

Resumen

En ésta Tesis se estudian Ecuaciones Diferenciales Ordinarias (EDO's) y el denominado Problema de Valor Inicial mediante aproximaciones Contínuas Lineales a Tramos (CLAT), ¹. Específicamente, se demuestra que las aproximaciones CLAT tienen la característica única de proveer cotas de error explícitas que comparten las mismas cualidades dinámicas.

Este tipo de cotas pueden ser explotadas de manera directa para dos aplicaciones principales:

- Diseño de Controladores para Sistemas de Control No-Lineales.
- Análisis de Estabilidad de EDO's No-Lineales.

El caso de diseño de controladores para sistemas de control no-lineales será la primer consecuencia de la formulación de las cotas dinámicas de la presente tesis, pues se analiza el diseño de controladores estabilizantes para sistemas de control del tipo:

$$\dot{x}(t) = f(x) + B \cdot u$$

En particular, se realiza una aproximación CLAT de $f(x)$ y luego con el sistema CLAT aproximado se diseña el controlador para un sistema más simple de control como lo es éste último. Por otro lado, la segunda aplicación requerirá del desarrollo de otras herramientas avanzadas para poder aplicar la propiedad de que las cotas de error posean la misma dinámica que el sistema CLAT aproximante.

Se mostrará que en el límite cuando el tamaño del grillado tiende a cero (el campo CLAT y el no-lineal original coinciden), el jacobiano del sistema no-lineal bajo estudio actúa como un sistema CLAT diferencial para cada punto donde el espacio de estados fue definido, permitiendo el estudio de estabilidad de EDO's no-lineales via el análisis de su jacobiano.

¹En el problema de valor inicial, dada una condición inicial sobre los estados, se deben describir cualitativa o cuantitativamente las trayectorias

Abstract

In this thesis, Ordinary Differential Equations (ODE's) and the Initial Value problem using Continuous Piecewise Linear Approximations (CPWL) are studied. ².

Specifically, it is proven that the CPWL approximations provide explicit error bounds sharing the same dynamic qualities as the no-linear given systems.

This kind of bounds can be exploited in a direct manner for two main applications:

- Controller design for no-linear control systems.
- Stability analysis of non-linear ODE's.

The case of controller design for no-linear control systems it will be the first consequence of the formulation of the dynamic error bounds of the thesis because it analyzes the design of stabilizing controllers for control systems to the type:

$$\dot{x}(t) = f(x) + B \cdot u$$

In particular, a CPWL approximation of $f(x)$ is carried out and then using the CPWL system, a controller is designed for a more simple system like a CPWL one. On the other hand, the second application it will require the development of more advanced tools in order to apply the property of the error bounds of sharing the dynamics with the CPWL approximating system.

It will be shown that in the limit, when the grid size tend to zero (the CPWL vector field and the original non-linear one coincide), the jacobian of the non-linear system under study acts like a differential CPWL system in each point where the state space was defined, allowing the study of stability of non-linear ODE's via the analysis of its jacobian.

²For the initial value problem, given an initial condition for the states, a qualitative or quantitative description of the trajectories is required