y nula para el caso de un granulador continuo multicámaras para producción de urea. Entonces, se reconoce la necesidad de contar con una herramienta validada también desde el punto de vista de la granulometría, estableciendo los mecanismos que gobiernan la distribución de tamaño de las partículas y, en caso de ser necesario, ajustando los parámetros involucrados en dichos mecanismos. El modelo matemático validado resulta de importancia fundamental para los operadores de plantas de granulación de urea. Además, su inclusión en un modelo del circuito de granulación permitiría simular el proceso completo de producción de urea granulada para predecir la calidad del producto final y explorar la estabilidad del sistema.

6.2 Distribuciones de tamaño de partículas medidas en las corrientes de entrada y salida del granulador

En los circuitos de granulación industriales (ver Figura 1.14), la granulometría que se mide de manera rutinaria y fuera de línea es la que corresponde a la corriente de producto en especificación que sale de las zarandas y se dirige a despacho o almacenamiento. Por lo tanto,

las distribuciones de tamaño de partículas de las corrientes de entrada y salida del granulador no constituyen variables de monitoreo habituales. Por otra parte, el caudal de sólidos que ingresa a la unidad de granulación como reciclo no suele conocerse con precisión. En efecto, los altos valores del caudal de reciclo (alrededor de 900 kg/min, ver Tabla 2.1) hacen que las balanzas de impacto disponibles para la medición de caudales se descalibren frecuentemente. Por este motivo, en general no se cuenta con el valor del caudal másico de sólidos que ingresa al granulador. Las mediciones de caudales de aire de fluidización, temperaturas y caídas de presión en las cámaras se encuentran disponibles con mayor facilidad debido al monitoreo en línea de las mismas. Tanto para aplicar el balance de población a la unidad de granulación como para su validación, se debe conocer la granulometría y caudal de la corriente de reciclo y la distribución de tamaño de partículas del granulador que abandona la unidad. Dado que todas estas variables son de difícil acceso, sólo se dispone de relativamente escasos valores industriales para verificar el modelo del granulador completo desarrollado.

Para las mismas condiciones operativas en que se validó térmicamente el modelo del granulador, se cuenta con información experimental requerida para la resolución del balance de población. Bajo operación estable, se recolectaron muestras de las corrientes de entrada y salida del granulador cada cuatro horas durante 36 horas (i.e., 9 escenarios de estudio). Cada muestra de partículas se tamizó utilizando una torre de tamices con mallas de distinto diámetro equivalente, siendo de 5 mm la malla superior y de 1 mm la malla inferior. Luego del tamizado, se determinó la fracción en peso de partículas retenida en cada malla para construir la distribución discreta de tamaño de cada muestra. Como ejemplo, en la Figura 6.1 se presenta la distribución de tamaño de partículas de la corriente de semillas para una de las muestras. El histograma no corresponde a una grilla geométrica porque los tamices de la torre utilizada para medir granulometría no presentan dicha progresión. Se observa que más del 10% en peso de la muestra pertenece a partículas menores que 1 mm. Sin embargo, al no haber clases más pequeñas a 1 mm no es posible discriminar con mayor precisión la composición de los finos que conforman la muestra. Como se discute en la Sección siguiente, la magnitud relativamente grande del intervalo correspondiente a la primera clase de la distribución (i.e., 1 mm) representa un problema importante para el análisis de la granulometría debido al poco grado de detalle que aporta el histograma respecto a las partículas más pequeñas.

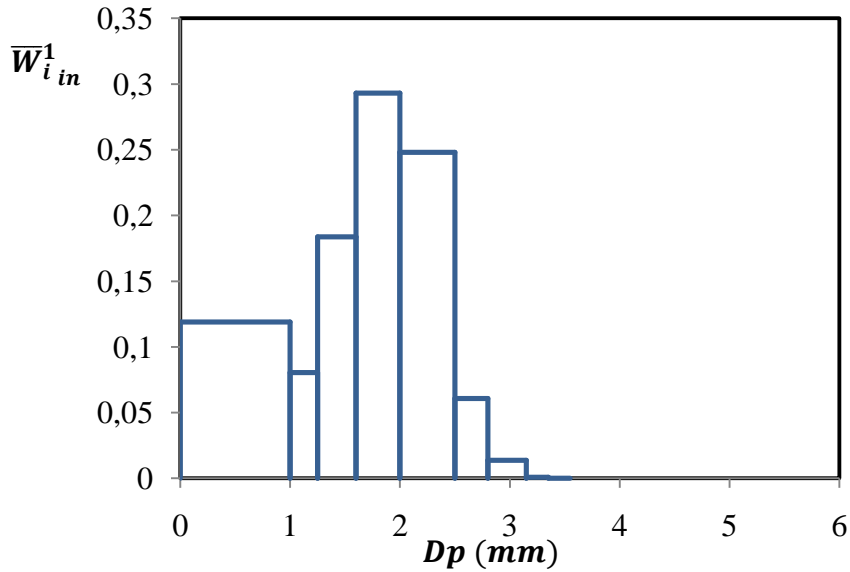


Figura 6.1. Histograma de la fracción en peso normalizada experimental para la corriente de semillas de un granulador industrial en función del diámetro de las partículas.

En la Figura 6.2 se presenta el histograma obtenido para una muestra de la corriente de salida del granulador (para el mismo instante de muestreo que las semillas representadas en la Figura 6.1). Si bien el histograma de entrada no presenta partículas mayores a 3,15 mm, la distribución de salida indica que el producto del granulador contiene partículas mayores incluso a 5 mm. Como se explica en la Sección 1.8, el proceso de recubrimiento produce el aumento de tamaño de las partículas mediante deposición y solidificación de pequeñas gotas de solución concentrada de urea. Con relación a las partículas más pequeñas, 1,5% en peso de partículas tienen tamaños menores a 1 mm.

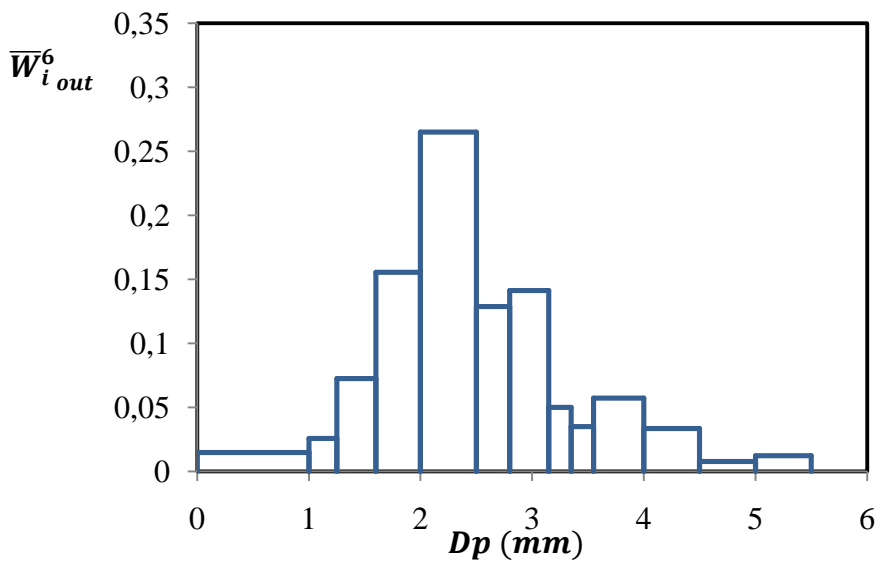


Figura 6.2. Histograma de la fracción en peso normalizada experimental para la corriente de producto de un granulador industrial en función del diámetro de las partículas.

Para comparar las distribuciones de tamaño de las corrientes de entrada y salida, es conveniente convertir las fracciones en peso a función densidad normalizada en masa. Para ello, se utiliza una expresión análoga a la Ecuación 4.6:

$$\bar{w}_i = \frac{\bar{W}_i}{Dp_{i+1} - Dp_i} \tag{6.1}$$

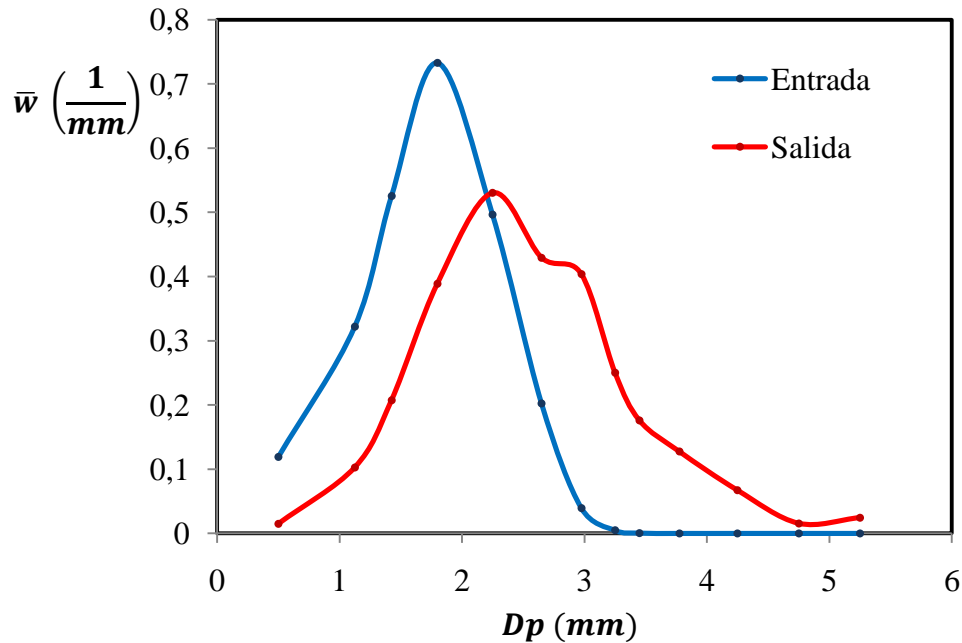


Figura 6.3. Función densidad en masa normalizada para las distribuciones de tamaño de entrada y salida de un granulador industrial, correspondientes a los histogramas de las Figuras 6.1 y 6.2.

La Figura 6.3 muestra las curvas de función densidad normalizada en masa resultantes de aplicar la Ecuación 6.1 a los valores discretos de entrada y salida presentados en las Figuras 6.1 y 6.2, respectivamente. Es interesante notar que la representación de la distribución de entrada por medio de la variable función densidad no posee el pico de finos observado en la Figura 6.1, debido sencillamente a que si bien la primera clase de la distribución posee una gran cantidad de partículas (más de 10% en peso), éstas están distribuidas en un rango considerablemente amplio. Así, la función densidad compensa estas dos cantidades dispersando la fracción en masa en toda la longitud de la clase.

6.3 Conversión de las PSDs experimentales a grillas aptas para su uso en el balance de población

Como se explica en la Sección 4.6, el método de Hounslow y colaboradores (1988) es una de las técnicas más populares para resolver el balance de población aplicado a procesos de recubrimiento. Su uso masivo se debe básicamente a que su implementación es simple, garantiza la correcta predicción de la velocidad de cambio para los tres primeros momentos de la población (número, longitud y área superficial total) y permite representar la velocidad de cambio del momento tres (volumen o masa) con errores aceptables. El método de Hounslow y colaboradores (1988) se utilizó satisfactoriamente en las simulaciones realizadas en el Capítulo 5.

Para resolver el modelo matemático del Capítulo 5 aplicando el método de Hounslow y colaboradores (1988) al balance de población (Ecuación 4.87) y considerando los datos industriales disponibles, es necesario contar con distribuciones de tamaño de semillas discretizadas sobre una grilla geométrica. Debido a que las clases de las distribuciones de tamaño experimentales (ver como ejemplo la Figura 6.1) no siguen una progresión geométrica, se debe recurrir a una conversión de grilla de las granulometrías de entrada.

Para el caso de estudio, la grilla geométrica se define con una relación entre nodos consecutivos $r = 2^{1/6}$, debido a que los errores cometidos en la evaluación de los momentos 0 (número total) y 3 (masa total) resultaron menores a 1% (ver simulaciones en Capítulo 5). Partiendo del conjunto de valores experimentales, la conversión de grilla requiere obtener nuevos puntos de la distribución de tamaño. En la Figura 6.4 se muestran las clases de la grilla geométrica y de la grilla original.

Para realizar la conversión, se construye la curva acumulada pasante con los valores industriales de fracción en peso siguiendo el procedimiento descrito en la Sección 4.2.3. La Figura 6.5 presenta la curva acumulada obtenida para el histograma de la Figura 6.1. Una propiedad de las curvas acumuladas, al igual que las distribuciones expresadas en función densidad, es que son independientes de la grilla utilizada. Entonces, la curva acumulada de la Figura 6.5 también corresponde a la distribución de tamaño expresada sobre la grilla geométrica. Para diámetros mayores a 1 mm, los valores de fracción en peso acumulada pasante para la grilla geométrica se estiman mediante la interpolación lineal de los datos experimentales de la curva acumulada (ver Figura 6.5). Debido a que no se disponen datos experimentales para diámetros menores a 1 mm, los valores de fracción en peso acumulada en el rango 0-1 mm se generan utilizando una función del tipo Rosin-Rammler (Gupta y Yan,

2006). Para la nueva grilla, las fracciones en peso por clase se calculan aplicando la Ecuación 4.3:

$$\bar{W}_i = \bar{W}_{i+1}^{ap} - \bar{W}_i^{ap} \tag{6.2}$$

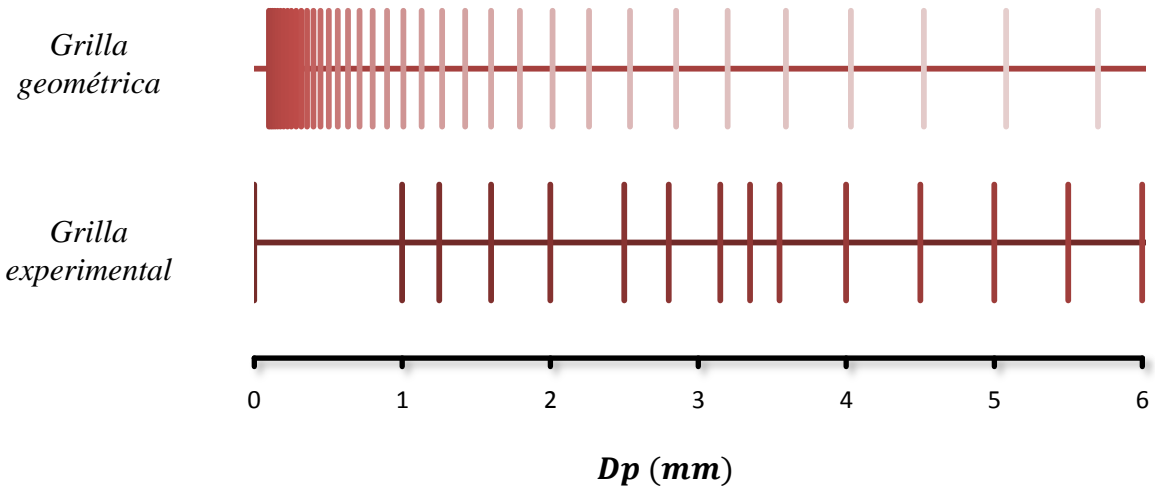


Figura 6.4. Grilla geométrica con relación $r = 2^{1/6}$ y grilla original correspondiente a los valores experimentales de fracción en peso.

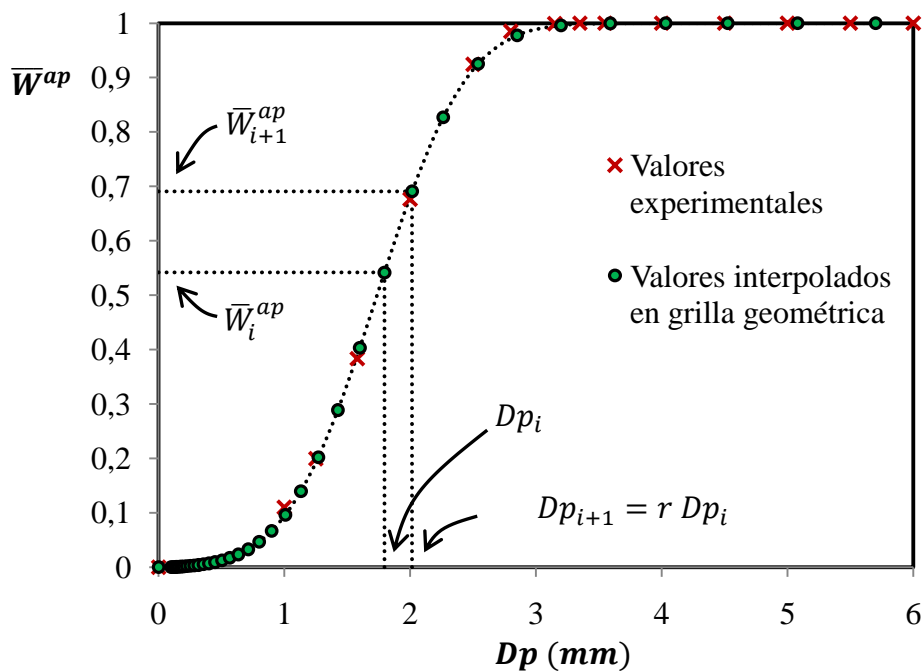


Figura 6.5. Curva acumulada pasante para el histograma de la Figura 6.1.

Una vez obtenidas las fracciones en peso para la grilla geométrica, la distribución se convierte a función densidad en masa normalizada mediante la Ecuación 6.1. En la Figura 6.6 se comparan las distribuciones en función densidad para cada grilla. La semejanza observada entre las PSDs de cada grilla permite concluir que las distribuciones son equivalentes. Si bien deberían ser idénticas, las distribuciones original y convertida no lo son. Esto se debe a que

pequeñas variaciones entre las curvas acumuladas ocasionan diferencias importantes en las distribuciones no acumuladas.

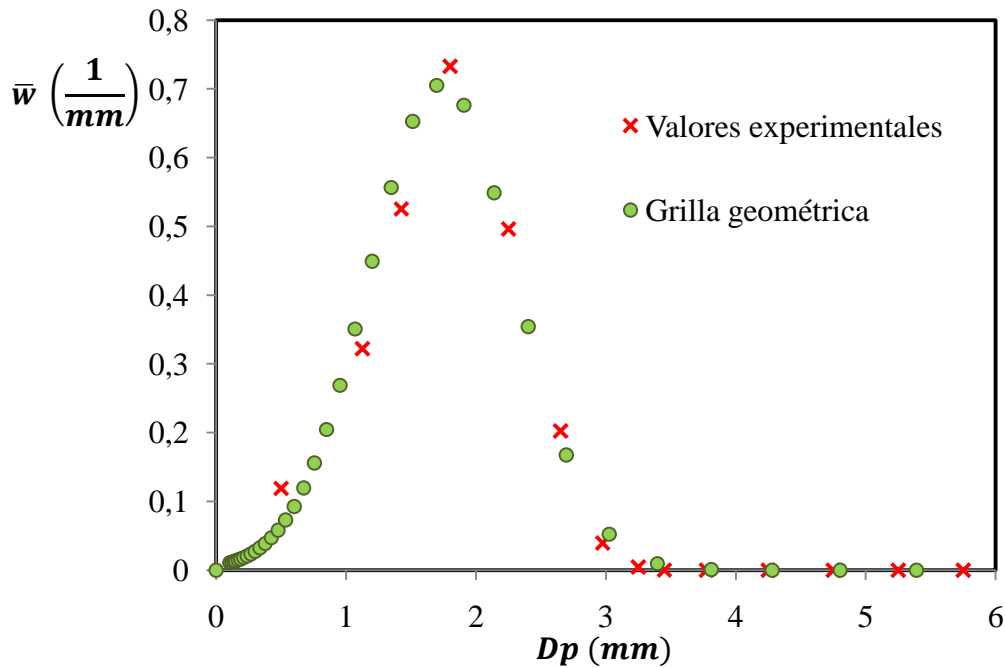


Figura 6.6. Función densidad correspondiente a la grilla geométrica y valores experimentales para el histograma de la Figura 6.1.

6.4 Comparación de los resultados del modelo con valores experimentales

El modelo matemático empleado en las simulaciones del Capítulo 5 permite calcular, además de caudales, temperaturas y caídas de presión, la distribución de tamaño del producto del granulador. El balance de población utilizado (Ecuación 4.87, Tabla 5.1) asume que el único fenómeno que ocurre dentro de cada cámara es el aumento de tamaño por recubrimiento.

Con el objetivo de validar este modelo, se lo resuelve alimentando como variables de entrada los datos experimentales disponibles del proceso industrial. Entre los valores experimentales se cuenta con el caudal másico y la distribución de tamaño de las semillas, el caudal y composición de la solución líquida de urea, los caudales y temperaturas del aire de fluidización y atomización. Respecto a la granulometría de las semillas, se utilizan las distribuciones de tamaño correspondientes a la grilla geométrica para poder aplicar el método de Hounslow y colaboradores (1988). El procedimiento numérico para resolver el balance de población se discutió en la Sección 5.5.

Las Figuras 6.6, 6.7 y 6.8 presentan comparaciones entre la distribución de tamaño

(función densidad normalizada en masa) predicha por el modelo y las granulometrías medidas en el proceso industrial, para 3 de los 9 escenarios estudiados. En particular, la Figura 6.8 corresponde al escenario cuya distribución de semillas se muestra en la Figura 6.1. Como se observa en las Figuras 6.6, 6.7 y 6.8, si bien las curvas de distribución de tamaño calculadas para el producto se modifican respecto a las de semillas tendiendo a diámetros más grandes, presentan una desviación con relación a los valores experimentales. En efecto, las distribuciones de tamaño predichas se encuentran ubicadas sobre tamaños menores que las PSDs reales. Asumiendo que no existieron errores apreciables en la colección y tamizado de las muestras, la diferencia observada entre los resultados del modelo y los valores reales se debe atribuir a un mecanismo de cambio de tamaño o número de partículas no contemplado en el balance de población. El error en la predicción de la granulometría se verifica para todos los escenarios de los que se dispone el análisis granulométrico para la corriente que abandona el granulador (9 muestras).

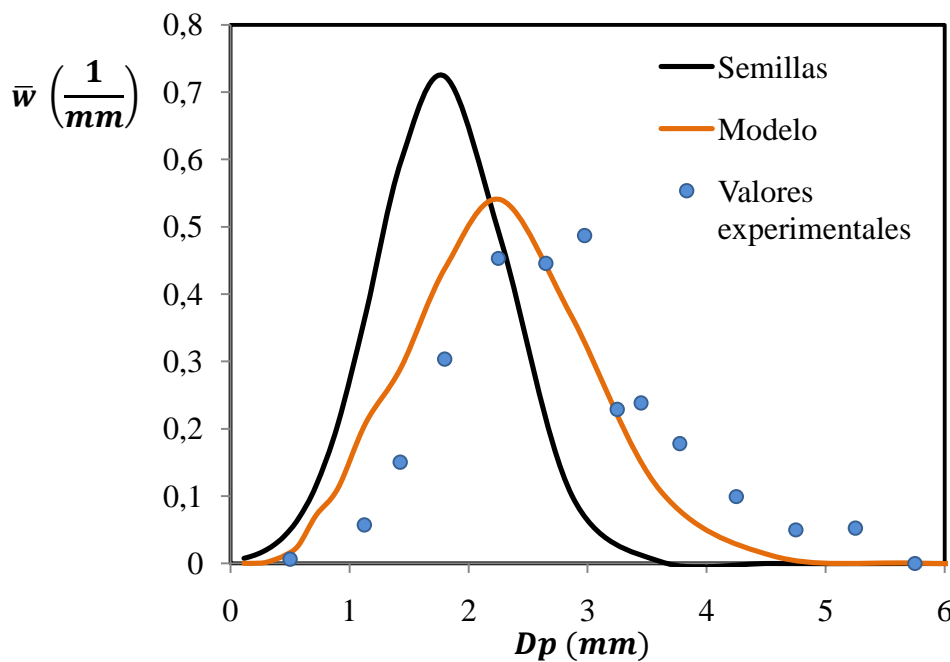


Figura 6.6. Comparación entre la distribución de tamaño predicha por el modelo y la granulometría medida. Escenario 1.

Además del aumento de tamaño por recubrimiento, otros fenómenos que pueden ocasionar el corrimiento de la curva de distribución de tamaño del producto hacia diámetros mayores son el aumento de tamaño por aglomeración y la elutriación de finos. En el crecimiento por aglomeración, dos o más partículas se agrupan formando nuevas partículas de mayor tamaño (Pietsch, 1991; Ramkrishna, 2000). La aglomeración compite con el aumento de tamaño por recubrimiento, y puede llegar a ser dominante para partículas pequeñas,

caudales de ligante elevados y velocidades de fluidización bajas (Smith y Nienow, 1983). Sin embargo, para el granulador industrial estudiado, evidencia experimental indica que la aglomeración no es un mecanismo importante por lo cual se puede, en principio, descartar como causa de las diferencias en la predicción del modelo. La elutriación es el arrastre de partículas finas fuera del lecho fluidizado debido a que la velocidad de fluidización del gas supera a la velocidad terminal de dichas partículas (Kunii y Levenspiel, 1991). La elutriación modifica la distribución de tamaño dentro del lecho fluidizado, disminuyendo la concentración de partículas pequeñas. En varias ocasiones este fenómeno está asociado al proceso de atrición en el que, como consecuencia del intenso mezclado que proveen habitualmente los granuladores de lecho fluidizado, ocurre una erosión gradual de la superficie de las partículas (Milioli y Foster, 1995a; Milioli y Foster, 1995b).

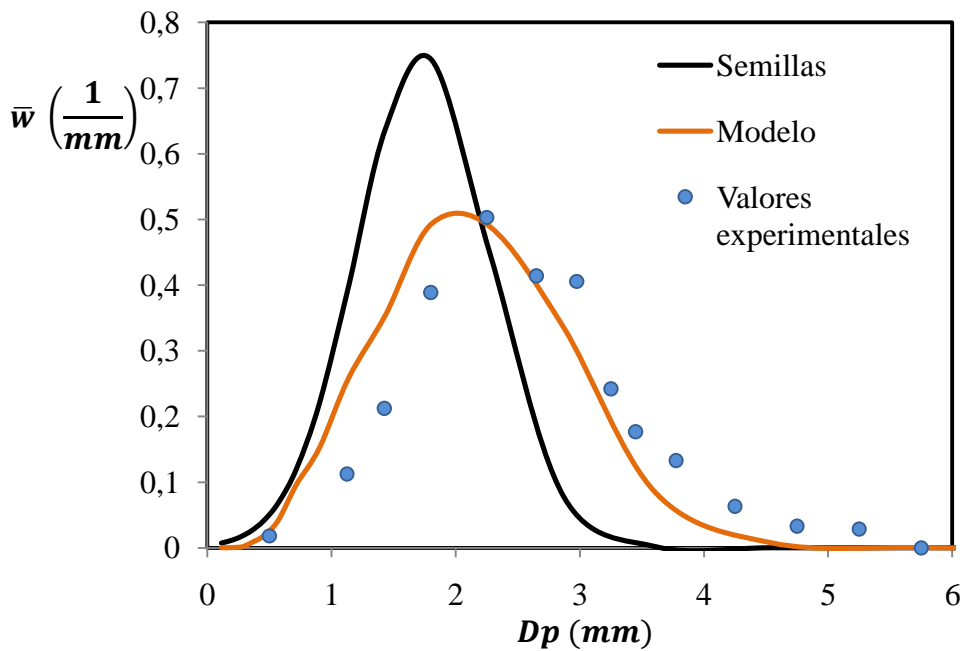


Figura 6.7. Comparación entre la distribución de tamaño predicha por el modelo y la granulometría medida. Escenario 2.

Debido al error observado en la predicción de las distribuciones de tamaño del producto del granulador y considerando que la elutriación es un mecanismo que puede mejorar la predicción de los finos, se propone reformular el balance de población utilizado en el Capítulo 5 (Ecuación 4.87, Tabla 5.1) contemplando no sólo el aumento de tamaño por recubrimiento sino también la elutriación.

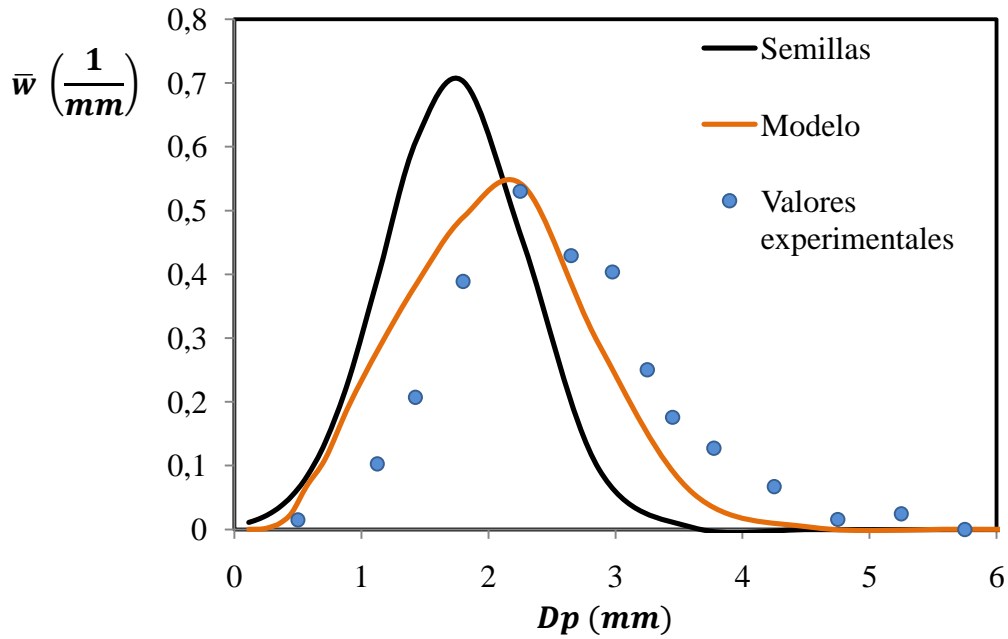


Figura 6.8. Comparación entre la distribución de tamaño predicha por el modelo y la granulometría medida. Escenario 3.

6.5 Mecanismo de elutriación en lechos fluidizados

Según el enfoque de Kunii y Levenspiel (1991), la velocidad de elutriación de partículas de tamaño \overline{Dp}_i en la cámara j es proporcional a la fracción en peso de partículas de ese tamaño: \overline{W}_i^j . Por lo tanto, el caudal másico de partículas de tamaño \overline{Dp}_i que abandona el lecho fluidizado por elutriación ($\dot{m}_{i\text{ elu}}^j$) se puede escribir como:

$$\dot{m}_{i\text{ elu}}^j = A_T^j k_{\text{ elu}}^j(\overline{Dp}_i) \overline{W}_i^j \tag{6.3}$$

donde $k_{\text{ elu}}^j(\overline{Dp}_i)$ es la constante de elutriación para las partículas de tamaño medio (\overline{Dp}_i) , cuyas unidades son $(\text{kg}/\text{m}^2 \text{ s})$. $k_{\text{ elu}}^j$ depende, además del tamaño de partículas, de la velocidad superficial del gas. En términos del número de partículas, la Ecuación 6.3 se convierte en:

$$\dot{N}_{i\text{ elu}}^j = \frac{A_T^j}{m_S^j} k_{\text{ elu}}^j(\overline{Dp}_i) N_i^j \tag{6.4}$$

Valores grandes de $k_{\text{ elu}}^j$ implican una remoción rápida de las partículas de tamaño \overline{Dp}_i . Las Ecuaciones 6.3 y 6.4 sólo son válidas para aquellas partículas cuya velocidad terminal es menor a la velocidad superficial del aire de fluidización fijada para operar el equipo. Con el objeto de incluir el fenómeno de elutriación en el balance de población, la expresión 6.4 se puede reformular para variables continuas y cada cámara del granulador en términos de la

función densidad en número:

$$\dot{n}_{elu}^j = \frac{A_T^j}{m_s^j} k_{elu}^j [1 - H(Dp - Dp_{elu}^j)] n^j \quad (6.5)$$

donde $H(Dp - Dp_{elu}^j)$ es la función escalón de Heaviside (Vreman et al., 2009) y Dp_{elu}^j es el diámetro de partículas para el cual la velocidad terminal es igual a la velocidad superficial del aire de fluidización. La Ecuación 6.5 sólo toma valores no nulos para las partículas cuya velocidad terminal es menor a la velocidad del aire (i.e., $Dp < Dp_{elu}^j$) y, por ende, son factibles de ser elutriadas.

Para cada cámara perfectamente mezclada operando en estado estacionario, y considerando que los únicos mecanismos que afectan la distribución de tamaño de las partículas son el crecimiento de los gránulos por recubrimiento y la remoción de finos por elutriación, el balance de población se puede escribir como:

$$G^j \frac{dn^j}{dDp} = \dot{n}_{in}^j - \dot{n}_{elu}^j - \frac{n^j}{\tau^j} \quad (6.6)$$

La Ecuación 6.6 es similar a la 4.70, pero contempla además el término \dot{n}_{elu}^j , que representa el flujo de función densidad en número de partículas elutriadas. El caudal en número de partículas elutriadas por clase se puede calcular a partir de \dot{n}_{elu}^j mediante la Ecuación 4.9:

$$\dot{N}_{i\ elu}^j = \int_{Dp_i}^{Dp_{i+1}} \dot{n}_{elu}^j dDp \quad (6.7)$$

Reemplazando la Ecuación 6.5 en 6.6, se obtiene:

$$G^j \frac{dn^j}{dDp} = \dot{n}_{in}^j - \frac{A_T^j}{m_s^j} k_{elu}^j [1 - H(Dp - Dp_{elu}^j)] n^j - \frac{n^j}{\tau^j} \quad (6.8)$$

Como se explica en la Sección 4.5.2.1, el balance de población debe ser consistente con los balances globales (momentos de la población). Integrando la Ecuación 6.8 con respecto a Dp entre 0 e infinito, se obtiene el balance en número de partículas (momento 0):

$$\dot{N}_{in}^j = \dot{N}_{elu}^j + \dot{N}_{out}^j \quad (6.9)$$

donde \dot{N}_{elu}^j es el caudal total en número elutriado. Por otro lado, multiplicando la Ecuación 6.8 por la masa de una partícula, $\rho_p(\pi/6)Dp^3$ e integrando con respecto a Dp entre 0 e infinito, se debe obtener el balance de masa global (momento 3 de la población) para cada cámara:

$$\dot{m}_{Sin}^j + \dot{m}_L^j(1 - x_L^j) = \dot{m}_{Selu}^j + \dot{m}_{Sout}^j \quad (6.10)$$

donde \dot{m}_{Selu}^j es el caudal másico total elutriado.

La constante de elutriación k_{elu}^j es función del diámetro de las partículas, existiendo varias correlaciones en la literatura para predecir su valor (Kunii y Levenspiel, 1991). En particular la correlación de Colakyan y Levenspiel (1984), correspondiente a partículas grandes y velocidades de fluidización altas, viene dada por:

$$k_{elu}^j = k_{elu_0} \rho_p \left(1 - \frac{u_t^j}{u^j}\right)^2 \quad (6.11)$$

Colakyan y Levenspiel (1984), determinaron un valor $k_{elu_0} = 0,011$ m/s para un lecho fluidizado discontinuo con partículas de hasta 1 mm y velocidades entre 0,9 y 3,7 m/s. Para el granulador industrial, se propone estudiar la influencia de k_{elu_0} sobre la distribución de tamaño del producto granular y luego ajustar este parámetro a partir de datos industriales. Para calcular la velocidad terminal, se utiliza la correlación de Haider y Levenspiel para partículas esféricas (Kunii y Levenspiel, 1991) reportada en la Tabla 2.3.

6.6 Inconveniente del método de Hounslow y colaboradores (1988) para resolver el problema de elutriación

Como se explica en la Sección 4.6, el método de Hounslow consiste en utilizar la Ecuación 4.87 para representar el término de aumento de tamaño por recubrimiento. Dicho método se aplica al balance de población en número discretizado, el cual se obtiene integrando el balance de población en función densidad respecto al diámetro entre valores consecutivos de una grilla geométrica Dp_i y Dp_{i+1} . La discretización de la Ecuación 6.8, con la representación del término de crecimiento mediante el método de Hounslow y colaboradores (1988), conduce a:

$$\frac{G^j}{Dp_i} (a N_{i-1}^j + b N_i^j + c N_{i+1}^j) = \dot{N}_{i\ in}^j - \dot{N}_{i\ elu}^j - \frac{N_i^j}{\tau^j} \quad (6.12)$$

La Ecuación 6.12 se debe resolver para todas las clases. Entonces, llamando C al número de clases, la resolución del balance de población consiste en resolver el sistema de C ecuaciones algebraicas. Si bien el problema es similar en apariencia al caso de recubrimiento puro, presenta un inconveniente adicional al momento de resolver el sistema de ecuaciones. Para el balance de población con recubrimiento puro y en condiciones de estado estacionario, el caudal másico de partículas que abandona cada cámara está completamente definido por el balance de masa (Ecuación 2.16). Luego, $\tau^j = m_S^j / \dot{m}_{Sout}^j$ también queda definido si se especifica la masa de partículas m_S^j . Debido a que tanto m_S^j como la velocidad de crecimiento G^j son dependientes de la distribución de tamaño, el balance de población para recubrimiento puro se debe resolver por iteración.

Cuando se incorpora elutriación al balance de población (Ecuación 6.12), la resolución del sistema de C ecuaciones algebraicas también requiere contar con valores de G^j y m_S^j . Pero a diferencia del problema con recubrimiento puro, en este caso no se puede determinar con anterioridad el caudal másico de salida \dot{m}_{Sout}^j . Para establecer este valor mediante el balance de masa (Ecuación 6.10), se debe conocer el caudal másico elutriado que proviene del balance de población. Por lo tanto, los balances de masa y población quedan acoplados. Entonces, el sistema conformado por el balance de masa y las C ecuaciones algebraicas que constituyen el balance de población se debe resolver también por iteración pero utilizando tres variables (G^j , m_S^j y \dot{m}_{Sout}^j). El acople entre los balances de masa y población, dificulta la resolución del balance de población. En efecto, para las condiciones estudiadas, no se obtuvo solución al balance de población (Ecuación 6.12) por problemas de convergencia.

Por lo tanto, y pese a que el balance de población con recubrimiento puro se resolvió eficientemente discretizando sobre una grilla geométrica e implementado la técnica de Hounslow y colaboradores (1988), la incorporación del fenómeno de elutriación al balance de población para la simulación del granulador industrial a partir de distribuciones de tamaño de semillas experimentales no permite mantener el método numérico elegido para resolver dicha ecuación.

En función de estos resultados, en la próxima sección se propone una nueva metodología para resolver el balance de población con recubrimiento y elutriación aplicado al granulador

continuo de lecho fluidizado para la producción de urea operando en estado estacionario.

6.7 Metodología propuesta para resolver el balance de población con elutriación

En esta sección se desarrolla una metodología de resolución del balance de población (Ecuación 6.8) para granuladores alimentados con corrientes sólidas polidispersas. El enfoque que se propone es una contribución original no presentada anteriormente en la literatura científica. El mismo permite establecer las distribuciones de tamaño de partículas dentro de las cámaras del granulador industrial y a la salida de las mismas mediante una solución cuasi analítica, sorteando la dificultad de convergencia encontrada al intentar resolver el balance de población en cuestión mediante la técnica de discretización de Hounslow y colaboradores (1988).

El balance de población a resolver (Ecuación 6.8) es una ecuación diferencial ordinaria, ya que la única variable independiente es el diámetro de partículas Dp . La condición de borde requerida es $n^j(0) = 0$ (i.e., no hay partículas de tamaño cero). Resolviendo analíticamente la Ecuación 6.8 (e.g., mediante el método del factor integrante) se obtiene la siguiente solución:

$$n^j = \frac{1}{G^j} \exp \left\{ \frac{1}{G^j} \int_0^{Dp} \alpha(Dp) dDp \right\} \int_0^{Dp} \dot{n}_{in}^j \exp \left\{ -\frac{1}{G^j} \int_0^{Dp} \alpha(Dp) dDp \right\} dDp \quad (6.13)$$

donde:

$$\alpha(Dp) = \frac{A_T^j}{m_S^j} k_{elu}^j [1 - H(Dp - Dp_{elu}^j)] + \frac{1}{\tau^j} \quad (6.14)$$

Para resolver la segunda integral de la Ecuación 6.13, es necesario definir el flujo de función densidad a la entrada \dot{n}_{in}^j . Debido a que para la distribución de tamaños de la corriente de semillas se cuenta con datos experimentales discretos constituidos por pares de puntos $(\overline{Dp}_i, \overline{W}_{in}^1)$, los valores de \dot{n}_{in}^1 se pueden calcular a partir de \overline{W}_{in}^1 mediante la siguiente relación:

$$\dot{n}_{in}^j = \frac{\dot{N}_{in}^j}{Dp_{i+1} - Dp_i} = \frac{1}{Dp_{i+1} - Dp_i} \frac{\dot{m}_{sin}^j \bar{W}_{in}^j}{\rho_p \frac{\pi}{6} \bar{Dp}_i^3} \quad (6.15)$$

Una posibilidad para resolver la integral de la Ecuación 6.13 sería ajustar los puntos $(\bar{Dp}_i, \bar{W}_{in}^j)$ mediante una función continua conveniente (e.g., una función log-normal) y luego reemplazar dicha función en la Ecuación 6.13. Sin embargo, ese ajuste se debería realizar de manera independiente para cada conjunto diferente de datos de entrada sin garantías de obtener una única funcionalidad para describir todos los valores experimentales discretos disponibles. Por lo tanto y con el propósito de encontrar una solución general válida para cualquier distribución de tamaños de entrada sin previo ajuste de los datos de planta discretos, se propone representar a la distribución de tamaños de la corriente de semillas \dot{n}_{in}^j mediante la Ecuación 6.16, que supone concentrar el caudal en número de partículas que ingresan por clase en el diámetro medio de la misma (Kumar y Ramkrishna, 1997; Ramkrishna, 2000):

$$\dot{n}_{in}^j(Dp) = \sum_{i=1}^c \dot{N}_{in}^j \delta(Dp - \bar{Dp}_{in}) \quad (6.16)$$

$\delta(Dp - \bar{Dp}_{in})$ es la función delta de Dirac; la misma es nula para todos los valores de Dp exceptuando \bar{Dp}_{in} , donde posee un valor infinitamente grande. Así, la Ecuación 6.16 define la distribución de tamaños de entrada como una suma de impulsos, cada uno de ellos correspondiente a una clase i de la grilla de discretización y ubicado sobre el diámetro medio de la clase \bar{Dp}_{in} . La Figura 6.9 ilustra la representación de los valores discretos de la función densidad como una serie de impulsos.

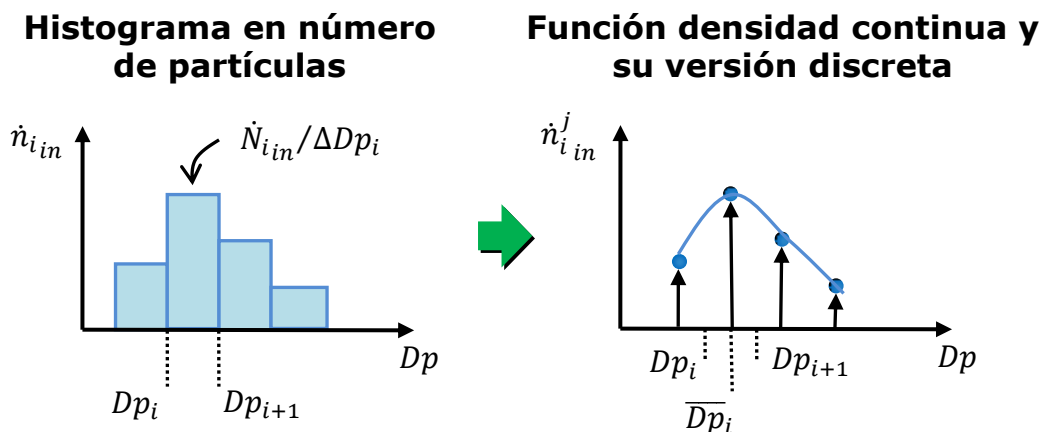


Figura. 6.9. Función densidad de caudal en número esquematizada como histograma, como una función continua y su versión discreta como una serie de impulsos.

Reemplazando la Ecuación 6.16 en la Ecuación 6.13, se obtiene:

$$n^j = \frac{1}{G^j} \exp \left[\frac{1}{G^j} \int_0^{Dp} \alpha(Dp) dDp \right] \int_0^{Dp} \left\{ \left[\sum_{k=1}^c \dot{N}_{k\text{in}}^j \delta(Dp - \overline{Dp}_{k\text{in}}) \right] \exp \left[-\frac{1}{G^j} \int_0^{Dp} \alpha(Dp) dDp \right] \right\} dDp \quad (6.17)$$

Si se tiene en cuenta la siguiente propiedad fundamental de la función delta de Dirac (Bracewell, 2000):

$$\int_{x_1}^{x_2} f(x) \delta(x - a) dx = f(a) \quad x_1 \leq a \leq x_2 \quad (6.18)$$

y además se considera que la integral de la sumatoria en la Ecuación 6.17 es la suma de las integrales y que la función $f(x)$ representa a $\dot{N}_{k\text{in}}^j \exp \left[-\frac{1}{G^j} \int_0^{Dp} \alpha(Dp) dDp \right]$, la Ecuación 6.17 se convierte en:

$$n^j = \frac{1}{G^j} \exp \left\{ \frac{1}{G^j} \int_0^{Dp} \alpha(Dp) dDp \right\} \sum_{k=1}^c \dot{N}_{k\text{in}}^j \exp \left\{ -\frac{1}{G^j} \int_0^{\overline{Dp}_{k\text{in}}} \alpha(Dp) dDp \right\} \quad (6.19)$$

Luego, la Ecuación 6.19 se puede simplificar a:

$$n^j = \frac{1}{G^j} \sum_{k=1}^c \dot{N}_{k\text{in}}^j \exp \left\{ -\frac{1}{G^j} \int_{\overline{Dp}_{k\text{in}}}^{Dp} \alpha(Dp) dDp \right\} \quad (6.20)$$

La Ecuación 6.20 es la solución del balance de población (Ecuación 6.8) para una cámara perfectamente mezclada operando en estado estacionario con aumento de tamaño de las partículas por recubrimiento y arrastre de finos fuera del lecho fluidizado por elutriación. Si bien la Ecuación 6.20 se obtiene analíticamente, la integral involucrada se debe evaluar numéricamente debido a la funcionalidad no lineal de α con respecto a Dp (a través de k_{elu}^j y la función escalón de Heaviside).

Para calcular el número de partículas dentro de cada cámara para cada clase i , se debe integrar la Ecuación 6.20 con respecto a Dp entre los nodos de la clase:

$$\begin{aligned}
 N_i^j &= \frac{1}{G^j} \int_{Dp_i}^{Dp_{i+1}} \sum_{k=1}^C \dot{N}_{k_{in}}^j \exp \left\{ -\frac{1}{G^j} \int_{Dp_i}^{Dp} \alpha(Dp) dDp \right\} dDp \\
 &= \frac{1}{G^j} \sum_{k=1}^C \dot{N}_{k_{in}}^j \int_{Dp_i}^{Dp_{i+1}} \exp \left\{ -\frac{1}{G^j} \int_{Dp_i}^{Dp} \alpha(Dp) dDp \right\} dDp
 \end{aligned} \tag{6.21}$$

Por su parte, la distribución de tamaño discreta en número para la corriente de salida se puede determinar como $\dot{N}_{i_{out}}^j = N_i^j / \tau^j$.

La masa de partículas en la clase i dentro de cada cámara, $m_{S_i}^j$, se obtiene multiplicando a la Ecuación 6.20 por $\rho_p (\pi/6) Dp^3$ e integrando con respecto a Dp entre los nodos de la clase:

$$\begin{aligned}
 m_{S_i}^j &= \frac{1}{G^j} \int_{Dp_i}^{Dp_{i+1}} \sum_{k=1}^C \dot{N}_{k_{in}}^j \rho_p \frac{\pi}{6} Dp^3 \exp \left\{ -\frac{1}{G^j} \int_{Dp_i}^{Dp} \alpha(Dp) dDp \right\} dDp \\
 &= \rho_p \frac{\pi}{6} \frac{1}{G^j} \sum_{k=1}^C \dot{N}_{k_{in}}^j \int_{Dp_i}^{Dp_{i+1}} Dp^3 \exp \left\{ -\frac{1}{G^j} \int_{Dp_i}^{Dp} \alpha(Dp) dDp \right\} dDp
 \end{aligned} \tag{6.22}$$

Finalmente, el caudal másico de partículas por clase que abandona la cámara se puede calcular como $\dot{m}_{S_{i_{out}}}^j = m_{S_i}^j / \tau^j$.

Respecto a las partículas elutriadas, el caudal en número por clase se deriva reemplazando la Ecuación 6.20 en la Ecuación 6.5 y ésta última expresión en la Ecuación 6.7:

$$\begin{aligned}
 \dot{N}_{i_{elu}}^j &= \\
 &= \frac{1}{G^j} \frac{A_T^j}{m_S^j} \int_{Dp_i}^{Dp_{i+1}} k_{elu}^j [1 - H(Dp - Dp_{elu}^j)] \sum_{k=1}^C \dot{N}_{k_{in}}^j \exp \left\{ -\frac{1}{G^j} \int_{Dp_i}^{Dp} \alpha(Dp) dDp \right\} dDp = \\
 &= \frac{1}{G^j} \frac{A_T^j}{m_S^j} \sum_{k=1}^C \dot{N}_{k_{in}}^j \int_{Dp_i}^{Dp_{i+1}} k_{elu}^j [1 - H(Dp - Dp_{elu}^j)] \exp \left\{ -\frac{1}{G^j} \int_{Dp_i}^{Dp} \alpha(Dp) dDp \right\} dDp
 \end{aligned} \tag{6.23}$$

El caudal másico de sólidos elutriados se computa de manera similar pero multiplicando

por $\rho_p(\pi/6)Dp^3$ antes de integrar con respecto a Dp entre los nodos de la clase:

$$\dot{m}_{S_{i_{elu}}}^j = \frac{1}{G^j} \frac{A_T^j}{m_S^j} \rho_p \frac{\pi}{6} \sum_{k=1}^c \dot{N}_{k_{in}}^j \int_{Dp_i}^{Dp_{i+1}} k_{elu}^j [1 - H(Dp - Dp_{elu}^j)] Dp^3 \exp \left\{ -\frac{1}{G^j} \int_{Dp_{k_{in}}}^{Dp} \alpha(Dp) dDp \right\} dDp \quad (6.24)$$

Como se discutió en el Capítulo 4, el cálculo de momentos permite establecer la precisión del método propuesto para resolver el balance de población. Entonces, el momento j de la distribución de tamaño de salida se obtiene aplicando la definición dada por la Ecuación 4.13 a la expresión 6.20, es decir:

$$m_j = \int_0^\infty n Dp^j dDp = \frac{1}{G^j} \int_0^\infty Dp^j \sum_{k=1}^c \dot{N}_{k_{in}}^j \exp \left\{ -\frac{1}{G^j} \int_{Dp_{k_{in}}}^{Dp} \alpha(Dp) dDp \right\} dDp \\ = \frac{1}{G^j} \sum_{k=1}^c \int_0^\infty Dp^j \dot{N}_{k_{in}}^j \exp \left\{ -\frac{1}{G^j} \int_{Dp_{k_{in}}}^{Dp} \alpha(Dp) dDp \right\} dDp \quad (6.25)$$

La determinación de la distribución de tamaño de partículas, en número de partículas mediante la Ecuación 6.21 o en masa a partir de la Ecuación 6.22, implica resolver integrales en forma numérica. Para calcular estas integrales, se deben conocer los valores de G^j y τ^j . Por lo tanto, para establecer la distribución de tamaño discreta (en número o masa) se requiere un procedimiento iterativo que implica suponer valores de G^j y τ^j , calcular la distribución de tamaño de salida y luego verificar que los valores asumidos para G^j y τ^j son correctos. El valor de G^j debe satisfacer la Ecuación 4.52; por lo tanto, es función del área total de partículas (i.e., momento 2 de la población). Respecto a τ^j , debe verificar la Ecuación 6.10 teniendo en cuenta que $\dot{m}_{S_{i_{out}}}^j = m_{S_i}^j / \tau^j$.

En resumen, el modelo final del granulador operando en estado estacionario queda constituido por:

- El balance de masa definido por la Ecuación 6.10.

- El balance de energía presentado en la Ecuación 3.46, el cual resulta válido para representar el granulador operando en estado estacionario y contemplando que existe el fenómeno de elutriación. En efecto, teniendo en cuenta que los lechos se asumen perfectamente mezclados, la entalpía neta de las corrientes sólidas que abandonan el granulador es idéntica tanto si se considera o no la elutriación. Por ende, la incorporación de este mecanismo no altera las predicciones de las temperaturas en las distintas cámaras del equipo.
- El balance de cantidad de movimiento reportado en la Tabla 5.1.
- El balance de población incluyendo elutriación (Ecuación 6.6).

6.8 Resultados

Los resultados de la simulación del granulador de lecho fluidizado multicámaras para la producción de urea, considerando crecimiento por recubrimiento y elutriación mediante la metodología desarrollada en la Sección anterior para resolver el balance de población, se discuten en las tres secciones siguientes. Primeramente, se analiza la sensibilidad de los caudales en número y en masa de partículas elutriadas frente a cambios en el parámetro de elutriación k_{elu_0} para un conjunto de variables de entrada (caso base) correspondiente a datos industriales disponibles. A continuación se modifican diferentes variables de entrada en +20% con respecto al valor del caso base, con el propósito de estudiar su influencia sobre la remoción de finos por elutriación. Finalmente, se presenta la validación de la metodología propuesta para resolver el balance de población mediante el ajuste de k_{elu_0} con datos experimentales de una planta de granulación de urea de alta capacidad.

6.8.1 Análisis de sensibilidad: influencia de k_{elu_0} sobre los caudales elutriados

Para analizar la influencia de la constante de elutriación sobre los caudales elutriados, se selecciona un escenario de datos experimentales como caso base y se realizan simulaciones para diferentes valores de k_{elu_0} . La Figura 6.10 muestra los caudales de partículas elutriadas en masa y en número, como un porcentaje del respectivo caudal de semillas, en función de k_{elu_0} . Las fracciones elutriadas que se presentan corresponden al granulador completo (i.e. representan a los sólidos elutriados en todas las cámaras que conforman la unidad de

granulación). El caudal en número de partículas elutriadas aumenta con k_{elu_0} debido a que, como indica la Ecuación 6.4, el caudal elutriado por clase (para $Dp < Dp_{elu}^j$) es proporcional a k_{elu}^j y, por ende, a k_{elu_0} . Para el caso analizado, el caudal elutriado expresado en número aumenta asintóticamente a aproximadamente un 60% del caudal de semillas. El caudal másico de partículas elutriadas, por otro lado, presenta una tendencia no monótona con un máximo local alrededor de $k_{elu_0} = 0,02 \text{ m/s}$. Este comportamiento se puede explicar por el aumento de tamaño. Para $k_{elu_0} < 0,02 \text{ m/s}$, la velocidad de elutriación no es suficientemente grande como para remover rápidamente las partículas fuera del lecho. En consecuencia, las partículas pueden crecer antes de ser elutriadas dando mayores caudales másicos. En este rango el caudal másico de partículas elutriadas también aumenta porque k_{elu_0} se incrementa. Para $0,02 \text{ m/s} < k_{elu_0} < 0,05 \text{ m/s}$, el caudal másico elutriado exhibe una leve disminución a pesar del aumento en k_{elu_0} debido a que las partículas son elutriadas antes de lograr un aumento de tamaño importante. Finalmente para $k_{elu_0} > 0,05 \text{ m/s}$, el caudal másico de partículas aumenta con k_{elu_0} a causa de la mayor velocidad de elutriación.

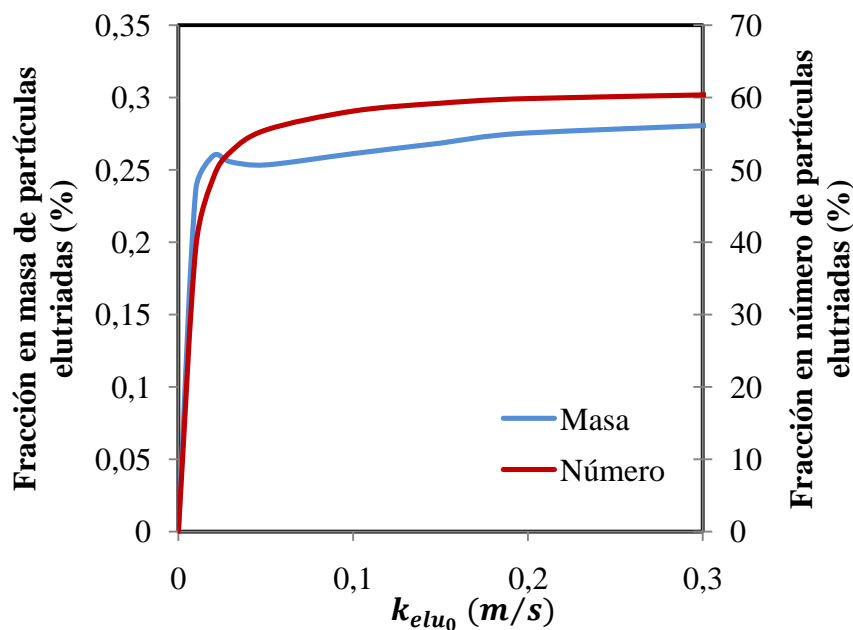


Figura 6.10. Fracción de partículas elutriadas en masa y en número (con respecto a las partículas alimentadas al granulador) en función de k_{elu_0} .

Para el escenario seleccionado, se encuentra que la fracción de partículas elutriadas en masa es considerablemente baja, a diferencia de la fracción en número (i.e., más del 50% de las partículas son arrastradas por la corriente de aire). Este resultado indica que la población posee una gran cantidad de partículas pequeñas, específicamente de tamaño menor al

diámetro crítico Dp_{elu}^j , que para el valor de velocidad de fluidización empleado es del orden de 0,5 mm. Para el caso particular en que $k_{elu_0} = 0,05 \text{ m/s}$ (valor fijado de manera arbitraria para realizar la simulación), las Figuras 6.11 y 6.12 muestran los porcentajes con que cada cámara contribuye al caudal total elutriado. Según la Figura 6.11, la primera cámara elutria más del 75% en masa de partículas, mientras que la cámara 2 arrastra aproximadamente el 20%. Respecto a la Figura 6.12, el 90% en número de partículas son arrastradas fuera del primer lecho fluidizado. Entonces, se concluye que la tercera cámara prácticamente no recibe partículas finas de las cámaras anteriores, ya que las dos primeras cámaras son las responsables de retirar prácticamente la totalidad de los finos.

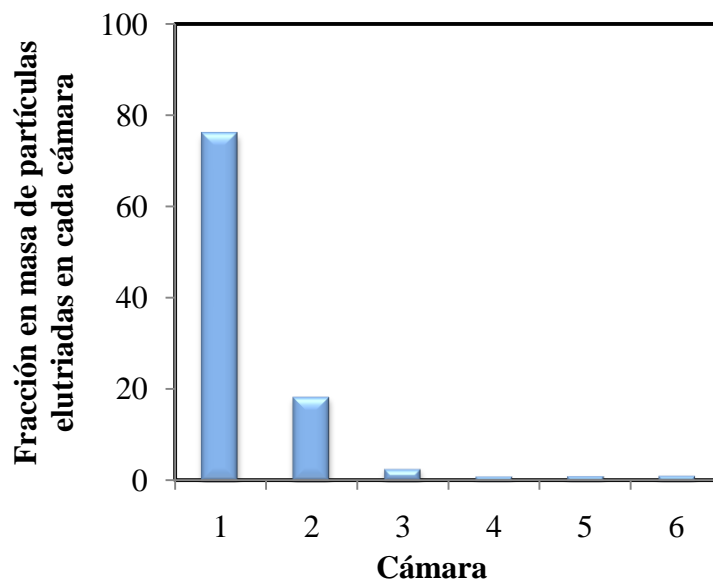


Figura 6.11. Porcentaje con que cada cámara contribuye al caudal másico elutriado total.

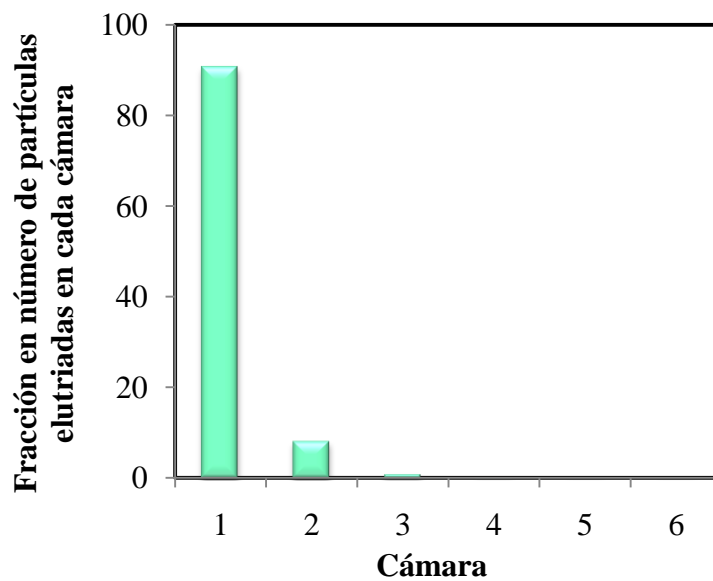


Figura 6.12. Porcentaje con que cada cámara contribuye al caudal en número elutriado total.

6.8.2 Ajuste del parámetro k_{elu_0} a partir de las granulometrías experimentales

En esta sección, se ajusta el valor del parámetro k_{elu_0} de modo de minimizar los errores de la cola de finos de las distribuciones predichas con respecto a las experimentales. El ajuste se realizó por prueba y error, i.e., no se utilizó una subrutina de optimización para el cálculo del valor óptimo de k_{elu_0} .

A modo de ejemplo, las Figuras 6.13, 6.14 y 6.15 presentan las distribuciones de tamaño expresadas en función densidad en masa para tres escenarios diferentes. En cada figura se muestran las granulometrías medida del producto del granulador y obtenida mediante el modelo para $k_{elu_0} = 0$ (sin elutriación), 0,01 y 0,1 m/s. Es evidente que a medida que aumenta k_{elu_0} , la curva de distribución de tamaño del producto se desplaza hacia diámetros mayores. En efecto, la cola de finos de las distribuciones indica que el aumento de k_{elu_0} permite remover una mayor cantidad de partículas pequeñas, permaneciendo las más grandes dentro de la cámara.

Para todas las simulaciones, el diámetro crítico Dp_{elu}^j es aproximadamente 0,5 mm. Entonces para realizar un análisis riguroso de la elutriación de partículas en el granulador, la grilla experimental debería contemplar varias clases menores a 0,5 mm. Como se observa en el histograma de la Figura 6.1, la clase más pequeña corresponde al intervalo 0 – 1 mm. Por lo tanto, se reconoce que la distribución de tamaño alimentada al modelo no posee un grado de detalle conveniente para estudiar el mecanismo de elutriación. No obstante, se observa una mejora apreciable en la predicción del modelo cuando se incorpora el fenómeno de elutriación al balance de población.

Si arbitrariamente se define como valor óptimo de k_{elu_0} aquel que minimiza la suma de los errores cuadráticos para las 3 primeras clases de la grilla experimental, se encuentra para todos los escenarios $k_{elu_0} = 0,1 \pm 0,05$ m/s. La insuficiente variabilidad de las distribuciones de tamaño con k_{elu_0} dificulta un ajuste más preciso, por lo cual se elige $k_{elu_0} = 0,1$ m/s como valor óptimo del parámetro. Es necesario aclarar que valores de k_{elu_0} mayores a 0,1 m/s no modifican considerablemente la curva de distribución de tamaño del producto, debido a que para ese valor la mayoría de las partículas factibles de ser elutriadas fueron removidas por arrastre de cada lecho (ver Figura 6.15).

Respecto a la predicción de la cola de gruesos, en la Figuras 6.13 y 6.14 se aprecia que el

modelo subestima la distribución de tamaño real. Este resultado sugiere la posibilidad de que algún otro mecanismo de cambio de tamaño puede estar ocurriendo dentro del granulador. Aunque no se encontraron evidencias experimentales, la formación de aglomerados es un mecanismo de aumento de tamaño que podría explicar la diferencia en la estimación (Smith y Nienow, 1983). Aún así, el modelo presentado permite mejorar sustancialmente la predicción de la distribución de tamaño de partículas para las clases pequeñas y medianas.

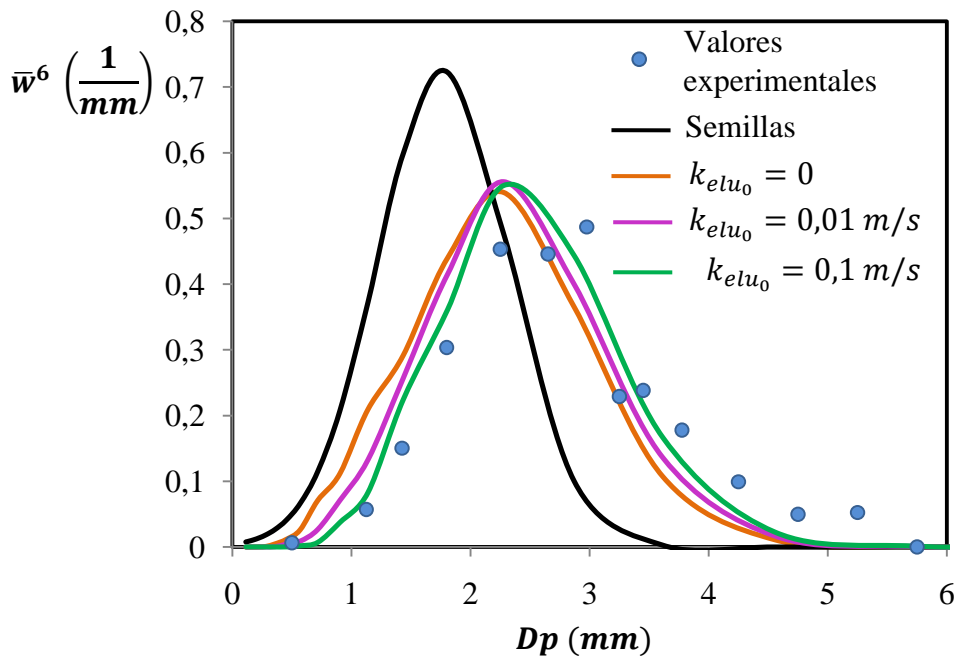


Figura 6.13. Distribución de tamaño de la corriente de semillas y de la corriente de salida medida y predicha por el modelo con tres valores de k_{elu_0} . Escenario 1.

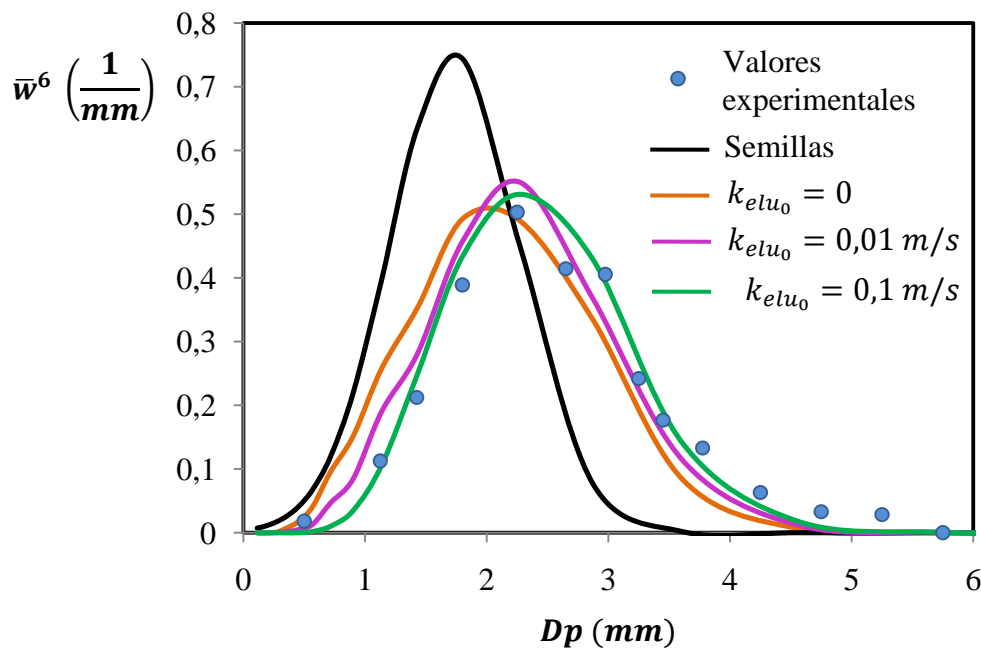


Figura 6.14. Distribución de tamaño de la corriente de semillas y de la corriente de salida medida y predicha por el modelo con tres valores de k_{elu_0} . Escenario 2.

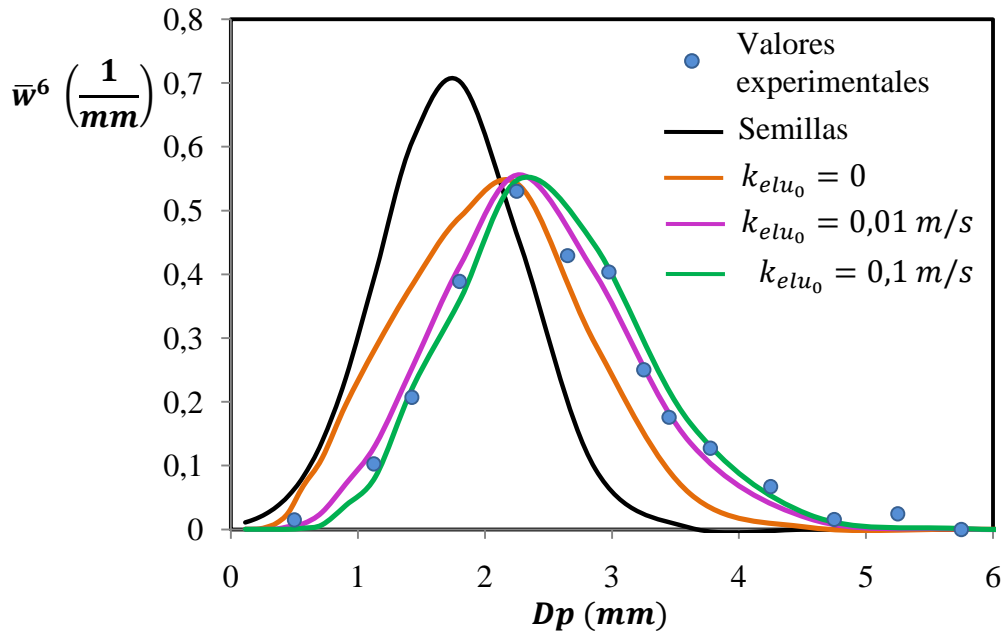


Figura 6.15. Distribución de tamaño de la corriente de semillas y de la corriente de salida medida y predicha por el modelo con tres valores de k_{elu_0} . Escenario 3.

Finalmente, es importante notar que las distribuciones de tamaño predichas para la corriente de salida del granulador en ausencia de elutriación y diferentes condiciones operativas mediante la metodología de resolución del balance de población propuesta en este Capítulo se encuentran en perfecto acuerdo con las calculadas por medio del modelo presentado en el Capítulo 5 en base a la técnica de discretización de Hounslow y colaboradores (1988).

Respecto a la evaluación de los momentos 0 y 3 de la población (número y volumen total), se obtuvieron errores despreciables. En todos los casos, los errores calculados en la predicción del momento 0 para la primera cámara son menores a 0,5%. Los errores cometidos en la estimación del momento 3 son, en general, inferiores a 0,003%.

6.9 Conclusiones

Cuando se incluye el mecanismo de elutriación en el modelo del granulador, la distribución de tamaño de partículas predicha es similar a la experimental, subestimando para ciertos escenarios operativos la cola de gruesos (> 4 mm). La incorporación del fenómeno de elutriación en el modelo permite mejorar sustancialmente la estimación de la cola de los finos de la distribución de tamaño de partículas del producto del granulador. La influencia del mecanismo de elutriación sobre los caudales máxicos no es importante, aunque claramente la inclusión de este fenómeno permite una mejor representación del caudal en número de la

población.

El modelo utilizado en el presente Capítulo no invalida las predicciones de las temperaturas de las cámaras, básicamente porque el balance de energía para el granulador perfectamente mezclado en estado estacionario (Ecuación 3.46, anulando la derivada con respecto al tiempo) no depende de la distribución de tamaño de la población de partículas y porque los caudales de sólidos totales que abandonan las cámaras son idénticos si se considera o no el fenómeno de elutriación.

El cambio en el modelo que contempla el fenómeno de elutriación, el ajuste de un parámetro (k_{elu_0}) y un novedoso procedimiento de resolución del balance de población resultante, permiten contar con un modelo final del granulador que puede reproducir la operación industrial satisfactoriamente. Este resultado también indica que las hipótesis asumidas para la formulación del modelo son adecuadas para la representación de un granulador continuo multicámaras de lecho fluidizado para la producción de urea.

Capítulo 7

Conclusiones generales y tareas futuras

Esta Tesis se enfocó en el modelado y la simulación de un granulador industrial de lecho fluidizado para la producción de urea, con el fin de desarrollar una herramienta matemática eficiente para predecir adecuadamente las principales variables de estado del proceso (caudales, temperaturas, distribuciones de tamaños de partículas y caídas de presión) y resolver problemas operativos frecuentes en unidades industriales.

En primer lugar, la operación en estado estacionario del granulador se representó mediante balances de masa y energía que describen el comportamiento de las distintas fases que coexisten dentro de la unidad (sólido, líquido y gas) y los intercambios de masa y energía que ocurren entre ellas y con las diferentes cámaras. Los resultados indicaron que el calor de disolución de la urea es el efecto térmico más importante que interviene en las cámaras de crecimiento, reforzando el concepto de que los equipos que llevan a cabo granulación fundida poseen un comportamiento particular que los distingue de aquellos que procesan ligantes acuosos. Las simulaciones de estado estacionario de un granulador de urea a escala industrial permitieron arribar a tres conclusiones principales: a) las velocidades de transferencia de masa y calor son tan grandes que la evaporación de agua se puede asumir completa, b) las temperaturas de salida del gas y de los sólidos son prácticamente iguales (de modo que un modelo homogéneo para el balance de energía es suficiente para describir el proceso) y c) las cámaras se pueden suponer adiabáticas. El primer modelo de estado estacionario desarrollado cuantifica el crecimiento de las partículas mediante el diámetro medio número-volumen de las partículas, lo cual representa una clara limitación de su aplicabilidad. No obstante, para distintas capacidades de una planta industrial, el modelo resultó ser capaz de predecir satisfactoriamente los valores experimentales de las temperaturas de distintas cámaras y de los diámetros medios número-volumen calculados a partir de granulometrías experimentales disponibles. Estos resultados demostraron que las hipótesis simplificadoras usadas en el

modelado resultan adecuadas para predecir las variables mencionadas.

Con el objeto de evaluar la dinámica del granulador, se planteó un modelo en estado no estacionario basado en balances de masa, energía y cantidad de movimiento. Este modelo se formuló como una extensión del modelo de estado estacionario incorporando hipótesis simplificadoras derivadas de las conclusiones de las simulaciones realizadas con dicho modelo. La mayoría de las variables del proceso (exceptuando las temperaturas y porosidades de las cámaras) exhibieron dinámicas lentas propias de un equipo a escala industrial de alta capacidad, requiriendo en ciertos casos más de una hora para alcanzar el estado estacionario final. El estudio de la evolución dinámica de las variables de estado, ante distintas perturbaciones, permitió detectar la magnitud de la desviación de las variables del proceso respecto a los valores de estado estacionario. La diferencia observada en las variables de desviación motivó un análisis de sensibilidad en estado estacionario. El mismo permitió concluir que el área de descarga del producto, la temperatura del aire de fluidización y el caudal de aire de fluidización resultan ser las variables manipuladas más adecuadas para controlar las alturas, temperaturas y porosidades de los lechos fluidizados. Este esquema de control, no implementado en la presente Tesis, ayudaría a mantener la estabilidad de la operación y la calidad del producto del granulador. La inclusión de un modelo del granulador con un sistema de control en un modelo del circuito de granulación completo facilitaría el estudio de la dinámica a lazo cerrado de una planta completa de producción de urea granulada, lo cual claramente constituye una tarea futura para el grupo de investigación.

Los modelos basados en los balances de masa, energía y cantidad de movimiento no permiten estimar la granulometría del producto que abandona el granulador. Por esta razón, y reconociendo que una descripción completa del equipo requiere predecir la distribución de tamaño del producto, se debe formular una nueva ecuación constitutiva: el balance de población (PBE). Para un granulador continuo operando en estado estacionario y con crecimiento puro como único mecanismo de cambio de tamaño de las partículas, se resolvió el balance de población suponiendo distintos patrones de flujo de sólidos y diferente número de cámaras de crecimiento. El flujo pistón de partículas provee un producto granular con distribuciones de tamaño más estrechas, en el otro extremo una cámara perfectamente mezclada conduce a PSDs más anchas. El uso de cámaras perfectamente mezcladas en serie, que promueven un intenso mezclado y consecuentemente alta transferencia de masa y energía, facilita las operaciones con temperaturas uniformes, recubrimientos homogéneos y PSDs de producto relativamente estrechas con dispersiones intermedias entre los casos límites

estudiados (i.e., flujo pistón y una única cámara perfectamente mezclada).

Los balances de masa, energía y cantidad de movimiento del modelo dinámico del granulador se acoplaron al balance de población, contabilizando correctamente los términos de interacción entre ellos. La granulometría del producto del granulador exhibió tiempos de respuesta lentos, indicando que el granulador puede llegar a controlar la dinámica de todo el circuito de granulación. Por esta razón, se concluye que resulta razonable asumir modelos pseudo-estacionarios para otras unidades del circuito de granulación, como los molinos y las zarandas. Se encontró que la PSD de las semillas es la variable que más afecta a la PSD de la corriente que sale del granulador, siendo entonces importante hacer intentos por mantener la calidad granulométrica de la corriente de sólidos que se alimenta a la unidad. Este concepto sugiere la relevancia de modificar el flowsheet del circuito de granulación, mediante el agregado de semillas frescas o la remoción de partículas en/de la corriente de reciclaje que se incorpora al equipo, con el fin de hacer factible la estabilización del circuito en menores tiempos de operación. Con el propósito de evitar la compleja resolución numérica del balance de población, se propusieron balances macroscópicos asumiendo que la función log-normal resulta una descripción adecuada de la granulometría de las semillas y de las partículas producidas en el granulador. Los resultados demostraron que las PSDs del producto granular que abandona la unidad de granulación se pueden predecir de modo satisfactorio utilizando los balances macroscópicos que permiten el cálculo de la media y la desviación estándar geométricas de la población. Esta conclusión, que surge de la comparación de los resultados del uso de este procedimiento con las PSDs obtenidas resolviendo el balance de población completo, indica que estos balances macroscópicos se pueden utilizar para realizar estudios preliminares en cuanto a la estimación de las granulometrías de salida en unidades de granulación.

Finalmente, el modelo completo del granulador, en su versión de estado estacionario, se comparó con información experimental de las distribuciones de tamaño disponibles del producto granular. Asumiendo recubrimiento puro, se comprobó que la predicción de las granulometrías (aún cuando el modelo estima correctamente caudales máxicos, temperaturas y diámetros medios) no es satisfactoria. En función de este resultado se incorporó al modelo la elutriación como otro fenómeno que afecta el tamaño de las partículas dentro del granulador. Los cambios implementados en el modelo y un novedoso procedimiento de resolución del mismo, permiten contar con un modelo final de estado estacionario para el granulador de urea que reproduce la operación industrial satisfactoriamente.

Los conocimientos adquiridos durante el desarrollo de esta Tesis constituyen la base para abordar aspectos relacionados al granulador de urea aún no considerados. Entre ellos se pueden mencionar:

- *La formulación de un balance de energía mecánica para el aire de fluidización incorporando un esquema de control para la caída de presión.* El aire de fluidización se suministra al granulador industrial de urea como una única corriente por medio de un ventilador. Luego, el caudal se divide en seis corrientes, ingresando una a cada cámara. Estos caudales están relacionados a la caída de presión total del granulador, la cual en general está controlada automáticamente en un valor deseado e incluye las caídas de presión producidas por las válvulas de persiana, la grilla de distribución de aire y el lecho fluidizado en cada cámara. Debido a que las cámaras del granulador operan en paralelo, poseen la misma caída de presión total. La distribución del aire de fluidización está determinada por la resistencia que ofrece cada cámara al caudal de aire (i.e., las cámaras que ofrecen menor resistencia al pasaje de aire reciben más cantidad). Un balance de energía mecánica detallado permitiría evaluar los cambios en los caudales de aire de fluidización cuando se modifican las caídas de presión en lugar de considerarlos fijos, lo cual constituye una aproximación.
- *La incorporación al modelo actual de otros procesos de cambio de tamaño y la obtención de sus cinéticas en relación con las variables operativas de la unidad.* En la presente Tesis se consideró que el único mecanismo posible de crecimiento es el recubrimiento. Si bien este mecanismo es el más frecuente cuando la unidad se encuentra en condiciones óptimas de operación, por ejemplo una disminución inesperada del caudal de fluidización podría favorecer la aglomeración de partículas y la potencial defluidización del sistema.
- *La representación adecuada del patrón de flujo de los sólidos, ya que éste influye decisivamente sobre la performance del granulador.* Si bien las altas velocidades de transferencia de calor y masa promueven una tendencia a la homogeneidad de concentración y temperatura en los lechos fluidizados, esto ocurre solamente en una macro escala. A escala microscópica, en cambio, se producen importantes diferencias en los perfiles de temperatura y concentración. Además, cuando las partículas fluidizadas presentan una dispersión importante en la distribución de tamaños, existe una tendencia de los lechos a segregarse originando regiones preferenciales del lecho para el movimiento de las partículas en función de su tamaño. Los problemas de

mezclado de las partículas y la no uniformidad local de temperatura y humedad del aire son causantes de la presencia o ausencia de mecanismos de cambio de tamaño.

- *La formulación de un modelo de zonas para las cámaras de crecimiento del granulador, dividiendo cada lecho fluidizado en regiones de menor volumen y asumiendo mezclado perfecto en cada una de ellas.* Con dicho modelo se podría estudiar la no homogeneidad de la distribución de las gotas de solución concentrada de urea en cada lecho fluidizado. En efecto, aunque las partículas se encuentran en general bien mezcladas en el volumen total, las gotas atomizadas se concentran en una región cercana a las boquillas de atomización. En consecuencia, la suposición de aumento de tamaño uniforme en todo el volumen del lecho fluidizado para cada cámara de crecimiento no es correcta. Un modelo que contemple la zona de atomización sería esencial para estudiar la cinética de crecimiento.

NOMENCLATURA

a	Parámetro adimensional en el término de crecimiento propuesto por Hounslow y colaboradores (1988).
A	Área, m ² .
A_p	Área de partícula, m ² .
A_0	Área de pasaje de sólidos entre cámaras o descarga del producto, m ² .
Ar	Número de Arquímedes.
\underline{A}_r	Vector normal a la sección de flujo de partículas, m ² .
A_T	Área de la base de una cámara, m ² .
b	Parámetro adimensional en el término de crecimiento propuesto por Hounslow y colaboradores (1988).
c	Parámetro adimensional en el término de crecimiento propuesto por Hounslow y colaboradores (1988).
C	Número de clases en una grilla discretizada.
C_D	Coefficiente de descarga.
C_1	Parámetro involucrado en el cálculo del criterio de mezclado de Wen y colaboradores (1980).
C_2	Parámetro involucrado en el cálculo del criterio de mezclado de Wen y colaboradores (1980).
cp	Calor específico, kJ/kg K.
\overline{cp}	Calor específico medio, kJ/kg K.
D	Diámetro, m.
D_b	Diámetro de burbujas, m.
$\overline{D_b}$	Diámetro medio axial de burbujas, m.
D_g	Diámetro de gotas, m.

D_p	Diámetro de partículas, m.
D_{p_5}	Diámetro de partículas para el cual el 5% de la población es de mayor tamaño, m.
$D_{p_{90}}$	Diámetro de partículas para el cual el 90% de la población es de mayor tamaño, m.
$\overline{D_p}$	Diámetro medio de partículas, m.
d_{or}	Diámetro de orificios en el distribuidor de aire de fluidización, m.
f	Función densidad.
f_w	Fracción volumétrica de la estela respecto a la burbuja.
F	Frecuencia de distribución.
g	Aceleración de la gravedad, m/s^2 .
G	Velocidad de crecimiento, m/s.
h	Coefficiente de transferencia de calor aire-partícula mojada, $kW/m^2 K$. Término de cambio discreto de tamaños, $\#[coord. int.] s$
\bar{h}	Término normalizado de cambio discreto de tamaños, $1/[coord. int.] s$
\hat{h}	Coefficiente de transferencia de calor entre el lecho y la pared de la cámara, $kW/m^2 K$. Término específico de cambio discreto de tamaños, $\#[coord. int.] m^3 s$
H	Entalpía, kJ/kg .
$H(x)$	Función escalón de Heaviside.
k_{eb}	Coefficiente de transferencia de masa emulsión-burbujas, m/s.
k_{elu}	Coefficiente de elutriación, $kg/m^2 s$.
k_{elu_0}	Parámetro de elutriación, m/s.
k_{pe}	Coefficiente de transferencia de masa partículas-aire de fase emulsión, m/s.
K_p	Coefficiente para calcular la caída de presión (Ecuación 3.31).
K_ε	Exponente de la Ecuación de Richardson y Zaki (Ecuación 3.9).
l	Longitud, m.

L	Altura de lecho fluidizado, m.
L_T	Longitud total de partículas, m.
m	Masa, kg. Momento de la población.
m_S	Masa de sólidos, kg.
\bar{m}	Momento normalizado.
\dot{m}	Caudal másico, kg/s.
\dot{m}_S	Caudal másico de sólidos, kg/s.
M	Peso molecular, kg/kmol.
n	Función densidad en número, #/[coord. int.]
\bar{n}	Función densidad en número normalizada, 1/[coord. int.]
\hat{n}	Función densidad en número por unidad de volumen, #/[coord. int.] m ³
\dot{n}	Flujo de función densidad en número, #/[coord. int.] s
N	Número, #.
\bar{N}	Fracción en número.
\dot{N}	Caudal en número, #/s.
N_{or}	Número de orificios por unidad de área del distribuidor, #/m ² .
P	Presión, Pa.
P^v	Presión de vapor del agua, Pa.
q	Parámetro involucrado en el cálculo de la fracción volumétrica de burbujas (Tabla 2.3).
Q	Flujo de calor, kW. Caudal volumétrico, m ³ /s.
r	Relación entre nodos de grilla geométrica. Coordenada externa, m.
R	Constante de los gases ideales, kJ/kmol K. Relación de reciclo.

$\underline{\dot{R}}$	Vector de velocidades de cambio de coordenadas externas, m/s.
Re	Número de Reynolds.
\bar{s}	Desviación estándar.
SGN	<i>Size Guide Number.</i>
t	Tiempo, s.
t_0	Tiempo inicial, s.
T	Temperatura, °C.
T_p	Temperatura de partícula, °C.
u	Velocidad superficial del aire de fluidización y atomización, m/s.
u_0	Velocidad de partículas en el área de pasaje entre cámaras o descarga, m/s.
U	Coefficiente global de transferencia de calor, kW/m ² K.
UI	<i>Uniformity Index.</i>
v	Velocidad de partículas, m/s.
V_p	Volumen de partícula, m ³ .
V_r	Volumen de coordenadas externas, m ³ .
V_x	Volumen de coordenadas internas.
\bar{W}	Fracción en peso.
\bar{w}	Función densidad en peso normalizada respecto al diámetro, 1/m.
x	Fracción en peso de agua en solución, base húmeda. Coordenada interna de la población.
\bar{x}	Propiedad genérica promedio de la población.
x_s	Fracción molar de agua en solución saturada, base húmeda.
X	Fracción en peso de agua en las partículas, base seca.
$\underline{\dot{X}}$	Vector de velocidades de cambio en las coordenadas internas.
Y	Fracción en peso de agua en aire, en base seca.
Y^*	Fracción en peso de agua en aire en equilibrio, en base seca.

y	Fracción molar de agua en aire, en base húmeda.
y^*	Fracción molar de agua en aire en equilibrio, en base húmeda.
z	Coordenada axial, m.

Símbolos griegos

α	Grupo de variables vinculado a la transferencia de calor entre la fase gas y las partículas mojadas por evaporación (Ecuación 2.60).
$\alpha(Dp)$	Función del diámetro en el balance de población con elutriación (Ecuación 6.14), s^{-1} .
β	Grupo de variables vinculado a la transferencia de masa entre fases (Ecuaciones 2.23 y 2.24).
γ	Coefficiente de actividad.
δ	Fracción volumétrica de burbujas en el lecho fluidizado. Función delta de Dirac.
ε	Porosidad del lecho fluidizado.
θ	Variable de parametrización en el método de las características.
θ_c	Ángulo de contacto, °.
λ	Grupo de variables vinculado a la transferencia de calor entre la fase gas y las partículas mojadas por convección (Ecuación 2.61).
μ	Viscosidad del gas, kg/m s.
μ_{zW}	Logaritmo natural del diámetro medio geométrico en masa.
ξ	Parámetro de evaporación (Ecuación 2.37).
ρ	Densidad, kg/ m ³ .
$\bar{\rho}$	Densidad media axial, kg/ m ³ .
σ	Grupo de variables vinculado a la transferencia de calor con los alrededores (Ecuación 2.62). Desviación estándar.
σ_{zW}	Logaritmo natural de la desviación estándar geométrica en masa.

τ	Cociente entre la masa de partículas y el caudal másico de partículas que abandona cada cámara, s.
Ω	Dominio de coordenadas.
Ω_r	Dominio de coordenadas externas.
Ω_x	Dominio de coordenadas internas.

Subíndices

<i>a</i>	Aire.
<i>aN</i>	Aritmético en número.
<i>arrastre</i>	Arrastre por fricción entre las partículas y el fluido.
<i>aW</i>	Aritmético en masa.
<i>aSL</i>	Interface aire-partícula mojada.
<i>b</i>	Burbujas.
<i>b₀</i>	Burbujas en el fondo del lecho (sobre el distribuidor).
<i>bed</i>	Lecho.
<i>b_r</i>	Burbujas con respecto a la fase emulsión.
<i>capas</i>	Capas de gotas depositadas.
<i>crit</i>	Crítico.
<i>dist</i>	Grilla de distribución de aire.
<i>DIS</i>	Disolución.
<i>e</i>	Fase emulsión.
<i>eb</i>	Interface emulsión-burbujas.
<i>elu</i>	Elutriación
<i>EV</i>	Evaporación.
<i>ext</i>	Alrededores.
<i>fondo</i>	Fondo del lecho fluidizado.
<i>FUS</i>	Fusión.

<i>g</i>	Gotas.
<i>gN</i>	geométrico en número.
<i>gW</i>	geométrico en masa.
<i>i</i>	Clase de la población de partículas.
<i>in</i>	Entrada.
<i>j</i>	Orden del momento de la población.
<i>k</i>	Clase de la población de partículas. Orden del momento de la población.
<i>L</i>	Solución de urea.
<i>max</i>	Máximo.
<i>me</i>	Mediana de la población de partículas.
<i>mf</i>	Condiciones de fluidización mínima.
<i>MEZ</i>	Mezclado.
<i>mo</i>	Moda de la población de partículas.
<i>moj</i>	Mojado.
<i>N</i>	Número de gotas.
<i>NL</i>	Número-volumen.
<i>NS</i>	Número-superficie.
<i>out</i>	Salida.
<i>p</i>	Partículas.
<i>pe</i>	Interface partículas-aire de emulsión.
<i>proy</i>	Proyectada.
<i>ref</i>	Referencia.
<i>SL</i>	Partículas mojadas (sólido-líquido).
<i>SV</i>	Superficie-volumen.
<i>tope</i>	Tope del lecho fluidizado.

<i>T</i>	Total.
<i>u</i>	Urea.
<i>v</i>	Vapor.
<i>Veb</i>	Vapor intercambiado entre las fases emulsión y burbuja.
<i>w</i>	Agua.
<i>wall</i>	Pared de la cámara.

Superíndices

<i>ap</i>	Acumulativa pasante.
<i>ar</i>	Acumulativa retenida.
<i>calc</i>	Valor calculado.
<i>exp</i>	Valor experimental.
<i>ext</i>	Alrededores.
<i>j</i>	Cámara.
<i>k</i>	Cámara.
<i>max</i>	Valor máximo.
<i>out</i>	Salida.

BIBLIOGRAFÍA

- Abberger, T, “The Effect of Powder Type, Free Moisture and Deformation Behaviour of Granules on the Kinetics of Fluid-Bed Granulation”, *European Journal of Pharmaceutics and Biopharmaceutics*, 52, 327-336. **2001.**
- Adetayo, A.A., Litster, J.D., Cameron, I.T., “Steady State Modeling and Simulation of a Fertilizer Granulation Circuit”, *Computers and Chemical Engineering*, 19(4), 383-393. **1995.**
- Allen, T., “Powder Sampling and Particle Size Determination”, Elsevier, Amsterdam, The Netherlands. **2003.**
- Alston, J.M., Beddow, J.M., Pardey, P.G., “Agricultural Research, Productivity, and Food Prices in the Long Run”, *Science*, 4. 325(5945), 1209-1210. **2009.**
- Annapragada, A., Neilly, J., “On the Modelling of Granulation Processes, a Short Note”, *Powder Technology*, 89(1), 83-84. **1996.**
- Balliu, N., Cameron, I.T., “Performance Assessment and Model Validation for an Industrial Granulation Circuit”, *Powder Technology*, 179, 12–24. **2007.**
- Bertin, D.E., Mazza, G.D., Piña, J., Bucalá, V., “Modeling of an Industrial Fluidized-bed Granulator for Urea Production”, *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 46(23), 7667-7676. **2007.**
- Bertin, D.E., Piña, J., Bucalá, V., “Dynamics of an Industrial Fluidized Bed Granulator for Urea Production”, *Industrial & Engineering Chemical Research*, 49(1), 317-326. **2010.**
- Bertin, D.E., Cotabarren, I.M., Bucalá, V., Piña, J, “Analysis of the Product Granulometry, Temperature and Mass Flow of an Industrial Multichamber Fluidized Bed Urea Granulator”, *Powder Technology*, 206, 122-131. **2011.**
- Boerefijn, R., Hounslow, M.J., “Studies of Fluid Bed Granulation in an Industrial R&D Context”, *Chemical Engineering Science*, 60(14), 3879-3890. **2005.**
- Botterill, J.S.M, “Fluid-Bed Heat Transfer”, Academic Press, London, England. **1975.**

- Bracewell, R., "The Impulse Symbol", in *The Fourier Transform and Its Applications*, 3rd ed., McGraw-Hill, New York, 74-104. **2000.**
- Briesen, H., "Simulation of Cristal Size and Shape by means of a Reduced Two-dimensional Population Balance", *Chemical Engineering Science*, 61(1), 104-112. **2006.**
- Bucalá V., Piña J., "Teaching Population Balances for Chemical Engineering Students, Application to Granulation Processes", *Chemical Engineering Education*, 41(3), 209-217. **2007.**
- Burden, R.L., Faires, J.D., "Numerical Analysis", Brooks Cole Publishing, Pacific Grove, USA. **2005.**
- Burgschweiger, J., Tsotsas, E., "Experimental Investigation and Modelling of Continuous Fluidized Bed Drying Under Steady-state and Dynamic Conditions", *Chemical Engineering Science*, 57, 5021-5038. **2002.**
- Burkett, R.J., Chalmers-Dixon, P., Morris, P.J. Pyle, D.L., "On the Flow of Fluidized Solids Through Orifices", *Chemical Engineering Science*, 26, 405-417. **1971.**
- Cameron, I.T., Wang, F.Y., Immanuel, C.D., Stepanek, F., "Process Systems Modelling and Applications in Granulation, A Review", *Chemical Engineering Science*, 60(14), 3723-3750. **2005.**
- Canavos, G., "Probabilidad y Estadística, Aplicaciones y Métodos", McGraw-Hill, México. **1998.**
- Capes, C.E., "Particle Size Enlargement", en *Handbook of Powder Technology*, Williams, J.C., Allen, T. (Eds.), Elsevier Scientific Publishing Company. Amsterdam. **1980.**
- Chiesa, M., Mathiesen, V., Melheim, J.A., Halvorsen, B., "Numerical Simulation of Particulate Flow by the Eulerian-Lagrangian and the Eulerian-Eulerian Approach with Application to a Fluidized Bed", *Computers and Chemical Engineering*, 29(2), 291-304. **2005.**
- Clarke, A., Blake, T.D., Carruthers, K., Woodward, A., "Spreading and Imbibition of Liquid Droplets on Porous Surfaces", *Langmuir*, 18, 2980-2984. **2002.**
- Colakyan, M., Levenspiel, O., "Elutriation from Fluidized Beds", *Powder Technology*, 38(3), 223-232. **1984.**

- Cotabarren, I., Schulz, P.G., Bucalá, V., Piña, J., “Modeling of an Industrial Double-roll Crusher of a Urea Granulation Circuit”, *Powder Technology*, 183(2), 224-230. **2008.**
- Cotabarren, I.M., Rossit, J., Bucalá, V., J., “Modeling of an Industrial Vibrating Double-deck Screen of a Urea Granulation Circuit”, *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 48(6), 3187-3196. **2009a.**
- Cotabarren, I., Bertin, D., Piña, J., Bucalá, V., Romagnoli, J., “Dynamic Simulation and Optimization of a Urea Granulation Circuit”, *Chemical Engineering Transactions*, 17, 723-728. **2009b.**
- Cotabarren, I., Bertin, D., Romagnoli, J., Piña, J., Bucalá, V., “Dynamic Simulation and Optimization of a Urea Granulation Circuit”, *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 49(14), 6630-6640. **2010.**
- Daubert, T.E. y Danner, R.P., “Thermodynamics Properties of Pure Chemicals, Data Compilation”, Taylor & Francis, London, England. **1996.**
- Deen, N.G., Van Sint Annaland, M., Van der Hoef, M.A., Kuipers, J.A.M., “Review of Discrete Particle Modeling of Fluidized Beds”, *Chemical Engineering Science*, 62(1-2), 28-44. **2007.**
- Delwel, F., Veer, F.A., “Continuous Granulation of Sodium Triphosphate in a Pan Granulator”, *Industrial and Engineering Chemistry Process Design and Development*, 17(3), 261-265. **1978.**
- Devore, J.L., “Probabilidad y Estadística para Ingeniería y Ciencias”, Sexta Edición. Editorial Thomson, México. **2005.**
- Derrah, R.Q., Quadir, S., Shirley Jr., A.R., Cochran, K.D., Lynch, T.B., Tulimowski, M., “Apparatus and Process for Coating Particles”, US Patent 5399186. **1995.**
- Drechsler, J., Peglow, M., Heinrich, S., Ihlow, M., Mörl, L., “Investigating the Dynamic Behaviour of Fluidized Bed Spray Granulation Processes Applying Numerical Simulation Tools”, *Chemical Engineering Science*, 60, 3817–3833. **2005.**
- Epstein, E., “Mineral Nutrition of Plants, Principles and Perspectives”, Wiley, New York. **1972.**
- Fageria, N.K., “The Use of Nutrients in Crop Plants”, CRC Press, New York. **2009.**

- FAO, Food and Agriculture Organization, *Los Fertilizantes y su Uso*, Roma. **2002**.
- FAOSTAT, FAO (Food and Agriculture Organization) database, <http://faostat.fao.org>. **2010**.
- Fertilizer Manual, United Nations Industrial Development Organization (UNIDO) and International Fertilizer Development Center (IFDC), Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, The Netherlands. **1998**.
- Finck, A., “Fertilizantes y Fertilización”, Verlag Chemie GmbH (versión en español, Editorial Reverté S.A.). **1988**.
- Fitzgerald, T.J., “Coarse Particle Systems”, en *Fluidization*, Davidson, Clift y Harrison (Eds.), Academic Press, New York. **1985**.
- Fung, K.Y., Ng, K.M., Nakajima, S., Wibowo, C., “A Systematic Iterative Procedure for Determining Granulator Operating Parameters”, *AIChE Journal*, 52(9), 3189-3202. **2006**.
- Gantt, J.A., Gatzke, E.P., “Discrete Element Method Application for Verification of Kinetic Theory of Granular Flow in a High Shear Mixer”, *AIChE Annual Meeting, Conference Proceedings*, 3012. **2005**.
- Gantt, J.A., Gatzke, E.P., “Kinetic Theory of Granular Flow Limitations for Modeling High-shear Mixing”, *Industrial and Engineering Chemistry Research* 45(20), 6721-6727. **2006**.
- Gantt, J.A., Cameron, I.T., Litster, J.D., Gatzke, E.P., “Determination of Coalescence Kernels for High-shear Granulation Using DEM Simulations”, *Powder Technology*, 170(2), 53-63. **2006**.
- Garnavi, L., Kasiri, N., Hashemabadi, S.H., “Mathematical Modeling of a Continuous Fluidized Bed Dryer”, *International Communication in Heat and Mass Transfer*, 33, 666–675. **2006**.
- Geldart, D., “Types of Gas Fluidization”. *Powder Technology* 7 (5), 285-292. **1973**.
- Geldart, D., “The Design of Distributors for Gas-Fluidized Beds”, *Powder Technology* 42(1), 67-78. **1985**.
- Geldart, D., “Gas Fluidization Technology”, John Wiley & Sons Ltd, Chichester, England. **1986**.

- Goldschmidt, M.J.V., Weijers, G.G.C., Boerefijn, R., Kuipers, J.A.M., “Discrete Element Modelling of Fluidised Bed Spray Granulation”, *Powder Technology*, 138(1), 39-45. **2003**.
- González Martínez, P.I., “Los Dilemas de la Producción Agrícola en el Mundo. ¿Es la Producción Orgánica un Modelo Viable?”, Tesis doctoral, Universidad de las Américas, Puebla, México. **2005**.
- Gorosko, W.D., Rozenbaum, R.B., Todes, O.M., “Neftyanaga I Gazovaya”, 1, 125. **1958**.
- Grieco, E.; Marmo, L., “Predicting the Pressure Drop across the Solids Flow Rate Control Device of a Circulating Fluidized Bed”, *Powder Technology*, 161, 89–97. **2006**.
- Groenewold, H., Tsotsas, E., “Drying in Fluidized Beds with Immersed Heating Elements”, *Chemical Engineering Science*, 62, 481–502. **2007**.
- Gupta, A., Yan, D., “Mineral Processing Design and Operation, an Introduction”, Elsevier, Amsterdam, The Netherlands. **2006**.
- Hasltensen, M., de Bakker, P., Esbensen, K.H., “Acoustic Chemometric Monitoring of an Industrial Granulation Production Process—a PAT feasibility study”, *Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems*, 84(1-2 SPEC. ISS.), 88-97. **2006**.
- Hede, P.D., Bach, P., Jensen A.D., “Two-fluid Spray Atomisation and Pneumatic Nozzles for Fluid Bed Coating/agglomeration Purposes, A Review”, *Chemical Engineering Science*, 63(14), 3821-3842. **2008**.
- Hede, P.D., Bach, P., Jensen, A.D., “Batch Top-spray Fluid Bed Coating, Scale-up Insight Using Dynamic Heat- and Mass-transfer Modeling”, *Chemical Engineering Science*, 64(6), 1293-1317. **2009**.
- Heffer, P., Prud’homme, M., “World Agriculture and Fertilizer Demand, Global Fertilizer Supply and Trade”, Summary Report, International Fertilizer Industry Association (IFA), 34th IFA Enlarged Council Meeting, Ho Chi Minh City, Vietnam. **2008**.
- Heffer, P., Prud’homme, M., “Fertilizer Outlook 2010 – 2014”, International Fertilizer Industry Association (IFA), 78th IFA Annual Conference Paris (France). **2010**.
- Heinrich, S., Mörl, L., “Fluidized Bed Spray Granulation - A New Model for the

- Description of Particle Wetting and of Temperature and Concentration Distribution”, *Chemical Engineering and Processing, Process Intensification* 38(4-6), 635-663. **1999.**
- Heinrich, S., Peglow, M., Ihlow, M., Henneberg, M., Mörl, L., “Analysis of the Start-up Process in Continuous Fluidized Bed Spray Granulation by Population Balance Modelling”, *Chemical Engineering Science*, 57(20), 4369-4390. **2002.**
 - Heinrich, S., Peglow, M., Ihlow, M., Mörl, L., “Particle Population Modeling in Fluidized Bed-spray Granulation—Analysis of the Steady State and Unsteady Behavior”, *Powder Technology*, 130, 154-161. **2003.**
 - Heinrich, S., Henneberg, M., Peglow, M., Drechsler, J., Mörl, L., “Fluidized Bed Granulation, Analysis of Heat and Mass Transfers and Dynamic Particle Populations”, *Brazilian Journal of Chemical Engineering*, 22(2), 181-194. **2005.**
 - Hess, W.F., “Representation of Particle Size Distributions in Practice”, *Chemical Engineering Technology*, 27(6), 624-629. **2004.**
 - Himmelblau, D., Bischoff, K., “Análisis y Simulación de Procesos”, Editorial, Reverté S.A., Barcelona, España. **2004.**
 - Holdich, R.G., “Fundamentals of Particles Technology”, Midland Information Technology & Publishing, England. **2002.**
 - Hounslow, M.J., Ryall, R.L., Marshall, V.R., “Discretized Population Balance for Nucleation, Growth, and Aggregation”, *AIChE Journal* 34(11), 1821-1832. **1988.**
 - Hoomans, B.P.B., Kuipers, J.A.M., Briels, W.J., Van Swaaij, W.P.M., “Discrete Particle Simulation of Bubble and Slug Formation in a Two-Dimensional Gas-Fluidised Bed, a Hard-Sphere Approach”, *Chemical Engineering Science*, 51(1), 99-118. **1996.**
 - Hulburtz, H.M., Katz, S.L., “Some Problems in Particle Technology. A Statistical Mechanical Formulation”, *Chemical Engineering Science*, 19, 555-574. **1964.**
 - IFA, International Fertilizer Association, <http://www.fertilizer.org>. **2011.**
 - Ihlow, M., Heinrich, S., Henneberg, M., Peglow, M., Mörl, L., “The Problems Encountered when Calculating the Surface in Fluidized Beds Sprayed with Liquid”, *Chemical Engineering & Technology*, 24(9), 897-898. **2001.**
 - Incropera, F.P., DeWitt, D.P., “Fundamentals of Heat and Mass Transfer”, John Wiley

- & Sons, Singapore. **1981.**
- Iveson, S.M., Wauters, P.A.L., Forrest, S., Litster, J.D., Meesters, G.M.H., Scarlett, B., “Growth Regime Map for Liquid-bound Granules, Further Development and Experimental Validation”, *Powder Technology*, 117(1-2), 83-97. **2001.**
 - Jacob, M., “Granulation equipment”, En *Handbook of Powder Technology*, Salman, A.D., Hounslow, M.J., Seville, J.P.K. (Eds.), Elsevier, Amsterdam, The Netherlands. **2007.**
 - Kayaert, A.F., “N.S.M. Fluidized-Bed Urea Granulation Process”, En *Proceedings of the 30th Annual Meeting Fertilizer Industry Round Table*. **1980.**
 - Kayaert, A.F., Antonus, R.A.C., “Process for the Production of Urea Granules”, US Patent 5653781. **1997.**
 - Kayaert, A.F., Antonus, R.A.C., “Process for the Production of Urea Granules”, CA Patent 2141874. **1994.**
 - *Kirk Othmer Encyclopedia of Chemical Technology*, Wiley, New York. **1991.**
 - Kuipers, J.A.M., Van Duin, K.J., Van Beckum, F.P.H., Van Swaaij, W.P.M., “A Numerical Model of Gas-Fluidized Beds”, *Chemical Engineering Science*, 47(8), 1913-1924. **1992.**
 - Kumar, S., Ramkrishna, D., “On the Solution of Population Balance Equations by Discretization-III. Nucleation, Growth and Aggregation of Particles”, *Chemical Engineering Science*, 52(24), 4659-4679. **1997.**
 - Kumar, J., “Numerical Approximations of Population Balance Equations in Particulate Systems”, Ph.D. Thesis, Faculty of Mathematics, Otto-von-Guericke University Magdeburg. **2006.**
 - Kunii, D., Levenspiel, O., “*Fluidization Engineering*”, Butterworth-Heinemann, Newton. **1991.**
 - Landis, N., “Process for Prilling Urea”, U.S. Patent 4190622. **1980.**
 - Lai, F.S., Chen, Y., Fan, L.T., “Modelling and Simulation of a Continuous Fluidized-bed Dryer”, *Chemical Engineering Science*, 41(9), 2419–2430. **1986.**
 - Leclère, K., Briens, C., Gauthier, T., Bayle, J., Guigon, P., Bergougnou, M., “Experimental Measurement of Droplet Vaporization Kinetics in a Fluidized Bed”,

- Chemical Engineering and Process, 43, 693–699. **2004.**
- Liborious, E., “Continuous Multi-cell Process for Particle Coating Providing for Particle Recirculation in the Respective Cells”, U.S. Patent 5648118. **1997.**
 - Lim, Y.I., Le Lann, J.M., Joulia, X., “Moving Mesh Generation with a Sequential Approach for Solving PDEs”, Computer Aided Chemical Engineering 10, 907-912. **2006.**
 - Link, J.M., Godlieb, W., Deen, N.G., Kuipers, J.A.M., “Discrete Element Study of Granulation in a Spout-fluidized Bed”, Chemical Engineering Science 62(1-2), 202-217. **2007.**
 - Litster, J., Ennis, B., Liu, L, “The Science and Engineering of Granulation Processes”, Particle Technology Series, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht. **2004.**
 - Marchal, P., David, R., Klein J.P., Villermaux, J., “Cristallization and Precipitation Engineering. I, An Efficient Method for Solving Population Balance in Cristallization with Agglomeration”, Chemical Engineering Science, 43(1), 59. **1988.**
 - Maronga, S.J., Wnukowski, P., “Modelling of the Three-domain Fluidized-bed Particulate Coating Process”, Chemical Engineering Science, 52(17). **1997.**
 - Maronga, S., “On the Optimization of the Fluidized Bed Particulate Coating Process”, Ph.D. Thesis, Department of Chemical Engineering and Technology, Royal Institute of Technology, Estocolmo, Suecia. **1998.**
 - Massimilla, L., Betta, V., Della Rocca, C., “A Study of Streams of Solids Flowing from Solid-gas Fluidized Beds”, AIChE J., 7, 502-508. **1961.**
 - Massimilla, L., “Flow Properties of the Fluidized Dense Phase”, en Fluidization, Davidson, J.F., Harrison, D. (Eds.), Academic Press, New York. **1971.**
 - Mavrovic, I., “Process for Prilling Urea”, U.S. Patent 3933956. **1976.**
 - Mazza, G.D., Mariani, N.J., Barreto, G.F., “Evaluation of Overall Heat Transfer Rates between Bubbling Fluidized Beds and Immersed Surfaces”, Chemical Engineering Communication, 162, 125-149. **1997.**
 - Mazza, G.D., Barreto, G.F., “The Gas Contribution to Heat Transfer between Fluidized Beds of Large Particles and Immersed Surfaces”, International Journal of Heat and Mass Transfer 31(3), 603-614. **1988.**

- McCarthy, J.J., Khakhar, D.V., Ottino, J.M., “Computational Studies of Granular Mixing”, *Powder Technology*, 109(1-3), 72-82. **2000.**
- MECON (Ministerio de Economía y Finanzas Públicas). Abastecimiento de Urea para el Sector Agropecuario, Investigación de Mercado, Comisión Nacional de Defensa de Competencia. **2005.**
- Melgar, R. y Daher, E., “Fertilizer Best Management Practices in South America’s Agricultural Systems”, IFA International Workshop on Fertilizer Best Management Practices, Bruselas, Bélgica. **2007.**
- Meessen, J.H., Petersen, H., “Urea”, *Ullmann's Encyclopedia of Industrial Chemistry*, vol. A27, Vch Verlagsgesellschaft, Alemania. **1996.**
- Milioli, F.E., Foster, P.J., “Entrainment and Elutriation Modelling in Bubbling Fluidized Beds”, *Powder Technology* 83(3), 233-244. **1995a.**
- Milioli, F.E., Foster, P.J., “A Model for Particle Size Distribution and Elutriation in Fluidized Beds”, *Powder Technology* 83(3), pp. 265-280. **1995b.**
- Mishra, B.K., Thornton, C., Bhimji, D., “A Preliminary Numerical Investigation of Agglomeration in a Rotary Drum”, *Minerals Engineering* 15(1-2), 27-33. **2002.**
- Mori, S., Wen, C.Y., “Estimation of Bubble Diameter in Gaseous Fluidized Beds”, *AIChE Journal*, 21(1), 109-115. **1975.**
- Mörl, L., Heinrich, S., Peglow, M., “Fluidized Bed Spray Granulation”, En *Handbook of Powder Technology*, Salman, A.D., Hounslow, M.J., Seville, J.P.K. (Eds.), Elsevier, Amsterdam, The Netherlands. **2007.**
- Motz, S., Mitrovic, A., Gilles, E.-D., “Comparison of Numerical Methods for the Simulation of Dispersed Phase Systems”, *Chemical Engineering Science* 57, 4329-4344. **2002.**
- Mutsers, S.M.P., “Process for the Preparation of Urea Granules”, US Patent 7498055. **2009.**
- Nagaiah, C., Warnecke, G., Heinrich, S., Peglow, M., “Three-dimensional Numerical Study of Heat and Mass Transfer in Fluidized Beds with Spray Nozzle”, *Computers and Chemical Engineering* 32(12), 2877-2890. **2008.**
- Negri, R., Feiguin, F., Campos, M., Walter, M., Ferreira, F. y Satorre, E., “La

- Agricultura Argentina en Marcha, sus Cambios e Impactos, con Atención al Uso de Herbicidas”, Informe de la Asociación Argentina de Consorcios Regionales de Experimentación Agrícola. **2009**.
- Nienow, A.E., Rowe, P.N., “Particle Growth and Coating in Gas-Fluidized Beds”, en Fluidization, Davidson, J.F., Clift, R., Harrison D. (Eds.), 2nd ed., Academic Press, London, England. **1985**.
 - Nijsten, P.J.B., Starmans, P.J.M., “Process for Producing Granules”, U.S. Patent 5779945. **1998**.
 - Nicmanis, M., Hounslow, M.J., “A Finite Element Analysis of the Steady State Population Balance Equation for Particulate Systems, Aggregation and Growth”, Computers and Chemical Engineering 20, S261-S266. **1996**.
 - Nicmanis, M., Hounslow, M.J., “Finite-element Methods for Steady-state Population Balance Equations”, AIChE Journal 44 (10). **1998**.
 - Niks, A., Van Hijfte, W.H.P., Goethals, R.A.J., “Process for Urea Granulation”, U.S. Patent 4219589. **1980**.
 - Niks, A., Van Hijfte, W.H.P., Goethals, R.A.J., “Process for Urea Granulation”, US Patent 5653781. **1997**.
 - Nopens, I., Beheydt D., Vanrollegheem, P.A., “Comparison and Pitfalls of Different Discretised Solution Methods for Population Balance Models, a Simulation Study”, Computers and Chemical Engineering 29(2), 367-377. **2005**.
 - Peglow, M., Kumar, J., Hampel, R., Tsotsas, E., Heinrich, S., “Towards a Complete Population Balance Model for Fluidized-bed Spray Agglomeration”, Drying Technology 25(7-8), 1321-1329. **2007**.
 - Peiretti, R.A., “El Irrenunciable Compromiso de Responder a la Demanda Agropecuaria Global. La Siembra Directa y el Modelo AMSAP (Agricultura Moderna Sustentable de Alta Productividad) como respuesta responsable a este desafío”, XIV Congreso Anual de AAPRESID. **2006**.
 - Pietsch, W., “Size Enlargement by Agglomeration”, John Wiley & Sons Ltd, Chichester, England. **1991**.
 - Perry, R.H., Green, D.W. “Perry's Chemical Engineers' Handbook”, 8th Edition, McGraw-Hill, New York. **1999**.

- Prescott, J.K., Barnum, R.A., “On Powder Flowability”, *Pharmaceutical Technology* (10), 60-84. **2000.**
- Qamar, S., Elsner, M.P., Angelov, I.A., Warnecke, G., Seidel-Morgenstern, A., “A Comparative Study of High Resolution Schemes for Solving Population Balances in Crystallization”, *Computers and Chemical Engineering* 30, 1119-1131. **2006.**
- Qamar, S., Ashfaq, A., Warnecke, G., Angelov, I., Elsner, M.P., Seidel-Morgenstern, A., “Adaptive High-resolution Schemes for Multidimensional Population Balances in Crystallization Processes”, *Computers and Chemical Engineering* 31(10), 1296-1311. **2007.**
- Qamar, S., Ashfaq, A., Angelov, I., Elsner, M.P., Warnecke, G., Seidel-Morgenstern, A., “Numerical Solutions of Population Balance Models in Preferential Crystallization”, *Chemical Engineering Science* 63(5), 1342-1352. **2008.**
- Qamar, S., “Model and Simulation of Population Balances for Particulate Processes”, Ph.D. Thesis, Faculty of Mathematics, Otto-von-Guericke University Magdeburg. **2008.**
- Radichkov, R., Müller, T., Kienle, A., Heinrich, S., Peglow, M., Mörl, L., “A Numerical Bifurcation Analysis of Continuous Fluidized Bed Spray Granulation with External Product Classification”, *Chemical Engineering and Processing* 45(10), 826-837. **2006.**
- Ramkrishna, D., “Population Balances”, Academic Press, London, England. **2000.**
- Randolph, A. D. y Larson, M. A., “Theory of Particulate Processes”, Academic Press, New York, USA. **1971.**
- Reynolds, G.K., Le, P.K., Nilpawar, A.M., “High Shear Granulation”, en *Handbook of Powder Technology*, Salman, A.D., Hounslow, M.J., Seville, J.P.K. (Eds.), Elsevier, Amsterdam, The Netherlands. **2007.**
- Rhodes, M., “Introduction to Particle Technology”, Wiley, West Sussex, England. **1998.**
- Richardson, J.F., Zaki, W.N., “Sedimentation and Fluidization, Part I.”, *Transactions of the Institution of Chemical Engineers. Inst. Chem. Eng.*, 32, 35–53. **1954.**
- Rojas, R., Piña, J., Bucalá, V., “Solids Transport Modeling in a Fluidized Drum Granulator”, *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 49(15), 6986-6997. **2010.**

- Ronsse, F., Pieters, J.G., Dewettinck, K., “Combined Population Balance and Thermodynamic Modelling of the Top-spray Fluidised Bed Coating Process. Part I- Model Development and Validation”, *Journal of Food Engineering* 78(1), 296-307. **2007.**
- Ronsse, F., Pieters, J.G., Dewettinck, K., “Modelling Heat and Mass Transfer in Batch, Top-spray Fluidised Bed Coating Processes”, *Powder Technology* 190(1-2), 529-541. **2009.**
- Saleh, K., Ph.D. Thesis, Institut National Polytechnique de Toulouse, France. **1998.**
- Saleh, K., Steinmetz, D., Hemati, M., “Experimental Study and Modeling of Fluidized Bed Coating and Agglomeration”, *Powder Technology* 130(1-3), 116-123. **2003.**
- Saleh, K., Guigon, P., “Coating and Encapsulation Processes in Powder Technology”, en *Handbook of Powder Technology*, Salman, A.D., Hounslow, M.J., Seville, J.P.K. (Eds.), Elsevier, Amsterdam, the Netherlands. **2007.**
- Sathiyamoorthy, D., Sridhar Rao, Ch., “The Choice of Distributor to Bed Pressure Drop Ratio in Gas Fluidised Beds”, *Powder Technology* 30(2), 151-161. **1981.**
- Seville, J., Tüzün, U., Clift, R., “Processing of Particulate Solids”, Blackie Academic & Professional, Chapman & Hall, London, England. **1997.**
- Shirley Jr., A.R., Cochran, K.D., Lynch, T.B., Derrah, R.I., Quadir, S.J., Tulimowski, Z.M., “Multi-stage Process for Continuous Coating of Fertilizer Particles”, U.S. Patent 5211985. **1993.**
- Smith, P.G., Nienow, A.W., “Particle Growth Mechanisms in Fluidised Bed Granulation-I. The Effect of Process Variables”, *Chemical Engineering Science* 38(8), 1223-1231. **1983.**
- Smith, J.M., Van Ness, H.C., Abbott, M.M, “Introduction to Chemical Engineering Thermodynamics”, McGraw-Hill, New York. **1996.**
- Soong, T.T., “Fundamentals of Probability and Statistics for Engineers”, John Wiley & Sons Ltd, Chichester, England. **2004.**
- Tallon, S., Davies, C.E., “Discharge of a Fluidised Bed of Particles Through an Orifice”, *Powder Technology*, 160(1), 45–53. **2005.**
- Tan, H.,S., Goldschmidt, M.,J.,V., Boerefijn, R., Hounslow, M.J., Salman, A.D.,

- Kuipers, J.M.A., “Building Population Balance Model for Fluidized Bed Melt Granulation, Lessons from Kinetic Theory of Granular Flow”, *Powder Technology* 142, 103-109. **2004.**
- Tan, H.S., Salman, A.D., Hounslow, M.J., “Kinetics of Fluidised Bed Melt Granulation I, The Effect of Process Variables”, *Chemical Engineering Science*, 6, 1585-1601. **2006.**
 - Teunou, E., Poncelet, D., “Batch and Continuous Fluid Bed Coating – Review and State of the Art”, *Journal of Food Engineering*, 53(4), 325-340. **2002.**
 - Toomey, R.D., Johnstone, H.F., “Gaseous Fluidization of Solid Particles”, *Chem. Eng. Progress*, 48, 220. **1952.**
 - Turton, R., Tardos, G.I., Ennis, B.J., “Fluidized Bed and Granulation”, En *Fluidization, Solids Handling and Processing, Industrial Applications*, Yang, W. (Ed.), Noyes Publications, New Jersey, USA. **1998.**
 - Uhde Fertilizer Technology, <http://www.uhde-fertilizer-technology.com>. **2011.**
 - Veliz, S., Mirazú, L., Piña, J., Pedernera, M., Bucalá, V., “Efecto del Caudal de Aire de Fluidización sobre la Calidad de Urea Granulada Obtenida en un Granulador de Lecho Fluidizado Escala Piloto”, VI Congreso Argentino de Ingeniería Química, Mar del Plata, Argentina. **2010.**
 - Verkoeyen, D., Pouw, G.A., Meesters, G.M.H., Scarlett, B., “Population Balances for Particulate Processes-a Volume Approach”, *Chemical Engineering Science* 57, 2287-2303. **2002.**
 - Vreman, A.W., van Lare, C.E., Hounslow, M.J., “A Basic Population Balance Model for Fluid Bed Spray Granulation”, *Chemical Engineering Science* 64, 4389-4398. **2009.**
 - Wang, F.Y., Cameron, I.T., “Review and Future Directions in the Modelling and Control of Continuous Drum Granulation”, *Powder Technology*, 124, 238-253. **2002.**
 - Wang, F.Y., Ge, X.Y., Balliu, N., Cameron, I.T., “Optimal Control and Operation of Drum Granulation Processes”, *Chemical Engineering Science*, 61, 257-267. **2006.**
 - Wen, C. Y., Yu, Y.H., “A Generalised Method for Predicting Minimum Fluidization Velocity”, *AIChE Journal*, 12, 610. **1966.**

-
- Wen, C.Y., Krishnan, R., Kalyanaramn, R., En Fluidization, Grace, J.R., Matsen, J.M. (Eds.), Plenum, New York. **1980.**
 - Wildeboer, W.J., “Steady State and Dynamic Simulations of a Closed Loop Granulation Circuit”, Master Thesis, Delft University of Technology, Delft, The Netherlands. **1998.**
 - Wnukowski, P., Setterwall, F., “The Coating of Particles in a Fluidized Bed. Residence Time Distribution in a System of Two Coupled Perfect Mixers”, Chemical Engineering Science, 44 (3). **1989.**
 - Woods, J., Williams, A., Hughes, J.K., Black, M., Murphy, R., “Energy and the Food System”, Philosophical Transactions of the Royal Society B, 365, 2991-3006. **2010.**