



**UNIVERSIDAD NACIONAL DEL SUR**

**Departamento de Ingeniería**

**Tesis Doctor en Ingeniería**

**“Diseño, Análisis y Patologías  
de Fundaciones Estructurales”**

**Claudio Javier Orbanich**

**BAHÍA BLANCA**

**ARGENTINA**

**2010**

Esta Tesis se presenta como parte de los requisitos para optar al grado Académico de Doctor en Ingeniería, de la Universidad Nacional del Sur y no ha sido presentada previamente para la obtención de otro título en esta Universidad u otra. La misma contiene los resultados obtenidos en investigaciones llevadas a cabo en las Áreas de Hormigón y Estabilidad y en el Laboratorio de Modelos Estructurales, dependiente del Departamento de Ingeniería durante el período comprendido entre octubre del 2003 y junio del 2010, bajo la dirección del Dr. Ing. Néstor F. Ortega, Profesor Titular del Departamento de Ingeniería en las cátedras: Introducción al diseño en Ingeniería y Estructuras Livianas y la Dra. Ing. Marta B. Rosales, Investigadora independiente del CONICET, Profesora Titular del Departamento de Ingeniería en la cátedra Resistencia de Materiales, ambos de la Universidad Nacional del Sur.

Ing. Claudio J. Orbanich

Bahía Blanca, junio de 2010

Departamento de Ingeniería

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL SUR

**A mi señora Flavia.**  
**A mis padres Mabel y Juan Carlos.**  
**A mis hermanos Fabián y Analía.**

## AGRADECIMIENTOS

Quisiera expresar mis sinceros agradecimientos a todas las personas e instituciones que de alguna manera han hecho posible la realización de esta tesis, y de manera especial:

A la Universidad Nacional del Sur, por mi aceptación, a través del Departamento de Ingeniería, para desarrollar los trabajos de investigación presentados en esta tesis y por haber facilitado todas sus instalaciones, laboratorios, instrumental, etc.

Deseo expresar mi agradecimiento al CONICET porque mediante el otorgamiento de la beca me brindaron todo el apoyo económico necesario para el desarrollo del doctorado.

Mi más sentido reconocimiento y agradecimiento al Profesor Dr. Ing. Néstor F. Ortega, por ser el promotor para mi iniciación en tareas de investigación, por haberme dirigido en esta tesis con tanto amor, comprensión y profesionalismo, por su apoyo, dedicación y liderazgo, por su confianza, por las sugerencias y paciencia al atenderme, a medida que iba obteniendo resultados, por las correcciones y discusiones sobre los resultados que me han sido útiles en la elaboración de esta tesis.

Quiero expresar mi agradecimiento a la Dra. Ing. Marta B. Rosales, por haber aceptado la dirección de esta tesis, por sus enseñanzas, por su tiempo, por el asesoramiento, guía, y apoyo proporcionados.

Mi sincero agradecimiento a la memoria del Profesor Ing. Juan Carlos Paloto, por su incentivo y dedicación, por su paciencia en transmitirme sus conocimientos, por tener parte de su tiempo siempre disponible en la discusión de los resultados.

---



También quiero agradecer a la Ing. Sandra Robles y a la Ing. Patricia Domínguez, por su apoyo, dedicación y por su enorme colaboración en el desarrollo de los trabajos.

Asimismo, quiero agradecer al Ing. Luis Dal Piva por su colaboración en esta tesis, como así también deseo agradecer al Técnico del Laboratorio de Modelos Estructurales del Departamento de Ingeniería de la UNS, el señor Juan Pablo Gorordo, por su ayuda en los ensayos de los modelos.

Mis más profundos agradecimientos a mis padres, Mabel y Juan Carlos por haberme dado la vida, por el gran esfuerzo en mi educación guiándome siempre por el camino de los valores y por sus consejos. A mis hermanos por su paciencia y comprensión y a Adriana Silvia Marino por su ayuda y guía en la vida.

Finalmente, no me quedan palabras para agradecer a mi señora Flavia, por darme el apoyo necesario en todo lo que me propongo, por compartir tantas horas de dedicación a la tesis, por ayudarme, acompañarme y alentarme, por su amor y confianza.

---

## RESUMEN

A lo largo del tiempo una innumerable cantidad de daños en estructuras se produjeron debido a problemas en sus fundaciones. Al momento de detectarlos, no siempre fue posible llegar a una solución satisfactoria, disminuyendo sensiblemente su vida útil y en algunos casos extremos llegando al colapso de la misma. En esta tesis, inicialmente se diseñan y analizan con métodos numéricos, plateas rectangulares y circulares teniendo en cuenta parámetros mecánicos, apoyadas sobre terrenos elásticos, y considerando la reacción del terreno como lineal y no lineal. Se considera el aporte mecánico del pretensado en plateas y en vigas de fundación elástica. Posteriormente, se desarrollan técnicas para la detección, localización y cuantificación del daño en fundaciones, apoyadas sobre un terreno elástico y/o elastoplásticos, utilizando modelos numéricos, con fisuras discretas, y fisuras distribuidas, resueltos con el Método de los Elementos Finitos. Se utilizan parámetros estáticos tales como los Desplazamientos Verticales, diferencia entre Desplazamientos Verticales y Curvatura de la Elástica y parámetros dinámicos, tales como variación de Frecuencias y Respuesta en Frecuencias. Asimismo, se presenta una aplicación para la detección, localización y cuantificación de la fisura, mediante la resolución del Problema Inverso, aplicado a vigas de fundación apoyadas sobre un medio elástico, mediante un método numérico. Se analiza el caso de la corrosión de armaduras bajo tensión de tracción de las mismas, mediante la realización de modelos físicos a escala, sometidas a un proceso de corrosión acelerada en distintas zonas de las vigas. A los efectos de correlacionar el deterioro producido, con su respuesta ante acciones externas, se realiza el seguimiento del proceso de fisuración del hormigón, determinando el Potencial de Corrosión, en distintos puntos de las vigas y midiendo la Velocidad de Propagación de Impulsos Ultrasónicos. Por último, en lo referente al refuerzo y reparación de vigas de fundación se trabaja con láminas de materiales compuestos, modelados con el Método de los Elementos Finitos, evaluando el mejoramiento que estos refuerzos le proveen al elemento estructural cuando se varía la cantidad y ubicación de los mismos.

---

## ABSTRACT

Countless instances of structural damage have occurred over time, due to problems with foundations. It was often impossible to come to a satisfactory solution at the time of detection, with the result of a substantial decrease in structure lifetime, or in its total collapse in extreme situations. In this paper, circular and rectangular concrete plates with diverse aspect ratios are designed and analyzed, lying on elastic foundations, and taking into account mechanical parameters of plates sitting on elastic grounds, assessing linear and non-linear ground reactions. The mechanical contribution of prestressing procedures to plates and elastic foundation beams is considered. Several techniques are next developed for damage detection, location and quantification, in foundation structures lying on elastic and/or elastoplastic grounds, using numeric models with discrete cracks and scattered cracks, solved by means of the Finite Elements Method. Static parameters are used, such as Vertical Displacement, Vertical Displacement Difference, Elastic Curvature, as well as dynamic parameters, such as Frequency Variation and Frequency Response. An application is hereby presented for fissure detection, location and quantification in foundation beams lying on an elastic medium, by means of a numerical method and the Inverse Problem. Corrosion of pre-tensed reinforcement bars is analyzed by means of scaled physical models subjected to accelerated corrosion in several areas of the beams. To correlate the resulting decay to external static actions, the fissuring process of the concrete is assessed by determining the Corrosion Potential at several points of the beams, measuring as well the Propagation Velocity of Ultrasound Impulses. Finally, on the subject of strengthening and repair of foundation beams, work is done with sheets of composite material which are modeled with the Finite Elements Method, evaluating the improvement provided to structural elements by diverse amounts and locations of reinforcements.

---

---

## ÍNDICE GENERAL

### GENERALIDADES DE LA TESIS

|                             |       |
|-----------------------------|-------|
| Dedicatoria. . . . .        | i     |
| Agradecimientos. . . . .    | ii    |
| Resumen . . . . .           | iv    |
| Abstract. . . . .           | v     |
| Índice. . . . .             | vi    |
| Índice de Figuras . . . . . | xiii  |
| Índice de Tablas. . . . .   | xxiv  |
| Nomenclatura. . . . .       | xxvii |

### Capítulo 1. INTRODUCCIÓN

|   |    |
|---|----|
| 1.1 Motivación . . . . .  | 1  |
| 1.2 Importancia del tema. . . . .   | 3  |
| 1.3 Alcance de la Tesis . . . . .   | 5  |
| 1.4 Objetivos. . . . .  | 6  |
| 1.5 Metodologías utilizadas. . . . .  | 8  |
| 1.6 Contenido de la tesis. . . . .  | 11 |
| 1.7 Antecedentes. . . . .   | 14 |
| 1.7.1 Antecedentes de plateas y vigas de fundación. . . . .                         | 14 |
| 1.7.2 Antecedentes sobre detección de fallas. . . . .                               | 18 |
| 1.7.3 Antecedentes sobre refuerzo y reparación de estructuras de hormigón . . . . . | 23 |
| 1.8 Aporte Original. . . . .  | 25 |
| 1.9 Referencias. . . . .  | 26 |

---

## Capítulo 2. FUNDAMENTOS TEÓRICOS Y DEFINICIONES

|   |    |
|---|----|
| 2.1 Introducción. . . . .   | 34 |
| 2.2 Deformaciones de plateas de fundación. Desarrollo en Diferencias Finitas. . . . . | 34 |
| 2.2.1 Plateas de fundaciones elásticas con vigas intermedias. . . . .                 | 40 |
| 2.2.2 Plateas de fundaciones, con vigas intermedias pretensadas. . . . .              | 40 |
| 2.2.3 Plateas circulares sobre fundaciones elásticas. . . . .                         | 43 |
| 2.3 Método de la variación de los desplazamientos verticales. . . . .                 | 45 |
| 2.4 Método de la curvatura de la elástica. . . . .                                    | 45 |
| 2.5 Método de la Variación de la curvatura de la elástica. . . . .                    | 46 |
| 2.6 Detección de fisuras por medio de la resolución del problema inverso . . . . .    | 46 |
| 2.7 Refuerzo y reparación de estructuras. . . . .                                     | 50 |
| 2.8 Referencias. . . . .  | 54 |

## Capítulo 3. ESTUDIO DE PLATEAS DE FUNDACIÓN MEDIANTE MÉTODOS NUMÉRICOS

|   |    |
|---|----|
| 3.1 Introducción. . . . .   | 56 |
| 3.2 Resultados y Discusión . . . . .  | 58 |
| 3.2.1 Carga constante y coeficiente de reacción de terreno constante . . . . .    | 58 |
| 3.2.2 Carga variable y coeficiente de reacción del terreno constante. . . . .     | 63 |
| 3.2.3 Cargas constantes, con coeficiente de reacción de terreno variable. . . . . | 65 |
| 3.2.4 Carga variable y coeficiente de reacción del terreno variable. . . . .      | 68 |
| 3.3 Referencias. . . . .  | 69 |

## Capítulo 4. ANÁLISIS DE PLATEAS DE FUNDACIÓN ELÁSTICA, CON VIGAS INTERMEDIAS, CON Y SIN PRETENSAR

|                           |    |
|---------------------------|----|
| 4.1 Introducción. . . . . | 72 |
|---------------------------|----|

---

---

|   |    |
|---|----|
| 4.2 Estudio de la convergencia. . . . .   | 74 |
| 4.2.1 Losa de hormigón armado. . . . .  | 74 |
| 4.2.2 Platea de fundación con elementos de borde de gran rigidez. . . . .                                   | 75 |
| 4.2.3 Platea de fundación con vigas intermedias. . . . .  | 77 |
| 4.2.4 Platea de fundación con vigas intermedias resuelta con el Método de los<br>Elementos Finitos. . . . . | 78 |
| 4.3. Resultados y Discusión. . . . .  | 80 |
| 4.3.1 Plateas pretensadas. . . . .  | 81 |
| 4.3.2 Platea de fundación con diferentes alturas de sus vigas intermedias. . . . .                          | 86 |
| 4.3.3 Plateas de fundación con vigas intermedias pretensadas. . . . .                                       | 87 |
| 4.4 Referencias. . . . .  | 90 |

### **Capítulo 5. REACCIONES DE SOPORTE EN PLATEA CIRCULARES DE FUNDACIÓN, CON VIGA DE BORDE**

|  |     |
|--|-----|
| 5.1. Introducción. . . . .   | 93  |
| 5.2. Resultados y Discusión. . . . .   | 94  |
| 5.2.1. Reacción de soporte en plateas circulares, soportadas sobre fundaciones<br>elásticas. . . . . | 94  |
| 5.2.2. Reacción de soporte en plateas circulares anulares de fundación elástica. . .                 | 98  |
| 5.5. Referencias. . . . .  | 110 |

### **Capítulo 6. DETECCIÓN DE FALLAS EN VIGAS DE FUNDACIÓN ELÁSTICA DE HORMIGÓN ARMADO CON FISURAS DISCRETAS**

|   |     |
|---|-----|
| 6.1 Introducción. . . . .   | 112 |
| 6.2 Detección de daño a nivel 2. . . . .                            | 114 |
| 6.2.1 Determinación de la presencia de daño en estructuras. . . . . | 115 |

---

---

|   |     |
|---|-----|
| 6.3 Modelación numérica. . . . .  | 116 |
| 6.3.1 Análisis estático de los resultados del modelo de viga de fundación, con una fisura en la viga. . . . .                           | 117 |
| 6.3.2 Análisis estático de los resultados del modelo de viga de fundación, con una fisura en la platea. . . . .                         | 120 |
| 6.3.3 Análisis estático de los resultados del modelo de viga de fundación, con una fisura en la viga y en la platea. . . . .            | 121 |
| 6.4 Detección de daño a nivel 2 mediante métodos estáticos. . . . .   | 122 |
| 6.4.1 Detección de daño a nivel 2 mediante el método de la variación de los desplazamientos verticales. . . . .                         | 123 |
| 6.4.2 Detección de daño a nivel 2, mediante el método de la curvatura de la elástica . . . . .  | 132 |
| 6.5 Análisis dinámico. . . . .  | 136 |
| 6.5.1 Detección de daño a nivel 2, mediante parámetros dinámicos, en una viga de fundación, con una fisura discreta en la viga. . . . . | 137 |
| 6.5.1.1 Análisis de las frecuencias . . . . .   | 138 |
| 6.6 Detección de daño a nivel 3. . . . .  | 141 |
| 6.7 Detección de daño a nivel 2 mediante mediciones experimentales. . . . .   | 143 |
| 6.8. Referencias. . . . .   | 146 |

## **Capítulo 7. DETECCIÓN DE FALLAS EN VIGAS DE FUNDACIÓN DE HORMIGÓN ARMADO CON FISURAS DISTRIBUIDAS**

|  |     |
|--|-----|
| 7.1 Introducción. . . . .  | 149 |
| 7.2 Descripción del modelo estudiado. . . . .                          | 150 |
| 7.3 Detección de daño a nivel 2. . . . .                               | 151 |
| 7.4 Modelos constitutivos y características de los materiales. . . . . | 152 |
| 7.4.1 Acero. . . . .   | 152 |
| 7.4.2 Hormigón. . . . .  | 152 |

---

---

|  |     |
|--|-----|
| 7.4.3 Suelo. . . . .   | 158 |
| 7.5 Detección de daño a nivel 2 de una viga de fundación con fisuras distribuidas,<br>mediante parámetros estáticos. . . . . | 159 |
| 7.6 Detección de daño a nivel 2 de una viga de fundación con fisuras distribuidas,<br>mediante parámetros dinámicos. . . . . | 163 |
| 7.7. Referencias. . . . .  | 166 |

### **Capítulo 8. DETECCIÓN DE FALLAS EN VIGAS DE FUNDACIÓN ELÁSTICA MEDIANTE LA RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA INVERSO**

|   |     |
|---|-----|
| 8.1 Introducción. . . . .   | 169 |
| 8.2 Solución del problema de vibraciones. . . . .   | 171 |
| 8.3 Solución del problema directo utilizando un algoritmo de series de potencias . . . .                    | 172 |
| 8.4 Problema inverso. . . . .   | 174 |
| 8.5 Detección de fallas utilizando como datos frecuencias halladas con modelo<br>numérico. . . . .          | 174 |
| 8.6 Detección mediante la resolución del problema inverso en un modelo realizado<br>en laboratorio. . . . . | 181 |
| 8.7 Referencias. . . . .  | 191 |

### **Capítulo 9. DETECCIÓN DE FALLAS EN PLATEAS DE FUNDACIÓN ELÁSTICA**

|   |     |
|---|-----|
| 9.1 Introducción. . . . .   | 194 |
| 9.2 Cálculo de los desplazamientos en plateas que presentan patologías. . . . . | 195 |
| 9.3 Modelo numérico . . . . .   | 197 |
| 9.4 Detección y localización . . . . .  | 198 |
| 9.5 Método de la variación de los desplazamientos verticales. . . . .           | 199 |
| 9.6 Método de la curvatura de la elástica. . . . .                              | 202 |

---



---

|   |     |
|---|-----|
| 9.7 Método de la Variación de la Curvatura de la Elástica. . . . .                  | 207 |
| 9.8 Cuantificación de daño. . . . .   | 211 |
| 9.9 Distribución de cargas entre la platea dañada y las vigas perimetrales. . . . . | 214 |
| 9.10 Referencias. . . . .   | 215 |

## **Capítulo 10. ANÁLISIS EXPERIMENTAL DE VIGAS DE FUNDACIÓN CON ARMADURAS BAJO TENSIÓN EN PROCESO DE CORROSIÓN**

|   |     |
|---|-----|
| 10.1 Introducción. . . . .  | 218 |
| 10.2 Metodología experimental. . . . .  | 219 |
| 10.2.1 Construcción de los modelos. . . . .                                       | 219 |
| 10.2.2 Proceso de corrosión bajo tensión. . . . .                                 | 220 |
| 10.2.3 Medición de las fisuras. . . . .   | 221 |
| 10.2.4 Determinación de los potenciales de corrosión. . . . .                     | 222 |
| 10.2.5 Medición con ultrasonidos. . . . .   | 223 |
| 10.2.6 Estado final de las armaduras longitudinales y transversales. . . . .      | 223 |
| 10.3 Análisis y discusión de los resultados. . . . .                              | 224 |
| 10.3.1 Áreas de fisuración. . . . .   | 225 |
| 10.3.2 Anchos máximos de fisuración. . . . .                                      | 226 |
| 10.3.3 Aparición de las primeras fisuras. . . . .                                 | 226 |
| 10.3.4 Relación entre el estado tensional y el comportamiento electroquímico. . . | 227 |
| 10.3.5 Mediciones con ultrasonidos. . . . .                                       | 229 |
| 10.4 Referencias. . . . .   | 231 |

## **Capítulo 11. REFUERZO Y REPARACIÓN DE VIGAS DE FUNDACIÓN DE HORMIGÓN ARMADO CON LÁMINAS DE MATERIALES COMPUESTOS**

|                            |     |
|----------------------------|-----|
| 11.1 Introducción. . . . . | 232 |
|----------------------------|-----|

---

---

|   |     |
|---|-----|
| 11.2 Descripción del modelo estudiado. . . . .  | 233 |
| 11.3 Modelos constitutivos y características de los materiales. . . . .   | 235 |
| 11.3.1 Láminas de polímeros reforzados con fibras. . . . .  | 235 |
| 11.3.2 Suelo. . . . .   | 236 |
| 11.4 Modelo hormigón-láminas de polímeros reforzados con fibras. . . . .  | 237 |
| 11.5 Análisis y discusión de los resultados obtenidos. . . . .  | 238 |
| 11.5.1 Láminas aplicadas como refuerzo estructural. . . . .   | 238 |
| 11.5.2 Variación del aumento de carga en función de la relación, h de viga/ luz,<br>para vigas reforzadas con CFRP. . . . . | 242 |
| 11.5.3 Reparación de vigas de fundación con láminas de polímeros reforzados<br>con fibras. . . . .                          | 249 |
| 11.6 Referencias. . . . .   | 251 |

## Capítulo 12. CONCLUSIONES

|  |     |
|--|-----|
| 12.1 Discusión y conclusiones específicas . . . . .    | 253 |
| 12.2 Conclusiones finales . . . . .                    | 267 |
| 12.3 Perspectiva de futuras líneas de trabajo. . . . . | 269 |

## Apéndice

|                      |     |
|----------------------|-----|
| Apéndice A1. . . . . | 270 |
| Apéndice A2. . . . . | 275 |

---



---

|  |    |
|--|----|
| Figura 3.6: Porcentaje de carga sobre platea en función de la Rigidez de la platea<br>(relación lados = 1,50). . . . .   | 65 |
| Figura 3.7: Distribución de la reacción del terreno, en función de $\mu$ , $N$ , $\alpha$ , con<br>$q = 0,1\text{kg/cm}^2$ , $k = 40\text{ kg/cm}^2$ , $\mu = 0$ . . . . . | 67 |
| Figura 3.8: Distribución de la reacción del terreno, en función de $\mu$ , $N$ , $\alpha$ , con<br>$q = 0,1\text{kg/cm}^2$ , $k = 40\text{ kg/cm}^2$ , $\mu = 0$ . . . . . | 69 |

#### **Capítulo 4. ANÁLISIS DE PLATEAS DE FUNDACIÓN ELÁSTICA, CON VIGAS INTERMEDIAS, CON Y SIN PRETENSAR**

|   |    |
|---|----|
| Figura 4.1: Esquema de la platea con vigas intermedias. . . . .   | 73 |
| Figura 4.2: Reacción tomada por la platea, en función del pretensado para<br>distintas alturas de las vigas intermedias. . . . .  | 89 |
| Figura 4.3: Relación entre el Esfuerzo de Pretensado y la Excentricidad, en vigas<br>con altura 84cm, para anular el Desplazamiento Vertical<br>en el punto central . . . . . | 90 |

#### **Capítulo 5. REACCIONES DE SOPORTE EN PLATEAS CIRCULARES DE FUNDACIÓN, CON VIGA DE BORDE**

|   |     |
|---|-----|
| Figura 5.1: Esquema de la platea circular . . . . .   | 95  |
| Figura 5.2: Elástica de la platea de fundación, para distintos valores de $N$ . . . . .   | 97  |
| Figura 5.3: Reacción del terreno tomado por las plateas circular, para diferentes<br>valores de $\alpha$ y $N$ . . . . .                      | 98  |
| Figura 5.4: Esquema de Platea Anular Circular. . . . .  | 99  |
| Figura 5.5: Variación del radio interior de las Plateas Anulares Circulares. . . . .  | 101 |
| Figura 5.6: Esquema de Plateas Anulares Circulares con $r_i$ variable y $q$ constante. . . . .  | 101 |
| Figura 5.7: Reacción del terreno tomada por las plateas, para $r_e = 10\text{ m}$ , y $\alpha = 0,4$ ,<br>en función de $N$ y $r_i$ . . . . . | 103 |

---

---

|  |     |
|--|-----|
| Figura 5.8: Reacción del terreno tomada por las plateas, para $r_e = 10$ m y $r_i = 4$ , en función de $N$ y $\alpha$ . . . . .        | 103 |
| Figura 5.9: Porcentaje de carga que toma la platea; para distintos valores de $r_i$ con $\alpha = 0,2$ . . . . .                       | 104 |
| Figura 5.10: Esquema de Platea Anular Circular con $r_i$ variable y $q$ variable, con máximo en $r_i$ . . . . .                        | 105 |
| Figura 5. 11: Porcentaje de carga que toma la platea; para distintos valores de $r_i$ Y $N$ , con $\alpha = 0,4$ . . . . .             | 106 |
| Figura 5.12: Reacción del terreno tomada por las plateas en %, para $r_e = 10$ m, y $r_i = 4$ , en función de $N$ y $\alpha$ . . . . . | 107 |
| Figura 5.13: Porcentaje de carga que toma la platea; para distintos valores de $r_i$ y $\alpha = 0,2$ . . . . .                        | 107 |
| Figura 5.14: Esquema de Platea Anular Circular con $r_i$ variable y $q$ variable. . . . .  | 108 |
| Figura 5. 15: Porcentaje de carga que toma la platea; para distintos valores de $r_i$ y $N$ con $\alpha=0,4$ . . . . .                 | 109 |
| Figura 5.16: Reacción del terreno tomada por las plateas en %, para $r_e = 10$ m, y $r_i = 4$ , en función de $N$ y $\alpha$ . . . . . | 109 |
| Figura 5.17: Porcentaje de carga que toma la platea; para distintos valores de $r_i$ y $\alpha = 0,2$ . . . . .                        | 110 |

## **Capítulo 6. DETECCIÓN DE FALLAS EN VIGAS DE FUNDACIÓN ELÁSTICA DE HORMIGÓN ARMADO CON FISURAS DISCRETAS**

|   |     |
|---|-----|
| Figura 6.1: Modelo de Viga de Fundación con fisura en la viga y en la platea (unidades de long. en metros). . . . .                             | 116 |
| Figura 6.2: Detalle de malla en la fisura de viga. . . . .  | 117 |
| Figura 6.3: Desplazamiento Verticales de una Viga de Fundación con distintas severidades de daño, en $x = 1,5$ m, medido desde la viga. . . . . | 118 |

---

---

|  |     |
|--|-----|
| Figura 6.4: Desplazamientos Verticales de una Viga de Fundación con distintas severidades de daño, en $x = 1,5\text{m}$ , medido desde la platea. . . . .  | 119 |
| Figura 6.5: Desplazamientos Verticales de una Viga de Fundación con daño en distintas ubicaciones y $a/h = 0,6$ , medido desde la viga. . . . .  | 120 |
| Figura 6.6: Desplazamiento de una Viga de Fundación con distintas severidades de daño en la platea, en $x = 2,5$ , medido desde la platea. . . . .   | 121 |
| Figura 6.7: Desplazamientos Verticales de una Viga de Fundación con daño en la viga a $1\text{m}$ y en la platea a $3\text{m}$ del extremo, para $a/h = 0,2$ y $c/d = 0,8$ , medido desde la viga. . . . . | 122 |
| Figura 6.8: Variación de los Desplazamientos Verticales de una Viga de Fundación, Con daño en $x = 1,5\text{m}$ , medido desde la viga. . . . .  | 124 |
| Figura 6.9: Variación de los Desplazamientos Verticales de una Viga de Fundación, con daño en $x = 1,5\text{m}$ , medido sobre la platea. . . . .  | 125 |
| Figura 6.10: Desplazamientos Verticales de una Viga de Fundación con daño en la viga, en distintas ubicaciones y $c/d = 0,6$ , medidos sobre la viga. . . . .  | 126 |
| Figura 6.11: Variación de los Desplazamientos Verticales de una Viga de Fundación con daño en la viga, en distintas ubicaciones y $c/d = 0,6$ , medido sobre la platea. . . . .                            | 126 |
| Figura 6.12: Variación de los Desplazamientos Verticales de una Viga de Fundación, con daño en la platea, en $x = 2,5\text{m}$ , medido sobre la viga. . . . .   | 127 |
| Figura 6.13: Curvas de nivel de los Desplazamientos Verticales de una Viga de Fundación, con daño en la platea, en $x = 2,5\text{m}$ . . . . .   | 128 |
| Figura 6.14: Variación de los Desplazamientos Verticales de una Viga de Fundación, con daño en la platea, en $x = 2,5\text{m}$ , medido sobre la platea. . . . .   | 128 |
| Figura 6.15: Variación de los Desplazamientos Verticales de una Viga de Fundación, con daño en la platea, en distintas ubicaciones y $c/d = 0,8$ , medido sobre la platea. . . . .                         | 129 |
| Figura 6.16: Variación de los Desplazamientos Verticales de una Viga de Fundación, con daño en la platea, en distintas ubicaciones y $c/d = 0,8$ , medido desde la platea. . . . .                         | 130 |

---

---

|  |     |
|--|-----|
| Figura 6.17: Variación de los Desplazamientos Verticales de una Viga de Fundación, con daño en la viga, en $x = 1\text{m}$ y $a/h = 0,2$ y en la platea, en $x = 3\text{m}$ y $c/d = 0,8$ , medidos desde la viga. . . . .   | 131 |
| Figura 6.18: Variación de los Desplazamientos Verticales de una Viga de Fundación, con daño en la viga, en $x = 1\text{m}$ y $a/h = 0,2$ y en la platea, en $x = 3\text{m}$ y $c/d = 0,8$ , medidos sobre la platea. . . . . | 131 |
| Figura 6.19: Curvatura de la elástica de una Viga de Fundación, con daño en la viga En $x = 1,5\text{m}$ y con $a/h = 0,2$ , medido sobre la viga. . . . .   | 133 |
| Figura 6.20: Curvatura de la Elástica de una Viga de Fundación, con daño en la viga En $x = 1,5\text{m}$ y distintos $a/h$ , medido sobre la viga. . . . .   | 134 |
| Figura 6.21: Curvatura de la Elástica de una Viga de Fundación, con daño en la viga en distintos $x$ , con $a/h = 0,6$ , medido sobre la viga. . . . .   | 135 |
| Figura 6.22: Curvatura de la Elástica de una Viga de Fundación, con daño en la viga en distintos $x/L$ , con $a/h = 0,6$ , medido sobre la platea. . . . .   | 135 |
| Figura 6.23: Modelo de Viga de Fundación con fisura en la viga y en la platea para análisis dinámico (unidades de long. en metros) . . . . .   | 137 |
| Figura 6.24: Variación de los Desplazamientos Verticales de una Viga de Fundación, con daño en $x = 2,0\text{m}$ , medido sobre la viga, excitado dinámicamente, Modo 1. . . . .   | 138 |
| Figura 6.25: Primer Frecuencia de una Viga de Fundación, con daño en la viga en función de la ubicación de la fisura, para diferentes severidades de daño. . . . .   | 139 |
| Figura 6.26: Segunda frecuencias de una Viga de Fundación, con daño en la viga en función de la ubicación de la fisura, para diferentes severidades de daño. . . . .   | 139 |
| Figura 6.27: Tercer frecuencias de una Viga de Fundación, con daño en la viga en función de la ubicación de la fisura, para diferentes severidades de daño. . . . .  | 140 |
| Figura 6.28: Cuarta frecuencias de una Viga de Fundación, con daño en la viga en función de la ubicación de la fisura, para diferentes severidades de daño. . . . .  | 140 |

---

---

|   |     |
|---|-----|
| Figura 6.29: Desplazamientos Volumétricos, en función de la Ubicación (x) . . . . .                                       | 142 |
| Figura 6.30: Vistas del ensayo. . . . .   | 144 |
| Figura 6.31: Medición de Fisuras. . . . .   | 144 |
| Figura 6.32: Curvatura de la Elástica para una viga con carga en el centro<br>de 7070 Kg. . . . .                         | 145 |
| Figura 6.33: Curvatura de la Elástica para una viga con carga en $x/L = 0,33$ y una<br>severidad del daño de 0,5. . . . . | 145 |

## **Capítulo 7. DETECCIÓN DE FALLAS EN VIGAS DE FUNDACIÓN DE HORMIGÓN ARMADO CON FISURAS DISTRIBUIDAS**

|  |     |
|--|-----|
| Figura 7.1: Geometría de la viga de fundación y del suelo circundante . . . . .  | 150 |
| Figura 7.2: Diagrama Tensión-Deformación del acero. . . . .  | 152 |
| Figura 7.3: Superficies de Falla del Hormigón. . . . .   | 155 |
| Figura 7.4: Superficie de falla del hormigón en el espacio de tensiones . . . . .  | 156 |
| Figura 7.5: Curva de Tensión-Deformación Uniaxial Equivalente para el hormigón . .   | 156 |
| Figura 7.6: Curva “Tension Stiffening” para el hormigón. . . . .   | 157 |
| Figura 7.7: Comparación de los modelos de hormigón armado, con distintos tipos<br>de elementos, con el de referencia [4] . . . . .                 | 158 |
| Figura 7.8: Curva Tensión-Deformación del suelo. . . . .   | 159 |
| Figura 7.9: Superficie de Falla de Mohr-Coulomb. . . . .   | 159 |
| Figura 7.10: Variación de la Curvatura de la Elástica para distintos estados de carga,<br>con el modelo estudiado de fisuras distribuidas. . . . . | 160 |
| Figura 7.11: Variación de la Curvatura de la Elástica según modelo de fisuras<br>discreta. . . . .   | 160 |
| Figura 7.12: Patrón de fisuración. . . . .   | 161 |
| Figura 7.13: Variación de la Curvatura de la Elástica para distintos tipos de suelo<br>y estados de carga. . . . .                                 | 162 |
| Figura 7.14: Curvatura de la Elástica. Método Estático. . . . .  | 163 |

---



---

|   |     |
|---|-----|
| Figura 7.15: Primer Modo de la viga de fundación estudiada. . . . .   | 165 |
| Figura 7.16: Curvatura de la Elástica para distintos estados de carga<br>con el modelo estudiado de fisuras distribuidas. . . . . | 165 |
| Figura 7.17: Variación de la Curvatura de la Elástica para distintos tipos de suelo y<br>estados de carga. . . . .                | 166 |

## **Capítulo 8. DETECCIÓN DE FALLAS EN VIGAS DE FUNDACIÓN ELÁSTICA MEDIANTE LA RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA INVERSO**

|  |     |
|--|-----|
| Figura 8.1: a. Viga de fundación Winkler ( $k_w$ ) con un resorte rotacional intermedio<br>de constante $kr$ . . . . . | 172 |
| Figura 8.1: b. Sección llena de la viga y sección con fisura de altura $a$ . . . . .                                   | 172 |
| Figura 8.2: Modos de Vibración para una viga de 20 x 30 cm c on una fisura en<br>$x = 3$ m. . . . .                    | 177 |
| Figura 8.3: Curvas $k$ en función de $\alpha$ . . . . .  | 177 |
| Figura 8.4: Vista ampliada del punto de cruce de las curvas de $k_1$ vs. $\alpha$ para el<br>modelo I. . . . .         | 178 |
| Figura 8.5: Punto de cruce de las curvas $k_1$ en función de $\alpha_1$ , para el modelo II . . . . .                  | 179 |
| Figura 8.6: Punto de cruce de las curvas $k$ en función de $\alpha$ para el modelo III . . . . .                       | 180 |
| Figura 8.7: Punto de cruce de las curvas $k$ en función de $\alpha$ para el modelo IV . . . . .                        | 181 |
| Figura 8.8: Modelo de una viga simplemente apoyada simulando una fisura en<br>el centro . . . . .                      | 182 |
| Figura 8.9: Viga con un resorte rotacional de constante $k$ en la mitad de la luz. . . . .                             | 182 |
| Figura 8.10: Acelerómetro conectado ubicado en el cuarto de la luz, medido<br>desde el apoyo. . . . .                  | 184 |
| Figura 8.11: Instrumento utilizado para medición de las frecuencias naturales. . . . .                                 | 184 |
| Figura 8.12: Primer Frecuencia de la viga sana $\omega_1 = 19,53$ . . . . .  | 185 |
| Figura 8.13: Segunda Frecuencia de la viga Sana $\omega_2 = 121,09$ . . . . .  | 185 |
| Figura 8.14: Tercer Frecuencia de la viga sana $\omega_3 = 359,38$ . . . . .   | 186 |

---

---

|  |     |
|--|-----|
| Figura 8.15: Primer Frecuencia de la viga fisurada $\omega_{1_{vf}} = 15,63$ . . . . .           | 187 |
| Figura 8.16: Segunda Frecuencia de la viga fisurada $\omega_{2_{vf}} = 117,19$ . . . . .         | 187 |
| Figura 8.17: Tercera Frecuencia de la viga fisurada $\omega_{3_{vf}} = 316,41$ . . . . .         | 188 |
| Figura 8.18: Curvas k en función de $\alpha$ para la viga ensayada experimentalmente. . . . .    | 189 |
| Figura 8.19: Figura 8.19: Ampliación de la Zona de cruce de las Curvas k vs. $\alpha$ . . . . .  | 190 |
| Figura 8.20: Modelo de viga ensayada en forma experimental con una fisura en el centro . . . . . | 191 |

## **Capítulo 9. DETECCIÓN DE FALLAS EN PLATEAS DE FUNDACIÓN ELÁSTICA**

|   |     |
|---|-----|
| Figura 9.1: Modelo de una platea de fundación simulando una fisura en el centro. . . . .                                  | 196 |
| Figura 9.2: Variación de los Desplazamientos Verticales, con daño en el centro y $d = 0,80$ . . . . .                     | 200 |
| Figura 9.3: Variación de los Desplazamientos Verticales, con daño en el punto 21 de la malla y $d = 0,80$ . . . . .       | 201 |
| Figura 9.4: Variación de los Desplazamientos Verticales, con daño en el punto 12 de la malla y $d = 0,80$ . . . . .       | 201 |
| Figura 9.5: Variación de los Desplazamientos Verticales, con daño en los puntos 9 y 29 de la malla y $d = 0,80$ . . . . . | 202 |
| Figura 9.6: Curvatura de la elástica de una platea, con daño el centro de la misma y $d = 0,80$ . . . . .                 | 203 |
| Figura 9.7: Curvatura de la elástica de una platea, con daño el centro de la misma y $d = 0,50$ . . . . .                 | 204 |
| Figura 9.8: Curvatura de la elástica de una platea, con daño en el punto 21 y $d = 0,80$ . . . . .                        | 205 |
| Figura 9.9: Curvatura de la elástica de una platea, con daño en el punto 21 y $d = 0,50$ . . . . .                        | 205 |
| Figura 9.10: Curvatura de la elástica de una platea, con daño en el punto 12 y $d = 0,50$ . . . . .                       | 206 |

---

---

|  |     |
|--|-----|
| Figura 9.11: Curvatura de la elástica de una platea, con daño en el punto 9<br>y en el punto 29 con $d = 0,50$ . . . . .               | 207 |
| Figura 9.12: Variación de la Curvatura de la elástica con daño en el centro<br>y $d = 0,80$ . . . . .                                  | 208 |
| Figura 9.13: Variación de la Curvatura de la elástica, con daño en el punto 21 entre el<br>centro y el borde y $d = 0,80$ . . . . .    | 209 |
| Figura 9.14: Variación de la Curvatura de la elástica con daño en el punto 12 en<br>cercañas del borde y $d = 0,80$ . . . . .          | 210 |
| Figura 9.15: Variación de la Curvatura de la elástica con daño en el punto 12 en<br>cercañas del borde y $d = 0,80$ . . . . .          | 210 |
| Figura 9.16: Detección de daño para $y/l = 0,17$ . . . . .   | 213 |
| Figura 9.17: Curvas de Variación de la Curvatura de la Elástica Volumétrica<br>[ $x E^{-5} m^{-1} x m^3$ ] para $y/l = 0,17$ . . . . . | 213 |
| Figura 9.18: Variación del porcentaje cargas que toma la platea, en función de $d$<br>para $N = 0,1373$ . . . . .                      | 215 |

## **Capítulo 10. ANÁLISIS EXPERIMENTAL DE VIGAS DE FUNDACIÓN CON ARMADURAS BAJO TENSIÓN EN PROCESO DE CORROSIÓN**

|  |     |
|--|-----|
| Figura 10.1: Fotografía de una viga de fundación durante el ensayo . . . . .           | 220 |
| Figura 10.2: Medición de las Fisuras. . . . .  | 221 |
| Figura 10.3: Vista de una fisura en la cara superior de la viga. . . . .               | 222 |
| Figura 10.4: Determinación de los Potenciales de Corrosión. . . . .                    | 222 |
| Figura 10.5: Medición de Ultrasonido. . . . .  | 223 |
| Figura 10.6: Deterioro de la armadura longitudinal y transversal. . . . .              | 224 |
| Figura 10.7: Disminución de sección de la armadura longitudinal y transversal. . . . . | 224 |
| Figura 10.8: Evolución en el tiempo de las Áreas de Fisuración Totales. . . . .        | 225 |
| Figura 10.9: Seguimiento en el tiempo, de los Anchos Máximos de Fisuras . . . . .      | 226 |

---

---

|  |     |
|--|-----|
| Figura 10.10: Variación de los Potenciales de Corrosión en el Tiempo, en las vigas de fundación. . . . .                 | 228 |
| Figura 10.11: Variación de la Velocidad de Propagación del Ultrasonidos en el tiempo, en las vigas de fundación. . . . . | 230 |

## **Capítulo 11. REFUERZO Y REPARACIÓN DE VIGAS DE FUNDACIÓN DE HORMIGÓN ARMADO CON LÁMINAS DE MATERIALES COMPUESTOS**

|  |     |
|--|-----|
| Figura 11.1: Geometría de la viga de fundación . . . . .   | 235 |
| Figura 11.2: Comparación de los modelos de hormigón armado y hormigón armado reforzado con láminas de FRP. . . . .   | 238 |
| Figura 11.3: Desplazamientos verticales del centro de la viga de fundación en función de las cargas aplicadas en las columnas y del número de láminas de refuerzo. . . . . | 239 |
| Figura 11.4: Desplazamientos verticales de la vigas de fundación en función del número de láminas para una carga de 150 kN. . . . .  | 240 |
| Figura 11.5: Desplazamientos verticales de la vigas de fundación, en función del coeficiente de cohesión C y del número de láminas, para una carga de 150 kN. . . . .      | 241 |
| Figura 11.6: Comparación de cargas máximas en vigas con y sin refuerzo para distintos tipos de suelos. . . . .   | 242 |
| Figura 11.7: Ubicación de las láminas de FRP en la parte superior de las vigas de fundación. . . . .   | 244 |
| Figura 11.8: Cargas máximas en función de la relación h/l y el número de láminas de FRP. . . . .   | 245 |
| Figura 11.9: Patrón de fisuración de la viga de fundación con relación h/l = 0.20 para carga máxima. . . . .   | 245 |
| Figura 11.10: Esquema de colocación de refuerzos laterales de FRP . . . . .  | 246 |

---

---

|   |     |
|---|-----|
| Figura 11.11: Porcentaje de aumento de carga en función del número de capas de CFRP. . . . .                    | 247 |
| Figura 11.12: Esquema de colocación de los refuerzos laterales de CFRP. . . . .                                 | 248 |
| Figura 11.13: Porcentaje de aumento de carga en función de h/l y número de láminas laterales colocadas. . . . . | 248 |
| Figura 11.14: Elástica de la viga de fundación sana, fisurada y reparada para una carga de 93.75 kN. . . . .    | 250 |
| Figura 11. 15: Carga última de la viga de fundación sana, fisurada y reparada. . . . .                          | 250 |
| Figura 11.16: Tensiones en el borde superior de la viga de fundación para una carga de 125 kN. . . . .          | 251 |

## Apéndice A2

|  |     |
|--|-----|
| Figura A2.1: Detección de daño para $y/l = 0$ . . . . .  | 275 |
| Figura A2.2: Curvas de Variación de la Curvatura de la Elástica Volumétrica $[x E^{-5} m^{-1} x m^3]$ para $y/l = 0$ . . . . .     | 276 |
| Figura A2.3: Detección de daño para $y/l = 0,33$ . . . . .   | 276 |
| Figura A2.4: Curvas de Variación de la Curvatura de la Elástica Volumétrica $[x E^{-5} m^{-1} x m^3]$ para $y/l = 0,33$ . . . . .  | 277 |
| Figura A2.5: Detección de daño para $y/l = 0,50$ . . . . .   | 277 |
| Figura A2.6: Curvas de Variación de la Curvatura de la Elástica Volumétrica $[x E^{-5} m^{-1} x m^3]$ para $y/l = 050$ . . . . .   | 278 |
| Figura A2.7: Detección de daño para $y/l = 0,67$ . . . . .   | 278 |
| Figura A2.8: Curvas de Variación de la Curvatura de la Elástica Volumétrica $[x E^{-5} m^{-1} x m^3]$ para $y/l = 0,67$ . . . . .  | 279 |
| Figura A2.9: Detección de daño para $y/l = 0,83$ . . . . .   | 279 |
| Figura A2.10: Curvas de Variación de la Curvatura de la Elástica Volumétrica $[x E^{-5} m^{-1} x m^3]$ para $y/l = 0,83$ . . . . . | 280 |

---

## ÍNDICE DE TABLAS

### Capítulo 3. ESTUDIO DE PLATEAS DE FUNDACIÓN MEDIANTE MÉTODOS NUMÉRICOS

|   |    |
|---|----|
| Tabla 3.1: Porcentajes que toma la platea para distintos valores de $\mu$ con<br>$q = 0,1\text{kg/cm}^2$ , $k = 40\text{ kg/cm}^3$ , $N = 0,5$ , $\alpha = 0,5$ . . . . . | 67 |
| Tabla 3.2: Valores de $q$ en el punto iésimo en función del $q$ exterior. . . . .   | 68 |

### Capítulo 4. ANÁLISIS DE PLATEAS DE FUNDACIÓN ELÁSTICA, CON VIGAS INTERMEDIAS, CON Y SIN PRETENSAR

|  |    |
|--|----|
| Tabla 4.1: Desplazamientos de la losa en el punto central, de acuerdo al tipo<br>y malla adoptado. . . . . | 74 |
| Tabla 4.2: Desplazamiento central en función del paso de la malla. . . . .                                 | 76 |
| Tabla 4.3: Desplazamiento central en función del paso de la malla para $k$<br>distinto de cero. . . . .    | 76 |
| Tabla 4.4 Desplazamientos de la Platea en el punto central. . . . .  | 78 |
| Tabla 4.5: Desplazamientos de la Platea en el punto central. . . . .                                       | 80 |
| Tabla 4.6: Porcentajes de reacción tomado por la platea en función del esfuerzo<br>de pretensado. . . . .  | 82 |
| Tabla 4.7: Desplazamiento debido al pretensado recto. . . . .  | 85 |
| Tabla 4.8: Porcentajes de reacción tomado por la platea en función de $V$ , $e$ y $\alpha$ . . . . .       | 86 |

---

|   |    |
|---|----|
| Tabla 4.9: Porcentaje de reacción tomado por la platea. . . . .   | 87 |
| Tabla 4.10: Desplazamientos centrales producidos para cada carga de pretensado. . . . .   | 88 |
| Tabla 4.11: Porcentaje de carga tomado por la platea, en función del Esfuerzo<br>de Pretensado . . . . .  | 88 |
| Tabla 4.12: Ecuaciones de la variación del porcentaje tomado por la platea, en<br>función del pretensado, para las distintas alturas de la viga . . . . . | 90 |

### **Capítulo 7. DETECCIÓN DE FALLAS EN VIGAS DE FUNDACIÓN DE HORMIGÓN ARMADO CON FISURAS DISTRIBUIDAS**

|   |     |
|---|-----|
| Tabla 7.1: Características del Acero . . . . .  | 152 |
| Tabla 7.2: Características del hormigón, bajo cargas uniaxiales . . . . .   | 153 |
| Tabla 7.3: Características de los suelos utilizados . . . . .   | 159 |
| Tabla 7.4: Frecuencias Naturales de una viga de hormigón armado sobre fundación<br>elástica modelada con resortes . . . . . | 164 |
| Tabla 7.5: Frecuencias Naturales de una viga de Hormigón Armado sobre<br>fundación elástica. . . . .                        | 164 |
| Tabla 7.6: Frecuencias naturales de la viga de fundación asentada en los suelos<br>utilizados . . . . .                     | 164 |

### **Capítulo 8. DETECCIÓN DE FALLAS EN VIGAS DE FUNDACIÓN ELÁSTICA MEDIANTE LA RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA INVERSO**

|   |     |
|---|-----|
| Tabla 8.1: Frecuencias Naturales de una viga de fundación, en función de la<br>ubicación y la profundidad de la fisura. . . . . | 176 |
|---|-----|

---

---

## **Capítulo 10. ANÁLISIS EXPERIMENTAL DE VIGAS DE FUNDACIÓN CON ARMADURAS BAJO TENSIÓN EN PROCESO DE CORROSIÓN**

|   |     |
|---|-----|
| Tabla 10.1: Composición y características del hormigón. . . . . | 220 |
| Tabla 10.2: Resumen del comportamiento electroquímico . . . . . | 229 |

## **Capítulo 11. REFUERZO Y REPARACIÓN DE VIGAS DE FUNDACIÓN DE HORMIGÓN ARMADO CON LÁMINAS DE MATERIALES COMPUESTOS**

|   |     |
|---|-----|
| Tabla 11.1: Características de las láminas de material compuesto. . . . .                 | 236 |
| Tabla 11.2: Características de los suelos utilizados . . . . .                            | 237 |
| Tabla 11.3: Armadura en función de la altura . . . . .                                    | 243 |
| Tabla 11.4: Cargas máximas en función de la relación h/l de la viga de fundación. . . . . | 243 |

### **Apéndice A1**

|  |     |
|--|-----|
| Tabla A1.1: Desplazamientos $w_i$ obtenidos de una platea circular. . . . .  | 270 |
| Tabla A1.2: Reacción del terreno tomada por las plateas anulares con carga constante para $r_e = 10$ m (%). . . . .  | 272 |
| Tabla A1.3: Porcentaje de reacción tomado por las plateas anulares con una distribución de carga variable linealmente en forma radial, con $q(r_e) = q$ para $r_e = 10$ m (%). . . . . | 273 |
| Tabla A1.4: Porcentaje de reacción tomado por las plateas anulares con una distribución de carga variable linealmente en forma radial, con $q(r_i) = q$ para $r_e = 10$ m (%). . . . . | 274 |

---



---

---

## NOMENCLATURA

$a$ : Profundidad del daño

$a/h$ : Relación profundidad de fisura / altura de la viga de fundación

$a_0$ : Constante que relaciona la resistencia entre los estados uniaxial y biaxial

$A_{a\text{sup}}$ : Sección de la armadura superior en la viga de hormigón armado ensayada experimentalmente

$A_{a\text{inf}}$ : Sección de la armadura inferior en la viga de hormigón armado ensayada experimentalmente

$A_t$ : Sección del elemento Truss

$A_{eq}$ : Sección equivalente de la viga de hormigón armado ensayada experimentalmente

$b$ : Ancho de la sección de la viga

$b_{eqh}$ : Ancho equivalente de la sección de la viga de hormigón armado ensayada experimentalmente

$b_h$ : Ancho de la sección de la viga de hormigón armado ensayada experimentalmente

$c_i$ : Operadores del sistema en Diferencias Finitas

$c_j$ : Operadores del sistema en Diferencias Finitas

$c/\Phi$ : Relación recubrimiento de hormigón / diámetro de la armadura longitudinal

$C$ : Coeficiente de Cohesión

$C_e$ : Carga externa actuante en la columna

$CFRP$ : compuesto por resinas epoxi reforzadas con fibras de carbono

$D$ : Rigidez flexional de la platea. (Kg. cm.)

$d$ : Relación de rigideces entre la platea y la viga intermedia

$dp$ : Relación de rigideces entre la platea dañada y la platea sin daño

---

---

- 
- $D_{pd}$ : Rigidez a flexión de la platea en la zona dañada
- $D_1$ : Rigidez flexional de las vigas
- $DV$ : Desplazamiento Volumétrico
- $e$ : Excentricidad del cable parabólico, en el centro de la platea
- $y_{iSD}$ : Desplazamiento del mismo punto en la estructura sin daño
- $E$ : Módulo de Elasticidad Flexional del hormigón
- $E_a$ : Módulo de Elasticidad del acero
- $E_{edo}$ : Módulo de Elasticidad del suelo
- $E_1$ : Módulo de elasticidad de la lámina en la dirección de las fibras
- $E_2$ : Módulo de elasticidad de la lámina en la dirección transversal a las fibras
- $E_f$ : Módulo de Elasticidad Longitudinal de las Fibras
- $E_m$ : Módulo de Elasticidad Longitudinal de la Matriz
- $F1$ : Sección correspondiente a la parte izquierda de la viga
- $F2$ : Sección correspondiente a la parte derecha de la viga
- $Fp$ : Fuerza aplicada sobre la platea
- $Ft$ : Fuerza equivalente actuante en el elemento Truss
- $Fv$ : Carga concentrada en los nudos de la viga de fundación simulando la descarga de una columna
- $f'_{bc}$ : Resistencia última en compresión biaxial del hormigón
- $f'_c$ : Resistencia a Compresión del hormigón
- $f_c$ : Resistencia a Tracción del hormigón
- $f_i$ : Superficie de detección de fisura
- $G$ : Módulo de Elasticidad transversal del hormigón
- GFRP: Compuesto por resinas epoxi reforzadas con fibras de vidrio
- $G_f$ : Módulo de Elasticidad Transversal de las Fibras
- $G_m$ : Módulo de Elasticidad Transversal de la Matriz
- $G_{12}, G_{13}, G_{23}$ : Módulos de Elasticidad Transversales de la Lámina
-

---

$h_p$ : Altura de la platea

$h$ : Altura de la viga de fundación

$h/L$ : relación altura, luz de la viga de fundación

$h_h$ : Altura de la viga de hormigón ensayada experimentalmente

$I_{vi}$ : Momento de Inercia de la viga intermedia

$I_p$ : Inercia de la platea

$I_1$ : Primer invariante de tensiones

$I$ : Inercia de la viga

$I_1$ : Inercia correspondiente a la parte izquierdo de la viga

$I_2$ : Inercia correspondiente a la parte derecha de la viga

$I_{eq}$ : Inercia de la viga de hormigón armado ensayada experimentalmente

$k$ : Coeficiente de Reacción del Terreno (Kg. /cm<sup>2</sup>/cm)

$k_i$ : Coeficiente de reacción del terreno en el punto  $i$ -ésimo de la malla.

$k_r$ : Rigidez del elemento truss (EA/L)

$k_w$ : Módulo de reacción del terreno  $k$

$k_I$ : Rigidez del resorte rotacional equivalente

$k_r$ : Rigidez del resorte rotacional

$la, lb$ : Lados de la platea

$l = la/2 = lb/2$ : Mitad de lado de la platea

$L_i$ : Longitud del elemento truss

$L$ : Longitud de la viga de Fundación

$L_1$ : Distancia desde el extremo izquierdo de la viga a la fisura

$L_2$ : Distancia desde el extremo derecho de la viga a la fisura

$m$ : Número total de filas consideradas en la malla

$m_i$ : Número de fila a que pertenece el punto

$N$ : Factor adimensional que relaciona el coeficiente de reacción de terreno y el paso de la malla adoptada con la rigidez a la flexión de la platea

$n$ : Cantidad de puntos de la malla de la platea

---

$N'$ : Factor adimensional que relaciona el coeficiente de reacción de terreno con el paso de la malla adoptada

$M$ : Momento Flector generado por el esfuerzo de pretensado  $V_e$

$p$ : Primer invariante de Tensiones

$pd$ : Profundidad de daño en la platea

$P_p$ : Porcentajes de reacción que toma la platea (%)

$P_v$ : Porcentajes de reacción que toma la viga directamente (%)

$q = q(x,y)$ : Carga distribuida aplicada sobre la platea, (Kg /cm<sup>2</sup>)

$q'(x,y)$ : Reacción del suelo (Kg /cm<sup>2</sup>)

$q_{VM}$ : Tensión equivalente de Von Mises

$r$ : Radio de la platea

$r_e$ : Radio exterior de la platea

$r_i$ : Radio interior de la platea

$rp$ : Reacción que toma la platea

$rq$ : Reacción total actuante en la platea

$rv$ : Reacción que toman las vigas

$rh$ : Recubrimiento de hormigón

$rh/\Phi$ : Relación recubrimiento de hormigón / diámetro de la armadura longitudinal

$r_t^\sigma$ : Relación entre la resistencia a tracción y compresión uniaxial

$r^*$ : Relación entre el tamaño de la fisura y la rigidez del resorte rotacional equivalente

$s$ : Paso de la malla

$sa$ : Paso de la malla en el lado la

$sb$ : Paso de la malla en el lado lb

$S$ : Componentes del tensor desviador

Sup: Superficie de influencia del nodo

$VCE$ : Variación de la Curvatura de la Elástica

$VCEV$ : Variación de la Curvatura de la Elástica Volumétrica

$VDV_i$ : Variación de los desplazamientos verticales para cada punto  $i$  de la malla.

$v_1(x_1); v_2(x_2)$ : Función Desplazamiento de cada tramo de la viga

$V_e$ : Esfuerzo de pretensado

---

- 
- $V_f$  : Razón volumétrica de Fibras respecto del volumen total de la lámina
- $V_i$ : Volumen de influencia en cada punto  $i$  de la platea
- $VF_{sc}$ : Viga de fundación sin carga
- $VF_{cc}$ : Viga de Fundación con carga
- V.F.: Viga de Fundación
- $V_m$  : Razón Volumétrica de la Matriz respecto del volumen total de la lámina
- $w = w(x,y)$ : Desplazamiento Vertical (cm)
- $w_i$ : Desplazamiento Vertical en el punto  $i$ -ésimo de la platea.
- $w_0$  : Desplazamiento Vertical inicial de la platea
- $w_{i0} = w_i + w_0$  : Desplazamiento Total
- $w_{iCD}$ : Desplazamiento Vertical del punto  $i$  en la estructura con daño
- $w_{iSD}$ : Desplazamiento del mismo punto en la estructura sin daño
- $x$ : Ubicación de la fisura
- $x/L$ : Ubicación de la fisura adimensional
- $y_{iCD}$ : Desplazamiento Vertical del punto  $i$  en la estructura con daño
- $y_{iSD}$  : Desplazamiento del mismo punto en la estructura sin daño
- $y/l$ : Ubicación de la fisura adimensional
- $Z_i$ : Zero setting, para diferentes valores de  $i$  desde 1 hasta 3, indicando el número de la frecuencia correspondiente
- $Z_1, Z_2, Z_3$ : Zero setting correspondiente a la primera, segunda y tercera frecuencia
- $\alpha$  : Es el coeficiente que relaciona el desplazamiento vertical inicial en los bordes y el coeficiente de reacción del terreno con la carga externa aplicada
- $\alpha_1$  : Posición del resorte
- $\gamma$  : Densidad del terreno
- $\delta_n$ : Desplazamiento del nodo
- $\delta_s$ : Desplazamiento de la superficie
- $\varepsilon_a$  : Error de cálculo en la profundidad de la fisura
-

- 
- $\varepsilon_l$  : Error de cálculo en la posición de la fisura
- $\varepsilon_0$  : Deformación del hormigón correspondiente a  $f'_c$
- $\varepsilon^*$  : Deformación del hormigón igual a diez veces la deformación correspondiente a la falla
- $\lambda$ : Frecuencia adimensional que incluye efecto Winkler
- $\mu$ : Parámetro que tiene en cuenta el material de la subrasante
- $\rho$ : Densidad
- $\sigma_c$  : Tensión del hormigón en función de  $f'_c$
- $\sigma_y$  : Tensión de Fluencia del acero
- $\sigma_1, \sigma_2$  : Tensión principal en el estado biaxial
- $\tau_c$  : Parámetro de endurecimiento
- $\tau_c$  : Parámetro de endurecimiento del hormigón
- $\Phi$ : diámetro de la armadura longitudinal de vigas de hormigón armado
- $\phi_s$ : Ángulo de Fricción Interna del terreno
- $\nu$  : Coeficiente de Poisson del hormigón
- $\nu_a$  : Coeficiente de Poisson del acero
- $\nu_f$  : Coeficiente de Poisson de las Fibras
- $\nu_m$  : Coeficiente de Poisson de la Matriz
- $\nu_s$  : Coeficiente de Poisson del terreno
- $\psi$ : Ángulo de dilatación del terreno
- $f$ : Frecuencia circular Natural
- $f_c$ : Frecuencia corregida por contacto
- $f_i$ : Frecuencia del modelo fisurado
- $f_0$ : Frecuencia del modelo sin fisura
- $f_i^T$  : Frecuencias teóricas
- $f_1^T$  : Primera frecuencia teórica adimensional
- $f_2^T$  : Segunda frecuencia teórica adimensional
-

- 
- $f_3^T$ : Tercera frecuencia teórica adimensional
- $f_i^M$ : Frecuencias calculadas con el Método de los Elementos Finitos, para diferentes valores de  $i$  desde 1 hasta 3, indicando el número de la frecuencia
- $f_1^M$ : Primer frecuencia calculada con el Método de los Elementos Finitos
- $f_2^M$ : Segunda frecuencia calculada con el Método de los Elementos Finitos
- $f_3^M$ : Tercera frecuencia calculada con el Método de los Elementos Finitos
- $f_{1f}$ : Primer frecuencia medida experimentalmente de la viga fisurada
- $f_{2f}$ : Segunda frecuencia medida experimentalmente de la viga fisurada
- $f_{3f}$ : Tercer frecuencia medida experimentalmente de la viga fisurada
- $f_{1s}$ : Primer frecuencia medida experimentalmente de la viga sana
- $f_{2s}$ : Segunda frecuencia medida experimentalmente de la viga sana
- $f_{3s}$ : Tercer frecuencia medida experimentalmente de la viga sana
- $f_{1fc}$ : Primer frecuencia corregida de la viga fisurada
- $f_{2fc}$ : Segunda frecuencia corregida de la viga fisurada
- $f_{3fc}$ : Tercera frecuencia corregida de la viga fisurada
- $\Omega_i$ : Frecuencias adimensionales corregidas por el Factor zero setting, para diferentes valores de  $i$  desde 1 hasta 3, indicando el número de la frecuencia
- $\Omega_1$ : Primer frecuencia adimensional corregida por el Factor zero setting.
- $\Omega_2$ : Segunda frecuencia adimensional corregida por el Factor zero setting.
- $\Omega_3$ : Tercer frecuencia adimensional corregida por el Factor zero setting.
- $\Omega_i^T$ : Frecuencias teóricas adimensionales, para diferentes valores de  $i$  desde 1 hasta 3, indicando el número de la frecuencia
- $\Omega_i^M$ : Frecuencias adimensionales calculadas con el Método de los Elementos Finitos, para diferentes valores de  $i$  desde 1 hasta 3, indicando el número de la frecuencia
- $\Omega_1^T$ : Primera frecuencia teórica adimensional
- $\Omega_2^T$ : Segunda frecuencia teórica adimensional
-

$\Omega_3^T$  : Tercera frecuencia teórica adimensional

$\Omega_1^M$  : Primer frecuencia adimensional calculada con el Método de los Elementos Finitos

$\Omega_2^M$  : Segunda frecuencia adimensional calculada con el Método de los Elementos Finitos

$\Omega_3^M$  : Tercera frecuencia adimensional calculada con el Método de los Elementos Finitos



# CAPÍTULO 1

## INTRODUCCIÓN

### 1.1 MOTIVACIÓN

Los problemas que ocurren en las fundaciones suelen ser muy peligrosos, porque los daños pueden afectar a toda la estructura que se apoya sobre ella, a diferencia de lo que sucede con otros elementos estructurales, donde antes de llegar a tener daños significativos que comprometan su estabilidad, la estructura “avisa”, presentando deformaciones a simple vista o fisuración. En el caso de las fundaciones, cuando se pone en evidencia que existen problemas en las mismas, el daño en las estructuras que se encuentra sobre el área de influencia de éstas, suele ser importante. Esto fue una de las razones que motivó al autor a estudiar las estructuras de fundación, para establecer qué clases de patologías existen, qué factores exteriores las generan, cómo calcular sus desplazamientos, cómo detectar fallas, cuantificarlas y cómo poder repararlas.

Por otra parte, estudiar las fundaciones y sus patologías es fundamental desde diferentes puntos de vista. En primer lugar, desde el punto de vista de la Ingeniería es importante porque las estructuras de fundación son las encargadas de transmitir las cargas de la misma al suelo, por lo que cualquier falla, repercute directamente sobre el resto de la misma. En segundo lugar, desde el punto de vista económico, es importante realizar un diseño eficiente, al menor costo posible, teniendo en cuenta todos los cuidados necesarios descritos en los reglamentos para que la estructura funcione adecuadamente. En tercer

---

lugar, desde el punto de vista de la seguridad estructural, dado que cualquier falla puede hacer peligrar la vida de las personas y los bienes.

A lo largo de la historia de la construcción una innumerable cantidad de daños en estructuras se produjeron debido a problemas en sus fundaciones y al momento de detectarlos, no siempre fue posible llegar a una solución, debido a un avance excesivo de sus patologías, disminuyendo en un alto porcentaje su vida útil y en algunos casos extremos, llegando al colapso estructural.

Debido a que existen muy pocos antecedentes científicos dedicados a la auscultación de fundaciones directas, pese a lo difundido de su empleo en las construcciones, se hace necesario el desarrollo de técnicas no destructivas para realizar estos análisis preventivos, para poder realizar así eventuales tareas de reparación que le reintegren la capacidad portante a la estructura y prolonguen su vida útil.

El autor de esta tesis se interesó por el diseño, análisis y estudio de patologías de las estructuras de fundación, cuáles son sus fallas, cómo detectarlas y cómo repararlas, al observar casos de estructuras que estaban próximas al colapso y recién en ese momento, había indicio de que estaba ocurriendo algo en la fundación, dado que no era posible observar la falla a simple vista. Este interés aumentó cuando se observa cómo estructuras tan importantes como edificios, iglesias, teatros, monumentos históricos colapsaron o presentaron daños importantes sin poder ser reparadas o con reparaciones muy costosas.

Existen varios motivos para estar preocupado por la detección de las patologías en fundaciones superficiales y su posterior reparación. Lo primero que hay que tener en cuenta es que se encuentran en un lugar inaccesible para la inspección periódica, por lo que resulta imposible detectar algún daño a simple vista, salvo el caso de observar daños en la estructura que se apoya en la fundación afectada. Normalmente, en estos casos los daños en las fundaciones suelen ser muy importantes y su reparación costosa. En segundo lugar, existe una gran variedad de tipos de suelo y en algunos casos tienen componentes agresivos como sulfatos y cloruros, que puedan generar problemas para la estructura de

---

fundación. La penetración de las sustancias agresivas, para las armaduras y el hormigón, se ve favorecida por la existencia de fisuras en este último.

La evaluación de las patologías en la fundación tiene una complejidad importante, dado que se encuentran coexistiendo varios materiales, tales como el acero, el hormigón y el suelo. Por otra parte, al repararlas con láminas de materiales compuestos, los modelos se hacen más complejos al tener que simularse otro material que está pegado, por lo que se estaría introduciendo dos materiales más, que son la fibra de carbono (que es un material compuesto por una resina epoxi y fibras de carbono) y el pegamento que vincula a la anterior con el hormigón. Cabe acotar que la mayoría de estos materiales tienen un comportamiento mecánico no lineal.

Es interesante destacar que el estudio de patologías en fundaciones es un tema que no está agotado, existiendo temas que convendría analizar e incluso con esta tesis se abren caminos que se podrán seguir investigando en futuros proyectos de investigación.

El autor de esta tesis pretende que estos estudios sirvan de aplicación directa en la industria de la construcción, dado que en estos momentos se cuenta con herramientas informáticas e instrumentos experimentales al que pueden acceder los ingenieros, con el objeto de obtener resultados con muy buena precisión. Se pretende que resultados obtenidos con las técnicas desarrolladas en esta tesis, sirvan de base para el diseño de reglamentos y/o recomendaciones técnicas para la industria de la construcción.

## **1.2 IMPORTANCIA DEL TEMA**

A nivel internacional se han realizado diversos estudios para analizar el comportamiento mecánico de estructuras de hormigón afectadas por diversas patologías. No obstante, existen pocos antecedentes, en la bibliografía internacional consultada, sobre el estudio de patologías en fundaciones directas (vigas de fundaciones y plateas).

---

Cabe acotar, que las investigaciones sobre durabilidad estructural son de interés, por ser una necesidad del medio. Una muestra de ello lo constituye el hecho que en los países desarrollados, se invierten cifras crecientes de dinero en el mantenimiento y reciclado de distintos tipos de obras, que están expuestas al deterioro producido por los agentes atmosféricos. Por ejemplo, la Administración Federal de Autopistas, a finales de la década pasada, tenía en proceso de reparación más de 1000 puentes en todo el territorio de USA.

Como es de suponer, en nuestro país, esta problemática también tiene importancia y en particular, en la región de influencia de la Universidad Nacional del Sur, donde existen condiciones ambientales agresivas, debido a la proximidad del mar y a la existencia en la zona del Polo Petroquímico más importante del país, por lo que hay presencia de sustancias contaminantes provenientes de estas industrias, que pueden afectar a la vida útil de las construcciones.

Lo comentado anteriormente es aplicable, en general, a los distintos tipos de construcciones y, en particular, a las patologías de fundaciones directas, que es el tema abordado en esta tesis.

Como es sabido, las fundaciones de las construcciones cumplen un papel muy importante, que condiciona al comportamiento mecánico del resto de la obra. Existen tipologías que se encuentran ampliamente estudiadas, mientras que para el análisis de otras, habitualmente se debe recurrir al empleo de hipótesis simplificadoras, que no siempre poseen una adecuada precisión. Dentro de este último caso, se encuentran varias de las tipologías de plateas de fundación, surgiendo como una necesidad para realizar un adecuado diseño de las mismas, poder valorar la forma en que se reparte la reacción del terreno, considerando el comportamiento mecánico de los elementos estructurales involucrados.

Por su parte, la durabilidad de las fundaciones directas puede verse afectada por diversos factores, tal es el caso de la corrosión de las armaduras, la aparición de cargas no previstas en el diseño, defectos constructivos, etc., todo lo cual puede afectar a la

---

capacidad portante de este elemento estructural, disminuyendo su vida útil. Uno de estos inconvenientes suele ser la corrosión de sus armaduras. Esta situación, inicialmente provoca fisuras en el recubrimiento del hormigón y una merma en la sección del acero. En la medida que avanza el deterioro, disminuye la inercia del elemento afectado, pudiendo llegar al colapso de la estructura, pero en el caso que esto no ocurra seguramente, puede surgir la necesidad de reciclar la estructura, para continuar usándola.

Por estos motivos, resulta importante desarrollar modelos que permitan predecir el comportamiento mecánico de elementos estructurales de hormigón, que tengan afectadas sus armaduras por procesos de corrosión.

### **1.3 ALCANCE DE LA TESIS**

Los alcances de la tesis son: análisis de vigas y/o plateas de fundaciones estructurales y estudio de la detección y reparación de situaciones patológicas, para ello se resuelven las ecuaciones generales del problema mediante métodos numéricos tales como Diferencias Finitas, Elementos Finitos y Series de Potencia.

En la resolución de las ecuaciones diferenciales empleadas para el cálculo de los desplazamientos en fundaciones elásticas y para el cálculo de la repartición de carga, se utiliza el Método de las Diferencias Finitas y el Método de los Elementos Finitos. En lo referente a la integración numérica se utiliza el Método de Simpson. En lo que respecta a la detección, localización y cuantificación de daños se tiene en cuenta el tipo de fisuras. Para ello se toman fisuras discretas y fisuras distribuidas y en algunos casos se considera al daño mediante la disminución de la rigidez de la viga y/o de la platea de fundación, según el caso. Las ecuaciones empleadas en las técnicas de detección estáticas se resuelven mediante el Método de las Diferencias Finitas y las utilizadas en la detección, a través del planteo del problema Inverso que utiliza datos de la respuesta dinámica y que se resuelve mediante un algoritmo basado en Series de Potencia.

---

En lo que respecta al diseño de plateas apoyadas sobre suelos con baja capacidad de carga, se consideró la aplicación del pretensado en las mismas, para así mejorar su comportamiento mecánico.

Existe una variedad de elementos estructurales analizados que se implementan con modelos en Elementos Finitos 2D y 3D. Para la resolución de los modelos se utilizaron software comerciales tales como ABAQUS y ALGOR. En una parte de este estudio se consideraron a los materiales homogéneos e isótropos y en algunos casos se consideraron casos de no linealidad en los materiales, tales como el suelo y el hormigón.

En lo referente al análisis experimental, se realizan modelos de hormigón a escala reducida, sometidos a un proceso de corrosión acelerada en distintas zonas, con y sin tensión de sus armaduras, se miden con instrumental de laboratorio los anchos de fisuras, los Potenciales de Corrosión, y la Velocidad de Propagación de Impulsos Ultrasónicos. En lo que respecta a medición de los desplazamientos se utilizaron flexímetros y para la medición de las frecuencias, se utilizaron acelerómetros.

El enfoque de esta tesis es teórico - numérico, realizando algunas verificaciones experimentales con el objetivo de validar el desarrollo, pretendiendo que estas técnicas sean de aplicación directa en la industria de la construcción.

## 1.4 OBJETIVOS

Los **objetivos generales** son los siguientes:

- Desarrollar técnicas de análisis y definir parámetros de diseño, que permitan estudiar diversas geometrías de fundaciones, sometidas a diferentes cargas, analizándose distintas alternativas posibles de comportamientos del suelo (reacción lineal, no lineal, etc.).
-

- 
- 
- Analizar distintas condiciones de fundaciones, no sólo en lo referente a su geometría, sino también a la posibilidad de emplear pretensado.
  - Desarrollar técnicas de análisis para la detección y la cuantificación de patologías de fundaciones.
  - Brindar herramientas para el diseño, el análisis y la detección de patologías con fundamentación científico–tecnológica, con aplicación en la práctica de la Ingeniería.

En lo referente a los **objetivos particulares** se pretende arribar a los siguientes:

- Analizar vigas y plateas de fundación, con distintas geometrías y diferentes tipos de reacción del terreno.
- Optimizar el diseño de vigas y plateas de fundación, considerando su comportamiento mecánico.
- Desarrollar técnicas que permitan detectar el daño, mediante el análisis del comportamiento estático y / o dinámico de las estructuras afectadas.
- Realizar aplicaciones con la modelación de fisuras discretas (discrete crack approach) y de fisuras distribuidas (smeared crack approach).
- Estudiar la adición de laminados de resinas epoxi con fibras a estructuras de fundación y analizar la efectividad del refuerzo con respecto a distintas relaciones altura / luz de la viga.

Los temas aquí abordados son de aplicación directa en la industria de la construcción, no obstante, la originalidad en el tratamiento de los temas permitirá que se desarrolle una Tesis Doctoral y sus resultados publicados en revistas de prestigio internacional.

---

---

---

---

## 1.5 METODOLOGÍAS UTILIZADAS

En esta tesis se analizaron distintas tipologías de fundaciones, de uso habitual en la industria de la construcción, por ejemplo, en fundaciones de silos. En una primera etapa se estudiaron plateas, buscando calcular los desplazamientos verticales y obtener la distribución de las reacciones, según distintas hipótesis de carga, en la que se plantearon distribuciones constantes y variables, considerando distintos esquemas estructurales, con diferentes tipos de reacción de suelo, de manera de evaluar los efectos mecánicos sobre cada elemento de la platea.

Se adoptaron hipótesis de diseño para modificar las disposiciones planteadas originalmente, mediante elementos de refuerzo o colaborantes como el pretensado. Se prestó especial atención a la consideración del mismo, debido a que tiene un efecto beneficioso sobre la mecánica de la fundación analizada y sobre su durabilidad.

De acuerdo a las hipótesis adoptadas se desarrolló una metodología para cada grupo de cargas, con características comunes de forma, o de reacción del terreno. Se desarrollaron algoritmos con el Método de las Diferencias Finitas, que permitieron calcular los desplazamientos y determinar la distribución de las reacciones del terreno, en los distintos elementos estructurales que componen la fundación. Estos desarrollos se programaron en ambiente Matlab, los resultados obtenidos se verificaron con los obtenidos por otros autores, y mediante la aplicación del Método de los Elementos Finitos.

En los temas considerados en los primeros capítulos se trabajó con el hormigón considerando un comportamiento mecánico dentro del rango lineal elástico y la influencia del suelo se evaluó mediante un coeficiente de reacción del terreno que varía en forma lineal. Para darle mayor generalidad y acercamiento a la situación real, en los estudios más avanzados se modelaron en conjunto suelo y estructura y se adoptaron modelos Elasto-Plásticos, para el hormigón y el suelo.



Se analizó el comportamiento mecánico de algunos casos de fundaciones, que se encuentran afectadas por procesos de degradación en sus armaduras metálicas, realizándose el seguimiento de la fisuración del recubrimiento de hormigón y mediante técnicas no destructivas de análisis, tal es el caso de la medición de la propagación de impulsos ultrasonicos, con el fin de poder desarrollar una metodología que permita la evaluación del deterioro y/o de la Capacidad Portante Residual de los elementos estructurales afectados.

La intención de esta investigación es generar nuevos conocimientos, que permitan la aplicación de estas técnicas a estructuras de fundaciones, que por sus características presentan un patrón complejo de vibraciones. Para ello, se desarrollaron modelos teóricos, computacionales y experimentales, para estudiar el efecto del daño sobre la dinámica de diversos elementos, con miras al desarrollo de técnicas eficientes de investigación. Se realizaron estos estudios con el uso de la Mecánica de Fractura, para caracterizar apropiadamente la falla a través de los parámetros necesarios. Se examinaron las posibilidades de uso de las características dinámicas no lineales para la identificación del daño.

Para la detección del daño se presentaron dos tipos de técnicas: estáticas y dinámicas. Las primeras están relacionadas con la variación de la flexibilidad de la estructura dañada, tomando como referencia la misma estructura sin afectación. Dentro de este mismo grupo de técnicas también se analizó la variación de la curvatura de la deformada, la cual se obtiene mediante el Método de las Diferencias Finitas. Con relación a las técnicas dinámicas se desarrolló una interesante aplicación de la resolución del problema inverso, que consiste en la detección de la ubicación de la fisura y la cuantificación del daño, introduciendo como dato las tres primeras frecuencias naturales. Para la resolución del problema Inverso se utilizó un algoritmo que utiliza Series de Potencias realizado en entorno Matlab.

---

Con relación a la modelación de fisuras se recurrió al empleo de fisuras discretas y distribuidas, dependiendo de las situaciones analizadas y herramientas computacionales disponibles.

Es interesante destacar que los tipos de técnicas que se emplearon permiten, en la práctica, hacer el seguimiento de estructuras de fundación mediante ensayos no destructivos, para evaluar su Capacidad de Carga Residual.

Para el desarrollo de los modelos de vigas de fundación afectadas por patologías, se utilizaron programas de Elementos Finitos tales como ALGOR [1] y ABAQUS [2].

Se utilizaron láminas de materiales compuestos para reforzar y reparar las vigas de fundación. Para realizar todas las evaluaciones analíticas se utilizó el Método de los Elementos Finitos, empleando para la modelación el software ABAQUS.

Desde el punto de vista experimental, para realizar la detección de fisuras, mediante técnicas estáticas, se calcularon los desplazamientos de las vigas utilizando flexímetros colocados cada 10 cm de separación, a lo largo de su eje longitudinal. Para realizar los análisis con técnicas dinámicas, se utilizaron acelerómetros conectados a un sistema de adquisición de datos; por su parte, para el procesamiento de las frecuencias naturales de vibración se utilizó el programa LOGGER PRO [3].

Para el análisis de vigas de fundación con sus armaduras bajo tensión de tracción en proceso de corrosión, se sometió a las mismas a una corrosión acelerada, generada por la imposición de una corriente externa aplicada mediante un galvanostato. A los efectos de solicitar mecánicamente a las armaduras superiores de la viga de fundación, se confeccionó el mecanismo de carga en el Laboratorio de Modelos Estructurales de la Universidad Nacional del Sur.

Para la medición de las fisuras se utilizó una regla graduada. Los Potenciales de Corrosión, se obtuvieron con un voltímetro, especialmente diseñado para realizar análisis

---

---

---

de corrosión en estructuras de hormigón, empleándose un electrodo de referencia de Cobre – Sulfato de Cobre (CSC).

Cabe destacar que para detectar la aparición de fisuras internas (que pueden hacer perder la adherencia entre hormigón y acero) y externas en las vigas de fundación, se utilizó un método no destructivo, que consiste en la medición de la velocidad de propagación de impulsos ultrasónicos.

## **1.6 CONTENIDO DE LA TESIS**

El Capítulo 2 contiene los fundamentos teóricos y definiciones que valen para el resto de los temas abordados en esta tesis. Los desarrollos realizados se los puede agrupar temáticamente, en tres grupos. En los Capítulos 3, 4 y 5, se resuelven distintos casos relacionados con el diseño y el análisis de fundaciones superficiales, porcentaje de reacción de carga que toman las vigas de borde y las plateas, en las tipologías analizadas, y el cálculo de los desplazamientos. Por su parte, en los Capítulos 6, 7, 8, 9 y 10 se abordan numérica y/o experimentalmente temas relacionados con las patologías en las fundaciones y cómo detectarlas, localizarlas y cuantificarlas. El último de los grupos está dado por el Capítulo 11. En éste, se enfocan desarrollos relacionados con el refuerzo y la reparación de estructuras de fundación superficiales, con láminas de materiales compuestos. A continuación se realizará un breve comentario de los contenidos de cada capítulo.

En el Capítulo 1 se exponen las causas que motivaron al autor a realizar estos estudios, los alcances y objetivos de la tesis, y la importancia del tema en estudio. Se realiza también un estudio de la bibliografía de los temas abordados.

El Capítulo 2 contiene los fundamentos teóricos de los capítulos posteriores.

En el Capítulo 3 se consideran plateas, con distintas relaciones de lados, apoyadas sobre fundaciones elásticas cuyo comportamiento del terreno es asumido del tipo Winkler,

---

---

considerando la reacción del terreno lineal y no lineal. Los cálculos de los desplazamientos de las plateas se realizan mediante el Método de las Diferencias Finitas.

Los porcentajes de reacción que toman las plateas de fundaciones de hormigón armado pretensadas, apoyadas sobre fundaciones elásticas, cuyo comportamiento del terreno es tipo Winkler se calculan en el Capítulo 4 y evaluando distintos trazados de cables de pretensado. Se trabaja también con plateas a las cuales se introducen vigas interiores con y sin pretensado, calculando el porcentaje de carga que absorben y como se mejora con la introducción del pretensado en las vigas interiores.

Las plateas de fundación de forma circular con y sin un orificio central, con vigas de borde y apoyadas sobre suelo tipo Winkler, se analizan en el Capítulo 5. Se emplea el Método de las Diferencias Finitas para resolver el sistema de ecuaciones diferenciales. Se desarrolla un algoritmo de integración numérica, que permite evaluar la resultante de la reacción del suelo y los desplazamientos verticales originados en distintos puntos de la platea.

En el Capítulo 6 se desarrollan técnicas para detección, localización y cuantificación del daño en una viga de fundación apoyada sobre un terreno elástico, utilizando modelos numéricos, con fisuras discretas, y resueltos con el empleo del Método de los Elementos Finitos. Es interesante destacar que se utilizan distintos parámetros estáticos y dinámicos. En el caso de los estáticos, se emplean parámetros como los Desplazamientos Verticales, Diferencia entre Desplazamientos Verticales y Curvatura de la Elástica. En el caso de la Respuesta dinámica, se determinan las Frecuencias Naturales y Modos de Vibración de las fundaciones sanas y dañadas. Para la detección y localización del daño se presentan dos técnicas. La primera está relacionada con la variación de la flexibilidad de la estructura dañada, tomando como referencia la misma estructura sin afectación. La segunda técnica se basa en la variación de la curvatura de la deformada, la cual se obtiene mediante el Método de las Diferencias Finitas.

---

Los trabajos realizados para la detección del daño, mediante métodos estáticos y dinámicos en una viga de fundación de hormigón armado, teniendo en cuenta el modelo de fisuras distribuidas, se presentan en el Capítulo 7. Cabe acotar que, para darle mayor generalidad, se modela en conjunto suelo y estructura y se adoptan modelos Elasto-Plásticos, para el hormigón armado y para el suelo.

El modelado con el Método de los Elementos Finitos, del efecto de una fisura transversal en una viga apoyada sobre una fundación elástica tipo Winkler, se incluye en el Capítulo 8. Se presenta una aplicación de detección de fisuras, mediante la resolución del Problema Inverso para vigas de fundación apoyadas sobre un medio elástico, mediante un método numérico, realizándose una aplicación experimental con una viga de hormigón armado.

En el Capítulo 9 se detectan y localizan daños en plateas apoyadas sobre un terreno elástico, tipo Winkler, utilizando los modelos numéricos desarrollados en el Capítulo 3 y 4, resueltos con el empleo del Método de las Diferencias Finitas, programándolos en entorno Matlab. Se obtienen los valores de los Desplazamientos Verticales en distintos puntos de la platea sana y con daño. Para la detección y localización del daño se obtienen las mismas técnicas presentadas en los Capítulos 6 y 7 y se incorpora la técnica de la variación de la curvatura de la elástica para localizar daños y el parámetro variación de la Curvatura de la elástica Volumétrica para la cuantificación del mismo.

El Capítulo 10 contiene un estudio sobre una de las patologías más frecuentes en estructuras de fundación de hormigón armado, como es el caso de la corrosión de sus armaduras. Se realizan modelos físicos de viga de fundación a escala reducida, construidos con microhormigones a los que se los sometió a un proceso de corrosión acelerada en distintas zonas. Las armaduras afectadas se encontraban bajo tensión de tracción, a los efectos de correlacionar el deterioro producido en diferentes elementos de hormigón armado, con su respuesta ante acciones estáticas externas. Se realiza el seguimiento del proceso de fisuración de la superficie del hormigón, se determinan, durante los ensayos, el

---

Potencial de Corrosión, en distintos puntos de las vigas y se mide la Velocidad de Propagación de Impulsos Ultrasónicos.

El refuerzo y la reparación de vigas de fundación de hormigón armado con láminas de materiales compuestos, fueron modelados en el Capítulo 11 con el Método de los Elementos Finitos, evaluando el mejoramiento que las láminas de materiales compuestos le proveen al elemento estructural. Se analiza la colaboración de estas láminas de materiales compuesto variándose la cantidad y ubicación de las mismas, para distintas relaciones altura / longitud de la viga de fundación. Cabe acotar que se trabaja en ambiente ABAQUS, modelando a los materiales como en el Capítulo 7, mientras que el refuerzo de fibras se modeló con un comportamiento elástico lineal hasta la rotura.

Por último, Las conclusiones finales de la tesis y las posibilidades de futuras líneas de investigación se desarrollan en el Capítulo 12.

## **1.7 ANTECEDENTES**

Dado la variedad de temas que se desarrollan en esta tesis, se divide el estado del arte en tres partes; en el primer punto se presenta la bibliografía de fundaciones superficiales, en un segundo punto se detalla el estado del arte sobre detección de fallas y como tercer punto, se realiza un estudio de la bibliografía de vigas reforzadas o reparadas con materiales compuestos.

### **1.7.1 ANTECEDENTES DE PLATEAS Y VIGAS DE FUNDACIÓN**

En este punto se presenta un estado del arte sobre el desarrollo de vigas y plateas de fundación. Dada la extensa bibliografía, se reportan los trabajos pioneros y los antecedentes de los últimos 10 años.

---

Uno de los pioneros en el estudio del comportamiento del terreno fue Winkler [4], que en el año 1867 desarrolló un modelo para describir el comportamiento mecánico del terreno. Para ello postuló un modelo donde el terreno se comporta en forma similar a una serie de resortes ubicados en paralelo, y lo describió mediante la siguiente ecuación:

$$p = k \cdot w \quad (1.1)$$

siendo  $p$ : presión del suelo,  $w$ : desplazamiento del terreno. Al parámetro  $k$  se lo denomina de varias maneras: Módulo de Balasto, Módulo de Winkler o Coeficiente de Reacción del Terreno. La simplicidad de este modelo recae en considerar que no existe interacción entre los resortes.

A los efectos de perfeccionar el modelo anterior, en el año 1895, Hertz [5] investigó la respuesta estática de plateas sobre fundaciones elásticas sujetas a una carga concentrada, analizándolo como un problema de contacto. Por su parte, Filonenko-Borodich [6] en el año 1940, Hetenyi [7] en el 1946 Vlasov [8] en el 1949, Pasternak [9] en el 1954, y Kerr [10] en 1965, presentaron modelos teniendo en cuenta otras complejidades, entre ellas la interacción entre los resortes. Para ello, Pasternak tuvo en cuenta dos parámetros, que denominó  $k$  y  $G$  y expresó la presión del suelo, mediante la siguiente ecuación:

$$p = k w - G w \quad (1.2)$$

donde,  $G$ : Módulo de corte de la fundación,  $w$ : desplazamiento del terreno.

También se desarrollaron modelos simplificados en tres dimensiones, como los de Reissner [11] en el 1958 y Vlasov and Leontiev [12] en 1966. En esta misma época se desarrollaron modelos que incorporan la consideración del ángulo de fricción del terreno, uno de ellos es el que realizó Sokolovski [13] en el 1960. Existen otros modelos desarrollados con algoritmos matemáticos que emplean extensiones de la Serie de Taylor, tal es el caso del desarrollado por Bharatha y Levinson [14] en el año 1980. Warburton [15] en el 1976 realizó estudios de vibraciones sobre placas circulares fundadas sobre un medio elástico.

Entre los aportes más significativos se cuentan los trabajos realizados por Timoshenko y Woinowsky Krieger [16], en el año 1959, determinando los asentamientos de fundaciones elásticas, tratándolos con la Teoría de la Elasticidad mediante la siguiente ecuación:

$$\nabla^2 \nabla^2 w_i = \frac{[q_i - k_i \times (w_i + w_0)]}{D} \quad (1.4)$$

donde  $w_i$ : función de asentamientos o elástica,  $w_0$ : asentamiento inicial,  $q_i$ : carga distribuida aplicada,  $D$ : rigidez a la flexión de la placa, tal que:

$$D = \frac{E d^3}{12 \cdot (1 - \nu^2)} \quad (1.5)$$

También es importante mencionar los aportes a la mecánica de suelos realizados por Caquot y Kerisel [17], Bowles [18], Winterkorn y Fang [19], Terzaghi y Peck [20] y Jimenez Salas [21], en el tema de vigas de fundaciones elásticas los trabajos realizados por Hetényi [7] y Volterra [22 y 23].

Guzmán y otros [24] establecieron operadores para trabajar en Diferencias Finitas y así poder discretizar un dominio continuo, que hasta el momento solo podía tratarse con la Teoría de la Elasticidad. Con estos operadores la ecuación anterior queda definida como:

$$\nabla^2 \nabla^2 w_i \approx c_i \times w_i + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n c_j \times w_j = \frac{q \times s^4 - k_i \times s^4 \times w_i - k_i \times s^4 \times w_0}{D} \quad (1.6)$$

Donde  $c_i$  y  $c_j$  son los operadores del sistema en Diferencias Finitas y  $s$  es el paso de la malla adoptada.

En el año 1999, Rashed et al. [25], trabajaron con plateas de fundaciones apoyadas en un suelo elástico, tipo Pasternak, donde presentaron una formulación de Elemento de Borde. Usaron elementos de borde cuadráticos, para describir los elementos de borde de la platea, y se discutió la eficiencia del acomodamiento de los elementos de borde en la



matriz. En esta publicación se usó la solución fundamental desarrollada por Rashed y Aliabadi [26]. En el mismo año Hong et al. [27] describieron, mediante el Método de los Elementos Finitos, el análisis de la deflexión asimétrica de plateas de fundación elástica utilizando puntos discretos.

La construcción de modelos de plateas de fundación tipo Winkler, mediante el Método de los Elementos de Borde fue analizada por Rashed y Aliabadi [28], en 2000. El comportamiento dinámico de plateas de fundaciones con vigas de rigidez, mediante métodos analíticos, fue estudiado por Grice y Pinnington [29].

En 2001, Silva et al. [30] reportaron una metodología numérica para el análisis de plateas de fundaciones elásticas sobre un medio elástico tipo Winkler, utilizando el Método de los Elementos Finitos para discretizar la platea y el terreno. En el análisis de fundaciones elásticas, de tipo Winkler, Huang y Thambiratnam [31] desarrollaron aplicaciones mediante el uso del Método de las Bandas Finitas, sometidas a la acción de cargas estáticas y dinámicas. Por otro lado, Al-Hosani [32] estudió una solución fundamental no singular para analizar elementos de borde en plateas gruesas, sobre fundaciones elásticas de tipo Winkler.

Cabe acotar que muchos investigadores continúan utilizando actualmente el modelo de reacción tipo Winkler para analizar el comportamiento dinámico de plateas de fundaciones, [33, 34, 35, 36, 37]. Un análisis estático de plateas circulares apoyadas sobre una fundación tipo Winkler, usando una técnica de aproximación de pequeñas fluctuaciones fue realizado por Chang [38], en 2003. Por otro lado, plateas de fundaciones con métodos analíticos y métodos numéricos, modelando el terreno con distintas capas fueron estudiadas por Wang et al. [39].

Allotey y El Naggar [40], estudiaron las ecuaciones analíticas del Momento de Rotación de plateas de fundaciones sobre suelo tipo Winkler. El objetivo de este estudio es proveer una solución analítica completa, para el momento estático de rotación de una fundación rígida, considerando un modelo de terreno del tipo Winkler. En este trabajo se obtuvieron

---

curvas de una manera computacional y se las comparó con otros trabajos experimentales.

Xiao et al. [41], dedujeron las ecuaciones de movimiento de plateas sobre fundaciones elásticas, con fisuras en la parte transversal de la platea, bajo la acción de fuerzas periódicas. Las ecuaciones no lineales las resolvieron usando el método de integración de Galerkin y de Runge–Kutta. Aghalovyan et al. [42], estudiaron el comportamiento dinámico ante acciones sísmicas de fundaciones, analizando varios modelos mediante la aplicación de la Teoría de la Elasticidad. En este trabajo, se demostró que el uso de materiales menos rígidos entre el suelo de base y la fundación, origina la reducción de las frecuencias naturales de las vibraciones libres de la base, así como a una reducción significativa del efecto sísmico negativo sobre las estructuras.

Investigaciones sobre la sensibilidad ante el comportamiento de post-alabeo, originado por esfuerzo al corte en plateas sobre fundaciones elásticas con imperfecciones en su geometría, fueron publicadas por Wang et al. [43]. Para ello plantearon una función teniendo en cuenta el producto de funciones trigonométricas e hiperbólicas, para modelar estas imperfecciones. Las formulaciones empleadas se basan en el uso de funciones de esfuerzo de corte de tipo Reddy, de orden superior, y en la Teoría de Von Karman.

En 2007, Yu et al. [44], estudiaron la reacción dinámica para placas tipo Reissner-Mindlin, con cuatro bordes libres, apoyadas sobre fundaciones elásticas tipo Winkler y tipo Pasternak. Las cargas actuantes sobre las fundaciones consistieron en cargas impulsivas y cargas estáticas. Se desarrollaron funciones que conjuntamente con el método de Galerkin, el procedimiento de la cuadratura del Gauss-Legendre y la técnica de Runge-Kutta, permitieron determinar las curvas de desviación-tiempo y momento flector-tiempo.

### **1.7.2 ANTECEDENTES SOBRE DETECCIÓN DE FALLAS**

Rytter [45] en el año 1993, clasificó a la detección de daño en cuatro niveles: el nivel 1 tiene en cuenta la existencia del daño en la estructura, el nivel 2 es el nivel 1 más la

---

localización del daño, en el nivel 3 se le suma al nivel 2, la cuantificación de la severidad del daño y el nivel 4, que es el nivel 3 más la predicción de la vida útil de la estructura. Este último se puede considerar desacoplado de los niveles anteriores. En los capítulos siguientes de esta tesis, detección de daños se refiere a cualquiera de los niveles descritos anteriormente, y se menciona el nivel correspondiente cuando se hace referencia a uno en particular. A continuación se presentan los antecedentes generados en publicaciones de los últimos 10 años y en trabajos pioneros de la detección del daño, sustentado en el comportamiento estático y dinámico de estructuras de fundación superficiales.

### *Detección de daño basado en el cambio de la respuesta dinámica*

La detección de fallas no destructiva se puede realizar por varios métodos tales como rayos X, ultrasonido, etc. Sin embargo, los métodos basados en las mediciones de vibraciones han recibido una atención especial a causa de la variación de las características naturales, tales como la frecuencia o modos de vibración; a continuación se expone el estado del arte de la detección de daños en estructuras mediante el estudio de los cambios de la respuesta dinámica; principalmente orientada a la detección en elementos estructurales tipo viga.

Doebbling et al. [46], en 1996 realizaron una revisión de la literatura y trabajaron en la identificación y monitoreo de daño, mediante el cambio en los parámetros dinámicos. En el mismo año, Dimarogonas [47] realizó una revisión bibliográfica de vibraciones de estructuras fisuradas.

En el año 1997, Salawu [48] presentó un revisión de la bibliografía sobre los diferentes métodos de localización de daños, a través de los cambios en sus frecuencias naturales, desarrollando una metodología simplificada y de bajo costo, pero al mismo tiempo, señaló los factores que podrían limitar el éxito de la aplicación y realizó una revisión muy interesante sobre detección de daño en estructuras, teniendo en cuenta el cambio en sus frecuencias naturales. La identificación de fisuras en vigas sometidas a vibraciones, usando un método energético fue estudiada por Yang et al. [49] en el año 2001.

---

---

---

Entre 1999 hasta 2003 varios investigadores, tales como Wang y Deng [50], Gentile y Messina [51], y Douka [52], usaron la Transformada Wavelet para realizar la detección de daños en vigas. Kim y Stubbs [53], y por otra parte Owolabi [54], publicaron trabajos sobre la detección de fisuras en vigas, mediante cambios en sus frecuencias naturales de vibración.

Detección de daños resolviendo un Problema Inverso con un algoritmo desarrollado en Series de Potencias y para una Viga Bernoulli-Euler, fueron realizados por Rosales y Filipich [55] en el año 2004.

Patil y Maiti [56] realizaron en 2005 una verificación experimental resolviendo el Problema Inverso, haciendo detección de fisuras a nivel 3 en una viga cantilever con múltiples fisuras, materializando a cada una de ellas con un resorte rotacional. Es interesante destacar que en esta publicación se pueden encontrar antecedentes sobre diversos investigadores que han estudiado el problema de detección de fallas mediante métodos dinámicos, en vigas con una sola fisura. En comparación, puede observarse que pocos autores se han dedicado a estudiar fisuras múltiples. En el mismo año, B. Li et al. [57] trabajaron en la detección de daño, localización y cuantificación del mismo, utilizando el Método de los Elementos Finitos.

Presezniak et al. [58] presentaron un trabajo en el año 2007, donde modelaron una fisura en una viga libre mediante un resorte torsional, excitando dinámicamente a la misma mediante la Transformada de Wavelet. Con ella identificaron la posición del daño y detectaron pequeñas variaciones de forma en el primer modo de vibración. Realizaron también un modelo experimental de una viga libre, mostrando la dificultad para identificar el efecto de una fisura.

Rosales et al. [59] y Buezas [60], en el año 2009, detectaron fisuras a nivel 3 en vigas y ejes, a las cuales le introdujeron un resorte rotacional para simular la fisura. La detección la realizaron mediante la resolución de un Problema Inverso y la utilización de redes neuronales y algoritmos genéticos.

---

---

***Detección de daño basado en el análisis de la respuesta estática***

Comparativamente, existen pocos trabajos sobre identificación de daño, basados en el análisis de la respuesta estática de una estructura, A continuación se detalla una revisión bibliográfica de los mismos.

En el año 1991 Sanayei y Onipede [61] presentan una optimización iterativa basados en métodos de identificación de daños, analizando parámetros estáticos.

La estimación de daños de estructuras utilizando un conjuntos de fuerzas aplicadas, y recurriendo a métodos de programación cuadrática, fue realizado por Banam y Hjelmstad [62] en el año 1994. Chou et al. [63] (2001) trabajaron con algoritmos genéticos, detectando daños, basados en el cambio de la respuesta estática.

La evaluación de daños y determinación de la vida residual de estructuras utilizando la Mecánica de Fractura fue investigada por Chandra y Kishen [64] en el año 2003. Choi et al. [65] (2004) desarrollaron el teorema de la carga de daño elástico para detectar fisuras de forma estática. En el mismo año, Maiti et al. [66] realizaron una evaluación de los daños en estructuras teniendo en cuenta los cambios en los parámetros estáticos, utilizando redes neuronales. También Suresh et al. [67] trabajaron en determinar la identificación, ubicación y profundidad de fisuras en una viga cantilever, mediante un enfoque modular de redes neuronales. Un procedimiento para la identificación de múltiples daños en vigas fue desarrollado por Caddemi y Morassi [68] en el año 2005.

***Detección de daño en estructuras de hormigón armado***

La mayoría de los investigadores se han ocupado de modelar al material considerando su homogeneidad estructural, tal es el caso del acero, representando daño mediante una reducción en la rigidez y debido a una fisura discreta. No se ha prestado mucha atención a los problemas de no homogeneidad de los materiales, tales como el hormigón armado, debido a la naturaleza de las fisuras en el mismo. Elices y Planas [69], en el año 1989,

---

---

---

---

clasificaron en dos grupos a los métodos numéricos para simular el comportamiento de fractura, sobre la base del Método de los Elementos Finitos (FEM). Al primero lo llamaron fisuras discretas (“discrete crack approach”). Este modelo de fisura fue utilizado en los Capítulos 6, 8 y 9 de esta tesis. El segundo grupo denominado Fisuras Distribuidas o Difusas (“smeared crack approach”) fue utilizado en el Capítulo 7 de esta tesis.

En el año 2000, Cerri y Vestroni [70] realizaron una detección de daño en una viga de hormigón armado, donde modelaron la zona de daño como un elemento viga, reduciendo la rigidez a flexión del mismo y trabajándolo como zona con fisura distribuida, tal como se verá en el Capítulo 7. Utilizaron tres parámetros para definir el daño, tales como la posición, la extensión del daño y la reducción de la rigidez a flexión del elemento. En el mismo año, el cambio de frecuencias para determinar daños en vigas de hormigón armado fue utilizado por Vestroni y Capecchi [71].

Ndambi et al. [72] en el 2002 utilizaron técnicas dinámicas de detección de daño en vigas de hormigón armado. Lo realizaron de forma numérica y experimental introduciendo cargas cada vez con mayor amplitud, recurriendo a un método de energía de deformación para detectar y localizar fisuras en las mismas. Es interesante destacar que en una de sus conclusiones hacen hincapié en lo difícil que es localizar fisuras en vigas de hormigón armado.

En la publicación realizada por Borsaikia et al. [73] (2006), se puede conocer un interesante estado del arte de las investigaciones que se han desarrollado para la detección de fisuras en el hormigón con el empleo de distintos métodos, tales como ultrasonido y sensores de fibra óptica. En el Capítulo 11 se podrá observar una evaluación del daño en dos vigas de fundación corroídas mediante técnicas de Ultrasonido y medición de Potenciales de Corrosión. En el mismo año, Jaishi y Ren [74] detectaron y localizaron fisuras de una viga de 6 m, simplemente apoyada. En esta investigación, los autores calcularon las frecuencias naturales de la viga sin afectación y dañada, calcularon la diferencia de frecuencias estableciendo el porcentaje de cambio de las mismas y mediante un método de optimización, localizaban el lugar del daño. Es interesante destacar que los

---

---

---

autores modelaron la fisura de la viga mediante una reducción del Módulo de Elasticidad del elemento dañado, tal como se realizará en el Capítulo 9 de esta tesis.

Un estudio de la bibliografía sobre la influencia de dos o más fisuras y los métodos de identificación basados en vibración de estructuras, tales como vigas, rotores, tubos, etc fueron realizados por Sekhar [75] en el año 2008.

### *Detección de daño en fundaciones*

En el año 1995, Hasan [76] presentó resultados de estudios sobre los cambios de frecuencias en una viga de fundación elástica cuando se le introducen fisuras; la sección fisurada fue representada con un resorte rotacional. Este trabajo representó una referencia importante para esta tesis, dado que se adoptó el mismo proceder de considerar a la fisura en una viga apoyada sobre fundación elástica, cuando se realizó la detección mediante el Problema Inverso. En el mismo año, Choy et al. [77] trabajaron en la identificación de daños de una viga apoyada sobre una fundación elástica. Chang y Chen [78], en el año 2004, usaron la transformada Wavelet para realizar la detección de daños en plateas de fundación. La detección de falla en vigas apoyadas sobre fundación elástica fue estudiada por Ming-Hung [79], (2005).

Por último, en el año 2006, Byeong et al. [80] plantearon una técnica para la detección del daño en plateas apoyadas sobre un suelo elástico tipo Winkler, mediante un método dinámico. Cabe acotar que la fisura fue reproducida numéricamente mediante una disminución de la rigidez del elemento.

### **1.7.3 ANTECEDENTES SOBRE REFUERZO Y REPARACIÓN DE ESTRUCTURAS DE HORMIGÓN**

El surgimiento de nuevos materiales basados en resinas epoxi reforzadas con fibras de vidrio, carbono u otras, en la segunda mitad del siglo pasado, ha traído soluciones para algunos problemas fundamentales del hormigón armado. En un principio, el uso de estos

---

---

---

materiales en la Ingeniería Civil estuvo un poco postergado por el alto costo de los mismos, respecto de las bandas de acero, la falta de normas para su aplicación y el comportamiento frágil, que afectaba la ductilidad de las estructuras. Sin embargo, en los últimos años, los costos se han reducido, especialmente los de las fibras de carbono y muchas investigaciones se han encauzado en esta dirección. A continuación se presenta un estudio de la bibliografía exponiendo sólo los últimos 10 años.

Entre los años 1999 y 2001, varios estudios experimentales han demostrado que las láminas de polímeros reforzadas con fibras de carbono (CFRP) son mecánicamente eficaces para el mejoramiento mecánico de estructuras de hormigón armado dañadas, entre ellos se pueden citar a ElMihilmy y Tudesco [81], Swamy y Mukhopadhyaya [82]. Es interesante destacar que Hag et al. [83] en el año 2001, han aplicado laminados de (CFRP) para recuperar las prestaciones mecánicas de un puente de vigas T de hormigón armado en EEUU.

Una revisión de la bibliografía sobre el uso de polímeros reforzados con fibras para las construcciones fue realizada por Bakis et al. [84] (2002). En el mismo año, Pickett [85] efectuó una interesante recopilación de antecedentes de los métodos de predicción de fallas en materiales compuestos, simulados con el Método de los Elementos Finitos. El comité de la ACI [86] ejecutó un reporte sobre el diseño y construcción de estructuras reforzadas con polímeros reforzados con fibras, testeados experimentalmente, identificando los posibles modos de falla.

Las expresiones para analizar cuál es el máximo valor de las formas y modos de falla fueron estudiadas por Piovan [87] en 2003. Un enfoque basado en la micromecánica, que parte de la generalización de la teoría de mezclas clásicas, teniendo en cuenta la participación en la deformación y la tensión del compuesto, de cada una de los componentes en sus direcciones principales de simetría, fue desarrollado por Luccioni y Oller [88 y 89]. Teng et al. [90] publicaron una interesante revisión de la bibliografía. Li et al. [91] investigaron mediante un análisis con el Método de los Elementos Finitos, con el software comercial ANSYS, el efecto que produce la variación del espesor, la rigidez, y la

---

---



orientación de la fibra de láminas de FRP en la resistencia y rigidez de las columnas reparadas de hormigón armado.

En el año 2004, Hu et al. [92] realizaron un análisis no lineal con el Método de los Elementos Finitos usando el software comercial ABAQUS, en vigas de hormigón armado, donde modelaban los refuerzos de compuestos de fibras con elementos tipo “shell”, de cuatro nodos con seis grados de libertad por nodo, considerándolos directos y perfectamente adheridos al hormigón, es decir, sin considerar el adhesivo, debido a que la mayoría de las fallas se producen por separación de la capa de hormigón y muy rara vez por falla en la capa de adhesivo.

Un enfoque multi-escala para predecir el ancho de fisura de una viga de hormigón armado, reparada con materiales compuestos, fue realizado por Avril et al. [93] en el año 2005. Es interesante destacar que para la modelación con el Método de los Elementos Finitos utilizaron elementos “shell” de cuatro nodos, pero con tres grados de libertad (traslaciones) por nodo.

Gao et al. [94], en el año 2006 presentaron una publicación sobre la optimización del diseño en vigas de hormigón armado, reforzadas con láminas de FRP, donde estudiaron la influencia de la longitud y la forma de terminación del refuerzo.

Una revisión de la bibliografía de investigaciones analíticas, experimentales y numéricas sobre las láminas de polímeros reforzadas con fibras de carbono, fue presentada por Pendhari et al. [95] (2008).

## **1.8 APORTE ORIGINAL**

En la primera parte se hace una contribución al diseño de fundaciones en lo que respecta a las reacciones del terreno entre las vigas de borde y la platea, como también la posibilidad de aplicar pretensado para mejorar el comportamiento mecánico de la

---

---

---

fundación. Este estudio puede resultar de interés para la aplicación en la ingeniería práctica.

En cuanto a la detección de fallas, en esta tesis se cubren varias metodologías de detección en fundaciones que es un tema muy poco reportado en la bibliografía científica. Se extienden métodos ya desarrollados por otros autores en elementos estructurales a elementos de fundación.

En cuanto a técnicas de detección con parámetros dinámicos se utiliza una metodología para resolver el problema inverso hasta el nivel 3. Por otro lado el estudio de la corrosión de vigas de fundación bajo tensión constituye un tema original en esta tipología.

Por último la consideración de refuerzo y reparación en vigas de fundación es otro tema no explorado en la bibliografía disponible, y los resultados de este estudio permiten acotar las posibilidades de uso.

## 1.9 REFERENCIAS

---

- [1] Algor 23 Professional Mech/VE, Linear Stress and Dynamics, Reference Division. Pittsburgh, Pennsylvania, 2009
- [2] ABAQUS/CAE, Student Edition, Version 6.6-2. ABAQUS Inc, 2006.
- [3] LOGGER PRO 3.6.1, Vernier. Software and Technology, Beaverton, OR, USA, 2008.
- [4] E. Winkler, “Die Lehre von der Elasticitaet und Festigkeit”, Prague, Czechoslovakia, 1867.
- [5] H. Hertz, “Über das Gleichgewicht schwimmender elastischer Platten”, Gesammelte Werke 1, 228, 1895.
- [6] Filonenko, M. M. Borodich., “Some approximate theories of the elastic foundation (in Russian)”, *Uchenyie Zapiski Moskovskogo Gosudarstvennogo Universiteta. Mekhanika* 46, pp. 3–18, 1940.
- [7] M. Hetényi, “Beams on Elastic Foundation”, The University of Michigan Press, Ann Arbor, Michigan., 1946.

- 
- 
- [8] V. Z. Vlasov. “Structural mechanics of thin walled three-dimensional systems (in Russian)”, Stroizdat, 1949.
- [9] P. L. Pasternak, “On a new method of analysis of an elastic foundation by means of two foundation constants (in Russian)”, *Gosudarstvennoe Izdatelstvo Literaturi po Stroitelstvu i Arkhitekture*, Moscow, 1954.
- [10] A. D. Kerr, “A study of a new foundation model”, *Acta Mechanica*, 1, pp. 135–147, 1965.
- [11] E. Reissner, “A note on deflection of plates on viscoelastic foundation”, *Journal of Applied Mechanics*, ASME, 25, pp. 144–145, 1958.
- [12] V. Z. Vlasov and N. N. Leontiev, “Beams, Plates and Shells on Elastic Foundations”, Israel Program for Scientific Translations, Jerusalem, 1966.
- [13] V. V. Sokolovski, “Statics of Soil Media”, Butterworth Scientific Publications, London, 1960.
- [14] S. Bharatha and M. Levinson, “A theory of elastic foundations”, *Archive for Rational Mechanics and Analysis*, 74, pp. 249–266, 1980.
- [15] G. B. Warburton “The Dynamic Behaviour of Structures”, Pergamon Press, Oxford, 1976.
- [16] S. Timoshenko, S. Woinowsky Krieger, “Theory of plate and shells”, *Mc Graw Hill Book Co. Inc.*, 1959.
- [17] A. Caquot, J. Kerisel, “Traité de Mecanique des sols”, Gauthier-Villars, 380 págs, Paris.1949.
- [18] J. E. Bowles, “Analytical and computer methods in foundation engineering”. McGraw Hill. pp. 147-185. New York, 1974.
- [19] F. Winterkorn, H. Y. Fang, “Foundation Engineering Handbook”, Van Nostrand Reinhold Company, New York, 1975.
- [20] K. Terzaghi, R.B. Peck, “Mecánica de Suelos en la Ingeniería Práctica”, El Ateneo. 1992.
- [21] J. A. Jimenez Salas, J. L. De Justo Alpeñes, “Geotécnica y Cimientos”. Editorial Rueda, Madrid, 1995.
- [22] E. Volterra, Bending of circular beam resting on an elastic foundation, *Journal of Applied Mechanics* 19 (1952), pp. 1–4.
- 
-

- 
- 
- [23] E. Volterra, Deflection of circular beams resting on elastic foundation obtained by the method of harmonic analysis, *Journal of Applied Mechanics* 20, pp. 227–237, 1953
- [24] A. Guzmán, C. Luisoni, G. Ventura, “Curso de Elasticidad Aplicada”, *Cuad. II Facultad de Ciencias Exactas y Tecnología, Universidad Nacional de Tucumán*, 1961.
- [25] Y. F. Rashed, M. H. Alabadi, C. A. Brebbi, “A boundary element formulation for a Reissner plate on a Pasternak foundation”, *Computers and Structures*, 70, pp. 515-532, 1999.
- [26] Y. F. Rashed, M. H. Aliabadi, “Fundamental solutions for thick foundation plates”. *Mechanics Research Communications*, 24; 331, 1997.
- [27] T. Hong, J. G. Teng, Y. F. Luo, “Axisymmetric shells and plates on tensionless elastic foundations”, *International Journal of Solids and Structures*, 25, pp. 4166-4299, 1999.
- [28] Y. F. Rashed, M. H. Aliabadi, “Boundary element analysis of foundation plates in buildings”, *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 24 (2), pp. 201-206, 2000.
- [29] R. M. Grice, R. J. Pinnington, “A method for the vibration analysis of Built-up structures, part i: introduction and analytical analysis of the plate-stiffened beam”, *Journal of Sound and Vibration*, 230 (4), pp. 825-849, 2000
- [30] A. R. D. Silva, R. A. M. Silveira, P. B. Goncalves, “Numerical methods for analysis of plate on tensionless elastic foundations”, *International Journal of Solids and Structures*, 38, pp. 2083-2100, 2001.
- [31] M. H. Huang, D. P. Thambiratnam, “Analysis of plate resting on elastic supports and elastic foundation by finite strip method”, *Computers and Structures*, pp. 2547-2557, 2001.
- [32] K. Al - Hosani, “A non-singular fundamental solution for boundary element analysis of thick plates on Winkler foundation under generalized loading”, *Computers and Structures*, 79, pp. 2767-2780, 2001.
- [33] D. Kennedy, F. W. Williams, “Vibration analysis of anisotropic plate assemblies with Winkler foundation”, *Journal of Sound and Vibration*, 10, pp. 138-501, 1990.
- [34] M. H. Omurtag, A. Y. Akoz, “Free vibration analysis of Kirchhoff plate resting on elastic foundation by mixed finite element formulation based on Gateaux differential”, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 40, pp. 295-317, 1997.
- 
-

- 
- 
- [35] K. K. Raju, Rao G. Venkateswara, “Mode shape change in the stability problem and its effect on the vibration behavior of simply-supported orthotropic rectangular plates on elastic foundation”, *Journal of Sound and Vibration*, 175 (5), pp. 693-699, 1994.
- [36] K. N. Saha., R. C. Kar., P. K. Gatta, “Dynamic Stability of a rectangular plate on non-homogeneous Winkler foundation.”, *Computers and Structures*, 63 (6), pp. 1213-1222, 1997.
- [37] H. Matsunaga, “Vibration and Stability of thick plate on elastic foundations.”, *Computers and Structures*, 126 (1), pp. 27-34, 2000.
- [38] T. P. Chang, “Statistical analysis of a circular plate on a random Winkler Foundation”, *Computers and Structures*, 48 (1), pp. 161-166, 2003.
- [39] Y. H. Wang, L. G. Tham, Y. Tsui, Z. Q. Yue, “Plate on layered foundation analyzed by a semi-analytical and semi-numerical Method”, *Computers and Geotechnics*, 30, pp. 409-418, 2003.
- [40] N. Allotey, H. M. El Naggar, “Analytical moment-rotation curves for rigid foundations based on a Winkler model”, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 23, pp. 367-381, 2003.
- [41] Yong-Gang Xiao, Yi-Ming Fu, Xu-Dong Zha, “Bifurcation and chaos of rectangular moderately thick cracked plates on an elastic foundation subjected to periodic load”, *Chaos, Solitons and Fractals*, 2006.
- [42] L. A. Aghalovyan , A. V. Sahakyan, M. L. Aghalovyan, “Analysis of layered bases-foundations models under seismic actions”, *Smart Structures And Systems*, 2 (4), pp. 295-304, 2006.
- [43] Y. H. Wang, L. G. Tham, Y. Tsui, Z. Q. Yue, “Plate on layered foundation analyzed by a semi-analytical and semi-numerical Method”, *Computers and Geotechnics*, 30, pp. 409-418, 2003.
- [44] L. Yu , H. S. Shen, Hui- Shen, X. P. Huo, “Dynamic responses of Reissner-Mindlin plates with free edges resting on tensionless elastic foundations”, *Journal of Sound and Vibration*, 299 (1-2), pp. 212-228, 2007.
- [45] A. Rytter, Vibration based inspection of Civil Engineering Structure. Ph. D. Thesis. Aalborg University, Denmark, 1993.
- [46] S. W. Doebling, C. R. Farrar, M. B. Prime, D. W. Shevitz, “Damage identification and health monitoring of structural and mechanical systems from changes in their
- 
-

- 
- vibration characteristics: a literature review”. *Research report LA-13070-MS, ESA-EA*, Los Alamos National Laboratory, Los Alamos, New Mexico, 1996.
- [47] A. D. Dimarogonas, “Vibration of cracked structures: a state of the art review”, *Engineering Fracture Mechanics*, 55 (5), pp. 831-857, 1996.
- [48] O. S. Salawu, “Detection of structural damage through changes in frequency a review”, *Engineering Structures*, 19 (9), pp. 718-723, 1997.
- [49] X. Yang, S. Swamidias, R. Seshadri, “Crack identification in vibrating beams using the energy method”, *Journal of Sound and Vibration*, 244 (2), pp. 339-357, 2001.
- [50] Q. Wang, X. Deng, “Damage detection with spatial wavelets”, *International Journal of Solids and Structures*, 36, pp. 3443–3468, 1999.
- [51] A. Gentile, A. Messina, “On the continuous wavelet transforms applied to discrete vibrational data for detecting open cracks in damaged beams”, *International Journal of Solids and Structures*, 40, pp. 295–315, 2003.
- [52] E. Douka, S. Loutridis, A. Trochidis, “Crack identification in beams using wavelet analysis”, *International Journal of Solids and Structures*, 40, pp. 3557–3569, 2003.
- [53] J. Kim, N. Stubbs, “Crack detection in beam – type structures using frequency data”, *Journal of Sound and Vibration*, 259 (1), pp. 145-160, 2003.
- [54] G. Owolabi, A. Swamidias, R. Seshadri, “Crack detection in beams using changes in frequencies and amplitudes of frequency response functions”. *Journal of Sound and Vibration*, 256, pp. 1-22, 2003.
- [55] M. B. Rosales y C. P. Filipich, “Detección de fisuras en vigas a través del método inverso desarrollado en series de potencia”, *Jornadas Sud-Americanas de Ingeniería Estructural*, 2004.
- [56] D. P. Patil, S. K. Maiti, “Experimental verification of a method of detection of multiple cracks in beams based on frequency measurements”, *Journal of Sound and Vibration*, 281, pp. 439–451, 2005.
- [57] B. Li, X. F. Chen, J. X. Ma, Z. J. He, “Detection of crack localization and size in structures using wavelet finite element methods”, *Journal of Sound and Vibration*, 285, pp. 767-782, 2005.
- [58] F. A. Preseznik, C. A. Bavastrri, J. E. Perez Ipiña, “Crack identification in a simple structure: a numerical example and physical implementation”, *19th International Congress of Mechanical Engineering*, Brasilia, 2007.
-

- 
- 
- [59] M. B. Rosales, C. P. Filipich, F. S. Buezas, "Crack detection in beam-like structures", *Engineering Structures*, 31, pp. 2257-2264, 2009.
- [60] F. S. Buezas, Tesis Doctoral, "Detección de daño en elementos mecánico-estructurales modelado dentro de la Mecánica del Continuo con inclusión de contacto en la falla". Universidad Nacional del Sur, Mayo 2009.
- [61] M. Sanayei, O. Onipede, "Damage assessment of structures using static test data", *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*, 29 (7), pp.1174-9, 1991.
- [62] M. R. Banan, K. D. Hjelmstad, "Parameter estimation of structures from static response", I. Computational aspects, *Journal of Structural Engineering*, ASCE, 120 (11), pp. 3243-3258, 1994.
- [63] J. Chou, J. Ghaboussi, "Genetic algorithm in structural damage detection", *Computers and Structures*, 79, pp.1335-1353, 2001.
- [64] T. Sain Chandra, J. M. Kishen, "Damage and residual life assessment of structures using fracture mechanics", *Procc. 16<sup>th</sup> ASCE Engineering Mechanics Conference*, University of Washington, Seattle, 2003.
- [65] I. Choi et. al. "Development of elastic damage load theorem for damage detection in statically determinate beam", *Computers and Structures*, 82, pp. 2483-2492, 2004.
- [66] D. Maiti, A. Saha, "Damage assessment in structures from changes in static parameter using neural networks", *Sādhanā*, 29 (3), pp. 315-327, 2004.
- [67] S. Suresh, S. N. Omkar, R. Ganguli, V. Mani, "Identification of crack location and depth in a cantilever beam using a modular neural network approach", *Smart Materials and Structures*, 13, pp. 907-915, 2004.
- [68] S. Caddemi, A. Morassi, "A procedure for multiple damage identification in elastic beams". *Procc. World Congress on Structural and Multidisciplinary Optimization*, Río de Janeiro, Brazil, 2005.
- [69] M. Elices, J. Planas, "Material models, in: L. Elfgren (Ed.)", *Fracture Mechanics of Concrete Structures*, pp. 16-66, 1989.
- [70] M. N. Cerri, F. Vestroni, "Detection of damage in beams subjected to diffused cracking", *Journal of Sound and Vibration*, 234 (2), pp. 259-76, 2000.
- [71] F. Vestroni, D. Capecchi, "Damage detection in beam structures based on frequency measurements", *Journal of Engineering Mechanics ASCE*, 126 (7), pp.761-8, 2000.
- 
-



- 
- 
- [72] J. M. Ndambi, J. Vantomme, K. Harri, “Damage assessment in reinforced concrete beams using eigenfrequencies and mode shape derivatives”, *Engineering Structures*, 24, pp. 501–515, 2002.
- [73] A. Borsaikia, S. Talukdar, A. Dutta, “Study of modal parameters and vibration signatures of notched concrete prisms”, *Cement and Concrete Research*, 36, pp. 592 – 598, 2006.
- [74] B. Jaishi, W. X. Ren, “Damage detection by finite element model updating using modal flexibility residual”, *Journal of Sound and Vibration*, 290, pp. 369–387, 2006.
- [75] A. S. Sekhar, “Multiple cracks effects and identification”, *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2, pp. 845–878, 2008.
- [76] W. M. Hasan, “Crack detection from the variation of the eigenfrequencies of a beam on elastic foundation”, *Engineering Fracture Mechanics*, 52 (3), pp. 409-421, 1995.
- [77] F. K. Choy, R. Liang, P. Xu, “Fault identification of beams on elastic foundation”, *Computers and Geotechnics*, 17, pp. 57–176, 1995.
- [78] C. C. Chang, L. W. Chen, “Damage detection of a rectangular plate by spatial wavelet based approach”, *Applied Acoustics*, 65, pp. 819–832, 2004.
- [79] H. Ming-Hung, “Vibration analysis of edge-cracked beam on elastic foundation with axial loading using the differential quadrature method”, *Computer Methods in Applied. Mechanic and Engineering*, 194, pp. 1–17, 2005.
- [80] H. K. Byeong, K. Heedai, P. Taehyo, “Nondestructive damage evaluation of plates using the multi-resolution analysis of two-dimensional Haar wavelet”, *Journal of Sound and Vibration*, 292, pp. 82–104, 2006.
- [81] M. T. ElMihilmy, J. W. Tedesco, “Analysis of reinforced concrete beams strengthened with FRP laminates”, *Structural Engineering*, 126 (6), pp. 684–91, 2000.
- [82] R. N. Swamy, P. Mukhopadhyaya. “Debonding of carbon-fiberreinforced polymer plate from concrete beams”, *Proc Institute Civil Engineering Structure Bldgs*, 134, pp 301–17, 1999.
- [83] O. Elsafi Hag, S. Alampalli, J. Kunin, “Application of FRP laminates for strengthening a reinforced-concrete T-beam bridge structure”, *Composite Structures*, 66, pp. 52-453, 2001.
- [84] C. E. Bakis, L. C. Bank, V. L. Brown, E. Cosenza, J. F. Davalos, J. J. Lesko, A Machida, S. H. Rizkalla, T. C. Triantafillou, “Fiber-reinforced polymer composites
- 
-



- 
- for construction—state-of-the-art review”, *Journal of Composites for Construction*, 6, pp. 73–87, 2002.
- [85] A. K. Pickett, “Review of finite element simulation methods applied to manufacturing and failure prediction in composites structures”, *Applied Composite Materials*, 9, pp. 43–58, 2002.
- [86] ACI 440.2R-02. “Guide for the design and construction of externally bonded FRP systems for strengthening concrete structures”. *Reported by ACI Committee 440*, pp. 21–2, 2002.
- [87] M. T. Piovan, “Estudio Teórico y Computacional sobre la Mecánica de Vigas Curvas de materiales compuestos, con sección de paredes delgadas, considerando efectos no convencionales”, Tesis de Doctorado en Ingeniería, Universidad Nacional del Sur, Bahía Blanca, 2003.
- [88] B. Luccioni, S. Oller, “Modelo para compuestos reforzados con fibras”, *Mecánica Computacional XXII*, AAMC, pp. 2049-2063, 2003.
- [89] B. Luccioni, “Modelo para compuestos laminados reforzados con fibras”, *Mecánica Computacional XXIII*, pp. 107-126, 2004.
- [90] J. G. Teng, J. F. Chen, S. T. Smith, L. Lam, “Behaviour and strength of FRP-strengthened RC structures: a state-of-the-art review”. *ICE Proc: Structure Bldgs*, 156 (1): pp. 51–62, 2003.
- [91] G. Li, S. Kidane, S. S. Pang, J. E. Helms, M. A. Stubblefield, “Investigation into FRP repaired RC columns”, *Composite Structures*, 62, pp. 83–89, 2003.
- [92] H. T. Hu, F. M. Lin, Y. Y. Jan, “Non linear finite element analysis of reinforced concrete beams strengthened by fiber-reinforced plastic”, *Composite Structures*, 63, pp. 271-281, 2004.
- [93] S. Avril, A. Vautrin, P. Hamelin, Y. Surret, “A multi-scale approach for crack width prediction in reinforced-concrete beams repaired with composites”, *Composites Sciences and Technology*, 65, pp. 445-453, 2005.
- [94] B. Gao, Jang Kyo Kim, Christopher K. Y. Leung, “Optimization of tapered end design for FRP strips bonded to RC beams”, *Composites Sciences and Technology*, 66, pp. 1266-1273, 2006.
- [95] S. S. Pendhari, T. Kant, Y. M. Desai, “Application of polymer composites in civil construction: A general review”, *Composite Structures*, 84, pp. 114–124, 2008.
-

## CAPÍTULO 2

### FUNDAMENTOS TEÓRICOS Y DEFINICIONES

#### 2.1 INTRODUCCIÓN

En este capítulo se detallan los fundamentos teóricos que se han tenido en cuenta en el desarrollo de esta tesis. En primer lugar, se efectúan los planteos teóricos para el análisis en Diferencias Finitas, aplicados a plateas de fundación sobre terrenos elásticos, con el fin de conocer sus desplazamientos, desarrollándose parámetros de diseño de las mismas. A continuación se describen los fundamentos teóricos para la detección y localización de fisuras aplicando diversos métodos, estáticos y dinámicos, como el planteo del problema Inverso, y al final de este capítulo, se desarrollan planteos teóricos sobre refuerzo y reparación de vigas de fundación.

#### 2.2 DEFORMACIONES DE PLATEAS DE FUNDACIÓN. DESARROLLO EN DIFERENCIAS FINITAS

En la determinación del desplazamiento vertical  $w(x, y)$  de la fundación [1 a 4], se consideran como hipótesis simplificativas que:  $hp \lll la, lb$ ;  $w \lll hp$ ; en los puntos del plano medio, no hay desplazamientos según los ejes  $x$  e  $y$  (desplazamiento sobre el plano de la platea); la normal al plano medio de la platea, antes de la deformación, se mantiene

---

luego de la misma,  $hp$  es la altura de la platea y  $la$  y  $lb$  la dimensiones de los lados de la platea.

La ecuación que gobierna el problema es:

$$\nabla^2 \nabla^2 w = \frac{q(x,y)}{D} = \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \quad (2.1)$$

donde  $D$  es la rigidez a flexión de la platea.

Es importante comentar que cuando se trata de una platea de fundación, se deberá tener en cuenta el efecto de la reacción del terreno, para ello se considera la reacción del suelo como elástica, con un comportamiento tipo Winkler [5] y con un Coeficiente de Reacción del Terreno  $k$ , tal que  $q' = k w$

$$\nabla^2 \nabla^2 w = \frac{(q(x,y) - q'(x,y))}{D} \quad (2.2)$$

$$\nabla^2 \nabla^2 w = \frac{(q(x,y) - kw(x,y))}{D} \quad (2.3)$$

Se adopta un asentamiento de apoyo inicial  $w_0$ , tal que la Ecuación (2.3) quedará representada por la siguiente[6]:

$$\nabla^2 \nabla^2 w = \frac{1}{D} \left[ q(x,y) - k(w + w_0) \right] \quad (2.4)$$

donde  $w = w(x,y)$  es el Desplazamiento Vertical,  $q = q(x,y)$  es la carga distribuida aplicada.

Uno de los métodos planteados en esta tesis para hallar la solución aproximada de la Ecuación (2.4), consiste en aplicar el Método de las Diferencias Finitas [7]. Para ello se determinó un operador algebraico que la aproxime,

$$c_i w_i + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n c_j w_j = \frac{\left[ q - k(w_{(i)} + w_{(0)}) \right]}{D} \quad (2.5)$$

donde el punto  $i = 0$  es el punto central, en este caso el punto 0,  $c_i$  es el coeficiente que acompaña al desplazamiento vertical en el punto considerado  $i$  y  $c_j$  es el coeficiente de los desplazamientos verticales que se encuentran alrededor del punto  $i$ .

Desde el punto de vista práctico, se pueden presentar cuatro casos tales como: a)  $q$  y  $k$  constantes, b)  $q$  variable y  $k$  constante, c)  $q$  constante y  $k$  variable, d)  $q$  y  $k$  variables.

Introduciendo en la Ecuación (2.5) dos factores adimensionales y operando matemáticamente, se la puede expresar como:

$$w_i(c_i + N) + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n c_j w_j = \frac{Nq}{k}(1 - \alpha) \quad (2.6)$$

donde  $N$  es un factor adimensional que relaciona el coeficiente de reacción del terreno y el paso de la malla adoptada, con la rigidez a la flexión de la platea.

$$N = \frac{ks^4}{D} \quad (2.7)$$

Si  $s$  es el paso de la malla adoptada,  $\alpha$  el coeficiente que relaciona el desplazamiento vertical inicial y el coeficiente de reacción del terreno  $k$ , con la carga externa aplicada  $q$ :

$$\alpha = \frac{w_0 k}{q} \quad (2.8)$$

Mediante la resolución del sistema (2.6) con el Método de las Diferencias Finitas, se van a obtener como resultados los valores:

$$w_i = \Omega_i \left( \frac{q}{k} \right) \quad (2.9)$$

donde  $\Omega_i$  es un valor numérico. Para su cálculo se realiza un algoritmo en entorno Matlab [1], considerándose las condiciones de borde de la platea. Para el diseño adoptado, las condiciones serán de apoyo simple en los cuatro lados, imponiendo un valor  $w_i = 0$  en los mismos.

Los resultados de interés son: el porcentaje de carga que toma la platea y las que van directamente a las vigas, según las condiciones impuestas y los desplazamientos verticales de la misma. Para una relación dada entre los lados, una vez obtenidos los valores  $w_i$  de la platea, se procede a evaluar el porcentaje de carga que toma la platea  $r_p$ , teniendo en cuenta

el desplazamiento vertical total  $w_{i0} = w_i + w_0$ , como valor final con respecto a una cota superior inicial. Para ello se debe calcular la expresión:

$$r_p = \int_0^{l_a} \int_0^{l_b} k(w_{i0}) dx dy \quad (2.10)$$

Cabe acotar que en el caso de  $k$  constante, la Ecuación (2.10) implica determinar el volumen del diagrama de los desplazamientos verticales.

Una vez obtenido  $r_p$  se pueden expresar porcentajes con respecto al total de carga aplicada y por diferencia obtener el porcentaje de reacción  $r_v$  que deben tomar directamente las vigas, sin que previamente hayan sido absorbidas por la platea y luego transmitidas a la viga de borde. De manera que según el planteo teórico mencionado, la obtención del resultado buscado comprende la resolución del Sistema (2.6) y de la Ecuación (2.10). Mediante el uso de programas en entorno Matlab 4.0 [8], se consigue la solución de las ecuaciones planteadas en este capítulo, para las diferentes relaciones de dimensiones de plateas propuestas, en base a consideraciones matriciales.

Es interesante destacar que cuando  $q$  varía linealmente en una dirección coordenada, por ejemplo en la dirección  $y$ , se usará la expresión:

$$q_i(y) = q \left( \frac{m}{m} \right) \quad (2.11)$$

Donde  $m_i$  es el número de fila a que pertenece el punto  $i$  y  $m$  es el número total de filas consideradas en la malla. Reemplazando la Ecuación (2.11) en (2.6) se tiene:

$$w_i(c_i + N) + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n c_j w_j = \frac{Nqm}{km} (1 - \alpha) \quad (2.12)$$

Para el caso en que el coeficiente de reacción de terreno tenga un comportamiento no lineal ( $k$  varía con la deformación, en cada coordenada  $x, y$  de la platea), se adoptó en este caso una posible ley de variación como se muestra en la Ecuación (2.13) [9] [10].

$$k_i = k \left( \frac{1}{1 + \mu w_{i0}} \right) = k \beta_i \quad (2.13)$$

$$\beta_i = \left( \frac{1}{1 + \mu w_{i0}} \right) \quad (2.14)$$

siendo  $k_i$  el coeficiente de reacción del terreno en el punto  $i$ -ésimo de la malla,  $w_i$  es el desplazamiento vertical en ese punto  $i$ -ésimo de la platea, y  $\mu$  es el parámetro que tiene en cuenta el material de la subrasante, entendiéndose por la misma al la capa de suelo que se encuentra a 15 cm por debajo de la cota de fundación de la platea .

Como extensión del procedimiento empleado para  $k$  constante, en este punto se implementa un proceso iterativo, partiendo de la solución para asentamientos correspondientes al módulo de reacción inicial  $k$  y reemplazando las Ecuaciones (2.13) y (2.14) en la Ecuación en Diferencias Finitas (2.6) y operando matemáticamente se tiene:

$$c_i w_i + \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^n c_j w_j = \frac{qs^4}{D} - \frac{k_i s^4 w_i}{D} - \frac{k_i s^4 w_0}{D} \quad (2.15)$$

$$c_i w_i + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n c_j w_j = \frac{qs^4}{D} - \frac{k\beta_i s^4 w_i}{D} - \frac{k\beta_i s^4 w_0}{D} \quad (2.16)$$

Reemplazando la Ecuación (2.7) en la Ecuación (2.16) y llamando  $N_i = N\beta_i$ , se tendrá:

$$w_i (c_i + N_i) + \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^n c_j w_j = \frac{qs^4}{D} - N_i w_0 \quad (2.17)$$

Reemplazando:

$$w_0 = \frac{\alpha q}{k} \quad (2.18)$$

$$w_i (c_i + N_i) + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n c_j w_j = \frac{qs^4}{D} - N_i \frac{\alpha q}{k} \quad (2.19)$$

Multiplicando y dividiendo por el Coeficiente de reacción de terreno  $k_i$ , se obtiene:

$$w_i (c_i + N_i) + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n c_j w_j = \frac{Nq\beta_i}{k} \left( \frac{1}{\beta_i} - \alpha \right) \quad (2.20)$$

En la determinación de los valores  $w_i$  deben considerarse las condiciones de borde de la platea. Para el diseño presentado, las condiciones serán de apoyo simple en los cuatro lados, imponiendo un valor  $w_i = 0$  en los mismos. Es decir que los valores  $w_i$  son relativos al nivel de la viga de borde.

En la primera iteración, resolviendo el Sistema (2.20) con  $k_i = k$  ( $\beta_i = 1$ ), se obtendrá como resultado el siguiente valor:

$$w_i = \Omega_i = w_{i0} = w_i + w_0 \quad (2.21)$$

Luego mediante sucesivas iteraciones se hallan los valores  $\beta_i, k_i, N_i, w_i$  y  $w_{i0}$ , correspondientes:

$$k_i = k \frac{1}{(1 + \mu w_{i0})} = k \beta_i \quad (2.22)$$

$$\beta_i = \frac{1}{(1 + \mu w_{i0})} \quad (2.23)$$

$$w_i = \Omega_i \quad (2.24)$$

$\Omega_i$  es un valor numérico, cuya resolución puede ser obtenida mediante la realización de un algoritmo en el entorno Matlab, tal que:

$$w_{i0} = w_i + w_0 = \Omega_i \quad (2.25)$$

Una vez obtenidos los valores  $w_{i0}$  de la platea, se procede a evaluar la reacción de soporte  $r_p$  aplicando la Ecuación (2.10), para luego deducir los porcentajes de carga que toma la platea y la viga.

Debe notarse que cuando la carga varía linealmente en una dirección, por ejemplo en la dirección  $y$ , se usará la Ecuación (2.11), reemplazando la misma en la Ecuación (2.20) y operando matemáticamente, se llega a la Ecuación (2.26) de idéntica resolución que el punto anterior:

$$w_i \left( c_i + N_i \right) + \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^n c_j w_j = \frac{Nq\beta_i m_i}{km} \left( \frac{1}{\beta_i} - \alpha \right) \quad (2.26)$$

### 2.2.1 PLATEAS DE FUNDACIONES ELÁSTICAS CON VIGAS INTERMEDIAS

Teniendo en cuenta la diferencia de rigidez existente entre platea y viga, se llega a una ecuación, a partir de la Ecuación (2.6), que tiene en cuenta esta relación y previo definir el parámetro  $N'$ , expresado como:

$$N' = k \cdot s^4 \quad (2.27)$$

Reemplazando en la Ecuación (2.8), mediante sucesivas operaciones matemáticas se llega a la Ecuación (2.28):

$$d \cdot [(c_i + N) \cdot w_i + \sum_{\substack{j=1 \\ J \neq i}}^n c_j \cdot w_j] = \frac{q}{k} \cdot N \cdot (1 - \alpha) \quad (2.28)$$

$$N = \frac{N'}{D} \quad (2.29)$$

$$d = \frac{D_1}{D} \quad (2.30)$$

donde  $D_1$  es la rigidez a flexión de las vigas y  $D$  es la rigidez a flexión de la platea.

De este sistema en Diferencias Finitas, se obtendrán como resultados los valores  $w_i$ , siendo estos los desplazamientos en cada punto iésimo de la platea.

### 2.2.2 PLATEAS DE FUNDACIONES, CON VIGAS INTERMEDIAS PRETENSADAS

El análisis de estas vigas pretensadas se realiza mediante un procedimiento que el autor ha denominado Método de las Parábolas. El mismo permite hallar distintas fuerzas de pretensado, que originan diversos desplazamientos de la platea, inclusive las fuerzas que corresponden a los desplazamientos verticales nulos en las plateas, caso en que la totalidad de las reacciones del terreno se descargan directamente sobre los elementos de borde. Esta última situación es ventajosa, dado que al disminuir las cargas sobre la platea merma su cuadro de fisuración; esto es importante desde el punto de vista de la durabilidad de la



---

fundación, en particular si se encuentra en contacto con un suelo o napa freática, que poseen sustancias agresivas, por ejemplo, cloruros que atacan a las armaduras metálicas y que ingresan al elemento estructural a través de las fisuras.

Al pretensar las vigas intermedias de la platea de fundación, se genera un desplazamiento de ésta, contrario al producido por la carga  $q(x,y)$  y compensado parcialmente por la reacción del terreno.

Para determinar los desplazamientos verticales, es importante recordar que sólo en el punto central de la platea es posible aplicar el Principio de Superposición, debido a que el desplazamiento vertical resultante, es la suma de los desplazamientos verticales que generan las cargas de pretensado en las dos direcciones; mientras que fuera del centro, la superposición no es válida, por el efecto producido por las vigas de borde.

El Método de la Parábola, aquí aplicado, consiste en representar la elástica que genera el pretensado, mediante curvas parabólicas que se han determinado conociendo el valor de la elástica en el punto central, que genera el pretensado y con un desplazamiento nulo en los dos bordes. Luego por estos tres puntos se traza una parábola central, que es única, determinándose la ecuación de la misma, mediante un Análisis de Regresión.

Por ejemplo, si la platea de fundación analizada posee vigas intermedias y una relación de lados igual a 1, con un trazado del cable que sigue una directriz parabólica. En tales condiciones, para cada esfuerzo de pretensado se debe calcular la carga equivalente correspondiente a las dos vigas, que en este caso se la considera uniformemente distribuida, mediante:

$$q_{eq} = \frac{8 \cdot V_e \cdot e}{l_a^2} \quad (2.31)$$

siendo  $e$  la excentricidad del cable parabólico en el centro de la platea,  $V_e$  el esfuerzo de pretensado y  $l_a$  es el lado de la platea. Luego, el desplazamiento central buscado debido al pretensado de la primer viga intermedia es:

---

$$\delta_1 = \frac{5 \cdot q_{eq} \cdot l_a^4}{384 \cdot E \cdot I_{vi}} \quad (2.32)$$

donde  $E$  es el Módulo de Elasticidad del Hormigón e  $I_{vi}$  es el Momento de Inercia de la viga intermedia, cabe aclarar que se consideró el aporte de la platea, de acuerdo al CIRSOC 201 [11] y la Comisión Alemana del Hormigón Armado (Cuaderno 22 - DIN 1045) [12] tal como se puede apreciar en la Figura 2.1.

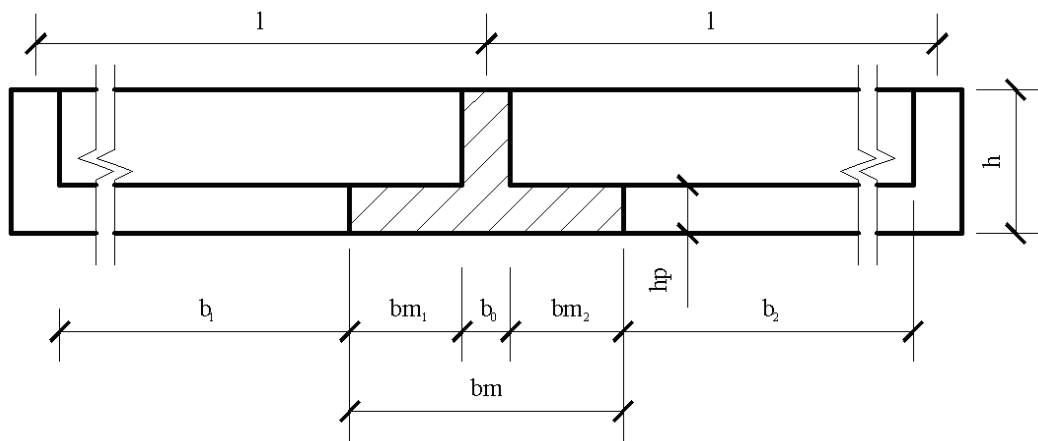


Figura 2.1: Viga placa según CIRSOC 201.

Donde  $bm$  es el ancho activo o ancho colaborante y  $bm_1$  se halla con la relación  $hp/h$  y  $b_1/l$  de las tabas del CIRSOC 201, de la misma manera se procede para hallar  $bm_2$ .

De igual manera que en el caso anterior, en la dirección normal a la primera viga se tiene el desplazamiento central debido al pretensado de la segunda viga intermedia, siendo el mismo:

$$\delta_2 = \frac{5 \cdot q_{eq} \cdot l_b^4}{384 \cdot E \cdot I_{vi}} \quad (2.33)$$

Aplicando el Principio de Superposición y considerando una platea cuadrada ( $l_a = l_b$ ), se obtiene el desplazamiento máximo en el centro de la platea como:

$$\delta_{m\acute{a}x} = \delta_1 + \delta_2 = \frac{5 \cdot q_{eq} \cdot l_a^4}{192 \cdot E \cdot I_{vj}} \quad (2.34)$$

Este desplazamiento máximo ( $\delta_{m\acute{a}x}$ ) es el que se produce en el punto central, tal que en las direcciones 1 y 2, estos desplazamientos varían parabólicamente.

Con estos desplazamientos se trazan las parábolas cuyos vértices son los puntos de uno de los ejes de la platea, en dirección normal a la parábola central, hallándose los desplazamientos restantes.

### 2.2.3 PLATEAS CIRCULARES SOBRE FUNDACIONES ELÁSTICAS

Primeramente se comenzarán a describir los fundamentos teóricos para determinar los asentamientos  $w$ , recordando que la ecuación que gobierna problemas axil-simétricos, aplicada a plateas circulares apoyadas sobre terreno elástico lineal es [6,13 y 14]:

$$\frac{\partial^4}{\partial r^4} + \frac{2}{r} \frac{\partial^3 w}{\partial r^3} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r^3} \frac{\partial w}{\partial r} = \frac{q(x,y) - kw(x,y)}{D} \quad (2.35)$$

donde  $r$  es el radio de la platea.

Es importante contemplar que la condición axisimétrica simplifica el problema, y favorece el camino de resolución para diversos casos de aplicación práctica. No obstante, según el tipo de cargas habrá que adoptar una metodología numérica, para realizar la aproximación de los valores de  $w$ . Mediante el uso del Método de las Diferencias Finitas, se aplica el siguiente operador [7]:

$$w_{i+2}(1 + \lambda_i) - w_{i+1} \left( 4 + 2\lambda_i + \lambda_i^2 + \frac{\lambda_i^3}{2} \right) + w_i (6 + 2\lambda_i^2) - w_{i-1} \left( 4 - 2\lambda_i + \lambda_i^2 + \frac{\lambda_i^3}{2} \right) + w_{i-2}(1 - \lambda_i) = \frac{q_i - kw_{i0}s^4}{D} \quad (2.36)$$

siendo:

$$\lambda_i = \frac{S}{r_i} \quad (2.37)$$

Operando matemáticamente e introduciendo los parámetros  $N$  y  $\alpha$  se llega a la Ecuación (2.38), que resuelve el caso de plateas circulares en Diferencias Finitas.

$$w_{i+2}(1 + \lambda_i) - w_{i+1} \left[ 4 + 2\lambda_i + \lambda_i^2 - \frac{\lambda_i^3}{2} \right] + w_i(6 + 2\lambda_i^2 + N) - w_{i-1} \left[ 4 - 2\lambda_i + \lambda_i^2 + \frac{\lambda_i^3}{2} \right] + w_{i-2}(1 - \lambda_i) = \frac{Nq}{k}(1 - \alpha) \quad (2.38)$$

Para el caso en que la platea circular no sea anular, en el punto central se aplica la siguiente expresión:

$$\frac{16}{3}(w_2 - 4w_1 + 3w_0) = \frac{Nq}{k}(1 - \alpha) \quad (2.39)$$

Se plantea así un sistema de ecuaciones mediante la aplicación de la Ecuación (2.38), excepto en el punto central, donde se usa la Ecuación (2.39). Si se estudia una platea completa, considerando a las condiciones de borde o de unión con la viga, y adoptando una vinculación del tipo simplemente apoyada, resulta un sistema de ecuaciones cuyas incógnitas son los desplazamientos verticales  $w_i$ . Una vez obtenidos estos valores en los puntos previstos de la platea, se puede evaluar el porcentaje de carga sobre la misma. Si el suelo tiene un comportamiento elástico-lineal, el cálculo de la resultante de reacción se reduce a la evaluación del volumen del diagrama de desplazamientos verticales de la platea, tal que:

$$r_p = 2\pi k \int_0^r r_i w_i dr + \pi r_e^2 k w_b \quad (2.40)$$

donde el término  $\pi r_e^2 k w_b$  corresponde al valor del empuje, que implica el asentamiento final  $w_b$  del borde apoyado de la platea.

---

A continuación, se desarrollarán los métodos utilizados para la detección de daños en vigas y en plateas.

### 2.3 MÉTODO DE LA VARIACIÓN DE LOS DESPLAZAMIENTOS VERTICALES

Este método se basa en determinar la diferencia existente entre los Desplazamientos Verticales, correspondientes a la estructura sin daño y los de la estructura afectada. Este parámetro denominado variación de los desplazamientos verticales ( $VDV_i$ ) es un índice de la variación de la rigidez estructural, y se lo define como:

$$VDV_i = |w_{icd} - w_{isd}| \quad (2.41)$$

donde  $w_{icd}$  es el Desplazamiento Verticales del punto  $i$  en la estructura con daño, y  $w_{isd}$  es el Desplazamiento del mismo punto en la estructura sin daño.

Si se dispone de estos datos en varios puntos, la gráfica de los mismos permite estimar la localización del daño. En el caso de no poseer de mediciones de los Desplazamientos Verticales del elemento estructural sin daño, situación que es muy frecuente, se puede estimar analíticamente o mediante modelos numéricos.

### 2.4 MÉTODO DE LA CURVATURA DE LA ELÁSTICA

Los valores de los Desplazamientos Verticales obtenidos en determinados puntos de la estructura, ya sean mediante mediciones experimentales, o como en este caso, desarrollando una simulación numérica, se pueden utilizar para obtener la Curvatura de la estructura deformada, mediante una aproximación por Diferencias Finitas Centrales [15]. De esta manera, la curvatura está dada por:

$$\frac{d^2w}{dx^2} = \frac{w_{i+1} - 2w + w_{i-1}}{s^2} \quad (2.42)$$

$i = 2, \dots, n-1$

---

Es importante mencionar que este método no depende de la información de la estructura sin daño, siendo ésta una importante ventaja cuando no se dispone de la misma.

Para una estructura sin daño, el gráfico de la curvatura presenta una forma suave. Mientras que la aparición de un pico o una discontinuidad en su forma, indican una variación anormal de la rigidez o flexibilidad en esa ubicación, la que es producida por el daño. De esta manera una zona o zonas dañadas pueden ser localizadas usando estas mediciones.

## 2.5 MÉTODO DE LA VARIACIÓN DE LA CURVATURA DE LA ELÁSTICA

El Método de la Variación de la Curvatura de la Elástica consiste en determinar en todos los puntos de la malla la diferencia entre la curvatura de la platea dañada y la correspondiente a la estructura sana, tal como se puede apreciar en la Ecuación (2.43), utilizándose para la detección y la localización de daños.

$$VCE = \left( \frac{d^2 w}{dx^2} \right)_{dañada} - \left( \frac{d^2 w}{dx^2} \right)_{sana} \quad (2.43)$$

Es importante mencionar que si bien este método depende de la información de la estructura sin daños, presenta una mayor sensibilidad para su localización, independientemente de la posición y severidad de los mismo.

## 2.6 DETECCIÓN DE FISURAS POR MEDIO DE LA RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA INVERSO

La detección de patologías puede realizarse a través de la solución apropiada del problema inverso de vibraciones del elemento estructural, en este caso una viga sobre suelo Winkler [1 y 5]. En particular, se detalla a continuación las ecuaciones gobernantes a través de la minimización de la Energía (Reddy [16]) que conducen al problema directo.

---

En este punto se plantea el problema de vibraciones a partir de la minimización de la energía, para una viga simplemente apoyada, considerando una fisura a una distancia  $L_1$  del apoyo izquierdo y que se representa con un resorte rotacional, tal como lo muestra la Figura 2.2.

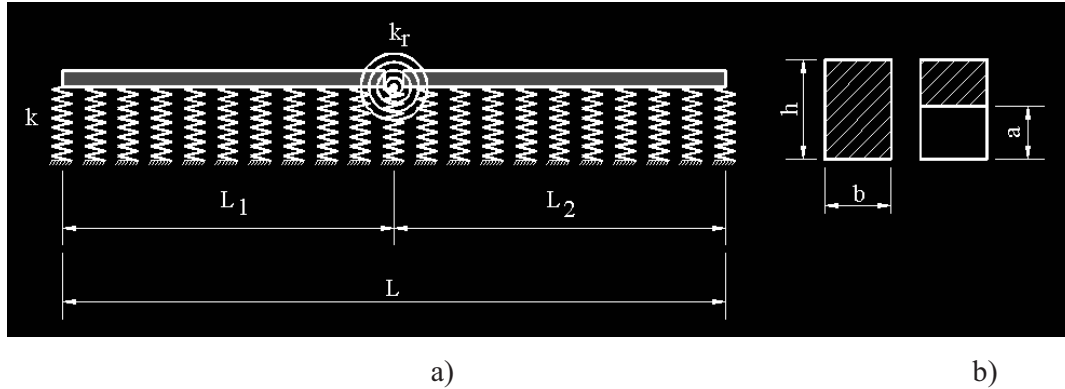


Figura 2.2: a. Viga de fundación Winkler ( $k$ ) con un resorte rotacional intermedio de constante  $k_r$   
 b. Sección llena de la viga y sección con fisura de altura  $a$

La expresión de la energía de deformación se compone de la suma de los aportes de cada elemento deformable del sistema (viga, suelo, resorte equivalente (fisura)), esto es:

$$2U = EI \left[ \int_0^{L_1} v_{1XX} dX + \int_{L_1}^L v_{2XX} dX \right] + \bar{w} \left[ \int_0^{L_1} v_1^2 dX + \int_{L_1}^L v_2^2 dX \right] + k_r [v_{1X}(L_1) - v_{2X}(L_1)]^2 \quad (2.44)$$

$$2k = \rho A \left[ \int_0^{L_1} \dot{v}_1^2 dX + \int_{L_1}^L \dot{v}_2^2 dX \right] \quad (2.45)$$

Donde el primer término representa el aporte de energía de deformación de flexión de la viga, el segundo aporte corresponde a la energía de los resortes equivalentes del modelo de fundación elástica Winkler y el tercer termino, es el aporte de la energía almacenada en el resorte equivalente a la fisura. Cabe aclarar que el subíndice  $X$  indica derivación respecto a la variable espacial y el punto, derivación respecto a la variable temporal. Por Hamilton se tiene:

$$\int \left\{ (\delta U - \delta K) dX \right\} dt = 0 \quad (2.46)$$

$$\begin{aligned}
& \int \left\{ EI \left[ \int_0^{L_1} v_{1XX} \delta v_{1XX} dX + \int_{L_1}^L v_{2XX} \delta v_{2XX} dX \right] + \bar{w} \left[ \int_0^{L_1} v_1^2 \delta v_1 dX + \int_{L_1}^L v_2^2 \delta v_2 dX \right] + \right. \\
& \left. + k^* [v_{1X}(L_1) - v_{2X}(L_1)] \cdot [\delta v_{1X}(L_1) - \delta v_{2X}(L_1)] dt - \right. \\
& \left. - \rho A \left[ \int_0^{L_1} \dot{v}_1 \delta \dot{v}_1 dt dX + \int_{L_1}^L \dot{v}_2 \delta \dot{v}_2 dt dX \right] \right\} = 0 \tag{2.47}
\end{aligned}$$

Luego de integrar por partes se tiene:

$$\begin{aligned}
& \int \left\{ EI \left[ v_{1XXX} \delta v_{1X} \Big|_0^{L_1} - v_{1XXX} \delta v_1 \Big|_0^{L_1} + v_{2XX} \delta v_{2X} \Big|_{L_1}^L - v_{2XXX} \delta v_2 \Big|_{L_1}^L + \right. \\
& \left. + \int_0^{L_1} v_{1XXXX} \delta v_1 dX + \int_{L_1}^L v_{2XXXX} \delta v_1 dX \right] + \bar{w} \left[ \int_0^{L_1} v_1 \delta v_1 dX + \int_{L_1}^L v_2 \delta v_2 dX \right] + \\
& k^* [v_{1X}(L_1) - v_{2X}(L_1)] \cdot [\delta v_{1X}(L_1) - \delta v_{2X}(L_1)] dt \Big\} + \\
& \left. + \rho A \int \left\{ \int_0^{L_1} \ddot{v}_1 \delta v_1 dX + \int_{L_1}^L \ddot{v}_2 \delta v_2 dX \right\} dt = 0 \tag{2.48}
\end{aligned}$$

Entonces, las ecuaciones diferenciales que gobiernan el problema de vibraciones naturales del sistema viga-resorte aquí empleado, a partir de encontrar el extremo del funcional energético, son:

$$EIv_{1XXXX} + \bar{w}v_1 + \rho A\ddot{v}_1 = 0 \qquad EIv_{2XXXX} + \bar{w}v_1 + \rho A\ddot{v}_2 = 0 \tag{2.49}$$

### Condiciones de Borde

$$\begin{aligned}
EIv_{1XX}(0)\delta v_{1X}(0) &= 0; & EIv_{1XXX}(0)\delta v_1(0) &= 0; \\
EIv_{2XX}(L)\delta v_{2X}(L) &= 0; & EIv_{2XXX}(L)\delta v_2(L) &= 0; \tag{2.50}
\end{aligned}$$

### Condiciones de Continuidad

$$\begin{aligned}
v_1(L_1) &= v_2(L_1) \Rightarrow \delta v_1(L_1) = \delta v_2(L_1) = \delta v(L_1) \\
\{EIv_{1XX}(L_1) + k_r[v_{1X}(L_1) - v_{2X}(L_1)]\} \delta v_{1X} &= 0 \\
\{EIv_{2XX}(L_1) + k_r[v_{1X}(L_1) - v_{2X}(L_1)]\} \delta v_{2X} &= 0 \tag{2.51}
\end{aligned}$$



$$\text{ó } v_{2XX}(L_1) - v_{1XX}(L_1) = 0 \quad \text{si } \delta v_{jX}(L_1) \neq 0 \quad \text{con } j=1, 2 \quad (2.52)$$

$$[EI(v_{1XXX} - v_{2XXX})]\delta v(L_1) = 0 \quad (2.53)$$

Asumiendo modos normales de vibración, las ecuaciones gobernantes son:

$$EIv_{1XXXX} - \lambda^{*2}v_1 = 0 \quad EIv_{2XXXX} - \lambda^{*2}v_2 = 0 \quad (2.54)$$

donde el parámetro es:

$$\lambda^{*2} \equiv \rho A \omega - \bar{w} \quad (2.55)$$

Para adimensionalizar las ecuaciones gobernantes, se utilizan los siguientes parámetros:

$$\alpha_1 \equiv \frac{L_1}{L} \quad ; \quad \beta = \frac{L_2}{L} = 1 - \alpha_1; \quad X \equiv \frac{x}{L} \quad (2.56)$$

En el Tramo 1 (T1)  $0 \leq X \leq L_1$

$$x_1 = \frac{X}{L_1} \quad 0 \leq x_1 \leq 1 \quad \text{donde } x_1 = \frac{X}{\alpha_1 L} = \frac{X}{L_1}; \quad (2.57)$$

En el Tramo 2 (T2)  $L_1 \leq X \leq L$

$$x_2 = \frac{X - L_1}{L_2} = \frac{X - L_1}{(L - L_1)} \quad 0 \leq x_2 \leq 1$$

$$x_2 = \frac{X - L_1}{(1 - \alpha_1)L}; \quad x_2 = \frac{x - \alpha_1}{1 - \alpha_1} \quad (2.58)$$

Se definen las siguiente notación:

$$\text{T1: } (\cdot)_X = \frac{(\cdot)'_1}{\alpha_1 L}; \quad \text{T2: } (\cdot)_X = \frac{(\cdot)'_2}{(1 - \alpha_1)L} \quad (2.59)$$

Las ecuaciones que gobiernan el sistema son, entonces:

$$v_1''' - \alpha_1^4 \lambda^2 v_1 = 0; \quad v_2''' - (1 - \alpha_1)^4 \lambda^2 v_2 = 0$$

$$v_1 = v_1(x_1); \quad \lambda^2 \equiv \Omega^2 - w; \quad v_2 = v_2(x_2) \quad (2.60)$$

Siendo los parámetros adimensionales  $\Omega^2 \equiv \frac{\rho A \omega^2 L^4}{EI}; w = \frac{\bar{w} L^4}{EI}$ . Del cálculo de variaciones se obtienen las siguientes condiciones de borde

$$[v_1''(0)\delta v_1'(0)] = 0; \quad [v_1'''(0)\delta v_1(0)] = 0$$

$$[v_2''(0)\delta v_2'(0)] = 0; \quad [v_2'''(0)\delta v_2(0)] = 0 \quad (2.61)$$

y de las condiciones de continuidad en  $X = L_1; (\alpha_1 = 1; x_2 = 0)$  se tiene:

$$\begin{aligned} v_2(0) &= v_1(1); \quad v_2'(0) = \frac{(1-\alpha_1)}{k\alpha_1^2} [v_1''(1) + k\alpha_1 v_1'''(1)] \\ v_2''(0) &= \frac{(1-\alpha_1)^2}{\alpha_1^2} v_1''(1); \quad v_2'''(0) = \frac{(1-\alpha_1)^3}{\alpha_1^2} v_1'''(1) \end{aligned} \quad (2.62)$$

Nótese que se admitió  $\delta v_1'(1) = 0$ ,  $\delta v_2'(0) \neq 0$  y  $\delta v_1(1) = \delta v_2(0)$

En el Capítulo 8 se resolverá este problema, que se denomina directo, mediante el Método de las Series de Potencias.

## 2.7 REFUERZO Y REPARACIÓN DE ESTRUCTURAS

En esta sección se aborda el tema del refuerzo y reparación de una estructura, una vez que se ha detectado alguna falla.

Para reforzar y reparar estructuras de hormigón con materiales compuestos se pueden utilizar varios métodos. En general, estos métodos se pueden clasificar en aquellos en los que el material se compone “in situ”, es decir que fibras y matriz se combinan en el momento de la aplicación y el curado se realiza en el lugar, y aquellos en los que el material compuesto viene en bandas o láminas ya curadas y solamente queda adherirlo a la estructura con un material epoxi. Este último es el método más usado.

Un material compuesto es aquel que se obtiene cuando dos o más materiales se combinan a escala macroscópica, con el propósito de obtener otro con mejores características. Los materiales compuestos más utilizados en la Ingeniería Civil son los que están formados por una matriz con refuerzo de fibras. Las matrices más usadas son las de cerámicas, resinas y metales. A su vez, las resinas pueden ser termofraguables o termoplásticas. Entre las primeras se encuentran las resinas epoxi y poliamidas y entre las segundas el polietileno y el polipropileno. Las fibras más comunes son las de carbono, vidrio y aramida. Las fibras tienen muy buena resistencia a los esfuerzos longitudinales,

---

pero no a las tensiones transversales, de manera que la matriz, además de servir de protección a las fibras de factores mecánicos y ambientales, también tiene la función de redistribuir las cargas que actúan en otras direcciones que no sean la longitudinal.

Los materiales compuestos presentan excelentes propiedades:

- alta resistencia mecánica y al desgaste,
- baja conductividad térmica,
- mantenimiento sencillo y de bajo costo,
- baja densidad,
- desempeño excepcional a la fatiga y al “creep”,
- resistencia química al envejecimiento y a los rayos ultravioleta.

El comportamiento de un material compuesto depende de las cantidades y disposiciones de los constituyentes mencionados. El refuerzo de fibras puede estar dispuesto según una **orientación unidireccional**, que son las que se utilizan en el Capítulo 11 de esta tesis, como un **entramado de fibras**, con **disposiciones aleatorias** o como **laminados** formados por varias capas donde cada una tiene distintas orientaciones de las fibras.

Los materiales compuestos usados como refuerzos pueden ser considerados como láminas, ya que tienen dos dimensiones predominantes, mientras que el espesor es pequeño con respecto a ellas.

Cada material compuesto tiene dos sistema de coordenada tal como se puede observar en la Figura 2.3, un sistema material y un sistema global. El sistema coordenado material (ejes 1, 2, 3), al que se denomina M, es un sistema coordenado cartesiano que tiene el eje 1 alineado con la dirección de la fibra. El eje 2 está sobre la superficie del compuesto perpendicular al eje 1. El eje 3 es perpendicular a la superficie del compuesto y perpendicular a los ejes anteriores. Cada capa tiene su propio sistema material. El sistema coordenado global (ejes x, y, z) al que se llama G, es común para todas las capas, y su orientación depende del análisis de toda la estructura.

---

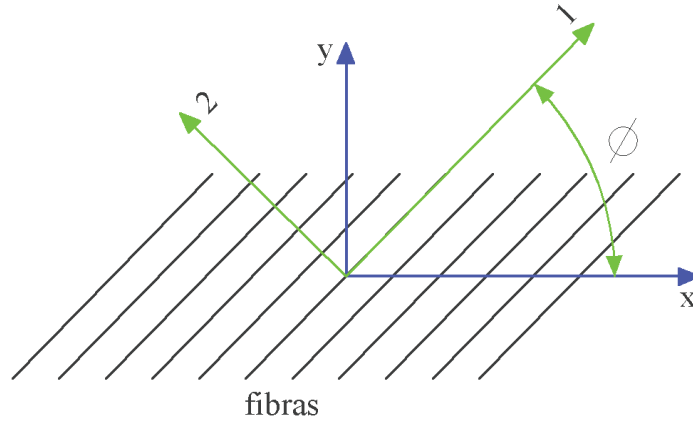


Figura 2.3: Lámina unidireccional, con el sistema global  $[x, y, z]$  y el sistema material de coordenadas  $[1, 2, 3]$  de referencia.

En este caso, cada lámina puede ser considerada como un estado plano de tensiones ( $\sigma_3 = 0$ ), por lo tanto con respecto a un sistema de ejes locales o también llamado material (Figura 2.2), las relaciones entre tensiones y deformaciones pueden escribirse como:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1/\Delta & \nu_{12}E_2/\Delta & 0 \\ \nu_{12}E_2/\Delta & E_2/\Delta & 0 \\ 0 & 0 & G_{12} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad \text{y} \quad \begin{Bmatrix} \tau_{23} \\ \tau_{31} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{23} & 0 \\ 0 & G_{13} \end{bmatrix} = \begin{Bmatrix} \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \end{Bmatrix} \quad (2.63)$$

donde  $\Delta = 1 - \nu_{12} \cdot \nu_{21} = 1 - \nu_{12}^2 E_2 / E_1$

Con respecto a un sistema de coordenadas  $x, y, z$ , estas relaciones son:

$$\{\sigma\}^G = [T]^{-1} \{\sigma\}^M ; \quad \begin{Bmatrix} \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} m & -n \\ n & m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \tau_{23} \\ \tau_{31} \end{Bmatrix} \quad (2.64)$$

$$\{\varepsilon\}^G = [T]^{-1} \{\varepsilon\}^M ; \quad \begin{Bmatrix} \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} m & -n \\ n & m \end{bmatrix} = \begin{Bmatrix} \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \end{Bmatrix} \quad (2.65)$$

$$\text{donde } [T]^{-1} = \begin{bmatrix} m^2 & n^2 & -2mn \\ n^2 & m^2 & 2mn \\ mn & -mn & m^2 - n^2 \end{bmatrix} \quad \text{siendo} \quad \begin{matrix} m = \cos \phi \\ n = \text{sen} \phi \end{matrix} \quad (2.66)$$

Las láminas se disponen en capas formando compuestos laminados, donde cada capa puede tener distinta orientación con respecto a los ejes globales, a fin de aportar resistencia en distintas direcciones. En el refuerzo de vigas y losas, comúnmente, se usan fibras

unidireccionales o mallas. En el Capítulo 11, como el objetivo es reforzar la viga ante esfuerzo de tracción, se usaron laminados unidireccionales, llamando  $n$  el número de láminas.

En la teoría clásica de placas construidas con materiales compuestos [17] [18], se definen las resultantes de tensión en el espesor de cada lámina, como:

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \int_{-t/2}^{t/2} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} dz \quad \begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \int_{-t/2}^{t/2} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} z dz \quad \begin{Bmatrix} V_y \\ V_x \end{Bmatrix} = \int_{-t/2}^{t/2} \begin{Bmatrix} \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \end{Bmatrix} dz \quad (2.67)$$

donde  $N_x, N_y, N_{xy}$  son fuerzas, por unidad de longitud, normales y tangenciales, en el plano;  $V_x, V_y$  son fuerzas de corte por unidad de longitud y  $M_x, M_y, M_{xy}$ , los momentos flectores de la placa por unidad de longitud.

Por otra parte, las tensiones varían en cada una de las láminas, de tal manera que los esfuerzos se obtienen como la suma de las integrales de dichas tensiones, sobre cada una de ellas.

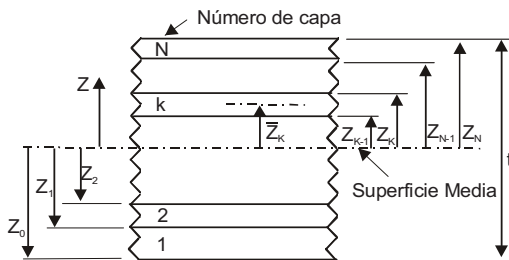


Figura 2.4: Esquema de la distribución de las capas en un material compuesto

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^N \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} dz \quad \begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^N \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} z dz \quad (2.68)$$

$$\begin{Bmatrix} V_y \\ V_x \end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^N \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{Bmatrix} \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \end{Bmatrix} dz$$

---

Además, hay que tener en cuenta que  $\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix}$ , donde  $\varepsilon_x^0, \varepsilon_y^0, \gamma_{xy}^0$  son las

deformaciones de la superficie media de la placa y  $k_x, k_y, k_{xy}$  las curvaturas.

## 2.8 REFERENCIAS

---

- [1] V. Z. Vlazov and N. N. Leontiev, “Beams, Plates and Shells on Elastic Foundations”, Israel Program for Scientific Translations, Jerusalem, 1966.
  - [2] M. Hetényi, “Beams on Elastic Foundation”, The University of Michigan Press, Ann Arbor, Michigan., 1946.
  - [3] S. Bharatha and M. Levinson, “A theory of elastic foundations”, Archive for Rational Mechanics and Analysis, 74, pp. 249–266, 1980.
  - [4] J. Hahn, “Vigas Continuas, pórticos, placas y vigas flotantes sobre terreno elástico”, G. Gili, pp. 270-283, 1982.
  - [5] E. Winkler, “Die Lehre von der Elasticitaet und Festigkeit”, Prague, Czechoslovakia, 1867.
  - [6] S. Timoshenko, S. Woinowsky Krieger, “Theory of plates and shells”, Mc Graw Hill Book Co. Inc., 1959.
  - [7] A. Guzmán, C. Luisoni, G. Ventura, “Curso de Elasticidad Aplicada”, Cuad. II Facultad de Ciencias Exactas y Tecnología, Universidad Nacional de Tucumán, 1961.
  - [8] Matlab 4.0 and Simulink (TM) Versión 1.2c, for Microsoft Windows, The MathWorks, Inc, 1998.
  - [9] S. Tanvir Wati, “A simple finit element for beams on elastic foundations ”, *Strain*, 31 (4), pp. 135–142, 1995.
  - [10] J. C. Paloto, R. D. Santos, “Sobre la capacidad de soporte en fundaciones según el tipo de reacción del suelo”, XXIX Jornadas Sudamericanas de Ingeniería Estructural, Punta del Este, Uruguay, Vol. I, pág. 147 y en C.D. trabajo N° 1.10.3, 2000.
  - [11] Reglamento CIRSOC 201. “Proyecto, Cálculo y Ejecución de Estructuras de Hormigón Armado y Pretensado”, pp. 289-302, INTI, Argentina, 1982.
  - [12] Comisión Alemana del Hormigón Armado. “Dimensionamiento de los elementos de hormigón y hormigón armado”, Cuaderno 220, Instituto Argentino de racionalización de Materiales, pp. 83-91, 1981
-

- [13] E. Volterra, Bending of circular beam resting on an elastic foundation, *Journal of Applied Mechanics* 19 (1952), pp. 1–4.
- [14] E. Volterra, Deflection of circular beams resting on elastic foundation obtained by the method of harmonic analysis, *Journal of Applied Mechanics* 20, pp. 227–237, 1953
- [15] Q. Lu, G. Ren, Y. Zhao, “Multiple damage location with flexibility curvature and relative frequency change for beam structure”. *Journal of Sound and Vibration*, 253 (5), pp. 1101-1114, 2002.
- [16] J. N. Reddy, “Applied Functional Analysis and Variational Methods in Engineering”, Krieger Publishing Company, Malabar, Florida, 1991.
- [17] Ever J. Barbero, “Introduction to composite materials design”, Taylor & Francis, Inc, Philadelphia, 1999.
- [18] Robert M. Jones, “Mechanics of composite materials”, 2nd ed., Taylor & Francis, Inc, Philadelphia, 1999.

## CAPÍTULO 3

### ESTUDIO DE PLATEAS DE FUNDACIÓN MEDIANTE MÉTODOS NUMÉRICOS

#### 3.1 INTRODUCCIÓN

En este capítulo se desarrolla un estudio de plateas apoyadas sobre fundaciones elásticas, considerando diferentes factores [1 a 3], habiéndose realizado los análisis mediante el Método Numérico de las Diferencias Finitas [4]. Con dicho método se evaluó la capacidad de soporte de las plateas de fundación, con diferentes relaciones de lados, tipos de cargas y Coeficientes de Reacción de Terreno.

El enfoque general del problema requiere de tres puntos fundamentales que son: formular la hipótesis de la distribución de las cargas externas, tener establecidas las características del suelo y plantear las condiciones de borde. Para la resolución de estos problemas se deben conocer la carga externa total  $q$  ( $\text{Kg}/\text{cm}^2$ ) y el Coeficiente de Reacción del Terreno  $k$  ( $\text{Kg}/\text{cm}^2/\text{cm}$ ) [5 a 8], que puede ser constante o variable, mientras que pueden considerarse múltiples variantes de condiciones de borde. Todas ellas interesantes para tener en cuenta las aplicaciones reales.

En este capítulo y en varios sucesivos se emplea como herramienta de análisis el Método de las Diferencias Finitas, debido a que en la resolución de plateas apoyadas sobre

---



---

fundación elástica, el mismo permite una convergencia rápida con un número de nodos menor que con el Método de los Elementos Finitos.

Un aspecto práctico en la implementación en el caso de tener un suelo con un coeficiente de reacción no lineal, y si la intención es resolver este problema por medio de un modelo de Elementos Finitos, el valor de este coeficiente se debe calcular manualmente, punto por punto, lo que no ocurre cuando se emplean las Diferencias Finitas, situación que causaría la pérdida de la flexibilidad que estos softwares comerciales ofrecen. Además, la simulación del asentamiento inicial de la platea es complicado en estos programas de Elementos Finitos, mientras que mediante el cálculo en Diferencia Finitas es muy simple.

Evidentemente por estos motivos u otros, en los últimos años se ha revalorizado el uso del Método de las Diferencias Finitas, por ello se pueden encontrar una numerosa cantidad de publicaciones científicas que lo usan, en distintos campos de la ingeniería.

Realizando una búsqueda electrónica de artículos de ingeniería que utilizan esta técnica, a continuación presentamos algunas vinculadas con ingeniería civil donde muy probablemente también se podrían haber empleado MEF, cuya fecha de publicación es de los últimos años [9 a 12].

Con las condiciones de diseño señaladas, y aplicando el Método de las Diferencias Finitas se obtienen los valores básicos necesarios para el diseño final de la platea. Los parámetros tenidos en cuenta en el problema, además de los considerados en el párrafo anterior son  $D$  y  $w(x,y)$ .

Resolviendo la siguiente ecuación diferencial con el Método de las Diferencias Finitas y siguiendo el desarrollo que se describe en el punto 2.2, se obtendrán los porcentajes de carga que toma la platea para diferentes relaciones de lados [13]:

$$\nabla^2 \nabla^2 w = \frac{1}{D} [q - k(w + w_0)] \quad (3.1)$$

A continuación se analizarán las diferentes combinaciones de carga y relaciones de lados de las plateas, con el fin de obtener parámetros de diseño de las mismas.

Resulta interesante comentar que el método desarrollado en este capítulo, se lo utilizará en el capítulo 9, donde se analiza el comportamiento mecánico de plateas de fundación con daños.

## **3.2 RESULTADOS Y DISCUSIÓN**

En este punto se presentan los resultados obtenidos para distintas plateas apoyadas sobre fundaciones elásticas, los cuales se detallan en los siguientes puntos.

### **3.2.1 CARGA CONSTANTE Y COEFICIENTE DE REACCIÓN DE TERRENO CONSTANTE**

Se analizan plateas de fundaciones con relaciones de lados: 1,5, 1,33, y 1, expuestas a una carga externa constante y con un Coeficiente de Reacción del Terreno constante [14]. Se muestra una figura donde se relaciona el porcentaje de carga que toma la platea con respecto a la rigidez de la platea.

#### ***Platea de fundación, con una relación de lados 1,5***

En la Figura 3.1 se muestra la planta y vistas laterales de la platea analizada, con el tipo de carga actuante exteriormente [15].

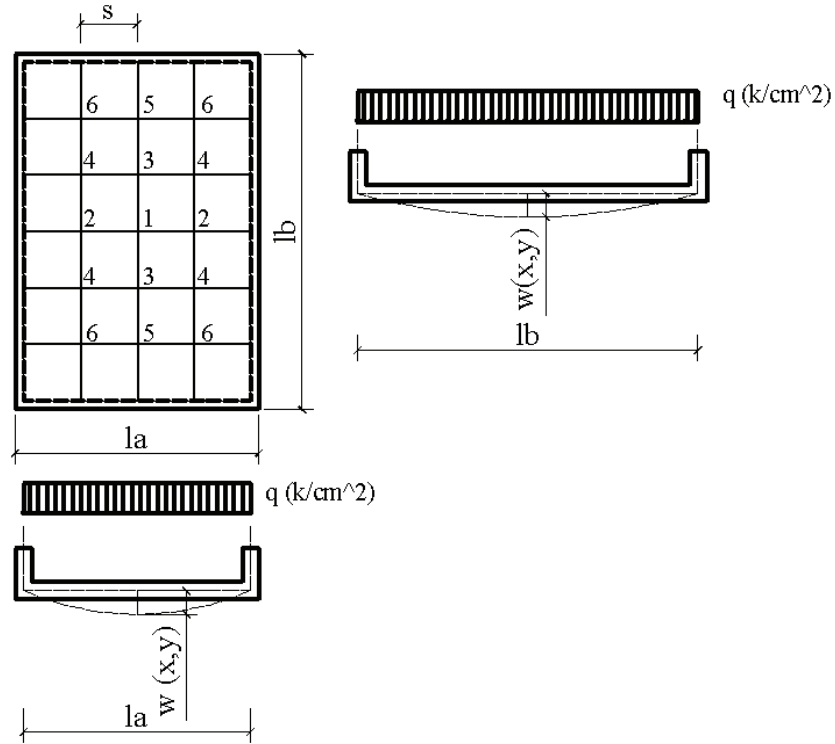


Figura 3.1: Esquema de la platea

Aplicando el Método de las Diferencias Finitas para la resolución de la Ecuación (3.1), que fue desarrollada en el Capítulo 2 y considerando las condiciones de borde, se obtuvo el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales, cuyas incógnitas son los  $w_i$  en cada punto:

$$\nabla^2 \nabla^2 w \approx w_i (c_i + N) + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n c_j w_j = \frac{Nq}{k} (1 - \alpha) \quad (3.2)$$

Mediante el Método de integración numérica de Simpson, se calcula el volumen del diagrama de deformaciones, tal que:

$$j_{(1)} = \frac{2s}{3} (w_{(1)} + 4w_{(2)}) \quad (3.3)$$

$$j_{(2)} = \frac{2s}{3} (w_{(3)} + 4w_{(4)}) \quad (3.4)$$

$$j_{(3)} = \frac{2s}{3} (w_{(5)} + 4w_{(6)}) \quad (3.5)$$

Donde:  $j_{(i)}$  son los componentes del vector  $j$ , que contiene la superficie subtendida por una línea, aplicando el Método de Simpson, el volumen es:

$$vol = \frac{S}{3}(4j_{(1)} + 4j_{(2)} + 8j_{(3)}) \quad (3.6)$$

Luego, con la reacción total calculada con la carga aplicada ( $rq$ ), se determina el porcentaje de ésta que es tomada por la platea ( $P_p$ ), y lo que descarga directamente en las vigas de borde ( $P_v$ ). Estas relaciones se determinan mediante:

$$rp = \frac{vol \times q \times k}{1000k} + \frac{la \times lb \times q \times k}{1000k} \quad (3.7)$$

$$rq = \frac{la \times lb \times q}{1000} \quad (3.8)$$

$$rv = rq - rp \quad (3.9)$$

$$P_p = \frac{rp \times 100}{rq} \quad (3.10)$$

$$P_v = \frac{rv \times 100}{rq} \quad (3.11)$$

Donde  $rq$  es la reacción total actuante en la platea ( $\text{Kg/cm}^2$ ),  $rp$  es la reacción que toma la platea ( $\text{Kg/cm}^2$ ) y  $rv$  es la reacción que toman las vigas ( $\text{Kg/cm}^2$ ).

Estos resultados se hallaron mediante un programa realizado en entorno Matlab [16], obteniéndose los porcentajes de carga que toman estas plateas de fundación.

El uso directo de estos resultados permite determinar el comportamiento de la platea de fundación, según los parámetros dimensionales considerados:  $N$ , que tiene en cuenta la rigidez de la platea y el tipo de terreno y  $\alpha$  que tiene en cuenta el tipo de terreno, el desplazamiento vertical en los bordes de la platea y la carga externa aplicada. Cabe aclarar que los parámetros se definieron en el punto 2.2 del capítulo anterior.

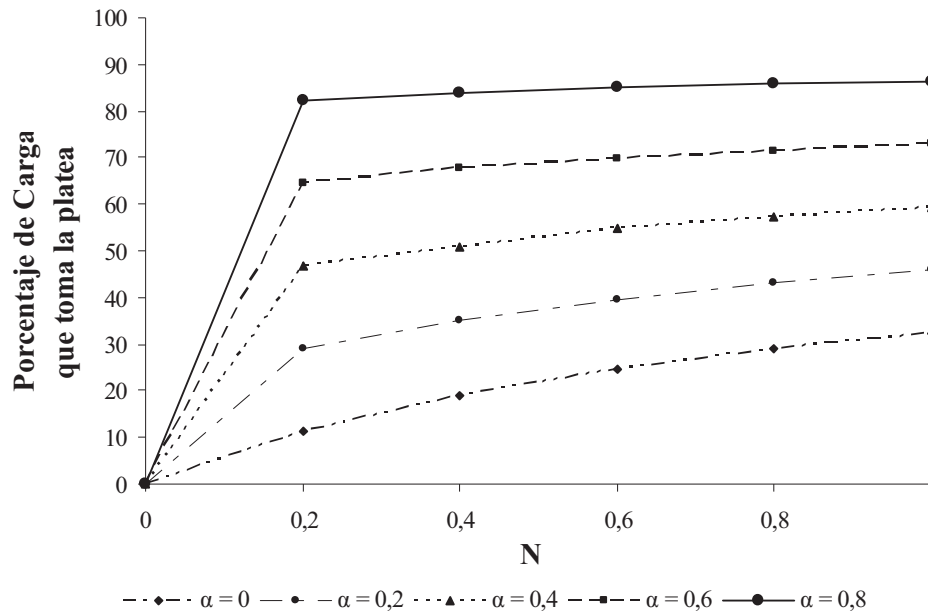


Figura 3.2: Porcentaje de carga sobre platea en función de Rigidez de la platea, con carga constante (relación lados = 1,50)

Observando la Figura 3.2 se puede ver que a medida que disminuye la rigidez de la platea, es decir cuando aumenta el parámetro adimensional  $N$ , también aumenta el porcentaje de carga que toma la platea.

Es interesante destacar que para un mismo valor de  $N$  (igual rigidez), al aumentar el asentamiento  $w_0$ , es decir a mayor valor de  $\alpha$ , la platea toma mayor carga.

### ***Platea de fundación con una relación de lados de 1,33***

En este apartado se realiza un análisis análogo al detallado anteriormente, para una platea de fundación elástica con una relación de lados de 1,33 [17].

Resolviendo la Ecuación (3.1) con el Método de las Diferencias Finitas, se obtienen los porcentajes de carga que toma la platea de fundación, y que se pueden visualizar en la Figura 3.3. El uso directo de estos resultados permite determinar el comportamiento de la platea de fundación, según los parámetros adimensionales de diseño considerados ( $N$  y  $\alpha$ ).

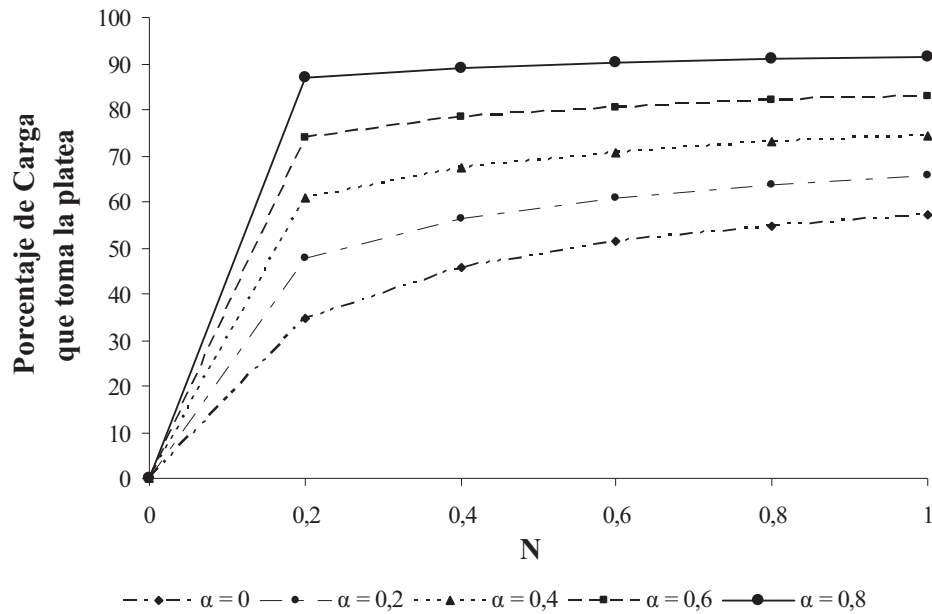


Figura 3.3: Porcentaje de carga sobre platea en función de la Rigidez de la platea, con carga constante (relación lados = 1,33)

Es interesante destacar que tal como sucede en la Figura 3.2, a medida que disminuye la rigidez de la platea, (aumento del parámetro adimensional  $N$ ), aumenta el porcentaje de carga que toma la platea. También se observa que al aumentar el asentamiento  $w_0$ , es decir a mayor valor de  $\alpha$ , para un mismo valor de  $N$  (igual rigidez), la platea toma mayor carga.

#### ***Platea de fundación con una relación de lados de 1,00***

En este apartado se realiza un análisis análogo al descrito en los puntos anteriores, pero en este caso la relación de lados de la platea es de 1,00.

Resolviendo la Ecuación (3.1) con el Método de las Diferencias Finitas, se obtienen los porcentajes de carga que toma la platea de fundación, que se resumen en la Figura 3.4, en este caso con una relación de lados igual a uno.

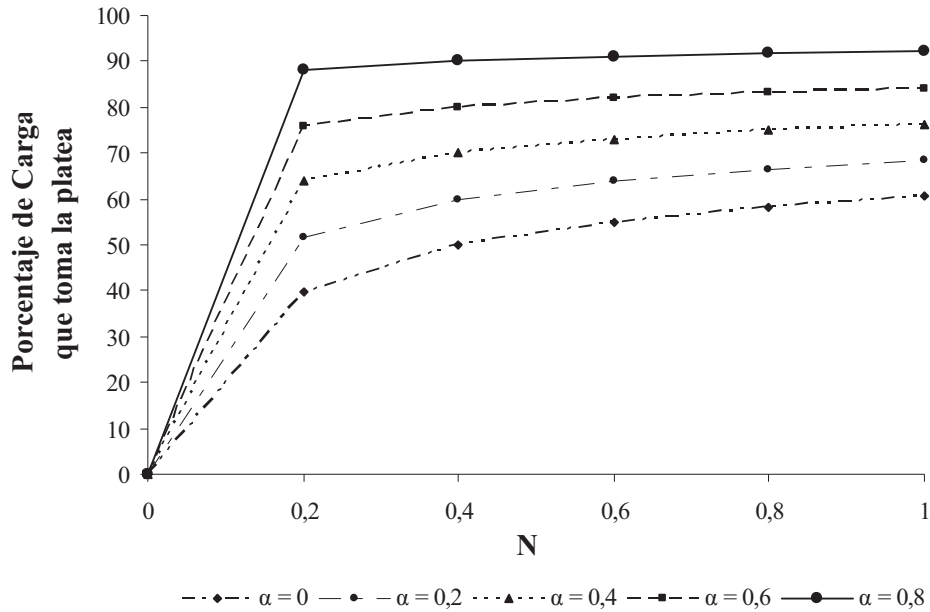


Figura 3.4: Porcentaje de carga sobre platea en función de la Rigidez de la platea, con carga constante (relación lados = 1,00)

Es interesante destacar que tal como sucede en la Figura 3.2 y la Figura 3.3, a medida que disminuye la rigidez de la platea, (aumenta el parámetro adimensional  $N$ ), aumenta el porcentaje de carga que toma la platea, también se observa que al aumentar el asentamiento  $w_0$ , es decir a mayor valor de  $\alpha$ , para un mismo valor de  $N$  (igual rigidez), la platea toma mayor carga.

### 3.2.2 CARGA VARIABLE Y COEFICIENTE DE REACCIÓN DEL TERRENO CONSTANTE

En este punto se estudia el caso en donde la carga externa sobre la placa varía triangularmente, con el máximo en uno de los extremos, como lo indica la Figura 3.5. Además, está apoyada sobre terreno cuyo coeficiente de reacción de terreno es constante. Con esta distribución de cargas se estudiaron plateas de fundación con relaciones de lados: 1,50 y 1,33. Cabe acotar que este tipo de carga se suele tener cuando sobre la platea se coloca material a granel.

*Platea de fundación con una relación de lados 1.50*

En la Figura 3.7 se muestra la planta y vistas laterales de la platea analizada, con el tipo de carga actuante exteriormente [18].

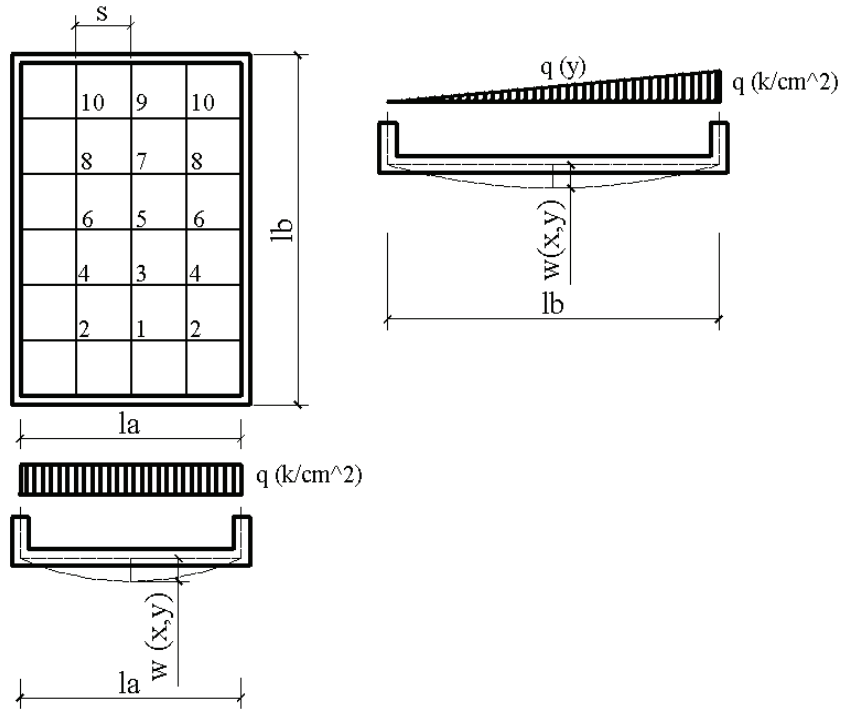


Figura 3.5: Esquema de la platea

Aplicando el Método de las Diferencias Finitas para la resolución de la Ecuación (3.1) y considerando las condiciones de borde de este caso, se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales, cuya incógnita es  $w_i$ . En la Figura 3.6 se muestra la variación de los porcentajes de reacción que toma la platea, en función de los parámetros  $N$  y  $\alpha$ .



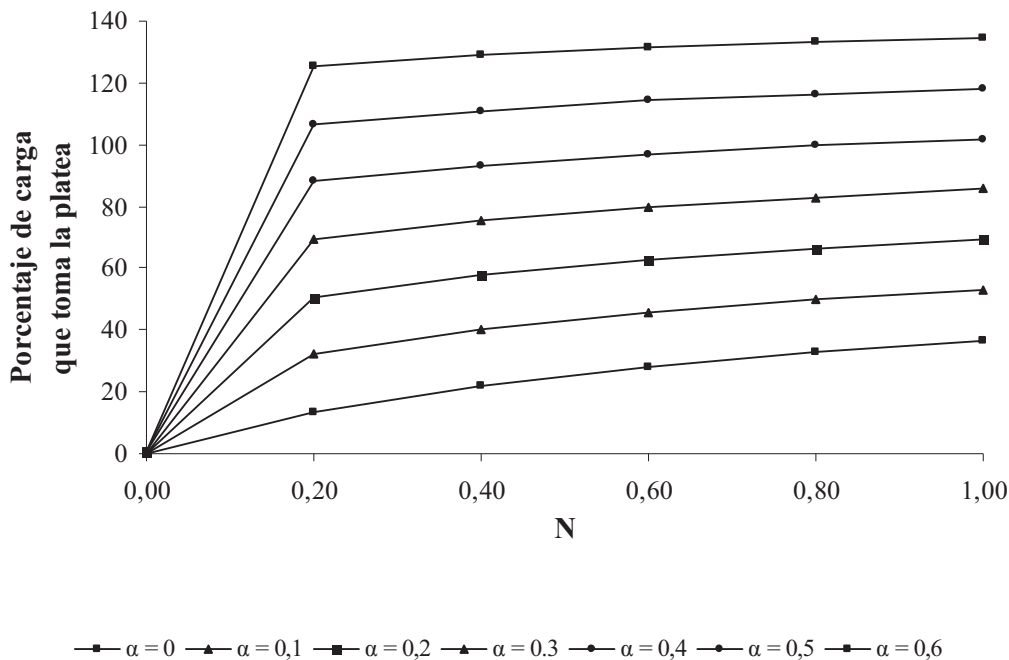


Figura 3.6: Porcentaje de carga sobre platea en función de la rigidez de la platea (relación lados = 1,50)

En la Figura 3.6 se observa que para un mismo valor de  $N$  (igual rigidez), al aumentar el asentamiento  $w_0$  (mayor  $\alpha$ ), la platea toma mayor carga, llegando en algunos casos a obligar a las vigas a trabajar como anclaje (Rv negativo), en general para asentamientos  $w_0$  mayores que  $0,5 q \cdot k^{-1}$ .

Cabe acotar que se repitió el mismo procedimiento para relaciones de lados de 1,33 y 1,00 obteniéndose relaciones entre  $N$ ,  $\alpha$  y el porcentaje de carga que toma la platea, similares a los presentados en la Figura 3.6.

### 3.2.3 CARGAS CONSTANTES, CON COEFICIENTE DE REACCIÓN DE TERRENO VARIABLE

En este punto se analizaron distintos casos de cargas y tipos de variación del coeficiente de reacción del terreno. Se estudió el caso de una carga externa constante que actúa sobre una platea rectangular, que está apoyada sobre un terreno cuyo coeficiente de reacción del terreno es variable en forma hiperbólica [19,20].

***Platea de Fundación con una relación de lados de 1.50***

Se evaluó la determinación del porcentaje de reacción tomado por la platea, mediante el proceso de iteración explicado anteriormente. Primeramente, se desarrollará un ejemplo, para distintos valores de  $N$ ,  $\alpha$ ,  $q$  y con un Coeficiente de Reacción de terreno variable ( $k$  variable).

Para establecer la influencia del material del terreno, se han contemplado cuatro valores para el parámetro característico del terreno  $\mu$ , variando entre 0 y 200 y con un paso de 50.

Luego se generalizarán los resultados, haciendo variar  $N$  y  $\alpha$ . Para ello se toman los siguientes valores para el ejemplo analizado:  $q = 0,1\text{kg/cm}^2$ ,  $k = 40\text{ kg/cm}^2$ ,  $N = 0,5$ ,  $\alpha = 0,5$  y  $\mu = 50$ .

Aplicando el Método de las Diferencias Finitas, para la resolución de la Ecuación (3.1), y considerando las condiciones de borde adoptadas en este caso, se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales, cuya incógnita es  $w_{io}$ . Una vez obtenido  $w_{io}$ , se podrá comenzar con las iteraciones, calculando los nuevos valores  $k_i$ ,  $\beta_i$ , que permitirán obtener la nueva matriz del sistema y el vector de los términos independientes. De esa forma se hallar luego un nuevo vector  $w_i$  y comienza una nueva iteración hasta la convergencia del mismo.

Iteración1

$$k_i = k \frac{1}{(1 + \mu w_{io})} = k\beta_i \quad (3.12)$$

$$\beta_i = \frac{1}{(1 + \mu w_{io})} \quad (3.13)$$

$$n_i = n \times \beta_i \quad (3.14)$$

Los resultados que se muestran en la siguiente tabla, se obtuvieron aplicando un programa realizado en ambiente Matlab, y se determinaron los porcentajes de reacción que toma la platea de fundación, para valores de  $\mu$  que varían entre 0 y 200.

---

Tabla 3.1: Porcentajes que toma la platea para distintos valores de  $\mu$ , con  $q = 0,1\text{kg/cm}^2$ ,  $k = 40 \text{ kg/cm}^3$ ,  $N = 0,5$ ,  $\alpha = 0,5$

| $\mu$ | Rp%   |
|-------|-------|
| 0     | 47,99 |
| 50    | 45,42 |
| 100   | 43,02 |
| 150   | 40,77 |
| 200   | 38,69 |

De la misma manera se desarrolló un programa, para la determinación de la distribución de las reacciones, variando  $N$  desde 0,2 hasta 1 y  $\alpha$  entre 0 y 0,8 (Figura 3.7):

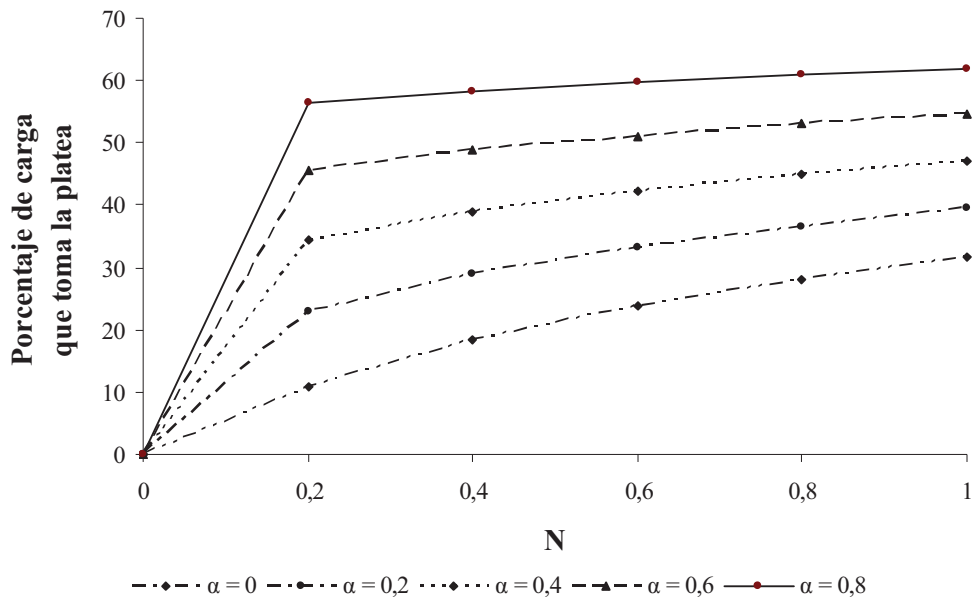


Figura 3.7: Distribución de la reacción del terreno, en función de  $\mu$ ,  $N$ ,  $\alpha$  con:  $q = 0,1\text{kg/cm}^2$ ,  $k = 40 \text{ kg/cm}^2$ ,  $\mu = 0$

En la Figura 3.7 se observa que para un mismo valor de  $N$  (igual rigidez), al aumentar el asentamiento  $w_0$  (mayor  $\alpha$ ), la platea toma mayor carga.

### 3.2.4 CARGA VARIABLE Y COEFICIENTE DE REACCIÓN DEL TERRENO VARIABLE

En este apartado se analizará otra situación similar a la estudiada en el punto anterior, con la diferencia que en este caso se considera una carga actuante sobre la platea de fundación variable. También se considera el Coeficiente de Reacción del Terreno variable y se estudia una platea de fundación con una relación de lados de 1,50 [21].

#### *Platea de fundación con relación de lados de 1,50*

Se estudia la variación del porcentaje de carga que toma la platea en función de los parámetros  $\mu$ ,  $N$  y  $\alpha$ , para una platea de fundación rectangular, con una carga externa  $q$ , que varía en forma triangular en la dirección del eje  $y$ .

Aplicando el Método de las Diferencias Finitas como en los casos anteriores y teniendo en cuenta la relación de valores de  $q$ , para los puntos iésimos dados por la Tabla 3.2, se determinan mediante sucesivas iteraciones los valores  $w_i$  y los porcentajes que toma la platea. Se pueden observar estos resultados en la Figura 3.8.

Tabla 3.2: Valores de  $q$  en el punto iésimo en función del  $q$  exterior

| $q_i$       | Porcentaje de $q$ |
|-------------|-------------------|
| $q_1 = q_2$ | 0,166q            |
| $q_3 = q_4$ | 0,333q            |
| $q_4 = q_5$ | 0,500q            |
| $q_5 = q_6$ | 0,667q            |
| $q_7 = q_8$ | 0,833q            |

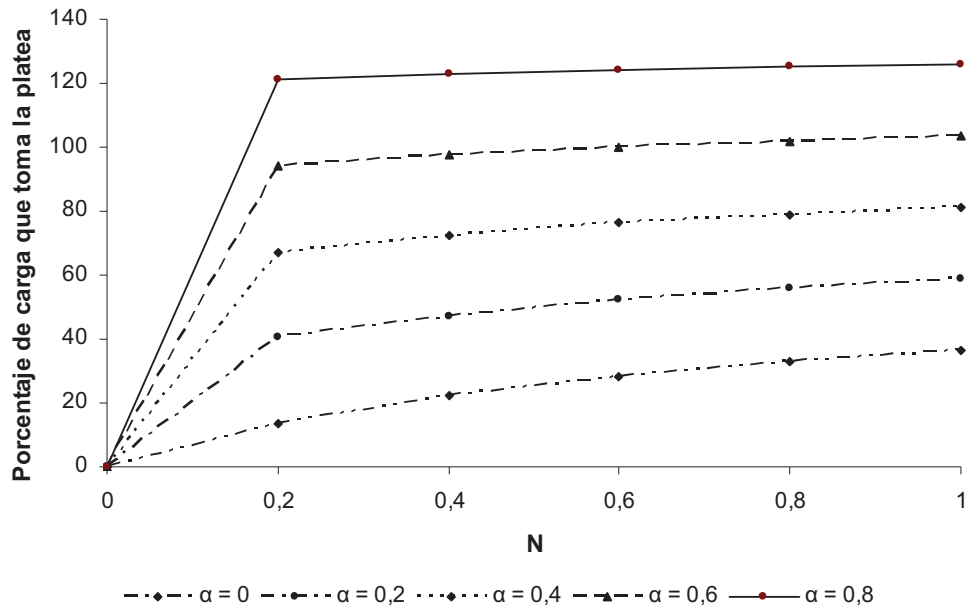


Figura 3.8: Distribución de la reacción del terreno, en función de  $\mu$ ,  $N$ ,  $\alpha$ , con:  $q = 0,1 \text{ kg/cm}^2$ ,  $k = 40 \text{ kg/cm}^2$ ,  $\mu = 0$

En la Figura 3.8 se aprecia que para un mismo valor de  $N$  (igual rigidez), al aumentar el asentamiento  $w_0$  (mayor  $\alpha$ ), la platea toma mayor carga, llegando en algunos casos a obligar a las vigas a trabajar como anclaje ( $R_v$  negativo), en general para asentamientos  $w_0 > 0,5 q \cdot k^{-1}$ .

Cabe acotar que se repitió el mismo procedimiento para valores de  $\mu$  desde 50 hasta 200, con un paso de 50, obteniéndose relaciones entre  $N$ ,  $\alpha$  y el porcentaje de carga que toma la platea, similares a las de la Figura 3.8. Se puede comprobar también que a medida que aumenta  $\mu$ , disminuye el porcentaje de carga que toma la platea.

### 3.3 REFERENCIAS

- [1] V. Z. Vlazov and N. N. Leontiev, "Beams, Plates and Shells on Elastic Foundations", Israel Program for Scientific Translations, Jerusalem, 1966.
- [2] S. Bharatha and M. Levinson, "A theory of elastic foundations", Archive for Rational Mechanics and Analysis, 74, pp. 249–266, 1980.
- [3] E. Reissner, "A note on deflection of plates on viscoelastic foundation", Journal of Applied Mechanics, ASME, 25, pp. 144–145, 1958.

- [4] A. Guzmán, C. Luisoni, G. Ventura, “Curso de Elasticidad Aplicada”, Cuad. II Facultad de Ciencias Exactas y Tecnología, Universidad Nacional de Tucumán, 1961.
- [5] E. Winkler, “Die Lehre von der Elasticitaet und Festigkeit”, Prague, Czechoslovakia, 1867.
- [6] A. Caquot, J. Kerisel, “Traité de Mecanique des sols”, Gauthier-Villars, 380 págs, Paris.1949.
- [7] F. Winterkorn, H. Y. Fang, “Foundation Enginnering Handbook”, Van Nostrand Reinhold Company, New York, 1975.
- [8] K. Terzaghi, R.B. Peck, “Mecánica de Suelos en la Ingeniería Práctica”, El Ateneo. 1992.
- [9] H. Uysal, R. Gul and U. Uzman, “Optimum shape design of shell structures”, Engineering Structures, 29, Issue 1, pp 80-87, 2007.
- [10] C. Shu, W. X. Wu, H. Ding and C. M. Wang, “Free vibration analysis of plates using least-square-based finite difference method”, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Volume 196, Issue 7, 10, pp. 1330-1343, 2007.
- [11] K. S. Viridi, “Finite difference method for nonlinear analysis of structures”, Journal of Constructional Steel Research, Volume 62, Issue 11, pp. 1210-1218, 2006.
- [12] J. L. Ha, J. R. Chang and R. F. Fung, “Dynamic analyses of a flexible quick-return mechanism by the fixed and variable finite-difference grids”, Journal of Sound and Vibration, Volume 297, Issues 1-2, 24, pp. 365-381, 2006.
- [13] S. Timoshenko, S. Woinowsky Krieger, “Theory of Plates and Shells”, *Mc Graw Hill*, Kogakusha, Japón, 1959.
- [14] J. C. Paloto, R. D. Santos, “Estudio de plateas de fundación mediante métodos numéricos”, *X ENIEF – Mecánica Computacional, AMCA*, Bariloche, Argentina, pp. 415-420, 1997.
- [15] J. C. Paloto, R. D. Santos, P. Dominguez, “Predeterminación de la repartición de las reacciones en un dispositivo de platea de fundación”. *Congreso de Ingeniería 2000*, Buenos.Aires, en C.D., trabajo N° 49, 2002.
- [16] Matlab 4.0. and Simulink (TM) Versión 1.2c, for Microsoft Windows, The MathWorks, Inc.1998.
- [17] J. C. Paloto, R. D. Santos, C. J. Orbanich; “Procedimiento Mejorado para Determinar la Repartición de Reacciones de Fundación”, *XII ENIEF – Mecánica Computacional, AMCA*, Córdoba, Argentina, pp. 306-312, 2001.
- 
-

- [18] J. C. Paloto, R. D. Santos.: “Distribución de las reacciones en plateas de fundación bajo carga variable”, *MECOM '99*, AMCA, pp. 107, Mendoza, Argentina, 1999.
- [19] S. Tanvir Wati, “A simple finit element for beams on elastic foundations”, *Strain*, 31 (4), pp. 135–142, 1995.
- [20] J. C. Paloto, R. D. Santos, “Sobre la capacidad de soporte en fundaciones según el tipo de reacción del suelo”, *XXIX Jornadas Sudamericanas de Ingeniería Estructural*, Punta del Este, Uruguay, Vol. I, pág. 147 y en C.D. trabajo N° 1.10.3, 2000.
- [21] C. J. Orbanich, J.C. Paloto, N.F. Ortega; “Plateas de Fundación con Reacción de Terreno no Lineal”, *XIII ENIEF – Mecánica Computacional*, AMCA, Bahía Blanca, Argentina, pp. 540-551, 2003.

## **CAPÍTULO 4**

# **ANÁLISIS DE PLATEAS DE FUNDACIÓN ELÁSTICA, CON VIGAS INTERMEDIAS, CON Y SIN PRETENSAR**

### **4.1 INTRODUCCIÓN**

En los últimos años, la evolución de los conocimientos vinculados con el diseño y análisis de las plateas de fundación está relacionada con el desarrollo de métodos numéricos apropiados que permiten evaluarlas con mayor precisión.

Para la determinación de la capacidad de soporte de las estructuras de fundación es necesario conocer el valor de los asentamientos previsibles, según el tipo de suelo [1 a 5]. En el Capítulo 3 se determinaron los desplazamientos y se evaluó la distribución de la reacción del terreno en plateas de fundaciones elásticas [6 a 12].

En el Capítulo 2 se desarrollaron los conceptos teóricos de los temas presentados en este capítulo; a continuación se analizan plateas de fundación elástica con vigas intermedias con y sin pretensar, como se puede ver en el esquema de la Figura 4.1. Se determinan los asentamientos finales y la distribución de la reacción del terreno, entre lo que absorbe la platea y las cargas que van directamente a las vigas de borde. La determinación de estos parámetros se realiza mediante un desarrollo basado en el Método de las Diferencias



Finitas [13]. Parte de los resultados obtenidos se verifican mediante un software que emplea el Método de los Elementos Finitos [14].

Cabe acotar que en el caso de presentarse un terreno cuyo coeficiente de reacción tiene una variación no lineal [15] y se pretende resolver este problema mediante un modelo en Elementos Finitos, debería calcularse manualmente el valor de este coeficiente para cada punto de la malla. Esto no ocurre cuando se emplea el Método de las Diferencias Finitas, con lo cual se perdería la versatilidad que tienen estos software comerciales.

Para el caso de presentarse un aumento del valor de las cargas, surge la necesidad de recurrir a la aplicación de un pretensado [16 a 19]. No obstante, como no existen muchos antecedentes [20] en los que se analicen plateas de fundación pretensadas, se ha desarrollado un método que permite evaluar los esfuerzos de pretensado necesarios para mejorar el comportamiento mecánico, y así realizar un dimensionado óptimo de los elementos resistentes. En la referencia [20] se presenta un edificio elevado de 6 plantas y 3 subsuelos, se construyó torre de 23 pisos en un sector de la planta del mismo, para ello, las fundaciones directas existentes, debieron ser reforzadas con una platea de fundación postesada, con el fin de adecuar su comportamiento mecánico de la fundación al nuevo estado de cargas.

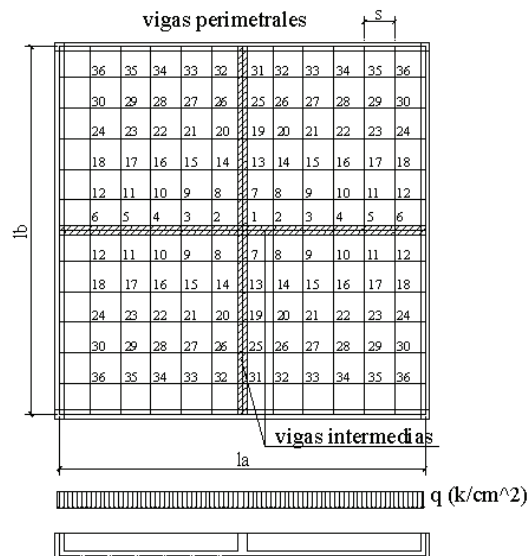


Figura 4.1 Esquema de la platea con vigas intermedias

## 4.2 ESTUDIO DE LA CONVERGENCIA

Para estudiar la convergencia del método, se desarrolla una aplicación a plateas de fundaciones elásticas con vigas intermedias, donde se compararon modelos realizados con el Método de las Diferencias Finitas con otros modelos similares, resueltos con un software comercial que emplea el Método de los Elementos Finitos [21]. Los resultados se muestran en los puntos siguientes.

### 4.2.1 LOSA DE HORMIGÓN ARMADO

Con el fin de analizar la convergencia y la precisión del método desarrollado en esta tesis, se realiza una aplicación para una losa cuadrada, apoyada en sus cuatro bordes, con una altura de 20 cm y una carga  $q = 9,8 \cdot 10^4 \text{ N/m}^2$  y con una densidad de la malla variable. A los efectos de analizar la convergencia, se analizaron los desplazamientos del punto central con mallas de 6 x 6, 12 x 12 y 24 x 24.

Tabla 4.1: Desplazamientos de la losa en el punto central, de acuerdo al tipo y malla adoptado

| Malla   | Desplazamiento central (m) |
|---------|----------------------------|
| 6 x 6   | 0,0512                     |
| 12 x 12 | 0,0513                     |
| 24 x 24 | 0,0513                     |

Realizando la verificación con el modelo resuelto con el Método de los Elementos Finito, mediante el programa ALGOR [14], empleando una malla de 24 x 24, se observó que el desplazamiento del punto central es de 0,0511 m.

Realizando la verificación con la Fórmula de Timoshenko [22], se obtuvo el desplazamiento real, que es igual a 0,0513 m.

Mediante el análisis de estos resultados se pudo observar una buena convergencia, con el método aquí presentado y aplicado al caso de una losa cuadrada.

#### 4.2.2 PLATEA DE FUNDACIÓN CON ELEMENTOS DE BORDE DE GRAN RIGIDEZ

Con el objeto de probar la convergencia del método aquí propuesto, se estudiarán algunos casos de aplicación.

Se aplica el Método de las Diferencias Finitas para una platea de relación de lados igual a 1, tomando una malla de 6 x 6 elementos, con un paso  $s = 1,00$  m y considerando un Coeficiente de Reacción del Terreno ( $k$ ) igual a cero, que sería el caso de una losa. Para este ejemplo se seleccionó el Módulo de Elasticidad del Hormigón  $E = 1,372 \times 10^{10}$  N/m<sup>2</sup>, una altura de platea  $h_p$  de 0,20 m y la carga exterior  $q = 980$  N/m<sup>2</sup>.

Con la técnica aquí propuesta se obtuvo la deformación máxima en el centro de la platea, obteniéndose el siguiente resultado:

$$w_{m\acute{a}x} = 0,000512 \text{ m}$$

Calculando la deformación máxima, con la fórmula desarrollada por Timoshenko [22], que es el valor exacto, se obtuvo el siguiente resultado:

$$w_{m\acute{a}x} = \frac{0,00406 \times q \times l a^4}{D} = 0,000513 \text{ m} \quad (4.1)$$

Analizando la misma platea mediante el Método de los Elementos Finitos (M.E.F.), con una malla de 6 x 6 elementos, se llegó a que la deformación es  $w_{m\acute{a}x} = 0,000497$  m

Como se puede observar, con una malla de 6 x 6, el Método de las Diferencias Finitas tiene una mayor precisión que el M.E.F., obteniéndose un error del 0,19 % respecto de la solución exacta, por lo que la precisión de los resultados es muy buena, pese a que no se empleó una malla muy densa.

Con el fin de analizar la convergencia del método, se aplicó el Método de las Diferencias Finitas para plateas de relación de lados igual a 1,00, tomando cinco mallas

con diferentes pasos: 4 x 4, (con un paso  $s = 1,00$  m), de 6 x 6 ( $s = 0,67$  m), de 8 x 8 ( $s = 0,50$  m) y de 12 x 12 ( $s = 0,33$  m). Se adoptó un Coeficiente de Reacción del Terreno nulo, tal es el caso de una losa. Para las mismas condiciones de la losa calculada anteriormente, se tiene:

Tabla 4.2: Desplazamiento central en función del paso de la malla

| Malla         | 4 x 4     | 6 x 6     | 8 x 8     | 12 x 12   |
|---------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| s (m)         | 1,00      | 0,67      | 0,50      | 0,33      |
| $w_{máx}$ (m) | 0,0001005 | 0,0001010 | 0,0001012 | 0,0001013 |
| Error ( % )   | 0,79      | 0,30      | 0,10      | 0         |

Aplicando una fórmula desarrollada por Timoshenko [15], para una losa de 4,00 m por 4,00 m, arrojó el siguiente desplazamiento máximo:

$$w_{máx} = \frac{0,00406 \times q \times la^4}{D} = 0,0001013m \quad (4.2)$$

Con este resultado se observa que existe una buena convergencia hacia la solución exacta.

Si se considera el coeficiente de reacción del terreno distinto de cero ( $k \neq 0$ ), aplicando el Método de Diferencias Finitas para plateas con una relación de lados 1,00, tomando tres mallas con diferentes pasos, 4 x 4 ( $s = 1,00$  m), 6 x 6 ( $s = 0,67$  m) y 8 x 8, ( $s = 0,50$  m), y considerando los siguientes datos:  $E = 1,372 \times 10^{10}$  N/m<sup>2</sup>,  $hp = 0,20$  m,  $q = 980$  N/m<sup>2</sup>,  $\gamma = 0,3$ ,  $k = 4$  kg/cm<sup>3</sup> =  $3,92 \cdot 10^7$  N/m<sup>3</sup>, Se obtienen los resultados que se muestran en la Tabla 4.3.

Tabla 4.3: Desplazamiento central en función del paso de la malla para  $k = 4$  kg/cm<sup>3</sup>

| Malla         | 4 x 4      | 6 x 6      | 8 x 8      | 12 x 12    |
|---------------|------------|------------|------------|------------|
| s (m)         | 1          | 0,67       | 0,5        | 0,33       |
| $N$           | 3,90000    | 0,77000    | 0,24300    | 0,04814    |
| $w_{máx}$ (m) | 0,00002458 | 0,00002583 | 0,00002629 | 0,00002667 |

Se ha modelado con el MEF una platea de fundación donde se materializó la acción del suelo mediante elementos truss, colocados en cada nodo y haciendo la siguiente analogía:

$$k \times \delta_s = \frac{Fp}{Sup} \quad (4.3)$$

$$Fp = K_t \times \delta_n \quad (4.4)$$

donde  $Fp$  es la fuerza aplicada sobre la platea (kg.),  $k$  es el coeficiente de reacción del terreno,  $K_t$  es la rigidez del elemento truss ( $E_t A_t / L_t$ ),  $\delta_s$  es el desplazamiento de la superficie,  $\delta_n$  es el desplazamiento del nodo y  $L_t$  es la longitud del elemento truss.

Como  $\delta_s = \delta_n$  y considerando que el desplazamiento en el nodo es igual al desplazamiento de los elementos truss, se tiene:

$$k \times \delta_s \times Sup = K_t \times \delta_n \quad (4.5)$$

Reemplazando el valor de  $K_t$  y operando matemáticamente se obtiene:

$$L_t = \frac{E_t \times A_t}{K \times Sup} \quad (4.6)$$

Se obtuvo así el  $w_{m\acute{a}x}$ , cuyo valor fue el siguiente:

$$w_{m\acute{a}x} = 0,0000259 \text{ m}$$

Comparando este  $w_{m\acute{a}x}$  con los obtenidos en la Tabla 4.3 se observa que existe una buena convergencia del método aquí presentado.

### 4.2.3 PLATEA DE FUNDACIÓN CON VIGAS INTERMEDIAS

En este caso se estudió una platea de fundación con dos vigas intermedias de 0,32 x 0,60 m ubicadas de forma perpendicular. Los datos que se tomaron para el modelo desarrollado con el Método de los Elementos Finitos son:  $q = 9,8 \times 10^3 \text{ N/m}^2$ ,  $k = 9,8 \times 10^6 \text{ N/m}^3$ ,  $d = D1 / D = 24,57$  y  $\alpha = 0$ .

Aplicando el Método de las Diferencias Finitas para cada malla propuesta, se obtuvo el desplazamiento central de la platea con distintas densidades de mallas, cuyos valores se pueden apreciar en Tabla 4.4.

Tabla 4.4: Desplazamientos de la platea en el punto central

| Malla   | N      | Desplazamiento Central (m) |
|---------|--------|----------------------------|
| 6 x 6   | 0,9750 | 0,0048                     |
| 8 x 8   | 0,3085 | 0,0059                     |
| 12 x 12 | 0,0609 | 0,0079                     |
| 24 x 24 | 0,0038 | 0,0078                     |

#### 4.2.4 PLATEA DE FUNDACIÓN CON VIGAS INTERMEDIAS RESUELTA CON EL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS

Es interesante la resolución de las plateas de fundaciones con el Método de los Elementos Finitos con el objetivo de comparar con el Método de las Diferencias Finitas y evaluar la convergencia del mismo para este tipo de modelos. Para ello se realizó un modelo de una platea apoyada sobre una fundación elástica.

Para la realización del modelo se utilizó el programa ALGOR [21], empleándose elementos PLATE para la platea, siendo estos, elemento de cuatro nodos con 6 grados de libertad por nodo (3 traslaciones y 3 rotaciones), que utiliza la formulación Veubeke para la resolución de la misma. Para las vigas intermedias se utilizaron elementos BEEN, que son elemento de dos nodos con 6 grados de libertad por nodo (tres traslaciones y tres rotaciones), aplicando la función OFSSET, para desplazar los ejes baricéntricos de la platea y de la viga. El terreno se modeló mediante elementos TRUSS colocados en cada nodo con las siguientes características: dos nodos con tres grados de libertad por nodo (tres traslaciones). Con el fin de simular la reacción del terreno se hizo la siguiente analogía:

$$k \cdot \delta_s = \frac{Ft}{Sup} \quad (4.7)$$

donde:

$k$ : Coeficiente de Reacción del Terreno ( $\text{Kg. /cm}^2/\text{cm}$ ),

$\delta_s$ : Desplazamiento de la superficie,

$Ft$ : Fuerza equivalente actuante en el elemento Truss,

$Sup$ : Superficie de influencia del nodo,

Despejando la fuerza equivalente se tiene:

$$Ft = k \cdot \delta_s \cdot Sup \quad (4.8)$$

De esta manera la fuerza equivalente que actúa en el elemento TRUSS será:

$$Ft = k_t \cdot \delta_n \quad (4.9)$$

donde:

$k_t$ : Rigidez del elemento truss ( $EA/L$ ),

$\delta_n$ : Desplazamiento del nodo,

$L_t$ : Longitud del elemento truss,

Como  $\delta_s = \delta_n$  y considerando que el desplazamiento en el nodo es igual al desplazamiento de los elementos Truss, se tiene:

$$k \cdot \delta_n \cdot Sup = k_t \cdot \delta_n = \frac{E_t \cdot A_t}{L_t} \cdot \delta_n \quad (4.10)$$

Despejando la longitud del elemento truss, se tiene:

$$L_t = \frac{E_t \cdot A_t}{k \cdot Sup} \quad (4.11)$$

Con este dato se realizaron cuatro modelos, variando la densidad de las mallas, con el fin de probar la convergencia. Los desplazamientos obtenidos en el centro de la platea ( $w_{m\acute{a}x}$ ) se incluyeron en la Tabla 4.5.

Tabla 4.5: Desplazamientos de la Platea en el punto central

| <b>Malla</b>   | <b>Desplazamiento Central (m)</b> |
|----------------|-----------------------------------|
| <b>6 x 6</b>   | 0,0067                            |
| <b>12 x 12</b> | 0,0070                            |
| <b>24 x 24</b> | 0,0078                            |
| <b>50 x 50</b> | 0,0078                            |

Comparando la convergencia de los modelos, resueltos con el Método de las Diferencia Finitas y expresados en la Tabla 4.4, con el Método de los Elementos Finitos y que se pueden ver en la Tabla 4.5, se observa que, con el Método de los Elementos Finitos se deberá usar una malla de al menos 24 x 24, para converger al resultado correcto. En cambio en la Tabla 4.4 se aprecia que con el Método de las Diferencia Finitas, se obtiene una precisión similar a la anterior, con una malla de 12 x 12; por ende, se puede opinar que la convergencia es más rápida con el Método de las Diferencia Finitas.

### **4.3 RESULTADOS Y DISCUSIÓN**

En el punto anterior se estudió la convergencia del cálculo de los desplazamientos máximos con el Método de las Diferencias Finitas, en diferentes casos de plateas de fundación con y sin vigas intermedias. A continuación se presentarán tres casos. En el primero se hallará el porcentaje de reacción que toma la platea de fundación, en función del esfuerzo de pretensado para dos tipos de configuraciones de cables (parabólico y recto), en el segundo caso se estudiará cómo varía el porcentaje de reacción que toma la platea con las vigas intermedias, cuando se varía la altura de las mismas, y en el tercer caso, se estudiará a una platea con vigas intermedias pretensadas, aplicando los conceptos teóricos vistos en el Capítulo 2.



---

### 4.3.1 PLATEAS PRETENSADAS

En este punto se estudia una platea de fundación elástica pretensada, con una relación de lados igual a 1,00, la cual se analiza mediante el Método de las Diferencias Finitas, con el fin de hallar las fuerzas óptimas de pretensado si está apoyada en sus cuatro bordes. Se entiende por fuerza óptima aquella cuya resultante del diagrama de deformaciones sea nula, es decir que se compensan las deformaciones producidas por las cargas y las reacciones del terreno, con las del pretensado. Esta situación es muy ventajosa, desde el punto de vista de la durabilidad de la fundación, debido a que se reduce la fisuración, en particular si la fundación se encuentra en contacto con un suelo o napa freática que posean, por ejemplo, cloruros que atacan a las armaduras metálicas, empleando como vías de ingreso a las fisuras.

A los efectos de mostrar el método de la parábola [11], presentado en el Capítulo 2, en este capítulo se desarrolla una aplicación del mismo, que consiste en pretensar una platea de relación de lados igual a 1,00, adoptándose un trazado de los cables parabólico, y luego se la compara con un trazado recto, en el cual se varía la distancia desde el centro de la platea al cable (excentricidad), entre 3 y 12 cm.

Se consideran los esfuerzos  $V_e$  de pretensado, aplicados en ambas direcciones de la platea, con un valor definido por unidad de longitud del lado; en otras palabras, la unidad de medida es carga por metro de ancho de platea.

Los datos del ejemplo a desarrollar que se consideran son:  $N$  que es el parámetro adimensional de valor 2,496,  $hp$  que es la distancia del borde superior de la platea hasta la armadura se la toma de 0,25 m, el espesor de la platea ( $d$ ) se lo considera de 0,30 m, al lado de la platea ( $la$ ) se lo tomó igual a 8 m,  $E$  es el Módulo de Elasticidad del hormigón; se lo adopta como constante y homogéneo en toda la platea y con un valor de  $1,37 \cdot 10^{10}$  N/m<sup>2</sup>,  $I_p$  que es el Momento de Inercia de la platea, por unidad de longitud y vale  $2,25 \cdot 10^{-3}$  m<sup>4</sup>, al coeficiente de reacción del terreno ( $k$ ) vale  $4,90 \cdot 10^7$  N/m<sup>3</sup>, y a la carga externa aplicada  $q$  se la considera igual a  $9,80 \cdot 10^6$  kg/cm<sup>2</sup>.

---

*Platea de fundación pretensada con cables parabólicos*

Primeramente, se analizan distintos casos de plateas de fundación que poseen cables de pretensado curvos, en donde se estudian las distintas distribuciones de las cargas externas (reacción del terreno), sobre la platea y las que son soportadas directamente por los elementos de borde.

La platea de fundación que se analiza posee una relación de lados 1,00, y el trazado del cable para pretensado sigue una directriz parabólica. En tales condiciones, para cada esfuerzo de pretensado se debe calcular la carga equivalente ( $q_{eq}$ ). Considerando las cargas producidas por el pretensado con  $V_e = 5$  t/m,  $V_e = 10$  t/m hasta  $V_e = 80$  t/m, con un  $\Delta V_e = 10$  t/m se calculan los desplazamientos verticales producidos por las mismas, aplicando el principio de superposición de los desplazamientos, producidos por el pretensado, con los de la carga externa y mediante un programa realizado en el entorno MATLAB, se pueden obtener los porcentajes de reacción que toman las plateas, para cada una de los esfuerzos de pretensado, como se puede observar en la Tabla 4.6.

Tabla 4.6: Porcentajes de reacción tomado por la platea en función del esfuerzo de pretensado

| $\alpha$<br>V (t)     | 0            | 0,2          | 0,4          | 0,6          | 0,8          |
|-----------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
|                       | Rp (%)       | Rp (%)       | Rp (%)       | Rp (%)       | Rp (%)       |
| 0                     | 70,41        | 56,33        | 42,24        | 28,16        | 14,08        |
| 5                     | 65,71        | 51,62        | 37,54        | 23,46        | 9,38         |
| 10                    | 61,00        | 46,92        | 32,83        | 18,75        | 4,67         |
| 20                    | 49,39        | 35,31        | 21,23        | 7,15         | -6,93        |
| 30                    | 42,19        | 28,11        | 14,03        | -0,05        | -14,14       |
| 40                    | 32,76        | 18,68        | 4,60         | -9,48        | -23,56       |
| 50                    | 23,89        | 9,81         | -4,27        | -18,35       | -32,43       |
| 60                    | 10,64        | -3,44        | -17,52       | -31,61       | -45,69       |
| 70                    | 4,57         | -9,50        | -23,58       | -37,67       | -51,75       |
| 80                    | -4,83        | -18,91       | -33,00       | -47,08       | -61,16       |
| <b>Esf. Ideal (t)</b> | <b>74,86</b> | <b>57,40</b> | <b>45,19</b> | <b>29,93</b> | <b>14,28</b> |

En la Tabla 4.6 se puede apreciar que existen varios porcentajes de reacciones de las plateas que son negativos. Esto se debe a que en estas condiciones de  $\alpha$ , el desplazamiento que genera el pretensado es mayor que el desplazamiento generado por la carga externa, por este motivo se halló un esfuerzo de pretensado ideal (Esf. Ideal), tal que el desplazamiento de la platea es nulo. Se lo obtuvo interpolando los porcentajes de reacción de platea.

***Platea de fundación pretensada con cables rectos***

Habiendo considerado un diseño curvo de los cables, dentro de las múltiples alternativas de este estudio, resulta interesante realizar el análisis con cable recto, aplicando el mismo método y debido a que su montaje es mucho más simple.

Aplicando el método que se describió anteriormente, y considerando que esta platea tiene una relación de lados igual a 1,00, se realizó el análisis para las siguientes cargas de pretensado:  $V_e = 50$  t/m,  $V_e = 80$  t/m,  $V_e = 100$  t/m, variando la distancia entre el cable y el centro de la sección transversal de la platea, en los siguientes valores de excentricidades  $e = 3$  cm,  $e = 6$  cm,  $e = 9$  cm y  $e = 12$  cm. A continuación se calculó el Momento Flector ( $M$ ) que genera cada esfuerzo de pretensado ( $V_e$ ), tal que:

$$M = V_e \times e \tag{4.12}$$

El desplazamiento vertical del punto central buscado, se halla mediante:

$$\delta_1 = \frac{M \times la^2}{8 \times E \times I_p} \tag{4.13}$$

donde  $I_p$  es el momento de Inercia de la platea. De igual manera, en la dirección normal el desplazamiento vertical es:

$$\delta_2 = \frac{M \times lb^2}{8 \times E \times I_p} \tag{4.14}$$

Aplicando el principio de superposición, se obtiene el desplazamiento máximo en el centro de la platea:

---

---

$$\delta_{\text{máx}} = \delta_1 + \delta_2 = \frac{M \times l a^2}{4 \times E \times I_p} \quad (4.15)$$

De la misma manera que en el ejemplo anterior, con el desplazamiento máximo en el centro de la platea y con los desplazamientos en los bordes se traza una parábola central, y a partir de ésta las normales a ella, calculando los desplazamientos de toda la platea. Luego se halla el porcentaje de reacción que toma la platea, lo que toman los elementos de borde y la fuerza de pretensado óptima buscada.

Para hallar el esfuerzo ideal de pretensado se puede interpolar linealmente en la Tabla 4.7, como se realizó en las plateas con el cable de pretensado curvo. En este caso en particular, cuando se descubre un cambio de signo en el porcentaje que toma la platea, se puede hallar el esfuerzo anteriormente mencionado.

Con el programa desarrollado anteriormente, se obtuvieron los desplazamientos producidos por las cargas  $V_e = 50$  t/m,  $V_e = 80$  t/m y  $V_e = 100$  t/m, variando la distancia entre el cable y el centro (excentricidad).

Tabla 4.7: Desplazamiento debido al pretensado recto

| $V_e$<br>t/m | $e$<br>cm | Desplazamientos (cm) |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|--------------|-----------|----------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
|              |           | 1                    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    | 10   | 11   | 12   | 13   | 14   | 15   | 16   |
| <b>50</b>    | <b>3</b>  | 0,76                 | 0,71 | 0,57 | 0,33 | 0,71 | 0,67 | 0,54 | 0,31 | 0,57 | 0,54 | 0,43 | 0,25 | 0,33 | 0,31 | 0,25 | 0,15 |
|              | <b>6</b>  | 1,52                 | 1,43 | 1,14 | 0,67 | 1,43 | 1,34 | 1,07 | 0,63 | 1,14 | 1,07 | 0,86 | 0,50 | 0,67 | 0,62 | 0,50 | 0,29 |
|              | <b>9</b>  | 2,29                 | 2,14 | 1,71 | 1,00 | 2,14 | 2,01 | 1,61 | 0,94 | 1,71 | 1,61 | 1,29 | 0,75 | 1,00 | 0,94 | 0,75 | 0,44 |
|              | <b>12</b> | 3,05                 | 2,86 | 2,29 | 1,33 | 2,86 | 2,68 | 2,14 | 1,25 | 2,29 | 2,14 | 1,71 | 1,00 | 1,33 | 1,25 | 1,00 | 0,58 |
| <b>80</b>    | <b>3</b>  | 1,22                 | 1,14 | 0,91 | 0,53 | 1,14 | 1,07 | 0,86 | 0,50 | 0,91 | 0,86 | 0,69 | 0,40 | 0,53 | 0,50 | 0,40 | 0,23 |
|              | <b>6</b>  | 2,44                 | 2,29 | 1,83 | 1,07 | 2,29 | 2,14 | 1,71 | 1,00 | 1,83 | 1,71 | 1,37 | 0,80 | 1,07 | 1,00 | 0,80 | 0,47 |
|              | <b>9</b>  | 3,66                 | 3,43 | 2,74 | 1,60 | 3,43 | 3,21 | 2,57 | 1,50 | 2,74 | 2,57 | 2,06 | 1,20 | 1,60 | 1,50 | 1,20 | 0,70 |
|              | <b>12</b> | 4,88                 | 4,57 | 3,66 | 2,13 | 4,57 | 4,29 | 3,43 | 2,00 | 3,66 | 3,43 | 2,74 | 1,60 | 2,13 | 2,00 | 1,60 | 0,93 |
| <b>100</b>   | <b>3</b>  | 1,52                 | 1,43 | 1,14 | 0,67 | 1,43 | 1,34 | 1,07 | 0,63 | 1,14 | 1,07 | 0,86 | 0,50 | 0,67 | 0,62 | 0,50 | 0,29 |
|              | <b>6</b>  | 3,05                 | 2,86 | 2,29 | 1,33 | 2,86 | 2,68 | 2,14 | 1,25 | 2,29 | 2,14 | 1,71 | 1,00 | 1,33 | 1,25 | 1,00 | 0,58 |
|              | <b>9</b>  | 4,57                 | 4,29 | 3,43 | 2,00 | 4,29 | 4,02 | 3,21 | 1,88 | 3,43 | 3,21 | 2,57 | 1,50 | 2,00 | 1,87 | 1,50 | 0,88 |
|              | <b>12</b> | 6,10                 | 5,71 | 4,57 | 2,67 | 5,71 | 5,36 | 4,29 | 2,50 | 4,57 | 4,29 | 3,43 | 2,00 | 2,67 | 2,50 | 2,00 | 1,17 |

Aplicando el principio de superposición de los desplazamientos producidos por el pretensado y los de la carga externa, y mediante un programa realizado en el Ambiente MATLAB, se pueden obtener los porcentajes de reacción que toman las plateas para cada una de los esfuerzos de pretensado, como se puede observar en la Tabla 4.8.

En dicha Tabla 4.8 se puede apreciar que existen una series de valores de reacción de platea que son negativos. Esto se debe a que en estas condiciones de  $\alpha$  y  $e$ , el desplazamiento que genera el pretensado es mayor que el desplazamiento generado por la carga externa, por este motivo se podría hallar, como en el ejemplo anterior, un esfuerzo de pretensado ideal, tal que el desplazamiento de la platea fuese nulo, interpolando los porcentajes de reacción de platea.

Tabla 4.8: Porcentajes de reacción tomado por la platea en función de  $V_e$ ,  $e$  y  $\alpha$

| $\alpha$ | $e(\text{cm})$ | 3      | 6      | 9      | 12      |
|----------|----------------|--------|--------|--------|---------|
|          | $V_e(t)$       |        |        |        |         |
| 0        | 0              | 70,41  | 70,41  | 70,41  | 70,41   |
|          | 50             | 53,48  | 36,55  | 19,56  | -8,075  |
|          | 80             | 43,35  | 16,23  | -10,82 | -37,94  |
|          | 100            | 36,55  | 2,71   | -31,20 | -86,69  |
| 0,2      | 0              | 56,33  | 56,33  | 56,33  | 56,33   |
|          | 50             | 39,40  | 22,47  | 5,48   | -22,15  |
|          | 80             | 29,26  | 2,15   | -24,91 | -52,03  |
|          | 100            | 22,46  | -11,37 | -45,28 | -100,77 |
| 0,4      | 0              | 42,25  | 42,25  | 42,25  | -42,25  |
|          | 50             | 25,31  | 8,38   | -8,60  | -36,24  |
|          | 80             | 15,18  | -11,93 | -39,95 | -66,11  |
|          | 100            | 8,38   | -25,44 | -59,36 | -114,85 |
| 0,6      | 0              | 28,16  | 28,16  | 28,16  | -28,16  |
|          | 50             | 11,23  | -5,69  | -22,68 | -50,32  |
|          | 80             | 1,10   | -26,01 | -53,07 | -80,19  |
|          | 100            | -5,69  | -39,53 | -73,45 | -128,93 |
| 0,8      | 0              | 14,08  | 14,08  | 14,08  | 14,08   |
|          | 50             | -2,84  | -19,77 | -36,76 | -64,41  |
|          | 80             | -12,98 | -40,09 | -67,16 | 94,27   |
|          | 100            | -19,78 | -53,61 | -87,53 | -143,02 |

#### 4.3.2 PLATEA DE FUNDACIÓN CON DIFERENTES ALTURAS DE SUS VIGAS INTERMEDIAS

Es este punto se analiza una platea de fundación con vigas intermedias, la cual posee una malla de 12 x 12. La misma se resolvió con el Método de las Diferencias Finitas variando en cada caso la altura de las vigas intermedias, con el fin de hallar el porcentaje de reacción

del terreno que es absorbido por la platea (con la colaboración de las vigas intermedias) y por los elementos de borde, como se puede apreciar en la Tabla 4.9.

Tabla 4.9: Porcentaje de reacción tomado por la platea

| Altura de la viga (cm.) | Porcentaje que toma la platea con las vigas intermedias |
|-------------------------|---|
| 0                       | 51,67   |
| 30                      | 43,66   |
| 40                      | 41,42   |
| 60                      | 40,27   |
| 80                      | 39,96   |

Como se puede apreciar en la Tabla 4.9, en la medida que se incrementa la altura de las vigas intermedias, disminuye el porcentaje de reacción que toma este conjunto platea - vigas intermedias.

#### 4.3.3 PLATEAS DE FUNDACIÓN CON VIGAS INTERMEDIAS PRETENSADAS

En este punto se estudia un caso donde se emplean vigas intermedias pretensadas, en una platea de fundación de 6 x 6 m y donde se varía la altura de las vigas intermedias. Para cada altura elegida se varía el esfuerzo de pretensado, hasta obtener un esfuerzo de pretensado óptimo. Este esfuerzo es aquél que contrarresta las deformaciones producidas por la carga.

Los datos del modelo adoptado son los siguientes:  $la = lb = 6$  m,  $k = 1$  k/cm<sup>3</sup> =  $9,8 \cdot 10^6$  N/m<sup>3</sup>,  $q = 98000$  N/m<sup>2</sup>,  $E = 1,4 \cdot 10^{10}$  N/m<sup>2</sup>.

El primer caso que se desarrolla consiste en una platea con vigas intermedias de 30 cm de altura, las cuales se pretensaron con cargas que varían entre 15 t y 56 t, con una excentricidad máxima de 0,05 m.

En la Tabla 4.10 se pueden observar los desplazamientos del punto central, debido al pretensado aplicado en las vigas intermedias.

Tabla 4.10: Desplazamientos centrales producidos para cada carga de pretensado

| <b>V<sub>e</sub></b><br><b>(t)</b> | <b>Long</b><br><b>(m)</b> | <b>e</b><br><b>(m)</b> | <b>q<sub>eq</sub></b><br><b>(N/m)</b> | <b>E</b><br><b>(N/m<sup>2</sup>)</b> | <b>I</b><br><b>(m<sup>4</sup>)</b> | <b>Desplazamiento</b><br><b>Máximo (m)</b> |
|------------------------------------|---------------------------|------------------------|---------------------------------------|--------------------------------------|------------------------------------|--|
| <b>15</b>                          | 6                         | 0,05                   | 1633                                  | 1,4 10 <sup>10</sup>                 | 0,001677                           | 0,00240                                    |
| <b>30</b>                          | 6                         | 0,05                   | 3266                                  | 1,4 10 <sup>10</sup>                 | 0,001677                           | 0,00479                                    |
| <b>40</b>                          | 6                         | 0,05                   | 4355                                  | 1,4 10 <sup>10</sup>                 | 0,001677                           | 0,00639                                    |
| <b>50</b>                          | 6                         | 0,05                   | 5444                                  | 1,4 10 <sup>10</sup>                 | 0,001677                           | 0,00799                                    |
| <b>56</b>                          | 6                         | 0,05                   | 6097                                  | 1,4 10 <sup>10</sup>                 | 0,001677                           | 0,00894                                    |

Aplicando el principio de superposición de los desplazamientos, producidos por el pretensado con los de la carga externa, y mediante un programa realizado en el entorno MATLAB, se pueden obtener los porcentajes de reacción que toman las plateas con sus vigas intermedias para cada una de las cargas de pretensado, como se puede observar en la Tabla 4.11.

Tabla 4.11: Porcentaje de carga tomado por la platea, en función del Esfuerzo de Pretensado

| <b>V<sub>e</sub> (t)</b> | <b>% de platea</b> |
|--------------------------|--------------------|
| <b>0</b>                 | 43,66              |
| <b>15</b>                | 31,95              |
| <b>30</b>                | 21,32              |
| <b>40</b>                | 14,56              |
| <b>50</b>                | 7,40               |
| <b>56</b>                | 3,33               |

En la Figura 4.2 se graficaron las variaciones del porcentaje de reacción tomado por la platea, en función del esfuerzo de pretensado aplicado a las vigas intermedias.



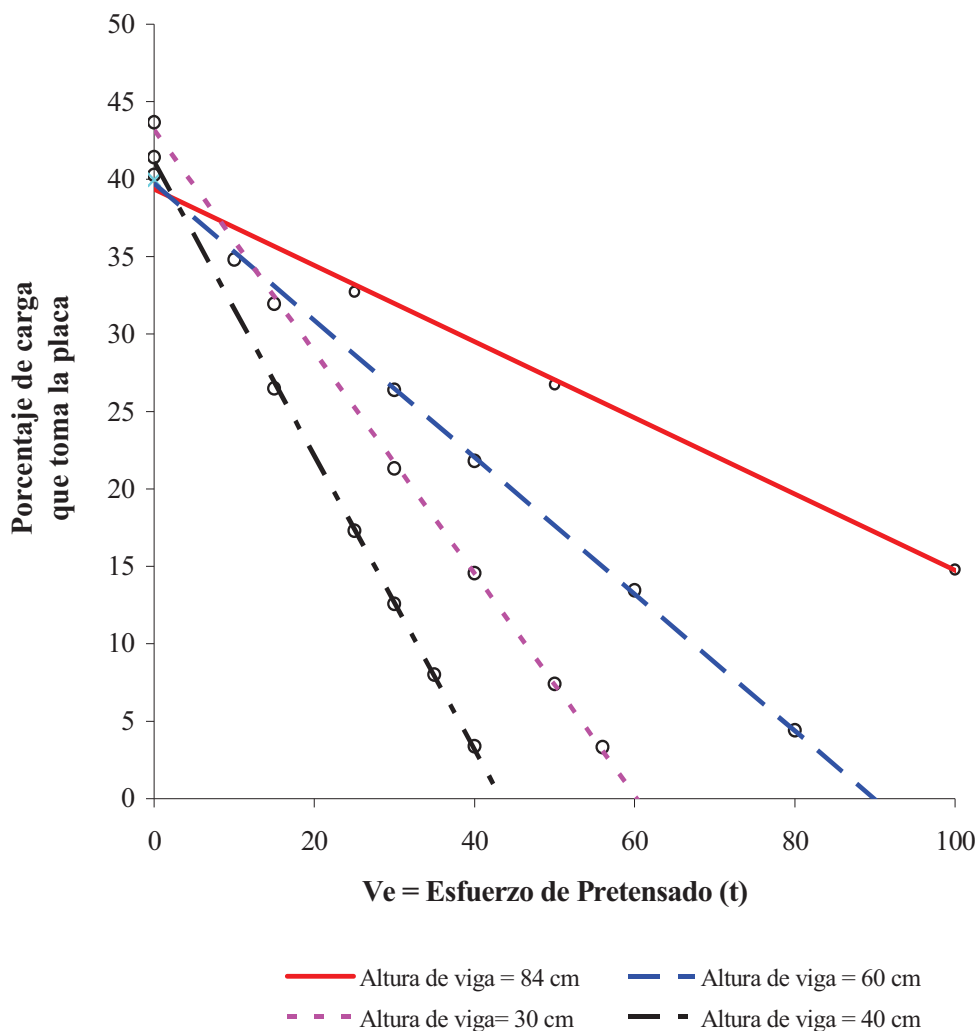


Figura 4.2: Reacción tomada por la placa, en función del pretensado para distintas alturas de vigas intermedias

Con el fin de cuantificar las correlaciones mostradas en la Figura 4.2, se determinaron las ecuaciones de las rectas que mejor aproximan, expresadas en la Tabla 4.12, mediante un Análisis de Regresión, para las distintas alturas de las vigas intermedias. Cabe acotar que en todos los casos el índice de correlación es superior a 0,99.

Tabla 4.12: Ecuaciones de la variación del porcentaje tomado por la platea, en función del pretensado, para las distintas alturas de la viga

| Altura de la viga (cm) | Ecuación de la recta     |
|------------------------|--------------------------|
| 30                     | $P = - 0,716 V + 43,162$ |
| 40                     | $P = - 0,949 V + 41,113$ |
| 60                     | $P = - 0,442 V + 39,772$ |
| 84                     | $P = - 0,246 V + 39,360$ |

Resulta interesante observar que, como es de suponer, los desplazamientos verticales se pueden regular variando la excentricidad o el esfuerzo de pretensado, tal como se puede ver en la Figura 4.3, que corresponde a una viga cuya altura es de 84 cm, con un desplazamiento vertical nulo en el punto central. Esto se hace más evidente en las vigas cuya altura es mayor a 40 cm.

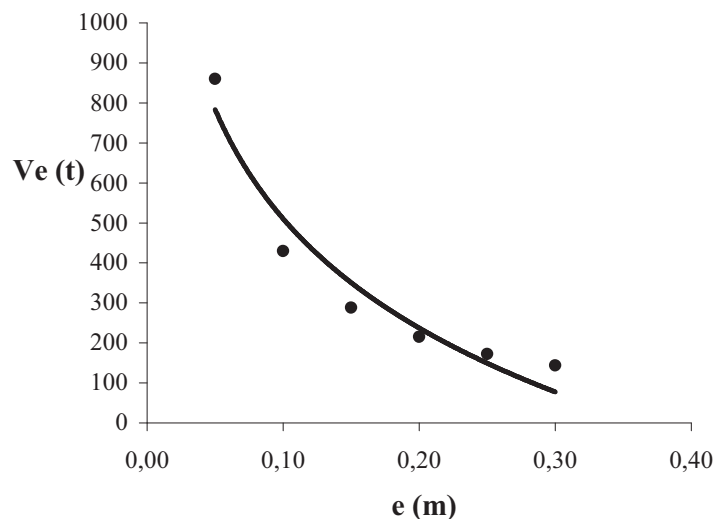


Figura 4.3: Relación entre el Esfuerzo de Pretensado y la Excentricidad, en vigas de altura 84cm, para hacer nulo el Desplazamiento Vertical en el punto central

#### 4.4 REFERENCIAS

- [1] V. Z. Vlazov and N. N. Leontiev, “Beams, Plates and Shells on Elastic Foundations”, Israel Program for Scientific Translations, Jerusalem, 1966.

- 
- 
- [2] S. Bharatha and M. Levinson, “A theory of elastic foundations”, *Archive for Rational Mechanics and Analysis*, 74, pp. 249–266, 1980.
- [3] M. Hetényi, “Beams on Elastic Foundation”, The University of Michigan Press, Ann Arbor, Michigan., 1946.
- [4] A. Caquot, J. Kerisel, “Traité de Mécanique des sols”, Gauthier-Villars, 380 págs, Paris.1949.
- [5] K. Terzaghi, R.B. Peck, “Mecánica de Suelos en la Ingeniería Práctica”, El Ateneo. 1992.
- [6] J. C. Paloto, R. D Santos, “Estudio de Plateas de fundación mediante métodos numéricos”, *X ENIEF – Mecánica Computacional*, AMCA, Bariloche, pp. 415–420, 1997.
- [7] J. C. Paloto, R. D. Santos, “Distribución de las reacciones en Plateas de fundación bajo carga variable”, *MECOM '99 – Mecánica Computacional*, AMCA, 107, Mendoza, 1999.
- [8] J. C. Paloto, R. D. Santos, “Sobre la capacidad de soporte en fundaciones según el tipo de reacción del suelo”, *XXIX Jornadas Sudamericanas de Ingeniería Estructural*, Punta del Este, Uruguay, Vol. I, 147, en CDRom, Trabajo N° 1.10.3, 2000.
- [9] J. C. Paloto, R. D. Santos, C. J. Orbanich, “Procedimiento Mejorado para Determinar la Repartición de Reacciones de Fundación”, *XII ENIEF – Mecánica Computacional*, AMCA, Córdoba, pp. 306-312, 2001.
- [10] J. C. Paloto, R. D. Santos, P. Dominguez, “Predeterminación de la repartición de las reacciones en un dispositivo de platea de fundación”. Congreso de Ingeniería 2000, Buenos Aires, en CDRom, Trabajo N° 49, 2002.
- [11] J. Hahn, “Vigas Continuas, pórticos, placas y vigas flotantes sobre terreno elástico”, G. Gili, pp. 270-283, 1982.
- [12] E. Winkler, “Die Lehre von der Elasticitaet und Festigkeit”, Prague, Czechoslovakia, 1867.
- [13] A. Guzmán, C. Luisoni, G. Ventura “Curso de Elasticidad Aplicada, Cuaderno II”; Facultad de Ciencias Exactas y Tecnológicas, Universidad Nacional de Tucumán, 1961.
- [14] O. C. Zienkiewicz, R. L. Taylor, “El Método de los Elementos Finitos. Formulación básica y problemas lineales”, *McGraw-Hill*; CIMNE; Volumen 1; Barcelona, 1994.
- 
-

- 
- [15] C. J. Orbanich, J. C. Paloto, N. F. Ortega, “Plateas de Fundación con Reacción de Terreno no Lineal”, *XIII ENIEF – Mecánica Computacional*, AMCA, Bahía Blanca, Argentina, pp. 540-551, 2003.
- [16] F. Leonhardt; “Hormigón pretensado”, *Instituto E. Torroja de la Construcción y del Cemento*, Madrid, 1977.
- [17] L. J. Lima; “Aproximación a la idea del hormigón pretensado”, *CEILP*, La Plata, Argentina, 1969.
- [18] N. Tombesi, A. H. Pirchio, M. Mezquita; “Método para la verificación del diseño y Trazado del cable con fuerza mínima, en vigas hiperestáticas”, *XII Congreso Argentino de Vialidad*, Bahía Blanca, Argentina, 1974.
- [19] J. C. Paloto, N. F. Ortega; “Design for prestressing tendons layout in stiffening walls via an experimental technique”, *Strain, Journal of the British Society of Strain Measurement*, 36 (1), pp. 19-23, London, 2000.
- [20] P. E. Lavallaz, “Torre Bouchard Plaza (La Nación) Transformación de una fundación de zapatas en una platea postesada”, *Simposio Fib*, La Plata, pp. 559-566, 2005.
- [21] ALGOR 23 Profesional Mech/VE, Linear Stress and Dynamics Reference División. Pittsburg, Pennsylvania, Algor Inc., 2009.
- [22] S. Timoshenko, S. Woinowsky Krieger, “Theory of Plates and Shells”, *Mc Graw Hill*, Kogakusha, Japón, 1959.

## **CAPÍTULO 5**

### **REACCIONES DE SOPORTE EN PLATEAS CIRCULARES DE FUNDACIÓN, CON VIGA DE BORDE**

#### **5.1 INTRODUCCIÓN**

En los Capítulos 3 y 4 se analizó el porcentaje de reacción de carga que toman las plateas rectangulares y cuadradas. En este capítulo se analizan plateas de fundaciones circulares con y sin un orificio central [1 a 5], con el fin de caracterizar su comportamiento mecánico, de tal manera que a partir de la definición de la estructura, sea posible verificar el dimensionado y decidir las modificaciones del diseño, previas al cálculo definitivo. Partiendo de una definición general de la estructura, se estará en condiciones de establecer el porcentaje de reacción que toma la platea y cuanto va directamente a la viga de borde [6 a 9].

Para resolver el sistema de ecuaciones diferenciales se emplea el Método de las Diferencias Finitas, imponiendo como variables adimensionales las relaciones que tienen en cuenta la rigidez de la platea, un asentamiento inicial uniforme de toda la fundación y el Coeficiente de Reacción del Terreno [10].

Es importante destacar que se desarrolló un algoritmo de integración numérica, que permite evaluar la resultante de la reacción del suelo y los desplazamientos originados en

distintos puntos de la platea [11]. Para la resolución del mismo se efectuaron programas en entorno Matlab [12].

Es interesante destacar que en este capítulo se muestran aplicaciones a casos donde las cargas poseen una distribución lineal axil-simétrica con distintas pendientes, previendo dos tendencias de distribución eventuales de un material a granel, depositado sobre la platea.

Esta técnica, empleada para plateas circulares sobre Fundación Elástica, también es aplicable para analizar losas circulares con vigas de borde, que soportan eventualmente grandes cargas, provenientes por ejemplo de materiales a granel, tal es el caso del fondo de un silo, donde el coeficiente de reacción del terreno es nulo.

Cabe acotar que en el caso de presentarse un terreno, cuyo Coeficiente de Reacción del Terreno tiene una variación no lineal [13] y se pretende abordar este problema mediante un modelo resuelto con el Método de Elementos Finitos [14, 15], debería calcularse individualmente el valor de este coeficiente para cada punto de la malla, con lo cual se perdería la versatilidad que tienen el uso del Método de Elementos Finitos con los software comerciales. Cuando se emplea el Método de las Diferencias Finitas, ésto se simplifica al no tener la necesidad de resolverlo punto a punto.

## **5.2 RESULTADOS Y DISCUSIÓN**

### **5.2.1 REACCIÓN DE SOPORTE EN PLATEAS CIRCULARES, SOPORTADAS SOBRE FUNDACIONES ELÁSTICAS**

En la Figura 5.1 se muestra la planta y una vista lateral de la platea de fundación analizada, con una carga externa constante y la ubicación de los puntos de la malla donde se realizaron las determinaciones.

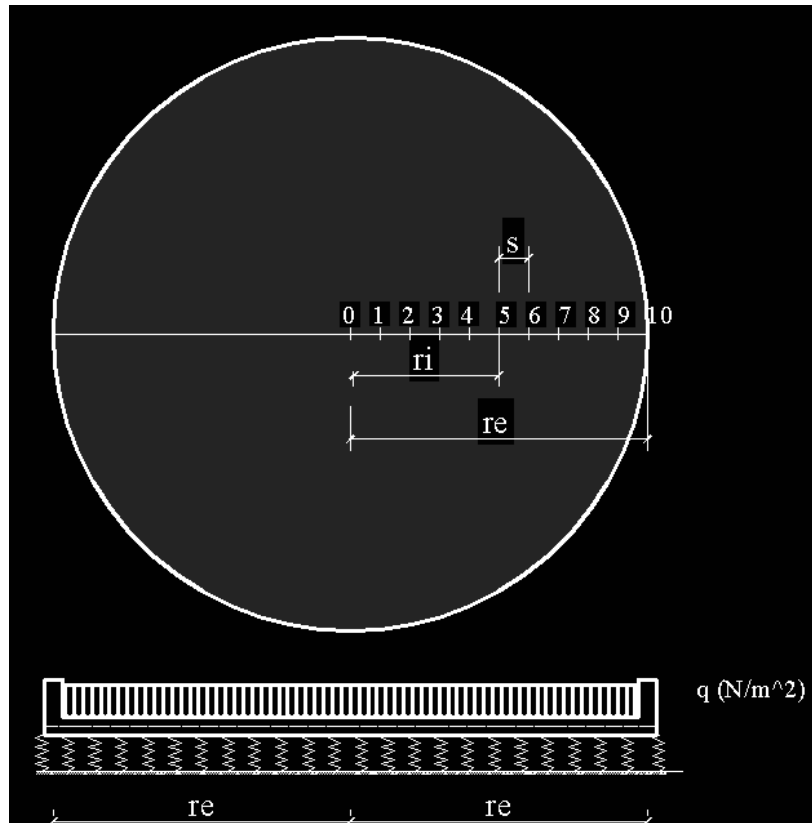


Figura 5.1: Esquema de la placa circular

Recordando la ecuación diferencial para resolver el problema axil simétrico, de plateas circulares apoyadas sobre un terreno elástico lineal, que se desarrolló en el Capítulo 2, se vuelve a presentar en la Ecuación 5.1 y su correspondiente resolución en Diferencias Finitas, Ecuaciones 5.3 y 5.4, se tiene:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial r^4} + \frac{2}{r} \frac{\partial^3 w}{\partial r^3} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r^3} \frac{\partial w}{\partial r} = \frac{q(x,y) - kw(x,y)}{D} \quad (5.1)$$

$$D = \frac{Ed^2}{12(1-\mu^2)} \quad (5.2)$$

Donde  $w(x,y)$  es el desplazamiento vertical,  $w_0$  es el desplazamiento vertical inicial uniforme, en toda la placa,  $q(x,y)$  es la carga distribuida aplicada,  $k$  es el coeficiente de reacción del terreno,  $D$  es la rigidez flexional de la placa,  $r$  es el radio de la placa,  $E$  es el módulo de elasticidad del hormigón y  $\mu$  es el módulo de Poisson del hormigón.

$$\begin{aligned}
 &w_{i+2}(1 + \lambda_i) - w_{i+1} \left( 4 + 2\lambda_i + \lambda_i^2 - \frac{\lambda_i^3}{2} \right) + w_i (6 + 2\lambda_i^2 + N) - \\
 &- w_{i-1} \left( 4 - 2\lambda_i + \lambda_i^2 + \frac{\lambda_i^3}{2} \right) + w_{i-2} (1 - \lambda_i) = \frac{Nq}{k} (1 - \alpha)
 \end{aligned} \tag{5.3}$$

Para el caso en que la platea circular no sea anular, en el punto central se aplica la siguiente expresión:

$$\frac{16}{3} (w_2 - 4w_1 + 3w_0) = \frac{Nq}{k} (1 - \alpha) \tag{5.4}$$

Para desarrollar el software que implementa este procedimiento numérico, se realizan dos etapas, la primera es la obtención de los asentamientos en la platea y la segunda es el cálculo de la distribución de la reacción de soporte.

A los efectos de resolver el sistema de ecuaciones presentado, se desarrollaron programas en Ambiente Matlab.

Es interesante destacar que cuando  $N = 0$ , los valores sucesivos de  $w$  para los puntos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9 respectivamente, serán “780,344”, “771,007”, “743,185”, “697,425”, “634,651”, “556,166”, “463,649”, “359,155”, “245,116” y “124,337”, multiplicados por  $\frac{Nq}{k} (1 - \alpha) = \frac{qs^4}{D} (1 - \alpha)$ . Se observa entonces que el valor máximo de  $w$ , para  $N = 0$ , es decir  $\alpha = q/D.s^4$ , corresponde a  $w = 780,344 \cdot q/D.s^4$  con  $s = re/10$ . Este es el caso de una platea circular simplemente apoyada, con carga uniforme y que flexa libremente sin contacto con el suelo. El valor obtenido para  $w$  coincide con el valor analítico hallado por Timoshenko [16]. Esta determinación de la precisión del método para este caso particular, sirve de control para la malla utilizada.

Una vez obtenidos los valores de los asentamientos en los puntos previstos de la platea, se puede evaluar el empuje de soporte sobre la misma con que reacciona el terreno. Si el mismo es de comportamiento elástico-lineal, con un Coeficiente de Reacción del Terreno



constante, el cálculo de la resultante de reacción se reduce a la evaluación del volumen de la elástica de la platea, tal que:

$$r_p = 2\pi k \int_0^{re} r_i w_i dr + \pi r_e^2 k w_b \quad (5.5)$$

donde el término “ $\pi r_e^2 k w_b$ ” corresponde al valor del empuje, que implica el asentamiento final  $w_b$  del borde apoyado de la platea.

Graficando los valores de las elásticas para distintos valores de  $N$ , se puede observar claramente el cambio de curvatura en la zona central a medida que  $N$  crece (Figura. 5.2). Cabe acotar que en la Tabla 1 del Apéndice A1 se pueden encontrar los valores de los desplazamientos.

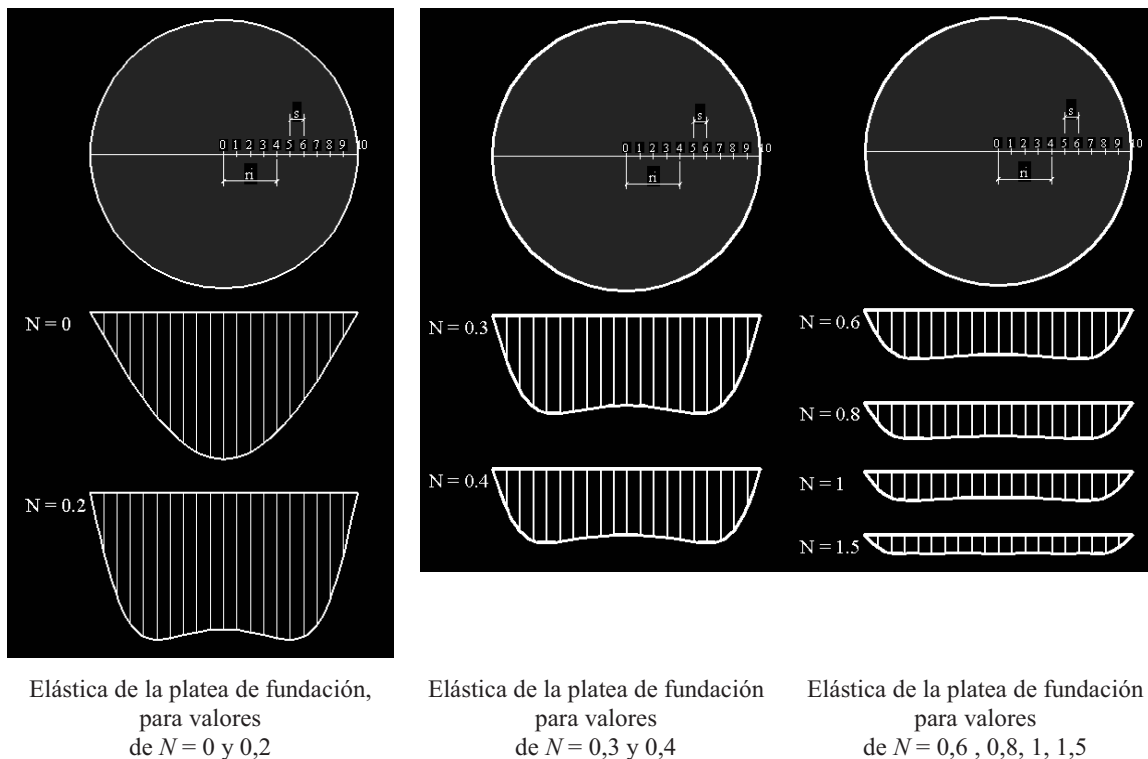


Figura 5.2: Elástica de la platea de fundación, para distintos valores de  $N$

En la Figura 5.3 se muestra el porcentaje de reacción que toma la platea circular en función de los parámetros  $N$  y  $\alpha$ . Se puede observar como para  $N$  constante (rigidez de la platea constante) a medida que aumenta el asentamiento inicial de la platea ( $\alpha$  aumenta), es

mayor el porcentaje de reacción que toma la misma. Es interesante observar que a medida que  $N$  crece, para un mismo valor de  $\alpha$ , aumenta el porcentaje que toma la platea. En esta figura se indican líneas de isoporcentajes, separadas cada 2% y se colorean la zona comprendida entre ambas con distintos tonos.

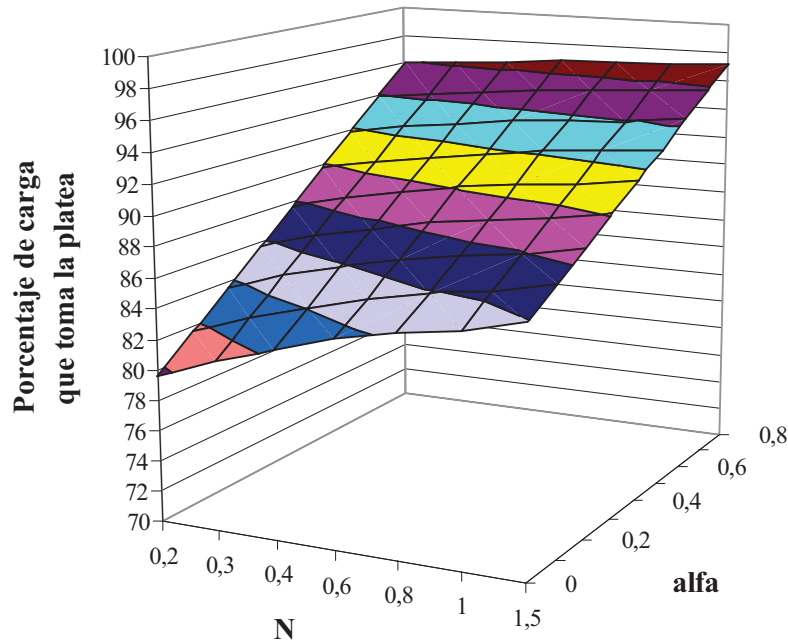


Figura 5.3: Reacción del terreno tomado por las plateas circular, para diferentes valores de  $\alpha$  y  $N$

### **5.2.2 REACCIÓN DE SOPORTE EN PLATEAS CIRCULARES ANULARES DE FUNDACIÓN ELÁSTICA**

El análisis comienza a partir de la Ecuación (5.3), desarrollada para el problema axil-simétrico, aplicada a plateas circulares anulares, apoyadas sobre un terreno con una reacción elástico lineal.

Aplicando la Ecuación (5.3) punto a punto, se obtiene un sistema de ecuaciones y considerando las condiciones de borde [17], se lo resuelve para los casos donde  $r = r_i$ .

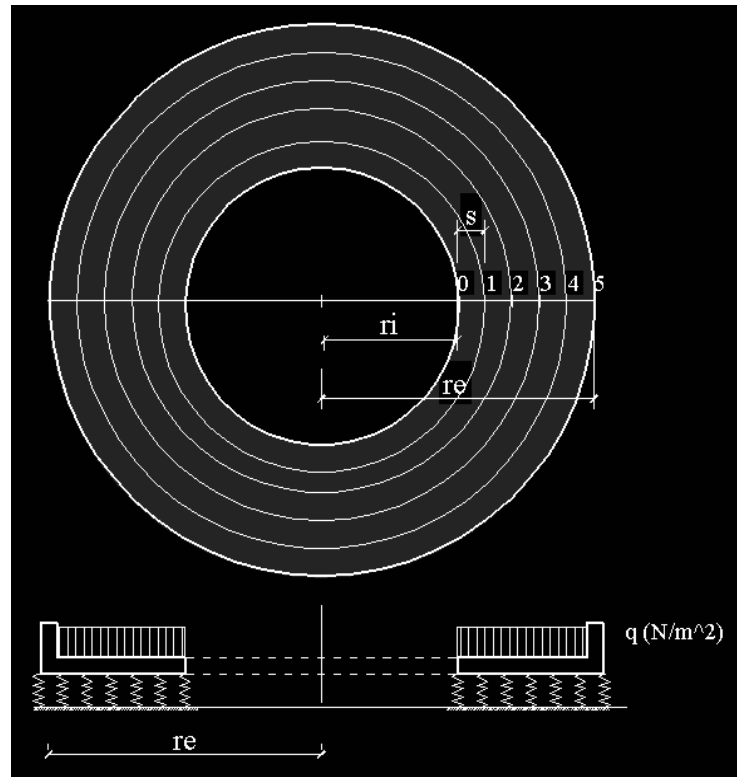


Figura 5.4: Esquema de Placa Anular Circular

Tal que  $M = 0$  y  $Q = 0$  y operando matemáticamente, se obtiene la siguiente ecuación:

$$w_{(i-1)} = \frac{-2}{1 + \frac{\mu\lambda_i}{2}} w_i + \left( \frac{1 - \frac{\mu - \lambda_i}{2}}{1 + \frac{\mu - \lambda_i}{2}} \right) w_{(i-1)} \quad (5.6)$$

para  $r = r_e$

$$w_{(i-2)} = \left[ \frac{-2}{\left(1 + \frac{\mu\lambda_5}{2}\right)} w_{(i)} + \frac{\left(1 - \frac{\mu\lambda_i}{2}\right)}{\left(1 + \frac{\mu\lambda_i}{2}\right)} w_{(i+1)} \right] (2 - 2\lambda_5 + \lambda_5^2) + 4w_{(i)}\lambda_i - w_{(i+1)}(2 + 2\lambda_i + \lambda_i^2) + w_{(i+2)} \quad (5.7)$$

Tal que,  $M = 0$  en  $r = r_e$  y operando matemáticamente, se tiene:

$$w_{(i+1)} = \left( \frac{1 - \frac{\mu\lambda_i}{2}}{1 + \frac{\mu\lambda_i}{2}} \right) w_{(i-1)} \quad (5.8)$$

Una vez obtenidos los valores de los asentamientos en los puntos previstos, con el diámetro de la platea, se puede evaluar el empuje de soporte sobre la misma, con que reacciona el material del terreno. Si el mismo es de comportamiento elástico-lineal, con un coeficiente  $k = \text{constante}$ , el cálculo de la resultante de la reacción del terreno, se reduce a la evaluación del volumen de la elástica de la platea, ya que:

$$r_p = 2\pi k \int_{r_i}^{r_e} r_i w_i dr + \pi (re^2 - ri^2) k w_0 \quad (5.9)$$

donde el término  $\pi(re^2 - ri^2)kw_0$  corresponde al valor del empuje que implica el asentamiento inicial  $w_0$  del borde apoyado de la platea. Con un programa realizado en el entorno Matlab 5.3, que permiten resolver los algoritmos descriptos y con las condiciones de borde modeladas con las Ecuaciones (5.4) y (5.5), se obtienen la distribución de reacciones que toma directamente la platea y las vigas de borde [18].

Para los distintos casos desarrollados en este punto, se mantuvo el radio exterior ( $re$ ) en 10 m y la cantidad de puntos de la malla constantes. Se fue variando el radio interior de la platea, desde  $ri = 4$  m hasta  $ri = 9$  m, como lo indica la Figura 5.4.

Se resolvió cada caso aplicando el Método de las Diferencias Finitas, mediante un programa en el entorno Matlab 5.3 [6] y se pudieron calcular los porcentajes de reacción del terreno que toma la platea, para distintos valores de  $ri$ .

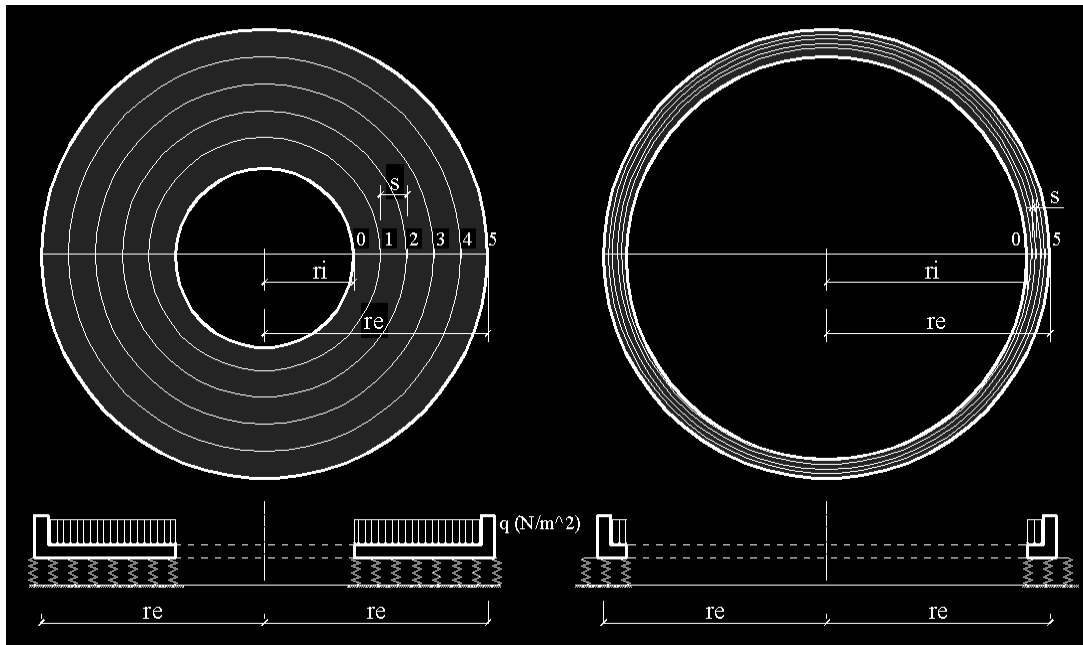


Figura 5.5: Variación del radio interior de las Plateas Anulares Circulares

### 5.2.2.1 Placa Circular Anular con carga constante

En este punto se analiza el comportamiento de plateas circulares con carga constante, tal como se puede ver en la Figura 5.6.

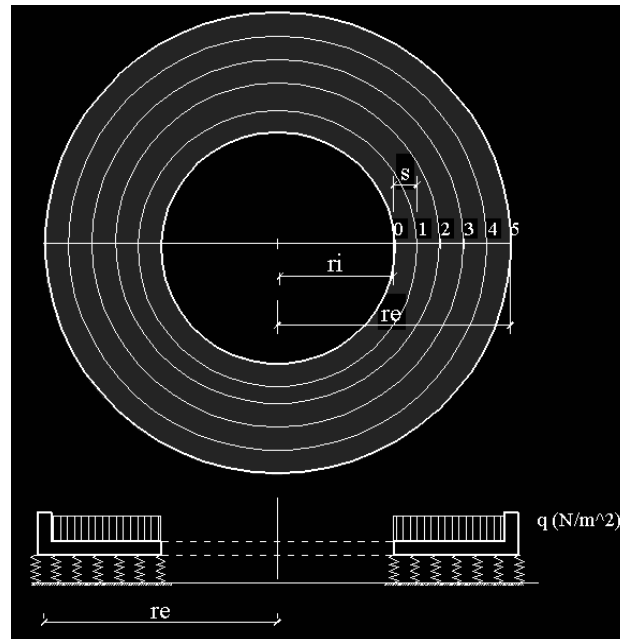


Figura 5.6: Esquema de Plateas Anulares Circulares con  $r_i$  variable y  $q$  constante

---

Planteando un sistema de ecuaciones, mediante la aplicación de la Ecuación (5.3), en cada punto de la malla, y considerando las condiciones de borde, se resuelve el sistema de ecuaciones, obteniéndose la parte de la reacción del terreno que toma directamente la platea para diferentes valores de  $r_i$  variando desde 4 hasta 9 con paso de 1,  $N$  variando desde 0,5 hasta 5 con un paso de 0,5 y  $\alpha$  desde 0 hasta 0,8 con un paso de 0,2, Cabe acotar que estos resultados se muestran en la Tabla 1 del Apéndice A1.

En la Figura 5.7, se pueden ver los resultados de este análisis para un  $r_e = 10$  m y  $\alpha = 0,4$ . Se observa que para un mismo valor de  $\alpha$ ,  $r_e$  y  $r_i$ , a medida que  $N$  crece (la rigidez de la platea disminuye), aumenta el porcentaje de reacción que toma la platea.

En la Figura 5.8 se puede ver el porcentaje de reacción que toma la platea para un  $r_e = 10$  m, y  $r_i = 4$  m, en función de  $N$  y  $\alpha$ . Es interesante observar que para  $N$ ,  $r_e$  y  $r_i$  constantes, a medida que aumenta el asentamiento inicial de la platea ( $\alpha$ ), es mayor el porcentaje de reacción que toma. Cabe acotar que para un mismo valor de  $N$  (igual Rigidez), al aumentar el Asentamiento Inicial  $w_o$  (mayor  $\alpha$ ), se puede presentar el caso que las vigas deban trabajar como anclaje (reacción de la platea mayor del 100 %), por ejemplo lo podemos observar cuando  $r_i = 4$ ,  $\alpha = 0.4$  para todo valor de  $N$ .

Es interesante remarcar la utilidad práctica de este tipo de Figuras debido a que para condiciones de diseño de plateas y vigas de borde, sabiendo el asentamiento inicial que está en función de  $\alpha$  y el valor de  $N$  que tiene en cuenta la rigidez de la platea, se puede sacar el porcentaje de reacción que toma la platea y con este dato tener en cuenta como diseñar las vigas de borde, dado que puede existir el caso, como se mencionó anteriormente, que halla que calcular a las vigas de borde como anclaje.

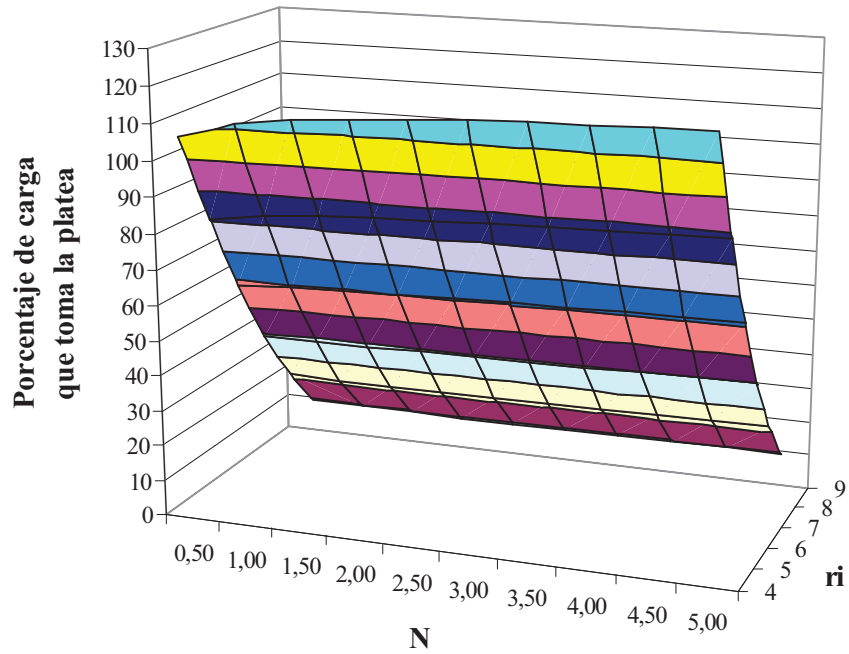


Figura 5.7: Reacción del terreno tomada por las plateas, para  $r_e = 10$  m, y  $\alpha = 0,4$ , en función de  $N$  y  $r_i$

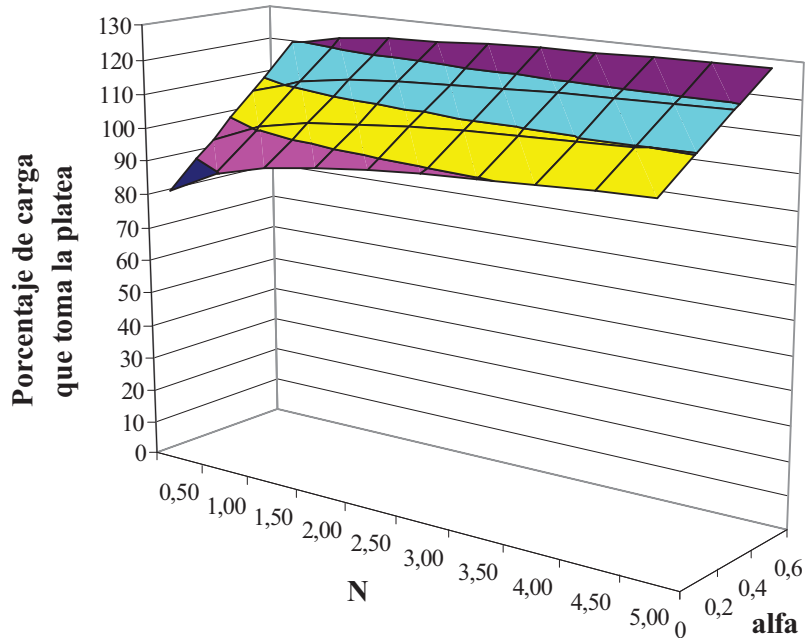


Figura 5.8: Reacción del terreno tomada por las plateas, para  $r_e = 10$  m y  $r_i = 4$ , en función de  $N$  y  $\alpha$

En la Figura 5.9 se puede observar como varía el porcentaje de carga que toma directamente la platea en función de  $N$  para diferentes valores de  $r_i$  y  $\alpha = 0,2$ , se puede

apreciar que a medida que el radio interior crece, el porcentaje que toma la platea disminuye, manteniéndose casi constante para las distintas rigideces de la platea.

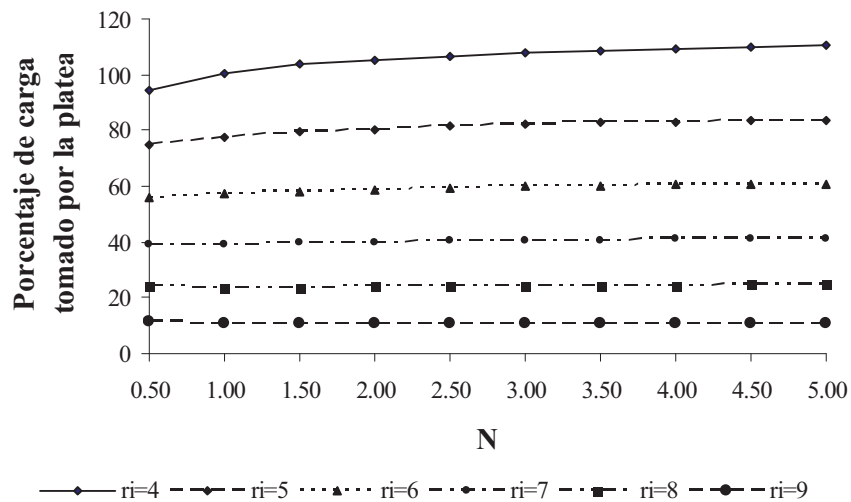


Figura 5.9: Porcentaje de carga que toma la platea; para distintos valores de ri con  $\alpha = 0,2$

Cuando la carga varía linealmente en una dirección radial, como lo muestra la Figura 5.10, la ley de variación de la carga está dada por la siguiente ecuación:

$$q_i(r) = q \left( \frac{m_i}{m} \right) \quad (5.10)$$

donde  $q = 98000 \text{ N/m}^2$  es la carga máxima,  $m_i$ : número de fila a que pertenece el punto y m es el número total de filas consideradas en la malla.



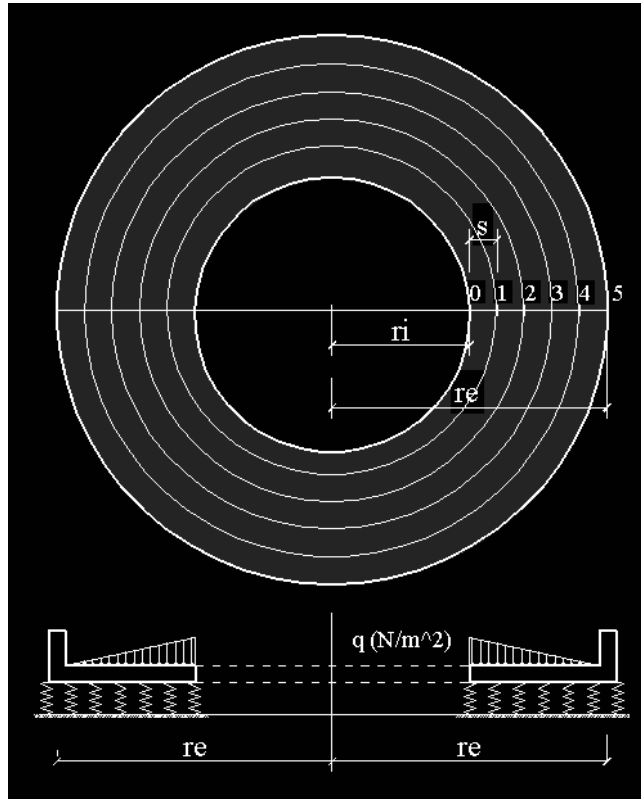


Figura 5.10: Esquema de Placa Anular Circular con  $r_i$  variable, y  $q$  variable con máximo en  $r_i$

Reemplazando en la Ecuación (5.3), el valor de la carga aplicada (con variación lineal) en la dirección radial, expresada en la Ecuación (5.10), se obtiene la ecuación general en Diferencia Finita, para una placa circular anular, con este tipo de cargas variables linealmente. Esta ecuación es:

$$\begin{aligned}
 &w_{i+2}(1+\lambda_i) - w_{i+1} \left( 4 + 2\lambda_i + \lambda_i^2 - \frac{\lambda_i^3}{2} \right) + w_i (6 + 2\lambda_i^2 + N) - \\
 &- w_{i-1} \left( 4 - 2\lambda_i + \lambda_i^2 + \frac{\lambda_i^3}{2} \right) + w_{i-2} (1 - \lambda_i) = \frac{Nq}{k} \left( \frac{m_i}{m} - \alpha \right)
 \end{aligned}
 \tag{5.11}$$

Resolviendo la Ecuación (5.11), donde la carga varía en forma radial y variando  $r_i$  desde 4 hasta 9 con paso de 1,  $N$  variando desde 0,5 hasta 5 con un paso de 0,5 y  $\alpha$  desde 0 hasta 0,8 con un paso de 0,2 y  $k = 980000 \text{ N/m}^3$ , se obtiene el porcentaje de distribución

de las reacciones en función del radio interior, cuyos resultados se pueden observar en la Tabla A1.3 del Apéndice A1.

En la Figura 5.11 se puede ver cómo varía el porcentaje que toma la platea en función de  $N$  y  $ri$ . Como se puede apreciar, a medida que el radio interior crece el porcentaje que toma la platea disminuye, siendo estos porcentajes menores que los presentados en la Figura 5.7, para carga constante.

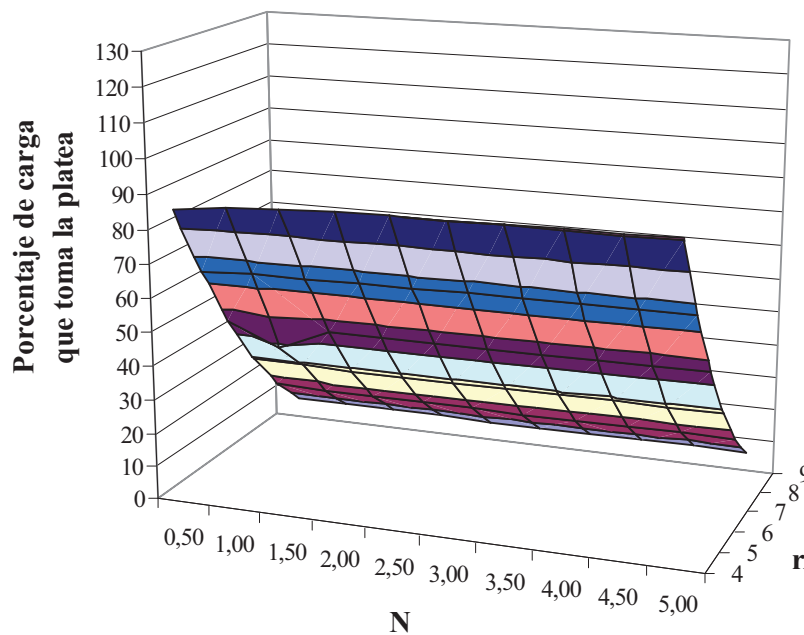


Figura 5.11: Porcentaje de carga que toma la platea; para distintos valores de  $ri$  y  $N$ , con  $\alpha = 0,4$

En la Figura 5.12 se puede observar el porcentaje de reacción que toma la platea para un  $re = 10$  m, y  $ri = 4$  m, en función de  $N$  y  $\alpha$ . Es interesante destacar que como pasa en el caso anterior, a medida que aumenta el asentamiento inicial de la platea es mayor el porcentaje de reacción que toma la misma.

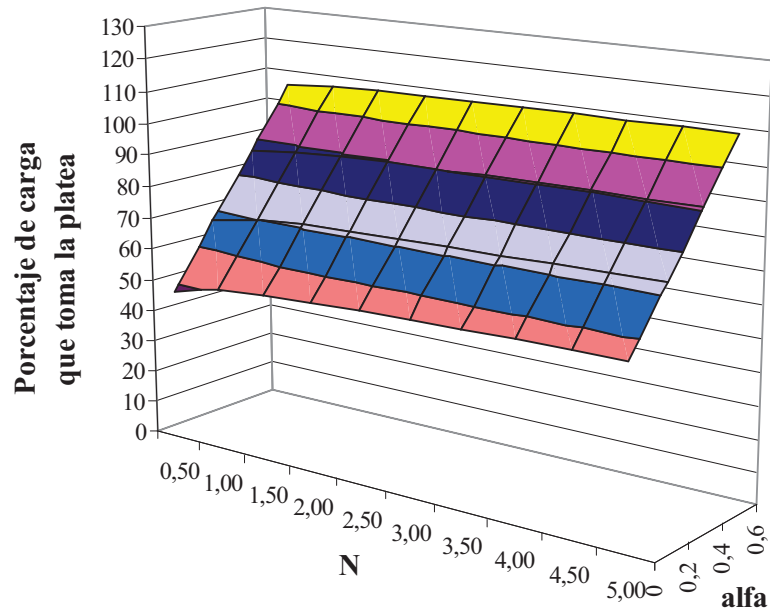


Figura 5.12: Reacción del terreno tomada por las plateas en %, para  $r_e = 10$  m, y  $r_i = 4$ , en función de  $N$  y  $\alpha$

En la Figura 5.13 se muestra un gráfico en 2 dimensiones del porcentaje de carga que toma una platea anular con carga variable en función de  $N$  para diferentes valores de  $r_i$  y  $\alpha = 0,2$ . Se puede apreciar que a medida que el radio interior crece el porcentaje que toma la platea disminuye, manteniéndose casi constante para las distintas rigideces de la platea.

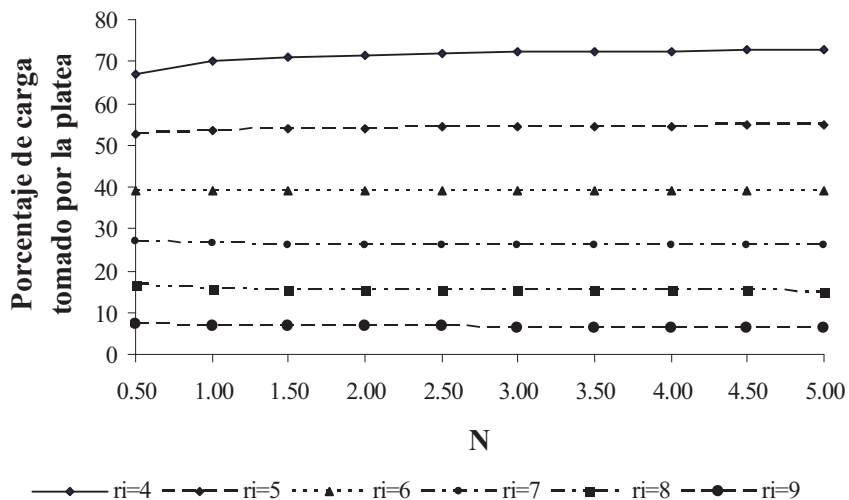


Figura 5.13: Porcentaje de carga que toma la platea para distintos valores de  $r_i$  y  $\alpha = 0,2$

En la Figura 5.14 se observa una platea anular con una carga que varía linealmente en forma creciente en la dirección radial.

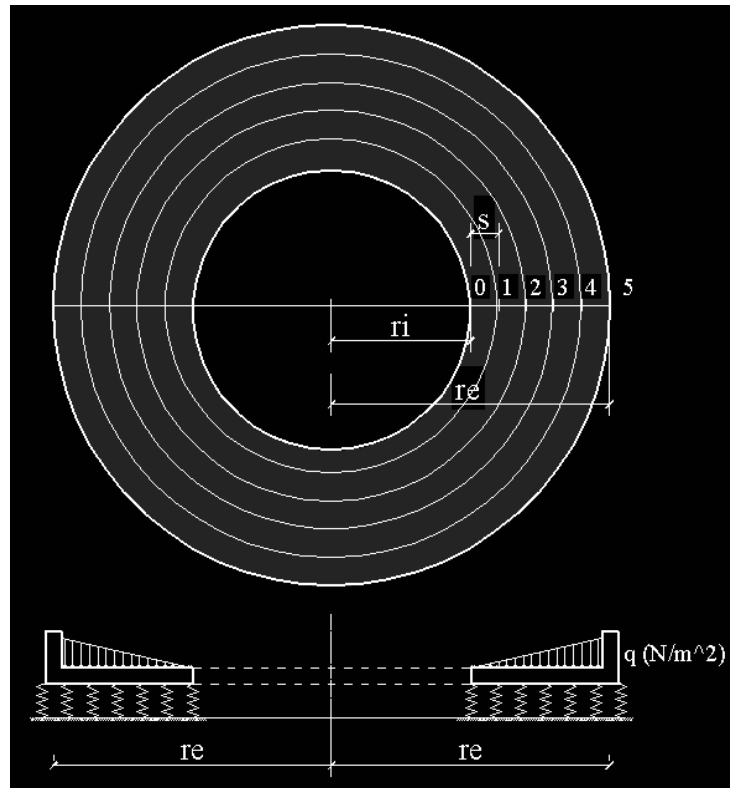


Figura 5.14: Esquema de Placa Anular Circular con  $r_i$  variable y  $q$  variable

De las Figuras 5.15 y 5.16 se puede apreciar que a medida que el radio interior crece, el porcentaje de carga que toma la placa disminuye, y manteniendo constante a  $N$ , a medida que aumenta el asentamiento inicial de la placa ( $\alpha$ ), es mayor el porcentaje de reacción que toma la misma.

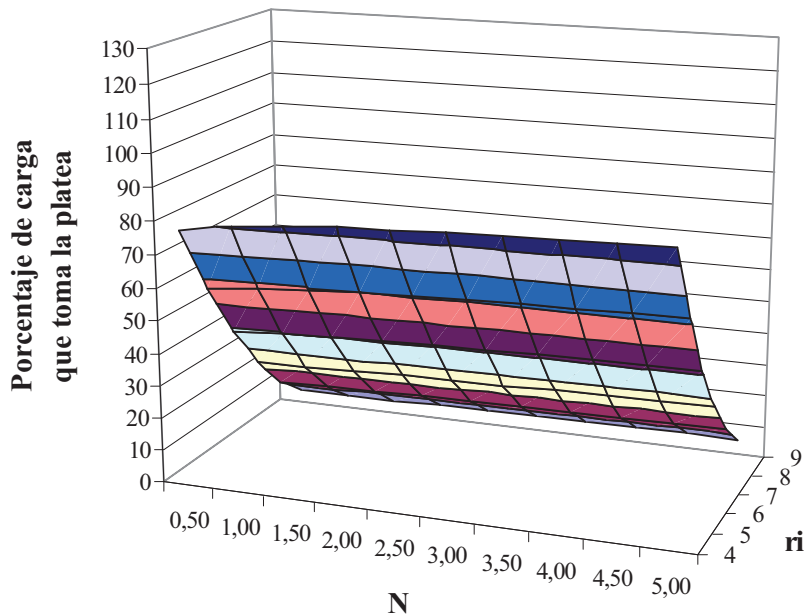


Figura 5.15: Porcentaje de carga que toma la platea; para distintos valores de  $r_i$  y  $N$  con  $\alpha = 0,4$

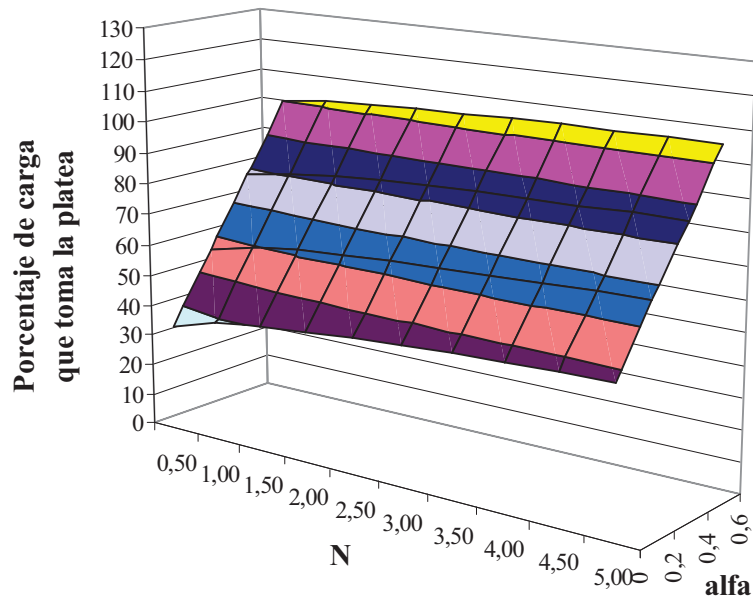


Figura 5.16: Reacción del terreno tomada por las plateas en %, para  $r_e = 10$  m, y  $r_i = 4$ , en función de  $N$  y  $\alpha$

En la Figura 5.17 se muestra cómo varía el porcentaje de carga que toma la platea en función de  $N$  para diferentes valores de  $r_i$  y  $\alpha = 0,2$ . Se puede observar que, en la medida

que el radio interior crece, el porcentaje que toma la platea disminuye, manteniéndose casi constante cuando los valores de los radios interiores ( $r_i$ ) son elevados.

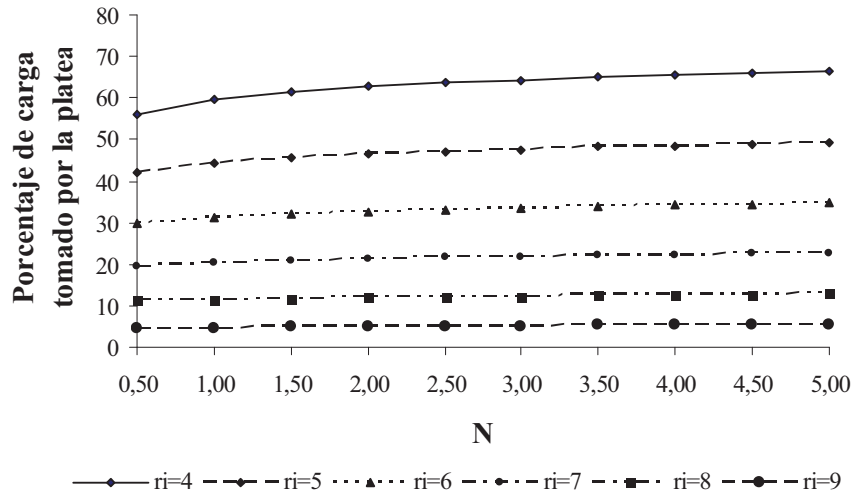


Figura 5. 17: Porcentaje de carga que toma la platea para distintos valores de  $r_i$  y  $\alpha = 0,2$

Es interesante destacar que en la Tabla 3 del Apéndice 1 se amplían los resultados presentados en las Figuras 13 y 14 para diferentes valores de  $r_i$  variando desde 4 hasta 9 con paso de 1,  $N$  variando desde 0,5 hasta 5 con un paso de 0,5 y  $\alpha$  desde 0 hasta 0,8 con un paso de 0,2.

### 5.3 REFERENCIAS

- [1] V. Z. Vlazov and N. N. Leontiev, "Beams, Plates and Shells on Elastic Foundations", Israel Program for Scientific Translations, Jerusalem, 1966.
- [2] V. V. Sokolovski, "Statics of Soil Media", Butterworth Scientific Publications, London, 1960.
- [3] S. Bharatha and M. Levinson, "A theory of elastic foundations", Archive for Rational Mechanics and Analysis, 74, pp. 249–266, 1980.
- [4] E. Volterra, Bending of circular beam resting on an elastic foundation, Journal of Applied Mechanics 19 (1952), pp. 1–4.
- [5] E. Volterra, Deflection of circular beams resting on elastic foundation obtained by the method of harmonic analysis, Journal of Applied Mechanics 20, pp. 227–237, 1953.

- 
- [6] J. C. Paloto, R. D. Santos, “Estudio de plateas de fundación mediante métodos numéricos”, *X ENIEF – Mecánica Computacional*, AMCA, Bariloche, Argentina, pp. 415-420, 1997.
- [7] J. C. Paloto, R. D. Santos.; “Distribución de las reacciones en plateas de fundación bajo carga variable”, *MECOM '99 - Mecánica Computacional*, AMCA, 107, Mendoza, 1999.
- [8] J. C. Paloto, R. D. Santos, “Sobre la capacidad de soporte en fundaciones según el tipo de reacción del suelo”, *XXIX Jornadas Sudamericanas de Ingeniería Estructural*, Punta del Este, Uruguay, Vol. I, 147, en CDRom, Trabajo N° 1.10.3, 2000.
- [9] J. C. Paloto, R. D. Santos, P. Domínguez; “Predeterminación de la repartición de las reacciones en un dispositivo de platea de fundación”. *Congreso de Ingeniería 2000*, Buenos Aires, en CDRom, Trabajo N° 49, 2002.
- [10] E. Winkler, “Die Lehre von der Elasticitaet und Festigkeit”, Prague, Czechoslovakia, 1867.
- [11] J. C. Paloto, R. D. Santos, C. J. Orbanich; “Procedimiento Mejorado para Determinar la Repartición de Reacciones de Fundación”, *XII ENIEF – Mecánica Computacional*, AMCA, Córdoba, pp. 306-312, 2001.
- [12] Matlab 5.3 and Simulink (TM), Versión 1.2c, for Microsoft Windows, The MathWorks, Inc, 1998.
- [13] C. J. Orbanich, J. C. Paloto, N. F. Ortega ; “Plateas de Fundación con Reacción de Terreno no Lineal”, *XIII ENIEF – Mecánica Computacional*, AMCA, Bahía Blanca, pp. 540-551, 2003.
- [14] O. C. Zienkiewicz, R. L. Taylor; “El Método de los Elementos Finitos. Formulación básica y problemas lineales”, *McGraw-Hill*; CIMNE; (1); Barcelona, 1994.
- [15] ALGOR 23 Professional Mech/VE, Linear Stress and Dynamics, Reference División. Algor, Pittsburg, EEUU, 2009.
- [16] S. Timoshenko, S. Woinowsky Krieger; “Theory of Plates and Shells”, *Mc Graw Hill*, Kogakusha, Japan, 1959.
- [17] A. Guzmán, C. Luisoni, G. Ventura; “Curso de Elasticidad Aplicada, Cuaderno II”; Facultad de Ciencias Exactas y Tecnológicas, Universidad Nacional de Tucumán, 1961.
- [18] J. C. Paloto, R. D. Santos; “Reacciones de soporte en plateas circulares de fundación con vigas de borde”. *V CIDIM, IV CONIM*, Mérida, Venezuela, pp. 341-345, 2001.
-

## **CAPÍTULO 6**

### **DETECCIÓN DE FALLAS EN VIGAS DE FUNDACIÓN ELÁSTICA DE H° A° CON FISURAS DISCRETAS**

#### **6.1 INTRODUCCIÓN**

Una estructura se puede dañar por diversas causas: sobrecargas accidentales que excedan aquellas para las cuales fue diseñada, por el cambio o el deterioro de sus propiedades mecánicas en el transcurrir del tiempo, por la influencia del medio ambiente, entre otras. Con el fin de realizar la detección temprana de los daños estructurales, muchos investigadores han desarrollado métodos de evaluación para conocer el estado en que se encuentran los elementos. La detección del daño se puede efectuar mediante métodos de auscultación basados en ensayos destructivos y no destructivos.

Existe interés en disponer de técnicas que permitan hacer un seguimiento continuo del estado de las estructuras. Entre los métodos no destructivos, están aquellos que se basan en establecer el cambio de la respuesta dinámica de la estructura. Estos últimos métodos han sido tratados por diferentes investigadores, generándose un número importante de publicaciones, entre las cuales se pueden referenciar a Rizos y otros, Dimarogonas, Salawu, Yang y otros, Kim y Stubbs, y Owolabi [1 a 6].



---

Comparativamente, existen pocos trabajos sobre identificación del daño, basado en el análisis de la respuesta estática de una estructura [7 a 13].

Las fisuras en los elementos estructurales producen cambios en el comportamiento estático y dinámico del elemento afectado. En la mayoría de las estructuras es relativamente fácil realizar una inspección visual, con el fin de evaluar su estado, pero en el caso de las fundaciones, es dificultoso su acceso.

Es interesante destacar que un algoritmo para la detección de daño incluye cuatro etapas diferentes de análisis: la detección de la presencia del daño, la localización, la cuantificación y por último, la predicción de la Vida o Capacidad Portante Residual de la estructura afectada.

En los Capítulos 3, 4 y 5 el autor de esta tesis ha enfocado su tarea en el diseño de las fundaciones mediante parámetros mecánicos y geométricos, es decir, cálculos de sus desplazamientos, porcentaje de reacción que toma la placa y las vigas para diferentes configuraciones de cargas, coeficiente de reacción del terreno, rigidez, asentamientos iniciales, es decir, teniendo en cuenta los parámetros mecánicos y geométricos que intervienen. De aquí en adelante se centrará la atención en las patologías de las estructuras de fundaciones superficiales, cómo detectarlas, localizarlas y cuantificarlas, lo que en el Capítulo 1 se mencionó como detección a nivel 3.

En este capítulo se desarrollarán técnicas para la detección a nivel 2 y 3, utilizando modelos numéricos, resueltos con el empleo del Método de los Elementos Finitos [13]. Antes de continuar avanzando conviene hacer un comentario general respecto de la elección del Método de los Elementos Finitos. Se empleó el mismo por la versatilidad de casos que permite estudiar, que han llevado al éxito comercial que tienen, siendo su uso muy difundido en todo el mundo; esto se debe a la facilidad que tiene para la generación de geometrías de diversos tipos y al gran avance en la sistematización y optimización realizada en los softwares comerciales. Todo ello ha permitido que se puedan modelar la malla muy bien en las zonas cercanas a las fisuras y en los diferentes tipos de materiales que intervienen.

---

Es interesante destacar que se utilizarán distintos parámetros estáticos y dinámicos. En el caso de los estáticos, se emplearon parámetros como los Desplazamientos Verticales, Diferencia entre Desplazamientos Verticales y Curvatura de la Elástica; en el caso de la respuesta dinámica, lo que se mide es la variación en Frecuencias y Modos de vibración.

Para la detección y localización del daño se presentarán dos técnicas. La primera está relacionada con la variación de la flexibilidad de la estructura dañada, tomando como referencia la misma estructura sin afectación. La segunda técnica se basa en la variación de la curvatura de la deformada, la cual se obtiene mediante el Método de las Diferencias Finitas.

Los análisis se realizarán en vigas de fundación elástica [15 a 17], adoptando una reacción del terreno cuya magnitud varía linealmente con la deformación del terreno [18 a 23].

Es interesante destacar que los tipos de técnicas que se emplearon permiten, en la práctica, hacer el seguimiento de estructuras de fundación mediante ensayos no destructivos, para así evaluar en Capacidad de Carga Residual.

## **6.2 DETECCIÓN DE DAÑO A NIVEL 2**

Como se mencionó en la introducción, una estructura dañada presenta una rigidez relativa menor que la misma sin daño. Esto se evidencia en la respuesta estática, es decir, mediante los Desplazamientos Verticales y las Deformaciones producidas por la acción de las cargas actuantes.

Los Desplazamientos Verticales y las Deformaciones de una estructura son funciones de su geometría, de las propiedades del material y de las cargas externas. El daño puede presentarse como un cambio en las propiedades del material o bien una alteración en su geometría (momento de inercia). En este capítulo, el daño se modela como una fisura

---

---

discreta que altera la geometría, y más específicamente, el Momento de Inercia de la zona afectada.

Es interesante destacar que se comparan dos métodos de detección del daño en estructuras, a nivel 2, basados en el análisis de su respuesta estática. Además, se presenta un método que permite estimar la cuantificación del daño, que no provee una solución explícita al problema inverso, debido a que está basada en el uso de métodos numéricos.

Se realizaron modelos representativos de la estructura con y sin daño, que consistió en una viga de fundación sobre un terreno elástico tipo Winkler. Se analizó mediante un software que emplea el Método de los Elementos Finitos, comercialmente conocido como ALGOR [23], obteniéndose los valores de Desplazamientos Verticales y Deformaciones en distintos puntos. Se debe tener presente que los valores de los Desplazamientos Verticales y Deformaciones se pueden obtener en forma experimental, ya sea medidos in situ en la estructura real o bien en un modelo físico a escala.

### **6.2.1 DETERMINACIÓN DE LA PRESENCIA DE DAÑO EN ESTRUCTURAS**

Para la determinación de la presencia de daño se realizó la comparación de los valores de los Desplazamientos Verticales correspondientes a la estructura con y sin daño, empleándose esta variable como un índice de la existencia del mismo. Cabe acotar que en el modelo empleado no se tuvo en cuenta la armadura longitudinal de la sección de hormigón en el sector donde se encuentra la fisura, a los efectos de agilizar la velocidad de cada corrida del programa, cuyo tiempo de ejecución era aproximadamente cinco veces mayor. No obstante, para verificar el error cometido por esta simplificación, se realizó un modelo en el que se introdujo dentro de la fisura un elemento “truss”, detectándose una máxima diferencia en los Desplazamientos Verticales entre los modelos con y sin armadura en la fisura del 0,02 %.

Con relación a la determinación en obra de los Desplazamientos, se los puede medir mediante el uso de flexímetros mecánicos, cuya precisión es del orden de la centésima de

milímetro, o con instrumental electrónico, tal es el caso de los LVDT, cuya precisión habitual, es igual o superior a la de los flexímetros. Es interesante destacar que la capacidad de medición de estos equipos es suficiente, debido a que con la décima de milímetro ya se pueden detectar los desplazamientos originados por las fallas.

### 6.3 MODELACIÓN NUMÉRICA

En la Figura 6.1 se muestra un ejemplo de los modelos utilizados en este capítulo con sus dimensiones. La misma corresponde a una viga de fundación donde se colocó una fisura sobre la viga a una distancia  $x$  del extremo izquierdo y otra fisura en la platea a una distancia  $x_l$  del extremo izquierdo. En la Figura 6.2 se aprecia la densificación de la malla en la zona de fisuras en la viga. Es interesante destacar que la densificación de la malla en la platea es similar a la observada en la Figura 6.2. Estos modelos fueron analizados considerando elementos tipo Plate - Shell. Se diseñó una malla de elementos rectangulares, con nodos en sus vértices y en la zona de las fisuras se la densificó, empleándose elementos triangulares. El cambio de rigidez, debido al daño, fue modelado mediante la incorporación de una fisura discreta.

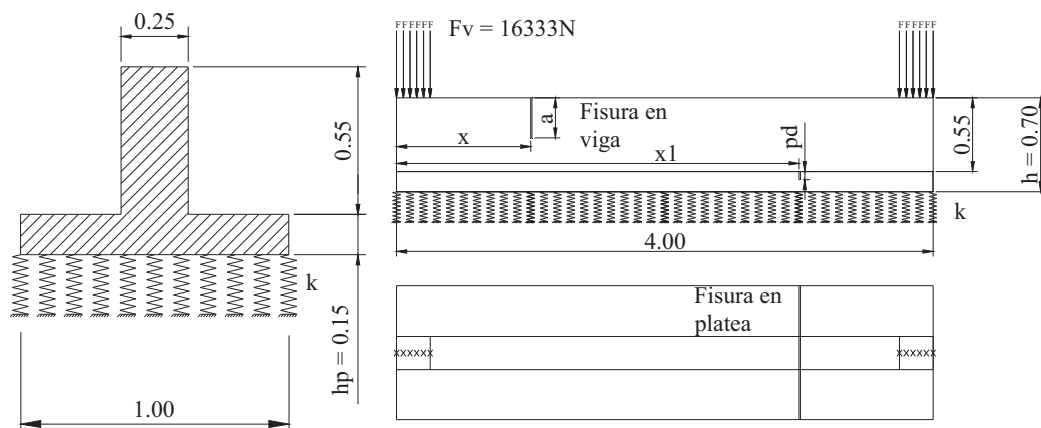


Figura 6.1: Modelo de Viga de Fundación con fisura en la viga y en la platea (unidades de long. en metros)

Al hormigón armado, se lo consideró homogéneo, continuo e isótropo. Las propiedades que se adoptaron fueron las de la librería de Algor [14] y son:  $E = 3,10 \cdot 10^{10} \text{ [N/m}^2\text{]}$ ;  $\nu =$

0,15 y  $\rho = 2351$  [Kg/m<sup>3</sup>]. Las cargas son concentradas en los nudos cuyo valor es de  $F_v = 16333$  N en cada nudo, simulando la descarga de una columna en ambos extremos de la viga. El valor del Coeficiente de Reacción del Terreno ( $k$ ) es de  $9,8 \cdot 10^7$  N/m<sup>3</sup>.

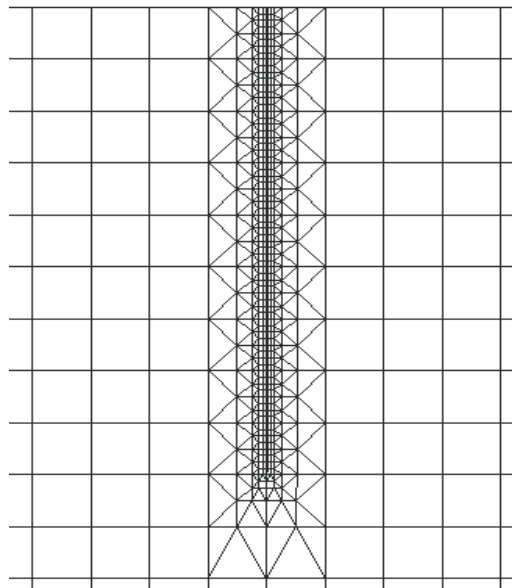


Figura 6.2: Detalle de malla en la fisura de viga

### 6.3.1 ANÁLISIS ESTÁTICO DE LOS RESULTADOS DEL MODELO DE VIGA DE FUNDACIÓN, CON UNA FISURA EN LA VIGA

En la Figura 6.3 se representan los Desplazamientos Verticales de una viga de fundación, con daño en una posición fija, correspondiente al punto  $x = 1.5$  m, en función de la ubicación relativa de cada punto, para distintas relaciones de  $a/h$  (donde: “a” es la profundidad del daño y “h” es la altura total de la viga), efectuándose la medición de los Desplazamientos Verticales sobre la viga. Además, se ha incluido en esta gráfica la curva correspondiente a los Desplazamientos Verticales de la estructura sin daño.

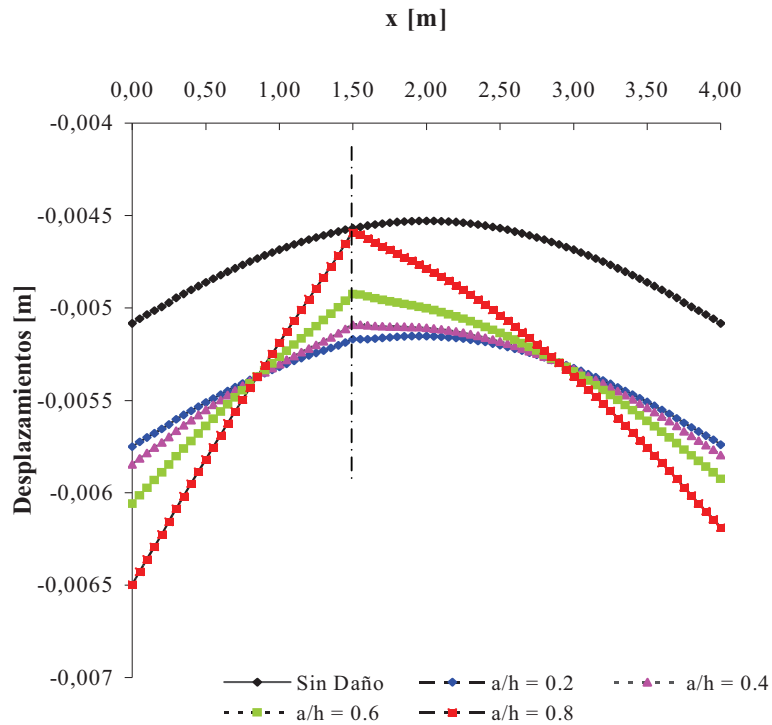


Figura 6.3: Desplazamiento Verticales de una Viga de Fundación con distintas severidades de daño, en  $x = 1,5$ m, medido desde la viga

En la Figura 6.4 se representan los Desplazamientos Verticales de una Viga de Fundación, con daño en una posición fija, correspondiente al punto  $x = 1,5$  m, en función del eje longitudinal (viga y platea), para distintas relaciones de  $a/h$ , efectuándose la medición de los Desplazamientos Verticales sobre la platea. Estos fueron medidos a 0,05 m del borde libre de la platea.

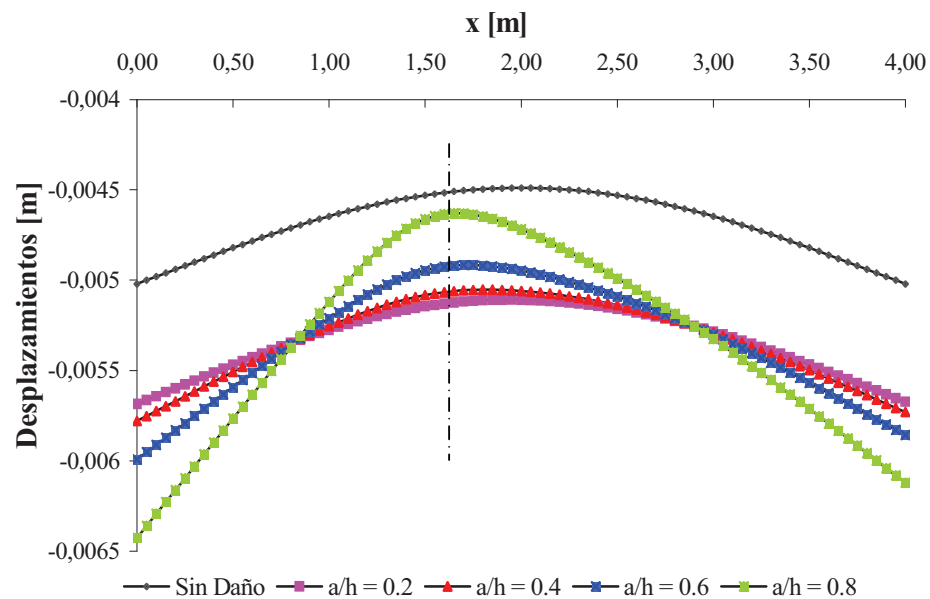


Figura 6.4: Desplazamientos Verticales de una Viga de Fundación con distintas severidades de daño, en  $x = 1,5\text{m}$ , medido desde la platea

En la Figura 6.5 se representan los Desplazamientos Verticales, en función de la ubicación relativa de cada punto, para una relación  $a/h = 0,6$  y distintas ubicaciones del daño, es decir, diferentes valores de  $x$  (igual severidad y distinta ubicación), midiendo los Desplazamientos Verticales sobre la viga. Es interesante destacar que este método pierde sensibilidad en la medida que la zona dañada se aproxima a los apoyos.

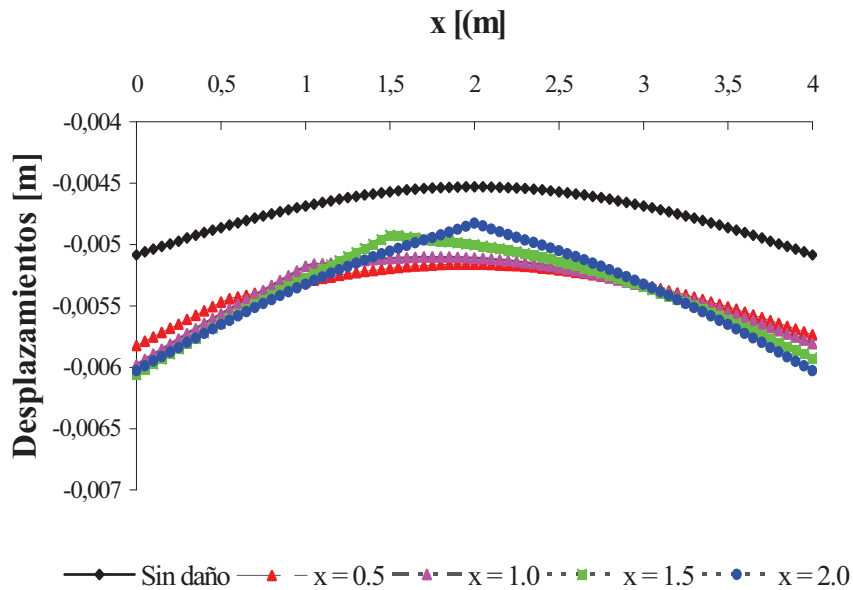


Figura 6.5: Desplazamientos Verticales de una Viga de Fundación con daño en distintas ubicaciones y  $a/h = 0,6$ , medido desde la viga

Es importante acotar que en las Figuras 6.3 y 6.4, se observa que a medida que la relación  $a/h$  se incrementa, es decir, cuando el daño es más severo, se hace más pronunciado el cambio de la pendiente de las curvas, en la zona donde se presenta el daño. Entre los casos de estudio, se aprecia que la forma de la curva correspondiente a la relación  $a/h = 0,2$ , difiere muy poco de la curva sin daño. Es interesante destacar que cuando se mide desde la viga, Figuras 6.3 y 6.5, el cambio de pendiente en la elástica es más pronunciado que cuando se mide sobre la platea (Figura 6.4).

### 6.3.2 ANÁLISIS ESTÁTICO DE LOS RESULTADOS DEL MODELO DE VIGA DE FUNDACIÓN, CON UNA FISURA EN LA PLATEA

En la Figura 6.6 se representan los Desplazamientos Verticales de una Viga de Fundación, con daño en una posición fija de la platea, correspondiente al punto  $x = 2,5\text{m}$ , en función del eje longitudinal de la platea, para distintas relaciones de  $pd/hp$  (donde “ $pd$ ” es la profundidad del daño en la platea y “ $hp$ ” es la altura total de la misma), efectuándose la medición de los Desplazamientos Verticales sobre la platea.



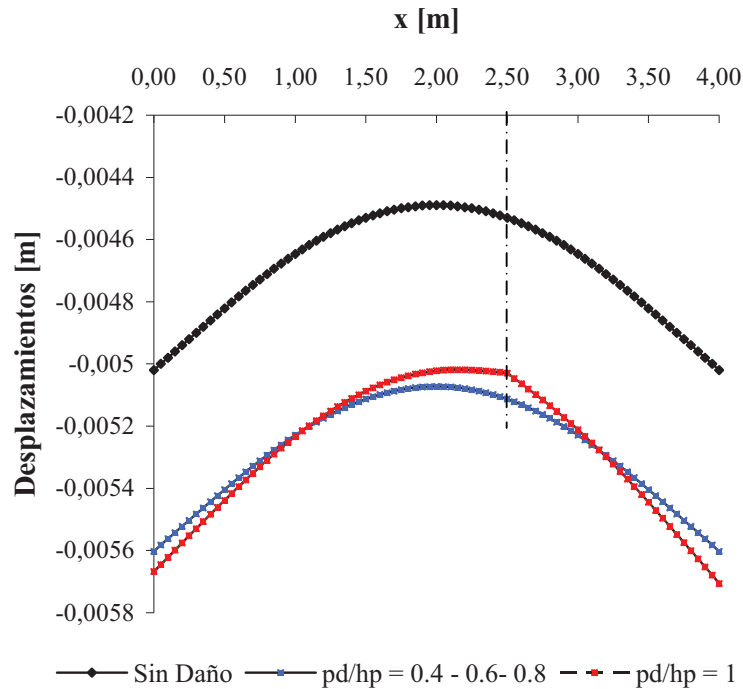


Figura 6.6: Desplazamiento de una Viga de Fundación con distintas severidades de daño en la platea, en  $x = 2,5$ , medido desde la platea

### 6.3.3 ANÁLISIS ESTÁTICO DE LOS RESULTADOS DEL MODELO DE VIGA DE FUNDACIÓN, CON UNA FISURA EN LA VIGA Y EN LA PLATEA

En la Figura 6.7 se representan los Desplazamientos Verticales de una Viga de Fundación, con daños en la viga y en la platea correspondiente al punto  $x = 1$  m y  $x = 3$  m respectivamente, en función del eje longitudinal (viga y platea) y para distintas relaciones de  $a/h$  y de  $pd/hp$ , efectuándose las mediciones sobre la viga.

Cabe acotar que no se hizo coincidir la ubicación del daño en la platea y en la viga, que sería la situación más factible, pero que acentuaría lo observado cuando el daño está sólo en la viga, en cambio, al colocar las dos zonas dañadas no coincidentes, se trató de poner en evidencia la sensibilidad del método.

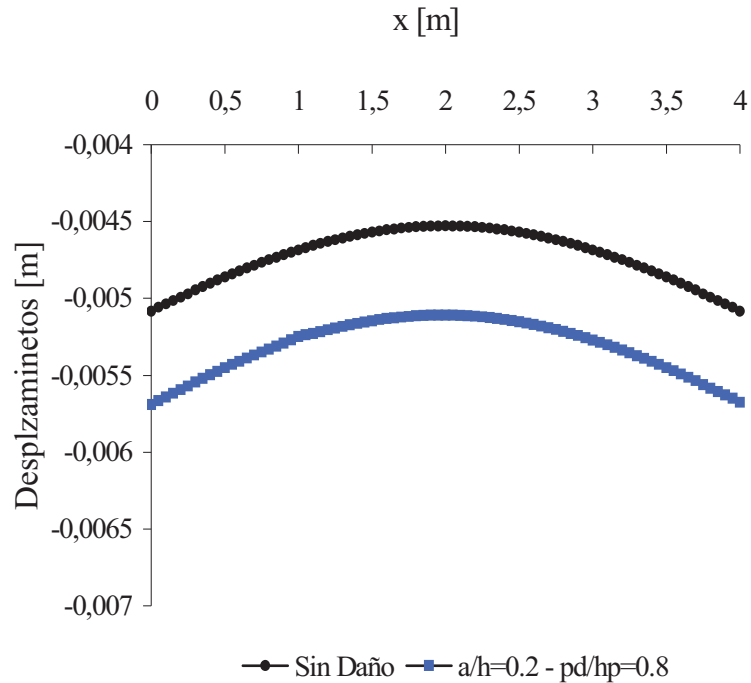


Figura 6.7: Desplazamientos Verticales de una Viga de Fundación con daño en la viga a 1 m y en la platea a 3 m del extremo, para  $a/h = 0,2$  y  $pd/hp = 0,8$ , medido desde la viga

Las curvas que representan los Desplazamientos Verticales, cuando la medición se realiza sobre la platea, presentan similar comportamiento a la estructura sana, sin quiebres apreciables. No obstante, sus desplazamientos son aproximadamente un 10 % mayores.

## 6.4 DETECCIÓN DE DAÑO A NIVEL 2 MEDIANTE MÉTODOS ESTÁTICOS

La localización del daño se realiza una vez determinada la presencia del mismo en la estructura. Esto es lo que llamamos detección de daño a nivel 2, tal como se mencionó en el Capítulo 1. Para ello, en este capítulo se utilizarán dos métodos estáticos: el Método de la variación de los Desplazamientos Verticales y el Método de la Curvatura de la Elástica.

---

#### 6.4.1 DETECCIÓN DE DAÑO A NIVEL 2 MEDIANTE EL MÉTODO DE LA VARIACIÓN DE LOS DESPLAZAMIENTOS VERTICALES

Como se explicó en el Capítulo 2, este método se basa en el estudio de la diferencia existente entre los Desplazamientos Verticales, correspondiente a la estructura sin daño y los de la estructura afectada, y se puede definir como:

$$VDV_i = |w_{iCD} - w_{iSD}| \quad (6.1)$$

donde  $w_{iCD}$  es el Desplazamiento Vertical del punto  $i$  en la estructura con daño, y  $w_{iSD}$  es el Desplazamiento del mismo punto en la estructura sin daño.

Si se dispone de estos datos en varios puntos, la gráfica de los mismos permite estimar la localización del daño.

##### *Detección de daño a nivel 2, en una viga de fundación con fisura discreta en la misma*

En la Figura 6.8 se representa la Variación de los Desplazamientos Verticales en función de la ubicación de cada punto de la malla, para una Viga de Fundación con daño en la viga en  $x = 1,5$  m. y graficándose cuatro profundidades de fisuras  $a/h = 0,2$ ,  $a/h = 0,4$ ,  $a/h = 0,6$  y  $a/h = 0,8$ . Aquí se puede apreciar que en el lugar donde está el daño, se produce el cambio de pendiente de las variaciones de los Desplazamientos Verticales, y por consiguiente, también varía el signo de la curvatura. Cabe acotar que en este caso, los Desplazamientos Verticales fueron medidos sobre la viga.

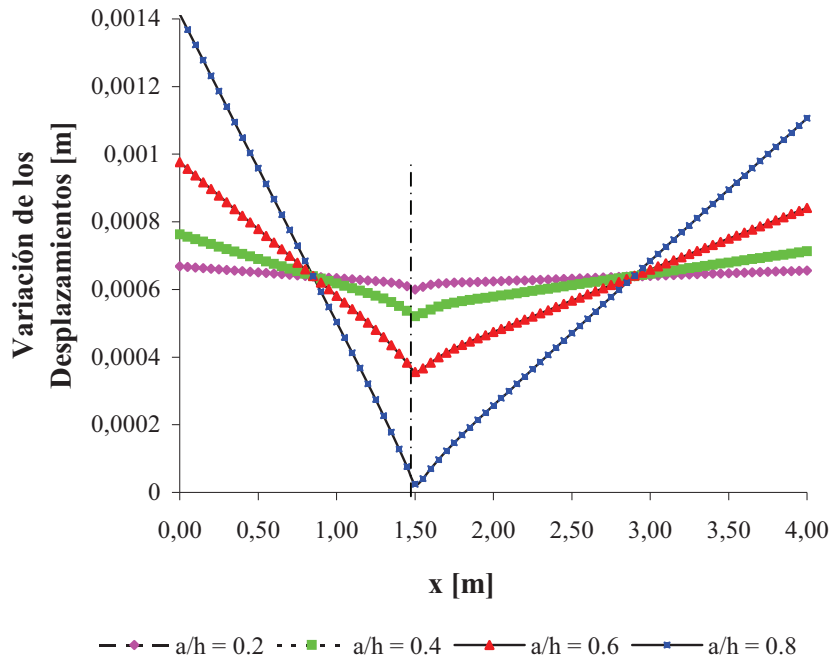


Figura 6.8: Variación de los Desplazamientos Verticales de una Viga de Fundación, con daño en  $x = 1,5\text{m}$ , medido desde la viga

Es interesante destacar que a medida que aumenta la profundidad del daño, el cambio de pendiente que presentan estas curvas, coincidente con la ubicación de la fisura, es más notorio. Cabe acotar que cuando los Desplazamientos Verticales son medidos sobre la platea, tal como lo muestra la Figura 6.9, las variaciones en las pendientes son más suaves.

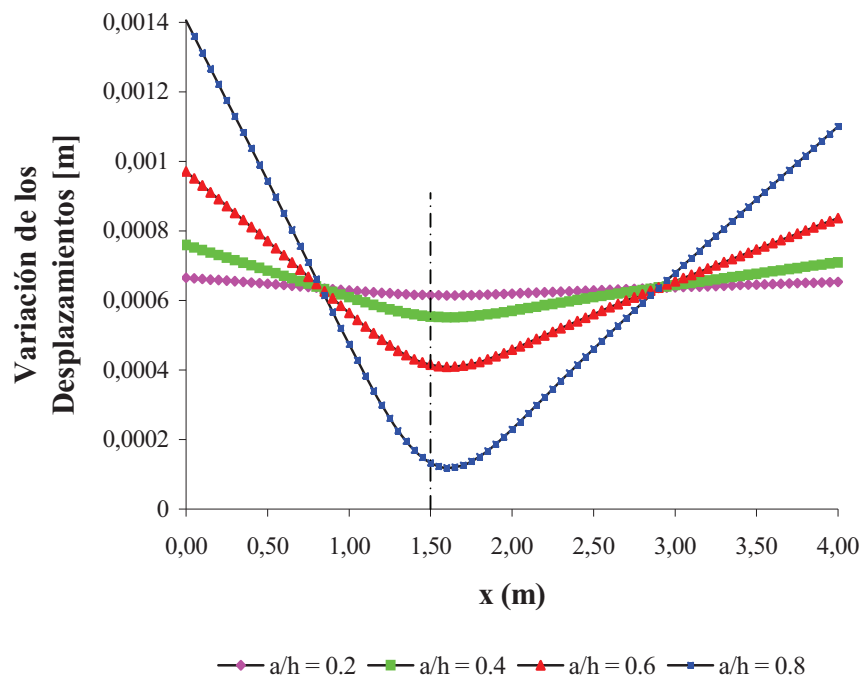


Figura 6.9: Variación de los Desplazamientos Verticales de una Viga de Fundación, con daño en  $x = 1,5\text{m}$ , medido sobre la platea

En las Figuras 6.10 y 6.11 se representan las variaciones de los Desplazamientos Verticales, en la dirección del eje longitudinal, para una relación  $a/h = 0,6$  y distintas ubicaciones del daño en la viga, medidos sobre la viga (Figura 6.10) y sobre la platea (Figura 6.11).

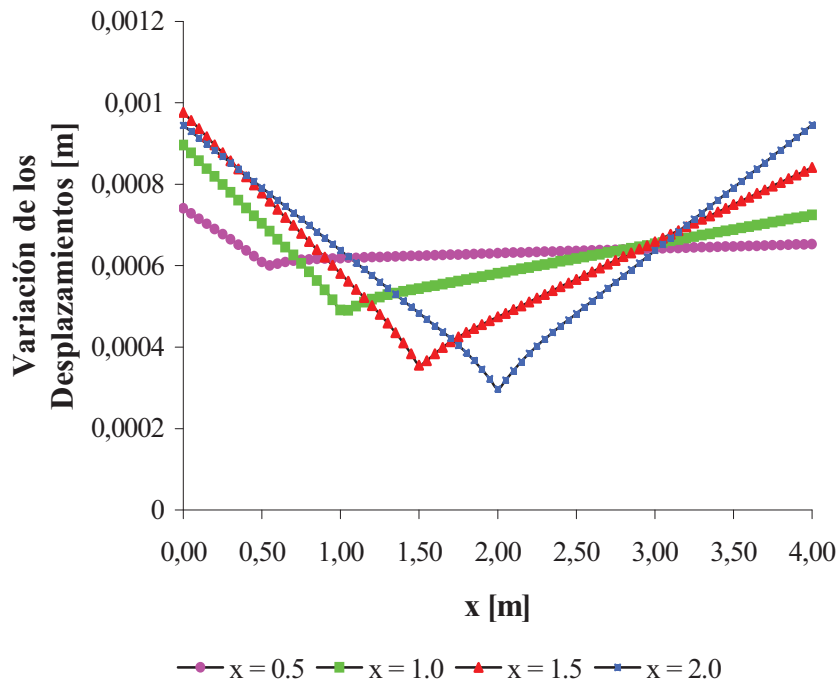


Figura 6.10: Desplazamientos Verticales de una Viga de Fundación con daño en la viga, en distintas ubicaciones y  $a/h = 0,6$ , medidos sobre la viga

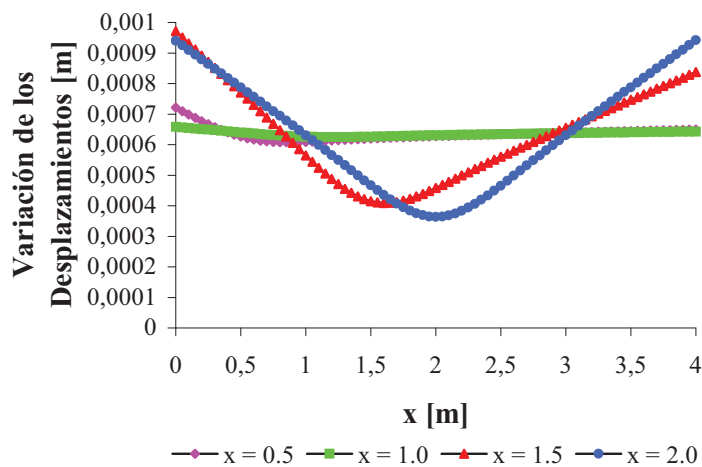


Figura 6.11: Variación de los Desplazamientos Verticales de una Viga de Fundación con daño en la viga, en distintas ubicaciones y  $a/h = 0,6$ , medido sobre la platea

Es interesante destacar que si la fisura se encuentra ubicada en proximidades de los extremos, la medición de los Desplazamientos sobre la platea no permite su identificación.

***Detección de daño a nivel 2, en una viga de fundación con fisura discreta en la platea***

En la Figura 6.12 se representa la variación de los Desplazamientos Verticales, medidos sobre la viga, en función de la ubicación de cada punto de la malla, para una Viga de Fundación con daño en la platea, en la ubicación correspondiente a  $x = 2,5$  m, graficándose tres profundidades de fisuras para  $pd/hp = 0,4$ ,  $pd/hp = 0,6$  y  $pd/hp = 0,8$ . Aquí se puede apreciar que el cambio de pendiente se produce en el punto  $x = 2$  m, estando el mismo separado  $0,5$ m del lugar donde se encuentra la fisura. Observando las curvas de nivel (igual desplazamiento) de la Figura 6.13, surge que las mediciones realizadas sobre la viga corresponden a Desplazamientos Verticales que no coinciden en su ubicación con los Desplazamientos Verticales de la platea, por ende no resulta conveniente tratar de localizar el daño en la platea, realizando determinaciones sobre la viga.

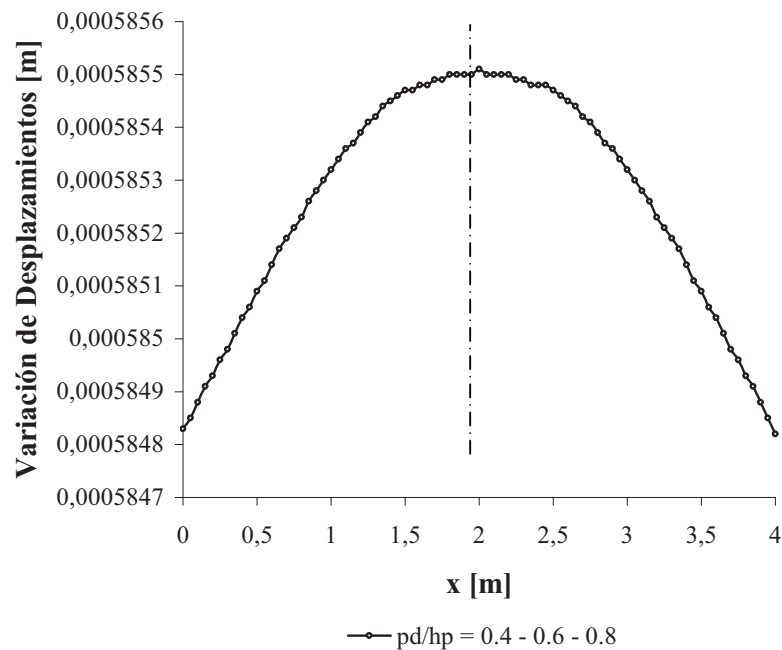


Figura 6.12: Variación de los Desplazamientos Verticales de una Viga de Fundación, con daño en la platea, en  $x = 2,5$ m, medido sobre la viga

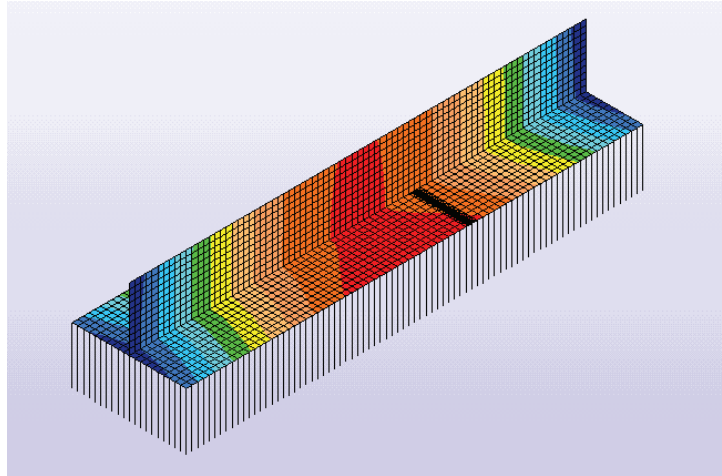


Figura 6.13: Curvas de nivel de los Desplazamientos Verticales de una Viga de Fundación, con daño en la platea, en  $x = 2,5$ m.

En la Figura 6.14 se representa la variación de los Desplazamientos Verticales, a lo largo de la Viga de Fundación, con daño en la platea en la ubicación correspondiente a  $x = 2,5$  m, graficándose dos profundidades de fisuras  $pd/hp = 0,4$  y  $pd/d = 0,6$ . Aquí se puede apreciar que en el lugar donde está el daño, se produce el cambio de pendiente de las Variaciones de los Desplazamientos Verticales y por consiguiente también varía el signo de la Curvatura de la Elástica. Es interesante destacar que los Desplazamientos Verticales fueron medidos sobre la platea.

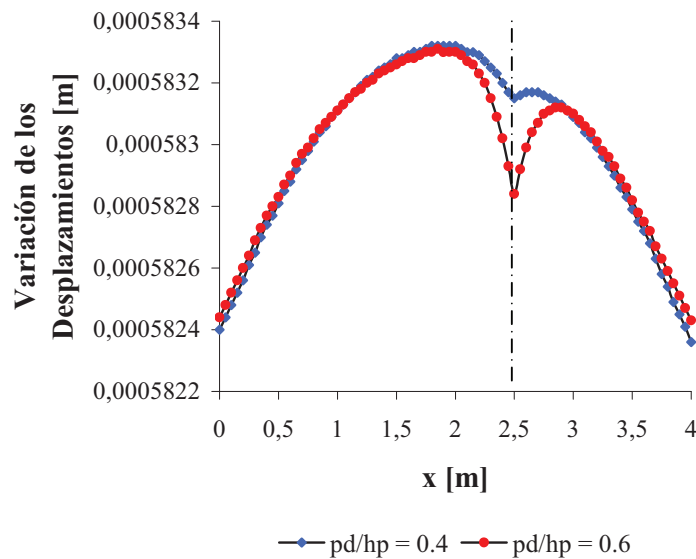


Figura 6.14: Variación de los Desplazamientos Verticales de una Viga de Fundación, con daño en la platea, en  $x = 2,5$ m, medido sobre la platea



En la Figura 6.15 se representan las variaciones de los Desplazamientos Verticales, obtenidos como la diferencia entre los Desplazamientos de la estructura sana y fisurada. Estos desplazamientos están medidos desde la platea, en función del eje longitudinal, para una relación  $pd/hp = 0,8$  y distinta ubicación del daño en la platea.

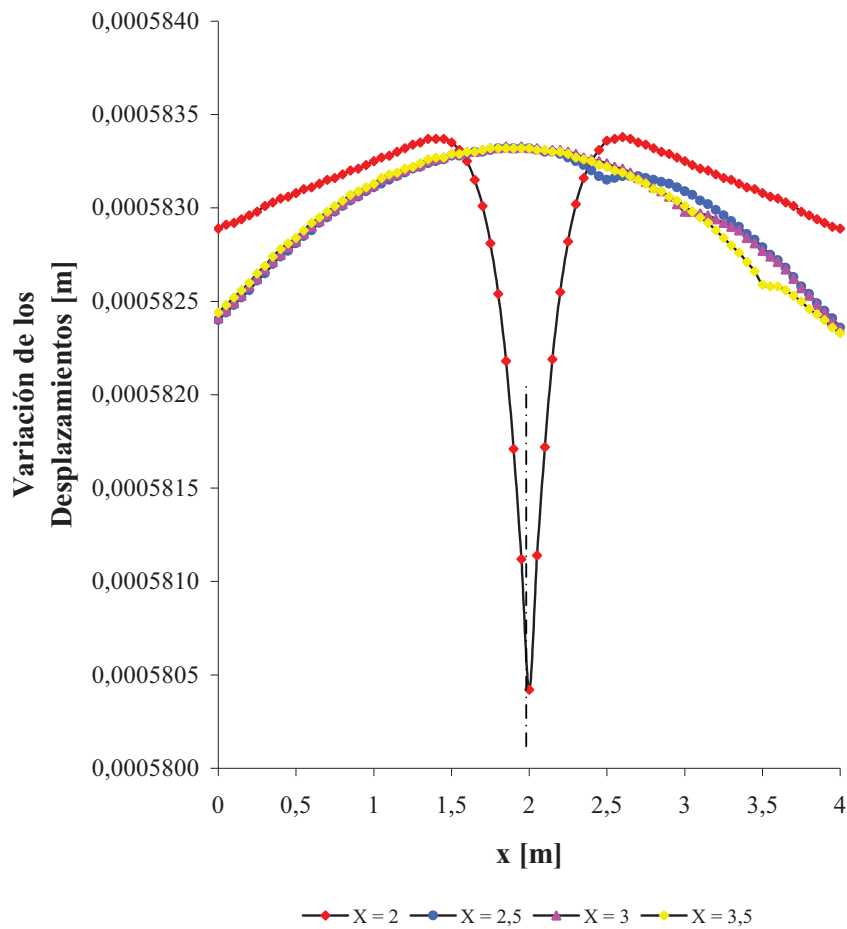


Figura 6.15: Variación de los Desplazamientos de una Viga de Fundación, con daño en la platea, en distintas ubicaciones y  $pd/hp = 0,8$ , medido sobre la platea

En la Figura 6.16 se muestran tres de las curvas representadas en la Figura 6.15, utilizando una escala distinta, con la finalidad de apreciar mejor que en el lugar donde está el daño, se produce un cambio de pendiente de las variaciones de los Desplazamientos Verticales y por consiguiente también varía el signo de la Curvatura de la Elástica.

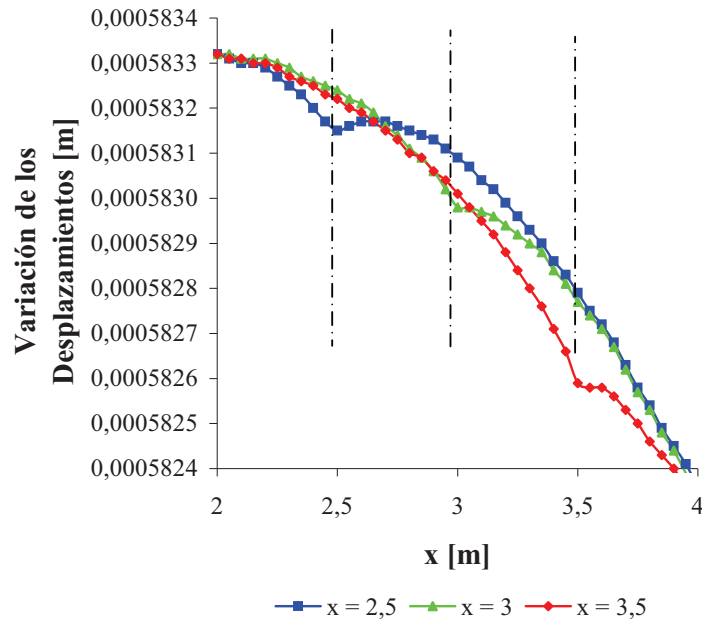


Figura 6.16: Variación de los Desplazamientos Verticales de una Viga de Fundación, con daño en la platea, en distintas ubicaciones y  $pd/hp = 0,8$ , medido desde la platea

***Detección de daño a nivel 2, en una viga de fundación con fisuras discretas, en la viga y en la platea simultáneamente***

En este punto se trabajó con la Variación de los Desplazamientos Verticales, en función de la ubicación de cada punto de la malla, para una Viga de Fundación con daño en la viga, en la ubicación correspondiente a  $x = 1$  m y en la platea, en la ubicación correspondiente a  $x = 3$  m, adoptando tres profundidades de fisura en la viga  $a/h = 0,2$ ,  $a/h = 0,4$ ,  $a/h = 0,6$  y cuatro profundidades de fisuras en la platea  $pd/hp = 0,4$ ,  $pd/hp = 0,6$ ,  $pd/hp = 0,8$  y  $pd/hp = 1,0$ . Es interesante destacar que los Desplazamientos Verticales fueron medidos sobre la viga y sobre la platea, combinando cada uno de los casos de fisura descriptos.

En la Figuras 6.17 y 6.18 se representa la Variación de los Desplazamientos Verticales de una Viga de Fundación, con daño en una posición fija en la viga y en la platea, correspondiente al punto  $x = 1$  m y  $x = 3$  m respectivamente, en función del eje longitudinal, para  $a/h = 0,2$  y  $pd/hp = 0,8$ , efectuando la medición sobre la viga y sobre la platea, respectivamente.

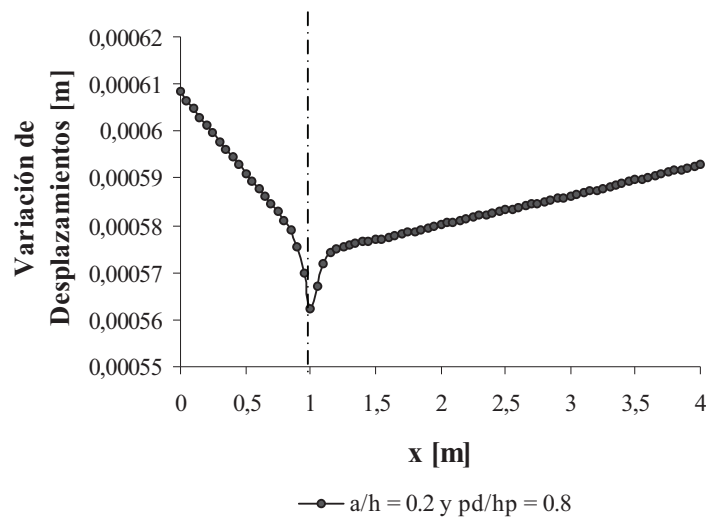


Figura 6.17: Variación de los Desplazamientos Verticales de una Viga de Fundación, con daño en la viga, en  $x = 1$  m y  $a/h = 0,2$  y en la platea, en  $x = 3$  m y  $pd/hp = 0,8$ , medidos desde la viga

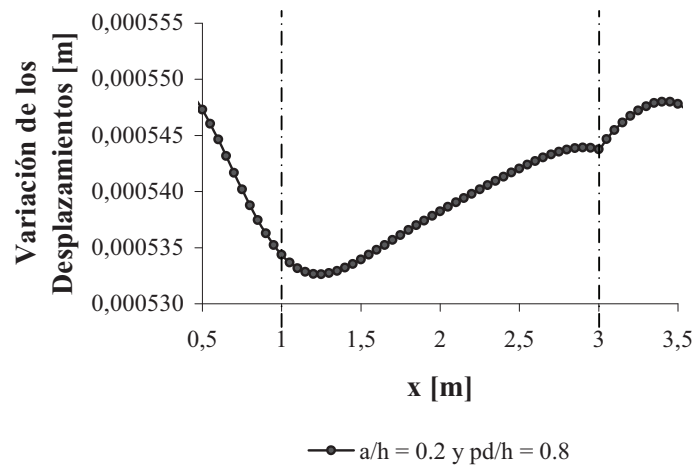


Figura 6.18: Variación de los Desplazamientos Verticales de una Viga de Fundación, con daño en la viga, en  $x = 1$  m y  $a/h = 0,2$  y en la platea, en  $x = 3$  m y  $pd/hp = 0,8$ , medidos sobre la platea

Es interesante destacar que si se mide sobre la viga, sólo se va a poder localizar fisuras que están en la viga, mientras que si se mide sobre la platea se van a poder localizar fisuras que están en la viga y en la platea. Para diferenciarlas, la curvatura cambia suavemente cuando el daño está en la viga, y presenta una discontinuidad, cuando el daño está en la platea.

### 6.4.2 DETECCIÓN DE DAÑO A NIVEL 2, MEDIANTE EL MÉTODO DE LA CURVATURA DE LA ELÁSTICA

Los valores de los Desplazamientos Verticales obtenidos en determinados puntos de la estructura, ya sean mediante mediciones experimentales, o como en este caso, desarrollando una simulación numérica, se pueden utilizar para obtener la Curvatura de la estructura deformada, mediante una aproximación por Diferencias Finitas Centrales [24]. De esta manera, la curvatura está dada por:

$$\frac{d^2w}{dx^2} = \frac{w_{i+1} - 2w + w_{i-1}}{s^2} \quad (6.2)$$

$$i = 2, \dots, n-1$$

donde  $s$  es la distancia entre dos puntos adyacentes (paso), mientras que  $w$  es el Desplazamiento en un punto determinado y  $n$  es el número de puntos disponibles en la malla.

Es importante mencionar, que este método no depende de la información de la estructura sin daño, siendo esto una importante ventaja cuando no se dispone de la misma.

Para una estructura sin daño, el gráfico de la curvatura presenta una forma suave. Mientras que la aparición de un pico o una discontinuidad en su forma, indican una variación anormal de la rigidez o flexibilidad en esa ubicación, la que es producida por el daño; de esta manera una zona o zonas dañadas pueden ser localizadas usando estas mediciones.

#### ***Detección de daño a nivel 2, en una viga de fundación con fisura discreta en la viga***

En la Figura 6.19 se muestra la Curvatura de la Elástica, calculada según la Ecuación (6.2), en función del eje longitudinal, para una Viga de Fundación con daño en la viga, en  $x = 1,5$  m, y cuya profundidad de fisura es  $a/h = 0,2$ . En esta gráfica se observa que la zona dañada presenta un salto pronunciado, además se aprecian tres pequeños saltos, en la zona de los extremos, donde está la aplicación de las cargas (columnas).

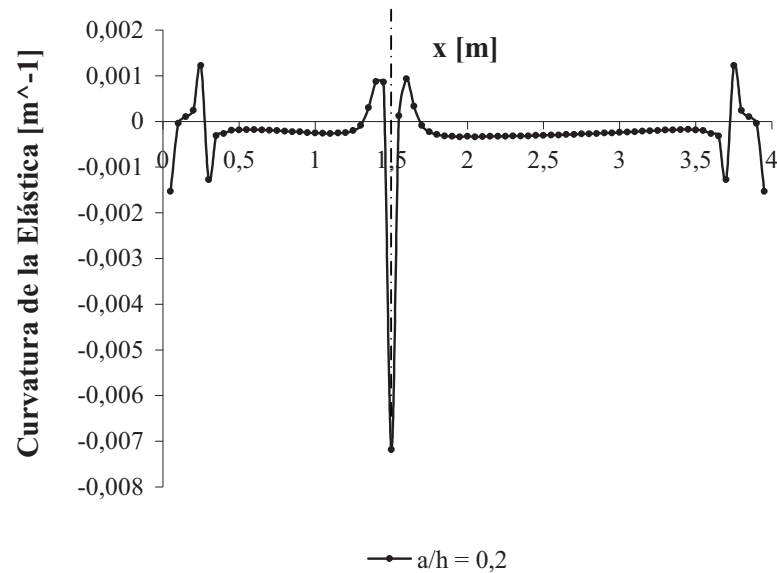


Figura 6.19: Curvatura de la elástica de una Viga de Fundación, con daño en la viga en  $x = 1,5\text{m}$  y con  $a/h = 0,2$ , medido sobre la viga

En la Figura 6.20 se muestra la Curvatura de la Elástica en el tramo de viga desde 1 hasta 2 m. Fue calculada según la Ecuación 6.2, en función del eje longitudinal, para una viga de fundación dañada en la viga, en  $x = 1,5\text{m}$ , y cuya profundidad de fisura varía desde  $a/h = 0,2$ , hasta  $a/h = 0,8$ . Cabe acotar que las gráficas de las Curvaturas de las Elásticas presentadas en esta Figura, son similares a las que se obtendrían si la excitación fuese dinámica.

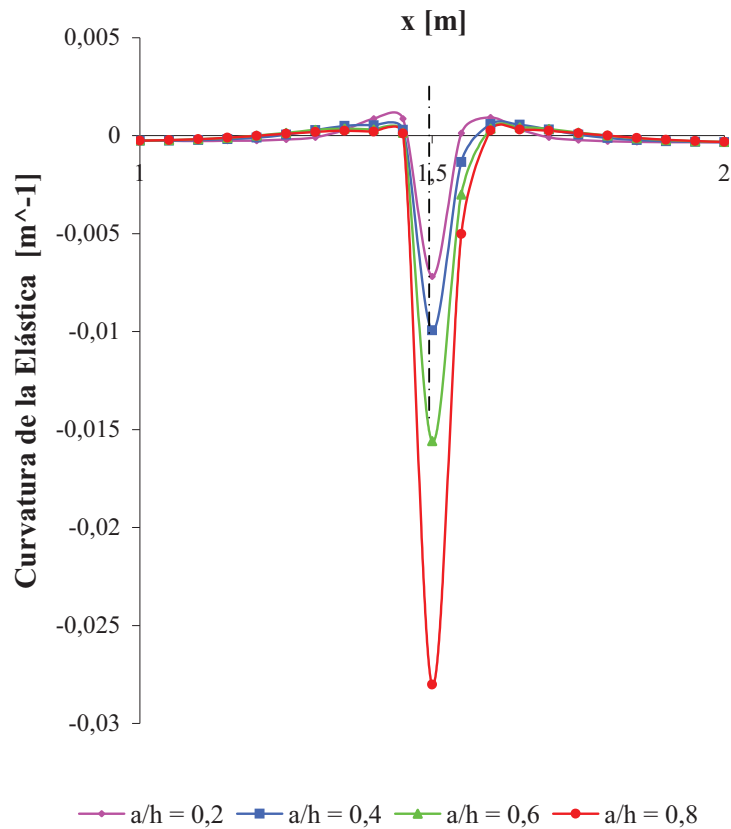


Figura 6.20: Curvatura de la Elástica de una Viga de Fundación, con daño en la viga en  $x = 1,5$  m y distintos  $a/h$ , medido sobre la viga

En la Figura 6.21, se muestran Curvaturas de la Elástica, calculada según la Ecuación (2), en función del eje longitudinal, para una Viga de Fundación dañada en la viga, en  $x = 0,5$  m,  $x = 1,0$  m,  $x = 1,5$  m,  $x = 2,0$  m y con una profundidad de fisura de  $a/h = 0,6$ .

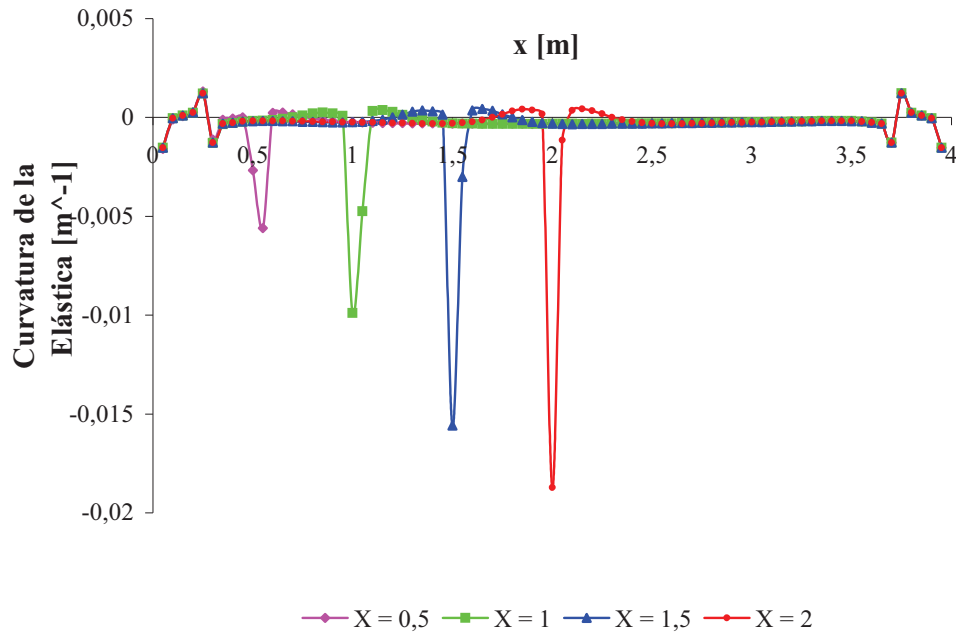


Figura 6.21: Curvatura de la Elástica de una Viga de Fundación, con daño en la viga en distintos  $x$ , con  $a/h = 0,6$ , medido sobre la viga

La Figura 6.22, presenta la variación de la Curvatura de la Elástica, calculada según la Ecuación 6.2, con los Desplazamientos Verticales medidos sobre la platea, en función del eje longitudinal, para una Viga de Fundación dañada en la viga, en  $x = 0,5$  m,  $x = 1,5$  m,  $x = 2,0$  m y con una profundidad de fisura  $a/h = 0,6$ .

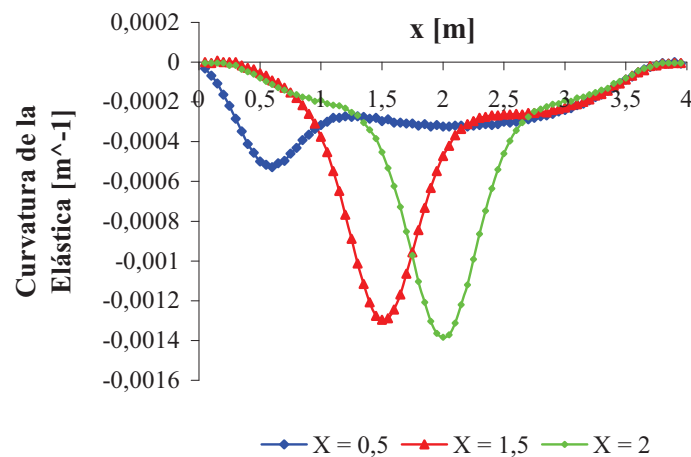


Figura 6.22: Curvatura de la Elástica de una Viga de Fundación, con daño en la viga en distintos  $x/L$ , con  $a/h = 0,6$ , medido sobre la platea

De la observación de las Figuras 6.21 y 6.22 se puede deducir que si se miden los Desplazamientos sobre la viga, el salto en la curvatura es más pronunciado.

## **6.5 ANÁLISIS DINÁMICO**

Dependiendo de las situaciones presentes en cada caso particular, puede convenir realizar un análisis estático o dinámico de la estructura. Se justificaría la implementación de un análisis dinámico (técnica y/o económicamente hablando) cuando no se pueden aplicar cargas estáticas sobre la estructura, por razones de uso, espacio para colocar las cargas de ensayo, costos, etc., o si se está estudiando la fundación de una máquina, donde su excitación dinámica podría lograrse fácilmente.

Para realizar el análisis dinámico, se adecuó el modelo que se muestra en la Figura 6.1, incorporándole un pórtico con columnas de hormigón armado de 0,25 m x 0,25 m y 4 m de altura, vinculadas en la parte superior por una viga de hormigón de 0,25 m de base x 0,60 m de alto x 4 m de largo tal como se puede apreciar en la Figura 6.23. La influencia en el análisis estático de este pórtico es prácticamente despreciable, pero en el dinámico es importante. Se consideró relevante incorporarlo para presentar una estructura más similar a las reales.

Cabe acotar que se realizaron varios modelos, con distintas relaciones  $a/h$  (profundidad de fisura / altura de la viga de fundación) y ubicaciones de la fisura. Determinando las Frecuencias Naturales y los Desplazamientos de cada modo, se comparan los resultados con un modelo sin fisura.



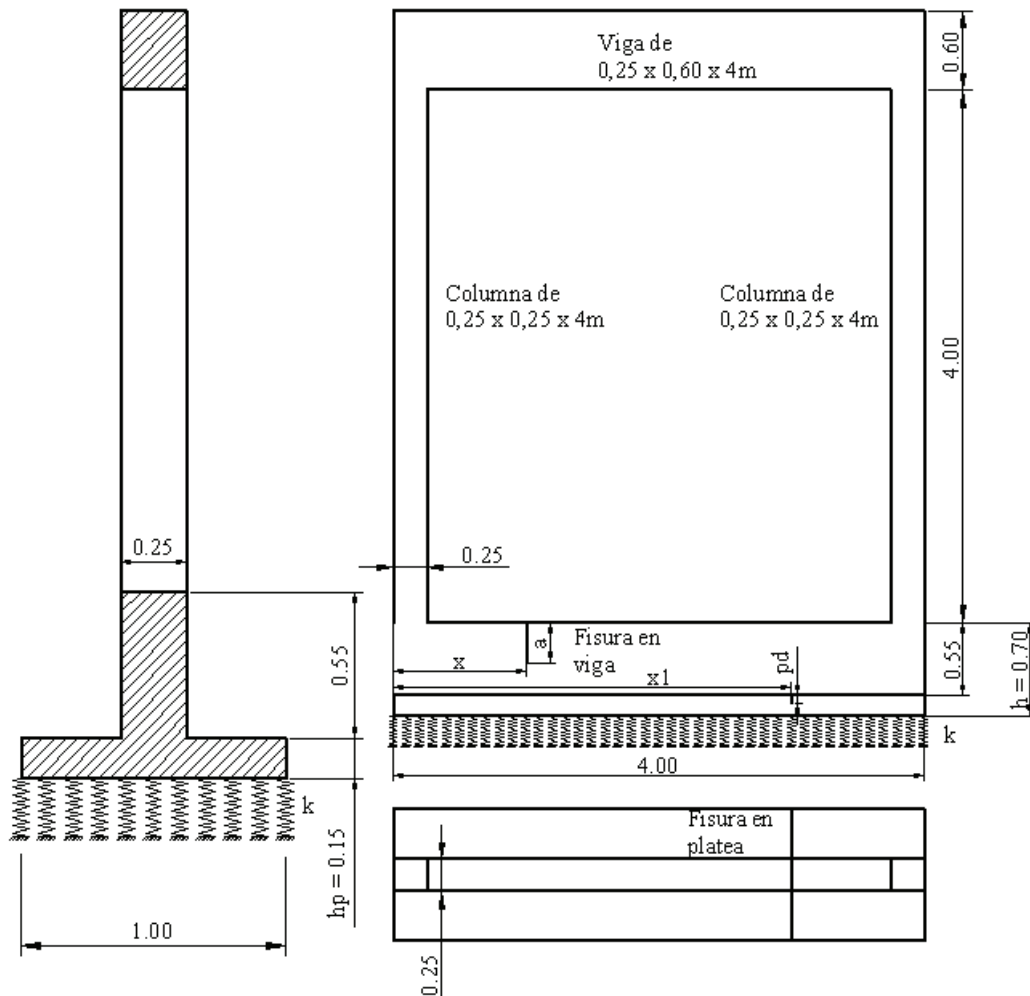


Figura 6.23: Modelo de Viga de Fundación con fisura en la viga y en la platea para análisis dinámico (unidades de long. en metros)

### 6.5.1 DETECCIÓN DE DAÑO A NIVEL 2, MEDIANTE PARÁMETROS DINÁMICOS, EN UNA VIGA DE FUNDACIÓN, CON UNA FISURA DISCRETA EN LA VIGA

En la Figura 6.24 se puede observar el modo 1 de vibración, donde se estudió la localización de la fisura, mediante el análisis de la respuesta dinámica de esta viga, con una fisura en el centro del tramo y diferentes relaciones de  $a/h$ . Es interesante destacar que aplicando el método de las Variaciones de los Desplazamientos, en este caso dinámico, es posible la localización de dichas fisuras.

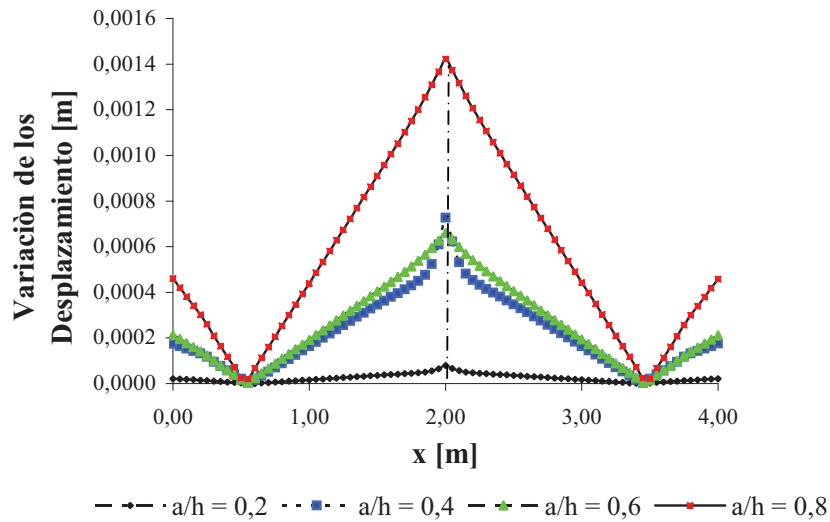


Figura 6.24: Variación de los Desplazamientos Verticales de una Viga de Fundación, con daño en  $x = 2,0\text{m}$ , medido sobre la viga, excitado dinámicamente, Modo 1

### 6.5.1.1 ANÁLISIS DE LAS FRECUENCIAS

Con el fin de visualizar la influencia que tienen la ubicación y severidad del daño sobre las Frecuencias, se presentan los gráficos desde la Figura 6.25 a la Figura 6.28. En las mismas se utilizaron frecuencias corregidas, que tienen en cuenta el posible contacto entre las superficies libres de la figura, durante la excitación dinámica [25], mediante la siguiente fórmula:

$$f_c = \frac{2 f_0 f_i}{f_0 + f_i} \quad (6.3)$$

donde  $f_c$  es la Frecuencia corregida por contacto,  $f_0$  es la Frecuencia del modelo sin fisura y  $f_i$  es la Frecuencia del modelo fisurado. Las diferencias entre los valores de las frecuencias con y sin corrección son en los Modos 1, 3 y 4, menores al 1 % y en el Modo 2, inferiores al 6,1 %.

En las siguientes Figuras se observa que la variación de la frecuencia se incrementa, cuando la severidad del daño es mayor. En el rango de profundidades de fisuras de hasta  $a/h = 0,2$  las frecuencias se mantienen aproximadamente constantes, independientemente

de la ubicación del daño y del modo de vibración que se esté analizando, por lo tanto en este rango de afectación, el método no tiene sensibilidad.

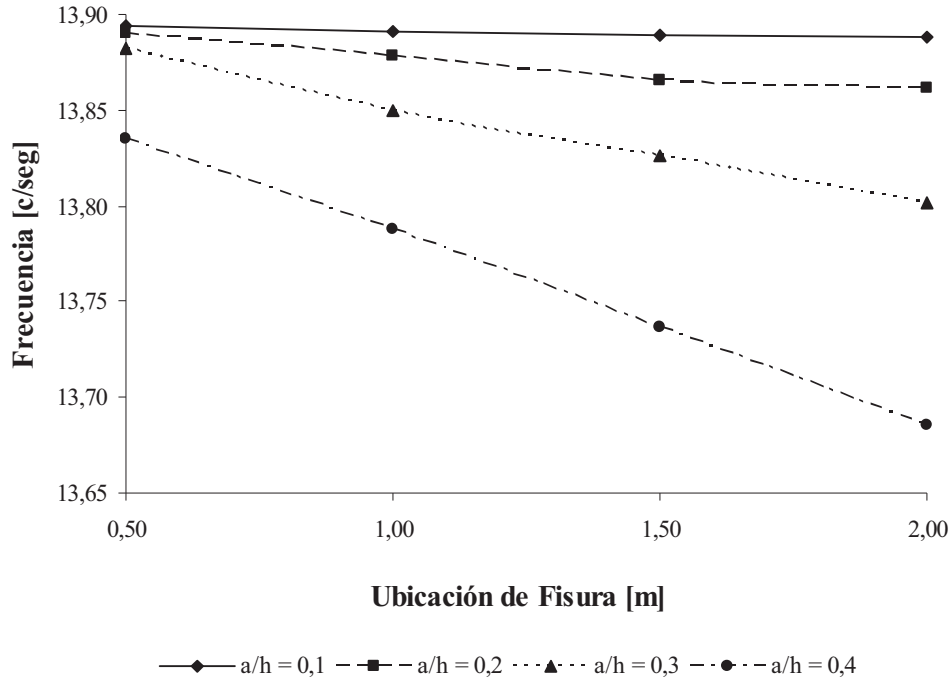


Figura 6.25: Primer Frecuencia de una Viga de Fundación, con daño en la viga en función de la ubicación de la fisura, para diferentes severidades de daño.

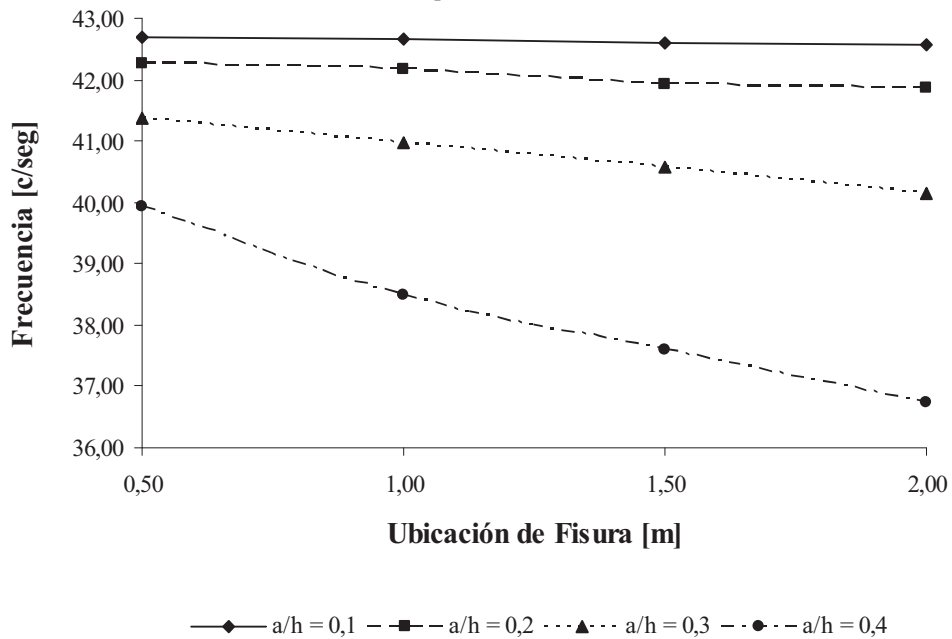


Figura 6.26: Segunda Frecuencia de una Viga de Fundación, con daño en la viga en función de la ubicación de la fisura, para diferentes severidades de daño.

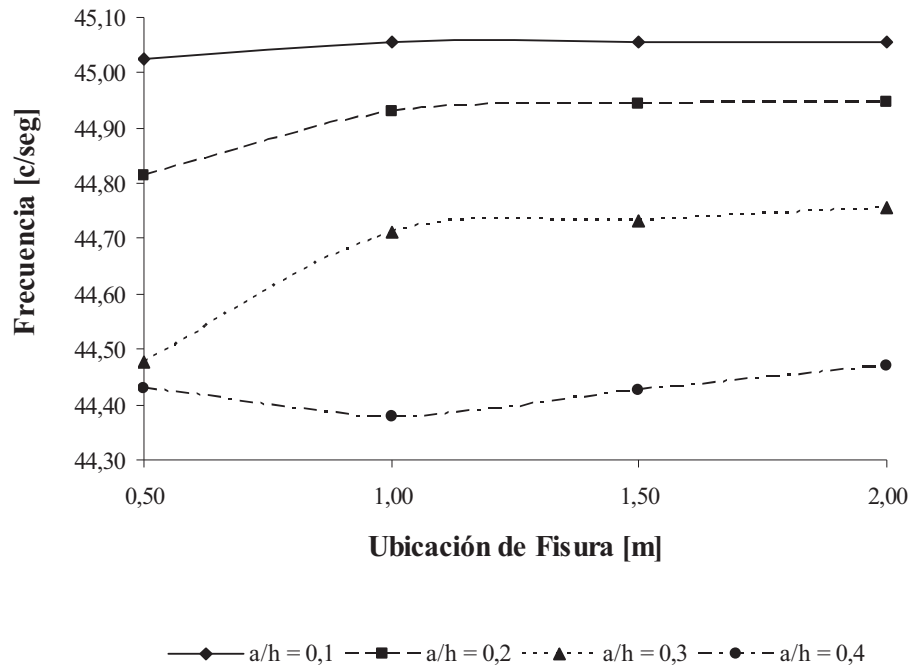


Figura 6.27: Tercera Frecuencia de una Viga de Fundación, con daño en la viga en función de la ubicación de la fisura, para diferentes severidades de daño

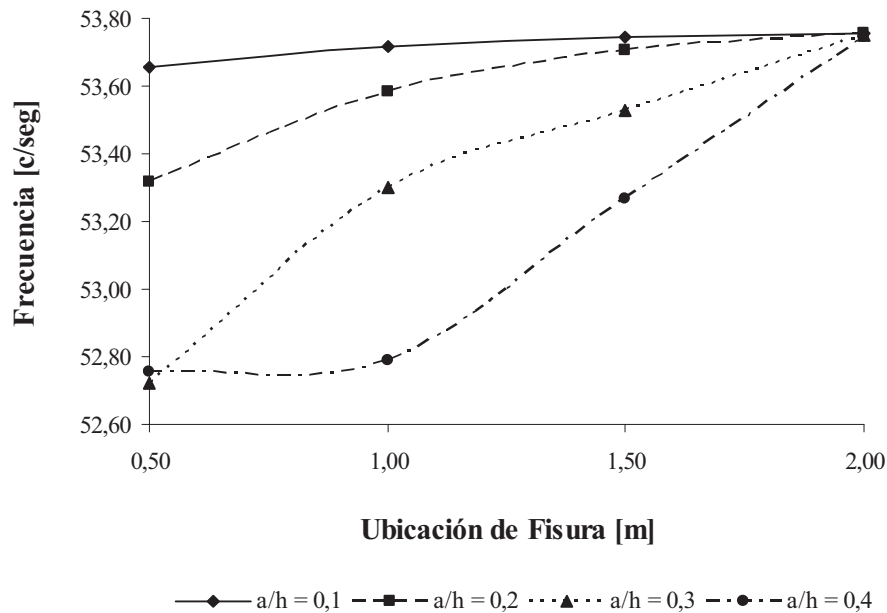


Figura 6.28: Cuarta Frecuencia de una Viga de Fundación, con daño en la viga en función de la ubicación de la fisura, para diferentes severidades de daño

---

Es importante destacar que si se conoce la forma que tiene cada uno de los modos de vibración analizados, podrían utilizarse conjuntamente con los valores de las frecuencias naturales, para detectar la zona más probable de ubicación del daño. Desde este punto de vista, por ejemplo en el caso aquí estudiado, si se detectan importantes disminuciones de la Primera y Segunda Frecuencia Natural, mientras que la Cuarta se mantiene inalterada, se puede suponer que hay un daño en el centro del tramo de la fundación. La Primera y la Segunda Frecuencia disminuirán sustancialmente, ya que estos dos modos de vibración presentan los mayores corrimientos en este punto; mientras que la Cuarta Frecuencia, se mantiene inalterada, debido a que en este modo de vibración, el punto central no se desplaza, por lo que la variación de inercia producida por la fisura, prácticamente no genera alteraciones en este lugar.

## 6.6 DETECCIÓN DE DAÑO A NIVEL 3

Una vez localizado el daño, mediante alguna de las técnicas anteriormente descritas, la siguiente etapa es establecer la magnitud del mismo. Aunque se pudiera visualizar externamente la zona afectada, existe incertidumbre sobre la magnitud de la afectación, en especial, si no se sabe si las fisuras atraviesan toda la parte interna del elemento. Para ello, se debe realizar un modelo numérico de la estructura, con el daño simulado, en la ubicación determinada visualmente o con la técnica presentada en los puntos anteriores, o con el empleo de alguna otra técnica experimental (por ejemplo, ultrasonidos).

En este capítulo, con el fin de cuantificar el daño se analizan numéricamente modelos con distintas ubicaciones y severidades de daño, obteniéndose gráficas en 3 dimensiones de los parámetros: ubicación ( $x$ ), severidad  $a/h$  y un tercero, vinculado con el comportamiento mecánico de la estructura dañada, por ej.: Desplazamientos Verticales, Deformaciones o Desplazamientos Volumétricos [26 a 29]. Luego se ingresa a este gráfico de 3 dimensiones, con la ubicación del daño  $x$ , y con el desplazamiento vertical medido (u otro parámetro mecánico que se hubiese considerado), obteniéndose el valor de  $a/h$  (severidad del daño).

En el análisis realizado en este ítem se utilizó como parámetro mecánico a los Desplazamientos Volumétricos. Este parámetro está definido como la sumatoria del producto de los Desplazamientos Verticales en cada punto, por su área de influencia [18]:

$$DV = \sum_{i=1}^n |\delta_i \cdot A_i| \quad (6.4)$$

El uso de este parámetro presenta la ventaja de tener en cuenta un mayor volumen de información, tal que si se produce un error en alguna de las mediciones, la misma tendría una menor influencia sobre el Desplazamiento Volumétrico, que si se analizase el Desplazamiento máximo, por ejemplo.

La Figura 6.29 representa la variación del Desplazamiento Volumétrico de una Viga de Fundación, en función de los parámetros severidad del daño ( $a/h$ ) y ubicación ( $x$ ). Mediante esta gráfica se puede determinar la severidad del daño, ingresando a la misma con el Desplazamiento Volumétrico y la ubicación del daño ( $x$ ), procediéndose de igual manera que lo descrito en los párrafos anteriores.

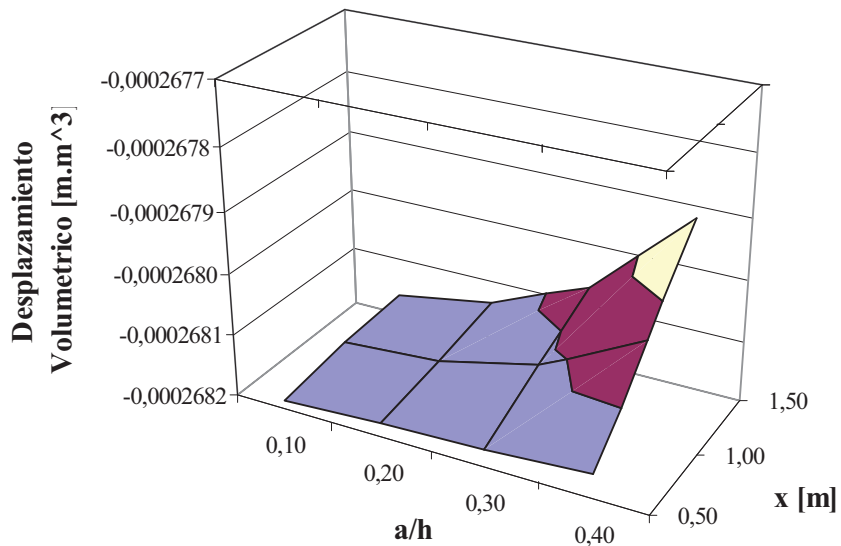


Figura 6.29: Desplazamientos Volumétricos de la viga de fundación, en función de la Ubicación ( $x$ ) y de la relación profundidad de la fisura / altura de la viga ( $a/h$ )

---

## 6.7 DETECCIÓN DE DAÑO A NIVEL 2 MEDIANTE MEDICIONES EXPERIMENTALES

Para validar la metodología de detección y localización de daño presentada en esta tesis, se ensayaron vigas simplemente apoyada de 0,08 m de ancho x 0,16 m de altura y 2,20 m de longitud de hormigón armado, en el Laboratorio de Modelos Estructurales del Departamento de Ingeniería.

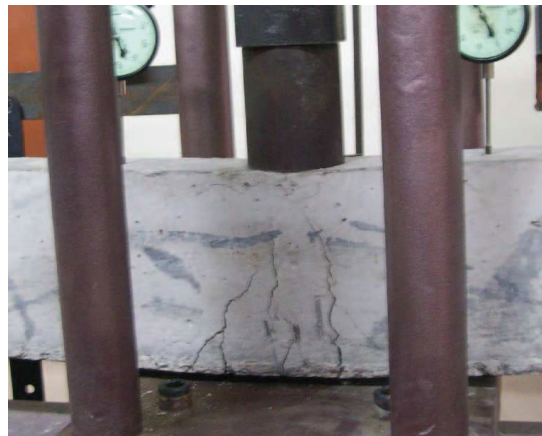
Las vigas de hormigón armado se construyeron con 2 hierros del 4,2 mm de diámetro en la parte superior y 2 hierros de 10 mm de diámetro en la parte inferior y estribos de 6 mm cada 12 cm. Se le aplicó una carga en el centro de la viga, mediante un sistema hidráulico que permitía incrementar las cargas por etapas. Las mismas se incrementaron desde cero hasta una carga de 7070 Kg cada 1280 Kg.

Se realizaron las mediciones de los desplazamientos verticales en cada etapa de carga. Para ello se colocaron 10 flexímetros, separados cada 15 cm y se realizaron las mediciones desde la viga sana, hasta que la viga queda totalmente fisurada, pasando por los diferentes etapas del daño, tal como se puede observar en la Figura 6.30 a y b.

Es interesante destacar que en cada paso de carga se midió el ancho y el largo de las fisuras, usando una escala graduada con una precisión de 0,5 mm, como se puede observar en la Figura 6.31.



a) Vista General de la viga sobre el banco de ensayo



b) Viga Fisurada

Figura 6.30: Vistas del ensayo.



Figura 6.31: Medición de Fisuras



Una vez medidos los desplazamientos verticales, se calculó la curvatura de la elástica y se los graficó en la Figura 6.32.

Comparando la Figura 6.32 obtenida mediante resultados experimentales con la Figura 6.33 obtenida del trabajo [29], se puede observar que en el gráfico experimental aparecen más picos que en el gráfico cuyas fisuras fueron calculadas numéricamente, pero es fácilmente detectable la localización de la fisura, lo cual indica que esta metodología es confiable y de aplicación práctica.

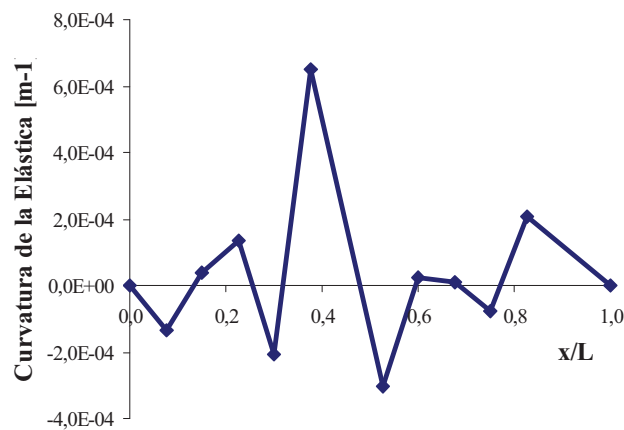


Figura 6.32: Curvatura de la Elástica para una viga con carga en el centro de 7070 Kg

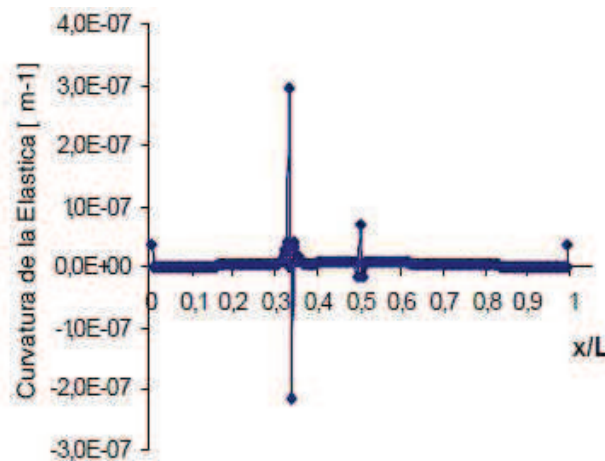


Figura 6.33: Curvatura de la Elástica para una viga con carga en  $x/L = 0,33$  y una severidad del daño de 0,5

Este fenómeno también se detectó numéricamente en vigas de fundación, en el punto 6.4.2, habiéndose representado gráficamente desde la Figuras 6.19 a la Figura 6.22.

## 6.8 REFERENCIAS

- [1] P. Rizo, N. Aspragathos, A. Dimagoras, "Identification of crack location and magnitude in a cantilever beam from the vibration modes", *Journal of Sound and Vibration*, 138 (3), pp. 381-388, 1990.
- [2]. D. Dimarogonas, "Vibration of cracked structures: a state of the art review, *Engineering Fracture Mechanics*, 55 (5), pp. 831-857, 1996.
- [3] O. Salawu, "Detection of structural damage through changes in frequency": a review article, *Engineering Structures*, 19(9), pp. 718-723, 1997.
- [4] X. Yang, S. Swamidas, R. Seshadri, "Crack identification in vibrating beams using the energy method", *Journal of Sound and Vibration*, 244 (2), pp. 339-357, 2001.
- [5] J. Kim, N. Stubbs, "Crack detection in beam – type structures using frequency data", *Journal of Sound and Vibration*, 259 (1), pp. 145-160, 2003.
- [6] G. Owolabi, A. Swamidas, R. Seshadri, "Crack detection in beams using changes in frequencies and amplitudes of frequency response functions", *Journal of Sound and Vibration*, 256, pp. 1-22, 2003.
- [7] J. Chou, J. Ghaboussi. "Genetic algorithm in structural damage detection", *Computers and Structures*, 79, pp.1335-1353, 2001.
- [8] I. Choi et. al. "Development of elastic damage load theorem for damage detection in statically determinate beam", *Computers and Structures*, 82, pp. 2483-2492, 2004.
- [9] D. Maity, A. Saha, "Damage assessment in structures from changes in static parameter using neural networks", *Sādhanā*, 29 (3), pp. 315-327, 2004.
- [10] T. Sain Chandra, J. M. Kishen, "Damage and residual life assessment of structures using fracture mechanics". *Procc. 16<sup>th</sup> ASCE Engineering Mechanics Conference*, University of Washington, Seattle, 2003.
- [11] S. Caddemi, A. Morassi, "A procedure for multiple damage identification in elastic beams", *Procc. World Congress on Structural and Multidisciplinary Optimization*, Río de Janeiro, 2005.
- [12] F. Jiang et al., "Crack length calculation for bend specimens under static and dynamic loading", *Engineering Fracture Mechanics*, 71, pp. 1971-1985, 2004.

- 
- [13] O. C. Zienkiewicz, R. L. Taylor, “El Método de los Elementos Finitos. Formulación básica y problemas lineales”, McGraw-Hill; CIMNE; Volumen 1; Barcelona, 1994.
- [14] M. Hetényi, “Beams on Elastic Foundation”, The University of Michigan Press, Ann Arbor, Michigan., 1946.
- [15] V. Z. Vlazov and N. N. Leontiev, “Beams, Plates and Shells on Elastic Foundations”, Israel Program for Scientific Translations, Jerusalem, 1966.
- [16] S. Bharatha and M. Levinson, “A theory of elastic foundations”, *Archive for Rational Mechanics and Analysis*, 74, pp. 249–266, 1980.
- [17] J. Hahn, “Vigas Continuas, pórticos, placas y vigas flotantes sobre terreno elástico”, G. Gili, pp. 287-340, 1982.
- [18] E. Winkler, “Die Lehre von der Elasticitaet und Festigkeit”, Prague, Czechoslovakia, 1867
- [19] A. Caquot, J. Kerisel, “Traité de Mecanique des sols”, Gauthier-Villars, 380 págs, Paris. 1949.
- [20] V. V. Sokolovski, “Statics of Soil Media”, Butterworth Scientific Publications, London, 1960.
- [21] K. Terzaghi, R.B. Peck, “Mecánica de Suelos en la Ingeniería Práctica”, El Ateneo. 1992.
- [22] J. A. Jimenez Salas, J. L. De Justo Alpeñes, “Geotécnica y Cimientos”. Editorial Rueda, Madrid, 1995.
- [23] ALGOR 23 Professional Mech/VE, *Linear Stress and Dynamics*, Reference Division. Pittsburgh, Pennsylvania, 2009.
- [24] Q. Lu, G. Ren, Y. Zhao, “Multiple damage location with flexibility curvature and relative frequency change for beam structure”, *Journal of Sound and Vibration*, 253 (5), pp. 1101-1114, 2002.
- [25] E. Douka, L.J. Hadjileontiadis, “Time-Frequency analysis of the free vibration response of a beam with a breathing crack”, *NDT y E International*, 38, pp. 3–10. 2005.
- [26] S. I. Robles, N. F. Ortega, “Study of Volumetric Displacements of Shells”. *Journal of the International Association for Shell and Spatial Structures*, 42(137), pp. 139-147, 2001.
-

- 
- [27] N. F. Ortega, J.V. Arias. “Comparison of Mechanical Efficiency Between an Hyperbolic Paraboloid and a Experimental Model”, *Procc. IV World Congress on Computational Mechanics*, Buenos Aires, 1998.
- [28] N. F. Ortega, S. I. Robles; Capítulo: “Diseño y Optimización de la Estructura de Grandes Telescopios”; *Modelización Aplicada a la Ingeniería, Volumen 2*; Editores: Walter Legnani, Pablo Jacovkis y Ricardo Armentano; Universidad Tecnológica Nacional, 293-319, 2007.
- [29] S. I. Robles, N. F. Ortega, C. J Orbanich.; “Damage Detection in 2D Structures Through Static Response”, *The Open Construction & Building Technology Journal*, Bentham Publishers, 2, pp. 176-184, 2008.

## **CAPÍTULO 7**

### **DETECCIÓN DE FALLAS EN VIGAS DE FUNDACIÓN DE H° A° CON FISURAS DISTRIBUIDAS**

#### **7.1 INTRODUCCIÓN**

En el capítulo anterior se presentó la detección de fisuras a nivel 3 en vigas de hormigón armado modelando la fisura en forma discreta, mientras que en este capítulo se trabajará con fisuras distribuidas. Cabe acotar que en los capítulos anteriores se trabajó con el hormigón dentro del rango lineal elástico y la influencia del suelo se evaluó mediante un coeficiente de reacción del terreno en forma lineal. Para darle mayor generalidad y visos muy cercanos a la situación real, en el presente capítulo se modelaron el en conjunto suelo y estructura [1], y se adoptaron modelos Elasto-Plásticos para el hormigón armado [2 y 3] y el suelo [4 a 8]. Los modelos Elasto-Plásticos utilizados son los ya implementados en ABAQUS [9].

A continuación, se muestra la aplicación de metodologías no destructivas para la detección de daño, basadas en la respuesta estática (Desplazamientos Verticales y Curvaturas de la Elástica) y dinámica (Frecuencias Naturales y Modos de Vibración) de estructuras de fundación, realizadas en hormigón armado y asentadas sobre distintos tipos de suelo. Los desplazamientos se obtienen utilizando un modelo de Elementos Finitos desarrollado en el entorno del programa ABAQUS [7].

## 7.2 DESCRIPCIÓN DEL MODELO ESTUDIADO

En este capítulo se estudió una viga de fundación [10 a 13], cuyas características geométricas se muestran en la Figura 7.1. Esta fundación está asentada sobre un volumen de suelo de dimensiones suficientes como para poder asumir la ausencia de desplazamientos en los bordes del mismo. La interacción entre estructura y suelo se consideró rugosa, o sea sin desplazamiento entre ambas.

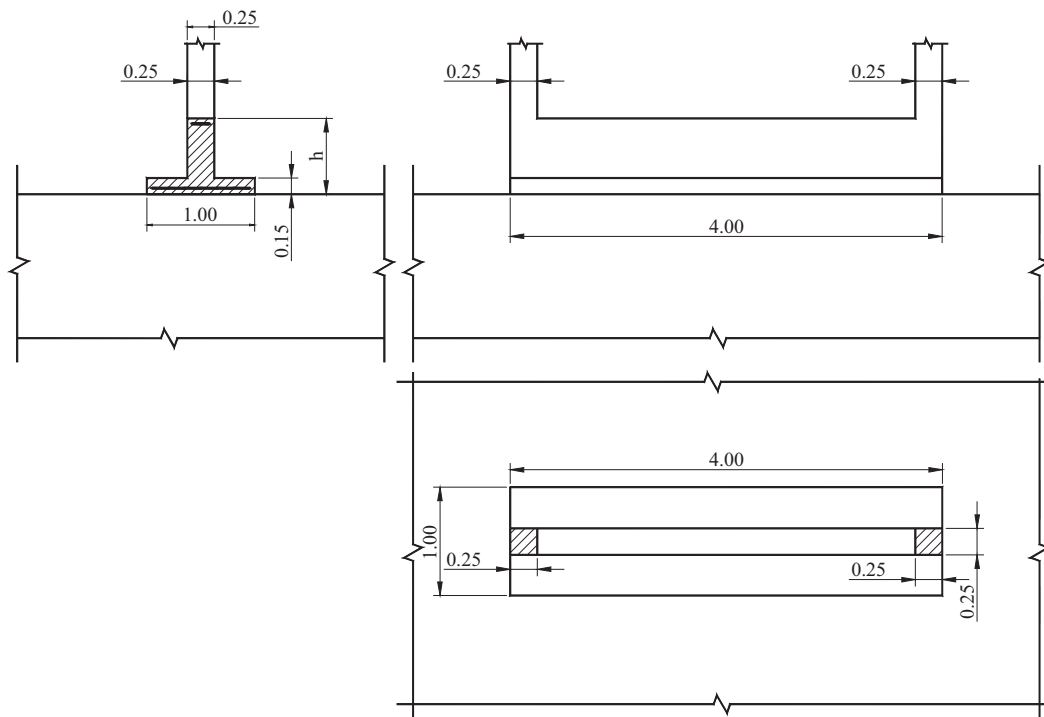


Figura 7.1: Geometría de la viga de fundación y del suelo circundante

En el modelo adoptado para la viga de fundación, la armadura de acero se modeló como embebida dentro del hormigón. Las cargas correspondientes a los esfuerzos transmitidos por las columnas, se distribuyeron en una superficie de 0,25 m x 0,25 m. Para la modelación numérica con el Método de los Elementos Finitos [14] se utilizó el programa ABAQUS [9]. Todas las partes estructurales del presente capítulo se modelaron utilizando elementos hexaédricos de 8 nodos, tipo C3D8.

---

### 7.3 DETECCIÓN DE DAÑO A NIVEL 2

Siguiendo con la línea de investigación anterior [15], se utilizó el método de la Curvatura de la Elástica para localizar fisuras. En este método, los valores de los desplazamientos verticales obtenidos en determinados puntos de la estructura, ya sean mediante mediciones experimentales o, como en este caso, desarrollando una simulación numérica, se pueden utilizar para obtener la Curvatura de la estructura deformada, mediante una aproximación por Diferencias Finitas Centrales [16]. De esta manera, la curvatura está dada por la Ecuación (6.2)

Es importante mencionar que este método no depende de la información de la estructura sin daño, tal como sucede en otros métodos, como ejemplo el Método de la Variación de los Desplazamientos Volumétricos [15 a 17], siendo esto una importante ventaja cuando no se dispone de la misma.

Para el tipo estructural y el estado de cargas analizados en este capítulo el gráfico de la Curvatura de la Deformada, correspondiente a la estructura sin daño presenta una forma suave. Mientras que la aparición de un pico o una discontinuidad en su forma, indican una variación anormal de la rigidez (o flexibilidad) en esa ubicación, la que es producida por el daño. De esta manera una zona o unas zonas dañadas pueden ser localizadas usando estas mediciones.

Con relación a la determinación en obra de los Desplazamientos, se los puede medir mediante el uso de flexímetros mecánicos, cuya precisión es del orden de la centésima de milímetro, o con instrumental electrónico, tal es el caso de los LVDT (Linear Variable Displacement Transducers), cuya precisión, habitualmente, es igual o superior a la de los flexímetros. Es interesante destacar que la capacidad de medición de estos equipos es suficiente, debido a que con la décima de milímetro ya se pueden detectar las diferencias en los Desplazamientos originados por las fallas.

---

## 7.4 MODELOS CONSTITUTIVOS Y CARACTERÍSTICAS DE LOS MATERIALES

Los materiales utilizados en este capítulo son los que se detallan a continuación.

### 7.4.1 ACERO

Se utilizó un diagrama de Tensión –Deformación Elástico-plástico, como el de la Figura 7.2, con las siguientes características de la Tabla 7.1.

Tabla 7.1: Características del Acero

|   |           |
|---|-----------|
| <b>Tensión de Fluencia <math>\sigma_y</math></b>  | 344,7 MPa |
| <b>Módulo de Elasticidad <math>E_a</math></b>     | 200 GPa   |
| <b>Coefficiente de Poisson <math>\nu_a</math></b> | 0,3       |

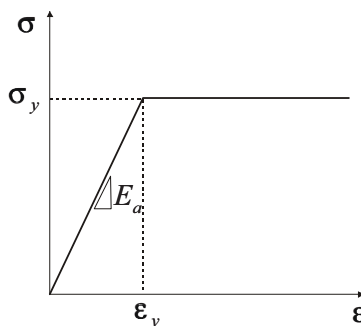


Figura 7.2: Diagrama Tensión-Deformación del acero

### 7.4.2 HORMIGÓN

El hormigón adoptado en los modelos realizados posee las características detalladas en la Tabla 7.2.



Tabla 7.2: Características del hormigón, bajo cargas uniaxiales

|  |           |
|--|-----------|
| <b>Resistencia a Compresión</b> $f'_c$                             | 34,47 MPa |
| <b>Coefficiente de Poisson</b> $\nu$                               | 0,20      |
| <b>Deformación</b> $\varepsilon_0$ <b>correspondiente a</b> $f'_c$ | 0,003     |
| <b>Resistencia a Tracción</b> $f_c = \frac{1}{3}\sqrt{f'_c}$       | 1,96 MPa  |
| <b>Módulo de Elasticidad Inicial</b> $E = 4700\sqrt{f'_c}$         | 27,6 GPa  |

Se asume que el hormigón está sometido a cargas axiales de compresión, y presenta un comportamiento inicialmente elástico de hasta aproximadamente  $0,3 f'_c$  cuando se producen las primeras microfisuras. Luego de este punto, el comportamiento es no lineal y a partir de  $0,75 f'_c$  comienza el proceso de propagación inestable de fisuras, con una pérdida de capacidad de resistencia del incremento de tensiones y un aumento de las deformaciones por aplastamiento, que determinan un comportamiento marcadamente no lineal hasta llegar a su rotura.

Sometido a esfuerzos de tracción, el comportamiento del hormigón es prácticamente elástico hasta que se fisura. Sin embargo, este comportamiento no es fácilmente mensurable, por lo cual se adopta una resistencia a tracción en función de la resistencia a compresión. Asimismo, el valor del Módulo de Elasticidad Inicial se obtiene empíricamente, en función de la resistencia a compresión [18].

Para la evaluación del comportamiento del hormigón, bajo estados multiaxiales de tensión, se adoptó el modelo de Fisuras Distribuidas, provisto por ABAQUS [7]. Este modelo es válido cuando la estructura está sometida a tensiones esencialmente monotónicas y a bajas presiones de confinamiento. El material falla, tanto por aplastamiento en compresión, como por fractura en tracción, y se asume que la fisuración es el aspecto más importante del comportamiento del mismo.

Cuando la tensión alcanza la superficie de falla, Figura 7.3, el material se fisura. La anisotropía introducida por la fisura es tenida en cuenta por el modelo, en cuanto afecta la tensión y la resistencia del material en el punto de integración. La superficie de falla está definida en términos del primer y segundo invariante de tensiones,  $p$  y  $q$  respectivamente.

La superficie de compresión es:

$$f'_c = q_{VM} - \sqrt{3}a_0p - \sqrt{3}\tau_c = 0 \quad (7.1)$$

donde:

$$q_{VM} = \sqrt{\frac{3}{2}}(S : S) \text{ tensión equivalente de Von Mises} \quad (7.2)$$

$$S = \sigma + pI \text{ componentes del tensor desviador} \quad (7.3)$$

$$a_0 = \sqrt{3} \frac{1-r_{bc}^\sigma}{1-2r_{bc}^\sigma} \text{ constante que relaciona la resistencia entre los estados} \quad (7.4)$$

uniaxial y biaxial

$$r_{bc}^\sigma = \frac{f'_{bc}}{f'_c} \text{ con } f'_{bc} \text{ resistencia última en compresión biaxial} \quad (7.5)$$

$$p = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} = -\frac{I_1}{3}; I_1: \text{primer invariante de tensiones} \quad (7.6)$$

$$\tau_c = \left( \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{a_0}{3} \right) \sigma_c \text{ parámetro de endurecimiento} \quad (7.7)$$

La superficie de detección de fisura está dada por:

$$f_t = \hat{q} - \left( 3 - b_0 \frac{\sigma_t}{f'_c} \right) \hat{p} - \left( 2 - \frac{b_0}{3} \frac{\sigma_t}{f'_c} \right) \sigma_t = 0 \quad (7.8)$$

donde:  $\hat{q}$  y  $\hat{p}$  están definidas de la misma manera que  $q_{VM}$  y  $p$ , excepto que las tensiones asociadas a fisuras abiertas no se tienen en cuenta.

$$b_0 = 3 \left( \frac{1 + (2-f)r_i^\sigma - \sqrt{1 + (f.r_i^\sigma)^2 + f.r_i^\sigma}}{1 + r_i^\sigma(1-f)} \right) \quad (7.9)$$

$$r_i^\sigma = \frac{f'_c}{f_c} \text{ relación entre la resistencia a tracción y compresión uniaxial} \quad (7.10)$$

$$f = \frac{\sigma_2}{f_c} \quad (7.11)$$

siendo  $\sigma_2$  la tensión principal en el estado biaxial, cuando la otra tensión principal  $\sigma_1$ , alcanza la resistencia a compresión uniaxial.

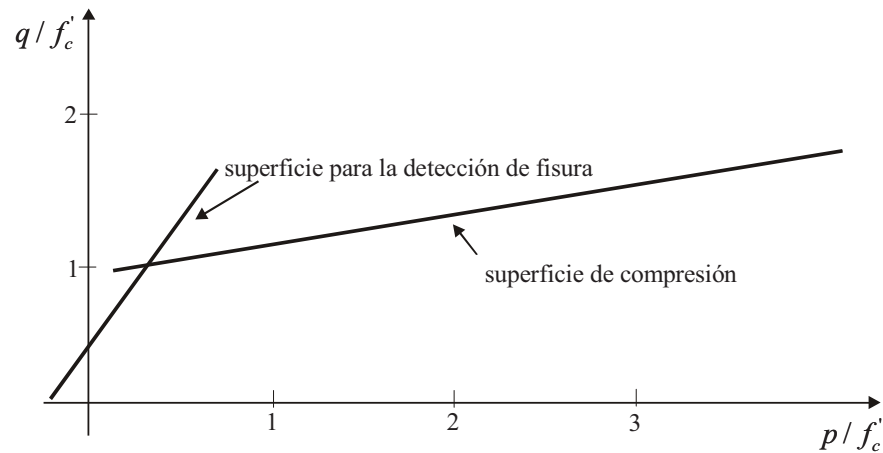


Figura 7.3: Superficies de Falla del Hormigón

Cuando las componentes principales de tensión son predominantemente de compresión, la respuesta del hormigón es modelada por la Teoría Elasto-Plástica, usando una superficie de falla en términos de  $p$  y  $q_{VM}$ , y una regla de endurecimiento isotrópica.

Las superficies de falla y resistencias últimas en el espacio de tensiones, para un estado biaxial de tensiones se muestran en la Figura 7.4.

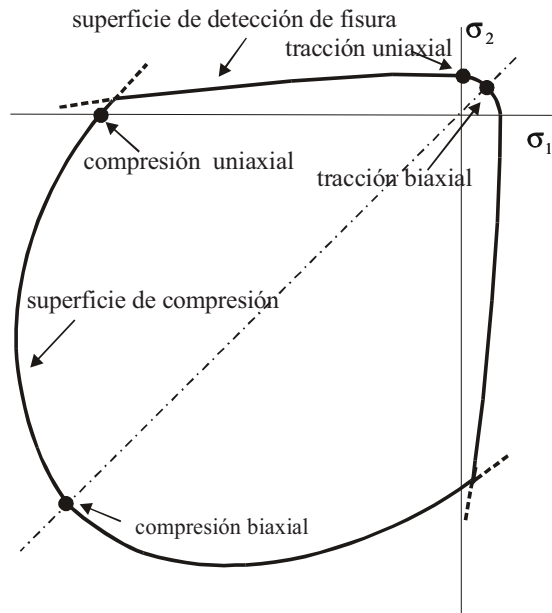


Figura 7.4: Superficie de falla del hormigón en el espacio de tensiones

$$\sigma_c = \frac{\left[ \frac{E}{E_0} \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} - \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \right)^2 \right]}{1 + \left( \frac{E}{E_0} - 2 \right) \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \right)} f'_c \quad \text{donde } E_0 = \frac{f'_c}{\varepsilon_0} \quad (7.12)$$

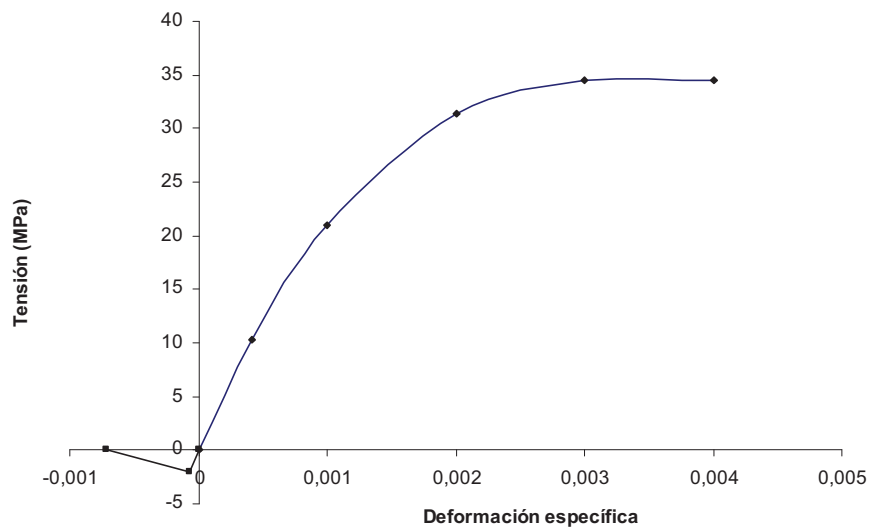


Figura 7.5: Curva de Tensión-Deformación Uniaxial Equivalente para el hormigón

Es importante destacar que la curva de Tensión-Deformación Equivalente para el hormigón, utilizada en el presente capítulo (Figura 7.5), se obtuvo con la expresión propuesta por el Código Modelo CEB-FIP 90 [3], (Ecuación 7.12).

Por otra parte, el hormigón armado, después de la fisuración del hormigón, todavía es capaz de resistir tensiones de tracción en dirección normal a la fisura, debido a los efectos de interacción entre el hormigón y el acero de refuerzo. Esta interacción se tiene en cuenta en el modelo adoptado, mediante la definición de la curva “Tension Stiffening”. Varios factores influyen en la adopción de esta curva, tales como la densidad de las armaduras, adherencia entre acero y hormigón, tamaño del agregado grueso con respecto al diámetro de las barras de acero y al tamaño de la malla del modelo. Existen distintos modelos para analizar este comportamiento pos-fisuración. En este capítulo se adoptó una simple línea descendente, que alcanza la tensión nula para una deformación  $\varepsilon^*$ , igual a diez veces la deformación correspondiente a la falla, tal como se aprecia en la Figura 7.6.

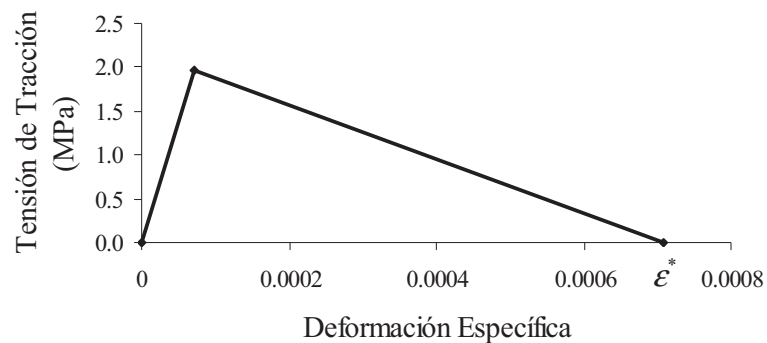


Figura 7.6: Curva “Tension Stiffening” para el hormigón

En cuanto al Módulo de Elasticidad Transversal  $G$ , se asume que no existe disminución del mismo, independientemente del estado tensional del hormigón.

Para validar el modelo de hormigón armado propuesto, se modeló una viga simplemente apoyada sometida a una carga uniformemente distribuida, con las características geométricas y de materiales coincidentes con la estudiada por Hu et al [3], quien contrasta su modelo con valores experimentales. Se probaron distintos tipos de elementos, cuyos resultados se observan en la Figura 7.7, adoptándose el C3D8, elemento espacial continuo

de 8 nodos, por ser el que brindo resultados que mejor se aproximaron a la curva de Hu et al. y con el menor costo computacional. Cabe aclarar que no se hizo el análisis de la determinación de la longitud característica para adoptar el tamaño del elemento, sino que se adoptó el mismo que el utilizado por el mencionado autor para facilitar la comparación de resultado.

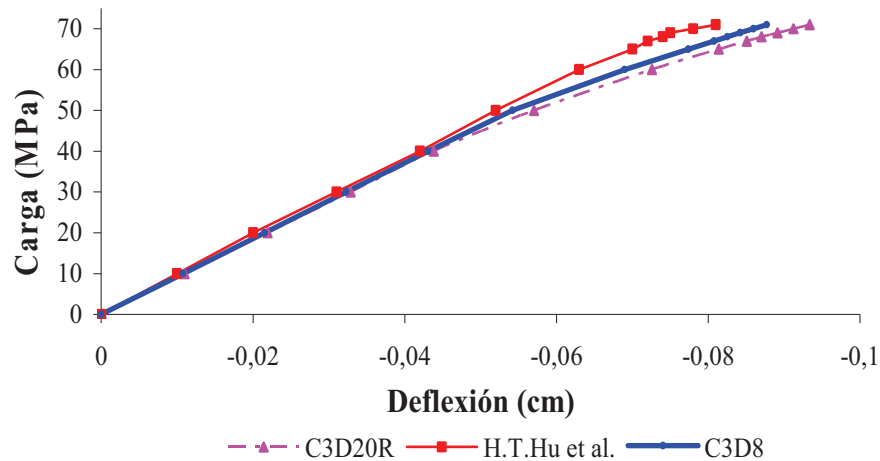


Figura 7.7: Comparación de los modelos de hormigón armado, con distintos tipos de elementos, con el de referencia [4]

### 7.4.3 SUELO

Para la simulación del suelo se usó un modelo constitutivo Elasto-Plástico con la variación de la tensión en función de la deformación y que se muestra en la Figura 7.8, y la Teoría de Falla de Mohr-Coulomb, donde se tiene en cuenta el ángulo de fricción y el coeficiente de cohesión, tal como se ve en la Figura 7.9. Las características de los dos tipos de suelos utilizados se pueden observar en la Tabla 7.3. Los valores de los parámetros fueron elegidos teniendo en cuenta los que se proponen en las referencias [5] y [6].

Es importante destacar que al diseñar la zona del suelo se tuvo en cuenta que el bulbo de presiones quedara completamente incluido en la misma.

Tabla 7.3: Características de los suelos utilizados

| Parámetro característico                     | Arena | Arcilla |
|--|-------|---------|
| Densidad $\gamma$ (KN/m <sup>3</sup> )       | 16    | 17      |
| Módulo de Elasticidad $E_{edo}$ (MPa)        | 21,54 | 1,605   |
| Ángulo de Fricción Interna $\phi_s$ (grados) | 32    | 30      |
| Coefficiente de Poisson $\nu_s$              | 0,30  | 0,35    |
| Ángulo de dilatación $\psi$ (grados)         | 2     | 0       |
| Coefficiente de Cohesión C (KPa)             | 1     | 10      |

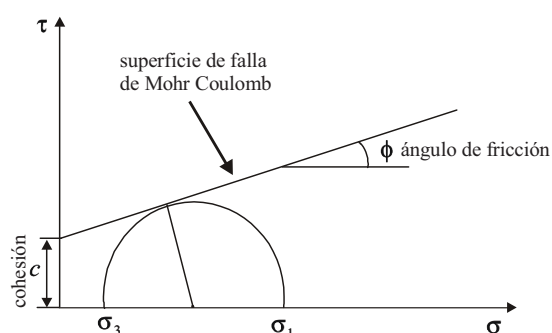
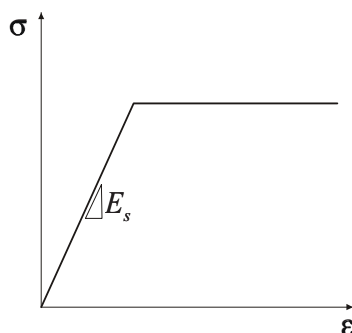


Figura 7.8: Curva Tensión-Deformación para el suelo

Figura 7.9: Superficie de Falla de Mohr-Coulomb

## 7.5 DETECCIÓN DE DAÑO A NIVEL 2 DE UNA VIGA DE FUNDACIÓN CON FISURAS DISTRIBUIDAS, MEDIANTE PARÁMETROS ESTÁTICOS

En la Figura 7.10 se observa la Variación de la Curvatura de la Elástica de la viga de fundación, asentada sobre arena, para diferentes estados de carga. Para una carga  $C_e = 0,8$  MPa, la estructura aún no se encuentra fisurada y puede observarse que la curva se mantiene prácticamente constante, mientras que a medida que la carga aumenta, comienzan a aparecer las variaciones en la curvatura, en correspondencia con las zonas fisuradas.

En la Figura 7.11 se muestra un gráfico correspondiente a la misma geometría que la estudiada en el presente capítulo, para una carga de 1,6 MPa, modelada con una fisura discreta a 1,5 m del borde [19]. Obsérvese que con un modelo de fisura discreta, aparecen variaciones de curvatura más pronunciadas, no obstante se considera que el modelo de fisura distribuida, se acerca más al comportamiento real de la estructura donde, por ejemplo, es muy difícil que por la aplicación de una carga mayor a la de diseño, o un asentamiento diferencial, aparezca una sola fisura, sino que surgirá toda una zona fisurada, como se simula con este modelo de fisuras distribuidas.

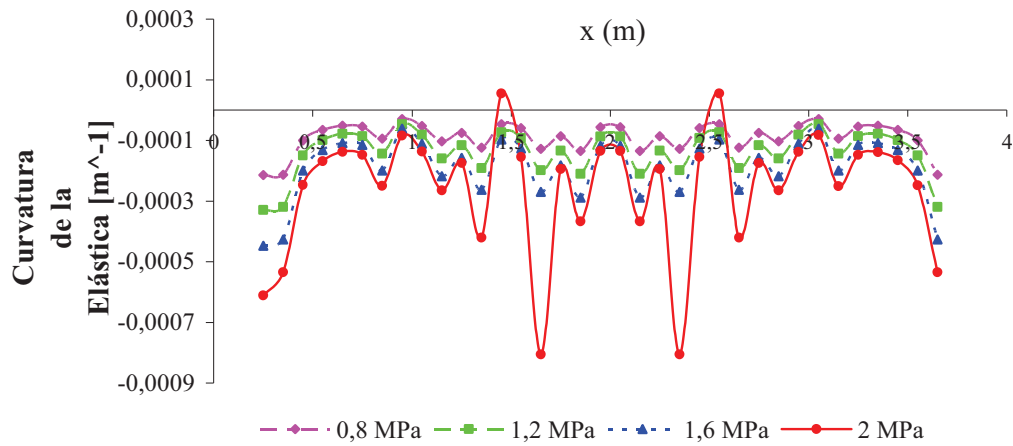


Figura 7.10: Curvatura de la Elástica para distintos estados de carga, con el modelo estudiado de fisuras distribuidas

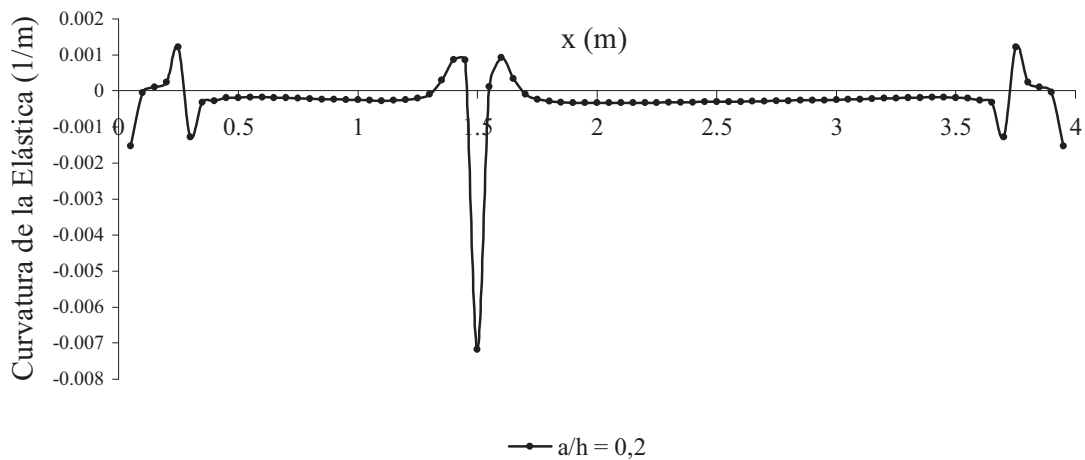


Figura 7.11: Curvatura de la Elástica según modelo de fisuras discreta



Desde este punto de vista, obsérvese la Figura 7.12, donde se muestra el patrón de fisuración para distintos valores de la carga externa  $C_e$ .

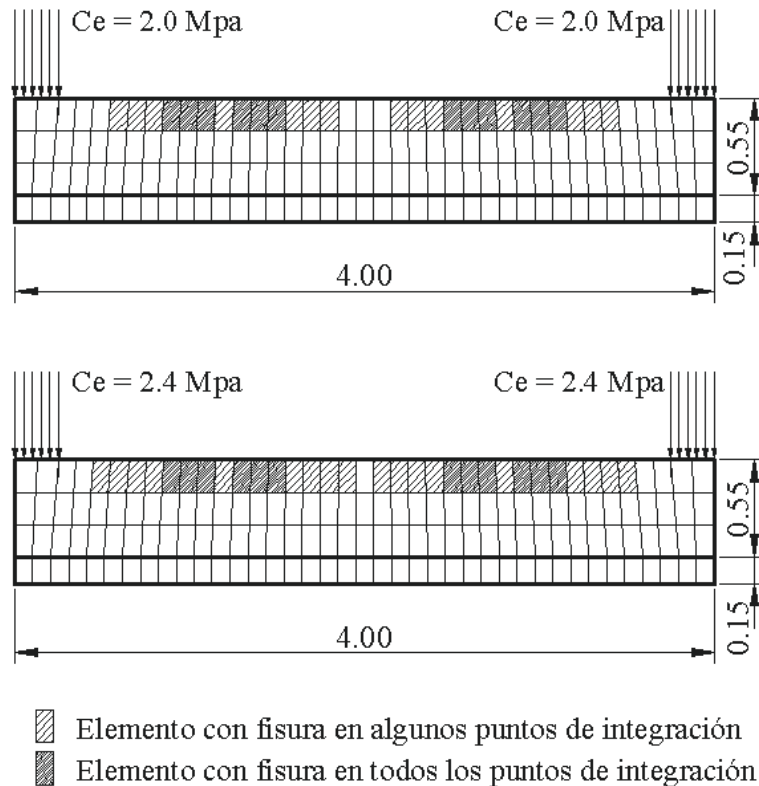


Figura 7.12: Patrón de fisuración

La Curvatura de la Elástica de la viga de fundación se aprecia en la Figura 7.13, esta fundación se la modeló asentada sobre distintos tipos de suelo y para dos estados de carga, ( $C_e = 0,8$  MPa y  $C_e = 2$  MPa). Para la carga  $C_e = 0,8$  MPa como no existe fisuración, las curvas correspondientes a la arena y a la arcilla, son prácticamente las mismas, con una diferencia promedio de 1,12 %, mientras que para una carga  $C_e = 2$  MPa, donde existe una amplia zona fisurada, las curvas se diferencian, y la curva de la arena presenta mayores variaciones que la de la arcilla. Es interesante destacar que el método para la detección de fisura propuesto en este capítulo puede ser aplicado para diferentes tipos de suelo y tipos de fundaciones.

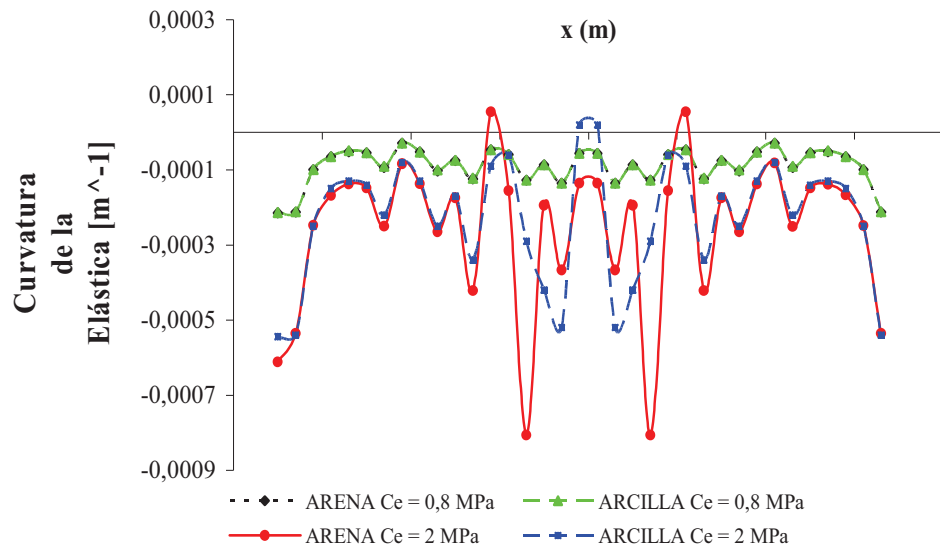


Figura 7.13: Variación de la Curvatura de la Elástica para distintos tipos de suelo y estados de carga

Para medir los desplazamientos verticales en una fundación real, se tendría que colocar los flexímetros o LVDT en la parte superior de la viga y con estos valores se podría calcular la curvatura de la elástica y realizar las Figuras 7.10, 7.11 y 7.13.

En la práctica lo que realmente se puede medir es la diferencia de desplazamiento con respecto al desplazamiento existente en el estado de servicio, que en este caso se tomó para  $Ce = 2$  MPa. Se aplicó una sobrecarga de 0,1MPa correspondiente al 5% de la carga de servicio. Esta sobrecarga permite medir sin dificultad el desplazamiento y simultáneamente no modifica apreciablemente el comportamiento estructural, La curva obtenida se puede observar en la Figura 7.14.

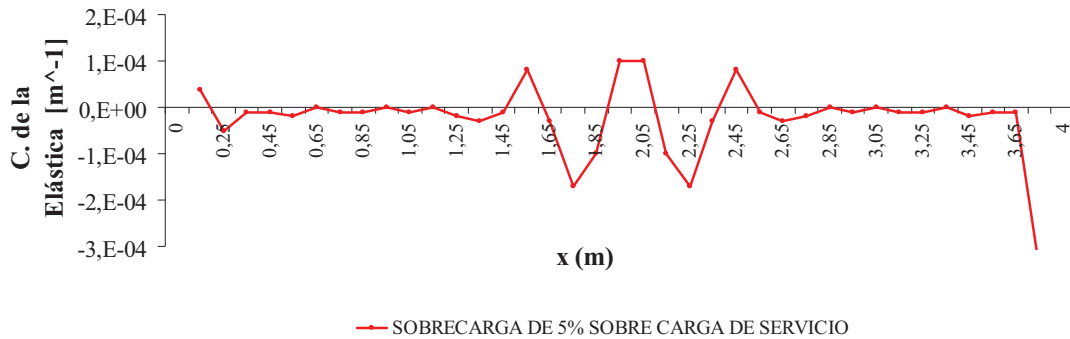


Figura 7. 14: Curvatura de la Elástica. Método Estático

Cabe aclarar que la carga de servicio adoptada se encuentra en este caso cercana a la del límite resistente y en este estado la viga presenta fisuras en gran parte de su longitud.

## 7.6 DETECCIÓN DE DAÑO A NIVEL 2 DE UNA VIGA DE FUNDACIÓN CON FISURAS DISTRIBUIDAS, MEDIANTE PARÁMETROS DINÁMICOS

Se debe tener presente que en las fundaciones la detección de situaciones patológicas no es sencilla, debido al difícil acceso a las mismas. Por ello, en algunos casos, la medición de los parámetros vinculados al comportamiento mecánico se dificulta. En este punto se analiza el caso de la respuesta dinámica de la estructura, midiendo la variación en Frecuencias y Modos de vibración; en tanto que en el caso de la respuesta estática, se miden las variaciones en los Desplazamientos Verticales, etc. Dependiendo de la estructura que se analiza y del equipamiento disponible para realizar las mediciones in-situ, resulta más conveniente uno u otro método y en algunos casos ambos, usados en forma complementaria [20].

Para obtener las frecuencias naturales del modelo presentado en la Figura 7.1, primeramente se comenzó con un modelo de viga de hormigón armado sobre fundación elástica, modelada con resortes, efectuando una comparación con otros modelos resueltos por métodos teóricos y numéricos y cuyos resultados se encuentran en la Tabla 7.4.

Tabla 7.4: Frecuencias Naturales de una viga de hormigón armado sobre fundación elástica modelada con resortes

| Frecuencias Naturales | Teórico sin armadura | ABAQUS sin armadura | Otros métodos numéricos sin armadura | ABAQUS con armadura | Otros métodos numéricos con Armadura |
|-----------------------|----------------------|---------------------|--------------------------------------|---------------------|--------------------------------------|
| $f_1$ (Hz/s)          | 130,39               | 137,78              | 138,72                               | 141,40              | 141,5                                |
| $f_2$ (Hz/s)          | 357,68               | 332,92              | 336,17                               | 340,57              | 341,5                                |
| $f_3$ (Hz/s)          | 700,00               | 569,59              | 575,38                               | 581,08              | 582,5                                |

En una segunda etapa se modeló una viga de fundación con la misma geometría que la estudiada en este trabajo, asentada sobre una fundación elástica cuyo valor del coeficiente de reacción del terreno es de  $k = 1 \text{ kg/cm}^3$ , modelándose numéricamente en entorno ABAQUS y con otros programas de elemento finitos [21]. Los resultados se observan en la Tabla 7.5.

Tabla 7.5: Frecuencias Naturales de una viga de Hormigón Armado sobre fundación elástica

| Frecuencias Naturales | ABAQUS | Otros métodos numéricos |
|-----------------------|--------|-------------------------|
| $f_1$ (ciclos/s)      | 144,3  | 130,0                   |
| $f_2$ (ciclos/s)      | 320,1  | 283,4                   |
| $f_3$ (ciclos/s)      | 492,0  | 432,7                   |

La tercera etapa consistió en realizar el modelo completo con dos tipos de suelo, cuyas características se presentaron en el punto 7.4.3. El modelo numérico se realizó en ambiente ABAQUS, se obtuvieron las frecuencias naturales para la misma viga asentada en arena y en arcilla, cuyos resultados se pueden observar en la Tabla 7.6.

Tabla 7.6: Frecuencias naturales de la viga de fundación asentada en los suelos utilizados

| Frecuencias Naturales | Tipo de suelo |         |
|-----------------------|---------------|---------|
|                       | Arena         | Arcilla |
| $f_1$ (ciclos/s)      | 170,2         | 151,4   |
| $f_2$ (ciclos/s)      | 350,5         | 323,8   |
| $f_3$ (ciclos/s)      | 553,7         | 549,1   |

En una cuarta etapa, se excitó dinámicamente a la viga en su primer modo, tal como se muestra en la Figura 7.15 y se obtuvieron los Desplazamientos Verticales a lo largo del eje longitudinal de la viga sobre su cara superior, con estos Desplazamientos se obtuvo la Variación de la Curvatura de la Elástica con la Ecuación (6.2).

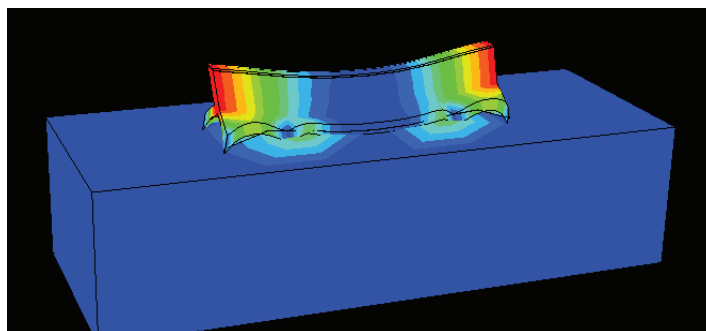


Figura 7.15: Primer Modo de la viga de fundación estudiada.

En la Figura 7.16 se observa la Curvatura de la Elástica de una viga de fundación, asentada sobre arena, para diferentes estados de carga. Para una carga  $C_e = 0,8$  MPa, donde la estructura aún no se encuentra fisurada puede observarse que la curva se mantiene prácticamente constante, mientras que a medida que la carga aumenta comienzan a surgir las variaciones en la curvatura, en correspondencia con las zonas fisuradas.

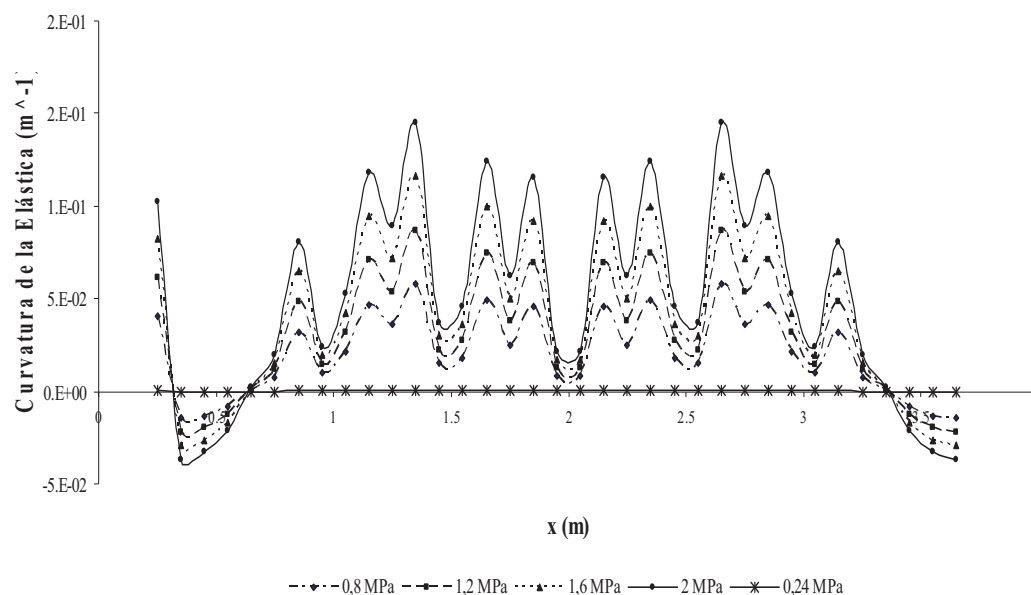


Figura 7.16: Curvatura de la Elástica para distintos estados de carga con el modelo estudiado de fisuras distribuidas

La Curvatura de la Elástica de la viga de fundación se aprecia en la Figura 7.17, esta fundación se la modeló asentada sobre distintos tipos de suelo y para dos estados de cargas, ( $C_e = 0,8 \text{ MPa}$  y  $C_e = 2 \text{ MPa}$ ). Para la carga  $C_e = 0,8 \text{ MPa}$  como no existe fisuración, las curvas correspondientes a la arena y a la arcilla, son prácticamente las mismas, con una diferencia promedio de 1,12 %, mientras que para una carga  $C_e = 2 \text{ MPa}$ , donde existe una amplia zona fisurada, las curvas se diferencian, y la curva de la viga asentada sobre arena presenta mayores variaciones que la misma asentada sobre arcilla. Es interesante destacar que el método de detección de fisura propuesto en este trabajo puede ser aplicado para diferentes tipos de suelo y tipos de fundaciones.

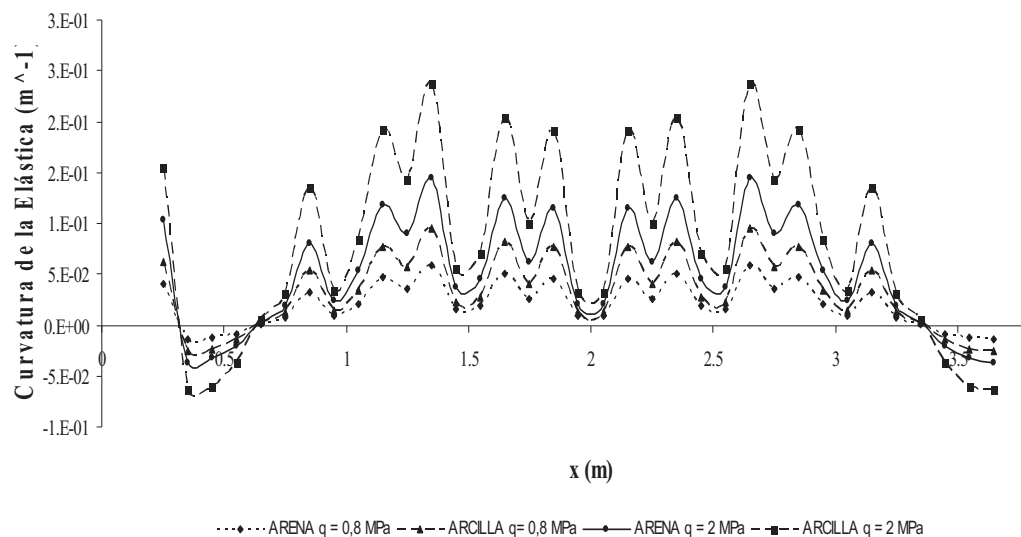


Figura 7.16: Curvatura de la Elástica para distintos tipos de suelo y estados de carga

## 7.7 REFERENCIAS

- [1] K. Jonson, P. Lemcke, W. Karunasena, N. Sivakugan, “Modelling the load-deformation response of deep foundations under oblique loading”. *Environmental Modeling and Software*, 21; 1375-1380, 2006.
- [2] CEB-FIP, Comite Euro-International du Béton-Fédération International de la Précontrainte, “CEB-FIP, Model Code 1990”, 1991.
- [3] H. T. Hu, F.M. Lin, Y. Y. Jan, “Nonlinear finite element analysis of reinforced concrete beams strengthened by fiber-reinforced plastics”, *Composite Structures* 63; 271-281, 2004.

- 
- 
- [4] A. Caquot, J. Kerisel, “Traité de Mécanique des sols”, Gauthier-Villars, 380 págs, Paris.1949.
- [5] V. V. Sokolovski, “Statics of Soil Media”, Butterworth Scientific Publications, London, 1960.
- [6] K. Terzaghi y R. B. Peck, “Mecánica de Suelos en la Ingeniería Práctica”, El Ateneo. 1992.
- [7] J. E. Bowles, “Analytical and computer methods in foundation engineering”, *McGraw Hill*. 147-185. New York, 1974.
- [8] J. A. Jimenez Salas, J. L. De Justo Alpeñes, “Geotecnia y Cimientos”. *Editorial Rueda*, Madrid, 1995.
- [9] ABAQUS/CAE, Student Edition, Version 6.6-2. *ABAQUS Inc*, 2006.
- [10] M. Hetényi, “Beams on Elastic Foundation”, The University of Michigan Press, Ann Arbor, Michigan., 1946.
- [11] V. Z. Vlazov and N. N. Leontiev, “Beams, Plates and Shells on Elastic Foundations”, Israel Program for Scientific Translations, Jerusalem, 1966.
- [12] S. Bharatha and M. Levinson, “A theory of elastic foundations”, *Archive for Rational Mechanics and Analysis*, 74, pp. 249–266, 1980.
- [13] J. Hahn, “Vigas Continuas, pórticos, placas y vigas flotantes sobre terreno elástico”, *G. Gili*, pp. 287-340, 1982.
- [14] O. C. Zienkiewicz, R. L. Taylor, “El Método de los Elementos Finitos. Formulación básica y problemas lineales”, McGraw-Hill; CIMNE; Volumen 1; Barcelona, 1994.
- [15] S. I. Robles, N. F. Ortega. “Study of Volumetric Displacements of shells”, *Journal of the International Association for Shell and Spatial Structures*, 42 (137), 139-147, 2001.
- [16] Q. Lu, G. Ren, Y. Zhao. “Multiple damage location with flexibility curvature and relative frequency change for beam structure”, *Journal of Sound and Vibration*, 253 (5);1101-1114, 2002.
- [17] N. F. Ortega, S. I. Robles; Capítulo: “Diseño y Optimización de la Estructura de Grandes Telescopios”; Modelización Aplicada a la Ingeniería, Volumen 2; Editores: Walter Legnani, Pablo Jacovkis y Ricardo Armentano; Universidad Tecnológica Nacional, 293-319, 2007.
- 
-

- 
- [18] ACI 318-05, “Requisitos de Reglamento para Concreto Estructural y Comentario, *American Concrete Institute*, 2005.
- [19] C. J. Orbanich, N. F. Ortega, S. I. Robles. “Localización de fallas en vigas de fundación elástica”. XXV ENIEF - *Mecánica Computacional*, AMCA:517-536, 2006.
- [20] F. Jiang et al., “Crack length calculation for bend specimens under static and dynamic loading”, *Engineering Fracture Mechanics*, 71, pp. 1971-1985, 2004.
- [21] C. J. Orbanich, S. I. Robles, N. F. Ortega; “Localización y cuantificación del daño en vigas de fundación de hormigón armado”; *IX Congreso Latinoamericano de Patología y XI Congreso de Control de Calidad en la Construcción*, Quito, Ecuador, 2007.



## **CAPÍTULO 8**

# **DETECCIÓN DE FISURAS EN VIGAS DE FUNDACIÓN ELÁSTICA MEDIANTE LA RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA INVERSO**

### **8.1 INTRODUCCIÓN**

Como se mencionó en el Capítulo 6, una estructura dañada presenta, entre otros cambios, una rigidez relativa menor que la misma sin daño. Esto se evidencia en la respuesta estática y también en la dinámica. En este último caso el deterioro en la misma tiene un efecto equivalente de “ablandar” la estructura, por cambios en parámetros tales como amortiguamiento modal, formas modales asociadas y frecuencias naturales. También se ponen de manifiesto en algunos otros parámetros estructurales, en especial, las matrices de masa, amortiguamiento, flexibilidad y rigidez [1].

Varios métodos de determinación de falla están basados en los cambios en parámetros estructurales tales como la masa, la rigidez, el módulo de elasticidad y en parámetros modales como las frecuencias, las formas modales, el amortiguamiento modal. En los trabajos de Salawu [2], Doebling et al. [3], Patil y Maiti [4], se reportan trabajos sobre detección de fisura en los que se ha abordado el problema a través del análisis de parámetros dinámicos.

En particular, el criterio de estimación de la ubicación y la profundidad de la fisura analizando los cambios en las frecuencias naturales medidas en el componente estructural dañado, ha sido ampliamente utilizado en los últimos años. Una de las razones es que las frecuencias son, entre otros parámetros dinámicos, de sencilla obtención a través de mediciones. Su determinación experimental, para un elemento fisurado dado, es relativamente directa. Sin embargo el problema inverso de la determinación de los parámetros de la fisura (ubicación y profundidad) para un conjunto dado de frecuencias medidas en el elemento dañado, no es tan simple. Para obtener resultados significativos debe utilizarse un modelo aceptable y una técnica numérica eficiente.

Un modelo simple y ampliamente aceptado es la representación de la disminución de la rigidez en el lugar de la fisura a través de un resorte rotacional. En el problema directo, si la constante del resorte y su ubicación fueran conocidas, la resolución del algoritmo daría como resultado las frecuencias naturales del sistema estructural. Ahora bien, de la disciplina de Mecánica de Fractura [5 a 8] puede determinarse una equivalencia entre la constante del resorte y la profundidad de la fisura, para cierto tipo de problemas. Por ello, si se conociera la profundidad de la fisura podría obtenerse un valor de la constante del resorte equivalente.

Como se mencionó anteriormente, Rytter [9], clasificó a la detección del daño en cuatro niveles, el nivel 1 tiene en cuenta la existencia del daño en la estructura, el nivel 2 es el nivel 1 más la localización del daño, en el nivel 3 se le suma al nivel 2 la cuantificación de la severidad del daño y el nivel 4, que es el nivel 3 más la predicción de la vida útil de la estructura, que se puede considerar desacoplado de los niveles anteriores.

En los Capítulos 6 y 7 se ha realizado la detección del daño, tanto en su ubicación como en profundidad (nivel 3) mediante técnicas estáticas, a diferencia, en este capítulo, se desarrollan técnicas dinámicas de detección. Para ello se plantea un problema inverso, es decir, conocida la respuesta, se obtienen los datos de la fisura. El mismo consiste en utilizar el algoritmo mencionado arriba, ingresando como datos los valores de las frecuencias naturales, medidos en el elemento estructural en estudio. Los resultados serán

---

---

entonces la ubicación y valor de la constante del resorte. Utilizando la equivalencia proveniente de la teoría de Mecánica de Fractura, se podrá obtener entonces la profundidad de la misma.

En el problema de vibraciones de una viga de fundación utilizando un modelo Winkler, modelando la fisura con la introducción de un resorte rotacional intermedio, admitiendo la fisura abierta y que la constante del resorte se mantiene constante, se obtienen las tres primeras frecuencias naturales a través de alguna medición. Estos valores son ingresados como datos en el algoritmo para resolver el problema inverso, es decir, predecir la longitud y la ubicación de la fisura, dadas esas tres frecuencias naturales medidas.

En este capítulo, se modela con el método de los elementos finitos el efecto de una fisura transversal en una viga apoyada sobre una fundación elástica. Se presenta una aplicación para la detección de fisuras mediante la solución del problema inverso, para una viga de fundación apoyada sobre un medio elástico. Por otro lado se aplica la metodología numérica, a partir de datos obtenidos experimentalmente, a una viga de hormigón armado simplemente apoyada. Cabe acotar que los resultados obtenidos para estos ejemplos son aceptables, como se verá en el desarrollo del capítulo.

## **8.2 SOLUCIÓN DEL PROBLEMA DE VIBRACIONES**

Para plantear primero el problema directo, se estudiaron las vibraciones naturales de una viga sobre fundación elástica con un resorte rotacional intermedio. Se adoptó un modelo como el que se muestra en la Figura 8.1, donde se puede observar una viga apoyada sobre un suelo Winkler de rigidez  $k$  [kg/m<sup>3</sup>] [10 a 16]. Se le introduce un resorte rotacional, el cual simula la presencia de una fisura que produce un cambio en la flexibilidad de la sección dañada. Para resolver este problema, se caracteriza al resorte con una constante elástica  $k_r$ , y a la viga con su densidad ( $\rho$ ) y Módulo de Elasticidad ( $E$ ). Para generalizar el problema se ha supuesto que la viga tiene dos tramos con distintas secciones ( $F_1$  y  $F_2$ ), inercias ( $I_1$  y  $I_2$ ) y longitudes ( $L_1$  y  $L_2$ ).

En el Capítulo 2, en el punto 2.6 se plantean las ecuaciones que gobiernan el problema de vibraciones naturales del sistema viga-resorte aquí empleada, o a partir de la minimización de la energía.

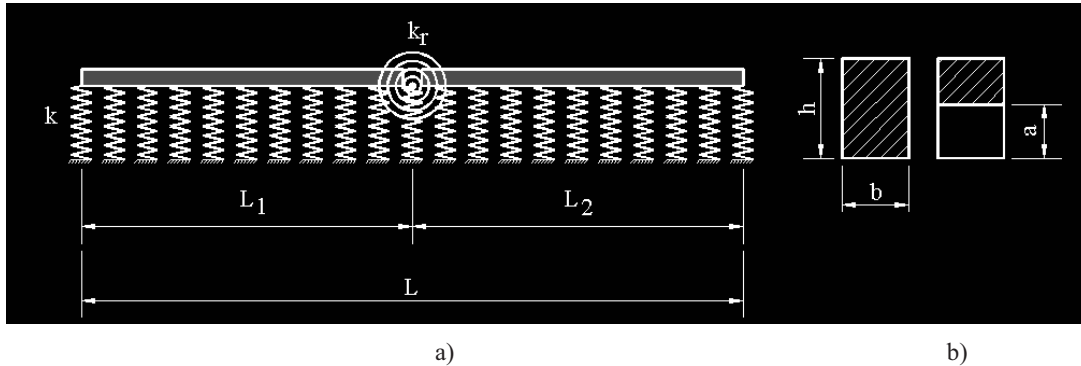


Figura 8.1: a. Viga sobre fundación Winkler ( $k$ ) con un resorte rotacional intermedio de constante  $k_r$   
 b. Sección llena de la viga y sección con fisura de altura  $a$

### 8.3 SOLUCIÓN DEL PROBLEMA DIRECTO UTILIZANDO UN ALGORITMO DE SERIES DE POTENCIAS

Las series de potencias son una herramienta ampliamente conocida y utilizada en la mecánica estructural. Filipich y Rosales [17 a 8] han usado esta metodología en problemas altamente no lineales. En el problema que se está tratando en esta investigación, las ecuaciones son lineales y la ventaja del enfoque que se tiene empleando las series de potencias es la simplicidad algebraica, su rápida convergencia y por ello, un reducido tiempo computacional, características que son relevantes en la resolución del problema inverso. Las incógnitas del problema son las funciones  $v_1(x_1)$  y  $v_2(x_2)$  que representan la función desplazamiento en cada tramo de la viga. Estas funciones son expandidas en series de potencias de la siguiente manera. Se proponen las siguientes expresiones en series de potencias,

$$v_1 = \sum_{i=0} A_{1i} x_1^i ; \quad v_2 = \sum_{i=0} A_{2i} x_2^i \quad (8.1)$$

Una vez reemplazadas en las Ecuaciones Diferenciales gobernantes, desarrolladas en el Capítulo 2 en el punto (2.6), se obtienen las siguientes ecuaciones de recurrencia:

$$A_{1(i+4)} = \frac{\alpha_1^4 \lambda^2 A_{1i}}{\varphi_{4i}} \quad (8.2)$$

$$A_{2(i+4)} = \frac{(1-\alpha_1)^4 \lambda^2 A_{2i}}{\varphi_{4i}} \quad (8.3)$$

y donde  $\varphi_{lk} = (n+m)!/n!$ , siendo  $n, m$  números enteros,  $\alpha_1$  es la posición del resorte y  $\lambda$  es el autovalor adimensional, que se definió en la ecuación (2.55).

Las condiciones de continuidad conducen a:

$$A_{20} = \sum_{i=0} A_{1i} \quad (8.4)$$

$$A_{21} = \frac{(1-\alpha_1)}{k\alpha_1} \left[ \sum_{i=0} \varphi_{2i} A_{1(i+2)} + k\alpha_1 \sum_{i=0} \varphi_{1i} A_{1(i+1)} \right] \quad (8.5)$$

$$A_{22} = \frac{(1-\alpha_1)^2}{k\alpha_1^2} \sum_{i=0} \varphi_{2i} A_{1(i+2)} \quad (8.6)$$

$$A_{23} = \frac{(1-\alpha_1)^3}{6\alpha_1^3} \sum_{i=0} \varphi_{3i} A_{1(i+3)} \quad (8.7)$$

De las ecuaciones anteriores puede verse que las incógnitas son  $A_{ij}$  con  $i = 1, 2$  y  $j = 0, 3$ .  $A_{10}, A_{11}, A_{12}, A_{13}$  se obtienen de las condiciones de borde y las cuatro segundas de las condiciones de contorno.

En definitiva, teniendo como datos la posición del resorte  $\alpha_1 = L_1/L$  y su constante de rigidez  $k_1 = krL_1 / EI_1$ , pueden obtenerse los autovalores  $\lambda$  del problema. Esto es lo que se conoce como solución del problema directo. De otro modo, si se conocen  $(\Omega$  y  $\alpha_1)$  o  $(\Omega$  y  $k_1)$ , se podrían obtener el parámetro,  $k_1$  o  $\alpha_1$ , respectivamente. De esta forma, se resuelve el problema inverso, como se vera en la próxima subsección.

## 8.4 PROBLEMA INVERSO

Como se dijo anteriormente, el uso de las frecuencias naturales como criterio para la detección de fallas, ha sido ampliamente usado en las últimas décadas. La detección de la fisura puede plantearse como un problema inverso. El procedimiento a emplearse es el siguiente:

- a) Se realiza la medición de las tres primeras frecuencias naturales del elemento estructural fisurado (o presuntamente fisurado).
- b) Cada una de estas frecuencias se introducen como datos en el algoritmo.
- c) Para cada frecuencia se obtiene una curva  $k_I$  vs.  $\alpha_I$ , que se grafica.
- d) El punto de cruce de las tres curvas permite obtener los valores buscados, dados los inevitables errores numéricos y dispersión de los datos, las curvas se cruzan en tres puntos muy cercanos formando un “triángulo”. Se halla el baricentro de ese triángulo el cual indica la posición del resorte (equivalente a la fisura)  $\alpha_I$  y la rigidez  $k_I$  (directamente relacionado con la profundidad de la fisura  $a$ ).
- e) Una vez que se encontró dicho punto, y con éste, los valores de  $\alpha_I$  y  $k_I$ , el tamaño de la fisura (profundidad) puede ser estimado a partir de una relación entre ésta y la rigidez del resorte rotacional equivalente, como por ejemplo la siguiente [21]

$$k_1 = \frac{Ebh^2}{72\pi f(r^*)} \quad (8.8)$$

siendo  $r^* = a/h$  y

$$f(r^*) = 0.6384r^{*2} - 1.035r^{*3} + 3.7201r^{*4} - 5.1773r^{*5} + 7.553r^{*6} - 7.3324r^{*7} + 2.4909r^{*8}$$

## 8.5 DETECCIÓN DE FALLAS UTILIZANDO COMO DATOS FRECUENCIAS HALLADAS CON MODELO NUMÉRICO

Para validar la metodología se utilizaron valores de frecuencias obtenidas de un método computacional. En este apartado se modeló, con el Método de los Elementos Finitos [22], mediante el Software ALGOR [23], una viga de fundación apoyada sobre un medio

elástico en estado sano, cuyas dimensiones son de 0,20 m de ancho, por 0,30 m de alto, por 4,00 m de longitud, siendo el material adoptado hormigón armado, que fue considerado como homogéneo, continuo e isótropo, siendo:  $E = 3,10 \times 10^{10}$  [N/m<sup>2</sup>];  $\nu = 0.15$  y  $\rho = 2351$  [Kg/m<sup>3</sup>].

A los efectos de tener en cuenta la discrepancia entre el modelo 2D de Elementos Finitos y el modelo de viga Bernoulli del algoritmo de detección, se utilizó el procedimiento de ajuste (“zero setting” Nandwana y Maiti [24]). Por ello, se calcularon las frecuencias teóricas de una viga de fundación apoyada sobre un medio elástico sin fisuras [25] y se obtuvo un factor, (relación entre las frecuencias teóricas y las frecuencias calculadas por el Método de los Elementos Finitos), tal como se muestra a continuación:

$$Z_i = \frac{\lambda_i^T}{\lambda_i^M} \quad (8.9)$$

En este caso, las frecuencias teóricas adimensionales para una viga de fundación apoyada en un medio elástico son:  $\lambda_1^T = 23,16250$ ,  $\lambda_2^T = 61,96350$ ,  $\lambda_3^T = 121,05192$ . Por otro lado, las frecuencias adimensionalizadas, calculadas por el Método de los Elementos Finitos de la viga sana son:  $\lambda_1^M = 22,73380$ ,  $\lambda_2^M = 58,34810$ ,  $\lambda_3^M = 109,08310$ , por lo que los valores del factor para el “zero setting”, y para este caso son:  $Z_1 = 1,01885$ ,  $Z_2 = 1,06196$ ,  $Z_3 = 1,10972$ , y para cada modo respectivo.

Luego se construyó el mismo modelo en elementos finitos, al que se le generó una fisura discreta de 1mm de espesor y se fue variando su longitud con una ubicación a una distancia  $x$  de 1 m del apoyo, en función de la profundidad de fisura, calculando en cada caso, las primeras tres frecuencias naturales ( $f^M$ ). Para cada modelo se calcularon las frecuencias adimensionalizadas ( $\lambda_1^M$ ,  $\lambda_2^M$ ,  $\lambda_3^M$ ) multiplicando a las frecuencias naturales halladas con el método de los elementos finitos por el valor  $2\pi L^2 \sqrt{\frac{\rho F}{EJ}} = 0,316348$ , tal que  $\lambda_i^M = 2\pi L^2 \sqrt{\frac{\rho F}{EJ}} f = 0,316348 f$ . A las frecuencias adimensionalizadas calculadas ( $\lambda_i^M$ )

se las multiplicó por los factores “zero setting” ( $Z_i$ ) y se obtuvieron las frecuencias adimensionalizadas corregidas ( $\lambda_i$ ), cuyos valores se muestran en la Tabla 8.1.

Las frecuencias adimensionalizadas corregidas se introducen en un programa realizado en entorno Matlab, que tiene en cuenta el algoritmo de solución del problema Inverso y se obtiene una curva  $k_I$  (rigidez del resorte) que está directamente relacionada con la profundidad de la fisura en función de  $\alpha_I$  (ubicación del resorte,  $L_I/L$ ).

Tabla 8.1: Frecuencias Naturales de una viga de fundación, en función de la ubicación y la profundidad de la fisura

| <b>Modelo</b> | <b>x [m]</b> | <b>prof = a [m]</b> | $f_i^M$ (Hz) | $\lambda_i^M$ | <b>Modo</b> | <b>Factor Z</b> | $\Omega_i$ |
|---------------|--------------|---------------------|--------------|---------------|-------------|-----------------|------------|
| <b>I</b>      | <b>1</b>     | <b>0,05</b>         | 71,398       | 22,5864       | 1           | 1,01885         | 23,01215   |
|               | <b>1</b>     | <b>0,05</b>         | 181,030      | 57,2684       | 2           | 1,06196         | 60,81675   |
|               | <b>1</b>     | <b>0,05</b>         | 339,473      | 107,3916      | 3           | 1,10972         | 119,1746   |
| <b>II</b>     | <b>1</b>     | <b>0,10</b>         | 68,8279      | 21,7735       | 1           | 1,01885         | 22,1839    |
|               | <b>1</b>     | <b>0,10</b>         | 170,823      | 54,0395       | 2           | 1,06196         | 57,3877    |
|               | <b>1</b>     | <b>0,10</b>         | 325,613      | 103,0070      | 3           | 1,10972         | 114,3089   |
| <b>III</b>    | <b>1</b>     | <b>0,15</b>         | 66,284       | 20,9687       | 1           | 1,01885         | 21,36396   |
|               | <b>1</b>     | <b>0,15</b>         | 153,518      | 48,5651       | 2           | 1,06196         | 51,57419   |
|               | <b>1</b>     | <b>0,15</b>         | 307,017      | 97,1242       | 3           | 1,10972         | 107,78066  |
| <b>IV</b>     | <b>1</b>     | <b>0,20</b>         | 58,540       | 18,5190       | 1           | 1,01885         | 18,86808   |
|               | <b>1</b>     | <b>0,20</b>         | 131,878      | 41,7193       | 2           | 1,06196         | 44,30422   |
|               | <b>1</b>     | <b>0,20</b>         | 288,253      | 91,1882       | 3           | 1,10972         | 101,19336  |

En la Figura 8.2 se muestra un ejemplo de los modos de vibración hallados en las vigas de fundación, apoyadas sobre un medio elástico tipo Winkler.



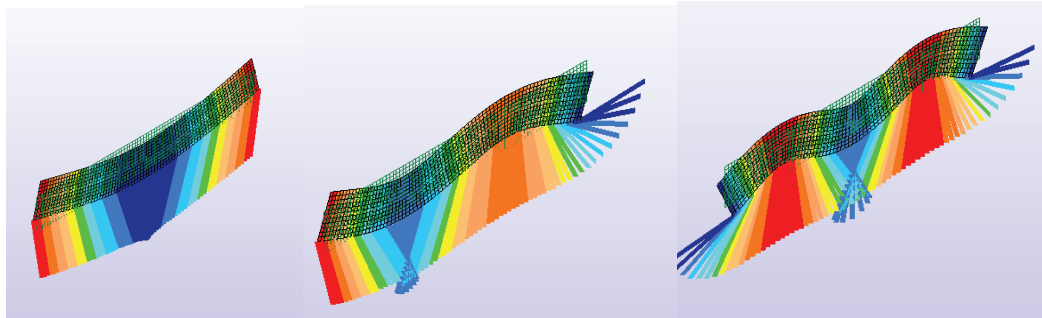


Figura 8.2: Modos de Vibración para una viga de 20 x 30 cm con una fisura en  $x = 3$  m

### MODELO I

En la Figura 8.3 se puede observar la curva  $k_I$  en función de  $\alpha_1$  para las tres frecuencias ingresadas al algoritmo. Aquí se puede ver el punto de cruce de las mismas. Es interesante destacar que estas curvas son similares en los cuatro modelos, cambiando solamente las coordenadas del eje  $k_I$ . Por tal motivo se considera a esta figura como representativa de los cuatro modelos y se mostrará para cada uno de ellos, solamente la zona de los puntos de cruce ampliada.

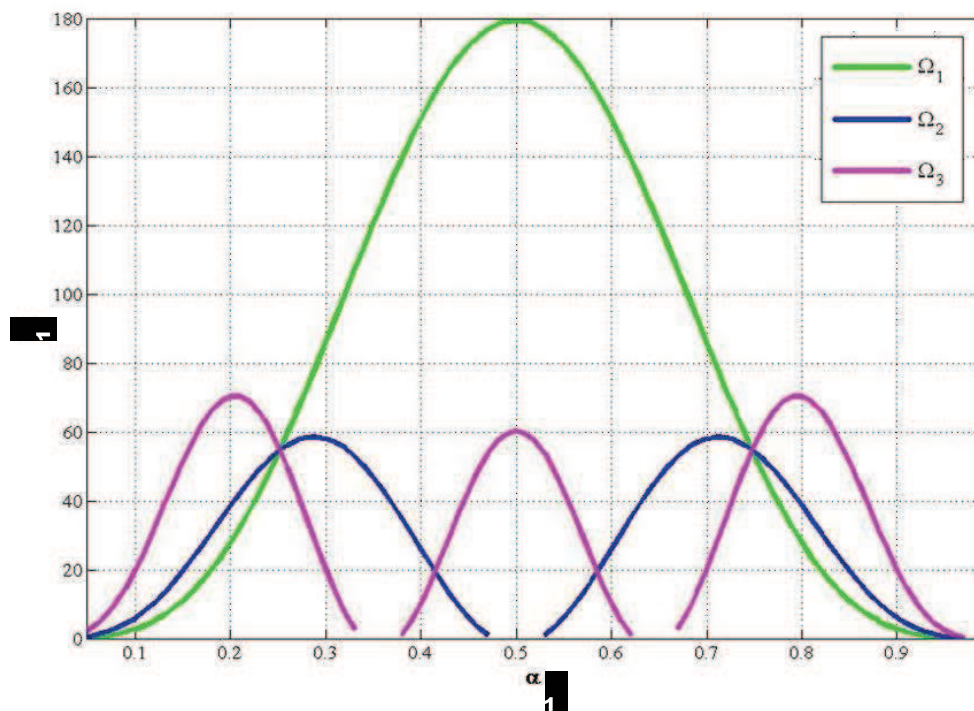


Figura 8.3: Curvas de  $k_I$  en función de  $\alpha_1$  para el Modelo I

En la Figura 8.4 se puede ver la zona de encuentro de las tres curvas, y observar que la ubicación de la fisura se estima en  $\alpha_I = 0,252$ , por lo que se puede decir que la fisura se encuentra a una distancia de 1,008 m del apoyo derecho, siendo el error:

$$\varepsilon_l = \left| \frac{\hat{L}_1 - L_1}{L} \right| = \left| \left( \frac{1,008 - 1,000}{4} \right) \right| \times 100 = 0,2\%$$

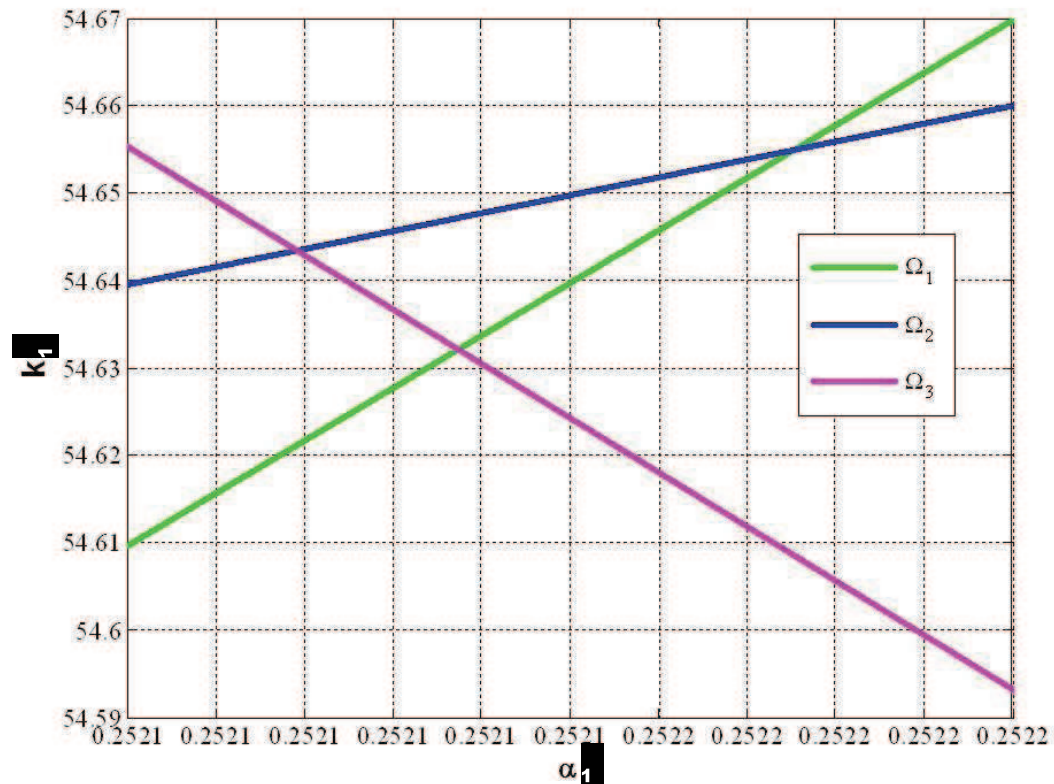


Figura 8.4: Vista ampliada del punto de cruce de las curvas de  $k_I$  vs.  $\alpha$  para el modelo I

Después de localizar la fisura y con los valores de  $\alpha$  y  $k_I$ , el tamaño de la misma (profundidad  $a$ ) se estimó mediante una relación entre ésta y la rigidez del resorte rotacional equivalente, tal como se mostró en la Ecuación (8.4). Resolviendo dicha ecuación, se obtiene el valor de la profundidad de la fisura, siendo ésta de 0,046 m de profundidad, con un error  $\varepsilon_a = \left| \frac{\hat{a} - a}{h} \right| = \left| \frac{0,046 - 0,050}{0,3} \right| \times 100 = 1,3\%$ .

MODELO II

En la Figura 8.5 se puede ver en una escala ampliada el cruce de las tres curvas, y asegurar que la ubicación de la fisura está a  $\alpha_l = 0,270$ , por lo que se puede decir que la fisura se encuentra a una distancia de 1,083 m del apoyo derecho, siendo el error del 2 %.

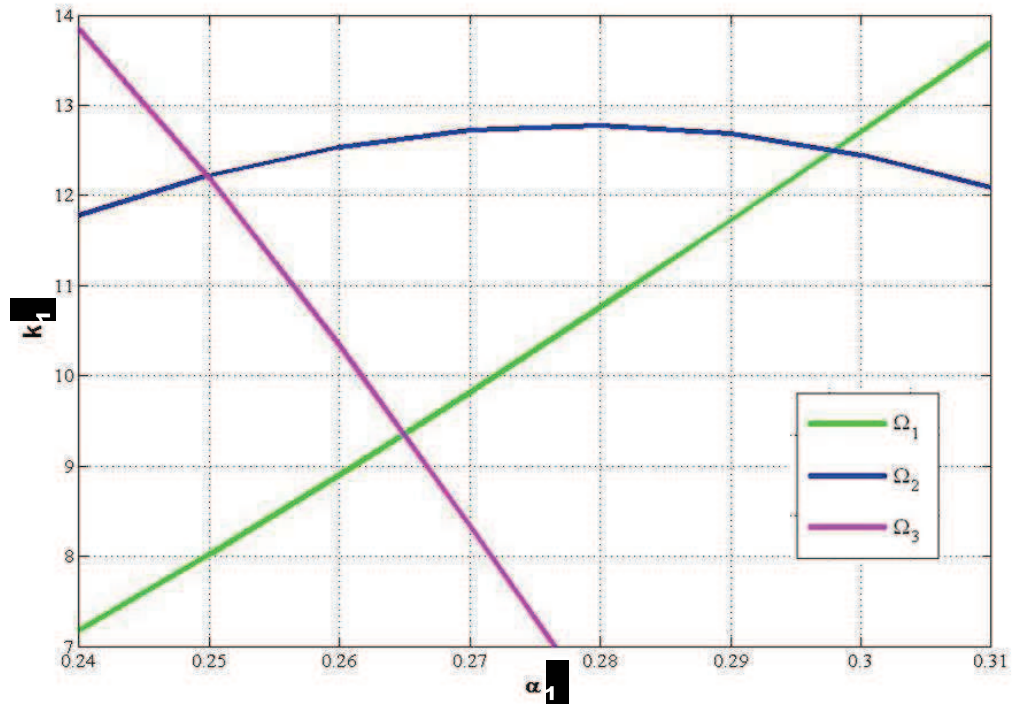


Figura 8.5: Punto de cruce de las curvas  $k_l$  en función de  $\alpha_l$ , para el modelo II

Resolviendo la Ecuación (8.1) se obtiene el valor de la profundidad de la fisura, siendo ésta de 0,098 m, con un error de 0,6 %.

**MODELO III**

La Figura 8.6 muestra el cruce de las tres curvas, y puede observarse que la ubicación de la fisura está a  $\alpha_I = 0,2468$ , encontrándose la fisura a una distancia de 0,9872 m del apoyo derecho, siendo el error igual a 0,32 %.

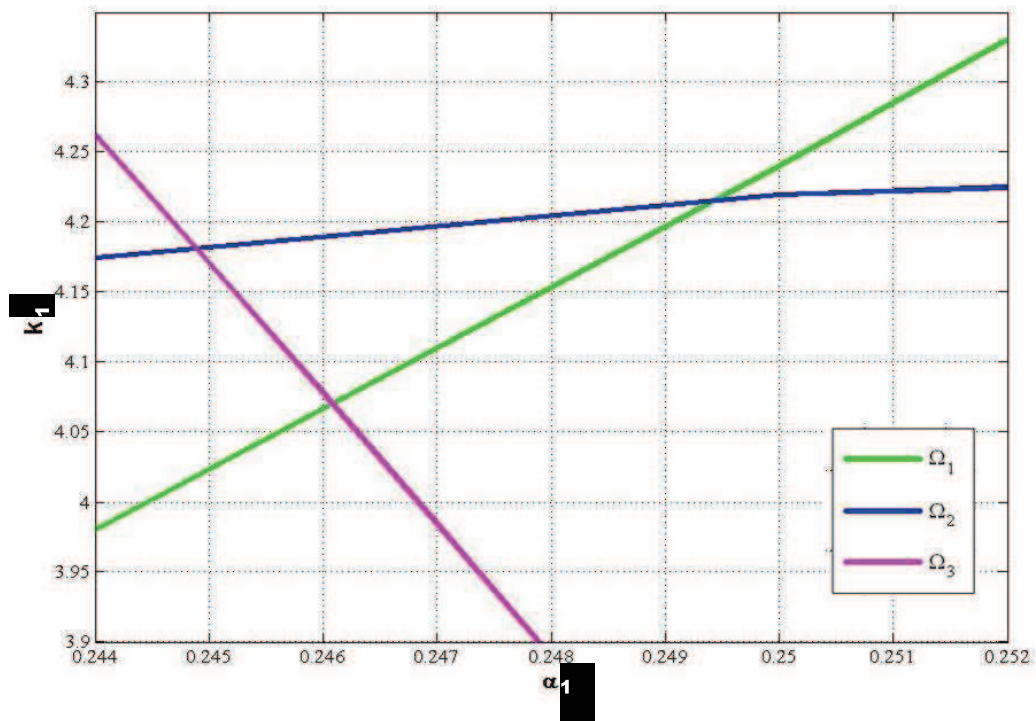


Figura 8.6: Punto de cruce de las curvas  $k_I$  en función de  $\alpha_I$ , para el modelo III

Resolviendo la Ecuación (8.1) se obtiene el valor de la profundidad de la fisura, siendo ésta de 0,149 m, con un error de 0,33 %.

**MODELO IV**

En la Figura 8.7 se puede ver el punto cruce de las tres curvas, y observarse que la ubicación de la fisura está a  $\alpha_I = 0,240$ , encontrándose la fisura a una distancia de 0,96 m del apoyo derecho, siendo el error del 1 %.

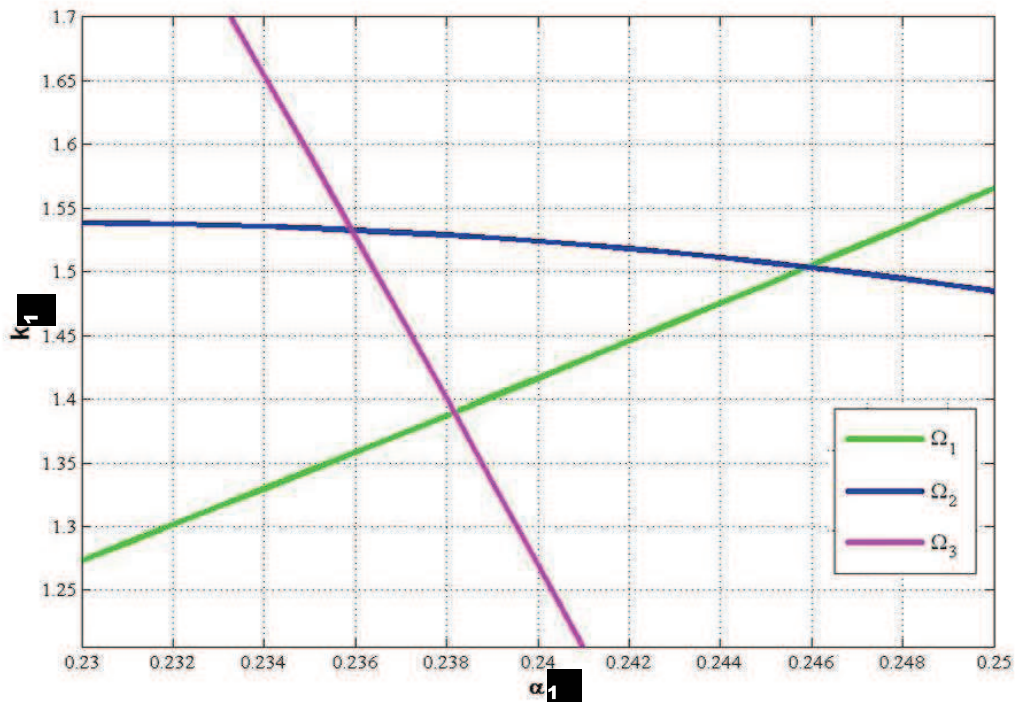


Figura 8.7: Punto de cruce de las curvas  $k_f$  en función de  $\alpha_f$  para el modelo IV

Resolviendo la ecuación 8.4 se obtiene el valor de la profundidad de la fisura, siendo ésta de 0,223 m, con un error del 7,7 %.

De los resultados reportados, puede inferirse que el método tiene niveles de error aceptable y puede proponerse como una primera estimación o valor inicial para otras técnicas más sofisticadas.

## 8.6 DETECCIÓN MEDIANTE LA RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA INVERSO EN UN MODELO REALIZADO EN LABORATORIO

A continuación se validará el método de detección de daños de fisuras utilizando la solución del problema inverso, para el caso de una viga simplemente apoyada (sin suelo Winkler) de Hormigón Armado.

En la Figura 8.8 se presenta una viga ensayada en el Laboratorio de Modelos Estructurales, a los efectos de detectar una fisura a nivel 3. Este ensayo se realiza con el fin



de probar experimentalmente la factibilidad de materializar la técnica de detección de fallas, presentada en este capítulo. Para simular la fisura mediante un resorte rotacional y calcular sus frecuencias naturales teóricas se adoptó el esquema estructural indicado en la Figura 8.9.



Figura 8.8: Modelo de una viga simplemente apoyada de hormigón armado

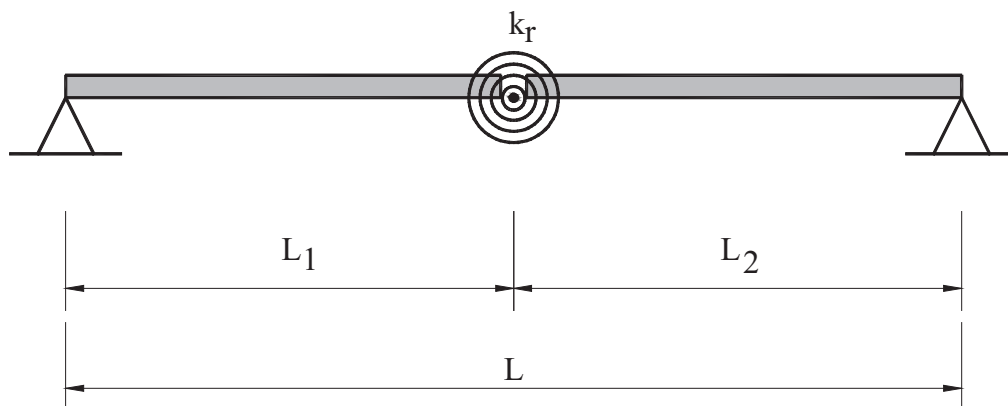


Figura 8.9: Viga con un resorte rotacional de constante  $k_r$  en la mitad de la luz

Para calcular las frecuencias teóricas, se halló la sección homogeneizada de la viga de hormigón armado. Las dimensiones de la sección de hormigón son de 16,3 cm de ancho

por 8 cm de alto, la sección superior de acero es de  $0,6411 \text{ cm}^2$  ( $1 \text{ } \emptyset 8 + 1 \text{ } \emptyset 4,2$ ), igual a la sección inferior. Los parámetros de la sección equivalente se calculan como sigue:

$$b_{eqh} = \frac{E_h}{E_a} b_h = 1,9404 \text{ cm} \quad (8.10)$$

$$A_{eq.} = A_{a \text{ sup}} + A_{a \text{ inf}} + b_{eqh} h = 17,1941 \text{ cm}^2 \quad (8.11)$$

$$I_{eq} = 2A_a \left( \frac{h}{2} \right)^2 + \frac{b_{eqh} h^3}{12} = 99,2121 \text{ cm}^4 \quad (8.12)$$

Luego se calcularon las frecuencias teóricas de una viga de hormigón armado simplemente apoyada

$$\Omega^T = \omega^T L^2 \sqrt{\frac{\rho A_{eq}}{EI_{eq}}} \quad (8.13)$$

$$\Omega^T = 2\pi f^T L^2 \sqrt{\frac{\rho A_{eq}}{EI_{eq}}} \quad (8.14)$$

Reemplazando los datos de la viga homogenizada se calculan las frecuencias, arrojando los siguientes resultados:  $f_1^T = \pi^2 \Omega^T = 42,206 \text{ Hz}$ ,  $f_2^T = 4\pi^2 \Omega_2^T = 168,824 \text{ Hz}$ ,  $f_3^T = 9\pi^2 \Omega_3^T = 379,856 \text{ Hz}$ .

Para la medición de las frecuencias se colocó un acelerómetro (triaxial 5g) a una distancia de  $\frac{1}{4}$  de la luz, distancia medida desde el apoyo que se muestra en la Figura 8.10, y se excitó dinámicamente a una distancia de  $\frac{1}{4}$  de la luz, medida desde el otro apoyo. El acelerómetro se conecta a un sistema de adquisición de datos [26] y para el procesamiento de las frecuencias naturales de vibración se utilizó el programa LOGGER PRO [27]. En la Figura 8.11 se muestra el instrumental utilizado para el ensayo.

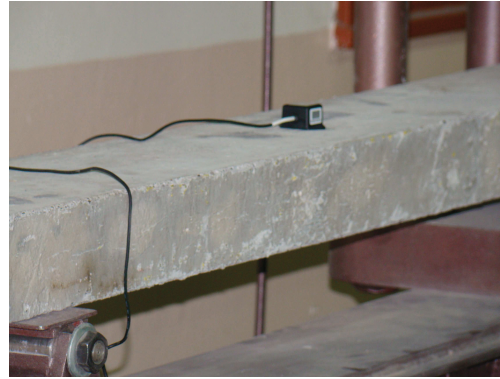


Figura 8.10: Acelerómetro ubicado en el cuarto de la luz, medido desde el apoyo

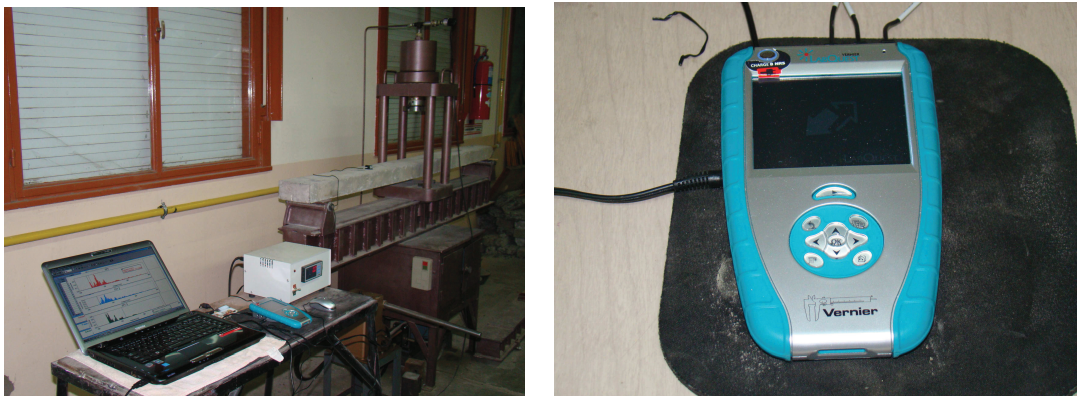


Figura 8.11: Instrumento utilizado para medición de las frecuencias naturales

En la realización de estos ensayos, para que las frecuencias medidas sean más representativas, se tomó una gran cantidad de valores. Con los datos obtenidos se realizó un análisis estadístico y se hallaron las tres primeras frecuencias de la viga sana, arrojando los siguientes resultados:  $f_{1s} = 19,530 \text{ Hz}$ ,  $f_{2s} = 121,090 \text{ Hz}$ ,  $f_{3s} = 359,380 \text{ Hz}$ . A los fines de observar las tres primeras frecuencias con mayor detalle, se muestran de la Figura 8.12 hasta la Figura 8.14, las frecuencias naturales en un entorno de las mismas.



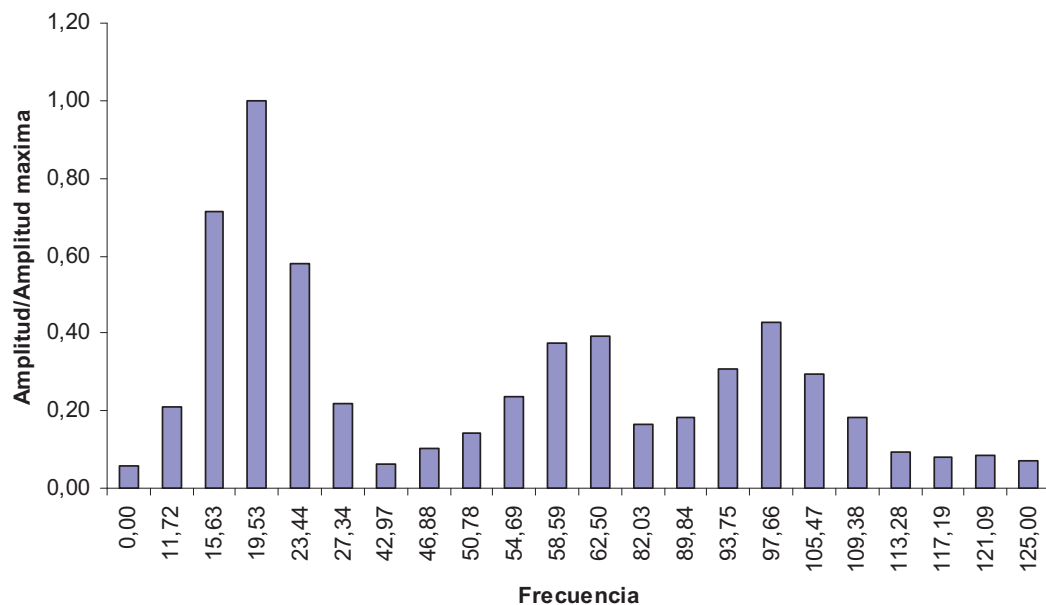


Figura 8.12: Primera Frecuencia de la viga sana  $f_{1s} = 19,5$  Hz

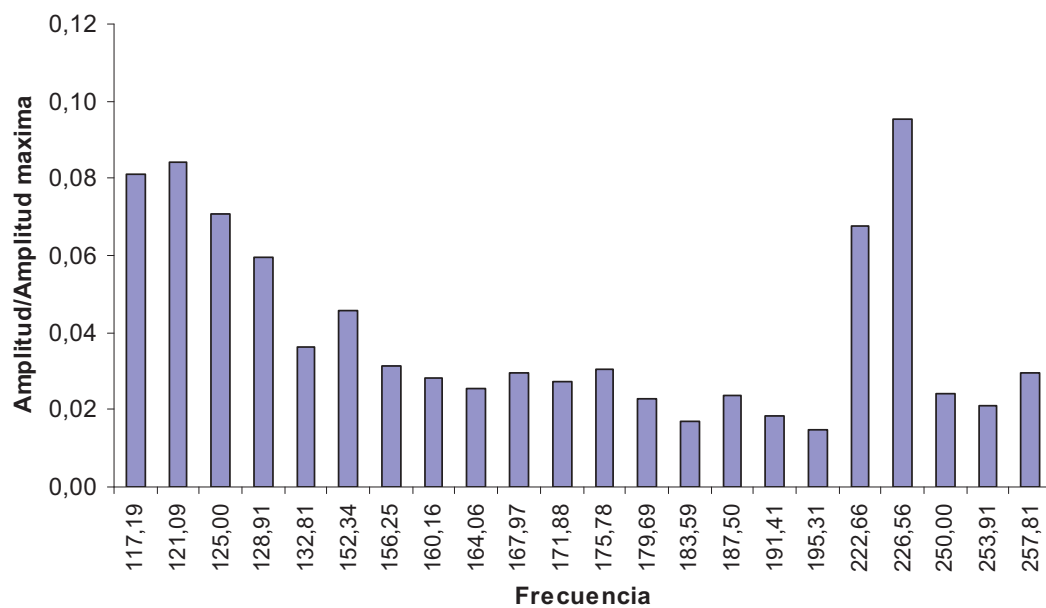


Figura 8.13: Segunda Frecuencia de la viga Sana  $f_{2s} = 121$  Hz

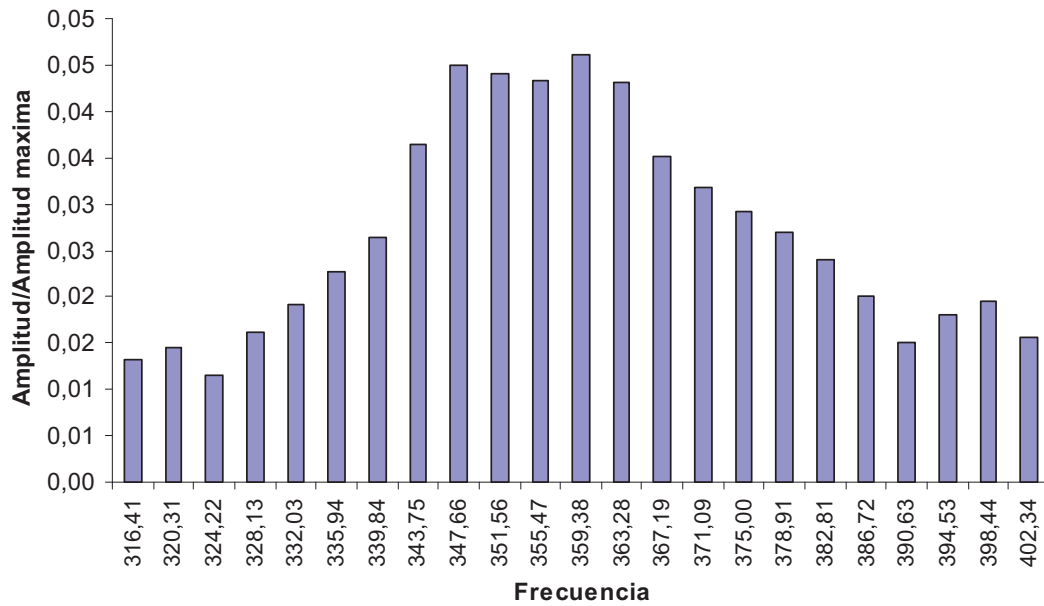


Figura 8.14: Tercera Frecuencia de la viga sana  $f_{1s} = 359$  Hz

Una vez halladas las frecuencias teóricas y medidas las frecuencias experimentales, se calcularon los factores “zero setting”, cuyos valores para este caso son:  $Z_1 = 2,16$ ,  $Z_2 = 1,39$  y  $Z_3 = 1,06$ .

Para fisurar la viga, se aplicó lentamente una carga concentrada en el centro de la misma y se midieron las frecuencias naturales, aplicando el mismo procedimiento detallado anteriormente. Se hallaron las tres primeras frecuencias de la viga fisurada simplemente apoyada, cuyos resultados son  $f_{1f} = 15,6$  Hz,  $f_{2f} = 117,10$  Hz,  $f_{3f} = 316,40$  Hz. Estos resultados se muestran desde la Figura 8.15 hasta la Figura 8.17.

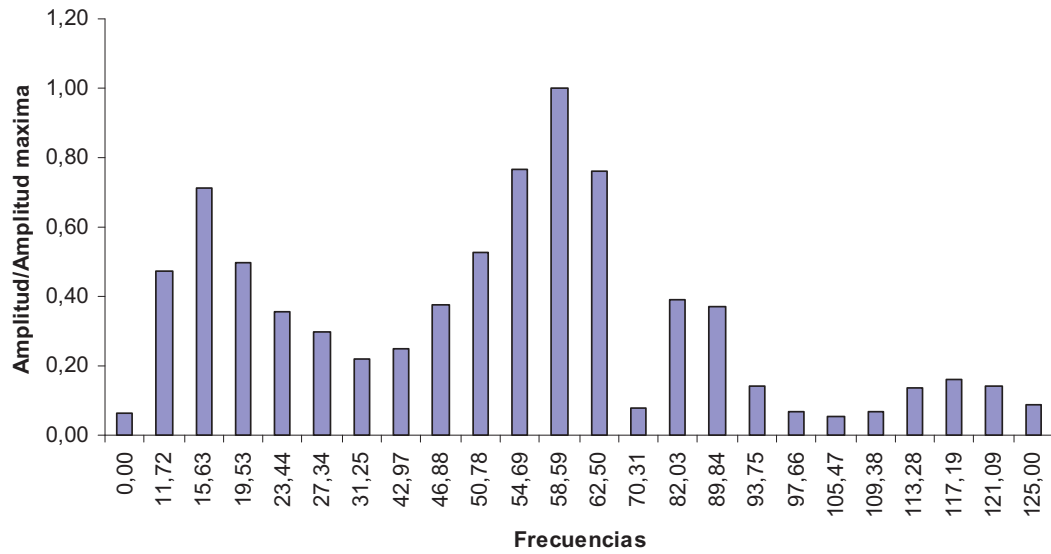


Figura 8.15: Primera Frecuencia de la viga fisurada  $f_{1f} = 15,6$  Hz

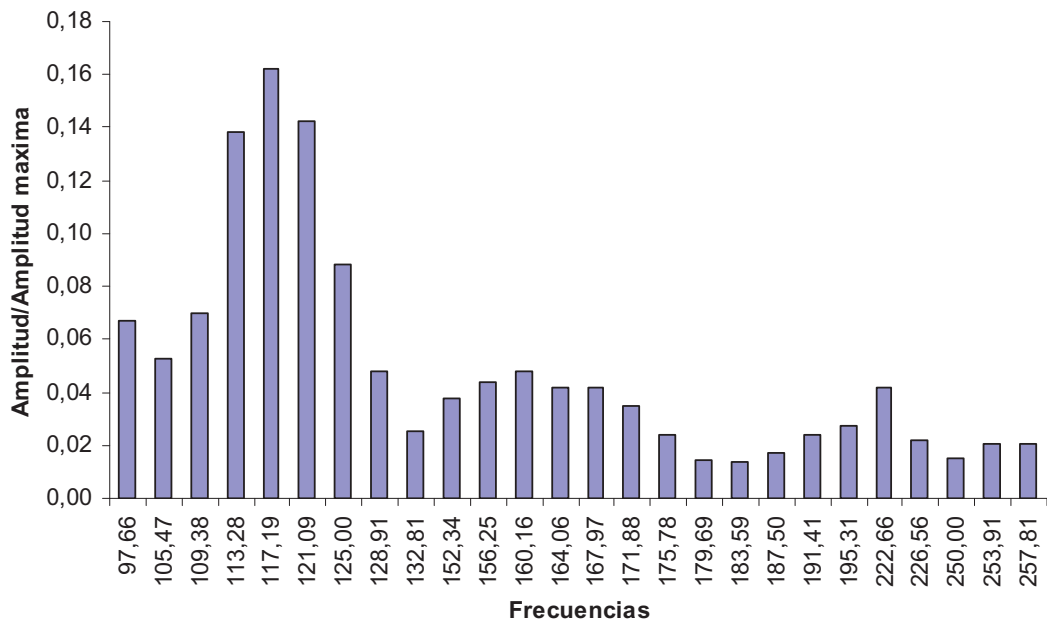


Figura 8.16: Segunda Frecuencia de la viga fisurada  $f_{2f} = 117$  Hz

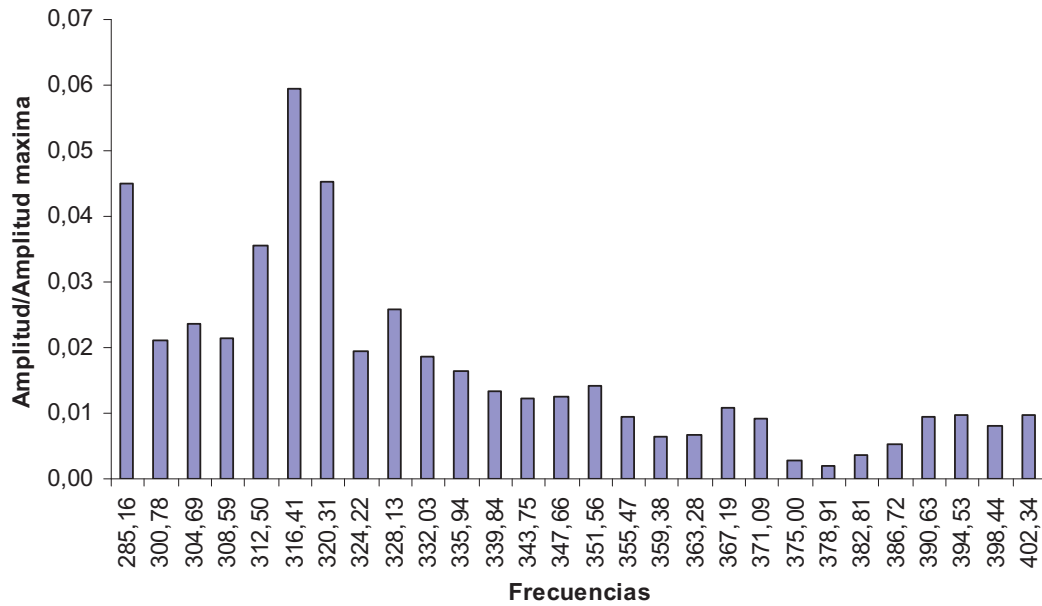


Figura 8.17: Tercera Frecuencia de la viga fisurada  $f_{3f} = 316$  Hz

Una vez halladas las frecuencias en forma experimentales se aplicaron los factores “zero setting”, calculados anteriormente y se obtuvieron las frecuencias corregidas de la viga fisurada, cuyos valores para este caso son:  $f_{1fc} = 33,780$  Hz,  $f_{2fc} = 163,390$  Hz,  $f_{3fc} = 334,440$  Hz. Se obtienen las frecuencias adimensionales corregidas, siendo éstas  $\Omega_1 = 7,8987$ ,  $\Omega_2 = 38,2068$ ,  $\Omega_3 = 78,2055$ .

Estas frecuencias se introducen en el programa realizado en entorno Matlab, algoritmo de resolución del problema inverso, con el que se obtiene una curva de la variación de  $k_I$  (rigidez del resorte), y directamente relacionado con la profundidad de la fisura en función de  $\alpha_I$  (ubicación del resorte,  $L_I/L$ ).

En la Figura 8.18 se pueden observar las curvas obtenidas para cada frecuencia. El centroide del triángulo delimitado por estas tres curvas da la ubicación de la fisura.

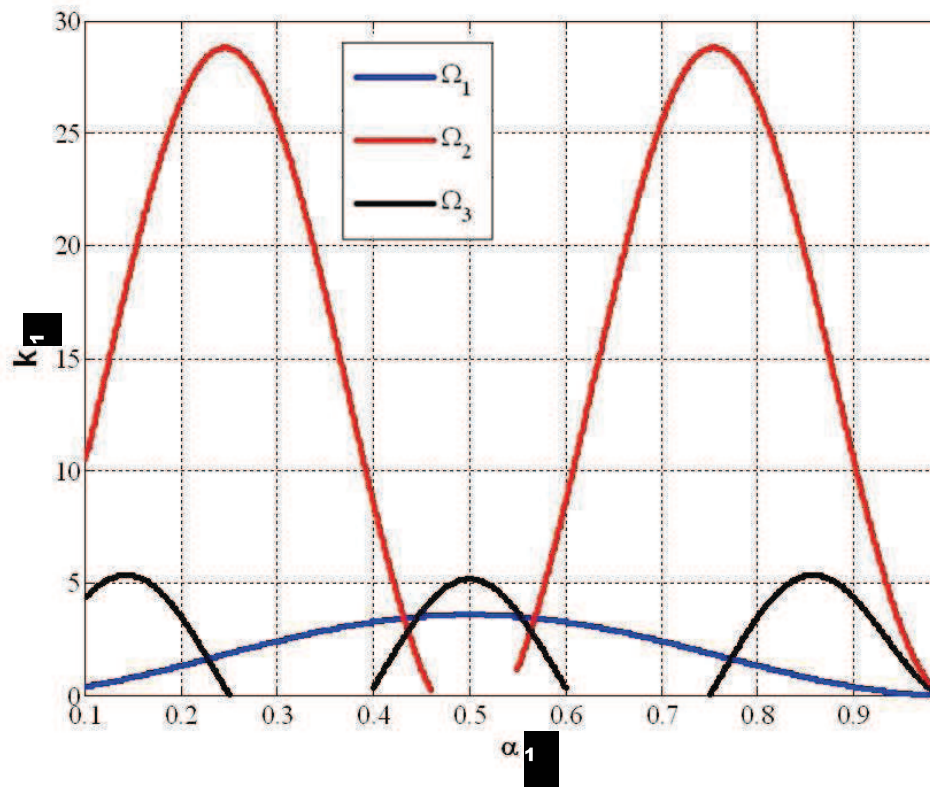


Figura 8.18: Curvas  $k_l$  en función de  $\alpha_l$ , para la viga ensayada experimentalmente

En la Figura 8.19 se puede ver la zona de encuentro de las tres curvas y observar que la ubicación de la fisura está a  $\alpha_l = 0,561$ , por lo que se puede decir que la fisura se encuentra en una zona  $1,00 \pm 0,12 m$  de los apoyos, siendo el error:

$$\varepsilon_l = \left| \frac{\hat{L}_1 - L_1}{L} \right| = \left| \frac{1,12 - 1,00}{1,995} \right| \times 100 = 0,06\%$$

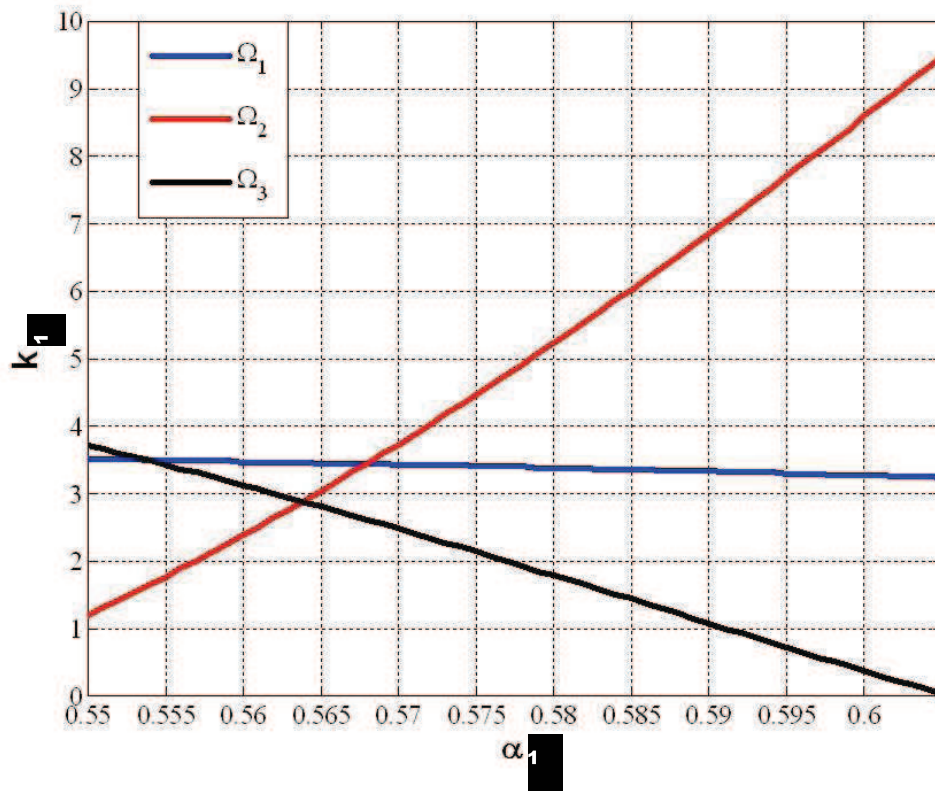


Figura 8.19: Ampliación de la zona de cruce de las Curvas  $k_1$  en función de  $\alpha_1$

Una vez que se encontró el punto medio y con ello los valores de  $\alpha_1$  y  $k_1$ , aplicando la ecuación 8.4 se obtiene el valor de la profundidad de la fisura ( $a$ ), siendo ésta de 2,53 cm.

En la Figuras 8.20 se puede observar que la profundidad real de la fisura en la viga, es de aproximadamente 2,50 cm, por lo que el error cometido es de

$$\varepsilon_a = \left| \frac{\hat{a} - a}{h} \right| = \left| \frac{0,0253 - 0,025}{0,08} \right| \times 100 = 0,375 \%$$

Este resultado puede parecer excelente, aunque deben hacerse los siguientes comentarios. Sería necesario una mayor cantidad de ensayos, en distintos especímenes, para confirmar la tendencia. Como es sabido el Hormigón Armado presenta múltiples fisuras y aquí se midió aproximadamente la más visible.



Figura 8.20: Modelo de viga ensayada en forma experimental con una fisura en el centro

No obstante es interesante destacar que la metodología propuesta es extremadamente simple y puede ser un atractivo método para una primera estimación. Métodos más complejos que permitan la inclusión de complejidades, aunque a costa de mayores tiempos de procesamiento y disponibilidad de equipamientos, pueden ser utilizados posteriormente para verificar y obtener valores con mayor precisión. Entre ellos pueden enunciarse algoritmos genéticos y redes neuronales [28, 29].

## 8.7 REFERENCIAS

- [1] M. J. Maurizi, H. D. Martín, “Técnicas analíticas y experimental para la detección y localización del daño en estructuras”. *Mecánica Computacional (ENIEF 2003)*, Vol. XXII. Congreso sobre Métodos Numéricos y sus Aplicaciones, pp. 2204-2216, 2003.
- [2] O. S. Salawu, “Detection of structural damage through changes in frequency a review”, *Engineering Structures*, 19 (9), pp. 718-723, 1997.
- [3] S. W. Doebling, C.R. Farrar, M.B. Prime, “A summary review of vibration-based damage identification methods”, *The Shock and Vibration Digest*, 30 (2), pp. 91–105, 1998.

- 
- 
- [4] D. P. Patil, S. K. Maiti, “Experimental verification of a method of detection of multiple cracks in beams based on frequency measurements”, *Journal of Sound and Vibration* 281, pp. 439–451, 2005.
- [5] A. A. Griffith, “The Fenomena of Rupture and Flow in Soil”, *Phil. Trans Roy. Soc*, A221: 163, 1921.
- [6] Irwin G.R., “Fracture Dynamics”, *Fracturing of Metals*, ASM, Cleveland, 1948.
- [7] H. Tada, P. C. París, G. R. Irwin, “The Stress Analisis of Cracks Handbook” 3rd edición, ASME/ASM, 2000.
- [8] J. E. Perez Ipiña, “Mecánica de Fractura”, Librería y Editorial Alsina, 2004.
- [9] A. Rytter, “Vibration based inspection of Civil Engineerring Structure.” Ph. D. Thesis. Denmark: Aalborg University, 1993.
- [10] E. Winkler, “Die Lehre von der Elasticitaet und Festigkeit”, Prague, Czechoslovakia, 1867.
- [11] M. Hetényi, “Beams on Elastic Foundation”, The University of Michigan Press, Ann Arbor, Michigan., 1946.
- [12] S. Bharatha and M. Levinson, “A theory of elastic foundations”, *Archive for Rational Mechanics and Analysis*, 74, pp. 249–266, 1980.
- [13] V. V. Sokolovski, “Statics of Soil Media”, Butterworth Scientific Publications, London, 1960.
- [14] J. Hahn, “Vigas Continuas, pórticos, placas y vigas flotantes sobre terreno elástico”, G. Gili, pp. 270-283, 1982.
- [15] K. Terzaghi, R.B. Peck, “Mecánica de Suelos en la Ingeniería Práctica”, El Ateneo. 1992.
- [16] J. A. Jimenez Salas, J. L. De Justo Alpeñes, “Geotécnica y Cimientos”. Editorial Rueda, Madrid, 1995.
- [17] C. Filipich, M. Rosales. “A recurrence solution of strongly non-linear dynamical systems”. *Developments in Theoretical and Applied Mechanics* Vol. XXI. Rivercross Publishing, Inc. Orlando, USA. SECTAM XXI, May 19-21, Orlando, USA, 2002.
- [18] C. Filipich, M. Rosales, F. Buezas, “Some nonlinear mechanical problems solved with analytical solutions”. *International Journal of Latin American Applied Research*. 34 (2), pp. 101-109, 2004.
- 
-



- 
- [19] M. Rosales, C. Filipich, “An algebraic series method to solve strongly nonlinear oscillators”. *ASME International Mechanical Engineering Congress (IMECE 2003)*, Washington, D.C. USA. Eds. The American Society of Mechanical Engineers. CD-ROM 2, 10 pp., 2003.
- [20] M. Rosales, C. Filipich, M. Escalante. “Dinámica de una estructura flotante amarrada: modelado de la no linealidad mediante recurrencias algebraicas”. *Mecánica Computacional (ENIEF 2003)*, Vol. XXII. Congreso sobre Métodos Numéricos y sus Aplicaciones, pp. 1051-1062, 2003.
- [21] W. M. Ostachowicz, M. Krawczuk, “Analysis of the effect of cracks on the natural frequencies of a cantilever beam”, *Journal of Sound and Vibration*, 150, pp. 191-201, 1991.
- [22] C. Zienkiewicz, R. L. Taylor, “El Método de los Elementos Finitos. Formulación básica y problemas lineales”, McGraw-Hill; CIMNE; Volumen 1; Barcelona, 1994.
- [23] ALGOR Software. Version 23. Algor Inc. Pittsburgh, USA, 2009.
- [24] B. P. Nandwana, S. K. Maiti, “Modelling of vibration of beam in presence of inclined edge or internal crack for its possible detection based on frequency measurements”, *Engineering Fracture Mechanics*, 58, pp 193-205, 1997.
- [25] R. D. Blevins, “Formulas for natural frequency and mode shape”, *Van Nostrand Reinhold Co*, 1979.
- [26] Labquest Interfase (Lab-Q), Vernier. Software and Technology, Beaverton, OR, USA, 2008.
- [27] LOGGER PRO 3.6.1, Vernier. Software and Technology, Beaverton, OR, USA, 2008.
- [28] M. B. Rosales, C. P. Filipich, F.S. Buezas, “Crack detection in beam-like structures”, *Engineering Structure*, 31, pp. 2257-2264, 2009.
- [29] F. S. Buezas, Tesis Doctoral, “Detección de daño en elementos mecánico-estructurales modelado dentro de la Mecánica del Continuo con inclusión de contacto en la falla”. Universidad Nacional del Sur, Mayo 2009.

## **CAPÍTULO 9**

### **DETECCIÓN DE FALLAS EN PLATEAS DE FUNDACIÓN ELÁSTICA**

#### **9.1 INTRODUCCIÓN**

En los Capítulos 6 y 7 se han presentado métodos para detectar daños a nivel 2, en vigas de fundaciones, mediante técnicas estáticas tales como el Método de la Variación de los Desplazamientos y el Método de la Curvatura de la Elástica [1 a 3], y se ha detectado daño a nivel 3 mediante el método de los Desplazamientos Volumétricos. En este capítulo se detectan, localizan y cuantifican daños en plateas apoyadas sobre un terreno que tiene un comportamiento mecánico elástico, tipo Winkler [4 a 12], utilizando modelos numéricos resueltos con el empleo del Método de las Diferencias Finitas [13] programados en entorno Matlab [14], obteniéndose los valores de Desplazamientos Verticales en distintos puntos de la platea sana y con daño. Para la detección y localización del daño se utilizarán tres técnicas, las dos primeras son las presentadas en los Capítulos 6 y 7, mientras que la tercer técnica se basa en la variación de la curvatura de la deformada, la cual se obtiene mediante el Método de las Diferencias Finitas. Para la detección de daño a nivel 3 se ha propuesto el método de la Variación de la Curvatura de la Elástica, a diferencia de lo utilizado en el Capítulo 6. Cabe acotar que a diferencia de cómo se diseñaron las fisuras en los capítulos anteriores, el daño se modela mediante una variación en su geometría, que modifica el Momento de Inercia de la zona afectada.

---

Es interesante comentar que se ha encontrado un número importante de publicaciones estableciendo el cambio de la respuesta dinámica de la estructura [2 a 5]. Comparativamente, son pocas las publicaciones encontradas sobre identificación de daño, basado en el análisis de la respuesta estática de una estructura [6 a 9].

Es interesante destacar que los tipos de técnicas que se emplearon permiten, en la práctica, hacer el seguimiento de estructuras de fundación mediante ensayos no destructivos, para evaluar así su Capacidad de Carga Residual.

En los Capítulos 3 y 4 se han determinado los porcentajes de reacción que toman las plateas. En este capítulo, utilizando los mismos métodos presentados en esos capítulos se halló el porcentaje de reacción de terreno que toman las plateas dañadas, en función de la severidad del daño.

## **9.2 CÁLCULO DE LOS DESPLAZAMIENTOS EN PLATEAS QUE PRESENTAN PATOLOGÍAS**

En este punto se presenta el análisis del comportamiento mecánico de plateas de fundaciones elásticas, mediante el desarrollo de la ecuación diferencial del problema, Ecuación (9.1), con el Método de las Diferencias Finitas y tal como se explicó en el punto 2.2 [23]:

$$\nabla^2 \nabla^2 w(x, y) = \frac{1}{D} [q(x, y) - k(w + w_0)] \quad (9.1)$$

Desarrollando la Ecuación (9.1) se llega a que [13]

$$c_i w_i + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n c_j w_j = \frac{[q - k(w_i + w_0)]}{D} \quad (9.2)$$

siendo  $c_i$  y  $c_j$  los operadores del sistema en Diferencias Finitas.

En la Figura 9.1 se puede ver una placa de la fundación, con una zona dañada en el centro. Este deterioro se tuvo en cuenta reduciendo la rigidez en un entorno de paso  $s$  del nodo considerado.

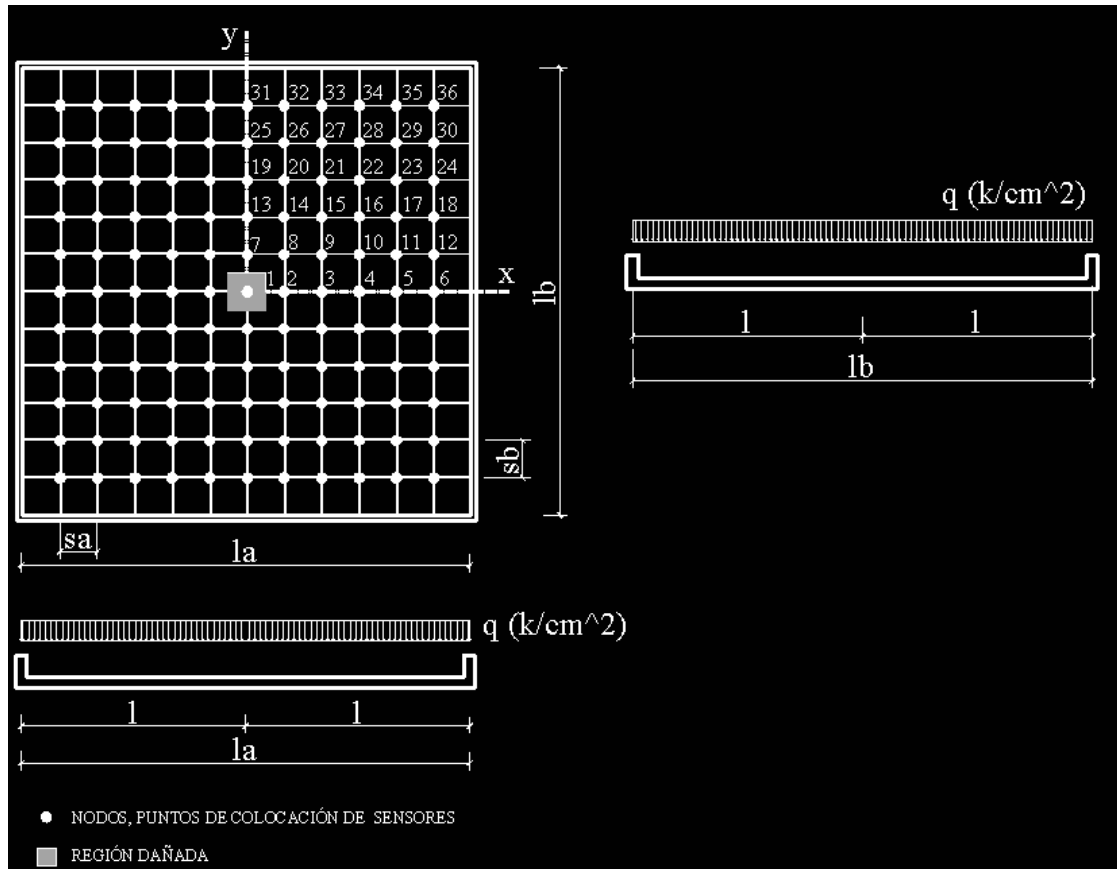


Figura 9.1: Modelo de una placa de fundación simulando una fisura en el centro

Para la resolución de la placa fisurada se tiene en cuenta la diferencia de rigidez existente entre la placa sana y la placa dañada, desarrollando la Ecuación (9.1), mediante sucesivas operaciones matemáticas se llegó a una ecuación que tiene en cuenta esta relación:

$$dp \cdot [(c_i + N) \cdot w_i + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n c_j \cdot w_j] = \frac{q}{k} \cdot N \cdot (1 - \alpha) \quad (9.3)$$

siendo  $dp = D_{pd}/D$  la relación de rigideces entre la placa dañada y la placa sin daño,  $D_{pd}$  la rigidez a flexión de la placa en la zona dañada y  $D$  es la rigidez a flexión de la placa sin daño.

---

Resolviendo la Ecuación (9.3), que es un sistema en Diferencias Finitas, se obtienen como resultados los valores  $w_i$ , siendo éstos los Desplazamientos Verticales en cada punto  $i$ -ésimo de la platea.

### 9.3 MODELO NUMÉRICO

Como se muestra en la Figura 9.1, se consideró una platea con una región dañada, que se varió su ubicación en distintos puntos, observando qué sucede con las variables usadas en la detección de daño.

Las dimensiones del modelo son:  $la = 12$  m y  $lb = 12$  m y  $hp = 0,30$  m. Los pasos de la malla  $sa$  y  $sb$ , son idénticos e igual a 1m. Desde el punto de vista numérico se podría haber realizado una malla más densa, obteniéndose una mejor calidad de resultados, pero desde el punto de vista de la práctica en obra y para la platea estudiada, un paso de 1 m es una densidad de instrumentación bastante importante, por lo que no se consideró conveniente densificar la malla.

Se consideró al hormigón armado homogéneo, continuo e isótropo, y las propiedades que se adoptaron fueron:  $E = 3,10 \times 10^{10}$  [N/m<sup>2</sup>];  $\nu = 0,15$  y  $\rho = 2351$  [Kg/m<sup>3</sup>]. Se utilizó una carga uniformemente distribuida  $q = 9,8 \times 10^4$  N/m<sup>2</sup> y el valor del Coeficiente de Reacción del Terreno ( $k$ ) se lo consideró igual a  $9,8 \times 10^6$  N/m<sup>3</sup>. Es interesante destacar que todos los datos descriptos son variables de entrada del programa en Matlab [1], permitiendo de este modo generalizar los resultados.

La zona dañada se materializó mediante una reducción de su rigidez, realizando una disminución del espesor, que se refleja en el parámetro  $dp$  y que tiene un valor inferior a la unidad.

Dadas las condiciones de doble simetría de la platea a ser analizada, se trabajará con  $\frac{1}{4}$  de la misma, considerando una malla de 36 puntos, separados por una distancia  $sa$  y  $sb$ ,

respectivamente. Es interesante mencionar que en la práctica se deberán medir los desplazamientos de toda la platea, por lo que se deberá organizar una grilla de medición que cubra toda la superficie de la misma.

## **9.4 DETECCIÓN Y LOCALIZACIÓN**

Como se mencionó en la introducción, una estructura dañada tiene una rigidez menor que una estructura similar sin daños. Esto se puede observar en su respuesta estática, es decir, a través de los desplazamientos, así como analizando las tensiones producidas por las cargas que actúan.

Los desplazamientos están relacionados con su geometría, las propiedades mecánicas del material y las cargas que actúan. El daño puede ser debido a un cambio en su geometría de diseño o una alteración en las propiedades mecánicas del material.

Se desarrollaron modelos numéricos representativos de una platea de hormigón armado con y sin daños. Una vez obtenidos los desplazamientos verticales con el Método de las Diferencias Finitas y verificado mediante el Método de los Elementos Finitos se realizaron los algoritmos para la detección de daño, en entorno Matlab [1].

Debe tenerse en cuenta que los valores de los desplazamientos verticales pueden ser experimentalmente obtenidos, medidos en la propia estructura o en un modelo experimental a escala, o utilizando un modelo numérico. Los resultados finales del modelo numérico dependerán, entre otras cosas, de la densidad de la malla, las propiedades mecánicas del material, las condiciones de borde, etc. En lo que respecta a las mediciones experimentales, la exactitud de la predicción de los daños depende de la incertidumbre relacionada con los errores de medición. Dado que las metodologías que se presentan tienen la intención de ser usadas in situ, hay que tener en cuenta que las mediciones experimentales son sensibles a diversos factores, es decir, a la temperatura, a la humedad, al ruido vinculado a equipamientos electrónicos, al tipo de instrumentos utilizados en las mediciones

---

---

experimentales (por ejemplo, LVDT - transformador diferencial variable lineal, medidores de desplazamiento mecánico) y la disponibilidad de equipos que está relacionada con la densidad de puntos de medición, etc. Si hay sospechas de que un área en la estructura está dañada, y la disponibilidad de equipos es limitada, la mayor parte del equipo se puede colocar en la supuesta zona dañada, disminuyendo la densidad de mediciones en el resto de la estructura.

En este trabajo se presentan tres métodos para la detección y localización de los daños, basándose en el análisis estático de su respuesta. Estos son los siguientes:

- Variación de los Desplazamientos Verticales,
- Curvatura de la Elástica, y
- Variación de la Curvatura de la Elástica.

## 9.5 MÉTODO DE LA VARIACIÓN DE LOS DESPLAZAMIENTOS VERTICALES

Este método se basa en analizar la diferencia existente entre los Desplazamientos Verticales correspondientes a la estructura sin daño y los de la estructura afectada, en cada punto de la malla:

$$VDV_i = |w_{iCD} - w_{iSD}| \quad (9.4)$$

donde  $w_{iCD}$  es el Desplazamiento Vertical del punto  $i$  en la estructura con daño, y  $w_{iSD}$  es el Desplazamiento del mismo punto en la estructura sin daño.

Si se dispone de estos datos en varios puntos, la gráfica de los mismos permitirá detectar y estimar la localización del daño. Como es de suponer, cuanto menor sea el paso de la malla, más precisa serán estas determinaciones.

En la Figura 9.2 se ha representado la variación de los Desplazamientos Verticales, correspondiente a una platea con daño en el punto central, (punto 1 de la malla,  $x/l = 0$  e  $y/l =$

0), con una relación de Rigideces  $dp = 0,8$ , en función de las coordenadas de cada punto  $i$ . Se puede observar que la variación máxima de los Desplazamientos Verticales se produce en la zona afectada, como era de suponer.

Es interesante destacar que se varió el parámetro  $dp$ , desde 0,99 hasta 0,30 y se pudo detectar y localizar el daño en todos los casos, por lo que se puede decir que cuando el mismo se encuentra en el centro, el método de la variación de los desplazamientos verticales se puede aplicar para detectar y localizar fisuras.

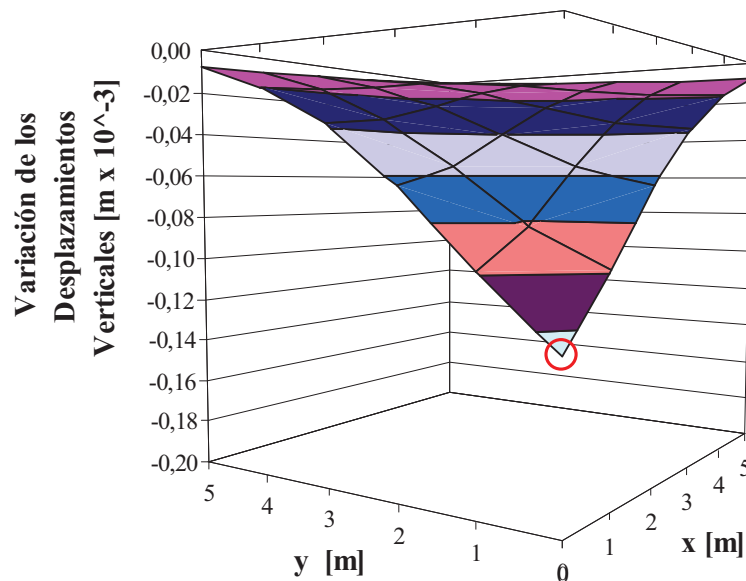


Figura 9.2: Variación de los Desplazamientos Verticales, con daño en el centro y  $dp = 0,80$

La Figura 9.3 muestra la variación de los desplazamientos verticales cuando el daño se encuentra en el punto 21 de la malla ( $x/l = 0,33$ ,  $y/l = 0,50$ ) y con una relación  $dp = 0,80$ . Se puede observar que la variación máxima de los Desplazamientos Verticales se produce en la zona afectada. Un comportamiento similar se observa cuando la ubicación del daño se localiza en todos los puntos interiores, no cercanos al borde. Cabe acotar que se varió el valor de la relación  $dp$  desde 0,99 hasta 0,30, pudiéndose ver que con este método se puede detectar y localizar daños en estas zonas, para cualquier valor de la severidad.



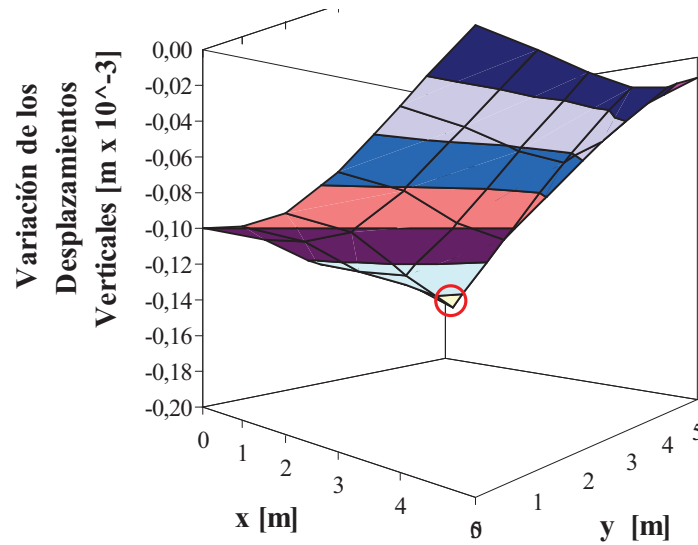


Figura 9.3: Variación de los Desplazamientos Verticales, con daño en el punto 21 de la malla y  $dp = 0,80$

En la Figura 9.4 se muestra la variación de los desplazamientos verticales, cuando el daño se encuentra en el punto 12 de la malla ( $x/l = 0,83$ ,  $y/l = 0,17$ ) y con una relación  $dp = 0,80$ . Es interesante observar que cuando el daño está en cercanías del borde, la variación de los Desplazamientos Verticales sirve para detectar que hay un daño en esa zona, pero no es posible localizarlo.

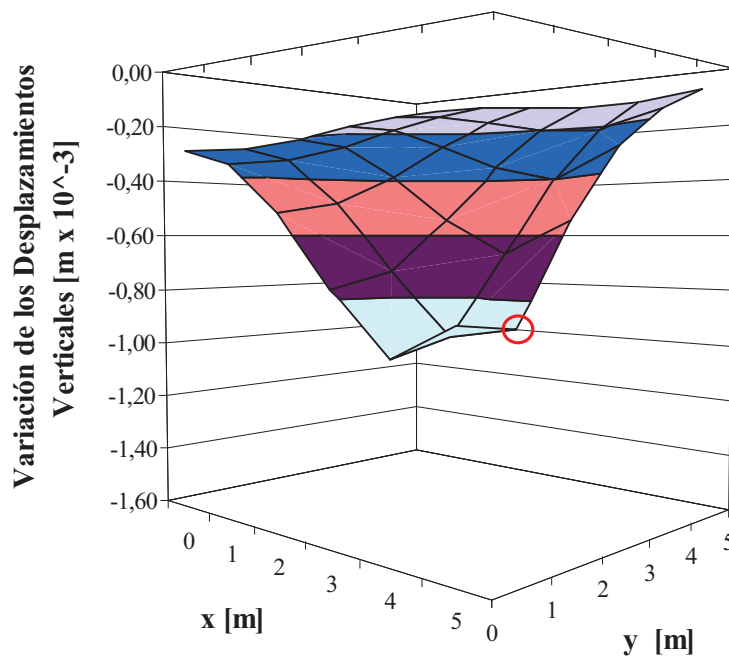


Figura 9.4: Variación de los Desplazamientos Verticales, con daño en el punto 12 de la malla y  $dp = 0,80$

Con el fin de constatar si la técnica presentada puede ser utilizada cuando hay más de una zona dañada, se consideró el daño en el punto 9 ( $x/l = 0,33$ ,  $y/l = 0,17$ ) y en el punto 29 ( $x/l = 0,67$ ,  $y/l = 0,67$ ) de la malla, con una relación de rigideces entre zona dañada y sana de 0,8. Se puede observar en la Figura 9.5 que es posible detectar los daños en esos puntos, mediante este método.

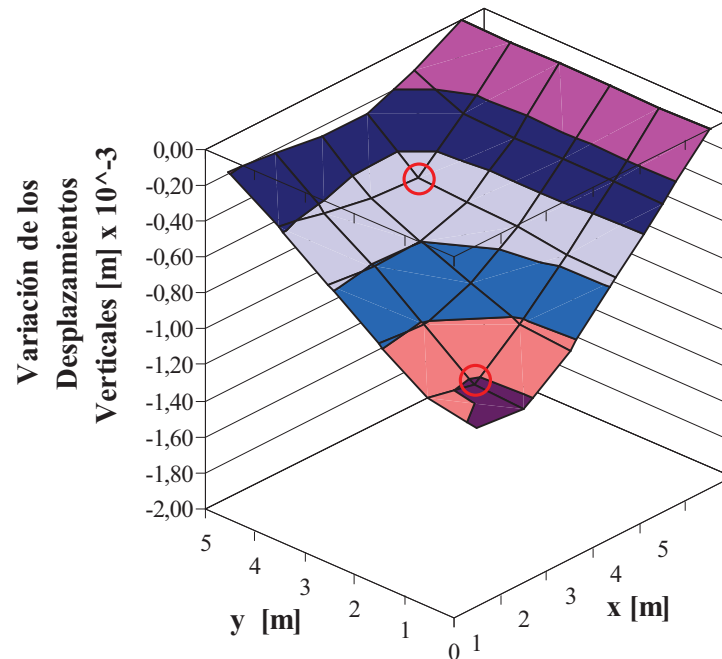


Figura 9.5: Variación de los Desplazamientos Verticales, con daño en los puntos 9 y 29 de la malla y  $dp = 0,80$

De los resultados analizados anteriormente se puede concluir que el Método de la Variación de los Desplazamiento Verticales, en el caso de plateas de fundaciones elásticas, puede ser utilizado para detección de daños en toda la platea, con muy buenos resultados. Mientras que para la localización de daños no prueba ser un buen índice, debido a que la sensibilidad de este parámetro depende, en gran medida, de la ubicación de la zona afectada.

## 9.6 MÉTODO DE LA CURVATURA DE LA ELÁSTICA

Los valores de los Desplazamientos Verticales obtenidos, en determinados puntos de la estructura, ya sean establecido mediante mediciones experimentales, o como en este caso,

desarrollando una simulación numérica, se pueden utilizar para obtener la curvatura de la estructura deformada, mediante una aproximación por Diferencias Finitas Centrales [24]. De esta manera, la curvatura está dada por la Ecuación (6.2).

A continuación se presenta la localización de daño para una platea en la cual se fue variando la localización de la zona dañada y también la severidad del daño, obteniéndose resultados muy interesantes.

En la Figura 9.6 se muestra la curvatura de la elástica de la platea, empleada cuando el mismo se encuentra en el centro de la platea, con una relación  $dp = 0,8$ . Se puede observar que no es posible detectar, ni localizar el daño, dado que los cambios en la curvatura son muy suaves. Es interesante destacar que se varió la relación  $dp$  entre 0,99 y 0,30, llegando a la conclusión que el Método de la Curvatura de la Elástica puede localizar un daño en la parte central de una platea a partir de la relación  $dp$ , entre la rigidez de la platea sin daño y con daño igual o inferior a 0,7. En la Figura 9.7, donde la relación  $dp = 0,50$ , se puede observar como se produce el cambio brusco en la curvatura en el punto central de la platea.

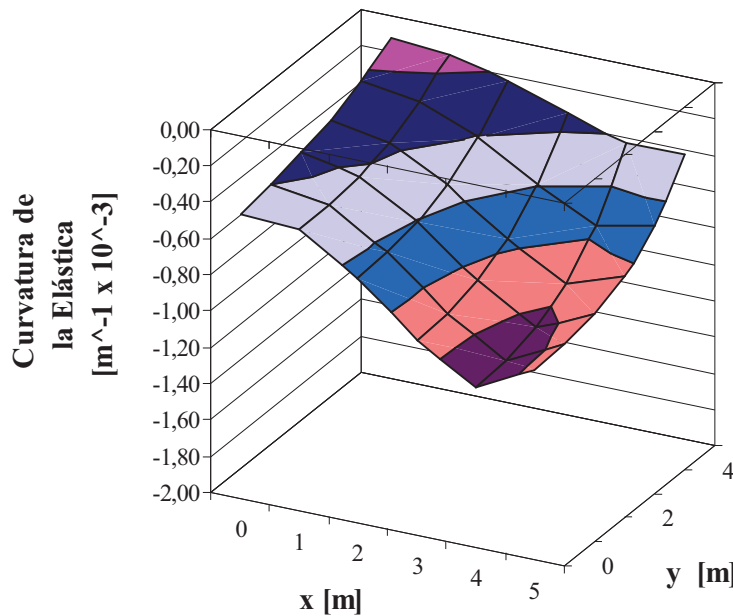


Figura 9.6: Curvatura de la elástica de una platea, con daño el centro de la misma y  $dp = 0,80$

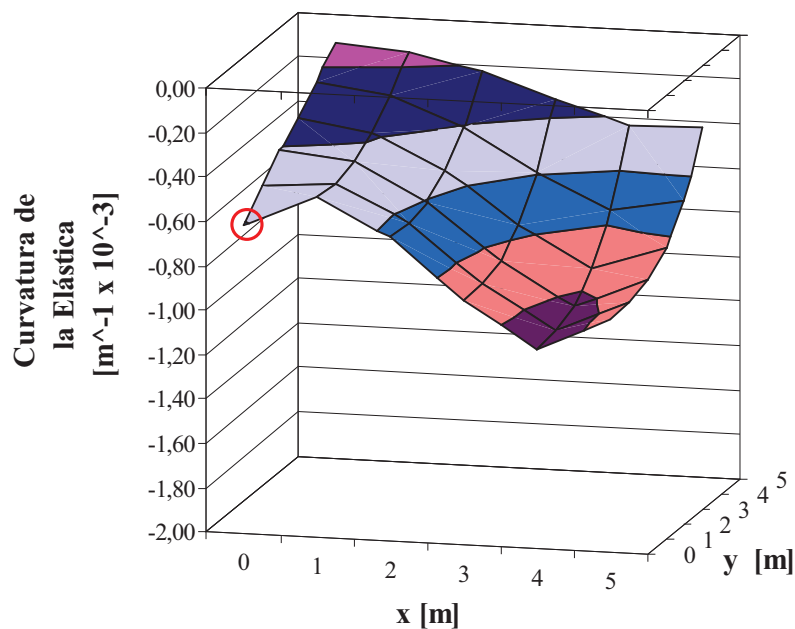


Figura 9.7: Curvatura de la elástica de una platea, con daño el centro de la misma y  $dp = 0,50$

También se estudió la Curvatura de la Elástica cuando el daño se encuentra en el punto 21 de la malla ( $x/l = 0,33$ ,  $y/l = 0,50$ ) y con una relación  $dp$  que varía entre 0,99 y 0,30. En la Figura 9.8 se puede observar que para una relación  $dp = 0,8$  no es posible detectar ni localizar ningún daño, mientras que en la Figura 9.9 se puede ver como se produce un pico en ese punto, que un indicio de que ésa es la zona dañada.

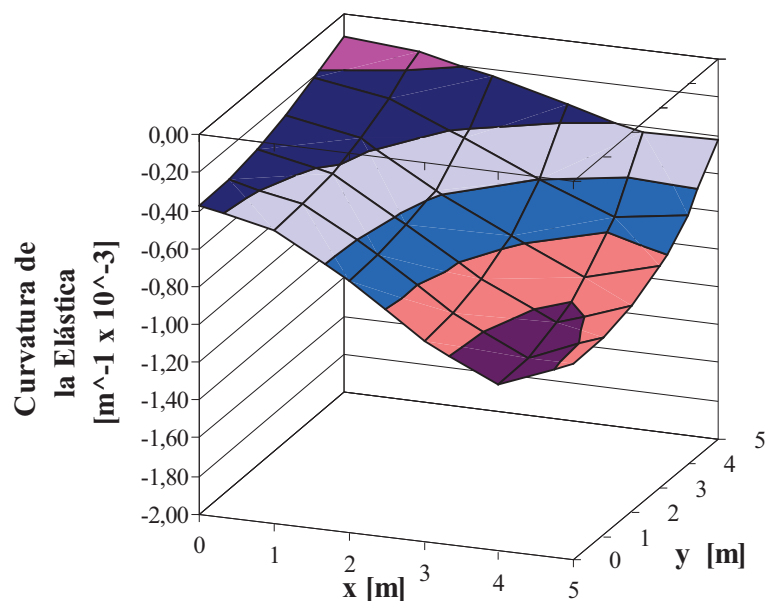


Figura 9.8: Curvatura de la elástica de una platea, con daño en el punto 21 y  $dp = 0,80$

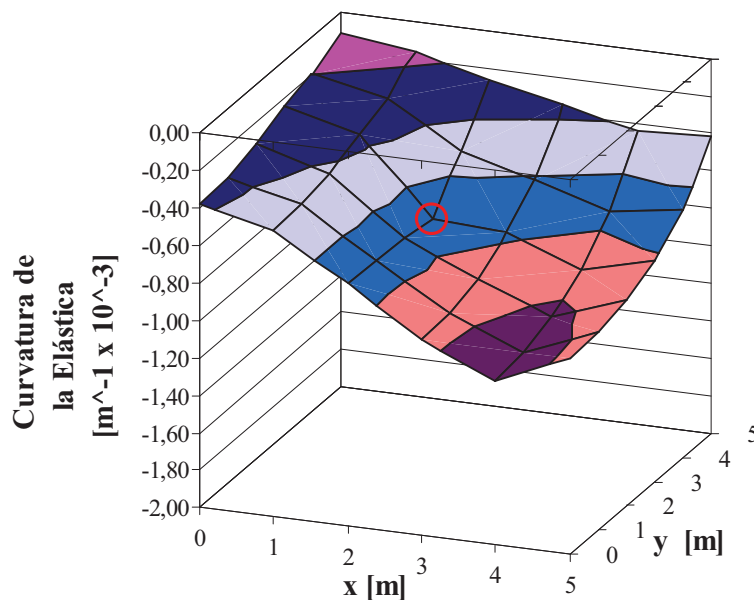


Figura 9.9: Curvatura de la elástica de una platea, con daño en el punto 21 y  $dp = 0,50$

Se pudo ver que este método sirve para detectar y localizar daños, en los puntos interiores de la platea, para valores de  $dp$  menores a 0,70, por lo que se puede concluir que no es un buen parámetro para localizar daños en plateas, tal como se pudo observar en las Figuras 9.8 y 9.9.

Si se ubica el daño en el punto 12 (cerca de la viga de borde) y haciendo variar  $dp$  entre 0,99 y 0,30 se puede observar que para daños que se encuentren en cercanías del borde de la platea, sólo es posible detectar daños para valores de  $dp$  menores a 0,70. Mientras que no es posible localizar daños, dado que no se producen saltos en la curvatura que sean detectables tal como se puede apreciar en la Figura 9.10, donde el daño está en el punto 12 de la malla ( $x/l = 0,83$ ,  $y/l = 0,17$ ) y con una relación  $dp = 0,50$ . Cabe acotar que esta severidad es muy grande, dado que ya está afectada al 50% de la rigidez de la zona dañada.

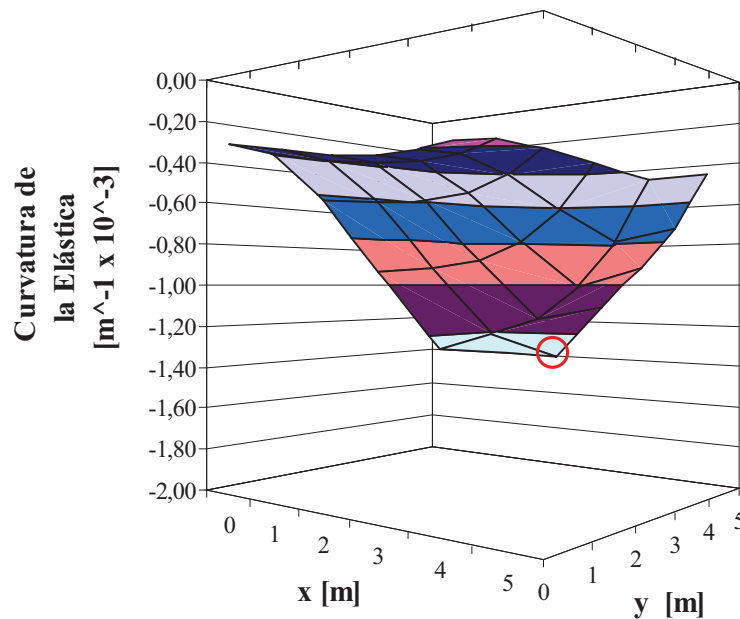


Figura 9.10: Curvatura de la elástica de una platea, con daño en el punto 12 y  $dp = 0,50$

En la Figura 9.11 se puede observar a una platea de fundación con daño en dos puntos de la misma. En este caso se tomaron al punto 9 ( $x/l = 0,33$ ,  $y/l = 0,17$ ) y al punto 29 ( $x/l = 0,67$ ,  $y/l = 0,67$ ) de la malla, con una relación de rigidez entre zona dañada y sana de 0,50. Se puede observar que es posible detectar los daños en esos puntos, mediante la curvatura de la elástica. Es interesante volver a mencionar que para valores de  $dp$  mayores a 0,70, este método no detectará ninguna fisura. Un comportamiento similar se puede observar con cualquier combinación de puntos de la platea.

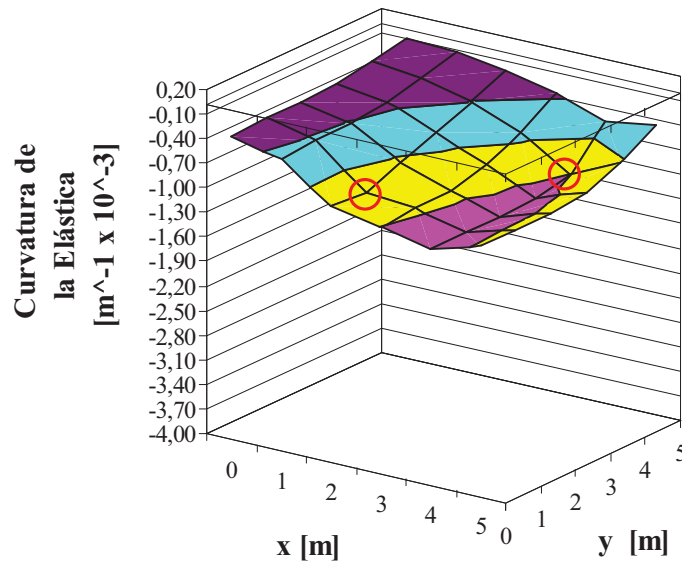


Figura 9.11: Curvatura de la elástica de una platea, con daño en el punto 9 y en el punto 29 con  $dp = 0,50$

## 9.7 MÉTODO DE LA VARIACIÓN DE LA CURVATURA DE LA ELÁSTICA

El Método de la Variación de la Curvatura de la Elástica tal como se explicó en el punto 2.5, consiste en determinar en todos los puntos de la malla, la diferencia existente entre la curvatura de la platea dañada y la estructura sana, tal como se puede apreciar en la Ecuación (9.5), que se utiliza para la detección y localización de daños.

$$VCE = \left( \frac{d^2 w}{dx^2} \right)_{dañada} - \left( \frac{d^2 w}{dx^2} \right)_{sana} \quad (9.5)$$

En la Figura 9.12 se muestra la variación de la curvatura de la elástica, aplicada a la detección y localización de daño. Se puede observar como se produce una marcada variación en la curvatura en el punto central de la platea, donde se encuentra el daño. Es interesante destacar que se varió la severidad del daño desde 0,99 hasta 0,30 y se obtuvieron resultados similares, en todos los casos estudiados.

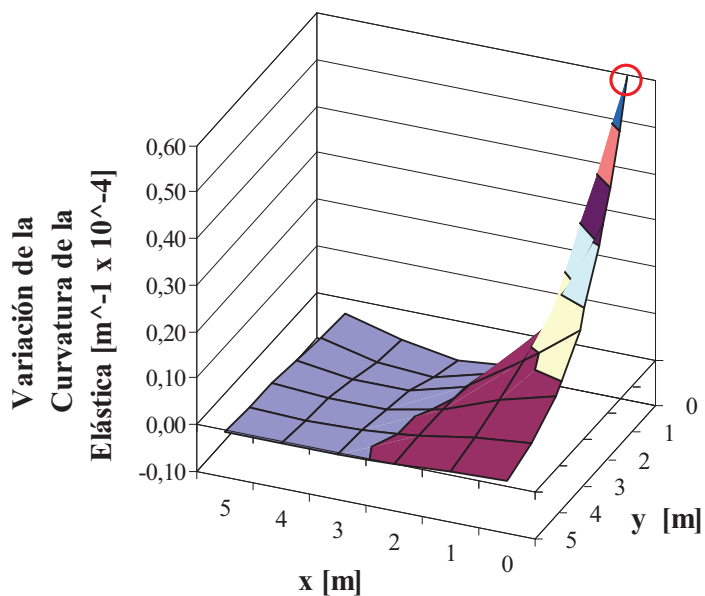


Figura 9.12: Variación de la Curvatura de la elástica con daño en el centro y  $dp = 0,80$

En el caso que el punto 21 de la malla ( $x/l = 0,33$ ,  $y/l = 0,50$ ) sea el centro de la zona dañada donde la severidad del daño es  $dp = 0,80$ , Figura 9.13, se puede ver que se produce una brusca variación de la curvatura, pudiéndose detectar y localizar este daño con facilidad. Cabe acotar que se hallaron resultados similares para otros puntos de la platea y con una severidad que varía entre 0,99 y 0,30.



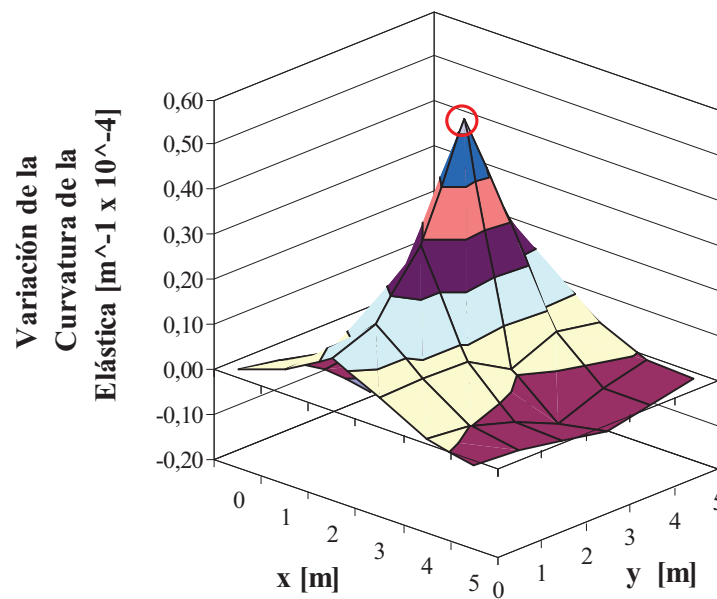


Figura 9.13: Variación de la Curvatura de la elástica, con daño en el punto 21 entre el centro y el borde y  $dp = 0,80$

En la Figura 9.14 se muestra a una platea con daño en el punto 12 de la malla, ( $x/l = 0,83$  e  $y/l = 0,17$ ) y con una severidad del daño  $dp = 0,80$ , en la cual se puede ver que se produce un brusco incremento de la variación de la curvatura de la elástica en ese punto. Cabe acotar que se hallaron resultados similares con el daño ubicado en diferentes puntos cercanos al borde de la platea y con una severidad que varía entre 0,99 y 0,30. Por ello, se puede asegurar que este método sirve para detectar y localizar daños.

A continuación el centro de la zona dañada se ubica en el punto 9 ( $x/l = 0,33$ ,  $y/l = 0,17$ ) y en el punto 29 ( $x/l = 0,67$ ,  $y/l = 0,67$ ) de la malla, con una relación de rigidez entre zona dañada y sana de 0,80. Se puede observar en la Figura 9.15, cómo se detectan los daños en esos puntos mediante el parámetro Variación de la Curvatura de la Elástica. Cabe acotar que se obtuvieron resultados similares con daño en distintos puntos de la malla y severidades diferentes. Es interesante destacar que en todos los casos se pudo detectar y localizar daños, con una adecuada precisión.

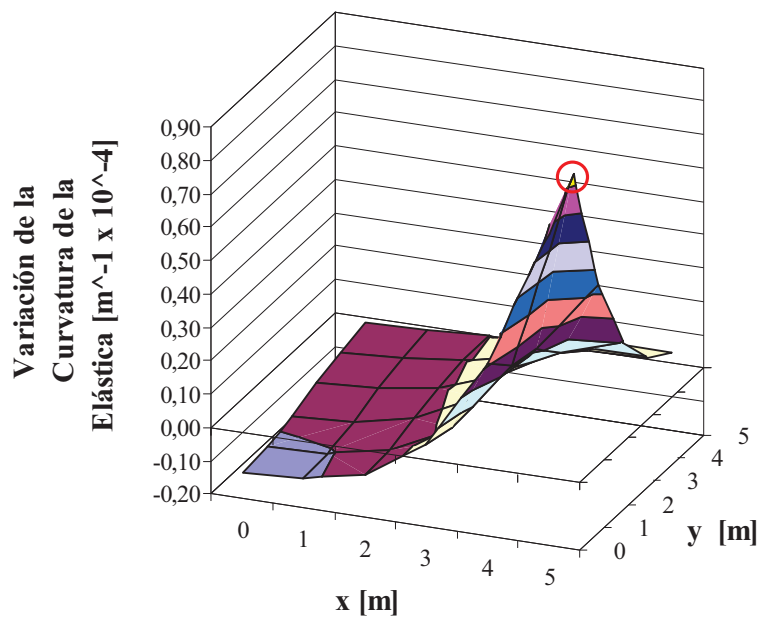


Figura 9.14: Variación de la Curvatura de la elástica con daño en el punto 12 en cercanías del borde y  $dp = 0,80$

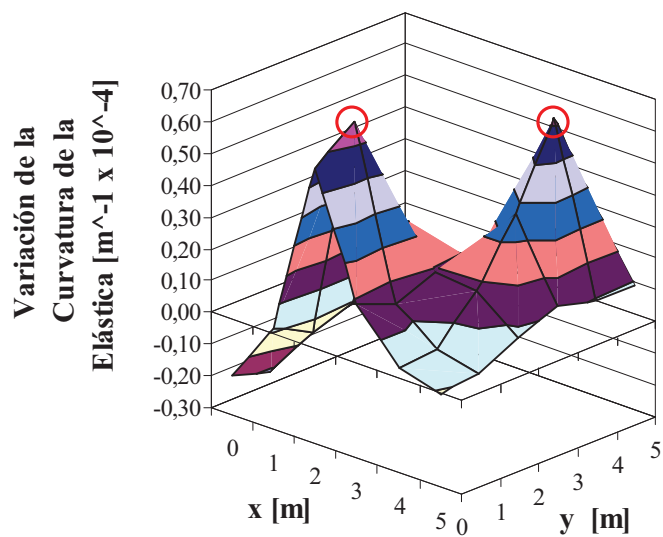


Figura 9.15: Variación de la Curvatura de la elástica con daño en el punto 9 y 29, con  $dp = 0,80$

De los resultados analizados anteriormente se puede concluir que el Método de la Variación de la Curvatura de la Elástica aplicado a plateas de fundaciones elásticas, puede ser utilizado para realizar la detección y la localización de daños, en toda la platea y con muy buenos resultados, con daño ubicado en cualquier punto de la platea y para cualquier valor de la severidad del mismo.

Los análisis realizados con las variaciones de los desplazamientos, la curvatura de la elástica y sus variaciones emplean el mismo dato de partida, los desplazamientos verticales. La curvatura de la elástica se representa matemáticamente por la derivada segunda de los desplazamientos y su interpretación física está estrechamente relacionada con los giros de la sección transversal del elemento estructural, por este motivo las reducciones en la inercia de la platea hacen que la misma se comporte en forma similar al comportamiento que tendría con una articulación elástica ubicada en ese mismo lugar, por ello la estructura en la zona dañada tiene giros superiores a la estructura sana, poniéndose en evidencia este comportamiento mediante las variaciones abruptas de la curvatura en dichas zonas, tanto en la curvatura de la elástica y más aún en las variaciones de la misma.

## **9.8 CUANTIFICACIÓN DEL DAÑO**

Una vez localizado el daño, mediante alguna de las técnicas anteriormente descritas, la siguiente etapa consiste en establecer la magnitud del mismo. Debido a que, aunque se pudiera visualizar externamente la zona afectada, existe incertidumbre sobre la magnitud de la afectación, en especial si las fisuras atraviesan toda la parte interna del elemento. Para ello, se debe realizar un modelo numérico de la estructura, con el daño simulado, en la ubicación determinada visualmente o con la aplicación de algunas de las técnicas presentadas en los puntos anteriores o con el empleo de alguna otra técnica experimental (por ejemplo, ultrasonidos).

Con el fin de cuantificar el daño se analizaron numéricamente modelos con distintas ubicaciones y severidades de daño, obteniéndose gráficas en tres dimensiones. Para cada

---

relación  $y/l$  se varió la ubicación del daño en la otra coordenada ( $x/l$ ). La severidad de daño se mide en este caso mediante la relación de rigidez entre la zona dañada y la zona sin daño ( $dp = D_{pd} / D$ ) y un tercer parámetro vinculado con el comportamiento mecánico de la zona dañada, por ejemplo, Desplazamientos Verticales, Deformaciones o Desplazamientos Volumétricos [25 y 26] o Variación de la Curvatura de la Elástica Volumétrica. Luego se ingresa a estas figuras de tres dimensiones, con la ubicación del daño en  $x/l$  para un  $y/l$  dado, y con la variación de la curvatura volumétrica, obteniéndose el valor de  $dp = D_{pd} / D$  (severidad del daño).

En los análisis realizados en este capítulo de la tesis se utilizó como parámetro mecánico a la Variación de la Curvatura de la Elástica Volumétrica, debido a que es posible localizar un daño en cualquier punto de la platea y con cualquier valor de severidad. Este parámetro está definido como la sumatoria de la diferencia entre el producto de la Variación de la Curvatura de la Elástica en cada punto, por su volumen de influencia de la estructura dañada con y sin daño, tal como lo muestra la Ecuación (9.6):

$$VCEV = \sum_{i=1}^n \left| \left( \frac{d^2 w_i}{dx^2} V_i \right)_{dañada} - \left( \frac{d^2 w_i}{dx^2} V_i \right)_{sana} \right| \quad (9.6)$$

El uso de este parámetro presenta la ventaja de tener en cuenta un mayor volumen de información, tal que si se produce un error en alguna de las mediciones, el mismo tendría un menor impacto en el resultado final. Además, permite considerar adecuadamente la posibilidad que la platea tenga un espesor variable.

En la Figura 9.16 se puede observar el gráfico en tres dimensiones, que genera su correspondiente ábaco, Figura 9.17, para los puntos situados en  $y/l = 0,17$ , con las curvas de nivel que representan la Variación de la Curvatura de la Elástica Volumétrica, que permiten determinar en forma directa la severidad del daño para cualquier punto de la malla adoptada. Es decir, dada una platea cuadrada con los datos similares a la desarrollada en esta tesis, se puede localizar el daño con cualquiera de los métodos descritos en los puntos anteriores y eligiendo el ábaco correspondiente a la relación  $y/l$ , ingresando al mismo con la relación  $x/l$ , se corta a la curva de la Variación de la Curvatura de la Elástica Volumétrica mediante una

horizontal y se determina la respectiva severidad del daño ( $D_{pd}/D$ ). Es interesante destacar que en el Apéndice A2 se presentan curvas similares para diferentes valores de  $y/l$  y  $x/l$ .

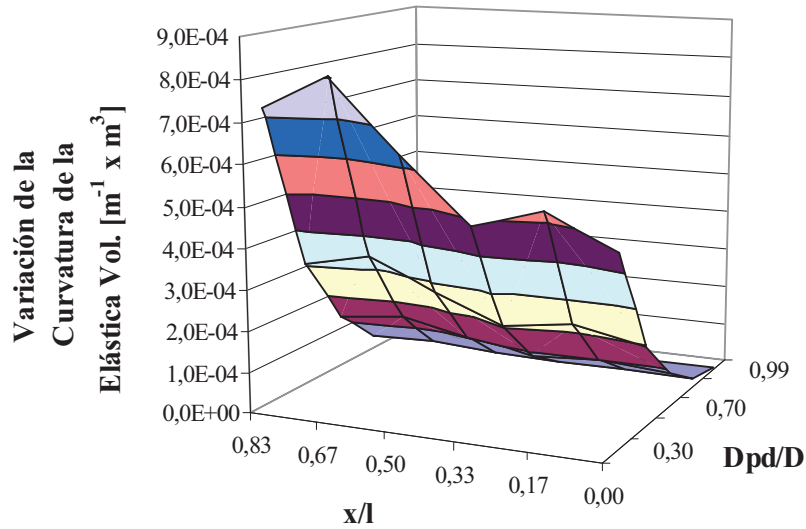


Figura 9.16: Detección de daño para  $y/l = 0,17$

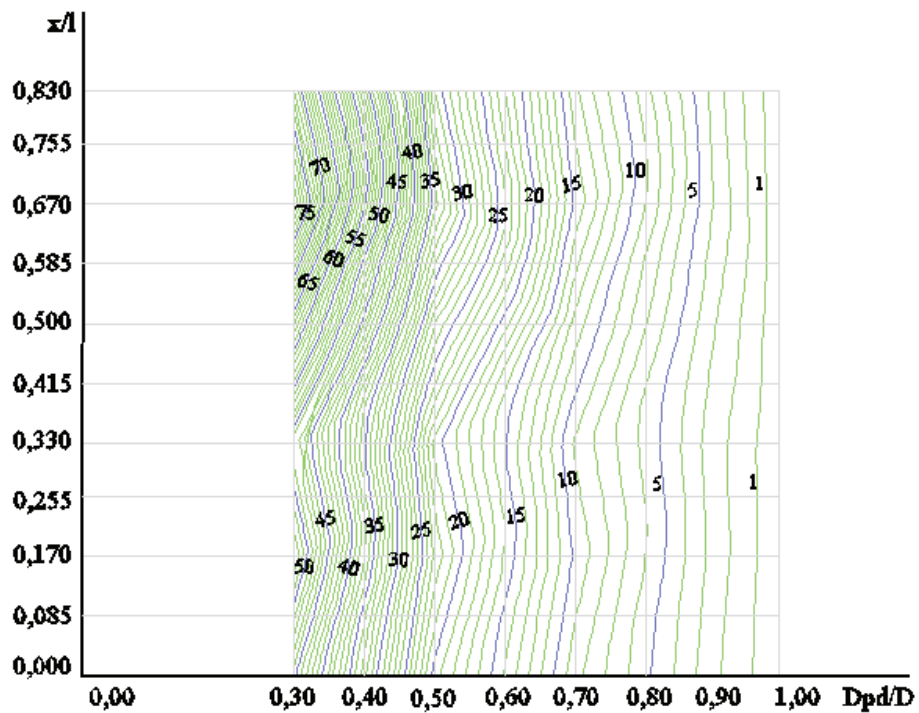


Figura 9.17 Curvas de Variación de la Curvatura de la Elástica Volumétrica [ $\times 10^{-5} \text{ m}^{-1} \times \text{m}^3$ ] para  $y/l = 0,17$

## 9.9 DISTRIBUCIÓN DE CARGAS ENTRE LA PLATEA DAÑADA Y LAS VIGAS PERIMETRALES

Para evaluar el porcentaje de carga que toma la platea dañada,  $r_p$ , teniendo en cuenta el desplazamiento vertical total  $w_{i0} = w_i + w_0$ , como valor final con respecto a una cota superior inicial, se debe calcular la expresión:

$$r_p = \int_0^{la} \int_0^{lb} k(w_{i0}) dx dy \quad (9.7)$$

Una vez obtenido  $r_p$ , se pueden expresar porcentajes con respecto al total de carga aplicado y por diferencia obtener el porcentaje de reacción  $r_v$ , que deben tomar directamente las vigas, sin que previamente hayan sido absorbidas por la platea y luego transmitidas a la viga de borde.

Mediante el uso de programas en Matlab 4.0 [1], se obtiene la solución de las ecuaciones diferenciales intervinientes y planteadas en este capítulo, para la relación de dimensiones de la platea propuesta, en base a consideraciones matriciales.

En la Figura 9.18 se muestra la variación del porcentaje de carga que toma la platea de fundación en función de la variación de la relación de rigideces ( $dp$ ), entre la platea sana y la platea fisurada, para un valor constante de la rigidez de la platea sana. En dicha figura, se observa que a medida que la platea se fisura, es decir,  $d$  es menor, la misma absorbe mayor porcentaje de carga, aumentando la tendencia a fisurarse y disminuyendo su vida útil, pese a que la superficie de la zona afectada es solo el 2 % de la superficie total de la platea.

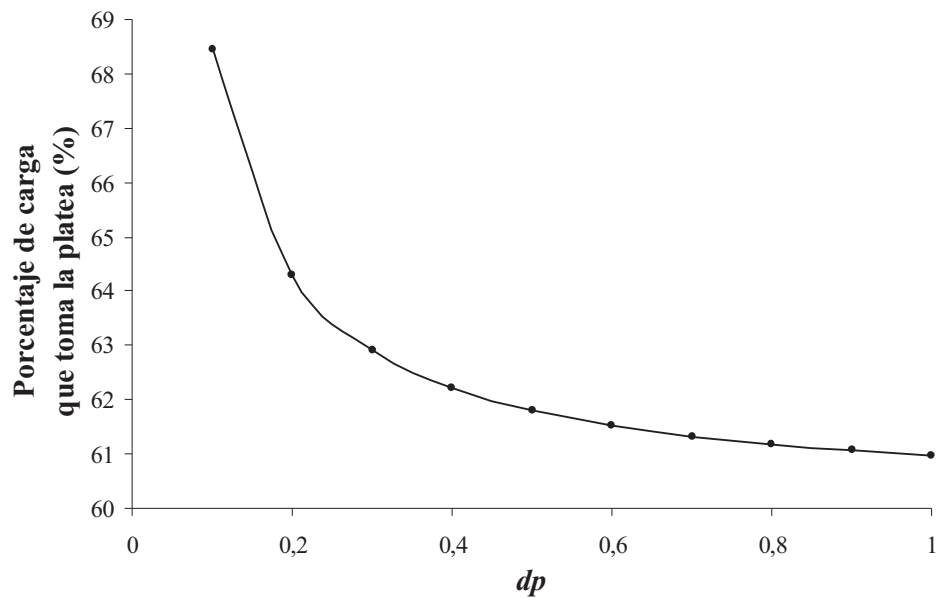


Figura 9.18: Variación del porcentaje cargas que toma la platea, en función de la relación de rigideces entre la platea dañada y sin daño, para  $N = 0,1373$

## 9.10 REFERENCIAS

- [1] S. I. Robles, N. F. Ortega, "Study of Volumetric Displacements of Shells". Journal of the International Association for Shell and Spatial Structures, 42(137), pp. 139-147, 2001
- [2] N. F. Ortega, J.V. Arias. "Comparison of Mechanical Efficiency Between an Hyperbolic Paraboloid and a Experimental Model", Procc. IV World Congress on Computational Mechanics, Buenos Aires, 1998.
- [3] N. F. Ortega, S. I. Robles; Capítulo: "Diseño y Optimización de la Estructura de Grandes Telescopios"; Modelización Aplicada a la Ingeniería, Volumen 2; Editores: Walter Legnani, Pablo Jacovkis y Ricardo Armentano; Universidad Tecnológica Nacional, 293-319, 2007.
- [4] E. Winkler, "Die Lehre von der Elasticitaet und Festigkeit", Prague, Czechoslovakia, 1867.
- [5] M. Hetényi, "Beams on Elastic Foundation", The University of Michigan Press, Ann Arbor, Michigan., 1946.
- [6] V. Z. Vlasov. "Structural mechanics of thin walled three-dimensional systems (in Russian)", Stroizdat, 1949.

- 
- [7] E. Reissner, “A note on deflection of plates on viscoelastic foundation”, *Journal of Applied Mechanics*, ASME, 25, pp. 144–145, 1958.
- [8] V. V. Sokolovski, “Statics of Soil Media”, Butterworth Scientific Publications, London, 1960.
- [9] S. Bharatha and M. Levinson, “A theory of elastic foundations”, *Archive for Rational Mechanics and Analysis*, 74, pp. 249–266, 1980.
- [10] A. Caquot, J. Kerisel, “Traité de Mecanique des sols”, Gauthier-Villars, 380 págs, Paris.1949.
- [11] F. Winterkorn, H. Y. Fang, “Foundation Engineering Handbook”, Van Nostrand Reinhold Company, New York, 1975.
- [12] K. Terzaghi, R.B. Peck, “Mecánica de Suelos en la Ingeniería Práctica”, El Ateneo. 1992.
- [13] A. Guzmán, C. Luisoni, G. Ventura, “Curso de Elasticidad Aplicada”, Cuad. II Facultad de Ciencias Exactas y Tecnología, Universidad Nacional de Tucumán, 1961.
- [14] Matlab 7.0, for Microsoft Windows (C) Copyright, The MathWorks, Inc. 2004.
- [15] S. W. Doebling, C.R. Farrar, M.B. Prime, “A summary review of vibration-based damage identification methods”, *The Shock and Vibration Digest*, 30 (2), pp. 91-105, 1998.
- [16] P. Cawley, A.D. Adams, “The location of defects in structures from measurements of natural frequencies”. *Journal of Strain Analysis*, 14 (2), pp. 49-57, 1979.
- [17] B. H., Kim, H. Kim, T. Park, “Nondestructive damage evaluation of plates using the multi-resolution analysis of two-dimensional Haar wavelet”, *Journal of Sound and Vibration*, 292, pp. 82-104, 2006.
- [18] L. H. Yam, Y. Y. Li, W. O. Wong, “Sensitivity studies of parameters for damage detection of plate –like structures using static and dynamic approaches”, *Engineering Structures*, 24, pp 1465-1475, 2002.
- [19] J. Chou, J. Ghaboussi, “Genetic algorithm in structural damage detection”, *Computers and Structures*, 79, pp. 1335-1353, 2001.
- [20] Y. Choi, J. S. Lee, E. Choi, H. N. Cho, “Development of elastic damage load theorem for damage detection in statically determinate beam”, *Computers and Structures*, 82, pp. 2483-2492, 2004.
-



- 
- [21] D. Maity, A. Saha, “Damage assessment in structures from changes in static parameter using neural networks”, *Sadhana*, 29 (3), pp. 315-327, 2004.
- [22] A. Caddemi, A. Morassi, “A procedure for multiple damage identification in elastic beams”, *Proceedings of 6th World Congress on Structural and Multidisciplinary Optimization*, Río de Janeiro, Brazil, May, 10 pp., 2005.
- [23] S. Timoshenko, S. Woinowsky Krieger, “Theory of plates and shells”, Mc Graw Hill Book Co. Inc., 1959.
- [24] Lu, Q., Ren, G., Zhao., Y., “Multiple damage location with flexibility curvature and relative frequency change for beam structure”. *Journal of Sound and Vibration*, 253 (5), pp. 1101-1114, 2002.
- [25] S. I. Robles, N. F. Ortega, “Study of Volumetric Displacements of Shells”, *Journal of the International Association for Shell and Spatial Structures*, 42 (137), pp. 139-147, 2001.
- [26] N. F. Ortega, J. V. Arias, “Comparison of Mechanical Efficiency Between an Hyperbolic Paraboloid and a Experimental Model”, *Procc. IV World Congress on Computational Mechanics*, Buenos Aires, 1998.

## **CAPÍTULO 10**

# **ANÁLISIS EXPERIMENTAL DE VIGAS DE FUNDACIÓN CON ARMADURAS BAJO TENSIÓN EN PROCESO DE CORROSIÓN**

### **10.1 INTRODUCCIÓN**

Otras de las patologías frecuente en estructuras de hormigón armado es la pérdida de la alcalinidad de la pasta cementicia en el hormigón, por la carbonatación y/o la penetración de iones agresivos [1 y 2], lo que origina la despasivación de las barras metálicas y termina afectando la durabilidad de la estructura. La velocidad con que se corroerán, será función de múltiples factores, provenientes de las condiciones operativas y del medio, tales como los esfuerzos actuantes sobre las armaduras, pH de la zona de interfase barra - hormigón, presencia de distintos elementos agresivos, temperatura y humedad ambiente, permeabilidad y capilaridad del hormigón, etc..

Existen distintos antecedentes sobre el estudio de elementos de hormigón armado, sometidos a la corrosión de sus armaduras [3 a 6]. En estos trabajos, los elementos estudiados no están solicitados a cargas externas, sólo a su peso propio, durante el proceso de corrosión acelerada. Mientras que en este capítulo, se analiza experimentalmente una viga de fundación bajo cargas externas, sometida a un proceso de corrosión bajo tensión de las armaduras.

Se realiza el seguimiento del proceso de fisuración de la superficie del hormigón, en vigas de fundación a las que se somete a una corrosión acelerada, generada por la imposición de una corriente externa y a la acción de cloruros, comparando éstas con el proceso de fisuración en vigas rectangulares solicitadas con distintas cargas [7].

## **10.2 METODOLOGÍA EXPERIMENTAL**

### **10.2.1 CONSTRUCCIÓN DE LOS MODELOS**

Se construyeron dos vigas de fundación de hormigón armado de 1,50 m de longitud, sección rectangular de 0,08 m x 0,21 m, con una armadura longitudinal de 3 hierros de 6 mm de diámetro en el cordón superior, 2 hierros de 4,2 mm en el inferior, y estribos cerrados de alambre de 2,1 mm de diámetro, distanciados cada 7 cm. Se construyó, solidariamente en la parte inferior de la viga, una platea de fundación de hormigón armado de 1,50 m de longitud por 0,40 m de ancho, con una armadura transversal formada por hierros de 2,1 mm de diámetro cada 7 cm, enterrándola en un suelo arenoso previamente compactado, cuya densidad seca era de 1,70 g/cm<sup>3</sup>.

Es interesante destacar que las características y composición del hormigón se aprecian en la Tabla 10.1. Las barras de 6 mm de diámetro tienen un Límite Elástico de 530 MPa. y una Tensión de Rotura de 640 MPa; las barras de 4,2 mm, un Límite Elástico de 680 MPa y una Tensión de Rotura de 690 MPa, mientras que el alambre de 2,1 mm, tiene un Límite Elástico de 302 MPa y Tensión de Rotura de 414 MPa.

Las dimensiones geométricas y las secciones de las barras se eligieron de manera de mantener semejanza geométrica con las usados en las obras reales (aproximadamente 1:3). Asimismo, se trató de reproducir en los elementos de hormigón, condiciones similares a las que ocurren habitualmente en la práctica. El hormigón fue colado en los encofrados y vibrado mecánicamente en 3 capas. El asentamiento del hormigón fue de 8 cm, medido con el cono de Abrams. Se sometió a las vigas de fundación a un curado, humectándolas

---

durante los primeros 7 días, continuando el fraguado hasta el momento del ensayo en ambiente de laboratorio (temperatura  $\cong 20$  °C, humedad relativa  $\cong 50$  %).

Tabla 10.1: Composición y características del hormigón

| Materiales constitutivos por m <sup>3</sup> de hormigón |      | Características del Hormigón              |      |
|---|------|---|------|
| Cemento Portland Normal [Kg]                            | 300  | Relación agua / cemento                   | 0,58 |
| Agregado fino (arena natural granítica) [Kg]            | 864  | Resistencia característica nominal (MPa)  | 17   |
| Agregado grueso (canto rodado TMN 25) [Kg]              | 1050 | Resistencia media rotura compresión (MPa) | 23,9 |
| Agua potable de red [litros]                            | 175  | Tensión media tracción (MPa)              | 2,37 |

### 10.2.2 PROCESO DE CORROSIÓN BAJO TENSION

A los efectos de solicitar mecánicamente con esfuerzos de tracción a las armaduras superiores de la viga de fundación, se realizó el mecanismo de carga presentado en la Figura 10.1, que a través de una carga central, generaba un Momento Flector que traccionaba las armaduras superiores.

En función de las condiciones de vínculo adoptadas, se tenía un Momento Flector constante, en toda la extensión analizada de la viga (solicitud uniforme de las armaduras). Luego fueron sometidas a un proceso de corrosión acelerada durante aproximadamente 4 meses.



Figura 10.1: Fotografía de una viga de fundación durante el ensayo

Es interesante observar que se ha supuesto una superficie de armaduras afectada por la corrosión, determinada por los 50 cm centrales de las barras, y por ocho estribos hasta una profundidad lateral de 2,5 cm, sometida a una densidad de corriente  $100 \mu\text{A}/\text{cm}^2$ . Esta corriente fue aplicada sobre la superficie del hormigón en la parte superior de las vigas, a través de un contraelectrodo formado por una malla de acero inoxidable (de 50 cm de largo). Sobre el mismo se dispuso una esponja, que se mantuvo humectada con una solución de NaCl (0,3 % en peso). La densidad de corriente aplicada [2, 5], es alrededor de 10 veces la medida en estructuras de hormigón muy corroídas [8].

### 10.2.3 MEDICIÓN DE LAS FISURAS

Desde el comienzo de la humectación y aplicación galvanostática de la densidad de corriente de prueba, se realizó el seguimiento de la superficie de las vigas, observándolas diariamente y registrando la aparición de las primeras fisuras. A partir de ese momento, se efectuó aproximadamente cada 15 días la medición del largo y el ancho de las mismas con una regla graduada, cuya precisión era de 0,05 mm, como se puede observar en la Figura 10.2 [9].



Figura 10. 2: Medición de las Fisuras

En la Figura 10.3. se puede observar una fisura pronunciada, que apareció en la cara superior del modelo de viga de fundación cargado.



Figura 10.3: Vista de una fisura en la cara superior de la viga

#### 10.2.4 DETERMINACIÓN DE LOS POTENCIALES DE CORROSIÓN

Otro de los parámetros que se determinaron, durante los ensayos, fue el Potencial de Corrosión en distintos puntos de las vigas. Este parámetro electroquímico mide la actividad del proceso corrosivo de las armaduras metálicas, ubicadas en el interior de las vigas. Por este motivo, la información que se extrae de este ensayo no destructivo resulta de interés y se encuentra normalizado de acuerdo a las Normas ASTM C 876-91[6, 9 y 10]. Los Potenciales de Corrosión se midieron con un voltímetro, especialmente diseñado para realizar análisis de corrosión en hormigón, y empleándose como electrodo de referencia uno de Cobre – Sulfato de Cobre (CSC). [10]



Figura 10.4: Determinación de los Potenciales de Corrosión



---

### 10.2.5 MEDICIÓN CON ULTRASONIDO

Se midió la Velocidad de Propagación de Impulsos Ultrasónicos [6]. Para ello se realizó la transmisión de los impulsos de dos formas distintas: directa, donde se colocó el emisor de onda en una posición fija sobre la cara superior de la viga y se fue moviendo el receptor en tres puntos diferentes de la zona corroída; y semidirecta, donde se fue variando punto a punto el emisor y el receptor, colocándose el emisor en la parte superior de la viga de fundación y el receptor en una de las caras laterales de la misma. Se efectuaron mediciones cada quince días durante todo el ensayo.



Figura 10.5: Medición de Ultrasonido

### 10.2.6 ESTADO FINAL DE LAS ARMADURAS LONGITUDINALES Y TRANSVERSALES

En las Figuras 10.6 y 10.7 se muestra el deterioro producido en la armadura longitudinal y transversal de la viga de fundación ensayada. Es interesante observar la reducción de sección debido a la corrosión que tienen los hierros longitudinales y como se produjo el corte de los estribos en la zona central.



Figura 10.6: Deterioro de la armadura longitudinal y transversal



Figura 10.7: Disminución de sección de la armadura longitudinal y transversal

### **10.3 ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS**

Es conocido, que en estructuras de hormigón armado sometidas a flexión, cuando las tensiones superan su resistencia a tracción, se generan fisuras. Si además, las armaduras están en proceso de corrosión, el cuadro de fisuración se ve agravado. Con relación a la corrosión es conveniente aclarar que los productos de la misma poseen un volumen mayor que el material del que se originaron, por ello producen presiones internas, tal que parte de estos productos rellenan los poros, otra parte sale al exterior, a través de las fisuras producida por flexión (si existen) y el resto genera tensiones, que producen el surgimiento de fisuras en la dirección de las barras, debido a que se supera la resistencia a tracción en el hormigón.



### 10.3.1 ÁREAS DE FISURACIÓN

Las Áreas de Fisuración se obtienen como suma de las áreas de fisuras debidas a la flexión, más las originadas por corrosión. En la Figura 10.8, se comparan las Áreas de Fisuración en función del Tiempo, de vigas de fundación con y sin carga, con las obtenidas en las vigas de referencia [5], donde sus armaduras están expuestas a diferentes niveles de tensión y sometidas a similar proceso de corrosión acelerada. Cabe acotar, que la relación  $rh/\Phi$  (relación recubrimiento de hormigón / diámetro de la armadura longitudinal) fue similar en cada caso, vigas de fundación  $rh/\Phi = 1,67$  y vigas  $rh/\Phi = 2,38$ . Por ello, permite efectuar la comparación de la evolución de la fisuración, entre ambos tipos de viga.

En la Figura 10.8, puede apreciarse tanto en las vigas de referencia como en las de fundación, un claro incremento de las Áreas de Fisuración entre las vigas tensionadas y las que no lo están, creciendo proporcionalmente a la tensión existente en las armaduras. Para cada nivel de tensión, las Áreas de Fisuración siguen un comportamiento que podría ajustarse con una recta, con una adecuada correlación. Las vigas de fundación poseen una mayor pendiente en el incremento de las Áreas de Fisuración, debido a que poseen una menor relación  $rh/\Phi$ .

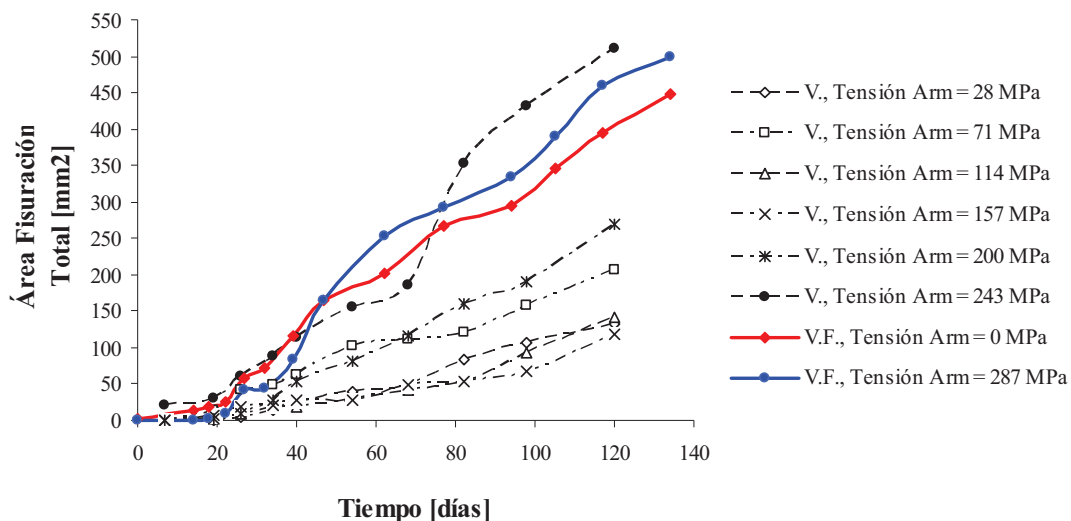


Figura 10.8: Evolución en el tiempo de las Áreas de Fisuración Totales

### 10.3.2 ANCHOS MÁXIMOS DE FISURACIÓN

La evolución de los Anchos Máximos de Fisuras en el tiempo se presentan en la Figura 10.9. Las mismas podrían aproximarse, con un buen ajuste, mediante variaciones lineales. El comportamiento de este parámetro fue similar al del Área de Fisuración, donde las vigas de fundación tuvieron un mayor crecimiento de la fisuración, en función de las mayores tensiones en sus armaduras.

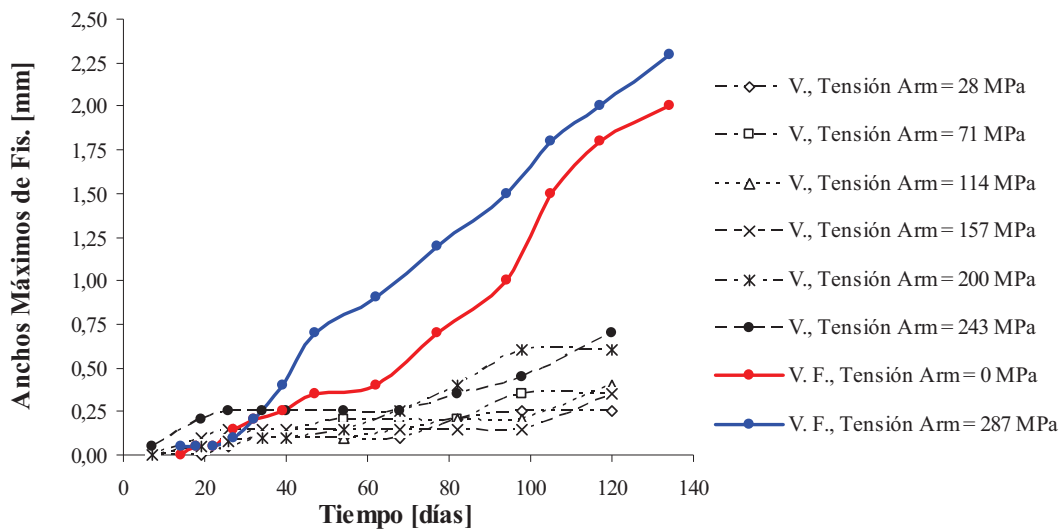


Figura 10.9: Seguimiento en el tiempo, de los Anchos Máximos de Fisuras

### 10.3.3 APARICIÓN DE LAS PRIMERAS FISURAS

En la viga de fundación sin tensión, la aparición de la primera fisura se produjo a los 18 días, mientras que en la viga de fundación con las armaduras tensionadas, la primera fisura apareció a los 14 días. La mayor rapidez en la aparición de fisuras por corrosión, también es un indicativo de la influencia de las tensiones en la aceleración del proceso de degradación de la estructura.

---

#### 10.3.4 RELACIÓN ENTRE EL ESTADO TENSIONAL Y EL COMPORTA - MIENTO ELECTROQUÍMICO

Durante el ensayo se midieron periódicamente los Potenciales de Corrosión en 7 puntos, uno de ellos ubicado a 10 cm afuera de la zona humectada y los restantes en la zona afectada. En la Figura 10.10, se expone la variación promedio de estos Potenciales, en las vigas de fundación con y sin tensión. Puede apreciarse que, partiendo de Potenciales del mismo orden, la viga de fundación bajo tensión, muestra un comportamiento más activo que la viga sin tensión.

En la Tabla 10.2 se incluye un resumen de la variación de los Potenciales de Corrosión, en el período comprendido entre el extremo del mínimo Potencial hasta el final del ensayo. Las primeras siete filas corresponden a vigas [5] de similares características a las vigas de fundación ensayadas en este trabajo, mientras que las dos últimas filas pertenecen a las vigas de fundación ensayadas en esta tesis, cuya variación de potenciales de corrosión se presentan en la Figura 10.10. Cabe acotar que la duración de los ensayo en todos los casos fue de aproximadamente 125 días.

Es interesante destacar que al igual que en otros trabajos [11], donde las armaduras no estaban tensionadas, se observó en la variación de los Potenciales en el Tiempo tres zonas diferenciadas por sus pendientes: activación (una disminución brusca), pseudo-pasivación (crecimiento de los mismos, hasta la aparición de las primeras fisuras) y fisuración (menor crecimiento de los potenciales, con generalización de la fisuración). Es interesante destacar que en las vigas de fundación y en las otras vigas cargadas, también se presentaron estos tres períodos.

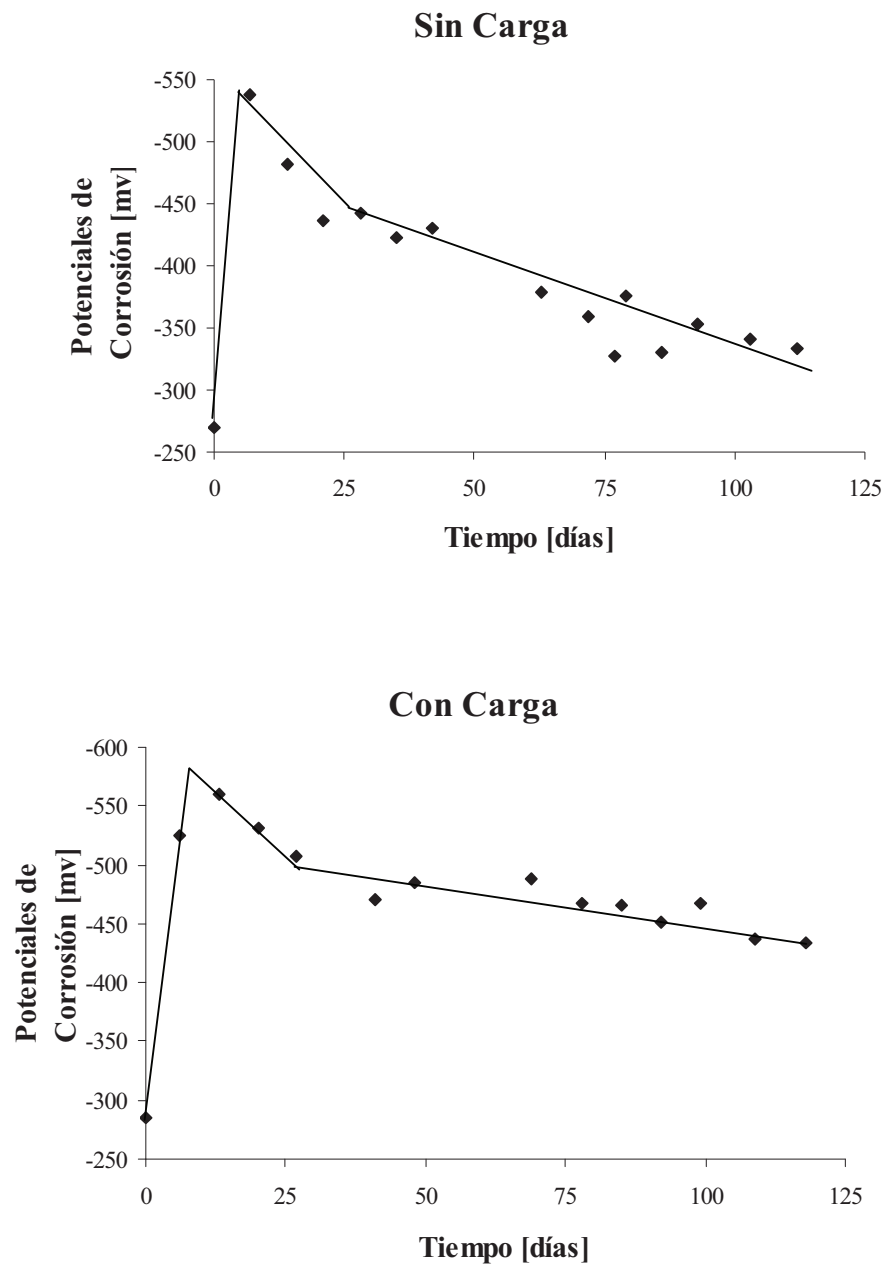


Figura 10.10: Variación de los Potenciales de Corrosión en el Tiempo, en las vigas de fundación

Tabla 10.2: Resumen del comportamiento electroquímico

| Viga             | Tensiones en armaduras (MPa) | Potencial de Corrosión (mV) |                        |            |
|------------------|------------------------------|-----------------------------|------------------------|------------|
|                  |                              | Potencial Mínimo            | Potencial final ensayo | Diferencia |
| V <sub>10</sub>  | 0                            | - 475                       | - 178                  | - 297      |
| V <sub>16</sub>  | 28                           | - 660                       | - 232                  | -328       |
| V <sub>13</sub>  | 71                           | - 562                       | - 269                  | -293       |
| V <sub>14</sub>  | 114                          | - 556                       | - 270                  | -286       |
| V <sub>12</sub>  | 157                          | - 565                       | - 352                  | -213       |
| V <sub>11</sub>  | 200                          | - 552                       | -205                   | -347       |
| V <sub>15</sub>  | 243                          | - 566                       | -172                   | -394       |
| VF <sub>sc</sub> | 0                            | - 537                       | - 327                  | - 210      |
| VF <sub>cc</sub> | 287                          | - 555                       | - 433                  | - 122      |

### 10.3.5 MEDICIONES CON ULTRASONIDO

En la Figura 10.11 se presentan las mediciones de la Velocidad de Propagación de Ultrasonido efectuadas en distintos puntos de la viga, graficándose el promedio de todas las mediciones en cada período de tiempo. Debido a que existe una variación de la humedad (originada en la humectación producida para realizar la corrosión acelerada), las mediciones se ven afectadas. Para minimizar este efecto, las mediciones se realizaron una vez humectada la zona que está expuesta a la corrosión. No obstante esta dispersión, se aprecia en ambos gráficos que la Velocidad de Propagación disminuye con el transcurso del tiempo del ensayo. Esto se debe a la aparición de un cuadro de fisuración cada vez más importante, que hace que disminuya la velocidad de propagación.

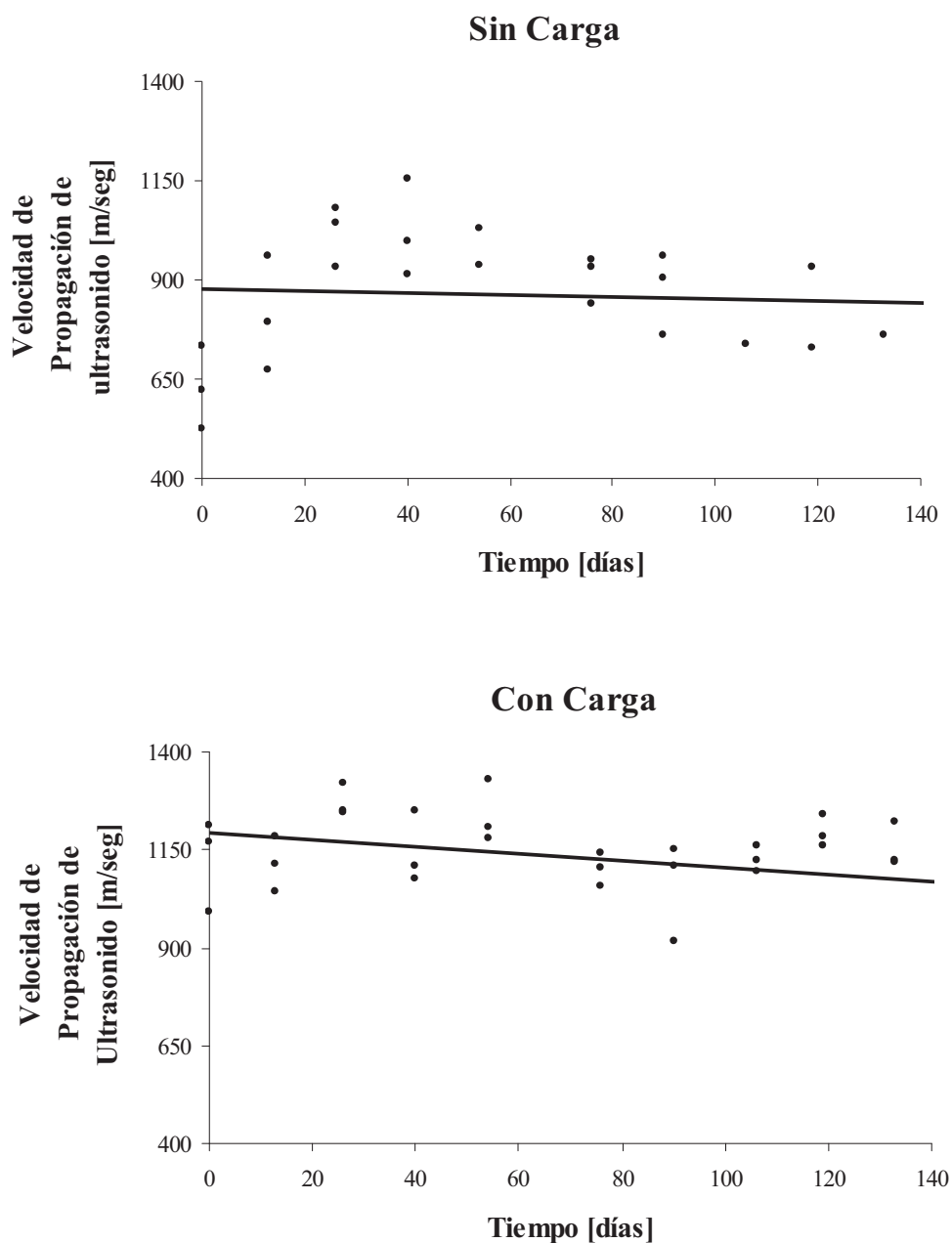


Figura 10.11: Variación de la Velocidad de Propagación del Ultrasonido en el tiempo, en las vigas de fundación

En el caso de la viga de fundación con carga (Figura 10.11), la pendiente de esta variación es mayor que en la viga sin carga. Esto coincide con el incremento de las Áreas de Fisuración y de los Anchos Máximos de Fisuras en el tiempo.

#### 10.4 REFERENCIAS

- [1] J. Hou, D. D. L. Chung, "Effect of admixtures in concrete on the corrosion resistance of steel reinforced concrete", *Corrosion Science*, 42, pp. 1489-1507, 2000.
- [2] J.P. Broomfield, "Corrosion of steel in concrete", EyFN/SPON, 1997
- [3] R. N. Swamy; S. Tanikawa; "An External Surface Coating to Protect Concrete and Steel from Aggressive Environments", *Materials and Structures*, 26, pp. 465-478, 1993.
- [4] C. Alonso, C. Andrade, J. Rodriguez, J. M. Diez, "Factors controlling cracking in concrete affected by reinforcement corrosion", *Materials and Structures*, 31, pp. 435-441, 1998.
- [5] CEB, "Durabilidad de Estructuras de Hormigón", Grupo Español del Hormigón, Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, 1993.
- [6] L.Uller, "Manual de Inspección, Evaluación y Diagnostico de corrosión en estructuras de Hormigón Armado", CYTED Programa Iberoamericano de Ciencia y Tecnología para el desarrollo, 1997.
- [7] N. F. Ortega., R. R. Aveldaño; "Analysis of Tensed Reinforced Concrete Beams During the Corrosion Process", *The Open Construction & Building Technology Journal*, 2, pp. 243-250, 2008.
- [8] J. Rodríguez, L. M. Ortega, A. M García., "Medida de la velocidad de corrosión de las armaduras en estructuras de hormigón, mediante un equipo desarrollado dentro del proyecto Eureka EU 401", *Hormigón y Acero*, 189, pp. 79-91, 1993.
- [9] M. C. Andrade, "Manual de inspección de obras por corrosión de armaduras", Centro Nacional de investigaciones Metalúrgicas, Instituto Eduardo Torroja de Ciencias de la Construcción, 1988
- [10] American Society for Testing and Materials, "ASTM C 876-91. Standard Test Method for Half Cell Potentials of Reinforcing Steel in Concrete", ASTM, 1991.
- [11] R. R. Aveldaño, N. F. Ortega, J. B. Bessone; "Influencia de la distribución de estribos en los Potenciales de Corrosión en vigas de hormigón armado"; *Jornadas SAM-CONAMET – AAS 2001*, Misiones, pp. 715-722, 2001.

## **CAPÍTULO 11**

# **REFUERZO Y REPARACIÓN DE VIGAS DE FUNDACIÓN DE HORMIGÓN ARMADO CON LÁMINAS DE MATERIALES COMPUESTOS**

### **11.1 INTRODUCCIÓN**

Tanto el paso de los años, como la agresión del medio ambiente, han deteriorado muchas de las estructuras de hormigón, las que actualmente necesitan reparación y/o reacondicionamiento para mantener los servicios para las cuales fueron proyectadas. Paralelamente, muchas estructuras en uso se ven requeridas constantemente por cambios en las condiciones de funcionamiento, tal es el caso, entre otros, de puentes con aumento de las cargas vehiculares o edificios que cambian de prestación. En estos casos, se suele presentar la necesidad de reforzar dichas estructuras, a fin de que puedan soportar las nuevas exigencias [1].

Los materiales más empleados actualmente, tanto para la reparación como para el refuerzo de estructuras de hormigón armado, son los compuestos de resinas epoxi reforzadas con fibras (FRP según sus siglas en inglés), de vidrio (GFRP) o de carbono (CFRP). Este tipo de refuerzo ha reemplazado exitosamente al de láminas de acero, ya que los compuestos de fibras tienen muy buena resistencia a tracción, son livianos, fáciles de manejar, presentan buen comportamiento frente a los agentes externos y a la fatiga, no

---



requieren de herramientas especiales para su colocación y los trabajos pueden hacerse rápida y fácilmente. Seguramente, su uso se irá imponiendo en la medida que disminuya su costo.

Está debidamente probado que la adición de laminados de resinas epoxi con fibras a estructuras tales, como vigas y losas, aumenta considerablemente la resistencia a flexión y al corte de las mismas [2 a 5] y en el caso de columnas, logra mejorar la resistencia a través de un efecto de confinamiento. No está, sin embargo, tan estudiado el uso de este tipo de refuerzos en vigas de fundación.

Ya se ha desarrollado en los Capítulos 3, 4 y 5, el diseño de fundaciones teniendo en cuenta diferentes parámetros mecánicos y cargas externas que intervienen; en la parte central de la tesis se dedicaron 5 capítulos a las patologías que se presentan en este tipo de estructuras, mientras que este capítulo está enfocado a la posibilidad de reparación y refuerzo de este tipo de estructuras, mediante láminas de materiales compuestos.

La viga de fundación estudiada, que se describe en el punto 11.2, fue modelada con el Método de los Elementos Finitos [7] con el software ABAQUS [8]. El modelo empleado fue validado para el caso de una viga reforzada con láminas de fibras con el trabajo de H.T. Hu et al. [9]. Las características de los materiales empleados se detallan en el punto 11.3 y finalmente se exponen los resultados.

En este capítulo se modelaron en conjunto suelo y estructura [10], y se adoptaron modelos Elasto-Plásticos, para el hormigón armado [7, 9] y para el suelo [10 a 13], mientras que el refuerzo de fibras se modeló con un comportamiento elástico lineal hasta rotura [7].

## **11.2 DESCRIPCIÓN DEL MODELO ESTUDIADO**

Las características geométricas de la viga de fundación estudiada se muestran en la Figura 11.1. Esta fundación está asentada sobre un volumen de suelo de dimensiones

---

suficientes como para poder asumir la ausencia de desplazamientos en los bordes del mismo. La interacción entre estructura y suelo se consideró rugosa, o sea, sin deslizamiento entre ambas.

El cuerpo de la viga fue modelado con 4352 elementos sólidos de 20 nodos (C3D20, notación según ABAQUS), el suelo con 3072 elementos sólidos de 8 nodos (C3D8), las armaduras de acero se modelaron con 1024 y 256 elementos de superficie (SFM3D8), con “rebar layer” embebidas en la sección de hormigón y los refuerzos de fibras con 224 elementos “shell” de ocho nodos (S8R).

Las láminas de FRP se consideraron rígidamente unidas al hormigón, sin modelarse el pegamento. Esta simplificación ya fue empleada por H. T. Hu et al. (2004) [9], obteniéndose resultados con una adecuada precisión, comparándolos con los obtenidos de modelos experimentales.

Las cargas correspondientes a los esfuerzos transmitidos por las columnas, se distribuyeron en una superficie de 0,25 m x 0,25 m. Para la modelación numérica con el Método de los Elementos Finitos, se utilizó el programa ABAQUS [8].

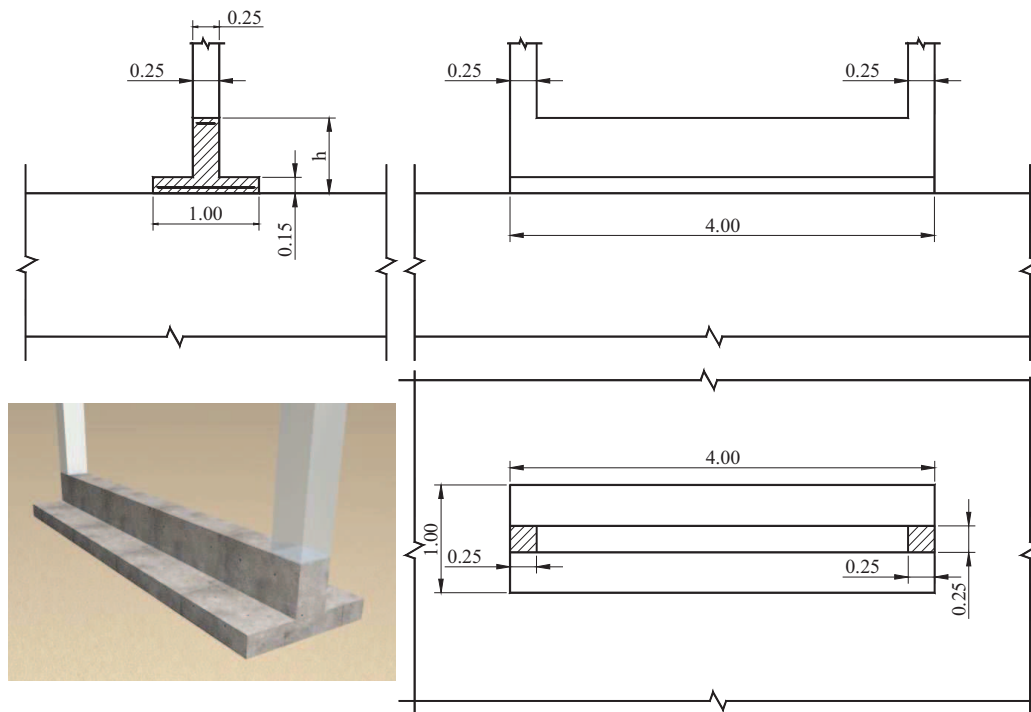


Figura 11.1: Geometría de la viga de fundación

### 11.3 MODELOS CONSTITUTIVOS Y CARACTERÍSTICAS DE LOS MATERIALES

Los materiales utilizados en este capítulo son: acero, hormigón, cuyas propiedades mecánicas ya se describieron en el punto 7.4.1 y 7.4.2, respectivamente, y material compuesto de CFRP, cuya descripción se realizó en el punto 2.7, detallando en este punto los valores característicos tomados como datos.

#### 11.3.1 LÁMINAS DE POLÍMEROS REFORZADOS CON FIBRAS

Los materiales compuestos usados como refuerzos pueden ser considerados como láminas, ya que tienen dos dimensiones predominantes, mientras que el espesor es pequeño con respecto a ellas, tal como se describió en el punto 2.7.

Las láminas se disponen en capas formando compuestos laminados, donde cada capa puede tener distinta orientación con respecto a los ejes globales, a fin de aportar resistencia en distintas direcciones. En el refuerzo de vigas y losas, comúnmente, se usan fibras unidireccionales o mallas. En el presente capítulo, como el objetivo es reforzar una viga ante esfuerzo de tracción, se usaron laminados unidireccionales, siendo  $n$  el número de láminas. El espesor de cada lámina es de 1 mm.

El material usado como refuerzo fue modelado con un comportamiento elástico lineal hasta rotura y con las características que se muestran en la Tabla 11.1.

Tabla 11.1: Características de las láminas de material compuesto.

|  |       |
|--|-------|
| <b><math>E_1</math> (GPa)</b>                        | 138,0 |
| <b><math>E_2</math> (GPa)</b>                        | 14,5  |
| <b><math>G_{12} = G_{13}</math> (GPa)</b>            | 5,86  |
| <b><math>G_{23}</math> (GPa)</b>                     | 3,52  |
| <b>Coefficiente de Poisson <math>\nu_{12}</math></b> | 0,21  |
| <b>Resistencia longitudinal a tracción (MPa)</b>     | 1450  |
| <b>Resistencia longitudinal a compresión (MPa)</b>   | -1450 |
| <b>Resistencia transversal a tracción (MPa)</b>      | 52    |
| <b>Resistencia transversal a compresión (MPa)</b>    | -206  |
| <b>Resistencia al corte (MPa)</b>                    | 93    |

### 11.3.2 SUELO

La simulación del suelo es igual a la empleada en el Capítulo 7, en el punto 7.4.3. Las características de los suelos utilizados se pueden observar en la Tabla 11.2. Los valores de los parámetros fueron elegidos teniendo en cuenta los que se proponen en las referencias [10 a 13].

Tabla 11.2: Características de los suelos utilizados

| <b>Parámetro característico</b>                              | <b>Arena Limosa</b> | <b>Arena Arcillosa</b> | <b>Arcilla</b> |
|--|---------------------|------------------------|----------------|
| <b>Densidad <math>\gamma</math> (KN/m<sup>3</sup>)</b>       | 18,80               | 16,70                  | 17             |
| <b>Módulo de Elasticidad <math>E_{edo}</math> (MPa)</b>      | 13,00               | 9,15                   | 1,605          |
| <b>Ángulo de Fricción Interna <math>\phi</math> (grados)</b> | 23                  | 26                     | 30             |
| <b>Coefficiente de Poisson <math>\nu</math></b>              | 0,30                | 0,30                   | 0,35           |
| <b>Ángulo de dilatación <math>\psi</math> (grados)</b>       | 0                   | 0                      | 0              |
| <b>Coefficiente de Cohesión C (KPa)</b>                      | 12                  | 13                     | 10             |

#### **11.4 MODELO HORMIGÓN-LÁMINAS DE POLÍMEROS REFORZADOS CON FIBRAS**

Debido a que no se encontraron publicaciones de otros autores con valores experimentales o numéricos de modelos semejantes al propuesto, que involucra suelo, estructura de hormigón y refuerzo de material compuesto, se optó por comparar, por un lado el conjunto hormigón armado-láminas de FRP y por otro, el modelo completo con uno clásico, y muy difundido, que es el de la viga de hormigón armado sobre fundación elástica. En el primer caso se modeló una viga simplemente apoyada, sometida a una carga uniformemente distribuida, con las características geométricas y de materiales coincidentes con la estudiada por H. T. Hu (2004) [7], quien contrasta su modelo numérico con valores experimentales.

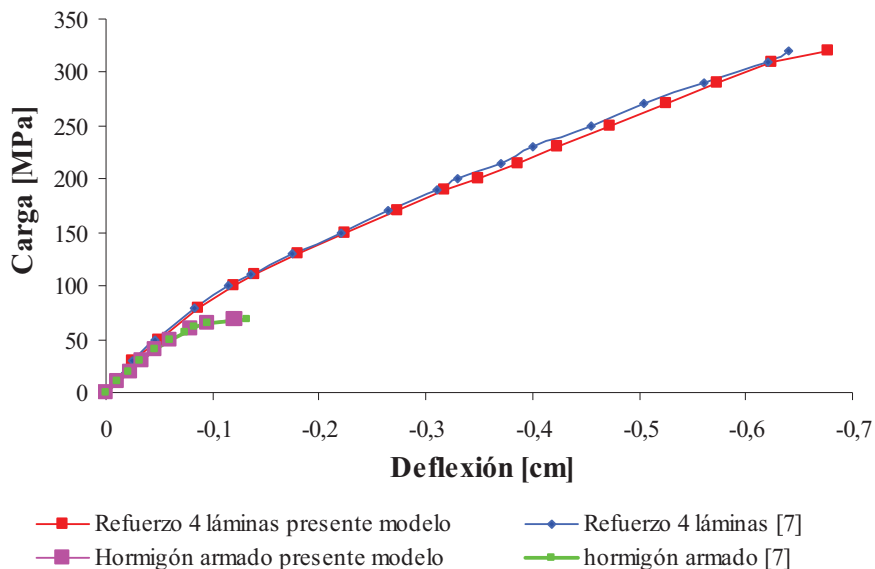


Figura 11.2: Comparación de los modelos de hormigón armado y hormigón armado reforzado con láminas de FRP

En la Figura 11.2 se puede ver la buena correspondencia existente entre ambos modelos, tanto en el de hormigón armado solamente, como para el reforzado con 4 láminas de FRP.

En el segundo caso, se estudió una viga de fundación, con la misma geometría que la presentada en la Figura 11.1, con una carga aplicada en cada columna de 100 KN, y sin el empleo de refuerzos de material compuesto. La misma estaba asentada sobre arena limosa y sobre arcilla. Se observó que los desplazamientos obtenidos del cálculo de la viga sobre fundación elástica, utilizando coeficientes de reacción del terreno  $k = 18 \text{ MN/m}^3$  y  $k = 2,5 \text{ MN/m}^3$  respectivamente, difieren en menos del 2 % de los obtenidos empleando el modelo propuesto en esta Tesis.

## 11.5 ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS

### 11.5.1 LÁMINAS APLICADAS COMO REFUERZO ESTRUCTURAL

Para estudiar el refuerzo de vigas de fundación con materiales compuestos, se modeló primeramente una viga de hormigón armado sin refuerzo apoyada sobre arcilla, con un

Coeficiente de Cohesión  $C = 10000 \text{ Pa}$  y un Ángulo de Fricción Interna  $\phi = 30 \text{ grados}$ . Luego se incorporaron láminas pegadas a lo largo de la viga entre bordes de columnas, en un número que varió entre 2 y 8 láminas.

En la Figura 11.3 se muestran los desplazamientos en el centro de la viga, en función de la carga externa, aplicada sobre cada columna y de la cantidad de láminas colocadas. Se puede observar que la carga última aumenta con el número de láminas de FRP, hasta un cierto valor, después del cual la viga de fundación no toma más cargas, dependiendo del tipo de suelo en la que esté fundada. Con la colocación de 2 láminas se logra un aumento de resistencia del 13 %, con 4 láminas del 17 %, manteniéndose este último porcentaje para 6 y 8 láminas. Estos incrementos están muy lejos de los alcanzados en vigas, como la utilizada para la validación del modelo, donde se alcanza una resistencia cinco veces mayor que la original, con el uso de 4 láminas.

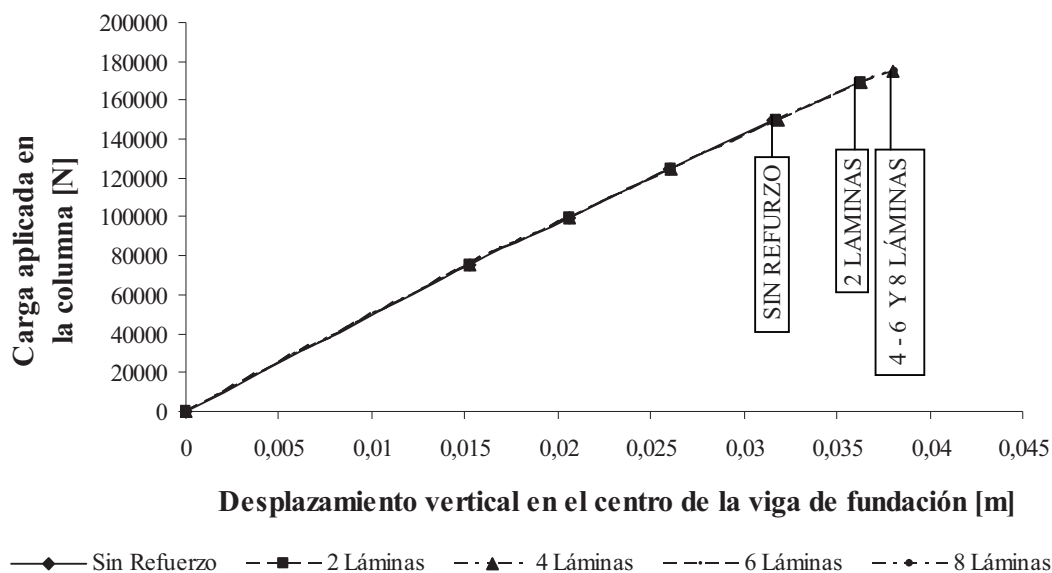


Figura 11.3: Desplazamientos verticales del centro de la viga de fundación en función de las cargas aplicadas en las columnas y del número de láminas de refuerzo

En la Figura 11.4 se presentan los desplazamientos verticales de la viga de fundación medidos en el centro de la viga, en función del número de láminas de refuerzo colocadas y para una carga de 150 kN aplicada en cada extremo de la viga de fundación. Como se puede ver, los desplazamientos verticales disminuyen con el incremento del número de

láminas colocadas, ya que las mismas aportan rigidez, pero a partir de 4 láminas las diferencias son despreciables, por lo que no se justifica su uso. Al analizar las diferencias producidas entre los puntos extremos y el centro de la viga se determinó un valor de 1,11 mm (aproximadamente  $L/3600$ ), con la incorporación de 2 láminas, la diferencia se redujo en un 32,66 %, con 4 láminas la reducción fue del 41,12 %, con 6 láminas la reducción fue del 45,96 % y con 8 láminas del 49,27 %. Todos estos desplazamientos relativos son muy pequeños, no obstante favorecen la reducción de la fisuración del hormigón de la viga y por ende, mejoran su durabilidad.

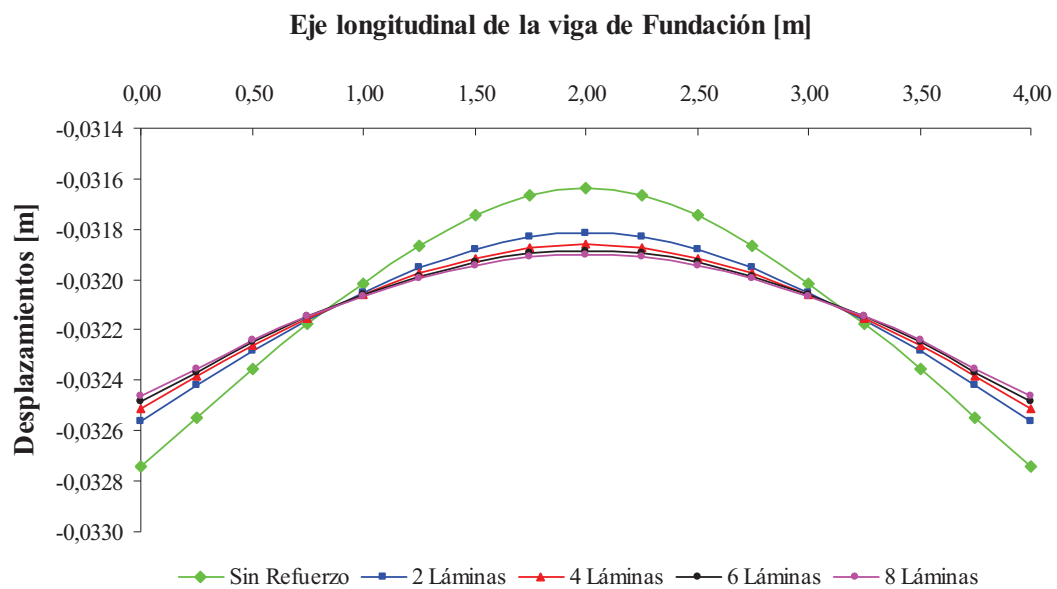


Figura 11.4: Desplazamientos verticales de las vigas de fundación en función del número de láminas para una carga de 150 kN

La Figura 11.5 muestra los desplazamientos de la viga de fundación, cuando se varía el coeficiente de cohesión  $C$  del suelo, para una viga de fundación sin láminas y con el uso de 4 láminas de refuerzo, con una carga de 150 kN, aplicada en los extremos de la viga de fundación. Como es lógico, una mayor cohesión del suelo conduce a menores desplazamientos y menores curvaturas de la fundación.



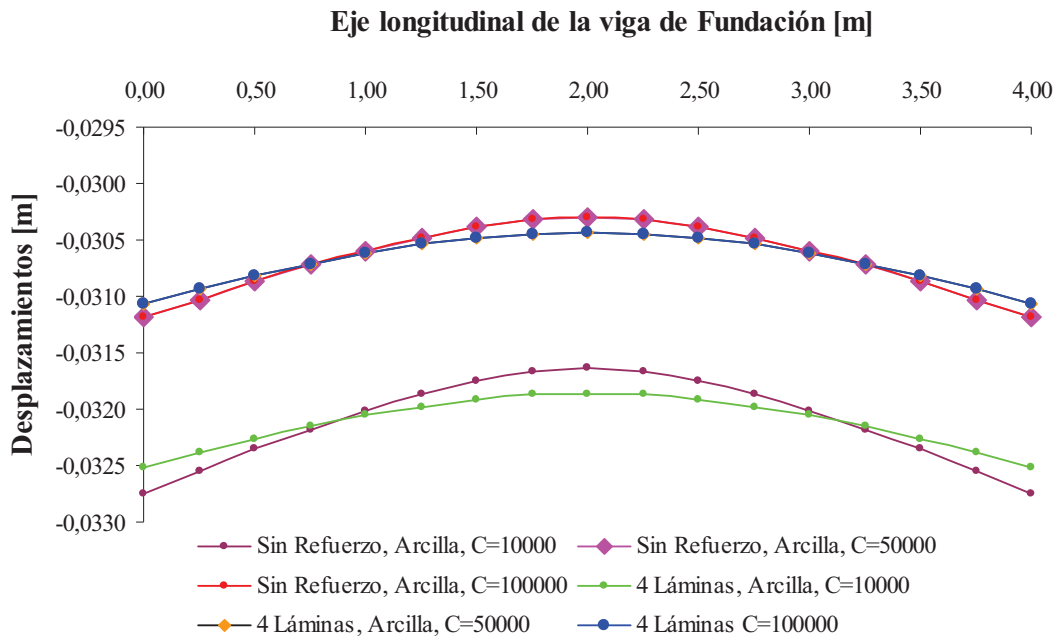


Figura 11.5: Desplazamientos verticales de las vigas de fundación, en función del coeficiente de cohesión  $C$  y del número de láminas, para una carga de 150 kN

Al analizar los desplazamientos producidos entre los puntos extremos y el centro de la viga, para una viga fundada sobre arcilla con un coeficiente de cohesión  $C = 10$  KPa se determinó un valor de 1,11 mm. (aprox.  $1/3600$ ), para una arcilla con un coeficiente de cohesión  $C = 50$  KPa, la diferencia se redujo un 20 %, mientras que para una arcilla con  $C = 100$  KPa se mantuvo esta diferencia del 20 %.

Es interesante destacar que con la incorporación de 4 láminas y con  $C = 50$  KPa, la diferencia se redujo en un 43,14 % y con  $C = 100$  KPa, la diferencia se mantuvo en el 43,14 %.

En la Figura 11.6 se presenta la comparación de las cargas máximas que pueden ser aplicadas en las columnas extremas de las bases, para distintos tipos de suelos, observándose que, por los motivos antes descriptos, una fundación sobre arena arcillosa, no presenta mejoras apreciables si se la refuerza con 4 láminas de material compuesto.

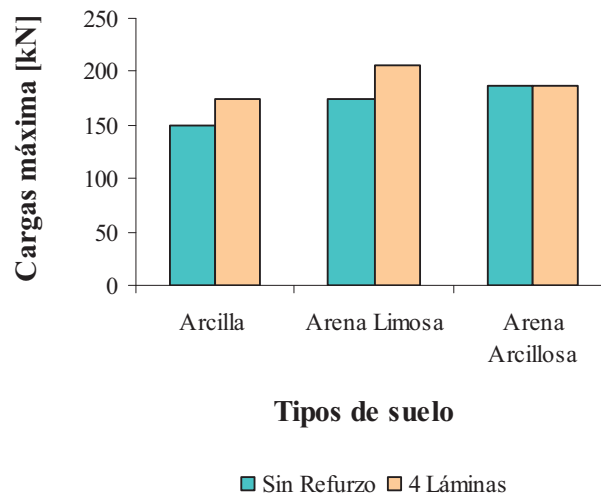


Figura 11.6: Comparación de cargas máximas en vigas con y sin refuerzo para distintos tipos de suelos

En los casos en que la viga está fundada sobre arcilla o sobre arena arcillosa la falla se produce debido a la fisuración en la zona traccionada. La colocación de los refuerzos en dicha zona permite incrementar la carga hasta que fallan las alas de la viga de fundación. En el caso de la viga fundada sobre arena arcillosa, el refuerzo no tiene efecto porque la falla no se produce en la zona traccionada.

### 11.5.2 VARIACIÓN DEL AUMENTO DE CARGA EN FUNCIÓN DE LA RELACIÓN, H DE VIGA/ LUZ, PARA VIGAS REFORZADAS CON CFRP

Es interesante destacar que se mantuvo constante en todos los casos la longitud y el ancho de la viga y las dimensiones de la base, mientras que se varió la altura entre 50 cm y 90 cm, y la armadura se fue variando de manera que a medida que aumenta la altura, disminuye la armadura, tomando como referencia la sección de 0,70 m de altura y 9,42 cm<sup>2</sup> de sección, tal como lo muestra la Tabla 11.3.

Tabla 11.3: Armadura en función de la altura

| <b>Altura (m)</b> | <b>Acero (cm<sup>2</sup>)</b> |
|-------------------|-------------------------------|
| <b>0,50</b>       | 14,23                         |
| <b>0,60</b>       | 11,64                         |
| <b>0,70</b>       | 9,42                          |
| <b>0,80</b>       | 8,54                          |
| <b>0,90</b>       | 7,53                          |

La viga y el suelo fueron modelados con elementos sólidos de 8 nodos (C3D8), las armaduras de acero con elementos de superficie (SFM3D4) embebidas en la sección de hormigón y los refuerzos de fibras con elementos “shell” de cuatro nodos (S4R).

Las láminas de FRP se consideraron solidariamente unidas al hormigón, sin modelarse el pegamento. Las cargas correspondientes a los esfuerzos transmitidos por las columnas, se distribuyeron en una superficie de 0,25 m x 0,25 m. La modelación numérica se realizó con el Método de los Elementos Finitos, utilizando el programa ABAQUS [6].

En la Tabla 11.4 se pueden ver los valores de carga máxima por columna, soportadas por las vigas sin refuerzos de materiales compuestos, para diferentes relaciones altura de la viga/luz (h/l).

Tabla 11.4: Cargas máximas en función de la relación h/L de la viga de fundación

| <b>Altura (m)</b> | <b>Relación h/L</b> | <b>Carga Máxima por columna (KN)</b> |
|-------------------|---------------------|--------------------------------------|
| <b>0,50</b>       | 0,125               | 231,25                               |
| <b>0,60</b>       | 0,150               | 193,75                               |
| <b>0,70</b>       | 0,175               | 168,75                               |
| <b>0,80</b>       | 0,200               | 200,00                               |
| <b>0,90</b>       | 0,225               | 221,87                               |

La disposición de los refuerzos a flexión, pueden verse en la Figura 11.7.

En la Figura 11.8 se muestran los porcentajes de incremento en las cargas máximas obtenidas para refuerzos longitudinales de 4 a 8 láminas de CFRP. Como se puede observar claramente, la relación  $h/L = 0,175$  es la que mejor responde al refuerzo. Tanto las secciones más altas como las más pequeñas tienen porcentajes de incremento menores.

En cuanto a la cantidad de láminas de refuerzo, se puede decir que para relaciones  $h/L$  pequeñas, prácticamente no existe diferencia entre la utilización de 6 y 8 láminas, mientras que para relaciones mayores sí existe diferencia, aumentando la resistencia con el número de láminas.

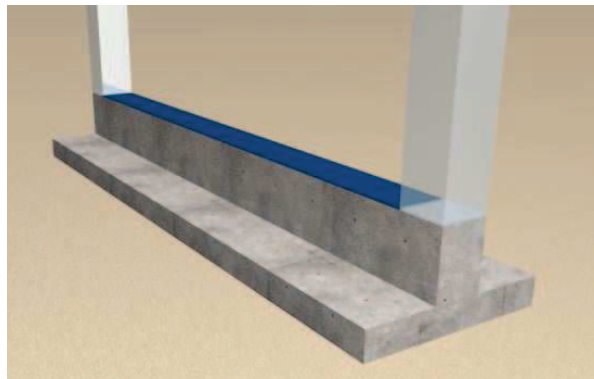


Figura 11.7: Ubicación de las láminas de FRP en la parte superior de las vigas de fundación

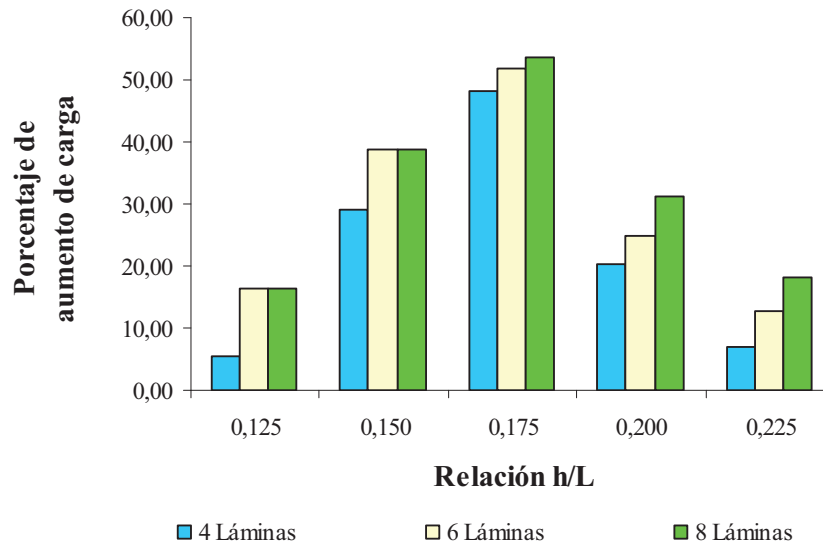


Figura 11.8: Cargas máximas en función de la relación h/L y el número de láminas de FRP

En todos los casos se pudo observar que tanto las vigas de hormigón armado sin refuerzo, como las reforzadas con 4 y hasta 8 láminas de material compuesto, fallaron por flexión con patrones de fisuración semejantes al mostrado en la Figura 11.9, que corresponde a la relación  $h/L = 0,200$ .

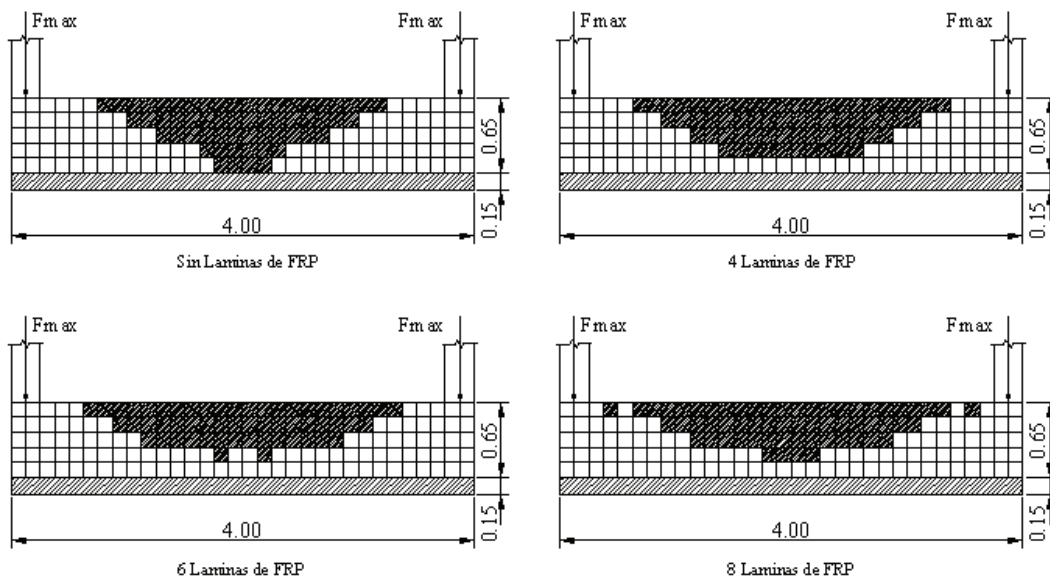


Figura 11.9: Patrón de fisuración de la viga de fundación con relación  $h/L = 0,200$ , para carga máxima

Cabe aclarar que no se analizó en ningún momento la influencia de la longitud de las bandas utilizadas en el refuerzo superior. La utilización de bandas de igual longitud seguramente no constituyen la forma óptima de relacionar eficiencia y economía, este sería un paso a considerar en una futura investigación.

A continuación, se estudia la influencia, tanto de la cantidad de refuerzos laterales como de la cantidad de capas de los mismos, a partir de la observación de que la colocación de dos refuerzos laterales de 2 capas de 0,1cm de espesor, producía un incremento de carga última del 12,5 % para la relación  $h/L = 0,125$ . En la Figura 11.10 se puede observar una viga de fundación de 0,50 m de altura y 4 láminas de CFRP ubicadas en la parte superior, a la que se adicionaron 2 refuerzos laterales en cada extremo y de cada lado de la viga.

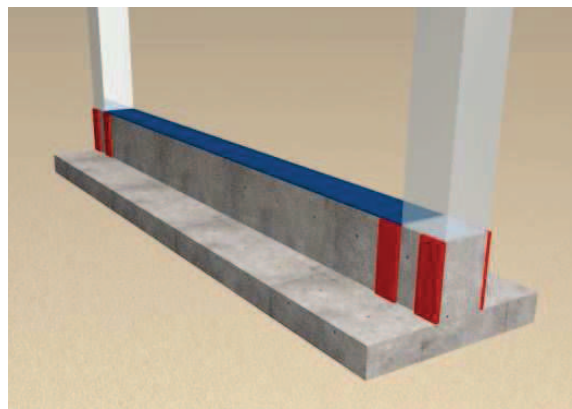


Figura 11.10: Esquema de colocación de refuerzos laterales de FRP

La cantidad de capas de cada refuerzo lateral se varió desde 2 hasta 6. El espesor de cada capa se mantuvo constante en 0,1 cm. En la Figura 11.11 se presenta la variación del porcentaje de aumento de carga última, en función del número de capas laterales de cada refuerzo lateral. Se puede observar que para la viga de fundación apoyada sobre arena limosa, cuyos refuerzos laterales tienen 4 capas, se logra un incremento en el porcentaje de la carga última del 20 %, mientras que para un mayor número de capas se mantiene prácticamente constante. Tal incremento se debe a un mejor comportamiento de la viga de fundación al esfuerzo de corte.

En el caso de la viga de fundación apoyada sobre arena arcillosa, no se observan mejoras al adicionar capas en los refuerzos laterales. Para la viga de fundación apoyada sobre arcilla, se logra un incremento en la carga última del 35 %, para 2 capas, mientras que para un mayor número de capas, la carga última prácticamente no se incrementa.

En el caso de no poder incrementar la capacidad portante de una fundación, por los problemas antes mencionados, es necesario aumentar el ancho o la altura de la sección de hormigón de la platea, debido a que se necesita mayor sección de hormigón a compresión.

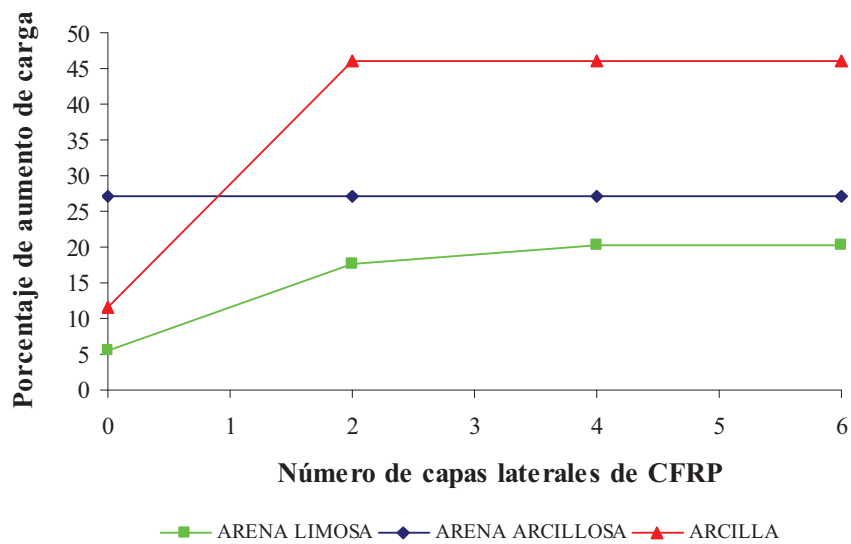


Figura 11.11: Porcentaje de aumento de carga en función del número de capas laterales de CFRP

En la Figura 11.12 se puede observar una viga de fundación con 1 refuerzo de CFRP ubicado en la parte superior y 4 refuerzos laterales en cada lado de los extremos de la viga.

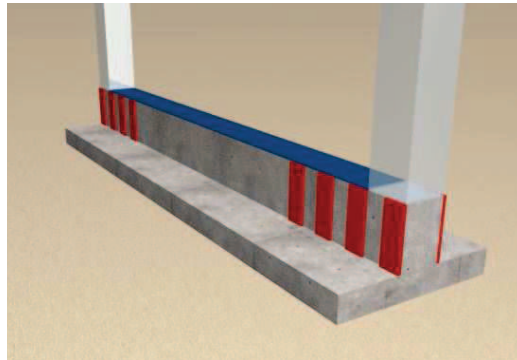


Figura 11.12: Esquema de colocación de los refuerzos laterales de CFRP

En este caso es interesante observar que, como lo muestra la Figura 11.13, no se registraron aumentos de carga última, al incrementar el número de refuerzos laterales. La única mejora destacable se observa en la viga más esbelta, donde la colocación de los refuerzos laterales generó un porcentaje de aumento de carga del 12,2 %.

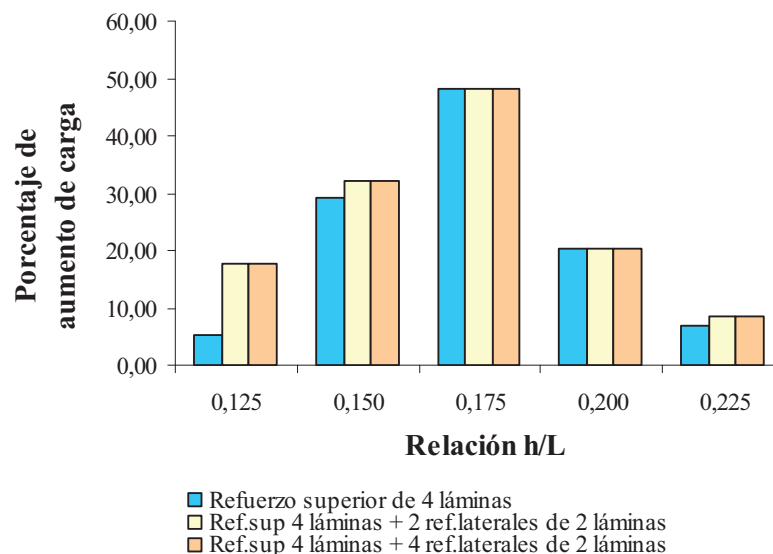


Figura 11.13: Porcentaje de aumento de carga en función de h/L y número de láminas laterales colocadas



### **11.5.3 REPARACIÓN DE VIGAS DE FUNDACIÓN CON LÁMINAS DE POLÍMEROS REFORZADOS CON FIBRAS**

Para estudiar la validez de las láminas de materiales compuestos, en la reparación de vigas de fundación, se compararon las elásticas de una viga sana, bajo una carga de servicio en cada columna de 93,75 kN, de la misma viga con una fisura central y luego reparada con la colocación de 2, 3 y 4 láminas de FRP. La fisura se generó en la parte media de la longitud de la viga, con una profundidad de 0,275 m (39 % de la altura) sobre la totalidad del ancho. Dicha fisura se modeló como una discontinuidad en la malla. Se eligió la parte central debido a que es la zona donde la probabilidad de aparición de fisuras por incrementos de carga es mayor. La profundidad de la figura elegida corresponde a observaciones previas realizadas sobre patrones de fisuración.

Como puede verse en la Figura 11.14 el agregado de láminas de FRP tiende a la recuperación de la elástica de la viga sana. Los desplazamientos disminuyen con el incremento del número de láminas colocadas, ya que las mismas aportan rigidez. Al analizar las diferencias en los desplazamientos verticales producidos entre los puntos extremos y el centro de la viga, se determinó un valor de 0,43 mm., para la viga fisurada, con la incorporación de 2 láminas, esta diferencia se redujo en un 11,1 %, con la colocación de 3 láminas, la merma fue del 14,6 % y con 4 láminas, la reducción fue del 17,9 %. Con respecto a la capacidad resistente de la viga, se puede decir que la viga fisurada soporta una carga máxima un 30 % menor que la viga sana. Al aplicar las láminas de FRP se recupera parcialmente la capacidad portante. La incorporación de 4 láminas permite alcanzar el 88 % de la capacidad de la viga sana y la incorporación de más bandas no mejora notablemente esta situación, en forma similar al caso anteriormente estudiado como se muestra en la Figura 11.15.

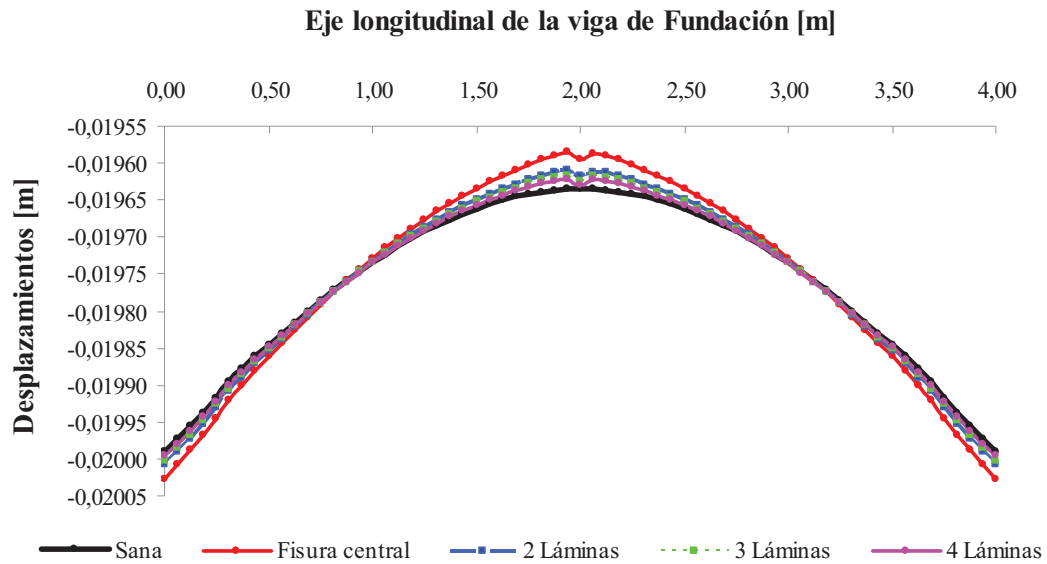


Figura 11.14: Elástica de la viga de fundación sana, fisurada y reparada para una carga de 93.75 kN

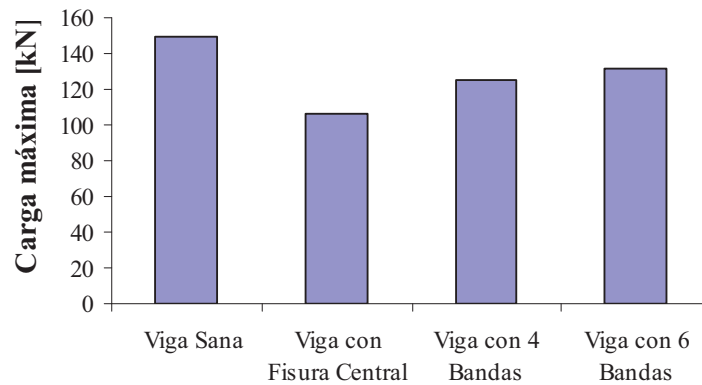


Figura 11.15: Carga última de la viga de fundación sana, fisurada y reparada

En la Figura 11.16 se muestra la variación de las tensiones normales, a lo largo de la longitud de la viga, en el laminado, en la armadura de acero y sobre la superficie del hormigón y las tensiones tangenciales en el hormigón. Puede observarse, claramente, la concentración de tensiones en la zona de la fisura, en todos los materiales involucrados, razón por la cual es una zona crítica donde suele iniciarse el proceso de desprendimiento del laminado. Se puede ver que parte de las tensiones de tracción son tomadas, en la zona fisurada, por la armadura de acero y que las bandas de FRP se encuentran lejos de su

capacidad resistente, por lo que incorporar mayor cantidad de láminas no se justifica, como ya se ha observado en los anteriores análisis.

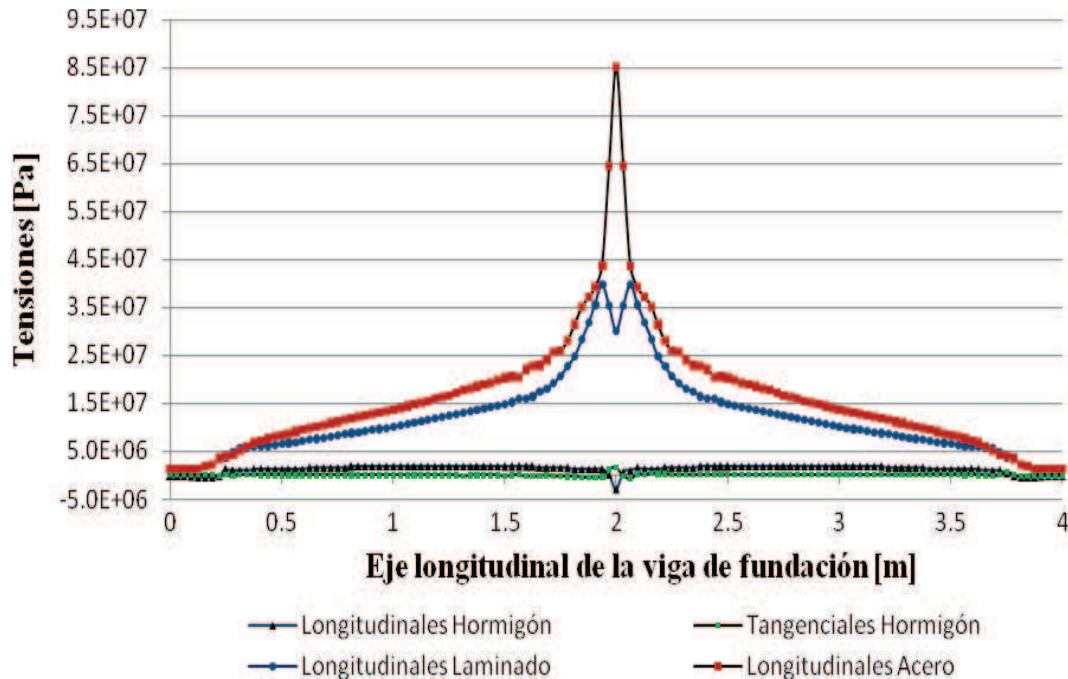


Figura 11.16: Tensiones en el borde superior de la viga de fundación para una carga de 125 kN

## 11.6 REFERENCIAS

- [1] Federación Internacional del Pretensado (FIB), “Reparación y Refuerzo de Estructuras de Hormigón”, Grupo Español del Hormigón, Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Asociación Técnica del Pretensado, 1994.
- [2] A. Khalifa, W. Gold, A. Nanni, A. Aziz, “Contribution of externally bonded FRP to shear capacity of RC Flexural Members”, *Journal of Composites for Construction*, 2-4, pp. 195-203, 1998.
- [3] A. Khalifa, Alkhrdaji, A. Nanni, S. Lansburg, “Anchorage of surface mounted FRP reinforcement”, *Concrete International*, 21 (104), pp. 49-54, 1999.
- [4] A. Khalifa, A. Nanni, “Rehabilitation of rectangular simply supported RC beams with shear deficiencies using CFRP composites”, *Journal of Construction and Building Materials*, 94, pp. 65-72, 1999.
- [5] L. Lijuan, G. Yongchang, L. Feng, “Test Analysis for FRC beams with externally bonded FRP sheets”, *Construction and Building Materials*, 22, pp. 315-323, 2008.

- [6] H. Toutanji, L. Zhao, Y. Zhang, “Flexural behavior of reinforced concrete beams externally strengthened with CFRP sheets bonded with an inorganic matrix”, *Engineering Structures*, 28, pp 557-566, 2006.
- [7] O. C. Zienkiewicz, R. L. Taylor, “El Método de los Elementos Finitos. Formulación básica y problemas lineales”, McGraw-Hill; CIMNE; Volumen 1; Barcelona, 1994.
- [8] ABAQUS/CAE, Version 6.7. ABAQUS Inc, 2007.
- [9] H. T. Hu, F.M. Lin, Y.Y. Jan, “Nonlinear finite element analysis of reinforced concrete beams strengthened by fiber-reinforced plastics”. *Composite Structures*, 63, pp. 271-281, 2004.
- [10] K. Jonson, P. Lemcke, W. Karunasena, N. Sivakugan, “Modelling the load-deformation response of deep foundations under oblique loading”. *Environmental Modeling and Software*, 21, pp. 1375-1380, 2006.
- [11] Comite Euro-International du Béton-Fédération International de la Précontrainte, “CEB-FIP Model Code 1990”, 1991.
- [12] J. E. Bowles, “Analytical and computer methods in foundation engineering”. *McGraw Hill*. pp. 147-185. New York, 1974.
- [13] F. Winterkorn, H. Y. Fang, “Foundation Engineering Handbook”, Van Nostrand Reinhold Company, New York, 1975.
- [14] K. Terzaghi, R.B. Peck, “Mecánica de Suelos en la Ingeniería Práctica”, *El Ateneo*. 1992.
- [15] J. A. Jimenez Salas, J. L. De Justo Alpeñes, “Geotécnica y Cimientos”. *Editorial Rueda*, Madrid, 1995.

## CAPÍTULO 12

### CONCLUSIONES

#### 12.1 DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES ESPECÍFICAS

Al presentar las tareas a desarrollar en esta tesis, planteando como tema general el estudio del diseño, análisis y patologías de fundaciones estructurales, las mismas se agruparon temáticamente en tres grupos. En los primeros capítulos, se resolvieron distintos casos relacionados con el diseño y el análisis de fundaciones superficiales, distribución de la reacción de las cargas que toman las vigas de borde y las plateas en las tipologías analizadas y se calcularon los desplazamientos verticales. Por su parte, las patologías en las fundaciones, cómo detectarlas, localizarlas y cuantificarlas, se abordaron numérica y/o experimentalmente en los Capítulos 6 al 10. Por último en el Capítulo 11, se realizan desarrollos relacionados con el refuerzo y reparación de estructuras de fundación superficiales, con láminas de materiales compuestos.

Conviene hacer un comentario general respecto de la elección de los métodos numéricos empleados en la Tesis. Se eligió el Método de los Elementos Finitos para el análisis de las tipologías estudiadas por la versatilidad de casos que permite estudiar este método, que han llevado al éxito comercial que tienen, siendo su uso muy difundido en todo el mundo.

En los Capítulos 6, 7, 8 y 11 se utilizó el Método de los Elementos Finitos porque se pueden modelar muy bien la maya en las zonas cercanas a las fisuras y en los diferentes tipos de materiales que intervienen, tal es el caso de las láminas de compuestos por resinas epoxi reforzadas con fibras de Carbono (CFRP).

Otro motivo a favor para la elección del Método de los Elementos Finitos, es la facilidad que presentan los software comerciales para dibujar geometrías complejas y luego analizarla estructuralmente.

Con relación al uso del Método de las Diferencias Finitas, conviene mencionar que existe una serie de razones que justifican su uso en los Capítulos 3, 4, 5 y 9. La resolución de plateas apoyadas sobre fundación elástica, con este método, permite una convergencia rápida al resultado exacto, con un número de nodos menor que con el Método de los Elementos Finitos.

Un aspecto práctico en la implementación en caso de tener un suelo con un coeficiente de reacción no lineal, y si la intención de resolver este problema por medio de un modelo de Elementos Finitos, el valor de este coeficiente se debe calcular manualmente, punto por punto, lo que no ocurre cuando se emplean las Diferencias Finitas, situación que causaría la pérdida de la flexibilidad que estos softwares comerciales ofrecen. Además, la simulación del asentamiento inicial de la platea es complicada en estos programas de Elementos Finitos, mientras que mediante el cálculo en Diferencia Finitas es muy simple.

Evidentemente por estos motivos u otros, en los últimos años se ha revalorizado el uso en el ámbito internacional, del Método de las Diferencias Finitas, por ello se puede encontrar una numerosa cantidad de publicaciones científicas que lo usan, en distintos campos de la ingeniería.

A continuación se presenta una discusión de resultados, las conclusiones específicas y las conclusiones finales de los resultados presentados en esta tesis.

---

---

**ESTUDIO DE PLATEAS DE FUNDACIÓN MEDIANTE MÉTODOS NUMÉRICOS  
(CAPÍTULO 3)**

Los análisis mediante el Método Numérico de las Diferencias Finitas y evaluando el porcentaje de reacción de las plateas de fundación con diferentes relaciones de lados, tipos de cargas y considerando la reacción del terreno como lineal y no lineal de plateas apoyadas sobre fundación elástica, permiten arribar a las siguientes conclusiones:

- a) Cuando disminuye la rigidez de la platea ( $N$  mayor), aumenta la reacción tomada por la platea.
- b) Para un mismo valor de  $N$  (igual rigidez), al aumentar el asentamiento  $w_0$  (mayor  $\alpha$ ) es la platea la que toma mayor carga, llegando en algunos casos a obligar a las vigas a trabajar como anclaje ( $rv$  negativo). En general, esta situación se produce para asentamientos  $w_0 > 0,5 q \cdot k^{-1}$ .
- c) Conociendo las tendencias antes mencionadas en la distribución de las reacciones, se puede ajustar el dimensionado inicial de la platea y la viga, de manera de lograr un comportamiento final del sistema de fundación que satisfaga con la mayor aproximación las condiciones impuestas.
- d) El método desarrollado brinda la posibilidad de evaluar la diferencia de comportamientos de suelo (con variación lineal y no lineal), caracterizándolos a través de la repartición de las reacciones entre platea y viga de borde, y considerando a este dato como efecto determinante para el dispositivo estructural. De acuerdo al mismo, será posible efectuar las verificaciones al diseño de las vigas, en cuanto al cumplimiento de las condiciones impuestas al problema.

---

---

**PLATEAS DE FUNDACIÓN ELÁSTICA, CON VIGAS INTERMEDIAS, CON Y SIN PRETENSAR (CAPÍTULO 4)**

Con el propósito de mejorar el comportamiento de la platea, y por ende disminuir el espesor de la misma, en suelos que presentan baja capacidad de carga en algunas zonas, por ej. la zona central de la platea, en el Capítulo 4 se calcularon los porcentajes de reacción que toman las plateas de fundación de hormigón armado pretensadas, apoyadas sobre fundaciones elásticas, cuyo comportamiento del terreno es tipo Winkler, evaluando además distintos trazados de cables de pretensado. También se trabajó con plateas a las cuales se introducen vigas interiores con y sin pretensado, calculando el porcentaje de carga que absorbe y cómo se mejora su comportamiento mecánico con la introducción del pretensado en las vigas interiores. Se desarrolló un método que permite evaluar los esfuerzos de pretensado necesarios para mejorar el comportamiento mecánico, con el fin de realizar un dimensionado óptimo de la platea. En función de los resultados obtenidos, se exponen las siguientes conclusiones:

- a) Se ha desarrollado un método numérico que permite determinar la distribución de las reacciones del terreno, en fundaciones con vigas intermedias, y se comprobó el grado de aproximación del mismo, mediante comparaciones con otros métodos, tales como el Método de los Elementos Finitos.
- b) Se observó el mejoramiento que existe en el porcentaje de reacción del terreno, a medida que se incrementa la carga de pretensado en las vigas intermedias hasta llegar a la carga de pretensado óptima; entendiéndose por ésta, la que hace nulas las deformaciones de la platea.
- c) El pretensado con cables parabólicos puede producir una compresión importante para compensar las solicitaciones en la platea de fundación, llegando hasta un punto en que las deformaciones sean teóricamente nulas.



- 
- d) A medida que aumenta el Factor de Asentamiento de las Vigas, debe incrementarse la fuerza de pretensado, para tener una real efectividad, hasta encontrar un adecuado comportamiento mecánico de la platea.
  - e) Utilizando las mismas cargas externas, se observa que los desplazamientos que genera el pretensado con cable recto, con respecto al efecto producido por el pretensado con cable parabólico, son similares. Esto se debe a que las excentricidades de los trazados parabólicos son reducidas. Por ello, desde el punto de vista mecánico, no existe mayor diferencia entre un trazado y el otro, adoptándose el recto, debido a las facilidades constructivas que posee. No obstante, para fundaciones con mayores solicitaciones que permiten la colocación de cables con mayores excentricidades, podría justificarse el uso de trazados parabólicos.

### **REACCIONES DE SOPORTE EN PLATEAS CIRCULARES DE FUNDACIÓN CON VIGA DE BORDE (CAPÍTULO 5)**

Con el propósito de desarrollar técnicas de análisis y definir parámetros de diseño, que permitan estudiar geometrías circulares y anulares de fundaciones, sometidas a diferentes cargas, en el Capítulo 5 se analizaron plateas de fundaciones circulares con y sin un orificio central, con vigas de borde, y apoyadas sobre una fundación tipo Winkler. Se aplicó un método numérico para resolver el sistema de ecuaciones diferenciales (Método de las Diferencias Finitas). Se desarrolló un algoritmo de integración numérica, que permite evaluar la resultante de la reacción del suelo y los desplazamientos verticales originados en distintos puntos de la platea, obteniéndose las siguientes conclusiones:

- a) Cuando disminuye la rigidez de la platea, es decir cuando aumenta el coeficiente adimensional  $N$ , se incrementa la reacción tomada por la platea.
- b) En los casos de plateas de fundación, en contacto con el suelo se produce una elástica con curvatura que cambia de signo en la parte central de la platea (con  $N \geq 0,2$  o con  $N \geq 0$ ).

- 
- c) El fenómeno descrito en el punto anterior se observa aún en las elásticas para  $N$  pequeños, es decir cuando es menor la reacción del terreno. La importancia de esta característica de comportamiento radica en su consideración para el diseño de las armaduras.
- d) Se observa que la platea toma la mayor parte de la carga, aún con los menores valores de  $N$ , que es directamente proporcional al coeficiente de reacción del terreno. No obstante, si bien ese rol resistente de la viga de borde es de menor importancia, no hay que dejar de considerar su función estabilizante sobre todo para cargas no axil-simétricas, y como transmisor de cargas entre la platea y el resto de la estructura superior.
- e) Desde el punto de vista del diseño de las armaduras, a diferencia de las plateas rectangulares, la platea circular para igual tipo de cargas, exige mayor atención en el armado, dada la presencia de los puntos de inflexión en su deformada, siendo la posición de los mismos, determinable en función de los parámetros  $N$  y  $\alpha$ .
- f) Para un mismo valor de  $N$  (igual rigidez), al aumentar el Asentamiento Inicial  $w_0$  (mayor  $\alpha$ ), es la platea la que toma mayor carga, llegando a obligar a las vigas a trabajar como anclaje (reacción de la platea mayor del 100 %). Esta situación se plantea en general, para asentamientos  $w_0 > \alpha_i q/k$ , donde  $\alpha_i$  depende de la relación de radios ( $r_i/r_e$ ).
- g) A medida que la relación de radios tiende a la unidad (cuando  $r_i$  tiende a  $r_e$ ), para cualquier valor de los coeficientes adimensionales, como es de suponer, se incrementa el porcentaje de carga tomado por las vigas de borde.
-

---

**DETECCIÓN DE FALLAS EN VIGAS DE FUNDACIÓN ELÁSTICA DE HORMIGÓN ARMADO, CON FISURAS DISCRETAS (CAPÍTULO 6)**

Con el objetivo de detectar en el nivel 3 patologías estructurales en fundaciones, se desarrollaron dos técnicas que emplearon parámetros estáticos. La primera, el Método de la Variación de los Desplazamientos Verticales está relacionado con el cambio de la flexibilidad de la estructura dañada, tomando como referencia la misma estructura sin afectación y la segunda técnica, el Método de la Curvatura de la Elástica, que se basa en la modificación de la curvatura de la deformada, la cual se obtuvo, mediante el Método de las Diferencias Finitas. Es interesante destacar que se utilizaron también parámetros dinámicos tales como la variación en frecuencias naturales de vibración, Modos de vibración para realizar la detección a nivel 1 y utilizando estos resultados, se localizaron las fisuras mediante las técnicas estáticas descritas anteriormente. Para realizar una verificación experimental de las técnicas aplicadas, se ensayó una viga de hormigón armado, detectando el daño a nivel 2. De los resultados obtenidos en este capítulo se pudieron obtener las siguientes conclusiones:

Para el caso en que la posición de la fisura se encuentre en la platea o en la viga, cabe acotar que no en forma simultánea, se puede concluir que:

- a) Realizando mediciones de los Desplazamientos Verticales sobre la viga, se pueden detectar y localizar fisuras que están tanto en la viga, como en la platea. El cambio en la curvatura de los diagramas es suave, cuando el daño está en la platea, y presenta un cambio de pendiente acentuado, cuando el daño está en la viga.
- b) Efectuando mediciones sobre la viga, se puede detectar el entorno de la zona con daño en la platea, siempre que las fisuras sean de al menos el 60% del espesor de la platea.
- c) Midiendo los Desplazamientos Verticales sobre la platea se podrían detectar y localizar fisuras que estén en la viga o en la platea. El cambio en la curvatura de los

---

diagramas es suave, cuando el daño está en la viga. La elástica presenta un cambio de pendiente mas pronunciado cuando el daño está en la platea.

- d) Al medir los efectos de las fisuras en la viga, sobre la platea se observa que en cercanías de los extremos existe una distorsión en la ubicación de la fisura.
- e) En las zonas próximas a las columnas el método de la Variación del Desplazamiento Vertical es más sensible que el método de las Curvaturas de la Elástica.

Para el caso en que la posición de la fisura se encuentre en la viga y en la platea simultáneamente, se tienen las siguientes conclusiones:

- a) Si se miden los Desplazamientos Verticales sobre la viga, sólo se podrán detectar fisuras que están en la viga, pasando casi inadvertidas las fisuras de la platea.
- b) Cuando la medición se efectúa sobre la platea, se pueden detectar fisuras que estén en la viga y en la platea. Se las diferencia gracias a que la curvatura cambia suavemente cuando el daño está en la viga, y presenta un cambio de pendiente brusco cuando el daño está en la platea.

Con relación a las determinaciones dinámicas se puede decir que:

- a) Las variaciones de las frecuencias naturales pueden ser una valiosa herramienta en la detección y la localización del daño.
- b) En referencia a las detecciones de fisuras, mediante determinaciones experimentales, se estableció que desde el punto de vista práctico, es factible de realizar los análisis expuestos en el Capítulo 6, no afectando a la integridad de la estructura, por lo que se la puede considerar como una técnica de análisis no destructiva.

- 
- c) La fiabilidad de los resultados depende de la calidad de las mediciones realizadas in-situ.

### **DETECCIÓN DE FALLAS EN VIGAS DE FUNDACIÓN DE HORMIGÓN ARMADO, CON FISURAS DISTRIBUIDAS (CAPÍTULO 7)**

Con el propósito de realizar la detección del daño, mediante métodos estáticos y dinámicos en una viga de fundación de hormigón armado, adoptando el modelo de fisuras distribuidas y para darle mayor generalidad, modelando un conjunto suelo-estructura donde se adoptan modelos Elasto-Plásticos, para hormigón armado y para el suelo. De estos estudios se obtuvieron las siguientes conclusiones:

- a) Las técnicas aquí presentadas son importantes herramientas, para ser empleadas al estudiar patologías estructurales, ya que permite determinar la existencia de daño estructural, localizarlo y cuantificar su influencia. Además, permite realizar un seguimiento de la evolución del daño que tiene una estructura (aumento de los patrones de fisuración), para los distintos estados de carga y tipos de suelos.
- b) Este método posee un potencial importante para estimar los probables lugares de falla en una estructura, con una determinada geometría y estado de carga, permitiendo optimizar la cantidad y ubicación de los sensores a utilizar, al realizar el diagnóstico de una estructura y siempre que las fisuras sean producidas por cargas. En el caso, por ejemplo, de fisuras producidas por corrosión de armaduras no se podrían predecir las mismas, sino que el modelo debería ser más complejo.
- c) Como se ha podido apreciar, en la aplicación de esta técnica, se deben combinar modelos numéricos de análisis con mediciones experimentales (Desplazamientos Verticales) que no afectan a la integridad estructural. Por estos motivos se la puede considerar como una técnica no destructiva de análisis.

---

---

## DETECCIÓN DE FALLAS EN VIGAS DE FUNDACIÓN ELÁSTICA MEDIANTE LA RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA INVERSO (CAPÍTULO 8)

Se plantea la detección de daño en el nivel 3, en una viga de hormigón armado apoyada sobre una fundación elástica tipo Winkler, midiendo las frecuencias naturales de la misma. En el Capítulo 8 se representó una aplicación para la detección de fisuras, mediante la solución del Problema Inverso, se obtuvo la ubicación del daño y valor de la constante del resorte. Utilizando una equivalencia proveniente de la teoría de Mecánica de Fractura, se pudo obtener la profundidad de la misma. De los resultados presentados se obtienen las siguientes conclusiones:

- a) Se presentó la solución del problema inverso para la detección de fisuras, en una viga de fundación apoyada sobre un medio elástico, empleando el cambio en sus frecuencias naturales como criterio. En este caso se utilizó una simulación computacional para representar un modelo experimental.
- b) Se utilizó el método de series de potencias para realizar las predicciones de la localización y el tamaño de la fisura. Es interesante destacar que los valores hallados muestran niveles de precisión elevados, considerando que se está trabajando con elementos de hormigón armado, que no presentan una fisura bien localizada, sino que habitualmente existe una zona fisurada.

Para realizar una aplicación de este algoritmo en forma experimental se ensayó en el laboratorio una viga de hormigón armado, simplemente apoyada (aunque sin reacción de suelo Winkler), a la cual se le midieron las frecuencias naturales y se pudo detectar daño en el nivel 3.

- a) Con respecto a la detección de fisuras en una viga de hormigón armado, en forma experimental, se observó que se pudo localizar y cuantificar la fisura con un nivel de error aceptable y que la precisión del método depende mucho de la calidad de las mediciones de las frecuencias naturales.

---

En ambas aplicaciones se puede concluir que la metodología propuesta es extremadamente simple y puede ser un atractivo método para una primera estimación. Métodos más complejos que permitan la inclusión de complejidades, aunque a costos de mayores tiempos y disponibilidad de equipamientos, pueden ser utilizados posteriormente para verificar y obtener valores con mayor precisión. Entre ellos, pueden enunciarse algunos métodos numéricos del tipo evolutivo, tales como: algoritmos genéticos y redes neuronales.

### **DETECCIÓN DE FALLAS EN PLATEAS DE FUNDACIÓN ELÁSTICA (CAPÍTULO 9)**

Con el fin de realizar la detección temprana de daños en el nivel 3 (detección, localización y cuantificación de daños) en las plateas analizadas en los Capítulos 3 y 4, en el Capítulo 9 se detectan daños en plateas apoyadas sobre un terreno que tiene un comportamiento mecánico elástico, tipo Winkler, utilizando modelos numéricos resueltos con el empleo del Método de las Diferencias Finitas y programados en entorno Matlab. Se aplican las técnicas de detección estática que se presentaron en los Capítulos 6 y 7 y se anexa una técnica más de detección estática que tiene en cuenta la Variación de la Curvatura de la Elástica. Para realizar la cuantificación de los daños, se generaron ábacos, mostrados en el Apéndice A2, que permiten hallar la severidad del daño teniendo la ubicación de la fisura y calculando la Variación de la Curvatura de la Elástica. De los resultados presentados en esta parte del trabajo, se obtienen las siguientes conclusiones:

- a) Se ha desarrollado un método numérico que permite detectar, localizar y cuantificar daños en plateas de fundación elástica.
- b) Cuando el daño está en cercanías del borde (a una distancia menor al 10% de la luz), la variación de los Desplazamientos Verticales sirve para detectar la presencia de daño, pero no es posible localizarlo.

- 
- c) El Método de la Variación de los Desplazamientos Verticales, en el caso de plateas de fundaciones elásticas, puede ser utilizado para la detección de daños en toda la platea, con muy buena sensibilidad. Mientras que para la localización de daño no es un buen indicador, debido a que su sensibilidad depende en gran medida de la localización de la afectación. Se pudo ver que este método sirve para detectar y localizar daños en los puntos interiores de la platea, para valores de  $d = DI/D$  menores a 0,7, por lo que se puede concluir que no es un buen parámetro para localizar daño en plateas, tal como se pudo observar en las Figuras 9.8 y 9.9.
  - d) El Método de la Curvatura de la Elástica sólo sirve para detectar y localizar daños en los puntos interiores de la platea, para valores de  $d$  menores a 0,7, por lo que se puede concluir que no es un buen parámetro para localizar daños en las plateas.
  - e) El Método de la Variación de la Curvatura de la Elástica, puede ser utilizado para detección y localización de daño en toda la platea, con muy buenos resultados, con daño ubicado en cualquier punto de la platea y para cualquier valor de la severidad de daño.
  - f) La distribución de cargas entre platea y vigas perimetrales es bastante sensible a las variaciones de rigidez que se producen por la fisuración de la zona afectada, pese a que en este estudio fue de sólo el 2 % de la superficie total.

### **ANÁLISIS EXPERIMENTAL DE VIGAS DE FUNDACIÓN CON ARMADURAS BAJO TENSIÓN EN PROCESO DE CORROSIÓN (CAPÍTULO 10)**

La corrosión bajo tensión de las armaduras, en plateas con vigas de fundación de hormigón armado, aumenta la velocidad del deterioro de la estructura, lo que sin duda disminuye la durabilidad de la misma. Por tal motivo y siendo ésta una de las patologías de fundaciones, en el Capítulo 10 se estudió que sucedía con la corrosión de armaduras con y sin tensión en platea con vigas de fundación de hormigón armado. Para ello, se realizaron modelos físicos a escala reducida, contruidos con microhormigones, sometidas a un

---



---

proceso de corrosión acelerada en distintas zonas de las vigas, con y sin tensión de sus armaduras, a los efectos de correlacionar el deterioro producido en los diferentes elementos de hormigón armado, con su respuesta ante acciones estáticas externas. Se realizó el seguimiento del proceso de fisuración de la superficie del hormigón, se determinó el Potencial de Corrosión, en distintos puntos de las vigas y se midió la Velocidad de Propagación de Impulsos Ultrasónicos, obteniéndose las siguientes conclusiones:

- a) Al producirse un aumento de las tensiones en las armaduras, la variación de los Anchos Máximos de Fisura con el transcurso del Tiempo presenta un claro incremento, muy visible en las vigas de fundación, apreciándose una diferencia entre las cargadas y las que no lo están.
- b) La anticipación en la aparición de las primeras fisuras en vigas cargadas, junto con el incremento de las Áreas de Fisuración y con los Anchos Máximos de Fisura, reafirma el hecho que en el proceso estudiado, la tensión en las armaduras acelera los efectos de la corrosión (fisuración del recubrimiento), con una variación aproximadamente lineal respecto del tiempo.
- c) Existe una estrecha correlación entre el comportamiento electroquímico y el estado tensional de la armadura, Por ello la viga de fundación bajo tensión llega al máximo de activación del proceso corrosivo antes que la viga de fundación descargada y los períodos de pseudo-pasivación y fisuración se acortan.
- d) Se encontró una correlación entre el deterioro producido y la variación de la Velocidad de Propagación de Ultrasonido, pudiendo ser esta técnica no destructiva de análisis una herramienta de diagnóstico en el estudio de distintas patologías de estructuras de hormigón.

---

---

**REFUERZO Y REPARACIÓN DE VIGAS DE FUNDACIÓN DE HORMIGÓN ARMADO CON LÁMINAS DE MATERIALES COMPUESTOS (CAPÍTULO 11)**

Con la intención de evaluar el mejoramiento en la resistencia a flexión y al corte en vigas de fundación de hormigón armado, ya sea fisuradas o no, que sería el caso de reparación o refuerzo, respectivamente, con laminados de resinas epoxi con fibras y compararlo con lo que sucede con elementos estructurales tales como vigas y losas, se presentaron modelos realizados con el Método de los Elementos Finitos de vigas de fundación. Se les varió la cantidad y ubicación de las láminas, y se observó también la influencia que tienen éstas con la relación altura / longitud de la viga de fundación, obteniéndose los siguientes resultados:

- a) En el comportamiento mecánico de las vigas de fundación intervienen varios factores que deben tenerse en cuenta, a la hora de evaluar la utilización de láminas de materiales compuestos, en la reparación y/o refuerzo, presentándose comportamientos estructurales más complejos de analizar, que en otros elementos a flexión con estos refuerzos, tales como vigas y losas.
- b) De acuerdo a los resultados obtenidos se puede observar que el refuerzo no mejora la capacidad de carga en las vigas de fundación, de manera tan apreciable como en las vigas. Esto está relacionado con la interacción de la estructura de hormigón con el suelo, la cual juega un rol preponderante en el comportamiento del conjunto. Dependiendo del tipo de suelo empleado puede o no ser útil, mecánicamente hablando, la colaboración efectiva de las bandas.
- c) La utilización de láminas de CFRP como refuerzo ante solicitaciones de flexión, proporciona incrementos significativos de resistencia, aunque no en la misma magnitud para todas las relaciones de esbeltez. En cuanto al refuerzo longitudinal superior, se puede decir que para la relación  $h/l = 0,175$  se obtiene la solución más ventajosa.

- 
- d) Con respecto al mencionado refuerzo a flexión, se pudo determinar que, la capacidad resistente aumenta con el número de capas utilizadas, hasta un máximo de 4 y más allá de ese número no hay mejoras en el comportamiento mecánico.
- e) La colocación de refuerzos verticales laterales sólo resulta en una mejora mecánica significativa para la relación más baja de  $h/l$ , donde el esfuerzo de corte tiene mayor relevancia. En este caso, el incremento en la cantidad de refuerzos laterales es apreciable hasta 4, manteniéndose luego constante. Con respecto a la cantidad de láminas en cada refuerzo, se observó que no existe una apreciable colaboración más allá de 2 capas. Hay que tener en cuenta que el comportamiento de las vigas de fundación está íntimamente relacionado con el tipo de suelo sobre el que asientan y en consecuencia, los resultados obtenidos son válidos sólo para el tipo de suelo considerado.
- f) Con relación a la reparación de las vigas de fundación fisuradas, donde se emplearon refuerzos de materiales compuestos, se observó que, en el caso estudiado, el crecimiento de la recuperación de la capacidad portante es bajo, pese al incremento de bandas de refuerzo, tendiendo a estabilizarse en un valor cercano a la capacidad de la viga sana. Asimismo, los valores de los desplazamientos verticales tienden a los correspondientes a la viga sana. En función de esto y teniendo en cuenta que las bandas son de sencilla y rápida aplicación, este tipo de reparación constituye una opción válida para la reparación de las vigas de fundación, con las limitaciones antes mencionadas.

## 12.2 CONCLUSIONES FINALES

El enfoque de esta tesis es teórico-numérico, realizando verificaciones experimentales con el objeto de validar los desarrollos realizados, pretendiendo que estas técnicas sean de aplicación directa en la industria de la construcción. El trabajo de tesis se focalizó en tres líneas de investigación:

- diseño y análisis de distintos tipos de fundaciones directas;

- 
- detección, localización y cuantificación de daños en vigas de fundación; y
  - el refuerzo y la reparación de las mismas.

Se establecieron relaciones que tienen en cuenta la geometría de las plateas de fundación y parámetros mecánicos del suelo, que permiten colaborar en el diseño de las mismas, teniendo en cuenta la distribución de las reacciones entre la platea y las vigas de borde.

Se desarrollaron técnicas para la detección de fallas en vigas de fundación que permiten, mediante técnicas estáticas y dinámicas, realizar el seguimiento de fisuras desde el punto de vista práctico, con posibilidades de aplicación directa en obra. Además, mediante la resolución de un Problema Inverso, a partir de la medición experimental de frecuencias naturales de vibración, se pudo cuantificar y ubicar daño estructural en el elemento afectado.

Fue evaluada la conveniencia de realizar reparaciones con laminados de materiales compuestos, en vigas de fundación. Se determinó el porcentaje de mejora en el comportamiento mecánico producido por estos refuerzos, determinándose que el incremento en la capacidad portante es bajo, comparado con el que sucede con reparaciones similares en vigas a flexión. Este resultado fue imprevisto, dado que se esperaba una mejora mayor en la capacidad portante de las vigas de fundación, similar a lo que ocurre con vigas sometidas a flexión que fueron reforzadas con este mismo tipo de bandas.

Fundamentalmente y haciendo un balance de los logros y dificultades de esta tesis, entre los primeros debe mencionarse que se lograron metodologías simples aún con resultados con una precisión adecuada. Por otra parte, se encontraron diversas dificultades en la materialización de los modelos físicos que fueron subsanadas. Estas dificultades, en su mayor parte se debieron a la caracterización del suelo y a la materialización de las sollicitaciones externas.

---

---

### 12.3 PERSPECTIVA DE FUTURAS LÍNEAS DE TRABAJO

Es claro que el tema de diseño y análisis de patologías en fundaciones, cómo reforzarlas y/o repararlas no es un tema agotado. En este punto se plantean las posibles líneas de investigación a futuro que se proponen estudiar, ellas son:

- 1- Análisis de vigas y plateas de fundación apoyadas sobre suelos que no poseen una respuesta mecánica tipo Winkler.
- 2- Detección de fallas en vigas y plateas de fundación, mediante técnicas metaheurísticas tales como, algoritmos genéticos y redes neuronales.
- 3- Detección de fallas en plateas de fundaciones, mediante la resolución del problema inverso.
- 4- Detección experimental, mediante técnicas estáticas y dinámicas, de daños en plateas fisuradas. Los modelos físicos estarían apoyados sobre diferentes tipos de suelos.
- 5- Análisis experimental de vigas de fundación y plateas de fundación, reforzadas con láminas de carbono, sobre suelos con distintas características.
- 6- Análisis experimental de vigas de fundación y plateas de fundación fisuradas, reparadas con láminas de carbono y apoyadas sobre suelos con diferentes respuestas mecánicas.
- 7- Realizar una mayor cantidad de ensayos en forma experimental, en distintos tipos de vigas de hormigón armado, para confirmar la tendencia mostrada en el Capítulo 8.

## APÉNDICE A1

En este apéndice, tal como se mencionó en el capítulo 5, se puede ver en la Tabla 1 los valores de los desplazamientos de la platea circular para cada punto estudiado en función del parámetro N. En las tablas 2, 3 y 4 se pueden encontrar los resultados de la resolución de los sistema de ecuaciones, mediante la aplicación de la Ecuación (5.3) en cada punto de la malla, obteniéndose la parte de la reacción del terreno que toma directamente la platea para diferentes valores de  $r_i$  variando desde 4 hasta 9 con paso de 1, N variando desde 0,5 hasta 5 con un paso de 0,5 y  $\alpha$  desde 0 hasta 0,8 con un paso de 0,2. Es interesante destacar que para valores de  $r_i = 4$  no se han calculado los valores de  $\alpha = 0,8$  para N desde 0,5 hasta 5 debido a que con  $\alpha = 0,6$  el porcentaje es mayor que 100, lo que significa que las vigas están trabajando como anclaje, es decir las plateas no toman cargas.

Tabla A1.1: Desplazamientos  $w_i$  obtenidos de una platea circular.

| N        |         |         |         |         |         |         |         |
|----------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| Punto    | 0,2     | 0,3     | 0,4     | 0,6     | 0,8     | 1       | 1,5     |
| <b>0</b> | 5,10067 | 3,32594 | 2,46880 | 1,64990 | 1,24054 | 0,99478 | 0,66548 |
| <b>1</b> | 5,12782 | 3,34065 | 2,47623 | 1,65211 | 1,24093 | 0,99459 | 0,66513 |
| <b>2</b> | 5,20550 | 3,38519 | 2,50087 | 1,66064 | 1,24354 | 0,99500 | 0,66443 |
| <b>3</b> | 5,31999 | 3,45857 | 2,54805 | 1,68032 | 1,25234 | 0,99895 | 0,66460 |
| <b>4</b> | 5,43743 | 3,54998 | 2,62009 | 1,71585 | 1,27267 | 1,01116 | 0,66846 |
| <b>5</b> | 5,48992 | 3,62505 | 2,70414 | 1,76402 | 1,30633 | 1,03525 | 0,67997 |
| <b>6</b> | 5,36245 | 3,60932 | 2,75369 | 1,79936 | 1,34023 | 1,06481 | 0,69965 |
| <b>7</b> | 4,89091 | 3,37698 | 2,66809 | 1,75555 | 1,32788 | 1,06622 | 0,71137 |
| <b>8</b> | 3,88896 | 2,76255 | 2,28534 | 1,51508 | 1,17306 | 0,95917 | 0,66095 |
| <b>9</b> | 2,22835 | 1,62471 | 1,42039 | 0,94002 | 0,74673 | 0,62370 | 0,44798 |

A los valores de la tabla se los multiplicará por la siguiente expresión:

$$\frac{Nq}{k}(1-\alpha) = \frac{qs^4}{D}(1-\alpha) \quad (\text{A1.1})$$

Cabe acotar que para realizar las figuras presentadas en el Capítulo 5 se han sacado los datos de estas Tablas.

Tabla A1.2: Reacción del terreno tomada por las plateas anulares con carga constante para  $r_e = 10$  m (%)

| ri | $N$<br>$\alpha$ | 0,50   | 1,00   | 1,50   | 2,00   | 2,50   | 3,00   | 3,50   | 4,00   | 4,50   | 5,00   |
|----|-----------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
|    |                 | 4      | 0,00   | 82,18  | 89,86  | 93,47  | 95,76  | 97,42  | 98,70  | 99,74  | 100,60 |
| 4  | 0,20            | 94,56  | 100,71 | 103,59 | 105,43 | 106,75 | 107,77 | 108,60 | 109,29 | 109,88 | 110,38 |
| 4  | 0,40            | 106,94 | 111,55 | 113,71 | 115,08 | 116,08 | 116,85 | 117,47 | 117,99 | 118,43 | 118,81 |
| 4  | 0,60            | 119,31 | 122,39 | 123,83 | 124,75 | 125,41 | 125,92 | 126,34 | 126,68 | 126,97 | 127,23 |
| 5  | 0,00            | 63,18  | 72,07  | 74,17  | 75,59  | 76,67  | 77,54  | 78,24  | 78,84  | 79,35  | 79,80  |
| 5  | 0,20            | 74,50  | 77,67  | 79,34  | 80,49  | 81,35  | 82,03  | 82,61  | 83,08  | 83,50  | 83,85  |
| 5  | 0,40            | 80,89  | 83,26  | 84,52  | 85,38  | 86,02  | 86,54  | 86,96  | 87,32  | 87,63  | 87,90  |
| 5  | 0,60            | 87,27  | 88,86  | 89,69  | 90,27  | 90,70  | 91,05  | 91,33  | 91,57  | 91,77  | 91,95  |
| 5  | 0,80            | 93,66  | 94,45  | 94,87  | 95,16  | 95,37  | 95,54  | 95,68  | 95,81  | 95,91  | 96,00  |
| 6  | 0,00            | 54,07  | 55,49  | 56,57  | 57,40  | 58,07  | 58,63  | 59,10  | 59,50  | 59,85  | 60,16  |
| 6  | 0,20            | 56,06  | 57,20  | 58,06  | 58,73  | 59,26  | 59,71  | 60,08  | 60,61  | 60,69  | 60,93  |
| 6  | 0,40            | 58,05  | 58,91  | 59,55  | 60,05  | 60,46  | 60,79  | 61,07  | 61,31  | 61,52  | 61,71  |
| 6  | 0,60            | 60,40  | 60,61  | 61,05  | 61,38  | 61,65  | 61,87  | 62,06  | 62,22  | 62,36  | 62,44  |
| 6  | 0,80            | 62,04  | 62,32  | 62,54  | 62,71  | 62,84  | 62,95  | 63,04  | 63,12  | 63,20  | 63,26  |
| 7  | 0,00            | 40,18  | 40,09  | 40,52  | 40,96  | 41,34  | 41,68  | 41,97  | 42,23  | 42,45  | 42,65  |
| 7  | 0,20            | 39,35  | 39,27  | 39,62  | 39,97  | 40,27  | 40,55  | 40,78  | 40,98  | 41,46  | 41,32  |
| 7  | 0,40            | 38,51  | 38,46  | 38,72  | 38,98  | 39,21  | 39,41  | 39,59  | 39,74  | 39,87  | 40,00  |
| 7  | 0,60            | 37,68  | 37,64  | 37,82  | 38,00  | 38,14  | 38,28  | 38,40  | 38,50  | 38,59  | 38,67  |
| 7  | 0,80            | 36,85  | 36,83  | 36,92  | 37,00  | 37,08  | 37,15  | 37,21  | 37,25  | 37,30  | 37,34  |
| 8  | 0,00            | 26,53  | 25,76  | 25,84  | 26,03  | 26,22  | 26,40  | 26,56  | 26,71  | 26,84  | 26,95  |
| 8  | 0,20            | 24,42  | 23,81  | 23,87  | 24,02  | 24,18  | 24,32  | 24,45  | 24,57  | 24,67  | 24,76  |
| 8  | 0,40            | 22,31  | 21,86  | 21,91  | 22,02  | 22,14  | 22,24  | 22,34  | 22,43  | 22,51  | 22,58  |
| 8  | 0,60            | 20,22  | 19,91  | 19,94  | 20,00  | 20,10  | 20,16  | 20,23  | 20,29  | 20,34  | 20,39  |
| 8  | 0,80            | 18,11  | 17,96  | 17,97  | 18,01  | 18,05  | 18,08  | 18,12  | 18,14  | 18,17  | 18,20  |
| 9  | 0,00            | 13,13  | 12,43  | 12,38  | 12,43  | 12,50  | 12,57  | 12,64  | 12,70  | 12,75  | 12,81  |
| 9  | 0,20            | 11,30  | 10,74  | 10,70  | 10,74  | 10,80  | 10,85  | 10,91  | 10,96  | 11,00  | 11,04  |
| 9  | 0,40            | 9,48   | 9,06   | 9,03   | 9,06   | 9,10   | 9,14   | 9,18   | 9,22   | 9,25   | 9,28   |
| 9  | 0,60            | 7,65   | 7,37   | 7,35   | 7,37   | 7,40   | 7,43   | 7,46   | 7,48   | 7,50   | 7,52   |
| 9  | 0,80            | 5,83   | 5,69   | 5,67   | 5,68   | 5,70   | 5,72   | 5,73   | 5,74   | 5,75   | 5,76   |



Tabla A1.3: Porcentaje de reacción tomado por las plateas anulares con una distribución de carga variable linealmente en forma radial, con  $q(re) = q$  para  $re = 10$  m (%)

| $ri$ | $N$<br>$\alpha$ | 0,50   | 1,00   | 1,50   | 2,00  | 2,50   | 3,00   | 3,50   | 4,00   | 4,50   | 5,00   |
|------|-----------------|--------|--------|--------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 4    | 0,00            | 47,93  | 51,37  | 52,68  | 53,40 | 53,87  | 54,21  | 54,48  | 54,70  | 54,87  | 55,02  |
| 4    | 0,20            | 67,16  | 69,91  | 70,96  | 71,53 | 71,91  | 72,18  | 72,40  | 72,57  | 72,71  | 72,84  |
| 4    | 0,40            | 86,38  | 88,45  | 89,23  | 89,67 | 89,95  | 90,16  | 90,32  | 90,45  | 90,55  | 90,65  |
| 4    | 0,60            | 105,60 | 107,00 | 107,51 | 107,8 | 108,00 | 108,13 | 108,23 | 108,32 | 108,39 | 108,45 |
| 5    | 0,00            | 40,56  | 41,88  | 42,36  | 42,64 | 42,83  | 42,97  | 43,08  | 43,18  | 43,26  | 43,34  |
| 5    | 0,20            | 52,46  | 53,51  | 53,90  | 54,12 | 54,27  | 54,39  | 54,48  | 54,56  | 54,62  | 54,68  |
| 5    | 0,40            | 64,36  | 65,15  | 65,44  | 65,61 | 65,72  | 65,80  | 65,87  | 65,93  | 65,98  | 66,02  |
| 5    | 0,60            | 76,26  | 76,78  | 76,98  | 77,09 | 77,16  | 77,22  | 77,26  | 77,30  | 77,33  | 77,37  |
| 5    | 0,80            | 88,15  | 88,42  | 88,51  | 88,57 | 88,61  | 88,64  | 88,65  | 88,68  | 88,69  | 88,71  |
| 6    | 0,00            | 32,77  | 57,78  | 32,67  | 32,68 | 32,70  | 32,73  | 32,76  | 32,78  | 32,81  | 32,83  |
| 6    | 0,20            | 39,01  | 32,69  | 38,94  | 38,95 | 38,97  | 39,00  | 39,01  | 39,03  | 39,05  | 39,07  |
| 6    | 0,40            | 45,27  | 38,95  | 45,22  | 45,22 | 45,23  | 45,25  | 45,27  | 45,28  | 45,29  | 45,31  |
| 6    | 0,60            | 51,52  | 45,22  | 51,48  | 51,49 | 51,50  | 51,51  | 51,52  | 51,53  | 51,54  | 51,55  |
| 6    | 0,80            | 57,78  | 51,49  | 57,76  | 57,76 | 57,77  | 57,77  | 57,78  | 57,78  | 57,79  | 57,79  |
| 7    | 0,00            | 24,72  | 23,88  | 23,61  | 23,50 | 23,44  | 23,40  | 23,38  | 23,38  | 23,37  | 23,37  |
| 7    | 0,20            | 26,98  | 26,31  | 26,10  | 26,00 | 25,95  | 25,93  | 25,91  | 25,90  | 25,90  | 25,90  |
| 7    | 0,40            | 29,24  | 28,73  | 28,57  | 28,50 | 28,47  | 28,45  | 28,44  | 28,43  | 28,43  | 28,43  |
| 7    | 0,60            | 31,50  | 31,16  | 31,05  | 31,01 | 30,99  | 30,97  | 30,96  | 30,96  | 30,96  | 30,96  |
| 7    | 0,80            | 33,76  | 33,59  | 33,54  | 33,51 | 33,50  | 33,50  | 33,49  | 33,48  | 33,49  | 33,49  |
| 8    | 0,00            | 16,53  | 15,50  | 15,18  | 15,03 | 14,95  | 14,90  | 14,86  | 14,84  | 14,83  | 14,82  |
| 8    | 0,20            | 16,42  | 15,60  | 15,34  | 15,23 | 15,16  | 15,12  | 15,09  | 15,07  | 15,06  | 15,05  |
| 8    | 0,40            | 16,32  | 15,70  | 15,51  | 15,42 | 15,37  | 15,34  | 15,32  | 15,30  | 15,30  | 15,30  |
| 8    | 0,60            | 16,21  | 15,80  | 15,68  | 15,62 | 15,58  | 15,56  | 15,55  | 15,54  | 15,54  | 15,53  |
| 8    | 0,80            | 16,11  | 15,91  | 15,84  | 15,81 | 15,80  | 15,78  | 15,78  | 15,78  | 15,77  | 15,77  |
| 9    | 0,00            | 8,27   | 7,53   | 7,32   | 7,21  | 7,16   | 7,12   | 7,10   | 7,08   | 7,07   | 7,06   |
| 9    | 0,20            | 7,41   | 6,83   | 6,66   | 6,58  | 6,53   | 6,50   | 6,48   | 6,47   | 6,46   | 6,45   |
| 9    | 0,40            | 6,56   | 6,12   | 6,00   | 5,93  | 5,90   | 5,88   | 5,86   | 5,85   | 5,84   | 5,84   |
| 9    | 0,60            | 5,70   | 5,41   | 5,33   | 5,29  | 5,27   | 5,25   | 5,24   | 5,23   | 5,23   | 5,23   |
| 9    | 0,80            | 4,80   | 4,71   | 4,67   | 4,65  | 4,63   | 4,63   | 4,62   | 4,62   | 4,62   | 4,61   |

Tabla A1.4: Porcentaje de reacción tomado por las plateas anulares con una distribución de carga variable linealmente en forma radial, con  $q(ri) = q$  para  $re = 10$  m (%)

| <i>ri</i> | $\alpha$ \ N | 0,50   | 1,00   | 1,50   | 2,00   | 2,50   | 3,00   | 3,50   | 4,00   | 4,50   | 5,00   |
|-----------|--------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 4         | 0,00         | 34,26  | 38,49  | 40,79  | 42,36  | 43,55  | 44,48  | 45,25  | 45,90  | 46,46  | 46,94  |
| 4         | 0,20         | 56,22  | 59,61  | 61,45  | 62,71  | 63,65  | 64,40  | 65,02  | 65,54  | 65,98  | 66,37  |
| 4         | 0,40         | 78,18  | 80,73  | 82,10  | 83,05  | 83,75  | 84,31  | 84,78  | 85,17  | 85,50  | 85,79  |
| 4         | 0,60         | 100,14 | 101,84 | 102,76 | 103,39 | 103,86 | 104,24 | 104,55 | 104,80 | 105,03 | 105,22 |
| 5         | 0,00         | 27,55  | 30,20  | 31,80  | 32,96  | 33,84  | 34,56  | 35,16  | 35,66  | 36,09  | 36,47  |
| 5         | 0,20         | 42,06  | 44,17  | 45,45  | 46,37  | 47,09  | 47,66  | 48,14  | 48,54  | 48,88  | 49,18  |
| 5         | 0,40         | 56,55  | 58,14  | 59,10  | 59,79  | 60,33  | 60,75  | 61,12  | 61,42  | 61,67  | 61,90  |
| 5         | 0,60         | 71,05  | 72,11  | 72,75  | 73,21  | 73,57  | 73,86  | 74,10  | 74,29  | 74,47  | 74,62  |
| 5         | 0,80         | 85,55  | 86,08  | 86,40  | 86,63  | 86,81  | 86,95  | 87,07  | 87,17  | 87,26  | 87,33  |
| 6         | 0,00         | 21,30  | 22,81  | 23,90  | 24,73  | 25,37  | 25,90  | 26,34  | 26,72  | 27,04  | 27,33  |
| 6         | 0,20         | 29,85  | 31,06  | 31,93  | 32,58  | 33,10  | 33,53  | 33,88  | 34,18  | 34,44  | 34,67  |
| 6         | 0,40         | 38,39  | 39,30  | 39,95  | 40,45  | 40,84  | 41,15  | 41,42  | 41,64  | 41,84  | 42,01  |
| 6         | 0,60         | 46,94  | 47,55  | 47,98  | 48,31  | 48,57  | 48,78  | 48,95  | 49,10  | 49,23  | 49,35  |
| 6         | 0,80         | 55,48  | 55,79  | 56,00  | 56,17  | 56,30  | 56,41  | 56,50  | 56,57  | 56,63  | 56,69  |
| 7         | 0,00         | 15,47  | 16,21  | 16,90  | 17,46  | 17,91  | 18,27  | 18,59  | 18,85  | 19,08  | 19,27  |
| 7         | 0,20         | 19,58  | 20,17  | 20,73  | 21,17  | 21,53  | 21,82  | 22,07  | 22,28  | 22,47  | 22,63  |
| 7         | 0,40         | 23,69  | 24,13  | 24,55  | 24,88  | 25,15  | 25,37  | 25,56  | 25,71  | 25,85  | 25,97  |
| 7         | 0,60         | 27,80  | 28,09  | 28,37  | 28,36  | 28,77  | 28,92  | 29,04  | 29,15  | 29,24  | 29,32  |
| 7         | 0,80         | 31,91  | 32,06  | 32,20  | 32,31  | 32,40  | 32,47  | 32,53  | 32,58  | 32,63  | 32,67  |
| 8         | 0,00         | 10,00  | 10,27  | 10,66  | 11,00  | 11,27  | 11,50  | 11,70  | 11,86  | 12,01  | 12,13  |
| 8         | 0,20         | 11,20  | 11,42  | 11,73  | 12,00  | 12,22  | 12,40  | 12,56  | 12,69  | 12,81  | 12,91  |
| 8         | 0,40         | 12,40  | 12,56  | 12,80  | 13,00  | 13,16  | 13,31  | 13,42  | 13,52  | 13,61  | 13,68  |
| 8         | 0,60         | 13,60  | 13,71  | 13,87  | 14,00  | 14,11  | 14,21  | 14,28  | 14,35  | 14,41  | 14,46  |
| 8         | 0,80         | 14,81  | 14,86  | 14,94  | 15,00  | 15,06  | 15,11  | 15,15  | 15,18  | 15,21  | 15,23  |
| 9         | 0,00         | 4,86   | 4,89   | 5,05   | 5,21   | 5,34   | 5,49   | 5,54   | 5,62   | 5,69   | 5,75   |
| 9         | 0,20         | 4,68   | 4,71   | 4,85   | 4,96   | 5,07   | 5,16   | 5,23   | 5,30   | 5,35   | 5,40   |
| 9         | 0,40         | 4,51   | 4,53   | 4,64   | 4,73   | 4,80   | 4,87   | 4,92   | 4,97   | 5,01   | 5,05   |
| 9         | 0,60         | 4,34   | 4,36   | 4,42   | 4,49   | 4,54   | 4,58   | 4,62   | 4,65   | 4,68   | 4,70   |
| 9         | 0,80         | 4,17   | 4,18   | 4,21   | 4,24   | 4,27   | 4,29   | 4,31   | 4,33   | 4,34   | 4,35   |

## APÉNDICE A2

En las siguientes Figuras se puede observar como varía la Variación de la Curvatura de la Elástica Volumétrica en función de  $x/l$  y la severidad del daño ( $Dpd/D$ ), para diferentes valores de  $y/l$ . Cabe acotar que se pueden encontrar también las correspondientes ábacos con las curvas de nivel, facilitando así el ingreso a los mismos.

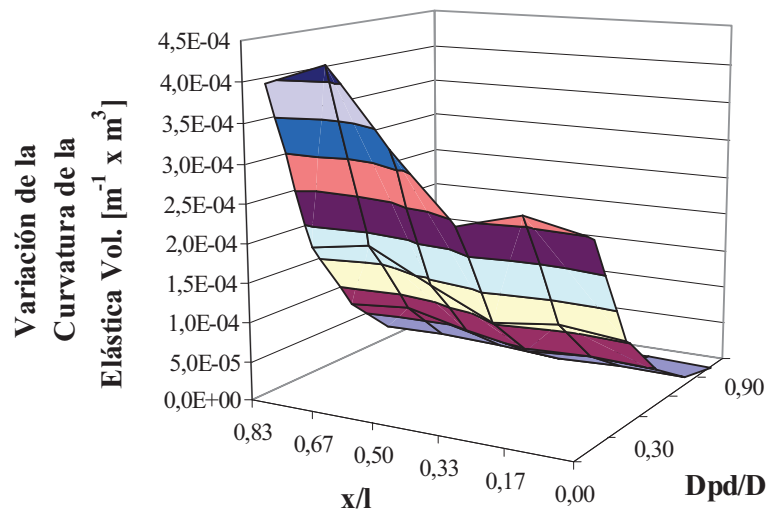


Figura A2.1: Detección de daño para  $y/l = 0$

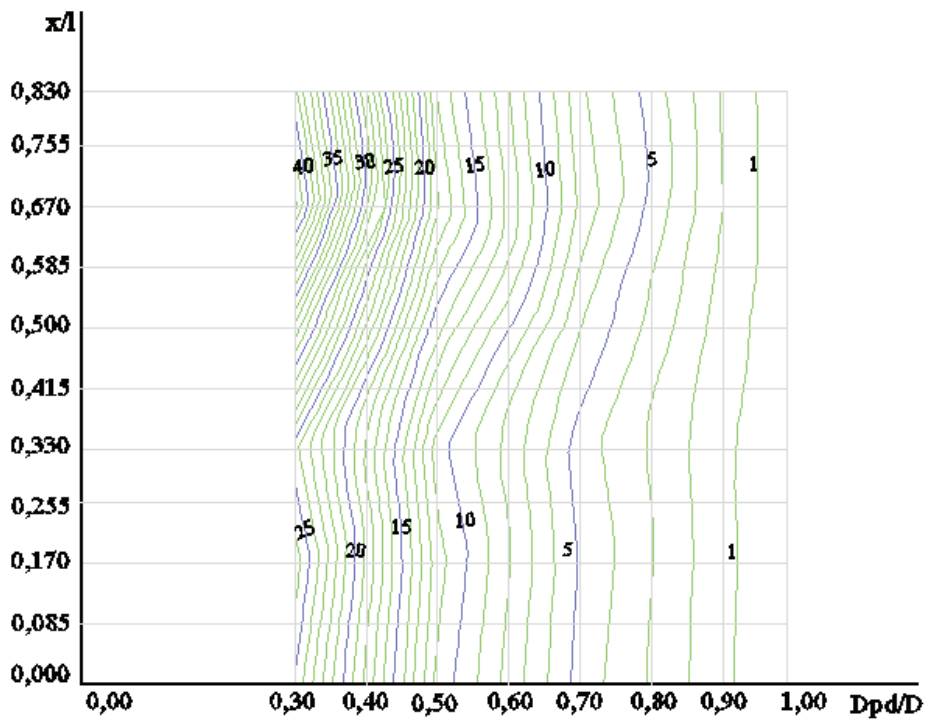


Figura A2.2: Curvas de Variación de la Curvatura de la Elástica Volumétrica [ $x E^{-5} m^{-1} x m^3$ ] para  $y/l = 0$

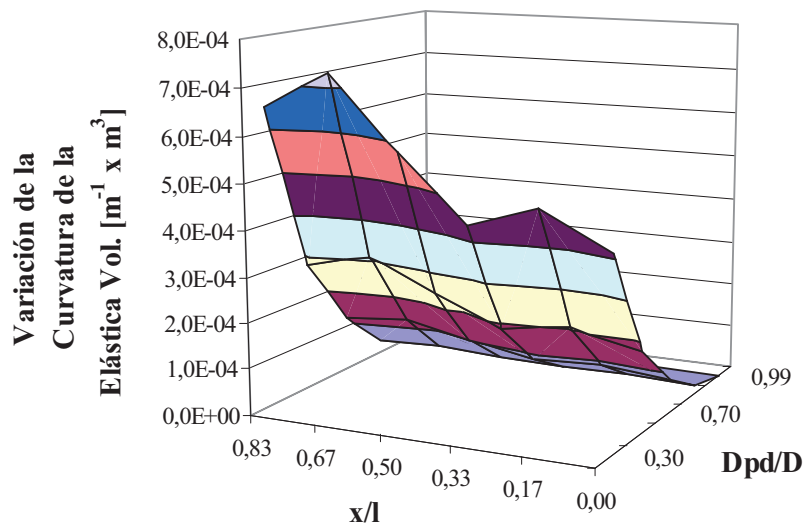


Figura A2.3: Detección de daño para  $y/l = 0,33$

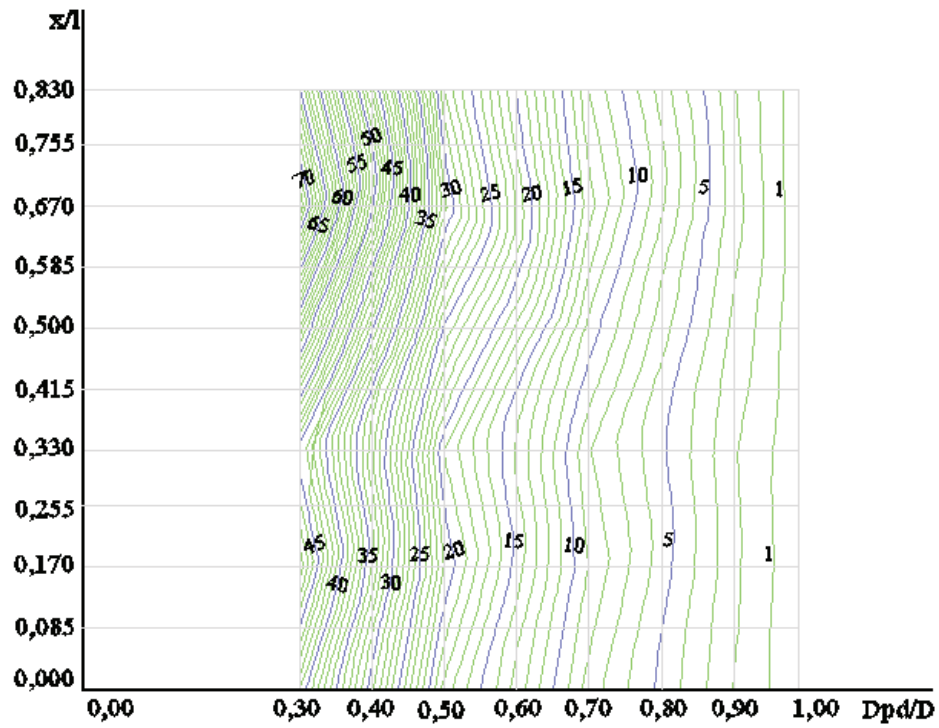


Figura A2.4: Curvas de Variación de la Curvatura de la Elástica Volumétrica [ $x E^{-5} m^{-1} x m^3$ ] para  $y/l = 0,33$

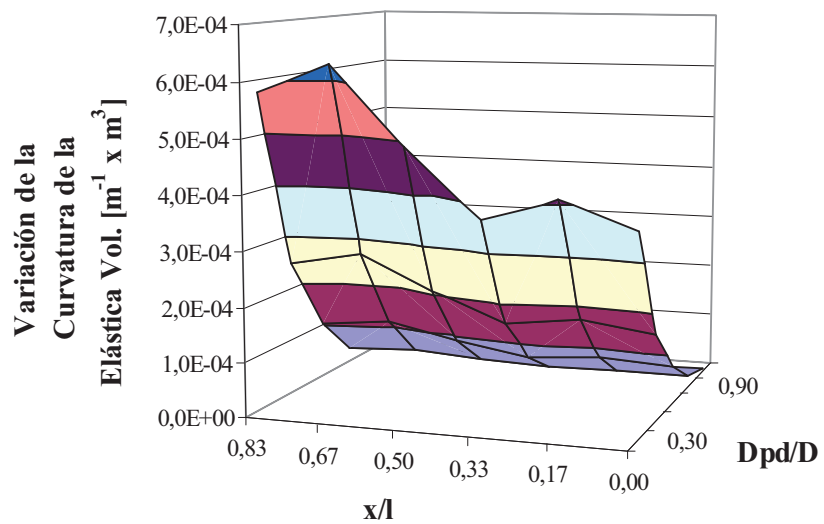


Figura A2.5: Detección de daño para  $y/l = 0,50$

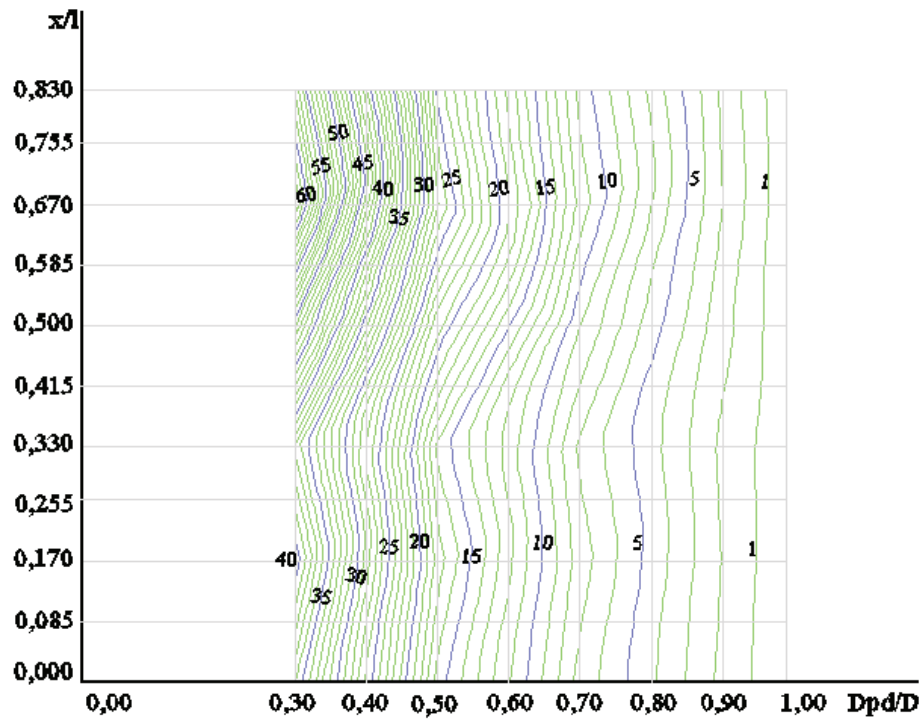


Figura A2.6: Curvas de Variación de la Curvatura de la Elástica Volumétrica [ $x E^{-5} m^{-1} x m^3$ ] para  $y/l = 0.50$

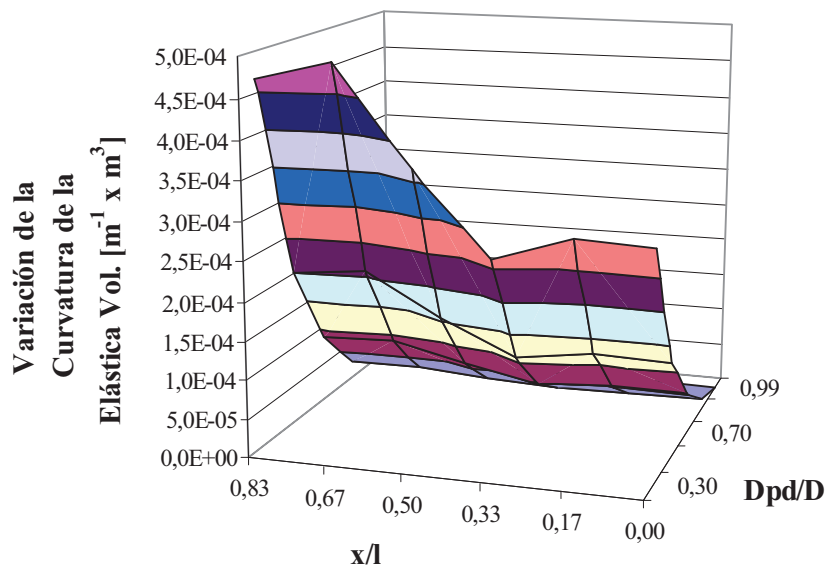


Figura A2.7: Detección de daño para  $y/l = 0.67$

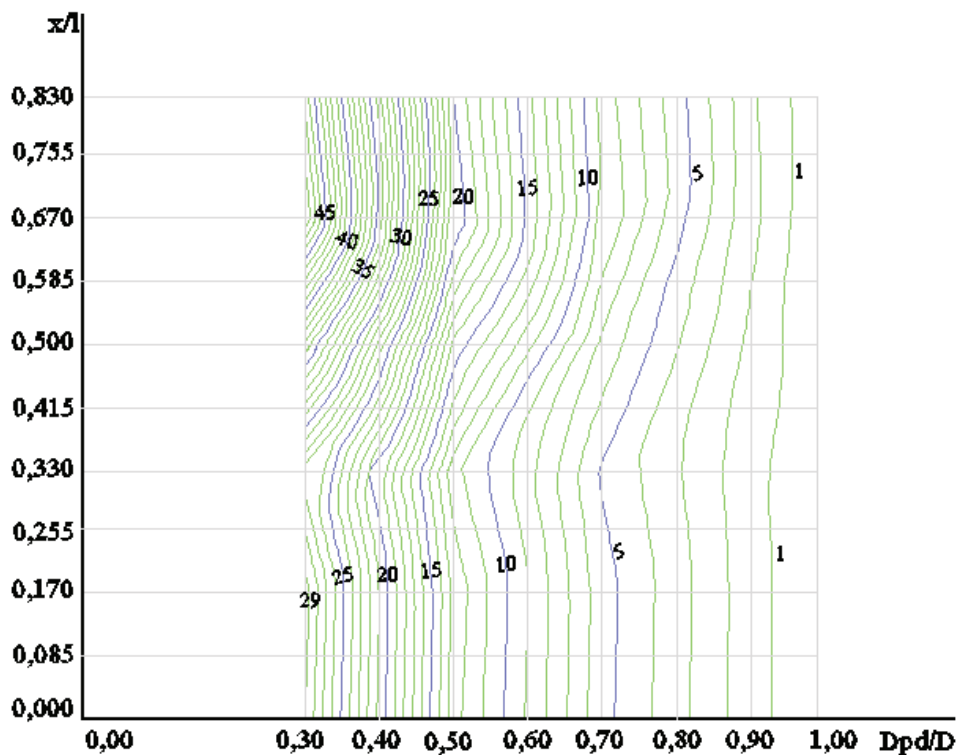


Figura A2.8: Curvas de Variación de la Curvatura de la Elástica Volumétrica [ $\times E^{-5} m^{-1} x m^3$ ] para  $y/l = 0,67$

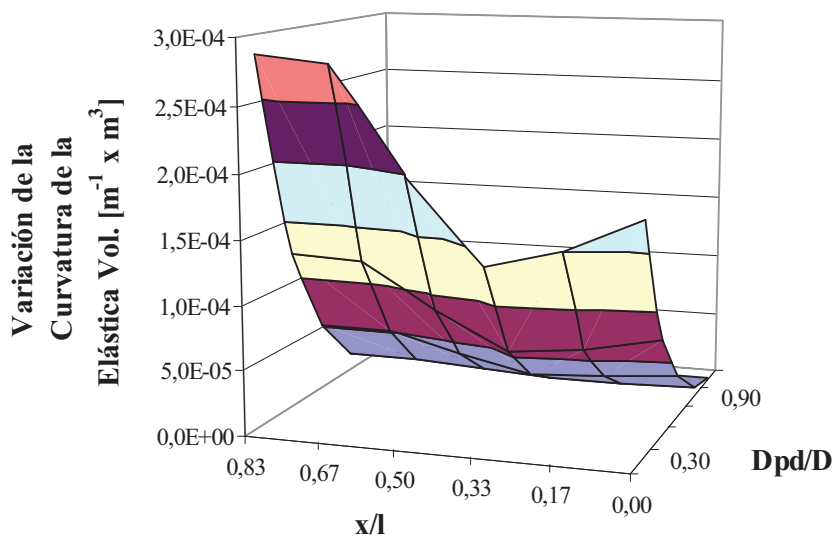


Figura A2.9: Detección de daño para  $y/l = 0,83$

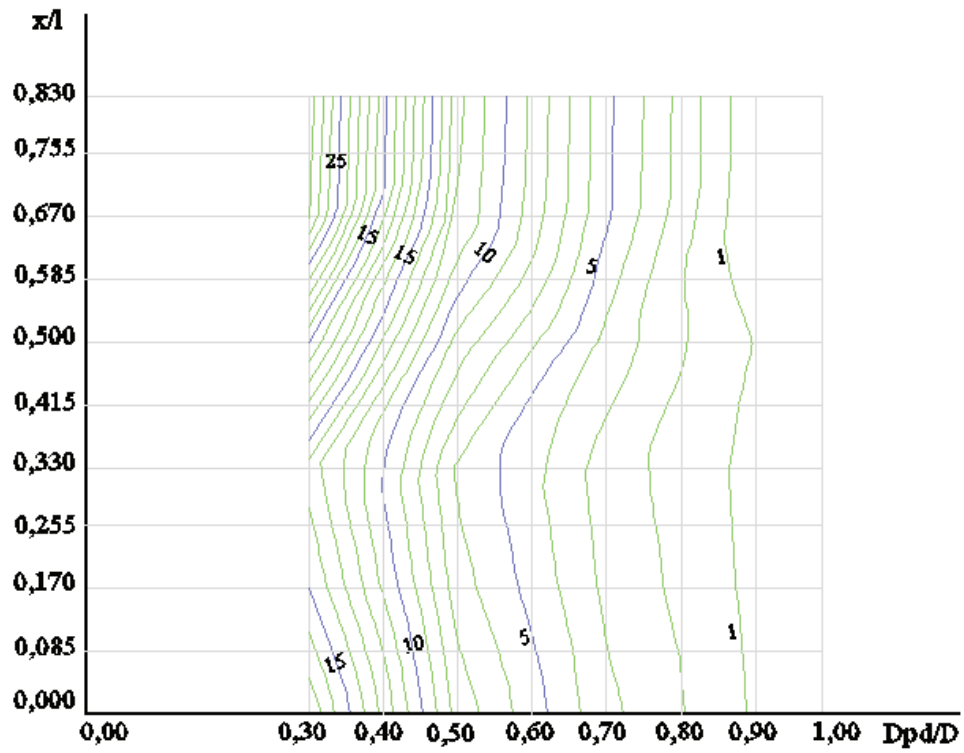


Figura A2.10: Curvas de Variación de la Curvatura de la Elástica Volumétrica [ $\times E^{-5} m^{-1} \times m^3$ ] para  $y/l = 0,83$