



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL SUR

TESIS DE MAGISTER EN INGENIERÍA ELÉCTRICA

Control de Máquinas de Inducción sin la Utilización de Sensores de
Variables Mecánicas

Sebastián Gómez Jorge

BAHIA BLANCA

ARGENTINA

2009

PREFACIO

Esta Tesis se presenta como parte de los requisitos para optar al grado Académico de Magíster en Ingeniería Eléctrica, de la Universidad Nacional del Sur y no ha sido presentada previamente para la obtención de otro título en esta Universidad u otra. La misma contiene los resultados obtenidos en investigaciones llevadas a cabo en el ámbito del Departamento de Ingeniería Eléctrica y de Computadoras (DIEC) durante el período comprendido entre el 04/09/2007 y el 19/05/2009, bajo la dirección del Dr. Jorge Solsona y el Dr. Claudio A. Busada.



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL SUR
Secretaría General de Posgrado y Educación
Continua

La presente tesis ha sido aprobada el/..../..... , mereciendo la calificación de(.....)

RESUMEN

En este trabajo se estudian los principales esquemas de control del motor de inducción (MI) basados en el modelo de parámetros concentrados, o modelo fundamental. Todos los controladores estudiados se desarrollan a nivel teórico, acompañándolos con simulaciones, y la mayoría se desarrolla también a nivel práctico, mostrando los resultados experimentales obtenidos. Se comienza el estudio con el desarrollo teórico del modelo fundamental del MI, remarcando sus limitaciones. Luego, se analiza el control clásico que mantiene constante el cociente entre la tensión aplicada y la frecuencia aplicada ($V/f=cte$) en aplicaciones de lazo abierto y lazo cerrado, así como también algunos métodos para mejorar su desempeño en el rango de bajas velocidades. Se estudia un esquema $V/f=cte$ *sensorless*. Finalizado el estudio de los controles escalares, se desarrolla la teoría del control vectorial. Se estudia la teoría tras el control orientado en campo (FOC). Se estudian varios estimadores de flujo, se realizan simulaciones y se obtienen resultados experimentales. También se analiza el control vectorial indirecto (IFOC). Se estudian estrategias de FOC *sensorless*, acompañadas de simulaciones y resultados experimentales. Finalmente, se muestran otras estrategias de control y estimación existentes, como *direct torque control* (DTC), *model reference adaptive system* (MRAS) y estimación de velocidad por inyección de señales. Se presentan también las consideraciones prácticas más importantes para la implementación física de los controladores.

ABSTRACT

In this work the most important induction motor (IM) control schemes based on the fundamental model are reviewed. All the controllers are developed at a theoretical level, complementing them with simulations, and most of them are also developed at a practical level, showing the obtained experimental results. The study begins with the theoretical development of the IM fundamental model, showing its limitations. Then, the classical $V/f=cte$ control is analyzed in open and closed loop applications, and some methods to improve its performance in the low speed range are also studied. A sensorless $V/f=cte$ scheme is analyzed. After finishing the study of scalar control schemes, vector control theory is reviewed. The theory behind the field oriented control (FOC) scheme is developed. Indirect field oriented control (IFOC) is also analyzed. Sensorless FOC strategies are studied, complementing them with simulations and experimental results. Finally, alternative control and estimation strategies are shown, like direct torque control (DTC), model reference adaptive system (MRAS) and speed estimation through signal injection. Practical considerations regarding controller implementation are also presented.

Índice general

1. INTRODUCCIÓN	7
1.1. Estrategias clásicas	8
1.2. Estrategias de alto desempeño	9
1.3. Estimadores	11
1.4. Estrategias <i>sensorless</i>	12
1.5. Estimación de parámetros	14
1.6. Compensación de las caídas de tensión del inversor real	15
1.7. Estructura de la tesis	15
2. MODELADO DEL MOTOR DE INDUCCIÓN	17
2.1. Introducción	17
2.2. Modelo matemático del MI	17
2.2.1. Inductancias y flujos	17
2.2.2. Circuito eléctrico	29
2.2.3. Torque electromecánico	30
2.2.4. Modelo completo	32
2.3. Transformación $\alpha\beta$	33
2.4. Modelo de estado estacionario y relevamiento de parámetros	35
2.4.1. Modelo de estado estacionario	35
2.4.2. Relevamiento de parámetros	37

3. CONTROL DEL MOTOR DE INDUCCIÓN	39
3.1. Introducción	39
3.2. Control V/f=cte	40
3.2.1. Fundamentos teóricos	40
3.2.2. Control de lazo abierto	42
3.2.3. Control V/f=cte de lazo cerrado	46
3.2.4. Control V/f=cte de lazo cerrado con compensación de R_s	51
3.2.5. Control V/f=cte de lazo cerrado con control de flujo rotórico	54
3.2.6. Control V/f=cte <i>sensorless</i>	58
3.3. Control vectorial	64
3.3.1. Fundamentos teóricos	64
3.3.2. Estimadores de flujo	67
3.3.3. <i>Field Oriented Control</i> (FOC) sin compensación de términos cruzados	71
3.3.4. FOC con compensación de términos cruzados.	78
3.3.5. <i>Indirect field oriented control</i> (IFOC)	81
3.3.6. <i>Sensorless FOC</i>	84
3.4. Otras técnicas de control y estimación	100
3.4.1. <i>Direct torque control</i> (DTC)	100
3.4.2. <i>Model reference adaptive system</i> (MRAS)	104
3.4.3. <i>Extended Kalman filter</i> (EKF)	105
3.4.4. Estimación de velocidad a través de inyección de señales	109
3.4.5. Estimación de velocidad utilizando redes neuronales	110
3.5. Conclusiones	112
4. CONCLUSIONES FINALES	113
APÉNDICE	117
A-1. Modulación <i>Space Vector Modulation</i> (SVM)	117
A-1.1. Modelo del inversor en coordenadas $\alpha\beta$	118

A-2. Implementación y simulación de los controladores	126
A-2.1. Programas	127
A-2.2. Implementación en punto fijo	132
A-3. Compensación de las caídas de tensión del inversor real	138
A-3.1. Compensación	140
A-4. Ensayo del MI	141
A-4.1. Ensayo de CC para medir R_s	141
A-4.2. Ensayo de vacío	142
A-4.3. Ensayo de rotor trabado	143
A-5. Hardware utilizado	143
A-5.1. DSP	143
A-5.2. Banco de pruebas	144

Capítulo 1

INTRODUCCIÓN

En la actualidad, la máquina o motor de inducción jaula de ardilla (MI) es muy utilizada. Al ser de bajo costo y requerir muy poco mantenimiento, resulta muy atractivo para aplicaciones industriales. Su principal desventaja es que es difícil lograr un control dinámico con buen desempeño, ya que las ecuaciones diferenciales que lo modelan presentan no linealidades ([36], pág. 156). La teoría de control del MI es extensa y está en constante desarrollo. Existe un enorme número de esquemas de control disponibles. Este trabajo no pretende abarcar todas las variaciones existentes, pero sí profundizar en los esquemas más importantes, desarrollando su teoría muy detalladamente y acompañándola tanto con simulaciones como con resultados experimentales. Durante el estudio de dichos esquemas se realizaron desarrollos propios, que también son expuestos en la presente tesis ([25] y [8]).

Algunos de los esquemas presentados son clásicos y pueden encontrarse en muchos libros de control. Otros, más avanzados, se desarrollan en base a publicaciones académicas. Una revisión de las principales estrategias de control puede encontrarse en [27], y una revisión más actualizada en [19]. A continuación se presentan en líneas generales las principales variantes de control existentes.

1.1. Estrategias clásicas

La estrategia de control más comúnmente utilizada en sistemas que no requieren alto desempeño dinámico es el control que mantiene constante el cociente entre el módulo de la tensión y la frecuencia aplicadas ($V/f = cte$) ([27]). Esto asegura que el módulo del flujo magnético se mantenga aproximadamente constante en un amplio rango de operación. Eligiendo dicha constante para obtener el flujo nominal, se asegura que la máquina entregará su torque nominal en el rango de operación a torque constante. Esta estrategia está basada en las ecuaciones de estado estacionario del modelo del MI, por lo que su desempeño será bueno en la medida en que la respuesta mecánica deseada sea mucho más lenta que la respuesta eléctrica del sistema. Otro inconveniente que presenta es que si se exigen variaciones muy rápidas de velocidad se puede superar la potencia máxima y dañar el motor. Por este motivo, en los controles más básicos, suele ser necesario limitar la derivada de la referencia de velocidad ([27]).

En la práctica, el control $V/f = cte$ de lazo abierto falla a bajas velocidades. Esto se debe a que la resistencia estática R_s , que es despreciada en el desarrollo de la teoría de este control, no puede ser ignorada a bajas velocidades. En dicho rango de operación, la caída de tensión en R_s deja de ser despreciable, por lo que la tensión aplicada a la inductancia estática es significativamente menor a la aplicada en bornes de la máquina. Esto produce una disminución en el módulo del flujo y, por lo tanto, una disminución en el torque eléctrico generado. Cerrar el lazo de control utilizando un sensor de velocidad atenúa el efecto de R_s , pero no lo elimina por completo. Existen varios esquemas de compensación para mitigarlo. Uno de los primeros fue propuesto en [52] y consiste en medir la corriente estática I_s y sumar la caída de tensión $R_s I_s$ a la tensión aplicada en bornes. En [41] se propone una compensación similar de la caída en R_s basada en el modelo de estado estacionario del MI. Ambos métodos requieren conocer el valor de R_s . En la práctica, estos métodos no dan muy buen resultado, ya que R_s puede variar hasta un 100% durante la operación de la máquina ([27]). También se puede compensar

esta caída saturando la tensión aplicada en bornes del estator a un valor mínimo en la región de baja velocidad. Sin embargo, esta no es una compensación muy adecuada ya que no compensa la caída en R_s en todo el rango de torque de carga ([2]). En [25], trabajo desarrollado por el autor durante el estudio de esta tesis, se propone estimar el flujo rotórico en base al modelo de estado estacionario de la máquina. Utilizando un lazo de control para mantener el flujo en su valor nominal se puede compensar la caída en R_s a baja velocidad. El estimador propuesto sólo requiere la medición de la corriente estatórica, la tensión estatórica y los parámetros magnéticos del MI (los cuales varían poco durante la operación de la máquina).

Existen otras estrategias más elaboradas basadas en control $V/f = cte$ que tienen un mejor desempeño dinámico, ya que son estrategias de lazo cerrado. Una de ellas es el control por deslizamiento ([6], pág. 339). En los MI, a diferencia de lo que sucede en los motores sincrónicos (MS), la velocidad mecánica es ligeramente inferior a la velocidad del campo rotante. Esta diferencia se llama velocidad de deslizamiento, y es la velocidad a la que rota el flujo respecto del rotor, induciendo en él las corrientes que permiten generar torque. El control por deslizamiento es una estrategia *feedforward* que permite obviar el limitador de derivada en la referencia de velocidad. En su lugar, se limita la velocidad de deslizamiento (típicamente a ± 1 Hz), lo que limita la corriente que circula por el motor.

1.2. Estrategias de alto desempeño

Para sistemas que requieran un alto desempeño dinámico se utiliza el control vectorial, o *field oriented control* (FOC). Este control consiste en aplicar una serie de transformaciones a las ecuaciones del MI para llevarlas a una forma similar a las del motor de corriente continua (MCC), lo que hace posible controlarlo de forma más sencilla ([42], pág. 203). Aplicando la transformación de Clark ([34]) se reduce el modelo a un sistema de 5 ecuaciones, dos estatóricas, dos rotóricas y una mecánica. Las nuevas variables de estas ecuaciones se encuentran en un sistema de ejes cartesianos llamados ejes $\alpha\beta$ solidarios

al estator. Dichas ecuaciones pueden estar expresadas en función de las distintas variables de la máquina. Las más comúnmente utilizadas tienen como variables el vector espacial de flujo rotórico ϕ_r y el vector espacial de corriente estatórica i_s ([36]). Para obtener las ecuaciones en la forma deseada, es necesario aplicar una nueva transformación que lleve las variables de los ejes $\alpha\beta$ a unos nuevos ejes llamados dq . A diferencia de los ejes $\alpha\beta$, los ejes dq rotan solidarios al vector de flujo, con el eje d alineado con el ϕ_r rotante. Las ecuaciones obtenidas de esta transformación permiten controlar el módulo de ϕ_r a través de i_d , la componente d de la corriente estatórica, y el torque eléctrico a través de la corriente i_q , componente q de la corriente estatórica, de forma similar a las corrientes de magnetización y armadura en un MCC. Es importante destacar que para realizar esta transformación es necesario conocer la posición del vector de flujo. Como no resulta práctico medirla, se estima a partir del modelo del MI. Además, las ecuaciones resultantes de la transformación contienen términos cruzados. Es decir, la ecuación del eje d contiene términos del eje q y viceversa. La estrategia de control más simple utiliza controladores proporcional-integral (PI) e ignora estos términos, considerándolos como perturbaciones. Sin embargo, dichos términos son fáciles de computar, por lo que es posible cancelarlos haciendo un control *feedforward*, desacoplando de esta forma las ecuaciones ([6], pág. 373).

Otra alternativa, muy utilizada en la industria por su relativa sencillez, es el control vectorial indirecto (IFOC) ([6], pag. 368). Se basa en aplicar las mismas transformaciones que en el caso del FOC, pero se supone que el marco de coordenadas dq está orientado con el campo a priori, y se obtienen las condiciones para lograr que así sea en base a esta suposición. Con las ecuaciones transformadas al plano dq , se supone el flujo alineado con el eje d , es decir que $\phi_q = 0$ y $d\phi_q/dt = 0$. Esta restricción permite despejar una expresión para el flujo en función de variables conocidas, evitando la necesidad de un estimador complicado, y también permite despejar la velocidad de deslizamiento. Con la velocidad de deslizamiento y la velocidad mecánica del motor se encuentra, de manera *feedforward*, la posición del vector de flujo. La desventaja principal de este esquema de control es que es muy sensible a las variaciones paramétricas ([17]).

Una estrategia más compleja es la linealización exacta ([14], [11] y [39]). Esta estrategia convierte el modelo en un sistema lineal a través de una serie de transformaciones no lineales. Esto permite controlarlo aplicando teoría de control lineal. Otra estrategia similar en complejidad es la de *Interconnection and Damping Assignment* (IDA), que se basa en las propiedades de pasividad del modelo del MI ([37]). En esta estrategia la acción de control se ejerce modificando la energía del sistema. En [15] se demuestra que bajo ciertas condiciones IDA y linealización exacta son iguales. En dicho trabajo la demostración se hace para MS, pero es fácilmente aplicable al caso de los MI.

1.3. Estimadores

Para todos estos métodos de alto desempeño dinámico es necesario conocer la posición del vector de flujo, ya sea rotórico o estatórico. Como es una variable difícil de medir, se utilizan estimadores (de lazo cerrado o de lazo abierto) basados en el modelo del MI para hallar su valor ([27], [36], [42], [6]). El estimador más sencillo se obtiene integrando la ecuación eléctrica estatórica expresada en función de la corriente estatórica y el flujo estatórico. Sin embargo, un integrador puro tiene problemas de *offset*, por lo que cualquier error en la medición de las corrientes produce una estimación errónea. El integrador suele reemplazarse por un integrador real (pasabajos con alta ganancia de continua y baja frecuencia de corte). Esto limita la velocidad mínima a la que puede operarse el MI, ya que en frecuencias cercanas a la de corte del integrador real la estimación de flujo es errónea. En [48] se propone un método para compensar el *offset* del integrador puro. Se reemplaza el integrador continuo por uno discreto y se supone que la entrada al integrador es sinusoidal. Como la salida debe ser sinusoidal, se calcula el valor medio de la misma detectando los cruces por cero y se realimenta dicho valor para eliminar el *offset*. Este método falla a velocidades muy bajas (frecuencia eléctrica baja), ya que el tiempo entre los cruces por cero de la señal de entrada se hace muy largo. En general, los estimadores de lazo cerrado son más robustos ante variaciones en las condiciones iniciales, y tienen un

tiempo de convergencia menor que los de lazo abierto ([56]).

En los controles *sensorless* es necesario estimar tanto la velocidad como el flujo. El esquema *model reference adaptive system* (MRAS) se basa en comparar el flujo calculado a través del modelo de tensión (ecuación estática) y del modelo de corriente (ecuación rotórica) ([47] y [46]). El modelo de tensión no depende de la velocidad rotórica y se usa como modelo de referencia. El modelo de corriente sí depende de la velocidad rotórica y se usa como modelo adaptable. Se estima el flujo con ambos modelos y en base al error entre ellos se corrige la velocidad rotórica en el modelo de corriente. El resultado es una estimación del flujo y de la velocidad rotórica. Este esquema requiere el uso de integradores puros, que suelen reemplazarse por filtros pasa bajos.

Otro tipo de observador adaptable es el filtro de Kalman (ver [60] y [3]). Este logra una estimación del flujo y de la velocidad precisos incluso ante desajuste de parámetros. Su principal desventaja es que es difícil de calibrar. En [23] se presenta un resumen de algunos métodos que mejoran el rendimiento de los estimadores de velocidad.

También existen observadores basados en redes neuronales, como los propuestos en [59] y [10], y basados en lógica difusa, como el presentado en [38].

1.4. Estrategias *sensorless*

Actualmente, la tendencia en algunas aplicaciones industriales es reducir el número de sensores utilizados en el control del MI, ya que los mismos aumentan el costo del sistema y disminuyen su robustez. En particular, se busca eliminar el sensor de velocidad. También es posible reducir el número de sensores de corriente midiendo sólo la corriente del bus de continua, como se propone en [50]. Existen numerosas estrategias de control *sensorless* basadas en el modelo de parámetros concentrados del MI. En [58] se propone un esquema de control $V/f = cte$ *sensorless* que evita los problemas de deriva que causan los integradores puros utilizando filtros pasa altos en el estimador de flujo. Los mismos tienen una frecuencia de corte proporcional a la frecuencia del voltaje estático aplicado.

En [25], trabajo desarrollado por el autor de esta tesis, se propone un control $V/f = cte$ *sensorless*. La estrategia propuesta compensa la caída en R_s , lo que mejora su desempeño en la zona de bajas velocidades, utilizando un estimador de flujo que sólo requiere la medición de las corrientes y los parámetros magnéticos del MI. En [5] se propone un FOC utilizando un estimador de flujo y velocidad para aplicaciones que no requieran una estimación muy precisa de la velocidad. El estimador es de lazo cerrado y orden reducido. No utiliza integradores puros, pero en su desarrollo se utiliza el modelo de corriente en estado estacionario, lo que reduce su desempeño en los transitorios. En [26] se propone una estrategia FOC con un estimador de flujo basado en MRAS, donde se reemplaza el integrador puro por un *pass* a bajas, lo que limita su utilidad a bajas velocidades. En [8], trabajo realizado por el autor de esta tesis, se utiliza FOC con un estimador de flujo rotórico basado en estructura variable que no depende de la resistencia rotórica R_r y que estima además la constante de tiempo rotórica y la velocidad. En [4] se propone un FOC *sensorless* para motores de inducción trifásicos en aplicaciones de bajo costo. El algoritmo se basa en un observador de flujo rotórico de lazo cerrado y sus principales ventajas son la simplicidad y la robustez ante desajuste de parámetros del motor. En [40] se hace un IFOC donde la estimación de velocidad se realiza mediante un observador adaptable de orden reducido basado en la dinámica torque-corriente. En [18] se presenta un análisis del desempeño de un control *sensorless* con estimadores basados en MRAS ante la variación de parámetros. Se compara el rango de operación estable para un MRAS con algoritmo de adaptación clásico y uno con algoritmo de adaptación basado en lógica difusa. En general, todas las estrategias fallan a velocidad cero, ya que este modelo del MI no es observable a frecuencia cero ([9]). Además, muchas de las simplificaciones que se hacen en el desarrollo del modelo de parámetros concentrados no son aplicables a baja velocidad, por lo que el mismo no es representativo del sistema en dicho rango de operación. En la actualidad se estudian modelos más detallados del motor. En [44] se consideran los efectos de la saturación del hierro. En [7] se propone un método para modelar las inductancias del MI considerando los efectos de la no uniformidad axial y radial que estas presentan (*skew*).

En [53] se presenta un modelo diseñado para estudiar la interacción entre el inversor y el MI. En [45] se estudian las pérdidas del núcleo utilizando un modelo basado en técnicas de elementos finitos ([49]). El modelado representa cada vez más detalladamente la realidad física del motor. Esto puede ser un problema en aplicaciones comerciales, ya que se busca producir controladores genéricos que sirvan para una gran variedad de motores. Las técnicas de modelado avanzadas escapan el alcance de la presente tesis, la cual estudia técnicas de control basadas en el modelo a parámetros concentrados lineal, en el sentido de la saturación magnética, o modelo fundamental.

1.5. Estimación de parámetros

Los parámetros que describen el modelo del MI varían durante la operación del mismo. Estos están sujetos a variaciones de temperatura, frecuencia y efectos de saturación que los desvían de sus valores nominales. Un desajuste en los parámetros del modelo respecto a los parámetros reales puede producir un grave deterioro en el desempeño de un controlador. Esto se debe a los errores que se producen en la estimación de las variables de control. Los parámetros que más varían son la resistencia estatórica y la resistencia rotórica, que pueden desviarse hasta un 100% de sus valores nominales ([27]). Existen muchas técnicas de estimación. Algunas funcionan con el motor parado y otras requieren que esté rotando. Las primeras se llaman técnicas de *self commissioning*. Se utilizan en *drivers* comerciales, donde el relevamiento de parámetros debe ser necesariamente realizado con el motor parado, como por ejemplo, cuando este está conectado a su carga. Por lo tanto, la estimación se realiza alimentando sólo una fase del MI. En principio, pueden aplicarse dos tipos de excitación, corriente continua (CC) o corriente alterna (CA). En las técnicas que utilizan CC, R_s se estima a través de la corriente de estado estacionario que se genera en el estator. Los parámetros restantes se estiman a partir del transitorio de corriente que se produce luego de la aplicación del voltage de CC ([24]). Las técnicas que requieren que el motor esté rotando se llaman técnicas de estimación *online*, y permiten corregir la

variación de los parámetros durante la operación de la máquina. En [61] se presenta un algoritmo de estimación de R_s basado en estructura variable que funciona en el rango de bajas velocidades. En [31] se presenta un estimador *online* de R_s y R_r basado en redes neuronales. En [54] se presenta una revisión de los métodos más relevantes de estimación de parámetros, tanto de *self commissioning* como *online*.

1.6. Compensación de las caídas de tensión del inversor real

El desempeño de los controladores a baja velocidad se ve seriamente afectado por las caídas de tensión que presenta el inversor real. Para controlar el motor a baja velocidad, la tensión aplicada al mismo debe ser baja. Las caídas de tensión en los diodos y las caídas colector-emisor de los IGBTs, así como también la disminución de la tensión media que producen los tiempos muertos, distorsionan la tensión que efectivamente llega al motor. Para lograr un buen control es necesario modelar estas características y compensarlas ([62] y [29]).

1.7. Estructura de la tesis

En el capítulo 2 se presenta el desarrollo teórico del modelo del MI. En el capítulo 3 se estudian diferentes estrategias de control, en orden de complejidad creciente. Los desarrollos teóricos van acompañados de resultados de simulación así como también, en un gran número de casos, resultados experimentales. Al final de este capítulo se presentan otras técnicas de control y estimación. En el capítulo 4 se presentan las conclusiones finales del trabajo realizado. Finalmente, en el apéndice se presentan los datos del MI utilizado para los ensayos experimentales y los datos del banco de pruebas con que se realizaron los mismos.

Capítulo 2

MODELADO DEL MOTOR DE INDUCCIÓN

2.1. Introducción

En este capítulo se desarrolla un modelo matemático que describe el comportamiento del MI. El mismo está sujeto a restricciones que limitan su validez a un cierto rango de condiciones de operación. Para realizar un control en el rango de velocidades medianas a altas este modelo tiene un buen desempeño. En la sección 2.2 se desarrolla el modelo dinámico del MI. En la sección 2.3 se explica el concepto y las ventajas de la transformación de Clark, dándole una interpretación geométrica. En la sección 2.4 se obtiene el modelo de estado estacionario del MI, y se explican los ensayos necesarios para obtener sus parámetros.

2.2. Modelo matemático del MI

2.2.1. Inductancias y flujos

Para el desarrollo del modelo se harán las siguientes suposiciones ([36]): que el estator de la máquina está representado por un cilindro hueco de hierro y de sección transversal

circular; que dicho estator contiene un rotor cilíndrico concéntrico al mismo, de manera que existe un entrehierro angosto de longitud radial constante h entre ambas superficies cilíndricas; que en estas superficies hay bobinados trifásicos simétricos adosados y que los mismos son de profundidad despreciable; que los bobinados estáticos y rotóricos están conectados en estrella, con sus neutros aislados entre sí; que la permeabilidad del hierro de la máquina es infinita; que la máquina tiene simetría axial. Los efectos de saturación, las pérdidas en el hierro y los efectos de las ranuras son ignorados.

El desarrollo se hará en base a una máquina de dos polos, pero los resultados obtenidos pueden ser fácilmente adaptados a una máquina de n_p pares de polos.

Las variables que se utilizarán para el modelado se muestran en la figura 2.1. El ángulo α es la coordenada angular del estator medida respecto del eje central del bobinado a . Los ejes centrales de los bobinados b y c están ubicados en $\alpha = \gamma$ y $\alpha = 2\gamma$ respectivamente, con $\gamma = 120^\circ$. Una definición similar vale para el rotor, donde β es la coordenada angular del rotor medida respecto del bobinado a del rotor. El ángulo ξ mide la posición angular del rotor medida respecto del eje central del bobinado a del estator, y $\omega(t) = d\xi/dt$ es la velocidad angular instantánea del rotor.

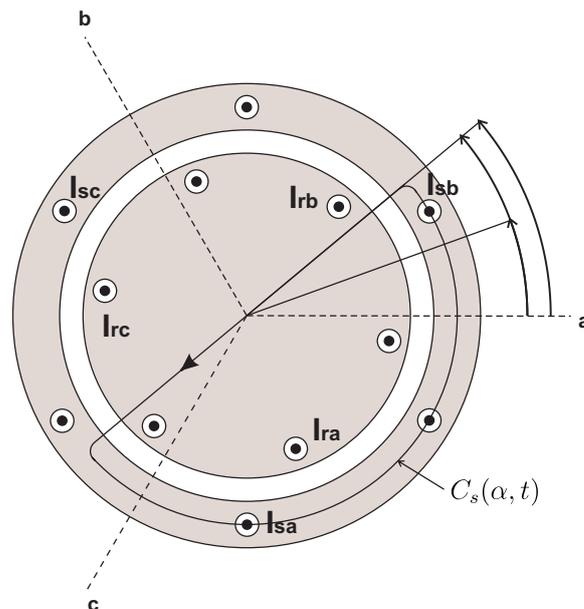


Figura 2.1: Sección transversal del MI.

El campo magnético en el entrehierro es radial, debido a que dicho entrehierro es angosto, a que las superficies cilíndricas son suaves, a la suposición de permeabilidad magnética del hierro infinita y a que el campo magnético sigue siempre el camino de menor reluctancia. Como también se desprecia el efecto del final de los bobinados, el análisis puede hacerse en dos dimensiones.

Las corrientes estáticas $i_{sa}(t)$, $i_{sb}(t)$ e $i_{sc}(t)$ pueden tener cualquier forma de onda, siempre que cumplan con la restricción

$$i_{sa}(t) + i_{sb}(t) + i_{sc}(t) = 0, \quad (2.1)$$

que vale en todo instante de tiempo debido a la conexión en estrella sin neutro.

En la Figura 2.2 se muestra la distribución del bobinado a del estator y el sentido del campo magnético H_a para la corriente supuesta en ese instante. Como los devanados se suponen distribuidos sinusoidalmente, la densidad incremental de vueltas en función de la coordenada angular λ está dado por

$$n(\lambda) = \frac{N_s}{2} \text{sen}(\lambda) \frac{1}{\text{rad}}, \quad (2.2)$$

donde N_s es el número total de vueltas en cada bobinado estático. Puede comprobarse que efectivamente N_s es el número total de vueltas integrando (2.2) entre 0 y π .

Aplicando la ley de Ampere al bobinado a sobre el camino cerrado C_s mostrado en la Figura 2.1, y considerando la permeabilidad magnética del hierro, que se supuso infinita,

$$\begin{aligned} \oint_{C_s} H_a(l, t) dl &= i_{sa}(t) \int_{\alpha-\pi}^{\alpha} n(\lambda) d\lambda, \\ -H_a(\alpha, t)h - H_a(\alpha - \pi, t)h &= -i_{sa}(t) \left[\frac{N_s}{2} \cos(\lambda) \right] \Big|_{\alpha-\pi}^{\alpha}, \end{aligned}$$

donde h es el ancho del entrehierro y H_a el campo magnético producido por la bobina a .

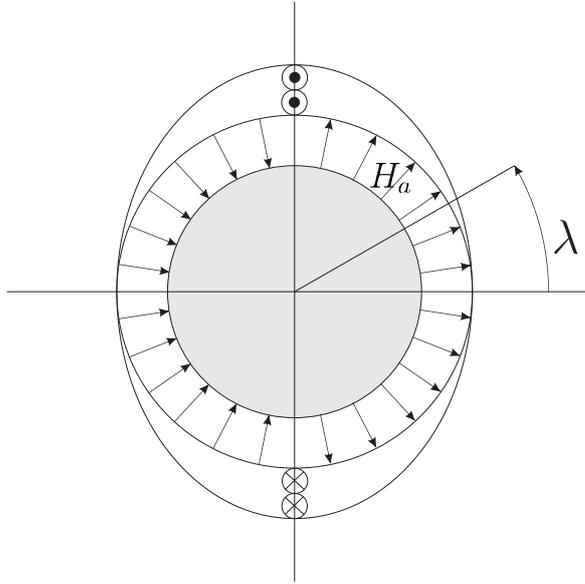


Figura 2.2: Bobinado distribuido, x corriente entrante a la hoja, • corriente saliente.

Por simetría $H_a(\alpha, t) = H_a(\alpha - \pi, t)$, entonces

$$2hH_a(\alpha, t) = i_{sa}(t)N_s \cos(\alpha),$$

y definiendo la fuerza magneto motriz (FMM) generada por el bobinado a como

$$\theta_{sa}(\alpha, t) = i_{sa}(t)N_s \cos(\alpha), \quad (2.3)$$

se obtiene,

$$H_a(\alpha, t) = \frac{\theta_{sa}(\alpha, t)}{2h}. \quad (2.4)$$

De manera similar pueden obtenerse las contribuciones de los bobinados b y c a la FMM estática, considerando sus desplazamientos espaciales de γ y 2γ respectivamente. La FMM estática resultante se obtiene sumando estas contribuciones,

$$\theta_s(\alpha, t) = N_s[i_{sa}(t) \cos(\alpha) + i_{sb}(t) \cos(\alpha - \gamma) + i_{sc}(t) \cos(\alpha - 2\gamma)]. \quad (2.5)$$

Cuando los bobinados se alimentan con corrientes alternantes, cada término de (2.5)

produce una onda oscilante fija en el espacio, y su superposición produce una onda $\theta_s(\alpha, t)$ que viaja a través del estator en función del tiempo. Utilizando notación compleja,

$$\cos(\alpha) = \frac{1}{2}(e^{j\alpha} + e^{-j\alpha}), \quad (2.6)$$

y aplicando esta ecuación a (2.5), se encuentra que

$$\begin{aligned} \theta_s(\alpha, t) &= N_s [i_{sa}(t) \frac{1}{2}(e^{j\alpha} + e^{-j\alpha}) + i_{sb}(t) \frac{1}{2}(e^{j(\alpha-\gamma)} + e^{-j(\alpha-\gamma)}) \\ &\quad + i_{ca}(t) \frac{1}{2}(e^{j(\alpha-2\gamma)} + e^{-j(\alpha-2\gamma)})], \\ &= \frac{N_s}{2} [(i_{sa}(t) + i_{sb}(t)e^{j\gamma} + i_{sc}(t)e^{j2\gamma})e^{-j\alpha} + (i_{sa}(t) + i_{sb}(t)e^{j\gamma} + i_{sc}(t)e^{j2\gamma})^* e^{j\alpha}], \\ &= \frac{1}{2} N_s [i_s^s(t) e^{-j\alpha} + i_s^{s*}(t) e^{j\alpha}], \end{aligned} \quad (2.7)$$

donde

$$i_s^s(t) = i_{sa}(t) + i_{sb}(t)e^{j\gamma} + i_{sc}(t)e^{j2\gamma} \quad (2.8)$$

es un vector de corriente definido en el plano complejo estatórico y dependiente del tiempo, e $i_s^{s*}(t)$ es su conjugado. El plano complejo estatórico tiene su eje real en la dirección del eje central del bobinado a , y su eje imaginario en $\alpha = 90^\circ$ (ver Figura 2.1). Cuando se refieran variables a este plano complejo se dirá que las mismas están referidas a coordenadas estatóricas. Para notar que un vector está referido a coordenadas estatóricas se utilizará el superíndice s .

En la Figura 2.3 se muestra la construcción geométrica de $i_s^s(t)$ para $i_{sa} > 0$, $i_{sb} < 0$ e $i_{sc} < 0$. Su módulo y su ángulo varían de acuerdo con

$$i_s^s(t) = ||i_s^s(t)|| e^{j\zeta(t)}, \quad (2.9)$$

donde $\zeta(t)$ es la posición angular del vector de corriente i_s^s .

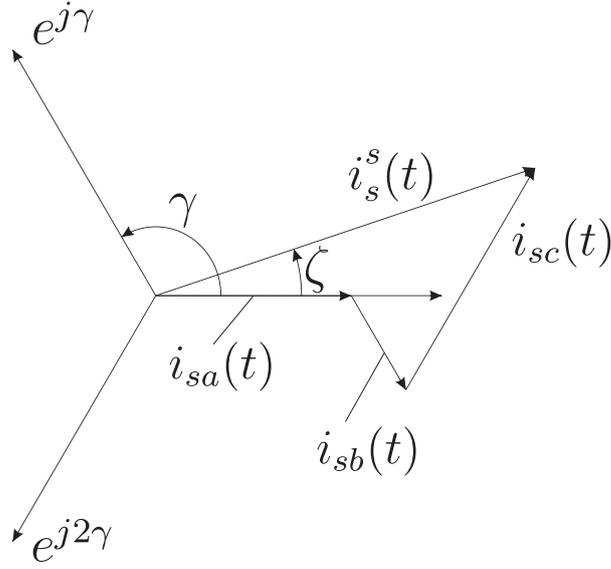


Figura 2.3: Vector de corriente estadística.

De (2.7) y (2.9) se obtiene

$$\theta_s(\alpha, t) = N_s \|i_s^s(t)\| \cos(\zeta(t) - \alpha), \quad (2.10)$$

que muestra que el módulo y el ángulo de la FMM producida por el estator están determinados por el vector de corriente (2.9). Si las corrientes estadísticas son sinusoidales y forman un sistema trifásico simétrico, entonces

$$\begin{aligned} i_{sa}(t) &= I \cos(\omega t), \\ i_{sb}(t) &= I \cos(\omega t - \gamma), \\ i_{sc}(t) &= I \cos(\omega t - 2\gamma), \end{aligned}$$

donde I es la amplitud de la corriente y ω la frecuencia angular. Reemplazando estas corrientes en (2.8) y utilizando notación compleja,

$$\begin{aligned} i_s^s &= I \frac{e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}}{2} + I \frac{e^{j(\omega t - \gamma)} + e^{-j(\omega t - \gamma)}}{2} e^{j\gamma} + I \frac{e^{j(\omega t - 2\gamma)} + e^{-j(\omega t - 2\gamma)}}{2} e^{j2\gamma}, \\ &= \frac{1}{2} I [3e^{j\omega t} + (1 + e^{-j\gamma} + e^{-j2\gamma})e^{-j\omega t}] = \frac{3}{2} I e^{j\omega t}. \end{aligned} \quad (2.11)$$

Luego, reemplazando en (2.10) se obtiene

$$\theta_s(\alpha, t) = \frac{3}{2}N_s I \cos(\omega t - \alpha), \quad (2.12)$$

lo que indica que la onda de FMM gira en el entrehierro a velocidad y módulo constantes ante la aplicación de corrientes sinusoidales que formen un sistema trifásico simétrico.

El razonamiento utilizado para obtener la FMM estática (2.5) también es válido para la FMM producida por los bobinados rotóricos,

$$\theta_r(\beta, t) = N_r [i_{ra}(t) \cos(\beta) + i_{rb}(t) \cos(\beta - \gamma) + i_{rc}(t) \cos(\beta - 2\gamma)], \quad (2.13)$$

donde N_r es el número de vueltas del bobinado rotórico. De manera análoga a las coordenadas estáticas, se define un plano complejo cuyo eje real es solidario al eje central del bobinado a del rotor, y cuyo eje imaginario se encuentra en $\beta = 90^\circ$ (ver Figura 2.1). Este plano complejo rota solidario al rotor. Cuando se refieran variables a este plano complejo se dirá que las mismas están referidas a coordenadas rotóricas. Para notar que un vector está referido a coordenadas rotóricas se utilizará el superíndice r .

Definiendo el vector de corriente rotórica como

$$i_r^r(t) = i_{ra}(t) + i_{rb}(t)e^{j\gamma} + i_{rc}(t)e^{j2\gamma}, \quad (2.14)$$

la FMM producida por el rotor resulta

$$\theta_r(\beta, t) = \frac{1}{2}N_r [i_r^r(t)e^{-j\beta} + i_r^{r*}(t)e^{j\beta}], \quad (2.15)$$

con $i_r^{r*}(t)$ el conjugado de $i_r^r(t)$. Para encontrar el efecto de la FMM total sobre el estator, se debe referir (2.15) a coordenadas estáticas. Como el eje real de las coordenadas rotóricas se encuentra en el ángulo ξ respecto al eje real de las coordenadas estáticas,

(2.15) puede referirse a coordenadas estatóricas reemplazando $\beta = \alpha - \xi$,

$$\theta_r(\alpha, \xi, t) = \frac{1}{2}N_r[i_r^r(t)e^{-j(\alpha-\xi)} + i_r^{r*}(t)e^{j(\alpha-\xi)}]. \quad (2.16)$$

La FMM total en el estator, se obtiene sumando las contribuciones de los bobinados estatóricos y rotóricos. Esto es,

$$\theta(\alpha, \xi, t) = \theta_s(\alpha, t) + \kappa\theta_r(\alpha, \xi, t), \quad (2.17)$$

donde κ es un factor de acoplamiento introducido para tener en cuenta los efectos de las dispersiones de campo magnético, ya que con las simplificaciones realizadas no es posible hacer un análisis detallado de las mismas.

Utilizando (2.4), el campo magnético generado por la FMM total en el estator resulta,

$$H_s(\alpha, \xi, t) = \frac{1}{2h}[\theta_s(\alpha, t) + \kappa\theta_r(\alpha, \xi, t)]. \quad (2.18)$$

La densidad de flujo estatórica es el campo magnético estatórico por la permeabilidad magnética del material que atraviesa. Como la permeabilidad del hierro se supone infinita, la densidad de flujo es

$$B_s(\alpha, \xi, t) = \mu_0 H_s(\alpha, t) = \frac{1}{2h}\mu_0(\theta_s(\alpha, t) + \theta_r(\alpha, \xi, t)), \quad (2.19)$$

donde μ_0 es la permeabilidad magnética del aire en el entrehierro.

A partir de la densidad de flujo estatórica se encontrará el flujo estatórico concatenado, ϕ_{sa} . En la Figura 2.4 se muestran las áreas atravesadas por las líneas de campo generadas por espiras de ancho diferencial. Dichas áreas están marcadas con línea gruesa. En la figura se muestra una espira diferencial cuyo eje central está en $\lambda = 0$ y otra cuyo eje central está en $\lambda = \pi/4$.

Para hallar el flujo concatenado por todo el devanado a , se deben sumar los flujos

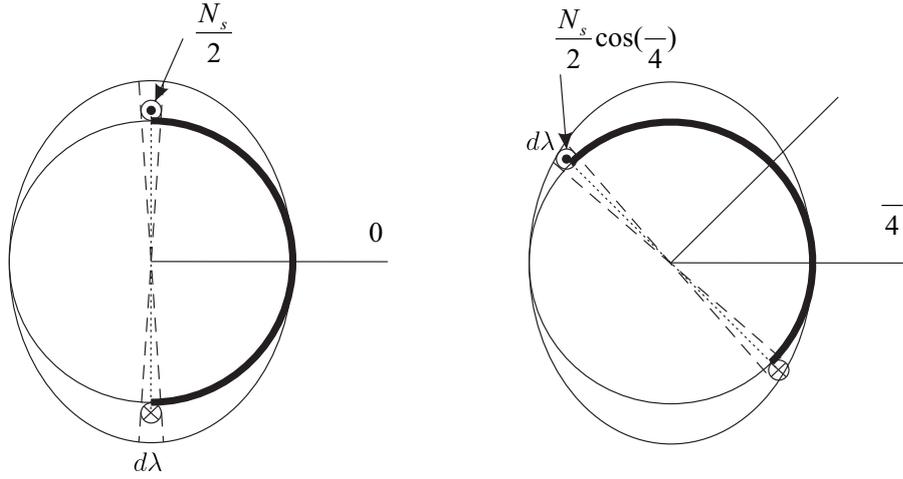


Figura 2.4: Área atravesada por las líneas de campo.

concatenados por cada espira diferencial. Para una espira diferencial cuyo eje central está en λ , su densidad de vueltas se obtiene evaluando la ecuación (2.2) en $\lambda + \pi/2$. El flujo concatenado por esta espira será, a partir de la Figura 2.4

$$\phi(\lambda)d\lambda = n\left(\lambda + \frac{\pi}{2}\right) \left[\int_{\lambda-\pi/2}^{\lambda+\pi/2} lrB_s(\alpha, \xi, t)d\alpha \right] d\lambda, \quad (2.20)$$

donde l es la longitud axial del motor y r el radio del estator. Para hallar el flujo total concatenado por el devanado a , se suman las contribuciones de cada espira integrando (2.20) entre $-\pi/2$ y $\pi/2$,

$$\phi_{sa}(t) = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \phi(\lambda)d\lambda, \quad (2.21)$$

donde ϕ_{sa} es el flujo total concatenado por el devanado a . Evaluando (2.21),

$$\begin{aligned} \phi_{sa}(t) &= \frac{1}{2}N_s \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos(\lambda) \int_{\lambda-\pi/2}^{\lambda+\pi/2} lrB_s(\alpha, \xi, t)d\alpha d\lambda, \\ \phi_{sa}(t) &= \frac{N_s^2 lr}{16h} \mu_0 \int_{-\pi/2}^{\pi/2} [e^{j\lambda} + e^{-j\lambda}] \int_{\lambda-\pi/2}^{\lambda+\pi/2} [i_s^s(t)e^{-j\alpha} + i_s^{s*}(t)e^{j\alpha}] d\alpha d\lambda \\ &+ \kappa \frac{N_s N_r lr}{16h} \mu_0 \int_{-\pi/2}^{\pi/2} [e^{j\lambda} + e^{-j\lambda}] \\ &\int_{\lambda-\pi/2}^{\lambda+\pi/2} [i_r^r(t)e^{-j(\alpha-\xi)} + i_r^{r*}(t)e^{j(\alpha-\xi)}] d\alpha d\lambda. \end{aligned} \quad (2.22)$$

Definiendo,

$$\frac{1}{3}L_s = \frac{N_s^2 l r}{8h} \pi \mu_0, \quad (2.23)$$

$$\frac{1}{3}M = \kappa \frac{N_s N_r l r}{8h} \pi \mu_0, \quad (2.24)$$

donde L_s es la inductancia estat6rica y M es la inductancia mutua, y evaluando las integrales de (2.22), se llega a

$$\phi_{sa}(t) = \frac{1}{3}L_s[i_s^s(t) + i_s^{s*}(t)] + \frac{1}{3}M[i_r^r(t)e^{j\xi} + i_r^{r*}(t)e^{-j\xi}]. \quad (2.25)$$

El flujo concatenado total en el bobinado b , ϕ_{sb} y en el bobinado c , ϕ_{sc} se calculan de manera similar, teniendo en cuenta los desplazamientos espaciales de $\pm\gamma$. Resolviendo las integrales resulta que

$$\phi_{sb}(t) = \frac{1}{3}L_s[i_s^s(t)e^{-j\gamma} + i_s^{s*}(t)e^{j\gamma}] + \frac{1}{3}M[i_r^r(t)e^{j(\xi-\gamma)} + i_r^{r*}(t)e^{-j(\xi-\gamma)}], \quad (2.26)$$

$$\phi_{sc}(t) = \frac{1}{3}L_s[i_s^s(t)e^{-j2\gamma} + i_s^{s*}(t)e^{j2\gamma}] + \frac{1}{3}M[i_r^r(t)e^{j(\xi-2\gamma)} + i_r^{r*}(t)e^{-j(\xi-2\gamma)}]. \quad (2.27)$$

De manera similar a como se defini6 con las corrientes, puede definirse el vector espacial de flujo en coordenadas estat6ricas como

$$\phi_s^s(t) = \phi_{sa}(t) + \phi_{sb}(t)e^{j\gamma} + \phi_{sc}(t)e^{j2\gamma}, \quad (2.28)$$

que, reemplazando con (2.25)-(2.27) resulta

$$\phi_s^s(t) = L_s i_s^s(t) + M i_r^r(t) e^{j\xi}. \quad (2.29)$$

El vector espacial de corriente i_r^r (que se encuentra en coordenadas rot6ricas) en el segundo t6rmino de esta ecuaci6n es proyectado sobre el marco de coordenadas estat6ricas por la rotaci6n $e^{j\xi}$. Se define entonces el vector de corriente rot6rica en coordenadas estat6ricas

como

$$i_r^s(t) = i_r^r e^{j\xi}. \quad (2.30)$$

Luego, la ecuación (2.29) resulta

$$\phi_s^s(t) = L_s i_s^s(t) + M i_r^s(t). \quad (2.31)$$

El flujo concatenado rotórico se calcula de forma similar, refiriendo la FMM producida por el estator a coordenadas rotóricas. Esto se hace evaluando (2.7) en $\alpha = \beta + \xi$, de lo que resulta

$$\theta_s(\beta, \xi, t) = \frac{1}{2} N_s [i_s^s(t) e^{-j(\beta+\xi)} + i_s^{s*}(t) e^{j(\beta+\xi)}], \quad (2.32)$$

que, junto con la FMM rotórica de (2.15), genera la densidad de flujo sobre la superficie rotórica

$$B_r(\beta, \xi, t) = \frac{1}{2h} \mu_0 [\theta_r(\beta, t) + \kappa \theta_s(\beta, \xi, t)], \quad (2.33)$$

donde nuevamente aparece el factor de acoplamiento κ que modela la dispersión de campo magnético. Hallando el flujo concatenado e integrando se obtiene

$$\phi_{ra}(t) = \frac{1}{3} L_r [i_r^r(t) + i_r^{r*}(t)] + \frac{1}{3} M [i_s(t) e^{-j\xi} + i_s^{s*} e^{j\xi}], \quad (2.34)$$

$$\phi_{rb}(t) = \frac{1}{3} L_r [i_r^r(t) e^{-j\gamma} + i_r^{r*}(t) e^{j\gamma}] + \frac{1}{3} M [i_s(t) e^{-j(\xi+\gamma)} + i_s^{s*} e^{j(\xi+\gamma)}], \quad (2.35)$$

$$\phi_{rc}(t) = \frac{1}{3} L_r [i_r^r(t) e^{-j2\gamma} + i_r^{r*}(t) e^{j2\gamma}] + \frac{1}{3} M [i_s(t) e^{-j(\xi+2\gamma)} + i_s^{s*} e^{j(\xi+2\gamma)}], \quad (2.36)$$

donde

$$\frac{1}{3} L_r = \frac{N_r^2 l r}{8h} \pi \mu_0, \quad (2.37)$$

es la inductancia rotórica.

Definiendo el vector espacial de flujo rotórico en coordenadas rotóricas como,

$$\phi_r^r(t) = \phi_{ra}(t) + \phi_{rb}(t) e^{j\gamma} + \phi_{rc}(t) e^{j2\gamma}, \quad (2.38)$$

y combinando esta ecuación con (2.34)-(2.36),

$$\phi_r^r(t) = L_r i_r^r(t) + M i_s^s(t) e^{-j\xi}. \quad (2.39)$$

El vector espacial de corriente i_s^s (que se encuentra en coordenadas estáticas) en el segundo término de esta ecuación es proyectado sobre el marco de coordenadas rotóricas por la rotación $e^{-j\xi}$. Se define entonces el vector de corriente estática en coordenadas rotóricas como

$$i_s^r = i_s^s e^{-j\xi}. \quad (2.40)$$

Luego, (2.39) puede escribirse como

$$\phi_r^r(t) = L_r i_r^r(t) + M i_s^r(t). \quad (2.41)$$

Una vez hallados los flujos concatenados estáticos y rotóricos, se utilizarán para derivar las ecuaciones eléctricas de los circuitos rotóricos y estáticos, que se muestran en la Figura 2.5.

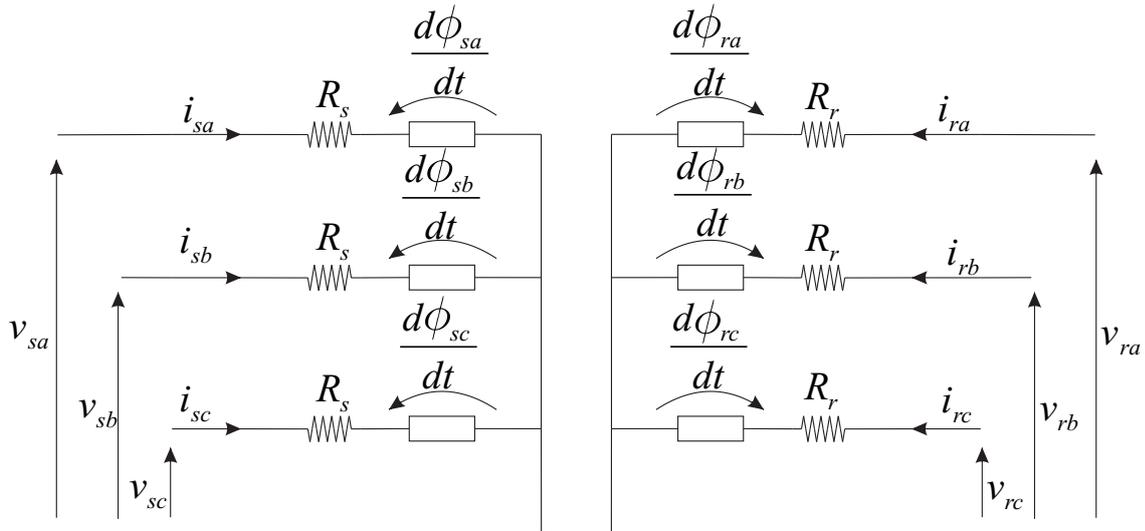


Figura 2.5: Circuitos eléctricos.

2.2.2. Circuito eléctrico

Para el circuito estático las ecuaciones eléctricas son

$$R_s i_{sa} + \frac{d\phi_{sa}}{dt} = v_{sa}, \quad (2.42)$$

$$R_s i_{sb} + \frac{d\phi_{sb}}{dt} = v_{sb}, \quad (2.43)$$

$$R_s i_{sc} + \frac{d\phi_{sc}}{dt} = v_{sc}, \quad (2.44)$$

donde R_s es la resistencia estática y v_{sa} , v_{sb} y v_{sc} son las tensiones aplicadas entre los terminales del estator y su neutro. Definiendo el vector complejo de tensiones estáticas como

$$v_s^s(t) = v_{sa}(t) + v_{sb}(t)e^{j\gamma} + v_{sc}(t)e^{j2\gamma} \quad (2.45)$$

y utilizando en esta ecuación (2.31), (2.41) y (2.42)-(2.44) se llega a

$$R_s i_s^s + L_s \frac{di_s^s}{dt} + M \frac{di_r^s}{dt} = v_s^s. \quad (2.46)$$

Aplicando el mismo procedimiento se llega a que en el circuito rotórico

$$R_r i_r^r + L_r \frac{di_r^r}{dt} + M \frac{di_s^r}{dt} = v_r^r. \quad (2.47)$$

Es conveniente referir esta ecuación a coordenadas estáticas, pues en los MI jaula de ardilla las señales de excitación se aplican al estator. El cambio de coordenadas se hace aplicando (2.30) y (2.40) a (2.47). Derivando (2.30), se tiene que

$$\frac{di_r^s}{dt} = \frac{d(i_r^r e^{j\xi})}{dt} = \frac{di_r^r}{dt} e^{j\xi} + j\omega_r i_r^r e^{j\xi},$$

donde $\omega_r = d\xi/dt$, y despejando se halla que

$$\frac{di_r^r}{dt} e^{j\xi} = \frac{di_r^s}{dt} - j\omega_r i_r^s. \quad (2.48)$$

Derivando (2.40),

$$\frac{di_s^r}{dt} = \frac{d(i_s^s e^{-j\xi})}{dt} = \frac{di_s^s}{dt} e^{-j\xi} - j\omega_r i_s^s e^{-j\xi},$$

lo que implica que

$$\frac{di_s^r}{dt} e^{j\xi} = \frac{di_s^s}{dt} - j\omega_r i_s^s. \quad (2.49)$$

Luego, multiplicando (2.47) por $e^{j\xi}$ y utilizando (2.48)-(2.49) se obtiene

$$R_r i_r^s + L_r \frac{di_r^s}{dt} + M \frac{di_s^s}{dt} - j\omega_r (L_r i_r^s + M i_s^s) = v_r^s, \quad (2.50)$$

que es la ecuación rotórica referida a coordenadas estáticas.

2.2.3. Torque electromecánico

Hallado el modelo eléctrico, se derivará a continuación una ecuación para el torque electromecánico generado. Para esto se aplicará la ecuación de la fuerza de Lorentz:

$$F_{Lorentz} = il \times B, \quad (2.51)$$

donde $F_{Lorentz}$ es la fuerza que genera la densidad de flujo B sobre el conductor de largo $||l||$, con l un vector en la dirección espacial del conductor, por el cual circula una corriente i . El símbolo \times representa producto vectorial. El torque es producido por la densidad de flujo producida por las corrientes estáticas, B_{rs} , cuando interactúa con las corrientes rotóricas. Esta densidad de flujo se calcula a partir de (2.32) como

$$B_{rs}(\beta, \xi, t) = \frac{\mu_0}{2h} \theta_s(\beta, \xi, t) = \frac{N_s \mu_0}{4h} [i_s^s(t) e^{-j(\beta+\xi)} + i_s^{s*} e^{j(\beta+\xi)}]. \quad (2.52)$$

Como los bobinados rotóricos también se suponen distribuidos sinusoidalmente en el espacio, la densidad de conductores en función de β está dada por

$$n_r(\beta) = \frac{N_r}{2} \text{sen}(\beta) \frac{1}{\text{rad}} \quad (2.53)$$

para el bobinado a , $n_r(\beta - \gamma)$ para el b , y $n_r(\beta - 2\gamma)$ para el c . Para un β dado, $B_{rs}(\beta, \xi, t)$ generará una fuerza, dada por (2.51), sobre los conductores que se encuentren en el rotor a ese ángulo. Superponiendo los efectos de los tres bobinados rotóricos, la corriente neta que circulará para ese β arbitrario será

$$\begin{aligned} N(\beta)d\beta &= \frac{N_r}{2}[i_{ra}\text{sen}(\beta) + i_{rb}\text{sen}(\beta - \gamma) + i_{rc}\text{sen}(\beta - 2\gamma)]d\beta \\ &= j\frac{N_r}{4}[i_r^r e^{-j\beta} - i_r^{r*} e^{j\beta}]d\beta. \end{aligned} \quad (2.54)$$

De (2.51), el diferencial de torque generado sobre esta corriente neta será

$$dT_e = rlB_{rs}(\beta, \xi, t)N(\beta)d\beta, \quad (2.55)$$

pues, como se ve en la Figura 2.2, la corriente y la densidad de flujo son ortogonales en el espacio. El torque total se obtiene sumando las contribuciones de todos los diferenciales dT_e integrando entre 0 y 2π ,

$$\begin{aligned} T_e &= \frac{N_s N_r l r \mu_0}{16h} j \int_0^{2\pi} [i_r^r e^{-j\beta} - i_r^{r*} e^{j\beta}][i_s^s e^{-j(\beta+\xi)} + i_s^{s*} e^{j(\beta+\xi)}]d\beta, \\ T_e &= \frac{M}{3} j [i_s^{s*} i_r^r e^{j\xi} - i_s^s i_r^{r*} e^{-j\xi}] = \frac{M}{3} j [(i_s^s (i_r^r e^{j\xi})^*)^* - i_s^s (i_r^r e^{j\xi})^*], \\ T_e &= \frac{2}{3} M \text{Imag}[i_s^s (i_r^r e^{j\xi})^*] = \frac{2}{3} M i_r^s \times i_s^s. \end{aligned} \quad (2.56)$$

La ecuación mecánica, por Newton, quedará entonces

$$\begin{aligned} J \frac{d\omega_r}{dt} &= T_e - T_l - B\omega_r, \\ J \frac{d\omega_r}{dt} &= \frac{2}{3} M i_r^s \times i_s^s - T_l - B\omega_r, \end{aligned} \quad (2.57)$$

donde J es el momento de inercia del motor, B es el coeficiente de fricción, $\omega_r = d\xi/dt$ es la velocidad mecánica del rotor y T_l el torque de carga.

2.2.4. Modelo completo

A continuación se repiten las ecuaciones (2.46), (2.50) y (2.57) que modelan el motor de inducción:

$$v_s^s = R_s i_s^s + L_s \frac{di_s^s}{dt} + M \frac{di_r^s}{dt}, \quad (2.58)$$

$$v_r^s = R_r i_r^s + L_r \frac{di_r^s}{dt} + M \frac{di_s^s}{dt} - j\omega_r (L_r i_r^s + M i_s^s), \quad (2.59)$$

$$J \frac{d\omega_r}{dt} = \frac{2}{3} M i_r^s \times i_s^s - T_l - B\omega_r. \quad (2.60)$$

Para el control, usualmente se las escribe en función de i_s^s y ϕ_r^s . Transformando (2.41) a coordenadas estáticas aplicando la rotación $e^{j\xi}$, se obtiene

$$\phi_r^s = L_r i_r^s + M i_s^s, \quad (2.61)$$

de donde

$$i_r^s = \frac{1}{L_r} \phi_r^s - \frac{M}{L_r} i_s^s. \quad (2.62)$$

Reemplazando esta ecuación en (2.58), (2.59) y (2.60), se obtiene:

$$v_s^s = R_s i_s^s + L_s \sigma \frac{di_s^s}{dt} + \frac{M}{L_r} \frac{d\phi_r^s}{dt}, \quad (2.63)$$

$$\frac{d\phi_r^s}{dt} = \frac{M}{\tau_r} i_s^s + (j\omega_r - \frac{1}{\tau_r}) \phi_r^s, \quad (2.64)$$

$$J \frac{d\omega_r}{dt} = \frac{2}{3} \frac{M}{L_r} \phi_r^s \times i_s^s - T_l - B\omega_r, \quad (2.65)$$

donde se ha supuesto un MI jaula de ardilla ($v_r^s = 0$), $\tau_r = L_r/R_r$ es la constante de tiempo rotórica y $\sigma = 1 - M^2/(L_r L_s)$. Para un motor con n_p pares de polos el modelo se obtiene reemplazando ω_r por $n_p \omega_r$ y multiplicando el torque eléctrico por n_p .

2.3. Transformación $\alpha\beta$

En la sección anterior se desarrollaron las ecuaciones que describen el modelo del MI en variables complejas. Se utilizó esta metodología porque permite una escritura más compacta, pero el modelo también puede obtenerse trabajando en variables reales ([42]). En [34] se define una transformación conocida como transformación de Clark, que lleva las ecuaciones a un nuevo sistema de coordenadas en el cual las inductancias no varían. La transformación se muestra a continuación

$$T_{abc/\alpha\beta} = c \begin{bmatrix} 1 & -0,5 & -0,5 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & -\sqrt{3}/2 \\ 0,5 & 0,5 & 0,5 \end{bmatrix}, \quad (2.66)$$

donde c es una constante arbitraria que se explicará en breve. Los vectores que conforman esta matriz son ortogonales. Esto quiere decir que si se aplica la misma a un vector en coordenadas abc , lo rotará a un nuevo sistema de coordenadas, definido como $\alpha\beta 0$. Aplicar esta transformación a la corriente de un MI jaula de ardilla produce el siguiente resultado

$$\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_0 \end{bmatrix} = c \begin{bmatrix} 1 & -0,5 & -0,5 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & -\sqrt{3}/2 \\ 0,5 & 0,5 & 0,5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (2.67)$$

donde la componente $i_0 = 0$ por la restricción $i_a + i_b + i_c = 0$ propia de la conexión en estrella del motor sin neutro. Una interpretación geométrica es que esta restricción determina un plano, con normal $[1 \ 1 \ 1]'$, en el sistema cartesiano de coordenadas $[i_a \ i_b \ i_c]'$. Las corrientes pueden tomar sólo valores que estén contenidos en este plano. El nuevo sistema de coordenadas, al que se llevan los vectores al aplicar (2.66), tiene su eje i_α e i_β en este plano, y su eje i_0 perpendicular al mismo como puede verse en la Figura 2.6.

El haber eliminado la componente i_0 permite escribir (2.67) utilizando notación com-

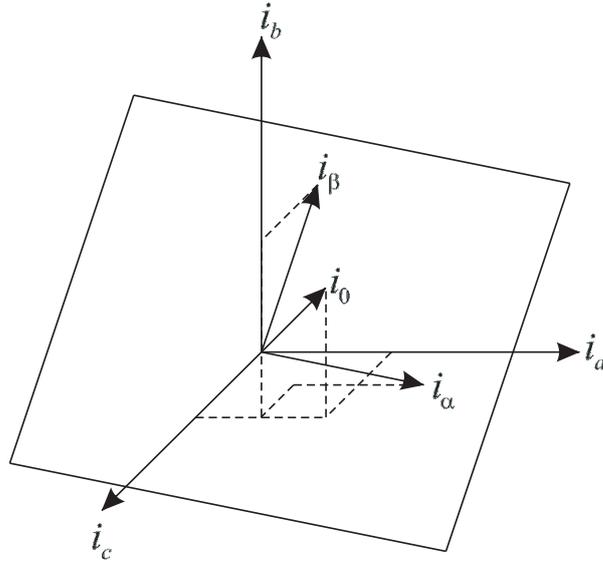


Figura 2.6: Relación entre abc y $\alpha\beta 0$.

pleja como

$$i_{\alpha\beta} = c(i_a + i_b e^{j\gamma} + i_c e^{j2\gamma}), \quad \gamma = \frac{2}{3}\pi. \quad (2.68)$$

Esta ecuación es igual a (2.8) con $c = 1$, que fue elegida de forma arbitraria. Si la constante c se toma como $c = 2/3$, la inversa de la transformación se obtiene directamente aplicando una simple proyección, como se muestra a continuación

$$\begin{aligned} i_a &= \text{Re}[i_{\alpha\beta}], \\ i_b &= \text{Re}[i_{\alpha\beta} e^{j2\gamma}], \\ i_c &= \text{Re}[i_{\alpha\beta} e^{j\gamma}]. \end{aligned} \quad (2.69)$$

Las dos transformaciones anteriores, la utilizada en (2.8) con la constante $c = 1$ y la utilizada en (2.66) con la constante $c = 2/3$, no mantienen la potencia. Es decir, usando estas transformaciones $v_a i_a + v_b i_b + v_c i_c \neq v_\alpha i_\alpha + v_\beta i_\beta$. Para mantener la potencia, se utiliza la constante $c = \sqrt{2/3}$. Independientemente de qué constante se utilice en la transformación, todas las ecuaciones desarrolladas en la sección anterior son válidas. La única que cambia es la ecuación del torque pues, obviamente, depende de la potencia. En la tabla 2.3 se resumen las distintas transformaciones usuales y cómo cambia la ecuación

Tabla 2.1: Transformaciones $abc - \alpha\beta$.

Constante c	Torque	Observación
1	$\frac{2}{3} \frac{M}{L_r} n_p \phi_r^s \times i_s^s$	
2/3	$\frac{3}{2} \frac{M}{L_r} n_p \phi_r^s \times i_s^s$	La inversa se obtiene por proyección directa
$\sqrt{2/3}$	$\frac{M}{L_r} n_p \phi_r^s \times i_s^s$	Mantiene la potencia

de torque con cada una de ellas.

2.4. Modelo de estado estacionario y relevamiento de parámetros

En esta sección se obtiene el modelo de estado estacionario del MI, así como también la metodología para obtener los parámetros del mismo a partir de mediciones experimentales.

2.4.1. Modelo de estado estacionario

Las ecuaciones eléctricas que modelan el MI son, de acuerdo a (2.42), (2.59), (2.31) y (2.61), las siguientes

$$v_s^s = R_s i_s^s + \frac{d\phi_s^s}{dt}, \quad (2.70)$$

$$0 = R_r i_r^s + \frac{d\phi_r^s}{dt} - j n_p \omega_r \phi_r^s, \quad (2.71)$$

$$\phi_s^s = L_s i_s^s + M i_r^s, \quad (2.72)$$

$$\phi_r^s = L_r i_r^s + M i_s^s. \quad (2.73)$$

Suponiendo, sin pérdida de generalidad, que $N_s = N_r$, se pueden introducir las inductancias de dispersión utilizadas usualmente en los modelos de estado estacionario del MI. Para esto se redefinen $L_s = L_{ls} + M$ y $L_r = L_{lr} + M$, con $L_{ls} = \sigma_s M$ y $L_{lr} = \sigma_r M$ las inductancias de dispersión estáticas y rotóricas respectivamente, y σ_s y σ_r los factores

de dispersión rotóricos y estáticos respectivamente. De (2.11), en estado estacionario,

$$i_s^s = \frac{3}{2}\sqrt{2} \bar{i}_s^s e^{j\omega t}, \quad (2.74)$$

$$i_r^s = \frac{3}{2}\sqrt{2} \bar{i}_r^s e^{j\omega t}, \quad (2.75)$$

$$v_s^s = \frac{3}{2}\sqrt{2} \bar{v}_s^s e^{j\omega t}, \quad (2.76)$$

donde \bar{i}_s^s , \bar{i}_r^s y \bar{v}_s^s son los fasores rms de corriente y tensión, y ω es la frecuencia eléctrica. Reemplazando (2.72) en (2.70), (2.73) en (2.71) y utilizando las redefiniciones de L_s y L_r , se obtiene

$$(R_s + j\omega L_{ls})\bar{i}_s^s + j\omega M(\bar{i}_s^s + \bar{i}_r^s) = \bar{v}_s^s, \quad (2.77)$$

$$\left(\frac{R_r}{S} + j\omega L_{lr}\right)\bar{i}_r^s + j\omega M(\bar{i}_s^s + \bar{i}_r^s) = 0, \quad (2.78)$$

donde,

$$S = \frac{\omega - n_p\omega_r}{\omega}, \quad (2.79)$$

que se conoce con el nombre de deslizamiento. Estas ecuaciones representan el modelo de estado estacionario del MI, y su representación circuital puede verse en la Figura 2.7.

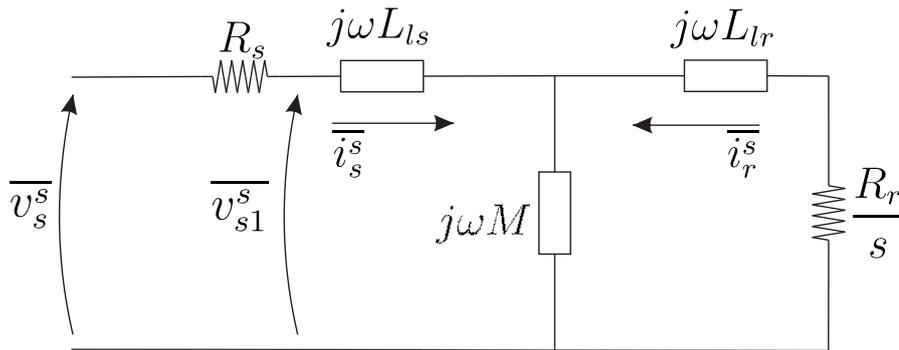


Figura 2.7: Circuito eléctrico equivalente en estado estacionario

El modelo de estado estacionario en coordenadas $\alpha\beta$ es excitado por los fasores de tensión y corriente. En los ensayos de relevamiento de parámetros, estos fasores se miden en bornes de la máquina. Utilizando estas mediciones y el modelo de estado estacionario,

pueden obtenerse los parámetros del modelo.

2.4.2. Relevamiento de parámetros

El relevamiento de los parámetros de un MI se hace básicamente a través de dos ensayos, uno con el motor en vacío y el otro con el rotor trabado. Las normas estándar de la IEEE para la realización de estos ensayos pueden encontrarse en [1]. La resistencia estática R_s se mide con un multímetro con el motor desenergizado y su valor se corrige utilizando la temperatura de operación normal del MI. En la Figura 2.8 se muestra el circuito de estado estacionario cuando el motor está en vacío, donde R_c representa las pérdidas en el núcleo. Como el motor está en vacío, el deslizamiento S es muy chico, por lo

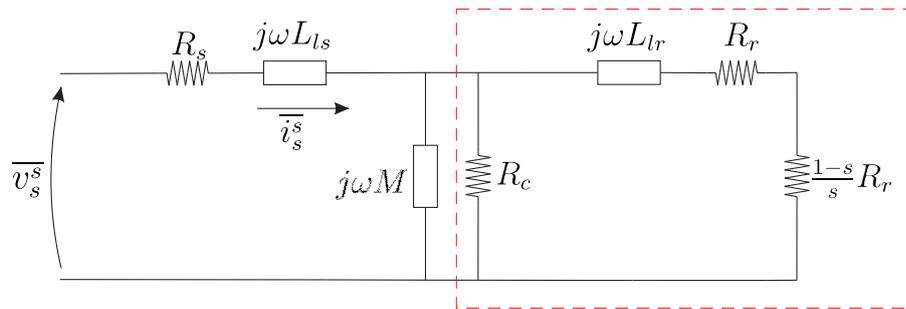


Figura 2.8: Ensayo en vacío.

que $\frac{1-s}{s}R_r$ es muy grande, lo que permite despreciar el lado rotórico del circuito para esta prueba. Además, la reactancia de M será muy pequeña en comparación con la resistencia de pérdidas en el núcleo, por lo que R_c puede despreciarse sin introducir demasiado error. El circuito equivalente es el de la Figura 2.8, despreciando lo que se encuentra dentro del rectángulo punteado. La inductancia equivalente puede hallarse como

$$L_{eq} = L_{ls} + M = \frac{\sqrt{v_{sa}^2 - (i_{sa}R_s)^2}}{2\pi i_{sa}\omega}. \quad (2.80)$$

En el ensayo de rotor trabado $\omega_r = 0$, por lo tanto $s = 1$. La impedancia equivalente en el rotor es relativamente pequeña, por lo que M y R_c se desprecian. El circuito equivalente utilizado para esta prueba se muestra en la Figura 2.9.

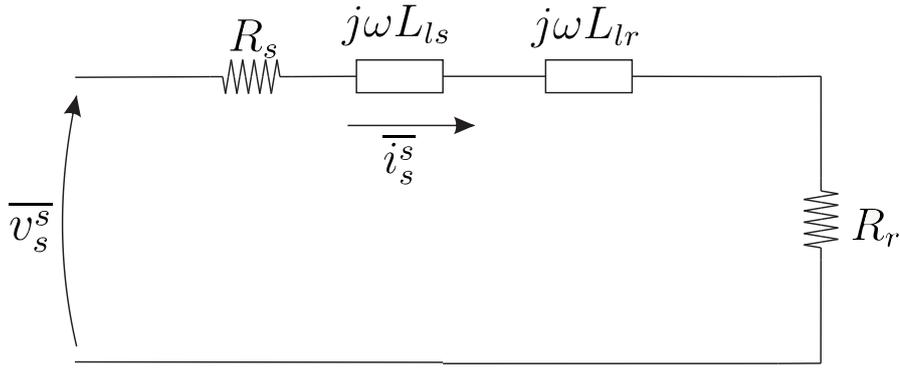


Figura 2.9: Ensayo de rotor trabado.

Del mismo se llega a que

$$\cos(\phi) = \frac{P}{v_{as}i_{as}}, \quad (2.81)$$

$$R_r = \frac{v_{as}}{i_{as}} \cos(\phi) - R_s, \quad (2.82)$$

$$L_{ls} = L_{lr} = \frac{1}{4\pi\omega} \frac{v_{as}}{i_{as}} \text{sen}(\phi), \quad (2.83)$$

$$M = L_{eq} - L_{ls}, \quad (2.84)$$

donde P es la potencia medida. La distribución de las inductancias de pérdida puede variar dependiendo de la clase del motor ([33] y [20]). Para el motor utilizado la distribución es como se muestra en (2.83) (clase A). Con estos dos ensayos y la medición de R_s se obtienen todos los parámetros eléctricos relevantes para el control. Los valores obtenidos para el motor utilizado en los resultados experimentales se muestran en la sección A-4 del apéndice.

Capítulo 3

CONTROL DEL MOTOR DE INDUCCIÓN

3.1. Introducción

En este capítulo se presentan los algoritmos de control que se han desarrollado en esta tesis para el control del MI. Se presentan esquemas clásicos, comenzando por sencillos controles de lazo abierto que utilizan el modelo de estado estacionario, hasta controles más avanzados, que requieren estimación de flujo magnético y velocidad. En la sección 3.2 se explican los fundamentos teóricos del control $V/f = cte$, así como también los esquemas de control a lazo abierto, a lazo cerrado, con compensación de R_s y un esquema *sensorless*. Los desarrollos teóricos se complementan con simulaciones y resultados experimentales. En la sección 3.3 se desarrollan los fundamentos teóricos del control vectorial. Se analiza el control orientado en campo (FOC), el control vectorial indirecto (IFOC) y dos esquemas de control *sensorless* basados en FOC. En la sección 3.4 se presentan otras líneas de control y estimación. Por último, en la sección 3.5 se comentan los resultados obtenidos.

3.2. Control $V/f=cte$

3.2.1. Fundamentos teóricos

A continuación se desarrollarán las ecuaciones de estado estacionario para dar fundamento teórico al control $v/f = cte$.

En la Figura 3.1 puede verse un modelo de estado estacionario aproximado, donde se ha desplazado la inductancia mutua hacia la entrada para simplificar las expresiones que se obtendrán. Esta aproximación es válida siempre que $\|R_s + j\omega L_{ls}\| \ll \omega M$ ([6]). De

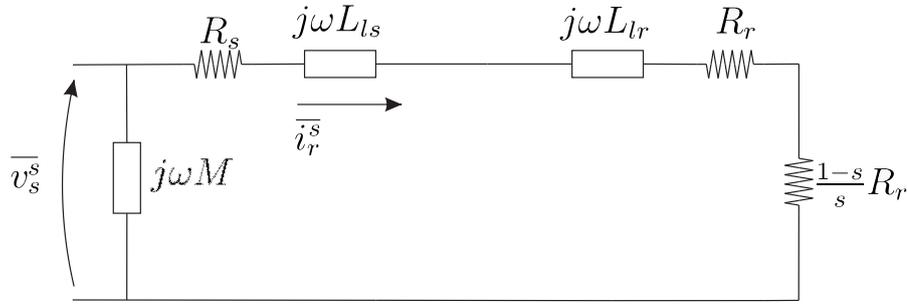


Figura 3.1: Modelo de estado estacionario aproximado.

la figura se obtiene que

$$\|i_r^s\| = \frac{\|v_s^s\|}{\sqrt{(R_s + R_r/S)^2 + \omega^2(L_{ls} + L_{lr})^2}}, \quad (3.1)$$

donde ω es la frecuencia angular eléctrica de excitación, S es el deslizamiento e i_r^s y v_s^s son de estado estacionario, donde se ha aplicado la transformación (2.66) con constante $\sqrt{2/3}$, que mantiene la potencia, para obtener

$$\begin{aligned} i_r^s &= \sqrt{3} i_r^s e^{j\omega t}, \\ v_s^s &= \sqrt{3} v_s^s e^{j\omega t}. \end{aligned}$$

El torque electromecánico puede escribirse como el cociente entre la potencia de salida y

la velocidad mecánica

$$T_e = \frac{P_o}{\omega_r} = \frac{1}{\omega_r} \|i_r^s\|^2 R_r \frac{1-S}{S} = \frac{n_p \|i_r^s\|^2 R_r}{S\omega}, \quad (3.2)$$

donde

$$S = \frac{\omega - n_p \omega_r}{\omega},$$

es el deslizamiento. Utilizando (3.1) se obtiene

$$T_e = \frac{n_p R_r}{S\omega} \frac{\|v_s^s\|^2}{(R_s + R_r/S)^2 + \omega^2(L_{ls} + L_{lr})^2}. \quad (3.3)$$

La Figura 3.2a muestra el torque eléctrico generado en función del deslizamiento a tensión y frecuencia constantes. En el rango de media a alta velocidad puede hacerse una

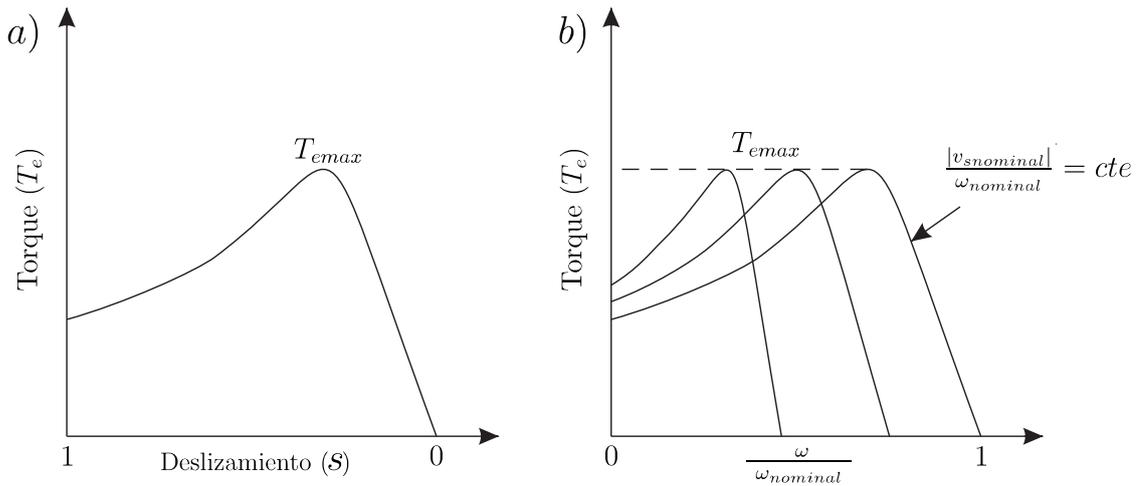


Figura 3.2: a) Torque electromagnético de estado estacionario b) Torque electromagnético a $V/f=cte$.

aproximación adicional omitiendo los efectos de R_s en (3.3), de manera que

$$T_e \simeq n_p R_r \frac{\|v_s^s\|^2}{\omega^2} \frac{\omega_{sl}}{R_r^2 + \omega_{sl}^2 (L_{ls} + L_{lr})^2}, \quad (3.4)$$

donde $\omega_{sl} = \omega - n_p \omega_r$. Como indica esta expresión, si el cociente $\|v_s^s\|/\omega$ es constante, entonces el torque generado sólo depende del deslizamiento. Es decir, a torque de carga

constante, mantener la relación $V/f = cte$ permite variar la velocidad mecánica sin variar la forma de la curva de torque. Este es el fundamento principal de esta estrategia de control. En la Figura 3.2b se grafica (3.3), que al considerar el efecto de R_s vería levemente la forma de la curva de torque a medida que la frecuencia disminuye. Planteando la ecuación (2.46) del circuito estatórico en función de i_s^s y de ϕ_s^s y en estado estacionario,

$$R_s i_s^s + j\omega \phi_s^s = v_s^s, \quad (3.5)$$

y despreciando R_s , que es una aproximación válida para el rango de medias a altas velocidades, se tiene que

$$\|\phi_s^s\| = \frac{\|v_s^s\|}{\omega}. \quad (3.6)$$

Esto quiere decir que mantener constante la relación V/f implica mantener el flujo estatórico constante, en el rango de velocidad donde R_s es despreciable. Además, como el cociente entre la tensión y la frecuencia es igual al módulo del flujo estatórico, dicho cociente se elige igual al flujo estatórico nominal.

3.2.2. Control de lazo abierto

En la Figura 3.3 se reproduce el diagrama en bloques del controlador $V/f = cte$ de lazo abierto, que se explicará a continuación. De acuerdo a lo establecido en la sección 3.2.1, el control $V/f = cte$ implica aplicar al MI tres tensiones sinusoidales desfasadas 120° , y variar su amplitud y frecuencia en función de la velocidad deseada, respetando la restricción (3.6). Estas tensiones se definen como,

$$\begin{aligned} v_{sa} &= \sqrt{2}v_f \cos(\omega t), \\ v_{sb} &= \sqrt{2}v_f \cos(\omega t - \gamma), \\ v_{sc} &= \sqrt{2}v_f \cos(\omega t - 2\gamma), \end{aligned} \quad (3.7)$$

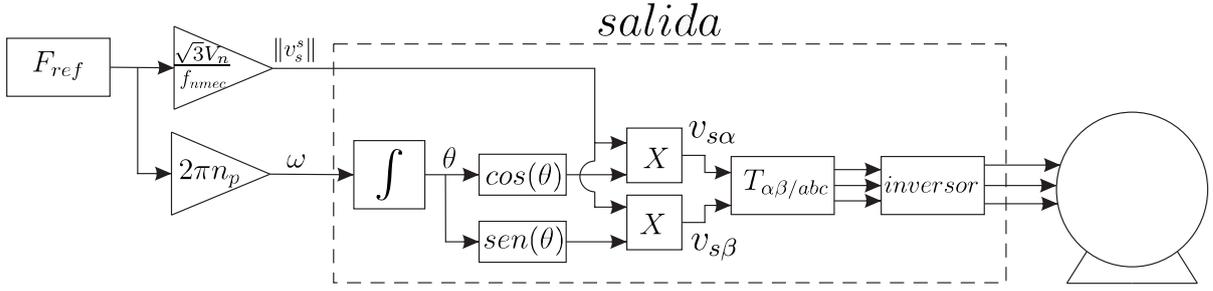


Figura 3.3: Control V/f=cte de lazo abierto.

donde v_f es la tensión rms de fase. El máximo valor de v_f que se puede aplicar, sin entrar en la zona de debilitamiento de campo, es V_n , la tensión nominal rms de fase. Transformando estas ecuaciones a coordenadas $\alpha\beta$, se obtiene

$$v_s^s = \sqrt{3}v_f e^{j\omega t} = v_{s\alpha} + jv_{s\beta}, \quad (3.8)$$

donde se ha utilizado la transformación con constante $\sqrt{2/3}$ definida en la tabla (2.1). Esta ecuación indica que, en estado estacionario, el módulo de la tensión estática es $\sqrt{3}$ veces la amplitud rms de la tensión de fase. Durante el funcionamiento normal de un MI el deslizamiento es pequeño ($\omega_{sl} = \omega - n_p\omega_r \simeq 0$), por lo que la velocidad angular mecánica puede aproximarse como

$$\omega_r \simeq \frac{\omega}{n_p}, \quad (3.9)$$

o, definiendo esta ecuación en función de las frecuencias,

$$f_r \simeq \frac{f}{n_p}. \quad (3.10)$$

Como la velocidad mecánica se relaciona con la frecuencia eléctrica a través del número de pares de polos n_p , cuando la frecuencia eléctrica sea dividida por n_p se dirá que está referida a la velocidad mecánica. De esta forma, se define la frecuencia eléctrica referida a la velocidad mecánica como

$$f_{mec} = \frac{f}{n_p}. \quad (3.11)$$

En la Figura 3.3, el bloque F_{ref} representa la referencia de velocidad deseada, expresada en Hz. El bloque de ganancia que determina la amplitud de la tensión aplicada se obtiene de (3.8), de la aproximación (3.10) y de la definición (3.11), y resulta

$$\|v_s^s\| = \frac{\sqrt{3}V_n}{f_{nmec}} F_{ref}, \quad (3.12)$$

donde $f_{nmec} = f_n/n_p$, con f_n la frecuencia eléctrica nominal del motor. El segundo bloque de ganancia produce la frecuencia angular ω a partir de (3.10) y (3.11) como

$$\omega = 2\pi n_p F_{ref}. \quad (3.13)$$

A través del bloque F_{ref} y los dos bloques de ganancia, se generan la amplitud y la frecuencia eléctrica de la tensión definida en (3.8), que será luego aplicada al MI. El bloque *salida* integra ω para obtener el ángulo θ y descompone (3.8) en sus componentes real $v_{s\alpha}$ e imaginaria $v_{s\beta}$. Luego, aplica la transformación inversa $T_{\alpha\beta/abc}$, obteniendo las tres referencias de tensión en coordenadas *abc* que ingresan al inversor. Finalmente, el inversor alimenta el MI controlado por dichas referencias. Las técnicas de modulación utilizadas para sintetizar esta tensión, así como también el modelado del inversor se explican en la sección A-1 del apéndice.

Simulaciones y resultados experimentales

Los parámetros del motor se presentan en la sección A-4 del apéndice. Para las simulaciones, realizadas en MATLAB, el controlador se implementó en un *digital signal processor* (DSP) virtual, que emula al utilizado en las pruebas de laboratorio. Los detalles para la implementación de los controladores en DSP, tanto en el virtual como en el real pueden encontrarse en la subsección A-2 del apéndice.

La Figura 3.4a ilustra la simulación en *MATLAB* de este control. En la misma, F_{ref} es la velocidad de referencia en Hz, f_r es la velocidad medida en Hz, T_l el torque aplicado en Nm y $error = F_{ref} - f_r$. La referencia de velocidad aplicada fue una rampa entre ± 10 Hz

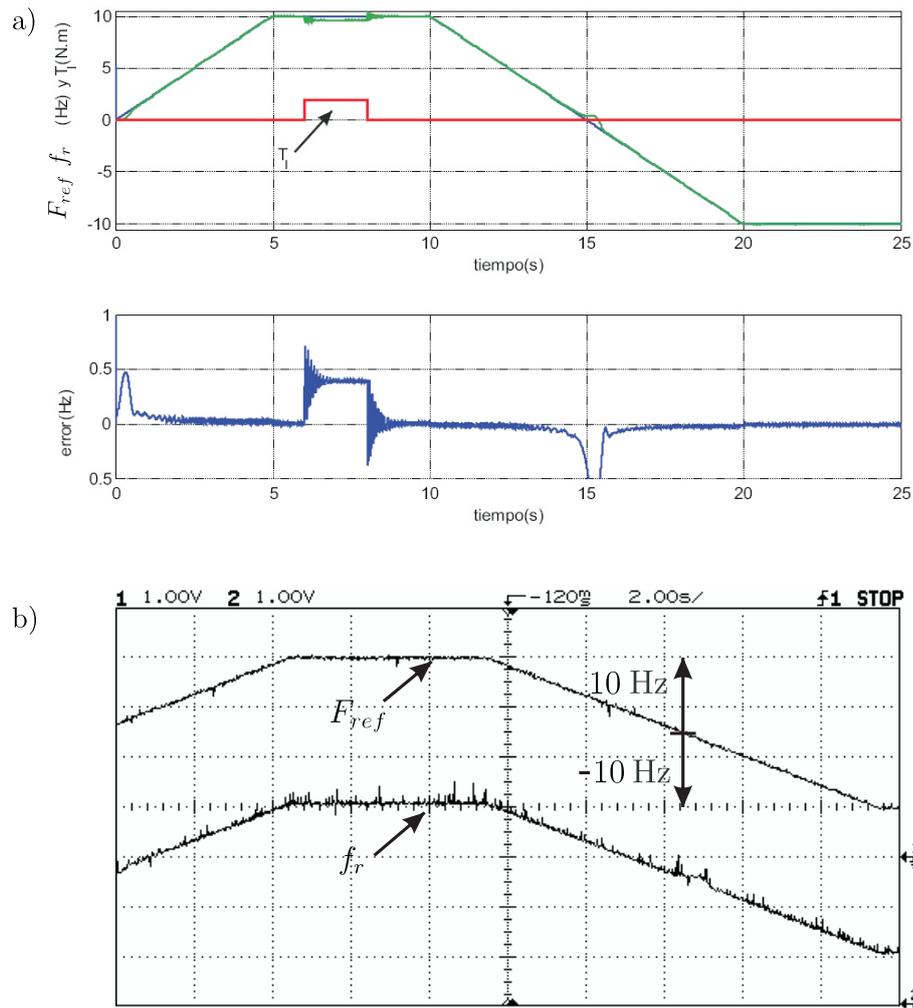


Figura 3.4: Control $V/f=cte$ a lazo abierto. a) Simulación con F_{ref} una rampa entre ± 10 Hz y aplicando torque de carga de 2 Nm. Se muestra el error de seguimiento de velocidad. b) Resultados experimentales ante la misma excitación que en la simulación pero sin aplicar torque de carga. Ch1: velocidad de referencia F_{ref} , Ch2: velocidad medida f_r . Escala: $\frac{20 \text{ Hz}}{3 \text{ div}} X - \frac{50 \text{ Hz}}{3}$ con X: número de divisiones.

con una pendiente de 2 Hz/seg. La pendiente fue baja para garantizar el seguimiento de la referencia. En esta figura puede verse que el error entre la velocidad de referencia y la medida aumenta en los cruces por cero. Esto concuerda con el hecho de haber despreciado la caída de tensión en la resistencia estática en el desarrollo teórico, ya que a baja velocidad dicha caída hace que el flujo estático sea menor que el nominal, disminuyendo el torque generado. También, ante un escalón de 2 Nm de torque de carga (el torque nominal es de 5 Nm), el error de seguimiento aumenta, como es de esperar en una estrategia de

lazo abierto. Las oscilaciones presentes en la velocidad medida se deben a que el motor está controlado a lazo abierto ([27]). En la Figura 3.4b se muestran los resultados experimentales obtenidos en esta tesis. Como se observa en dicha figura, los mismos concuerdan con los resultados de simulación. No se aplicó torque de carga en el ensayo experimental debido a las limitaciones del *hardware* disponible (ver subsección A-5.2 del apéndice). Los datos fueron capturados utilizando los convertidores digital/analógico (D/A) del DSP. La salida de estos convertidores puede variar entre 0 V y 5 V. Por este motivo la escala utilizada en la Figura 3.4b corresponde a la ecuación de la recta $\frac{20 \text{ Hz}}{3 \text{ div}} X - \frac{50 \text{ Hz}}{3}$, donde X es el número de divisiones. Por ejemplo, en la Figura 3.4, 2.5 div medidas corresponden a 0 Hz, y 1 div a -10 Hz.

3.2.3. Control $V/f=cte$ de lazo cerrado

Las estrategias de lazo abierto no rechazan perturbaciones, como se puede apreciar en el error de velocidad de la Figura 3.4a ante la aplicación de torque de carga. Para mitigar el efecto de las perturbaciones se utilizan estrategias de control de lazo cerrado. Un esquema de control $V/f = cte$ de lazo cerrado muy popular es el control por deslizamiento. El esquema clásico requiere la utilización de un sensor de velocidad. Se define la frecuencia de deslizamiento referida a la velocidad mecánica como

$$f_{slmec} = \frac{\omega - n_p \omega_r}{2\pi n_p}, \quad (3.14)$$

donde $\omega_r = 2\pi f_r$ es la frecuencia mecánica angular medida. Como se ve en la Figura 3.2a, en la zona de bajo deslizamiento el torque generado, o equivalentemente la potencia generada, es prácticamente proporcional a la velocidad de deslizamiento. La ventaja de controlar el motor utilizando el deslizamiento es que se puede limitar el deslizamiento de referencia para no superar la potencia máxima de la máquina durante los transitorios. El esquema de control usual puede verse en la Figura 3.5. El error entre F_{ref} y f_r ingresa a un controlador proporcional-integral (PI). El mismo genera la referencia de frecuencia de

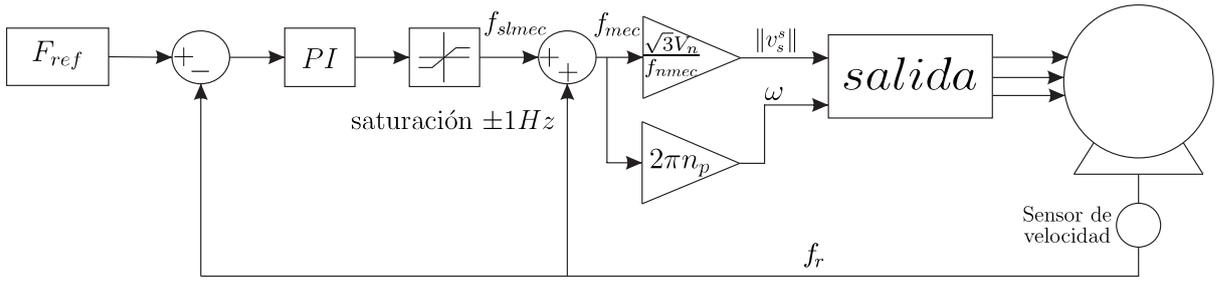


Figura 3.5: Control V/f=cte de lazo cerrado.

deslizamiento necesaria para disminuir este error. Esta referencia se satura para limitar la potencia del motor durante los transitorios. Para este MI la saturación se eligió en ± 1 Hz. Puede comprobarse que no se supera el torque máximo evaluando (3.4) para $\omega_{sl} = 2\pi$ con los parámetros que se indican en la sección A-4 del apéndice. El torque eléctrico máximo generado con esta saturación será 3.41 Nm, que es menor que el torque nominal de 5 Nm de la máquina. El deslizamiento se suma luego a la velocidad medida para producir, como muestra (3.14), la frecuencia eléctrica referida a la velocidad mecánica $f_{mec} = \omega / (2\pi n_p)$. Los bloques de ganancia son iguales a los del control de lazo abierto de la Figura 3.3, así como también el bloque *salida*.

Diseño del controlador

Para poder aplicar teoría de control lineal al diseñar el controlador se realizan algunas simplificaciones. Se supone torque de carga cero y se desprecia el efecto del rozamiento, de manera que la ecuación mecánica resulta,

$$J \frac{d\omega_r}{dt} = T_e. \quad (3.15)$$

También se linealiza la ecuación (3.4) para obtener una función de transferencia representativa del sistema. Derivando (3.4) respecto de ω_{sl} se obtiene

$$T_e = n_p R_r \frac{\|v_{sn}^s\|^2}{\omega_n^2} \left[\frac{R_r^2 - \omega_{sl}^2 (L_{ls} + L_{lr})^2}{(R_r^2 + \omega_{sl}^2 (L_{ls} + L_{lr})^2)^2} \right] \Bigg|_{\omega_{sl} = \omega_{sl0}} \omega_{sl}, \quad (3.16)$$

donde $\|v_{sn}^s\| = \sqrt{3}V_n$ con V_n la tensión rms nominal de fase, ω_n es la frecuencia nominal eléctrica y ω_{sl0} es la velocidad angular de deslizamiento en vacío. Definiendo

$$K_e = n_p R_r \frac{\|v_{sn}^s\|^2}{\omega_n^2} \left[\frac{R_r^2 - \omega_{sl}^2 (L_{ls} + L_{lr})^2}{(R_r^2 + \omega_{sl}^2 (L_{ls} + L_{lr})^2)^2} \right] \Big|_{\omega_{sl}=\omega_{sl0}}, \quad (3.17)$$

y despreciando las pérdidas rotacionales, el deslizamiento en vacío tiende a cero, por lo que K_e puede aproximarse como

$$K_e = \frac{n_p}{R_r} \frac{\|v_{sn}^s\|^2}{\omega_n^2}. \quad (3.18)$$

Utilizando esta definición, se puede reescribir (3.16) como

$$T_e = K_e \omega_{sl} = K_e (\omega - n_p \omega_r). \quad (3.19)$$

De acuerdo a la Figura 3.5

$$\omega = 2\pi n_p f_{slmec} + n_p \omega_r, \quad (3.20)$$

con

$$f_{slmec} = \left(k_p + \frac{k_i}{s}\right) \left(F_{ref} - \frac{\omega_r}{2\pi}\right), \quad (3.21)$$

donde s es la variable del campo transformado de Laplace. Reemplazando (3.19), (3.20) y (3.21) en (3.15), se obtiene

$$\omega_r = \frac{n_p K_e}{J} \frac{(k_p s + k_i)}{s^2 + \frac{n_p K_e k_p}{J} s + \frac{n_p K_e k_i}{J}} \omega_{ref}, \quad (3.22)$$

donde $\omega_{ref} = 2\pi F_{ref}$. Para el diseño del controlador se utiliza el criterio de la respuesta al escalón para un sistema de orden dos ([22]). Como el sistema tiene ceros, los criterios de elección del tiempo de trepada y sobrepico no son precisos. Estableciendo como criterio un

tiempo de trepada menor a 0,05 seg y un sobrepico menor a 0,1 % se eligen las ganancias

$$k_p = 0,4,$$

$$k_i = 1.$$

La respuesta del sistema a un escalón de amplitud 1 rad/seg puede verse en la Figura 3.6.

En la misma se muestra también el tiempo de trepada, que es de 0,0229 seg.

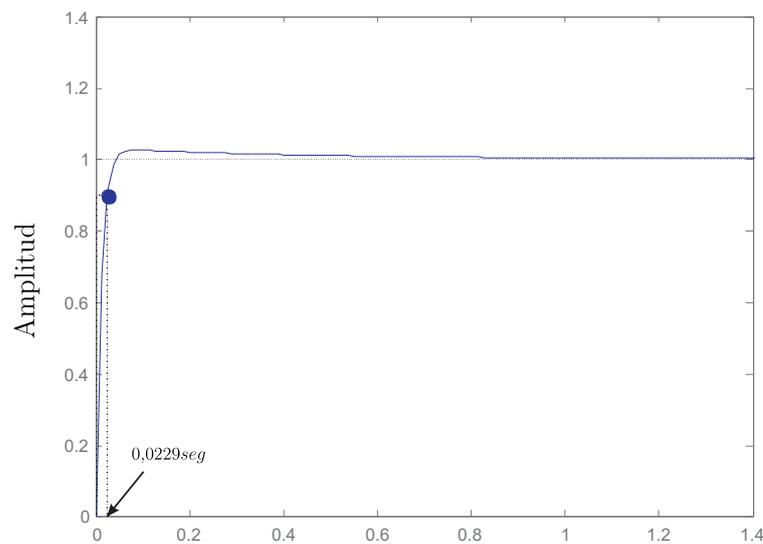


Figura 3.6: Respuesta de la función transferencia ω_r/ω_{ref} ante un escalón de 1 rad/seg.

Simulaciones y resultados experimentales

En la Figura 3.7a se muestran los resultados de simulación utilizando el DSP virtual. En la misma, F_{ref} es la velocidad de referencia en Hz, f_r es la velocidad medida en Hz, T_l el torque aplicado en Nm y $error = F_{ref} - f_r$. La referencia de velocidad aplicada fue una rampa entre ± 10 Hz con una pendiente de 2 Hz/seg. La pendiente fue baja para garantizar el seguimiento de la referencia. En este control también hay error de seguimiento de velocidad en las cercanías de los cruces por cero debido a la resistencia estática, pero al aplicar un torque de carga de 2 Nm, el error tiende exponencialmente a cero. En la Figura 3.7b se muestran los resultados experimentales. En esta figura se ve que

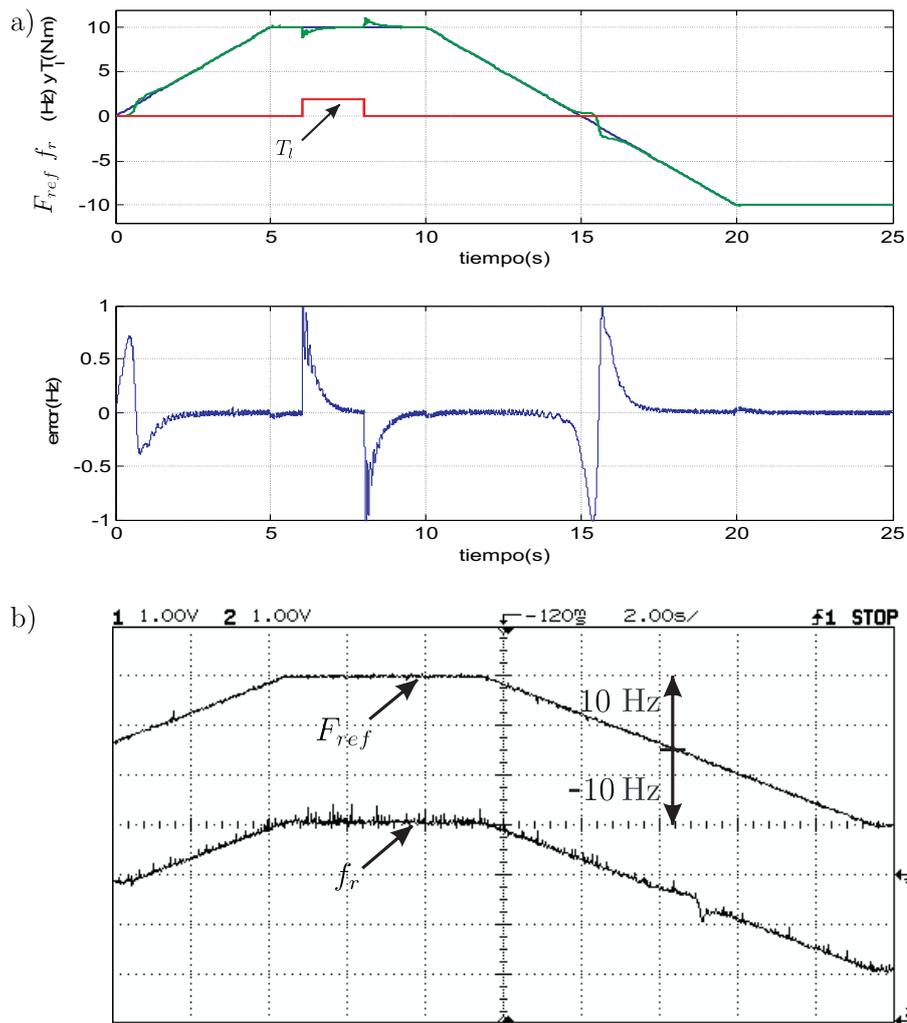


Figura 3.7: Control V/f=cte de lazo cerrado. a) Simulación con F_{ref} una rampa entre ± 10 Hz y aplicando torque de carga de 2 Nm. Se muestra el error de seguimiento de velocidad. b) Resultados experimentales ante la misma excitación que en la simulación pero sin aplicar torque de carga. Ch1: velocidad de referencia F_{ref} , Ch2: velocidad medida f_r . Escala: $\frac{20 \text{ Hz}}{3 \text{ div}} X - \frac{50 \text{ Hz}}{3}$ con X: número de divisiones.

los mismos coinciden con los resultados de simulación. Para el ensayo experimental no se aplicó torque de carga debido a las limitaciones del hardware disponible (ver subsección A-5.2 del apéndice). La escala de esta figura es $\frac{20 \text{ Hz}}{3 \text{ div}} X - \frac{50 \text{ Hz}}{3}$, donde X es el número de divisiones.

3.2.4. Control $V/f=cte$ de lazo cerrado con compensación de R_s

Como se vio en los dos esquemas de control presentados hasta el momento, la resistencia estática afecta a los controladores en el rango de bajas velocidades. Para mejorar el desempeño en este rango, es necesario compensar la caída en la misma. De acuerdo al desarrollo teórico realizado en la sub-sección 3.2.1, la relación $V/f = cte$, que mantiene el módulo del flujo estático constante, es el cociente entre el módulo de la tensión aplicada a los bobinados estáticos y la frecuencia angular eléctrica de dicha tensión. Esta tensión se define en la Figura 2.7 mediante el fasor $\overline{v_{s1}^s}$. Entonces, para compensar la caída de tensión en R_s , se debe hallar $\overline{v_s^s}$ tal que

$$\|\overline{v_{s1}^s}\| = \frac{\omega}{\omega_n} V_n, \quad (3.23)$$

donde ω_n es la frecuencia angular eléctrica nominal y V_n es la tensión rms nominal por fase. De la Figura 2.7, se puede hallar el fasor de corriente estática en función de $\overline{v_{s1}^s}$ como,

$$\begin{aligned} \overline{i_s^s} &= \overline{v_{s1}^s} \left[j\omega L_{lr} + \frac{j\omega M \left(\frac{R_r}{s} + j\omega L_{lr} \right)}{\frac{R_r}{s} + j\omega L_r} \right]^{-1} \\ &= \overline{v_{s1}^s} \frac{(1 + j\omega_{sl}\tau_r)}{j\omega L_s (1 + j\omega_{sl}\sigma\tau_r)}, \end{aligned} \quad (3.24)$$

donde $\omega_{sl} = \omega - n_p\omega_r$ es la frecuencia angular de deslizamiento, $\tau_r = L_r/R_r$ es la constante de tiempo rotórica y $\sigma = 1 - M^2/(L_s L_r)$ (ver [36] pag. 232). De la misma figura, se puede hallar el módulo del fasor de tensión estática en función de $\overline{v_{s1}^s}$ como

$$\|\overline{v_s^s}\| = \|\overline{v_{s1}^s} + R_s \overline{i_s^s}\|. \quad (3.25)$$

Reemplazando (3.23) y (3.24) en (3.25) resulta,

$$\|\overline{v_s^s}\| = \left\| \frac{\omega}{\omega_n} + \frac{R_s [1 + j\omega_{sl}\tau_r]}{j\omega_n L_s [1 + j\omega_{sl}\sigma\tau_r]} \right\| V_n. \quad (3.26)$$

Esta ecuación indica cómo debe ser el módulo de la tensión aplicada en bornes del MI para que (3.23) se cumpla en todo el rango de velocidades. La Figura 3.8a muestra una gráfica de (3.26) como función de ω para un valor de ω_{sl} arbitrario. Desde el punto de vista de implementación no es práctico utilizar (3.26), pues resulta computacionalmente compleja. En su lugar, se utiliza la siguiente aproximación,

$$\|\overline{v_s^s}\| = \begin{cases} \frac{V_n \omega}{\omega_n} & \text{si } \omega > \frac{v_{s0}}{V_n} \omega_n, \\ v_{s0} & \text{si } \omega < \frac{v_{s0}}{V_n} \omega_n, \end{cases} \quad (3.27)$$

donde v_{s0} se obtiene evaluando (3.26) para $\omega_{sl} = 0$ y $\omega = 0$,

$$v_{s0} = \frac{R_s}{\omega_n L_s} V_n. \quad (3.28)$$

La función aproximada se muestra en la Figura 3.8b.

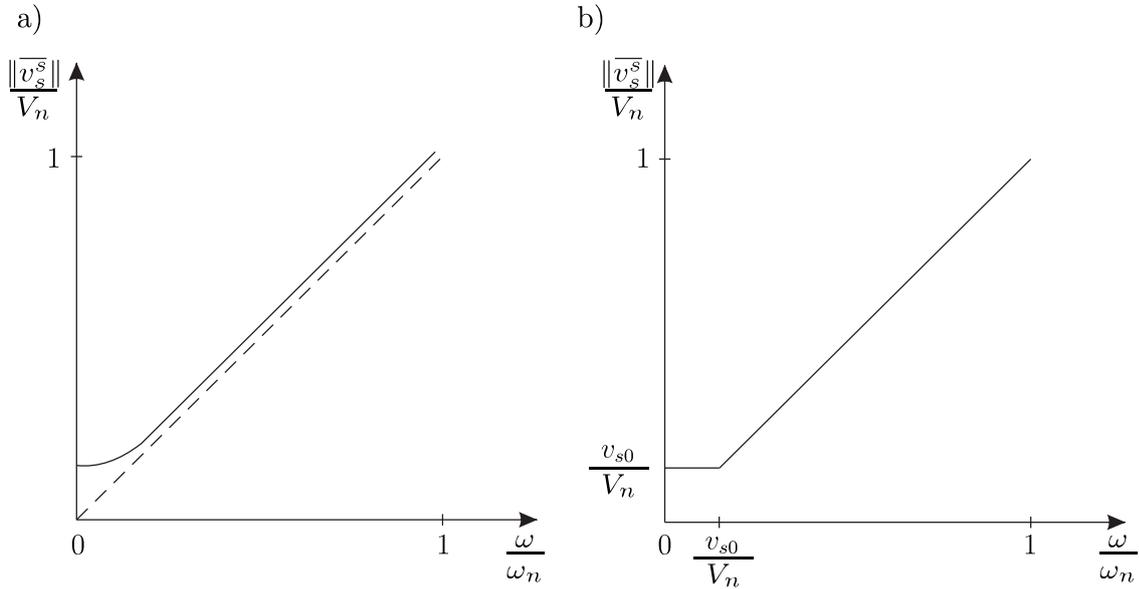


Figura 3.8: a) Relación entre $\|\overline{v_s^s}\|/V_n$ y ω/ω_n que mantiene el módulo del flujo estático constante para todo el rango de velocidades. b) Simplificación de (3.26) utilizada en la implementación del controlador con compensación de R_s .

La ecuación (3.27) está escrita en función de variables fasoriales. Para utilizarla en el controlador de la Figura 3.5, debe ser transformada a coordenadas $\alpha\beta$ y su frecuencia an-

gular referida a la velocidad mecánica. De (3.8) y (3.11), la ecuación (3.27) en coordenadas $\alpha\beta$ resulta

$$\|v_s^s\| = \begin{cases} \sqrt{3} \frac{V_n}{f_{nmech}} f_{mec} & \text{si } f_{mec} > \frac{v_{s0}}{V_n} f_{nmech}, \\ v_{s0} & \text{si } f_{mec} < \frac{v_{s0}}{V_n} f_{nmech}. \end{cases} \quad (3.29)$$

El controlador con compensación aproximada de R_s se obtiene reemplazando el bloque de ganancia $\sqrt{3}V_n/f_{nmech}$ de la Figura 3.5 por un bloque que implementa la ecuación (3.29).

Simulaciones y resultados experimentales

En la Figura 3.9a se muestran los resultados de simulación utilizando el DSP virtual. En la misma, F_{ref} es la velocidad de referencia en Hz, f_r es la velocidad medida en Hz, T_l el torque aplicado en Nm y $error = F_{ref} - f_r$. La referencia de velocidad aplicada fue una rampa entre ± 10 Hz con una pendiente de 2 Hz/seg. La pendiente fue baja para garantizar el seguimiento de la referencia. Las ganancias del PI fueron las mismas que para el controlador de lazo cerrado sin compensación de caída en R_s . Como se ve en la figura, el error en las cercanías de cero disminuye de manera apreciable respecto del control sin compensación de caída en R_s . La respuesta ante el escalón de torque aplicado es igual que en el control sin compensación. En la Figura 3.9b se muestran los resultados experimentales obtenidos en esta tesis. Los mismos concuerdan con la simulación. La captura de las señales comienza a partir de la línea punteada vertical que se muestra en el lado izquierdo de la figura. No se aplicó torque de carga debido a las limitaciones del hardware disponible (ver subsección A-5.2 del apéndice). La escala de esta figura es $\frac{20 \text{ Hz}}{3 \text{ div}} X - \frac{50 \text{ Hz}}{3}$, donde X es el número de divisiones.

Otra forma de compensar la caída en R_s es controlar el módulo del flujo rotórico. Esto se puede hacer mediante un estimador de flujo rotórico y un lazo de control, como se presenta en la siguiente sub-sección.

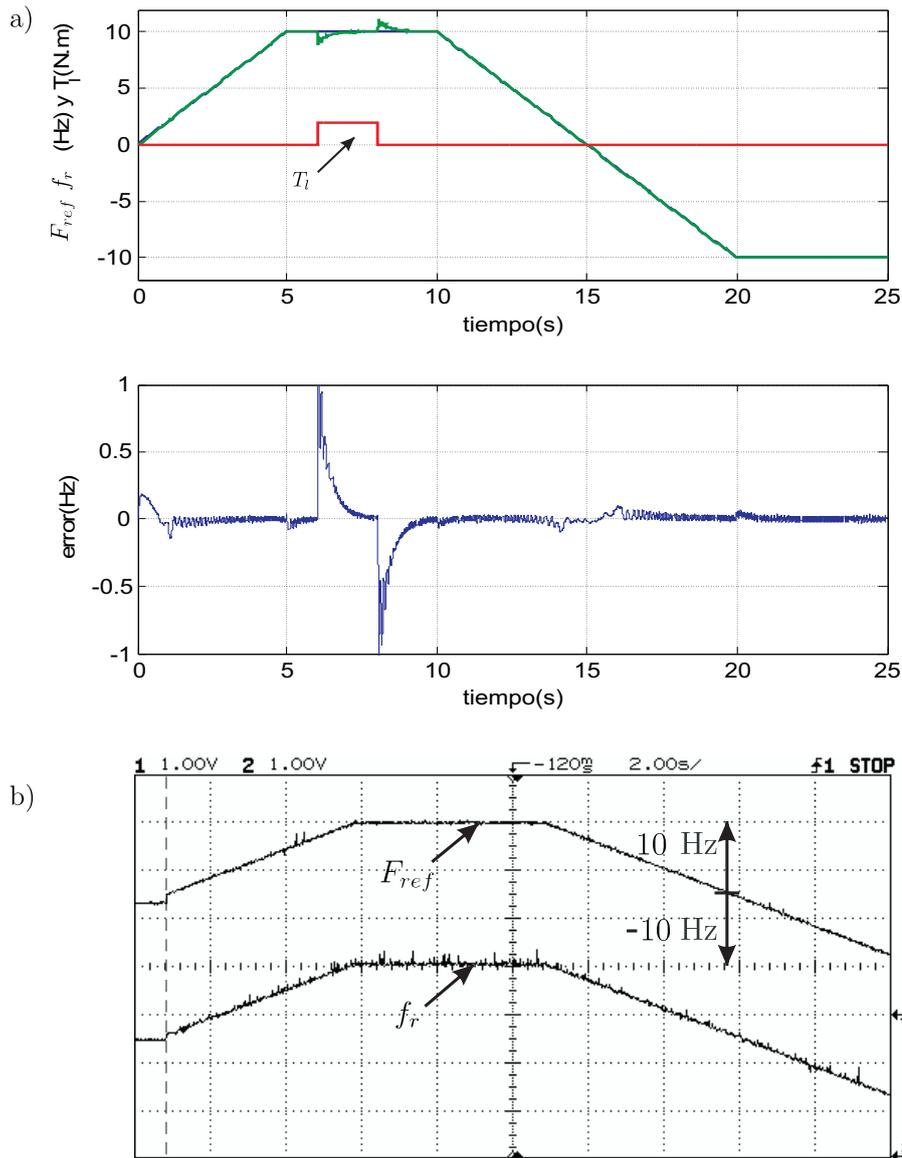


Figura 3.9: Controlador V/f=cte de lazo cerrado con compensación aproximada de R_s . a) Simulación con F_{ref} una rampa entre ± 10 Hz y aplicando torque de carga de 2 Nm. Se muestra el error de seguimiento de velocidad. b) Resultados experimentales ante la misma excitación que en la simulación pero sin aplicar torque de carga. Ch1: velocidad de referencia F_{ref} . Ch2: velocidad medida f_r . Escala: $\frac{20 \text{ Hz}}{3 \text{ div}} X - \frac{50 \text{ Hz}}{3}$ con X: número de divisiones.

3.2.5. Control V/f=cte de lazo cerrado con control de flujo rotórico

El controlador presentado en la sub-sección anterior, controla la velocidad a lazo cerrado, mientras que el módulo del flujo estático es controlado a lazo abierto mediante

nario del MI en función del flujo rotórico y la corriente estática,

$$v_s^s = R_s i_s^s + j\omega(L_s \sigma i_s^s + \frac{M}{L_r} \phi_r^s), \quad (3.32)$$

$$0 = (j\omega_{sl} - \frac{1}{\tau_r}) \phi_r^s - \frac{M}{\tau_r} i_s^s. \quad (3.33)$$

Haciendo el producto vectorial de $j\phi_r^s$ con (3.33) resulta que

$$\begin{aligned} 0 &= j\phi_r^s \times (j\omega_{sl} - \frac{1}{\tau_r}) \phi_r^s - \frac{M}{\tau_r} j\phi_r^s \times i_s^s, \\ &= -\|\phi_r^s\|^2 - Mj\phi_r^s \times i_s^s. \end{aligned} \quad (3.34)$$

Ahora, haciendo el producto vectorial de (3.32) con i_s^s

$$\begin{aligned} v_s^s \times i_s^s &= R_s i_s^s \times i_s^s + j\omega(L_s \sigma i_s^s + \frac{M}{L_r} \phi_r^s) \times i_s^s, \\ &= -\omega \sigma L_s \|i_s^s\|^2 + j\omega \frac{M}{L_r} \phi_r^s \times i_s^s, \end{aligned} \quad (3.35)$$

y combinando esta ecuación con (3.34) se obtiene la siguiente expresión para el módulo del flujo rotórico:

$$\|\phi_r^s\|^2 = -\frac{L_r}{\omega} v_s^s \times i_s^s - \sigma L_r L_s \|i_s^s\|^2. \quad (3.36)$$

Esta ecuación puede ser utilizada para estimar el módulo del flujo en un esquema de control $V/f=\text{cte}$ y así compensar las variaciones que pueda producir en él la caída de tensión en R_s . Lo interesante de (3.36) es que no depende de R_s ni de R_r , que son parámetros que varían mucho durante la operación de la máquina. Sólo requiere la medición de las corrientes, ya que la tensión v_s^s y la frecuencia angular ω son calculadas por el controlador. Para la implementación del estimador en DSP, el hecho de tener que dividir por ω puede presentar inconvenientes. Para reducir los tiempos de cómputo, esta división puede implementarse por tabla. Esto reduce la precisión del resultado obtenido, pero las simulaciones y resultados experimentales obtenidos muestran que no afecta la estimación de manera significativa. Otro inconveniente que presenta (3.36) es que no puede utilizarse a $\omega = 0$,

pues se indetermina. Puede comprobarse utilizando (3.32) y (3.33) que una expresión alternativa para el módulo del flujo rotórico es

$$\|\phi_r^s\|^2 = \left[\frac{M^2}{1 + (\tau_r \omega_{sl})^2} \right] \|i_s^s\|^2. \quad (3.37)$$

Como se ve, esta ecuación no presenta inconvenientes cuando $\omega = 0$, pero depende de la constante de tiempo rotórica y, en consecuencia, de R_r . Para realizar la estimación de $\|\phi_r^s\|^2$, se hallará una cota del mismo en un entorno de $\omega = 0$ utilizando (3.37). Luego, se realizará una transición lineal, en función de ω , entre (3.36) y dicha cota para evitar la indeterminación de (3.36) a $\omega = 0$. Evaluando (3.37) en $\omega_{sl} = 2\pi$ rad/seg, que es el peor caso, pues el flujo estimado será menor que el real, se obtiene

$$\|\phi_r^s\|^2 = \left[\frac{M^2}{1 + (\tau_r 2\pi \frac{\text{rad}}{\text{seg}})^2} \right] \|i_s^s\|^2. \quad (3.38)$$

Aplicando una transición lineal entre (3.36) y (3.38) resulta,

$$\|\hat{\phi}_r^s\|^2 = \alpha \left(\left[\frac{M^2}{1 + (\tau_r 2\pi \frac{\text{rad}}{\text{seg}})^2} \right] \|i_s^s\|^2 \right) + (1 - \alpha) \left(-\frac{L_r}{\omega} v_s^s \times i_s^s - \sigma L_r L_s \|i_s^s\|^2 \right), \quad (3.39)$$

donde α es una función lineal de ω que asegura una transición suave entre las dos ecuaciones. La función elegida para α es: $\alpha = -0,128|\omega| + 1,2$ saturada tal que $0 \leq \alpha \leq 1$. Esto quiere decir que hasta 0,25 Hz actuará (3.38) y a partir de 1,5 Hz actuará (3.36). La función α se muestra en la Figura 3.11.

En la Figura 3.10 se muestra el esquema de control. El controlador es idéntico al de la sub-sección 3.2.3, salvo por el control de flujo. La corriente estática es medida en dos fases del motor y la corriente de la tercer fase es calculada utilizando (2.1). Estas corrientes son transformadas a coordenadas $\alpha\beta$ para obtener i_s^s . La tensión v_s^s se obtiene del bloque salida, que se muestra en detalle en la Figura 3.3. En esta figura se ve que v_s^s puede reconstruirse a partir de las señales de control, a través de sus componentes real e imaginaria, y escribirse como $v_s^s = v_{s\alpha} + jv_{s\beta}$. Con i_s^s , v_s^s y ω , el bloque *estimador de* $\|\phi_r^s\|^2$

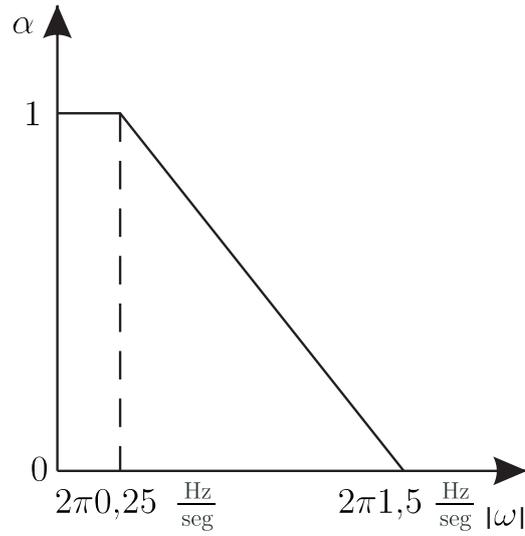


Figura 3.11: Función de transición lineal entre $|\omega|$ y α .

estima el módulo del flujo rotórico mediante la ecuación (3.39). Debido a que la caída de tensión en R_s sólo afecta la amplitud de la tensión aplicada en los bobinados estáticos, el lazo de control de $\|\phi_r^s\|^2$ sólo afecta la amplitud de las señales de control. El bloque $\|\phi_r^s\|_{ref}^2$ de la Figura 3.10 es la referencia del módulo del flujo rotórico, y su valor es el del flujo rotórico nominal. El error entre esta referencia y el flujo estimado ingresa al controlador proporcional-integral PI_1 . La salida de PI_1 produce la señal de compensación de flujo, que aumenta la amplitud de la señal de control cuando la caída de tensión en R_s se vuelve significativa.

Simulaciones y resultados experimentales

Las simulaciones y resultados experimentales de este esquema de control se presentan en la siguiente sub-sección en conjunto con los resultados del estimador de velocidad que se desarrollará en la misma.

3.2.6. Control $V/f=cte$ *sensorless*

A partir del módulo del flujo estimado en la sub-sección anterior y del modelo de estado estacionario del MI, se puede hallar una estimación de la velocidad de deslizamiento.

denadas $\alpha\beta$ que mantiene potencia, como

$$T_e = n_p \frac{M}{L_r} \phi_r^s \times i_s^s. \quad (3.44)$$

Esta ecuación combinada con (3.33) resulta en

$$\begin{aligned} T_e &= n_p \frac{M}{L_r} \phi_r^s \times \left[\frac{1}{M} (j\omega_{sl}\tau_r - 1) \phi_r^s \right], \\ &= \frac{n_p \omega_{sl}}{R_r} \|\phi_r^s\|^2. \end{aligned} \quad (3.45)$$

Ahora, recordando de (3.2) que $T_e = P_o/\omega_r$, de (3.43) y (3.45),

$$n_p \frac{P_{ag}}{\omega} = \frac{n_p \omega_{sl}}{R_r} \|\phi_r^s\|^2,$$

de donde resulta

$$\omega_{sl} = \frac{R_r}{\omega \|\phi_r^s\|^2} P_{ag}. \quad (3.46)$$

Finalmente, combinando (3.40) con (3.46) resulta

$$\omega_{sl} = \frac{R_r}{\omega \|\phi_r^s\|^2} (v_s^s \cdot i_s^s - R_s \|i_s^s\|^2). \quad (3.47)$$

Esta ecuación puede utilizarse para estimar la velocidad de deslizamiento. Sólo requiere la medición de las corrientes, ya que la tensión v_s^s y la frecuencia angular ω son calculadas por el controlador, y la estimación del módulo del flujo rotórico. Esta puede obtenerse del estimador desarrollado en la sub-sección anterior. También requiere el conocimiento de R_s y R_r , que varían mucho durante la operación de la máquina. Esto puede afectar la calidad de la estimación.

La ecuación (3.47) se indetermina cuando el producto $\omega \|\phi_r^s\|^2 = 0$. Para evitar problemas de cómputo cuando el resultado de este producto sea pequeño, se lo satura a un valor mínimo. Esto implica que la velocidad de deslizamiento estimada será errónea a frecuencias de excitación muy bajas, por lo que este esquema será incapaz de mantener

el control del MI a baja velocidad por períodos de tiempo prolongados. Considerando la saturación, la velocidad de deslizamiento estimada resulta

$$\hat{\omega}_{sl} = \begin{cases} \frac{R_r}{\omega \|\hat{\phi}_r^s\|^2} (v_s^s \cdot i_s^s - R_s \|i_s^s\|^2) & \text{si } \|\hat{\phi}_r^s\|^2 |\omega| > \frac{1}{24} T^2 \text{ rad/seg,} \\ \frac{R_r}{\frac{\text{sign}(\omega) T^2 \text{ rad}}{24} \text{ seg}} (v_s^s \cdot i_s^s - R_s \|i_s^s\|^2) & \text{si } \|\hat{\phi}_r^s\|^2 |\omega| < \frac{1}{24} T^2 \text{ rad/seg,} \end{cases} \quad (3.48)$$

donde

$$\text{sign}(x) = \begin{cases} -1 & \text{si } x < 0, \\ 1 & \text{si } x \geq 0, \end{cases} \quad (3.49)$$

y el valor de saturación de $\|\hat{\phi}_r^s\|^2 \omega$ se elige $1/24 T^2 \text{ rad/seg}$ debido a la representación digital que tiene este producto en la implementación en DSP (ver la subsección A-2.2 del apéndice).

En la Figura 3.12 se muestra el esquema de control *sensorless*. El controlador de flujo es el explicado en la subsección anterior. La velocidad de deslizamiento estimada a partir de (3.48) se refiere a la velocidad mecánica y se divide por 2π para obtener \hat{f}_{slmec} . El error entre el deslizamiento de referencia f_{slref} y el estimado \hat{f}_{slmec} ingresa al controlador proporcional-integral PI_2 , de cuya salida se obtiene la frecuencia eléctrica referida a la velocidad mecánica, f_{mec} . Esta frecuencia se suma al deslizamiento estimado para obtener una estimación de la velocidad mecánica \hat{f}_r , que se utiliza en el lazo de control de velocidad. A continuación se presentan las simulaciones y los resultados experimentales obtenidos para este esquema.

Simulaciones y resultados experimentales

En la Figura 3.13 se muestran los resultados de simulación utilizando el DSP virtual. Tanto en la Figura 3.13a como en la Figura 3.13b se presenta, de arriba hacia abajo, la velocidad de referencia F_{ref} en Hz, la velocidad del rotor f_r en Hz, el módulo del flujo

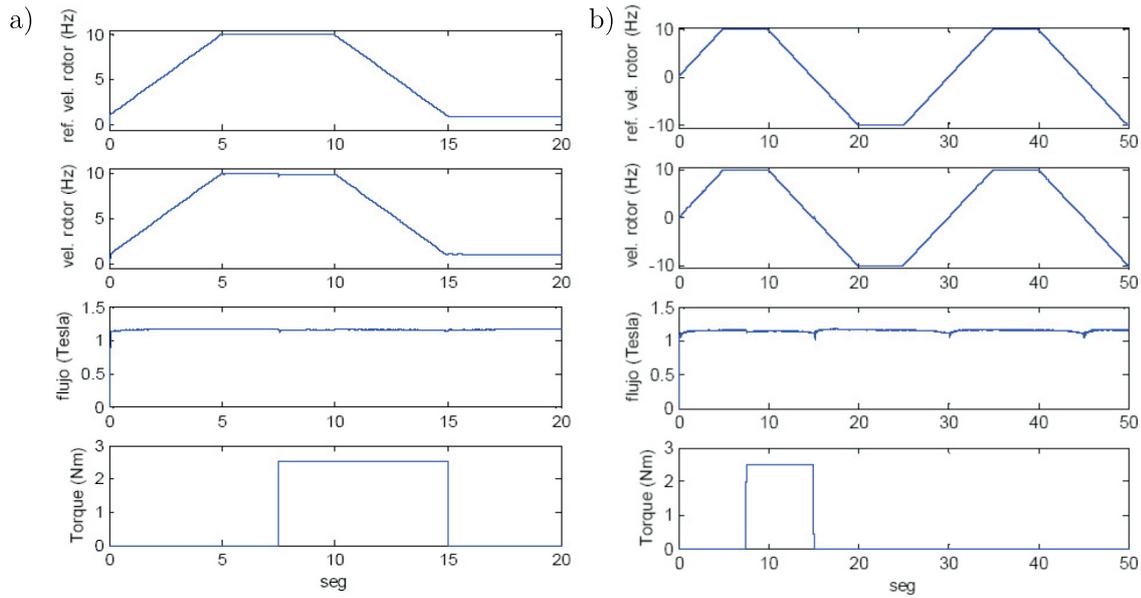


Figura 3.13: Simulación de control $V/f=cte$ *sensorless*. a) Velocidad de referencia una rampa entre 1 Hz y 10 Hz y se aplica un escalón de torque de 2,5 Nm. También se muestra el módulo del flujo rotórico estimado. b) Idem para referencia de velocidad entre ± 10 Hz.

estimado $\left\| \hat{\phi}_r^s \right\|$ en T y el torque de carga T_l en Nm. En la Figura 3.13a, la referencia de velocidad fue una rampa entre 1 Hz y 10 Hz con una pendiente de 9 Hz/5 seg. En la Figura 3.13b, la referencia de velocidad fue una rampa entre ± 10 Hz con una pendiente de 2 Hz/seg. Las pendientes fueron bajas para garantizar el seguimiento de la referencia. Las ganancias de PI fueron obtenidas como en la subsección 3.2.3, para un tiempo de trepada menor que 0,01 seg. Las ganancias de PI_1 y PI_2 fueron obtenidas empíricamente. Las ganancias de todos los controladores se resumen a continuación,

$$PI : k_p = 5 \quad k_i = 5,$$

$$PI_1 : k_{p1} = 150 \quad k_{i1} = 50,$$

$$PI_2 : k_{p2} = 150 \quad k_{i2} = 0.$$

En las simulaciones puede apreciarse que se atenúa el error de seguimiento de la velocidad producido por R_s en la zona de bajas velocidades, cuando no hay torque de carga aplicado. Esto se debe al control del módulo del flujo rotórico. La Figura 3.13b muestra que el

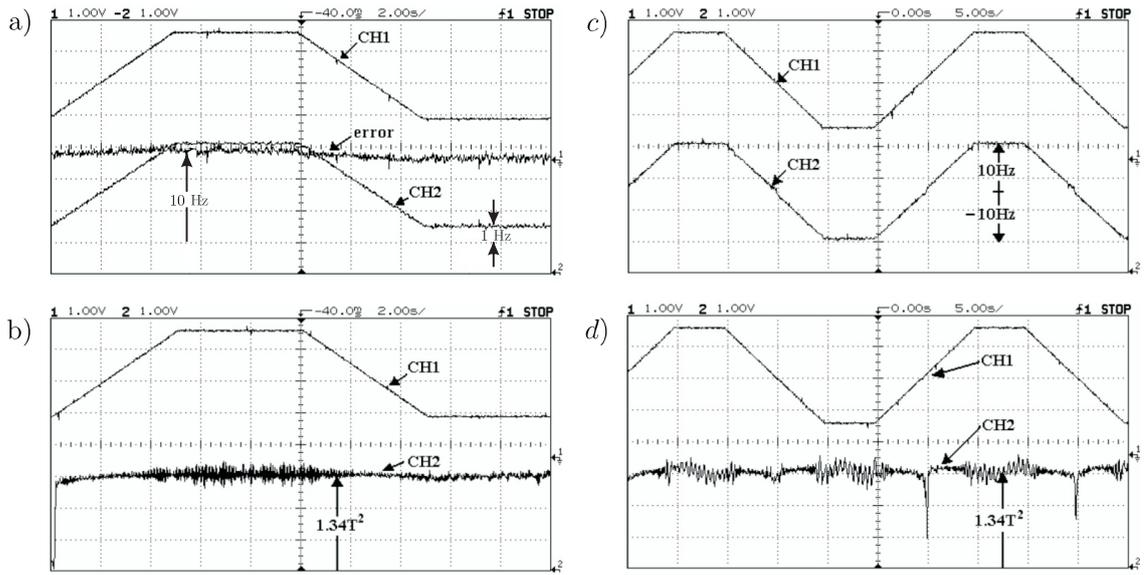


Figura 3.14: Resultados experimentales de control $V/f=cte$ *sensorless*. a) Velocidad de referencia una rampa entre 1 Hz y 10 Hz. Ch1: Velocidad de referencia F_{ref} , Ch2: Velocidad medida f_r . El $error = F_{ref} - f_r$ tiene un módulo menor a 0,33 Hz. Escala Ch1 y 2: $\frac{10 \text{ Hz}}{3 \text{ div}} X - \frac{10 \text{ Hz}}{3}$ con X : número de divisiones. b) Misma referencia de velocidad Ch1: F_{ref} , Ch2: $\left| \hat{\phi}_r^s \right|^2$. Escala de Ch2: $\frac{1,34T^2}{3 \text{ div}} X$. c) Velocidad de referencia una rampa entre ± 10 Hz. Ch1: F_{ref} , Ch2: f_r . Escala Ch1 y 2: $\frac{20 \text{ Hz}}{3 \text{ div}} X - \frac{50 \text{ Hz}}{3}$. d) Misma referencia de velocidad. Ch1: F_{ref} , Ch2: $\left| \hat{\phi}_r^s \right|^2$.

controlador funciona ante cambios en el sentido de giro del rotor. Sin embargo, en los cruces por velocidad cero se producen pequeños errores en el flujo estimado. Estos se deben a las saturaciones introducidas para evitar la indeterminación de (3.39) y de (3.48).

En la Figura 3.14 se muestran los resultados experimentales obtenidos en esta tesis. En las Figuras 3.14a y 3.14b la velocidad de referencia fue una rampa entre 1 Hz y 10 Hz. En la Figura 3.14a se muestra la velocidad de referencia, la velocidad medida y el error entre ambas en Hz. Este error es menor a 0,33 Hz, lo que muestra que la estimación de velocidad tiene un error máximo del 3% y comprueba el funcionamiento del esquema de control. En la 3.14b se muestra la velocidad de referencia en Hz junto con $\left| \hat{\phi}_r^s \right|^2$ en T^2 . Estos resultados coinciden con la simulación. En las Figuras 3.14c y 3.14d la velocidad de referencia es una rampa entre ± 10 Hz. En la Figura 3.14c se muestra la velocidad de referencia y la velocidad medida. En la Figura 3.14d se muestra la velocidad

de referencia y $\left\| \hat{\phi}_r^s \right\|^2$. En los cruces por velocidad cero el error en la estimación del módulo del flujo rotórico es mucho mayor que en las simulaciones. Esto se atribuye a desajuste de parámetros. En estas pruebas no se aplicó torque de carga.

3.3. Control vectorial

3.3.1. Fundamentos teóricos

El control dinámico del motor de inducción es difícil, pues las ecuaciones que lo modelan son no lineales. La idea del control vectorial es aplicar transformaciones no lineales a estas ecuaciones para llevarlas a un sistema de coordenadas donde el problema de control tenga una solución conocida. Lo que se busca es lograr un control de torque independiente del control del flujo, como el que se observa en un motor de corriente continua (MCC) de excitación independiente. En el MCC, el torque eléctrico es

$$T_e = K_1 \phi_f i_a, \quad (3.50)$$

donde K_1 es una constante, ϕ_f es el flujo generado por la bobina de campo e i_a es la corriente de armadura. Como el MCC está construido para que el campo generado por la bobina de armadura y el generado por la bobina de campo sean siempre perpendiculares espacialmente, las variaciones que se produzcan en cada uno no afectan al otro, salvo efectos de segundo orden. Esto quiere decir que dejando fija la corriente de campo, el flujo de campo ϕ_f se mantendrá constante, independientemente de las variaciones de la corriente de armadura (siempre que la máquina disponga de devanados de reacción de armadura). Es decir, el torque generado seguirá la dinámica de la corriente de armadura, por lo que controlando esta corriente se controla la velocidad del motor.

La ecuación de torque del MI

$$T_e = \frac{M}{L_r} \phi_r^s \times i_s^s, \quad (3.51)$$

puede ser llevada a una forma similar a (3.50) aplicando una transformación de rotación a un nuevo sistema de coordenadas. Esta transformación debe alinear uno de los ejes del nuevo sistema de coordenadas con el vector espacial de flujo. Llamando a este nuevo sistema de coordenadas dq , si se alinea el eje d con el flujo entonces el flujo transformado a dq tendrá su componente d igual a $||\phi_r^s||$ y su componente q igual a cero. Esto permite reescribir (3.51) como

$$T_e = \frac{M}{L_r} \phi_{rd} i_{sq}, \quad (3.52)$$

donde

$$\begin{aligned} \phi_r^{dq} &= [\phi_{rd} \ 0]' = T_{\alpha\beta/dq} \phi_r^s, \\ i_s^{dq} &= [i_{sd} \ i_{sq}]' = T_{\alpha\beta/dq} i_s^s, \end{aligned}$$

y con $T_{\alpha\beta/dq}$ a definir en breve. Si fuera posible controlar ϕ_{rd} e i_{sq} independientemente, entonces se podría controlar el MI utilizando los mismos controladores lineales que para el MCC de excitación independiente. La transformación propiamente dicha se define en base a la Figura 3.15 como

$$T_{\alpha\beta/dq} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \text{sen}(\theta) \\ -\text{sen}(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix}, \quad (3.53)$$

donde θ es la posición del vector de flujo, medida desde el eje α . Este ángulo puede obtenerse a partir de las componentes del flujo rotórico en coordenadas $\alpha\beta$ de la siguiente manera,

$$\theta = \text{atan}\left(\frac{\phi_{r\beta}}{\phi_{r\alpha}}\right). \quad (3.54)$$

Aplicando la transformación (3.53) a las ecuaciones (2.63)-(2.65), se obtiene el modelo

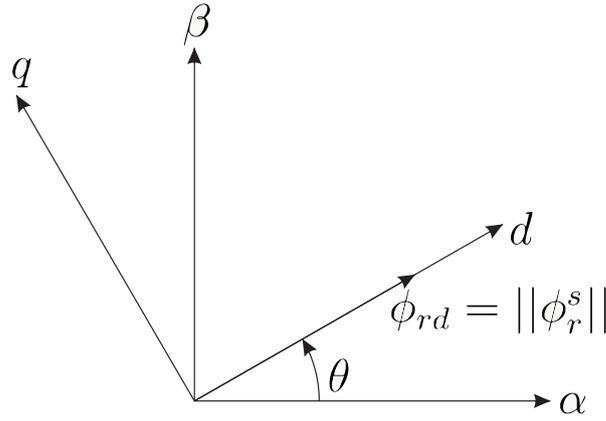


Figura 3.15: Sistema de coordenadas dq .

en coordenadas dq ,

$$v_s^{dq} = R_s i_s^{dq} + L_s \sigma \left(\frac{di_s^{dq}}{dt} + j\omega i_s^{dq} \right) + \frac{M}{L_r} \left(\frac{d\phi_r^{dq}}{dt} + j\omega \phi_r^{dq} \right), \quad (3.55)$$

$$\frac{d\phi_r^{dq}}{dt} = \frac{M}{\tau_r} i_s^{dq} - \left(j\omega_{sl} + \frac{1}{\tau_r} \right) \phi_r^{dq}, \quad (3.56)$$

$$J \frac{d\omega_r}{dt} = \frac{M}{L_r} \phi_{rd} i_{sq} - T_l - B\omega_r. \quad (3.57)$$

Separando (3.55) y (3.56) en parte real e imaginaria se obtiene

$$v_{sd} = R_s i_{sd} + L_s \sigma \frac{di_{sd}}{dt} + \frac{M}{L_r} \frac{d\phi_{rd}}{dt} + [-L_s \sigma \omega i_{sq}], \quad (3.58)$$

$$v_{sq} = R_s i_{sq} + L_s \sigma \frac{di_{sq}}{dt} + [L_s \sigma \omega i_{sd} + \frac{M}{L_r} \omega \phi_{rd}], \quad (3.59)$$

$$i_{sd} = \frac{1}{M} \left(\tau_r \frac{d\phi_{rd}}{dt} + \phi_{rd} \right), \quad (3.60)$$

$$\omega_{sl} = \frac{M}{\tau_r} \frac{i_{sq}}{\phi_{rd}}. \quad (3.61)$$

De (3.60) se encuentra que i_{sd} controla el módulo del flujo a través de una ecuación diferencial de primer orden con constante de tiempo $1/\tau_r$. De (3.61) se encuentra que, para un flujo de módulo constante, i_{sq} controla la velocidad de deslizamiento y, por lo tanto, el torque electromagnético generado, como muestra (3.57). Es lógico dejar $\phi_{rd} = cte$ y controlar el torque con i_{sq} (siempre que no se trabaje en la zona de debilitamiento de campo), pues su control sobre el torque es directo, mientras que la respuesta ante

variaciones de i_{sd} está retardada por $1/\tau_r$ ([36]). Si el motor se controla por corriente, las ecuaciones (3.58) y (3.59) no tienen efecto sobre el control. En este caso, el control es análogo al del MCC, donde i_{sd} representa la corriente de campo e i_{sq} la de armadura. Si el motor se controla por tensión, los términos cruzados en (3.58) y (3.59), marcados entre corchetes, no permiten controlar las corrientes independientemente. Estos términos introducirán perturbaciones en el flujo ante variaciones de velocidad y viceversa. En esta tesis el control del MI se realizó por tensión.

3.3.2. Estimadores de flujo

Para realizar un FOC es necesario conocer el vector de flujo, ya sea estático o rotórico. En la práctica, el flujo es una variable difícil de medir ([27]). Por este motivo, se utilizan estimadores basados en el modelo del MI. Los dos estimadores clásicos que existen son el basado en la ecuación estática (modelo de tensión) y el basado en la ecuación rotórica (modelo de corriente), que se presentan a continuación.

Estimación por modelo de tensión

Este estimador está basado en la ecuación estática del modelo del MI y es de lazo abierto. Integrando la ecuación (2.63) se puede estimar ϕ_r^s como

$$\hat{\phi}_r^s = \frac{L_r}{M} \left[\int (v_s^s - R_s i_s^s) dt - L_s \sigma i_s^s \right] \quad (3.62)$$

Por ser de lazo abierto, si las condiciones iniciales del estimador difieren de las del motor, el flujo estimado nunca convergerá al flujo real. Además, otro problema de este estimador es el integrador, pues en la práctica, introduce problemas de deriva. Esto se debe a que el más mínimo error de *offset* en la medición de la corriente i_s^s , inevitable en la práctica, es integrado, produciendo así la deriva del flujo estimado. Para evitar este problema, por

lo general se suele implementar el integrador como un filtro pasa bajos de la forma,

$$F(s) = \frac{1}{s + 2\pi f_c}, \quad (3.63)$$

donde s es la variable del campo transformado de Laplace y f_c es la frecuencia de corte. Sin embargo, debido a que (3.63) no representa una integral para frecuencias cercanas y menores a f_c , la precisión del estimador se deteriora en el rango de bajas frecuencias y, por lo tanto, en el rango de bajas velocidades.

Estimación por modelo de corriente

Este estimador está basado en la ecuación rotórica (2.64) del modelo del MI. Resolviendo esta ecuación diferencial, que se repite a continuación,

$$\frac{d\hat{\phi}_r^s}{dt} = \frac{M}{\tau_r} i_s^s + (jn_p\omega_r - \frac{1}{\tau_r})\hat{\phi}_r^s, \quad (3.64)$$

se obtiene el flujo estimado. Este estimador requiere, además de la medición de la corriente i_s^s , la medición de la velocidad mecánica del MI. Sin embargo, a diferencia del estimador basado en el modelo de tensión, este funciona en todo el rango de velocidades, pues no requiere el uso de integradores puros. Además, ante condiciones iniciales diferentes a las del MI, este estimador converge, como se muestra a continuación. Planteando el error entre el flujo rotórico (2.64) y el flujo rotórico estimado (3.64), se obtiene

$$\frac{de_{\phi_r}}{dt} = (jn_p\omega_r - \tau_r^{-1})e_{\phi_r}, \quad (3.65)$$

donde $e_{\phi_r} = \phi_r^s - \hat{\phi}_r^s$. Definiendo la función candidata de Lyapunov,

$$V = \frac{1}{2}e_{\phi_r}e_{\phi_r}^*, \quad (3.66)$$

su derivada es

$$\frac{dV}{dt} = \frac{1}{2} \left(\frac{de_{\phi_r}}{dt} e_{\phi_r}^* + \frac{de_{\phi_r}^*}{dt} e_{\phi_r} \right). \quad (3.67)$$

Reemplazando (3.65) en esta ecuación, se obtiene

$$\frac{dV}{dt} = -\tau_r^{-1} \|e_{\phi_r}\|, \quad (3.68)$$

que es siempre negativa, lo que indica que el estimador converge para cualquier condición inicial. Notando que de (3.66) esta ecuación puede escribirse como

$$\frac{d\|e_{\phi_r}\|}{dt} = -2\tau_r^{-1} \|e_{\phi_r}\|, \quad (3.69)$$

se deduce que la velocidad de convergencia de este estimador es la mitad de la constante de tiempo rotórica τ_r . En muchos casos, este tiempo de convergencia de la estimación puede no ser aceptable. En estos casos se utiliza el observador de Luenberger.

Observador de Luenberger

El observador de Luenberger es un estimador de lazo cerrado que utiliza el modelo de tensión y el de corriente del MI. En principio, es similar al estimador por modelo de corriente, ya que requiere la medición de la corriente i_s^s y de la velocidad del rotor. Sin embargo, el observador de Luenberger permite elegir la velocidad de convergencia de la estimación de forma arbitraria. En este caso particular, se utiliza un observador de orden reducido, para estimar sólo los estados desconocidos ([30] y [57]). Cuando las mediciones son ruidosas se utilizan observadores de orden completo, ya que los estados estimados correspondientes a estas mediciones ruidosas serán versiones filtradas de las mismas ([57]). Reemplazando (2.64) en (2.63) y despejando di_s^s/dt se obtiene

$$\frac{di_s^s}{dt} = \frac{1}{L_s\sigma} \left[v_s^s - \left(R_s + \frac{M^2}{L_r\tau_r} \right) i_s^s - \frac{M}{L_r} (jn_p\omega_r - \frac{1}{\tau_r}) \phi_r^s \right]. \quad (3.70)$$

Esta ecuación junto con el modelo de corriente dado por (2.64), permiten plantear el observador de Luenberger de orden reducido como

$$\frac{d\hat{\phi}_r^s}{dt} = \frac{M}{\tau_r} i_s^s + (jn_p \omega_r - \frac{1}{\tau_r}) \hat{\phi}_r^s + g \left(\frac{di_s^s}{dt} - \frac{d\hat{i}_s^s}{dt} \right), \quad (3.71)$$

$$\frac{d\hat{i}_s^s}{dt} = \frac{1}{L_s \sigma} \left[v_s^s - \left(R_s + \frac{M^2}{L_r \tau_r} \right) i_s^s - \frac{M}{L_r} (jn_p \omega_r - \frac{1}{\tau_r}) \hat{\phi}_r^s \right], \quad (3.72)$$

donde g es la ganancia que controla la velocidad de convergencia del observador. Para evitar calcular la derivada de i_s^s se define

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{d\hat{\phi}_r^s}{dt} - g \frac{di_s^s}{dt}. \quad (3.73)$$

Utilizando esta ecuación junto con (3.71) y (3.72), el observador resulta,

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{M}{\tau_r} i_s^s + (jn_p \omega_r - \frac{1}{\tau_r}) \hat{\phi}_r^s + -g \frac{di_s^s}{dt}, \quad (3.74)$$

$$\frac{d\hat{i}_s^s}{dt} = \frac{1}{L_s \sigma} \left[v_s^s - \left(R_s + \frac{M^2}{L_r \tau_r} \right) i_s^s - \frac{M}{L_r} (jn_p \omega_r - \frac{1}{\tau_r}) \hat{\phi}_r^s \right], \quad (3.75)$$

$$\hat{\phi}_r^s = \varepsilon + g i_s^s. \quad (3.76)$$

A continuación se demostrará la estabilidad del estimador y se calculará su velocidad de convergencia. De (3.70) y (3.75),

$$\frac{de_{i_s}}{dt} = -\frac{M}{L_s L_r \sigma} (jn_p \omega_r - \tau_r^{-1}) e_{\phi_r}, \quad (3.77)$$

donde $e_{i_s} = i_s^s - \hat{i}_s^s$ y $e_{\phi_r} = \phi_r^s - \hat{\phi}_r^s$. De (2.64) y (3.71),

$$\frac{de_{\phi_r}}{dt} = (jn_p \omega_r - \tau_r^{-1}) e_{\phi_r} - g \frac{de_{i_s}}{dt}. \quad (3.78)$$

Combinando estas dos últimas ecuaciones, se obtiene

$$\frac{de_{\phi_r}}{dt} = (jn_p \omega_r - \tau_r^{-1}) \left(1 + \frac{Mg}{L_s L_r \sigma} \right) e_{\phi_r}. \quad (3.79)$$

Utilizando la función candidata de Lyapunov (3.66), se tiene que

$$\frac{dV}{dt} = -\tau_r^{-1} \left[1 + \frac{Mg}{L_s L_r \sigma} \right] \|e_{\phi_r}\| < 0 \quad \forall g > 0, \quad (3.80)$$

o, lo que es equivalente

$$\frac{d\|e_{\phi_r}\|}{dt} = -2\tau_r^{-1} \left[1 + \frac{Mg}{L_s L_r \sigma} \right] \|e_{\phi_r}\| < 0 \quad \forall g > 0. \quad (3.81)$$

Esta última ecuación demuestra convergencia exponencial a cero del error del estimador para toda ganancia $g > 0$. Además, demuestra que la velocidad de convergencia es arbitraria y está dada por la constante de tiempo $(\tau_r/2)[1 + Mg/(L_s L_r \sigma)]^{-1}$. Este observador será utilizado en la próxima sección para estimar el flujo en el esquema de control vectorial directo.

3.3.3. *Field Oriented Control* (FOC) sin compensación de términos cruzados

Un esquema de control vectorial directo, o *field oriented control*, se muestra en la Figura 3.16. Este controlador requiere la medición de la velocidad y de las corrientes del MI. Las corrientes son capturadas por los amperímetros A y son transformadas por el bloque $T_{abc/\alpha\beta}$ a coordenadas $\alpha\beta$ utilizando la transformación (2.66). El bloque *Estimador de ϕ_r^s* estima el flujo rotórico. En este caso se utilizó el observador de Luenberger, que requiere la corriente i_s^s , la tensión v_s^s y la velocidad angular del rotor ω_r . Con las componentes del flujo rotórico el estimador calcula $\hat{\theta}$, el ángulo espacial estimado del flujo rotórico, a partir de la ecuación (3.54). Luego, el flujo rotórico y la corriente estática son transformados a coordenadas dq , a través de (3.53), donde el MI queda representado por (3.58)-(3.61). Como se mencionó en la subsección 3.3.1, si el control se realiza por tensión, los términos cruzados en (3.58) y (3.59) impiden controlar el flujo y la velocidad de forma independiente. Si se considera que el término $[-L_s \sigma \omega i_{sq}]$ de (3.58) y el término $[L_s \sigma \omega i_{sd} + M \omega \phi_{rd}/L_r]$

de (3.59) son perturbaciones, entonces puede aplicarse teoría de control lineal al sistema

$$v_{sd} = R_s i_{sd} + L_s \sigma \frac{di_{sd}}{dt} + \frac{M}{L_r} \frac{d\phi_{rd}}{dt}, \quad (3.82)$$

$$v_{sq} = R_s i_{sq} + L_s \sigma \frac{di_{sq}}{dt}, \quad (3.83)$$

$$i_{sd} = \frac{1}{M} \left(\tau_r \frac{d\phi_{rd}}{dt} + \phi_{rd} \right), \quad (3.84)$$

$$\omega_{sl} = \frac{M}{\tau_r} \frac{i_{sq}}{\phi_{rd}}, \quad (3.85)$$

que son las ecuaciones del MI en coordenadas dq , ignorando los términos cruzados. Si las ganancias de los controladores son suficientemente altas, el efecto de estas perturbaciones será atenuado.

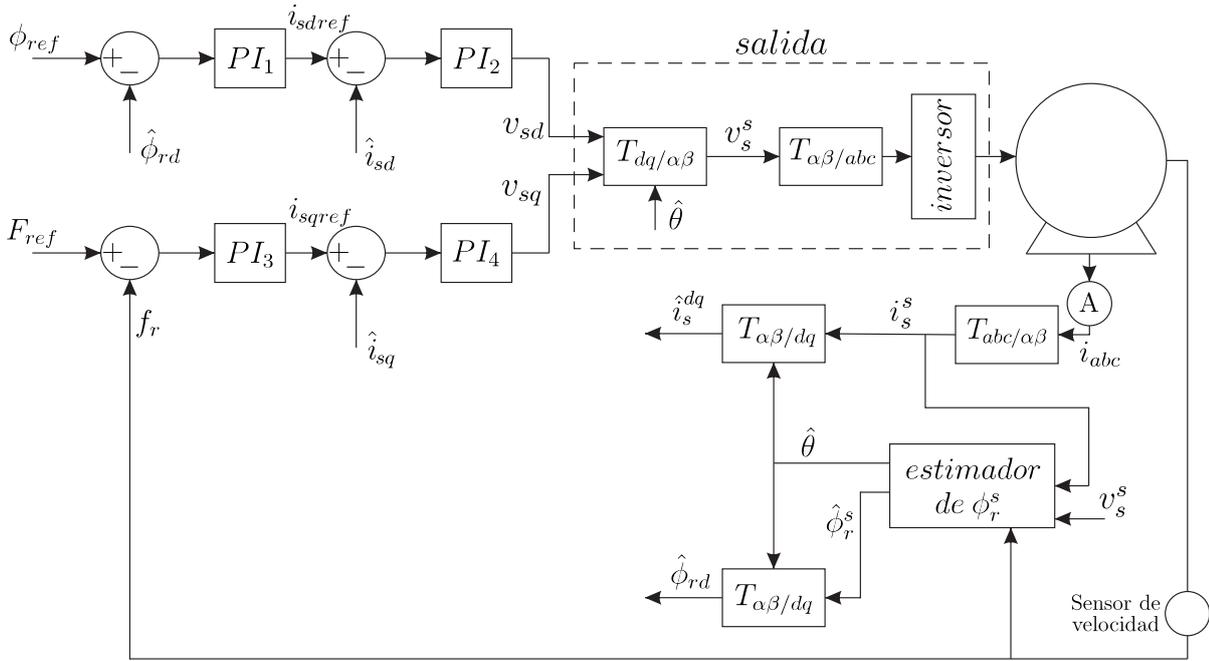


Figura 3.16: FOC sin compensación de términos cruzados.

Al diseñar los controladores para una aplicación práctica, se busca atenuar los efectos de las perturbaciones. Sin embargo, con el fin de apreciar los efectos que producen los términos cruzados de (3.58) y (3.59) en las variables de control, las ganancias utilizadas en las simulaciones y resultados experimentales de esta subsección fueron elegidas empíricamente. A los fines de completitud, se presenta un criterio para la correcta elección de

las mismas.

Diseño de los controladores

Como las ecuaciones (3.82) y (3.84) están desacopladas de (3.83) y (3.85), el diseño de los controladores para la componente d es independiente del diseño para la componente q . Tanto el control de flujo como el de velocidad, se pueden realizar mediante dos lazos. Un lazo interno rápido, de control de corriente, y un lazo externo lento. El lazo externo brindará una referencia de corriente al interno. Al ser el lazo interno más rápido que el externo, para el lazo externo la corriente real seguirá casi instantáneamente a la de referencia. Esto permite realizar el diseño del controlador lento y el rápido de forma independiente.

Se presenta a continuación el criterio para el diseño del lazo de flujo.

Controlador PI_1 , lazo de flujo

La ecuación (3.84) puede escribirse en el campo transformado de Laplace como,

$$\phi_r^s = \frac{M}{\tau_r s + 1} i_{sd}. \quad (3.86)$$

De la Figura 3.16 resulta que,

$$i_{sd} = \left(k_p + \frac{k_i}{s}\right)(\phi_{ref} - \phi_r^s). \quad (3.87)$$

Combinando esta ecuación con (3.86) se obtiene

$$\phi_r^s = \frac{M(k_p s + k_i)}{\tau_r s^2 + (1 + M k_p)s + M k_i} \phi_{ref}. \quad (3.88)$$

Los valores de k_p y k_i pueden ser elegidos computando la respuesta al escalón de (3.88) para obtener el tiempo de trepada deseado.

A continuación se desarrolla el criterio para la elección de las ganancias del lazo de

corriente.

Controlador PI_2 , lazo de i_{sd}

Reemplazando (3.84) en (3.82) y planteando el resultado en el campo transformado de Laplace, se obtiene

$$i_{sd} = \frac{L_r(\tau_r s + 1)}{(\tau_r L_s L_r \sigma)s^2 + (R_s L_r \tau_r + L_s L_r \sigma + M^2)s + L_r R_s} v_{sd}. \quad (3.89)$$

De la Figura 3.16,

$$v_{sd} = \left(k_p + \frac{k_i}{s}\right)(i_{sdref} - i_{sd}). \quad (3.90)$$

Reemplazando esta ecuación en (3.89), resulta

$$i_{sd} = \frac{L_r[\tau_r k_p s^2 + (\tau_r k_i + k_p)s + k_i]i_{sdref}}{b_3 s^3 + b_2 s^2 + b_1 s + b_0}. \quad (3.91)$$

donde

$$\begin{aligned} b_3 &= \tau_r L_s L_r \sigma, \\ b_2 &= R_s L_r \tau_r + L_s L_r \sigma + M^2 + L_r \tau_r k_p, \\ b_1 &= L_r R_s + L_r \tau_r k_i + L_r k_p, \\ b_0 &= L_r k_i. \end{aligned}$$

Los valores de k_p y k_i pueden ser elegidos computando la respuesta al escalón de (3.91) para obtener el tiempo de trepada deseado. Notese que este tiempo de trepada debe ser más rápido que el del lazo de control de flujo.

Controlador PI_3 , lazo de velocidad

Para el lazo de control de velocidad se utiliza la ecuación mecánica (3.57), suponiendo torque de carga cero y flujo rotórico constante e igual al flujo rotórico nominal. En el

campo transformado de Laplace, esta ecuación resulta

$$f_r = \frac{M}{2\pi L_r} \phi_{rd} \frac{1}{Js + B} i_{sq}. \quad (3.92)$$

De la Figura 3.16 se obtiene que

$$i_{sq} = \left(k_p + \frac{k_i}{s}\right) (F_{ref} - f_r). \quad (3.93)$$

Combinando esta ecuación con (3.92) se obtiene,

$$f_r = \frac{M}{2\pi L_r} \phi_{rd} \frac{k_p s + k_i}{Js^2 + (B + \frac{M}{L_r} \phi_{rd} k_p) s + \frac{M}{L_r} \phi_{rd} k_i} F_{ref}. \quad (3.94)$$

Los valores de k_p y k_i pueden ser elegidos computando la respuesta al escalón de (3.91) para obtener el tiempo de trepada deseado.

Controlador PI_4 , lazo de i_{sq}

De la Figura 3.16 se obtiene que

$$v_{sq} = \left(k_p + \frac{k_i}{s}\right) (i_{qref} - i_{sq}). \quad (3.95)$$

Combinando esta ecuación con (3.83) expresada en el campo transformado de Laplace, resulta

$$i_{sq} = \frac{k_p s + k_i}{L_s \sigma s^2 + (R_s + k_p) s + k_i} F_{ref}. \quad (3.96)$$

Los valores de k_p y k_i pueden ser elegidos computando la respuesta al escalón de (3.91) para obtener el tiempo de trepada deseado. Notese que este tiempo de trepada debe ser más rápido que el del lazo de control de velocidad.

En la siguiente subsección se presentan las simulaciones y los resultados experimentales obtenidos implementando este esquema de control.

Simulaciones y resultados experimentales

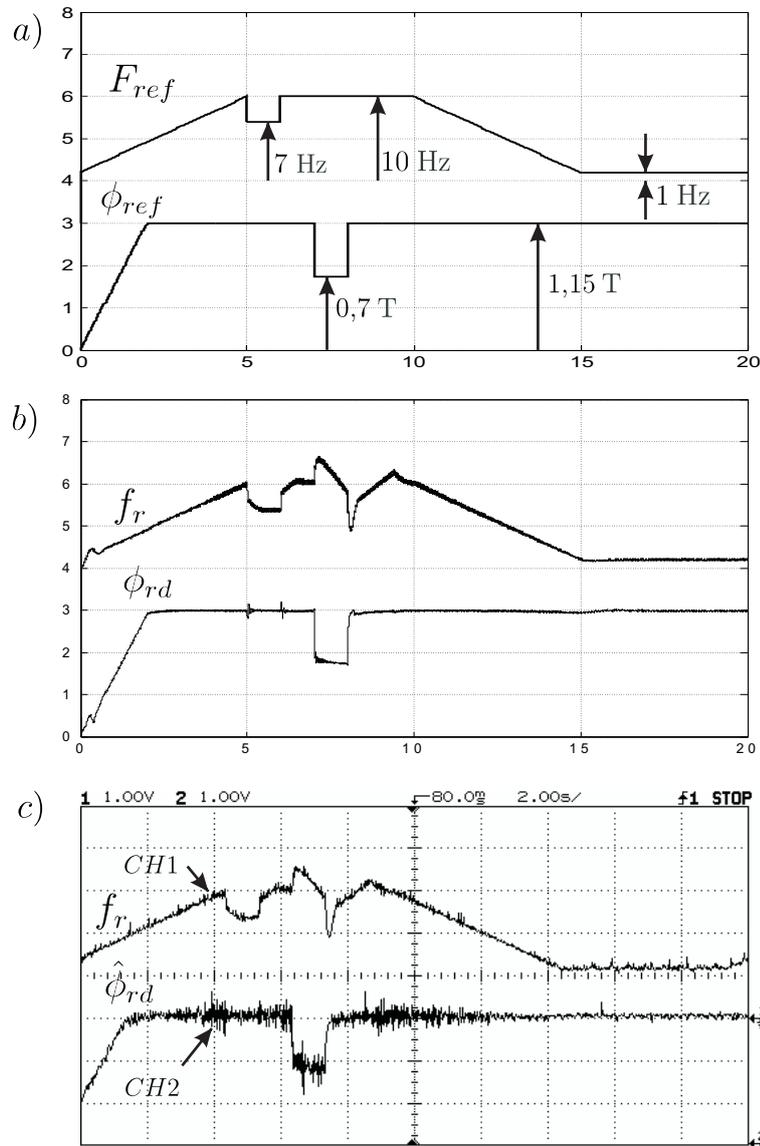


Figura 3.17: Controlador FOC sin compensación de términos cruzados. a) Referencia de velocidad F_{ref} y de flujo rotórico ϕ_{ref} utilizada en la simulación y en los resultados experimentales. Se introducen escalones en F_{ref} y ϕ_{ref} para observar el efecto de los términos cruzados. b) Simulación. Se muestra el efecto de los términos cruzados en la velocidad f_r y el flujo rotórico ϕ_{rd} . c) Resultados experimentales. Se muestra el efecto de los términos cruzados en f_r y $\hat{\phi}_{rd}$. Escala Ch1: $\frac{5 \text{ Hz}}{\text{div}} X - 5 \text{ Hz}$. Escala Ch2: $\frac{1,15 \text{ T}}{\text{div}} X$ con X : número de divisiones.

A continuación se presentan las simulaciones y resultados experimentales del FOC sin compensación de términos cruzados. La transformación a coordenadas $\alpha\beta$ utilizada para la implementación del mismo fue la transformación con constante $c = \sqrt{2/3}$. Se imple-

mentó el estimador de flujo rotórico basado en el observador de Luenberger presentado en la subsección 3.3.2. Las ganancias de los controladores y del estimador fueron obtenidas empíricamente, y se eligieron para que el efecto de perturbación de los términos cruzados sea apreciable. Las mismas son

$$PI1 : \quad k_{p1} = 25, \quad k_{i1} = 50,$$

$$PI2 : \quad k_{p2} = 20, \quad k_{i2} = 20,$$

$$PI3 : \quad k_{p3} = 5, \quad k_{i3} = 50,$$

$$PI4 : \quad k_{p4} = 5, \quad k_{i4} = 10,$$

$$\text{Ganancia del estimador : } g = 0,03.$$

Para observar el efecto de los términos cruzados, se utilizó una referencia de velocidad de tipo rampa, variante entre 1 Hz y 10 Hz, que contiene una variación brusca de tipo escalón. También se introdujo una variación de tipo escalón en la referencia de flujo rotórico. Esas referencias se muestran en la Figura 3.17a. En la misma se muestra la velocidad de referencia F_{ref} y el flujo rotórico de referencia ϕ_{ref} . En la Figura 3.17b se muestran los resultados de simulación obtenidos. En la misma se muestra la velocidad medida f_r y el flujo rotórico ϕ_{rd} . En esta figura puede verse que el escalón introducido en la velocidad de referencia en $t = 5$ seg produce una pequeña variación en el flujo; sin embargo, el escalón de flujo produce una variación importante en la velocidad medida. Esto se debe en parte, a que el torque es proporcional al flujo ϕ_{rd} , pero se debe en una medida aún mayor, a las perturbaciones introducidas por los términos cruzados de las ecuaciones (3.58) y (3.59), ya que las ganancias de los controladores PI fueron elegidas lo suficientemente chicas como para observar el efecto de estas perturbaciones. Finalmente, en la Figura 3.17c se muestran los resultados experimentales obtenidos en esta tesis. En esta figura se muestra la velocidad medida f_r y el flujo rotórico estimado $\hat{\phi}_{rd}$. Como se puede observar, los resultados concuerdan exactamente con las simulaciones. La escala utilizada para la velocidad en la Figura 3.17 es: $\frac{5 \text{ Hz}}{\text{div}} X - 5 \text{ Hz}$, con X : número de divisiones.

La escala utilizada para el flujo es: $\frac{1,15T}{\text{div}} X$, con con X : número de divisiones.

3.3.4. FOC con compensación de términos cruzados.

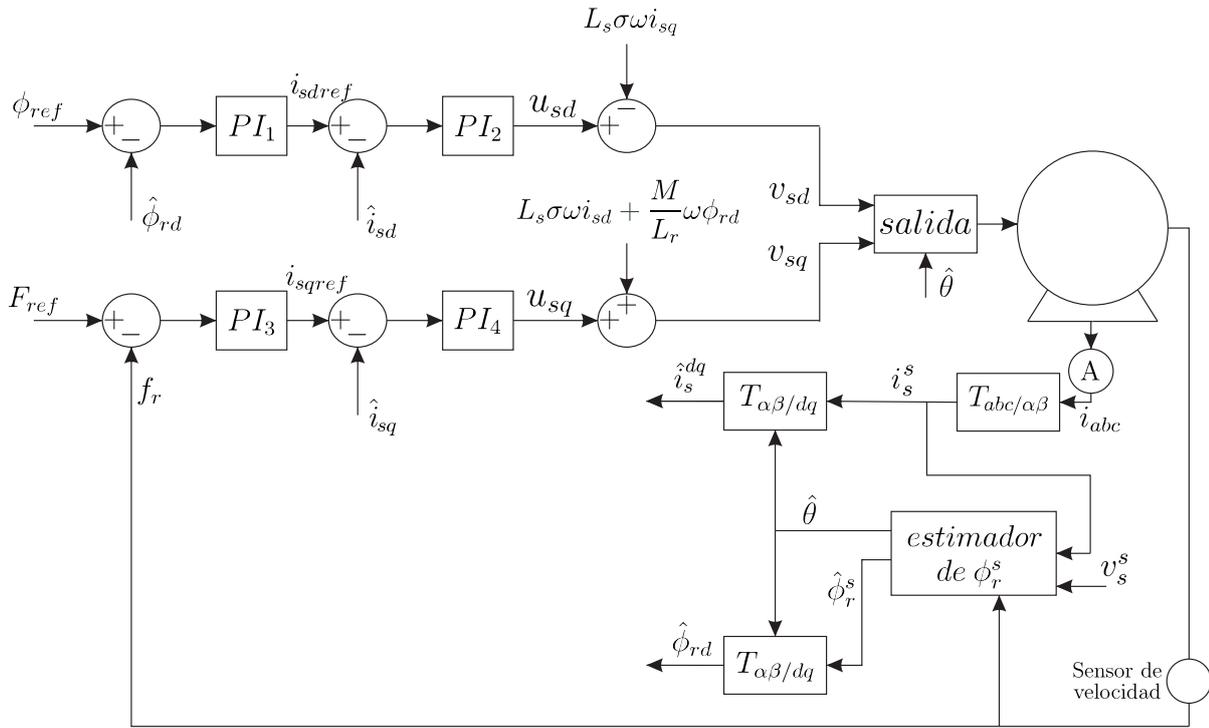


Figura 3.18: FOC con compensación de términos cruzados.

El esquema de control propuesto, con compensación de términos cruzados, se muestra en la Figura 3.18. Para disminuir el efecto del acoplamiento entre las ecuaciones (3.58) y (3.59), se puede intentar hacer una cancelación exacta de los términos de acoplamiento. En la práctica, debido a que los parámetros del modelo no coinciden exactamente con los parámetros reales, esta cancelación no será perfecta, pero atenuará los efectos de acoplamiento entre las ecuaciones. Para realizar la cancelación de los términos cruzados, se definen las siguientes variables auxiliares:

$$u_{sd} = v_{sd} + L_s \sigma \omega i_{sq}, \quad (3.97)$$

$$u_{sq} = v_{sq} - L_s \sigma \omega i_{sd} - \frac{M}{L_r} \omega \phi_{rd}. \quad (3.98)$$

Utilizando estas variables auxiliares en (3.58) y (3.59), el sistema desacoplado resulta,

$$u_{sd} = R_s i_{sd} + L_s \sigma \frac{di_{sd}}{dt} + \frac{M}{L_r} \frac{d\phi_{rd}}{dt}, \quad (3.99)$$

$$u_{sq} = R_s i_{sq} + L_s \sigma \frac{di_{sq}}{dt}. \quad (3.100)$$

$$(3.101)$$

Estas ecuaciones son iguales a las que resultaron en la subsección anterior luego de despreocupar los términos cruzados, y por lo tanto, pueden utilizarse los mismos criterios para el diseño de sus controladores. Sin embargo, con el fin de comparar los resultados, se utilizarán en la simulación y resultados experimentales las mismas ganancias empíricas usadas en la subsección anterior. En la Figura 3.18 se muestra que la cancelación de los términos cruzados se realiza implementando (3.97) y (3.98) en la salida de PI_2 y PI_4 respectivamente. La tensión aplicada al motor, se obtiene de estas ecuaciones como,

$$v_{sd} = u_{sd} - L_s \sigma \omega i_{sq}, \quad (3.102)$$

$$v_{sq} = u_{sq} + L_s \sigma \omega i_{sd} + \frac{M}{L_r} \omega \phi_{rd}. \quad (3.103)$$

Para implementar (3.102) y (3.103), es necesario calcular ω . De (3.61) y $\omega_{sl} = \omega - n_p \omega_r$ se obtiene,

$$\omega = \frac{M}{\tau_r} \frac{i_{sq}}{\phi_{rd}} + n_p \omega_r. \quad (3.104)$$

Esta ecuación indica cómo puede calcularse ω a partir de la corriente estática, el flujo estimado y la velocidad medida. A continuación se presentan las simulaciones y resultados experimentales obtenidos con este controlador.

Simulaciones y resultados experimentales

En la Figura 3.19 se muestran los resultados de simulación y experimentales para este controlador. La referencia de velocidad y flujo fue la misma que en la Figura 3.17a, y las ganancias de los controladores fueron iguales a las del FOC sin compensación de

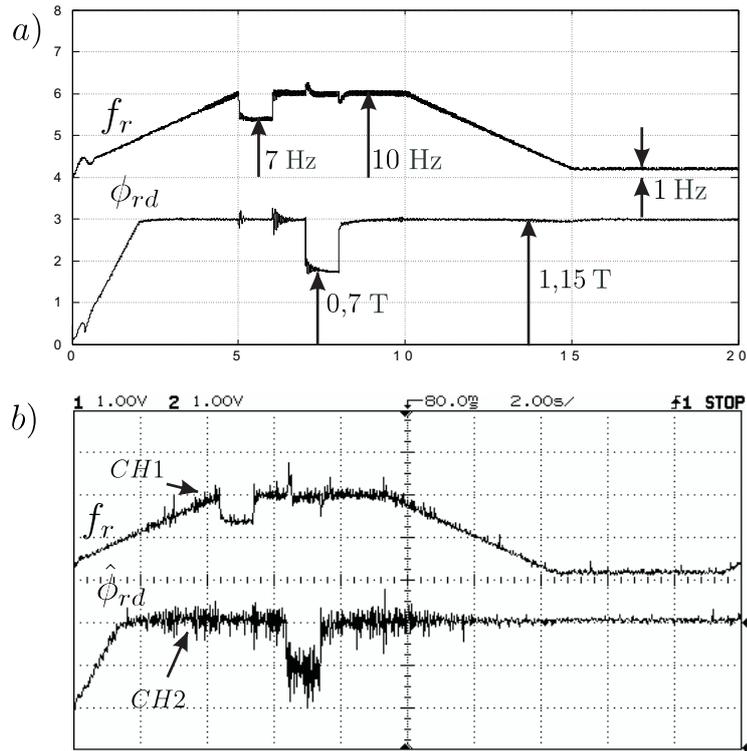


Figura 3.19: Controlador FOC con compensación de términos cruzados. a) Simulación. Se muestra que el efecto de los términos cruzados en la velocidad f_r y el flujo rotórico ϕ_{rd} es atenuado por la compensación. b) Resultados experimentales. Se muestra que el efecto de los términos cruzados en f_r y $\hat{\phi}_{rd}$ es atenuado por la compensación. Escala Ch1: $\frac{5 \text{ Hz}}{\text{div}} X - 5 \text{ Hz}$. Escala Ch2: $\frac{1,15T}{\text{div}} X$ con X : número de divisiones.

términos cruzados. También se utilizó el observador de Luenberger para estimar el flujo rotórico. La Figura 3.19a, muestra los resultados de simulación. En la misma se muestra la velocidad medida f_r y el flujo rotórico ϕ_{rd} . Se observa que la velocidad medida sigue mejor el escalón de referencia que ocurre en $t = 5$ seg. Además, la compensación de términos cruzados mejora notablemente la respuesta de la velocidad ante una variación de tipo escalón en el flujo rotórico. Los pequeños picos que aún aparecen en la velocidad medida, son atribuibles al efecto de control que ejerce el flujo rotórico sobre el torque eléctrico generado, como muestra (3.57), y al hecho de que las ganancias de PI_3 y PI_4 no son suficientemente grandes como para atenuar este efecto. En la Figura 3.19b se muestran los resultados experimentales obtenidos en esta tesis. En la misma se muestra la velocidad medida f_r junto con el flujo rotórico estimado $\hat{\phi}_{rd}$. Los resultados obtenidos

en este experimento coinciden con los resultados de simulación.

3.3.5. Indirect field oriented control (IFOC)

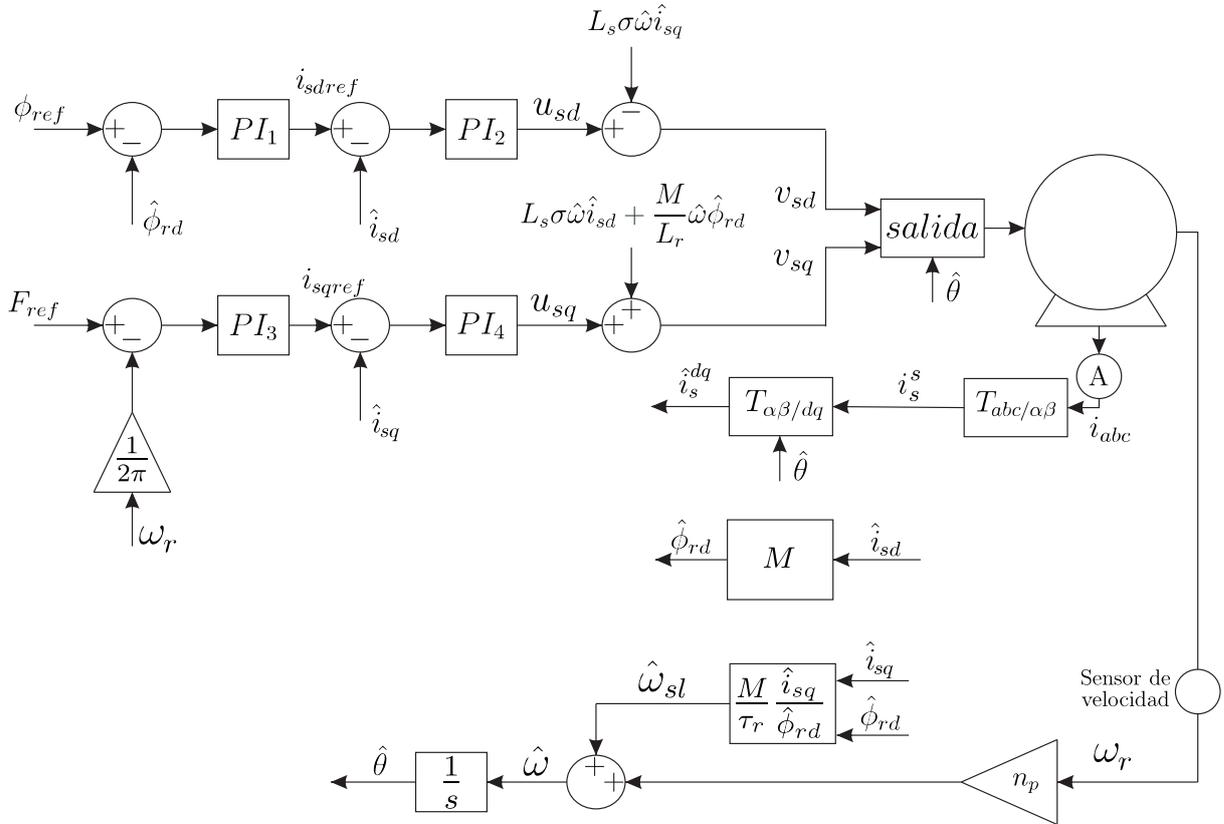


Figura 3.20: Esquema de control IFOC.

El IFOC, o control vectorial indirecto, es muy popular en aplicaciones industriales. Esto se debe a que, a pesar de ser muy similar al FOC, es más sencillo de implementar, pues la estimación del flujo suele hacerse, en principio, de una forma más simple. La diferencia principal que tiene con el FOC es la forma en que se obtiene el ángulo del vector de flujo rotórico. Este ángulo se calcula a partir del modelo del MI en coordenadas

dq , el cual se repite a continuación:

$$v_{sd} = R_s i_{sd} + L_s \sigma \frac{di_{sd}}{dt} + \frac{M}{L_r} \frac{d\phi_{rd}}{dt} + [-L_s \sigma \omega i_{sq}], \quad (3.105)$$

$$v_{sq} = R_s i_{sq} + L_s \sigma \frac{di_{sq}}{dt} + [L_s \sigma \omega i_{sd} + \frac{M}{L_r} \omega \phi_{rd}], \quad (3.106)$$

$$i_{sd} = \frac{1}{M} (\tau_r \frac{d\phi_{rd}}{dt} + \phi_{rd}), \quad (3.107)$$

$$\omega_{sl} = \frac{M}{\tau_r} \frac{i_{sq}}{\phi_{rd}}. \quad (3.108)$$

A partir de (3.107), se puede obtener una estimación de lazo abierto del flujo rotórico. Expresando esta ecuación en el campo transformado de Laplace, se obtiene,

$$\phi_{rd} = \frac{M}{\tau_r s + 1} i_{sd}. \quad (3.109)$$

Como normalmente el flujo rotórico se mantiene constante y en su valor nominal (salvo cuando se trabaja en la zona de debilitamiento de campo), la ecuación (3.109) se suele aproximar por, ([6])

$$\phi_{rd} = M i_{sd}. \quad (3.110)$$

Este es, en apariencia, un estimador de flujo mucho más sencillo que los planteados en la subsección 3.3.2. En realidad, en [17] se demuestra que este estimador es equivalente al estimador basado en el modelo de corriente presentado en la subsección 3.3.2, y por lo tanto, sufre de las mismas limitaciones. Para poder controlar el motor, es necesario transformar las señales de control de coordenadas dq a coordenadas $\alpha\beta$. Para esto se debe hallar la posición angular θ del vector de flujo rotórico. A partir de la definición de la velocidad de deslizamiento y de la ecuación (3.108), la frecuencia angular eléctrica, que es la derivada de la posición angular θ del vector de flujo, puede hallarse como,

$$\omega = n_p \omega_r + \frac{M}{\tau_r} \frac{i_{sq}}{\phi_{rd}}, \quad (3.111)$$

donde $\phi_{rd} = M i_{sd}$ y la velocidad del rotor ω_r es una variable medida. Integrando ω ,

puede obtenerse la posición angular θ del vector de flujo. Este método es útil cuando la velocidad del rotor ω_r se obtiene mediante un tacómetro. Si ω_r se obtiene procesando la señal angular proveniente de un *encoder*, entonces es conveniente integrar ω_{sl} y luego hallar θ como

$$\theta = n_p \theta_r + \int \frac{M}{\tau_r} \frac{i_{sq}}{\phi_{rd}} dt. \quad (3.112)$$

En la Figura 3.20 se muestra un esquema de IFOC, donde se utilizaron los mismos controladores que en el FOC con compensación de términos cruzados. A continuación se presentan las simulaciones realizadas a este esquema de control.

Simulaciones

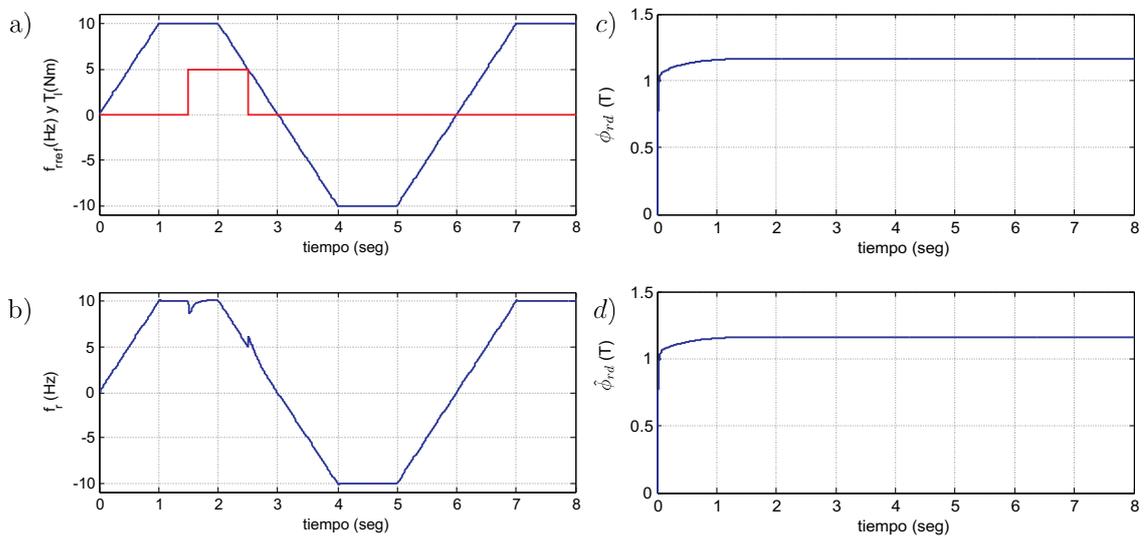


Figura 3.21: Simulación de IFOC. a) Velocidad de referencia F_{ref} y torque de carga T_l . b) Velocidad medida f_r . c) Módulo del flujo del MI ϕ_{rd} . d) Módulo del flujo estimado $\hat{\phi}_{rd}$.

Para la simulación se utilizaron las mismas ganancias que para el FOC. Estas se repiten

a continuación:

$$\begin{aligned}PI1 : \quad k_{p1} &= 25, \quad k_{i1} = 50, \\PI2 : \quad k_{p2} &= 20, \quad k_{i2} = 20, \\PI3 : \quad k_{p3} &= 5, \quad k_{i3} = 50, \\PI4 : \quad k_{p4} &= 5, \quad k_{i4} = 10,\end{aligned}\tag{3.113}$$

En la Figura 3.21a se muestra la velocidad de referencia F_{ref} en Hz y el torque de carga aplicado T_l en Nm. La referencia F_{ref} fue una rampa ente ± 10 Hz. El torque de carga fue un escalón de 5 Nm. En la Figura 3.21b se muestra la velocidad medida f_r en Hz. En la Figura 3.21c se muestra el módulo del flujo de la máquina ϕ_{rd} en T y en la Figura 3.21d el módulo del flujo estimado $\hat{\phi}_{rd}$ en T. Como se ve en las figuras el controlador funciona correctamente. No se obtuvieron resultados experimentales para este controlador.

3.3.6. *Sensorless* FOC

A continuación se presentan dos esquemas de FOC que utilizan estimadores de velocidad. Esto permite evitar el uso de sensores mecánicos, los cuales disminuyen la confiabilidad del sistema aumentando además su costo y la frecuencia con que requiere mantenimiento. Ambas estrategias evitan el uso de filtros pasabajos en sus estimadores de flujo. La segunda se basa en estructura variable.

Primera estrategia

Para este esquema de control se propone un estimador de flujo rotórico y velocidad que no contiene integradores de lazo abierto en sus estimadores y, en consecuencia, no sufre de las limitaciones en la zona de bajas velocidades que fueron vistas en la subsección 3.3.2. El estimador propuesto está basado en el que se utiliza en [32], pero evita la utilización de filtros pasabajos.

Estimador de flujo y velocidad

El estimador que se propone está basado en las ecuaciones (2.63) y (2.64), estimando la velocidad del rotor a través del producto vectorial entre la corriente estática medida y la estimada:

$$\frac{d\hat{i}_s^s}{dt} = \hat{k}_1 \left[v_s^s - \hat{i}_s^s \hat{R}_s - \hat{k}_2 \frac{d\hat{\phi}_r^s}{dt} \right], \quad (3.114)$$

$$\frac{d\hat{\phi}_r^s}{dt} = \frac{\hat{M}}{\hat{\tau}_r} \hat{i}_s^s - \left(\frac{1}{\hat{\tau}_r} - jn_p \hat{\omega}_r \right) \hat{\phi}_r^s, \quad (3.115)$$

$$\frac{d\hat{\omega}_r}{dt} = K(\hat{i}_s^s \times \hat{i}_s^s), \quad (3.116)$$

donde $\hat{k}_1 = 1/(\hat{\sigma}\hat{L}_s)$, $\hat{k}_2 = \hat{M}/\hat{L}_r$, \times representa producto vectorial y K es una constante definida por el diseñador. Los parámetros indicados con $\hat{}$ son los utilizados en el estimador, que pueden diferir de los parámetros reales. En la Figura 3.22 se muestra el diagrama en bloques que representa a estas ecuaciones. Este estimador es similar al MRAS (ver sección 3.4) en el sentido de que se utiliza un modelo de referencia y uno adaptable. La ecuación (3.114) se usa como modelo de referencia y la (3.115) como modelo adaptable. En este caso, la adaptación se basa en comparar las fases de \hat{i}_s^s e \hat{i}_s^s a través del producto vectorial planteado en (3.116). De acuerdo a esta ecuación, si las fases son diferentes el producto vectorial genera una señal de corrección que lleva la velocidad estimada $\hat{\omega}_r$ en la dirección correcta. Un esquema de adaptación similar fue propuesto en [35], donde se utiliza un controlador PI y el producto vectorial entre el error de estimación de corriente y el flujo estimado. A continuación se hará una descripción heurística del funcionamiento del estimador para el caso en que los parámetros del estimador coinciden con los de la máquina. Las ecuaciones (2.63) y (2.64) en estado estacionario pueden escribirse como

$$v_s^s = (R_s + j\omega\sigma L_s)i_s^s + j\omega k_2 \phi_r^s, \quad (3.117)$$

$$\phi_r^s = \frac{M k_2 R_r}{j\omega_{sl}M + k_2 R_r} i_s^s, \quad (3.118)$$

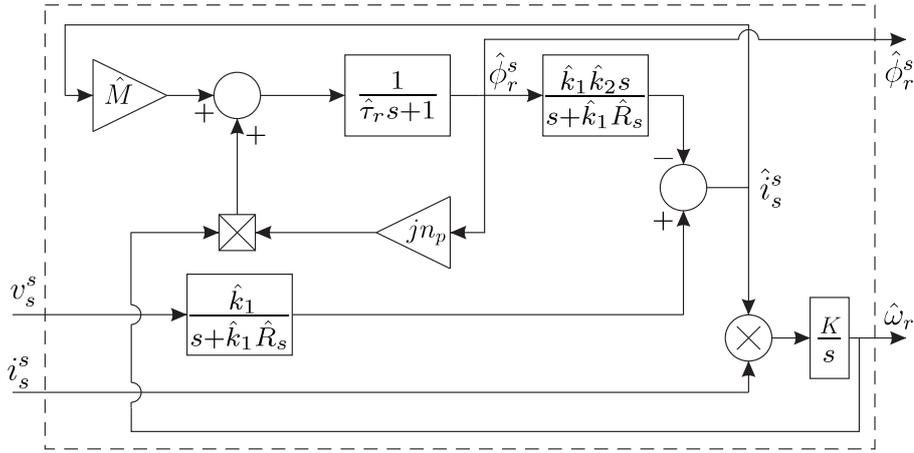


Figura 3.22: Estimador propuesto, diagrama en bloques.

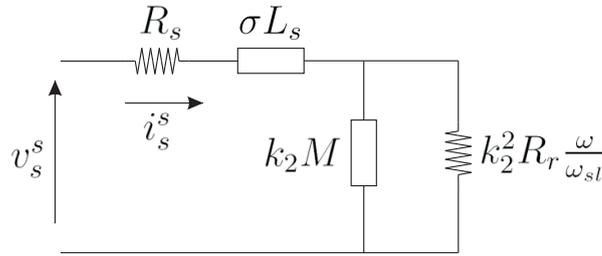


Figura 3.23: Representación circuital de (3.119).

que combinadas resultan en

$$v_s^s = \left(R_s + j\omega\sigma L_s + \frac{j\omega M k_2 k_2^2 R_r \frac{\omega}{\omega_{sl}}}{j\omega M k_2 + k_2^2 R_r \frac{\omega}{\omega_{sl}}} \right) i_s^s. \quad (3.119)$$

La representación circuital de esta ecuación puede verse en la Figura 3.23. Cuando los parámetros del estimador coinciden con los de la máquina, este circuito también es válido para el estimador. En la Figura 3.24 se muestra el ángulo de la admitancia de entrada de este circuito en función de ω_{sl} para distintos valores de ω . Supóngase que la máquina está trabajando a $f = 50$ Hz y a la frecuencia de deslizamiento que se marca en la Figura 3.24 como punto A. Si la velocidad estimada $\hat{\omega}_r$ es menor que la velocidad real, entonces el deslizamiento estimado será mayor al real (punto B en la Figura 3.24). Luego, la corriente i_s^s estará atrasada respecto a \hat{i}_s^s , por lo que el producto vectorial de (3.116) será positivo. Esto hará que la velocidad estimada se incremente hasta igualar la velocidad

real. El mismo razonamiento puede usarse para el caso en que la velocidad estimada sea mayor que la real. Esto implica que, con la máquina en estado estacionario, (3.116) siempre lleva la velocidad estimada en la dirección correcta. La convergencia del estimador está determinada por la pendiente positiva de la admitancia en la Figura 3.24, sin embargo, es notable que esta pendiente sólo es positiva para un intervalo acotado de ω_{sl}/ω en torno a cero. Para valores grandes de $|\omega_{sl}/\omega|$ esta pendiente se hace negativa para algunas frecuencias f . Esto quiere decir que la convergencia del estimador es sólo de carácter local. También es interesante notar que las pendientes de las curvas de la Figura 3.24 disminuyen a medida que la frecuencia disminuye, lo que indica que la convergencia del estimador será más lenta a baja velocidad.

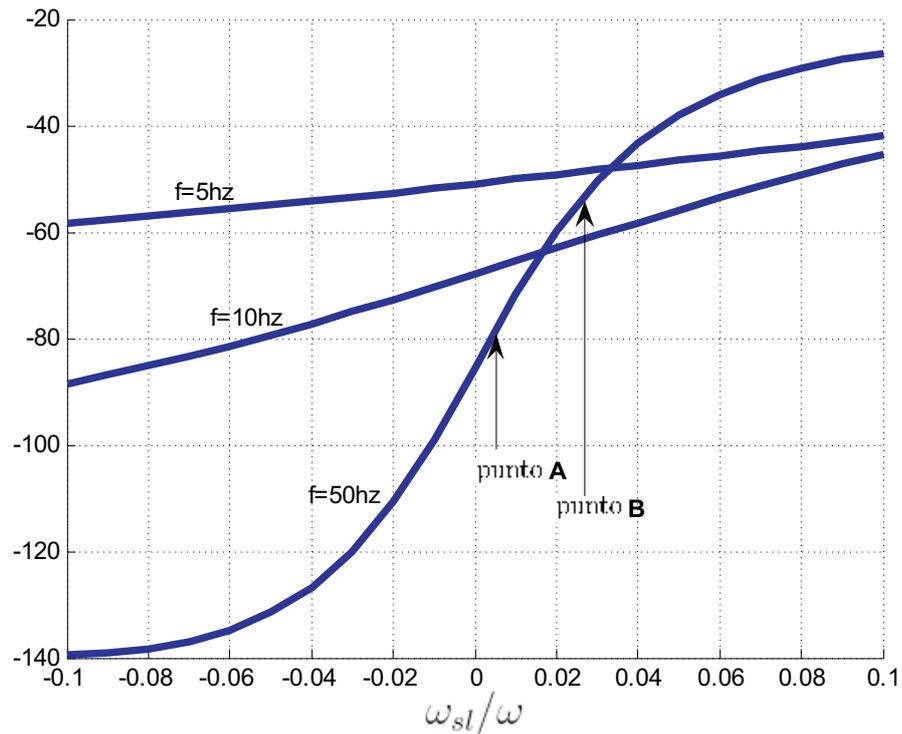


Figura 3.24: Ángulo de la admitancia de entrada (grados), $\arg(i_s^s(j\omega)/v_s^s(j\omega))$.

De la ecuación (3.114) puede escribirse, para la máquina

$$i_s^s = -\frac{k_1 k_2 s}{s + k_1 R_s} \phi_r^s + \frac{k_1}{s + k_1 R_s} v_s^s, \quad (3.120)$$

y para el estimador

$$\hat{i}_s^s = -\frac{\hat{k}_1 \hat{k}_2 s}{s + \hat{k}_1 \hat{R}_s} \hat{\phi}_r^s + \frac{\hat{k}_1}{s + \hat{k}_1 \hat{R}_s} v_s^s, \quad (3.121)$$

donde se ha supuesto que puede haber desajuste de parámetros. Independientemente del error que haya en los parámetros del estimador, (3.116) hará que \hat{i}_s^s tienda a i_s^s . Suponiendo que el transitorio de convergencia ha finalizado, se tiene que $\hat{i}_s^s = i_s^s$, y de (3.120) y (3.121),

$$\hat{\phi}_r^s = \frac{k_1 k_2 s + \hat{k}_1 \hat{R}_s}{\hat{k}_1 \hat{k}_2 s + k_1 R_s} \phi_r^s. \quad (3.122)$$

Esta ecuación muestra que el flujo estimado no depende de R_r y cuantifica el error de estimación ante incertidumbres paramétricas en k_1 , k_2 y R_s . Sin embargo, la incertidumbre en R_r introduce error en la velocidad estimada. Para ver esto, supongase que no haya incertidumbre paramétrica en los demás parámetros. Es decir, $\hat{R}_s = R_s$, $\hat{k}_1 = k_1$ y $\hat{k}_2 = k_2$. En estas condiciones, de acuerdo a (3.122) resulta que $\hat{\phi}_r^s = \phi_r^s$ y $d\hat{\phi}_r^s/dt = d\phi_r^s/dt$, y la ecuación (3.115) para el estimador resulta

$$\frac{d\phi_r^s}{dt} = \frac{M}{L_r} \hat{R}_r i_s^s - \left(\frac{1}{L_r} \hat{R}_r - j n_p \hat{\omega}_r \right) \phi_r^s, \quad (3.123)$$

y para el motor

$$\frac{d\phi_r^s}{dt} = \frac{M}{L_r} R_r i_s^s - \left(\frac{1}{L_r} R_r - j n_p \omega_r \right) \phi_r^s. \quad (3.124)$$

Restando estas dos ecuaciones y aplicando al resultado el producto vectorial por derecha con ϕ_r^s , se obtiene

$$\hat{\omega}_r = \omega_r - k_2 \frac{i_s^s \times \phi_r^s}{n_p \|\phi_r^s\|^2} \left[\hat{R}_r - R_r \right], \quad (3.125)$$

que cuantifica el error de estimación en la velocidad ante el desajuste del parámetro R_r .

Consideraciones prácticas

Al momento de implementar el estimador, es necesario discretizar sus ecuaciones. La ecuación (3.115) es no lineal, y puede escribirse matricialmente de la siguiente forma,

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi_{r\alpha} \\ \phi_{r\beta} \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} \phi_{r\alpha} \\ \phi_{r\beta} \end{bmatrix} + B \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix}, \quad (3.126)$$

donde,

$$A = \begin{bmatrix} -1/\hat{\tau}_r & -n_p \hat{\omega}_r \\ n_p \hat{\omega}_r & -1/\hat{\tau}_r \end{bmatrix}, \quad (3.127)$$

$$B = M/\hat{\tau}_r. \quad (3.128)$$

Para discretizar esta ecuación con un período de muestreo T_{SAMPLE} , es necesario calcular la exponencial de la matriz A (ver [56]). Expandiendo $e^{AT_{SAMPLE}}$ en series de Taylor, y despreciando los términos de orden mayor que dos, la discretización resulta

$$A_d = I + AT_{SAMPLE} + A^2 T_{SAMPLE}^2 / 2, \quad (3.129)$$

$$B_d = BT_{SAMPLE} + ABT_{SAMPLE}^2 / 2, \quad (3.130)$$

donde A_d y B_d son las discretizaciones de A y B respectivamente, e I es la matriz identidad. La dependencia de la matriz A con respecto a la variable $\hat{\omega}_r$ presenta una desventaja, pues las matrices A_d y B_d no pueden ser calculadas a priori, sino que deben ser recalculadas en cada instante de muestreo. Esto agrega un costo computacional adicional a la implementación de este algoritmo.

Simulaciones y resultados experimentales

A continuación se presentan las simulaciones y resultados experimentales obtenidos para un FOC, implementado utilizando el estimador de flujo y velocidad propuesto en

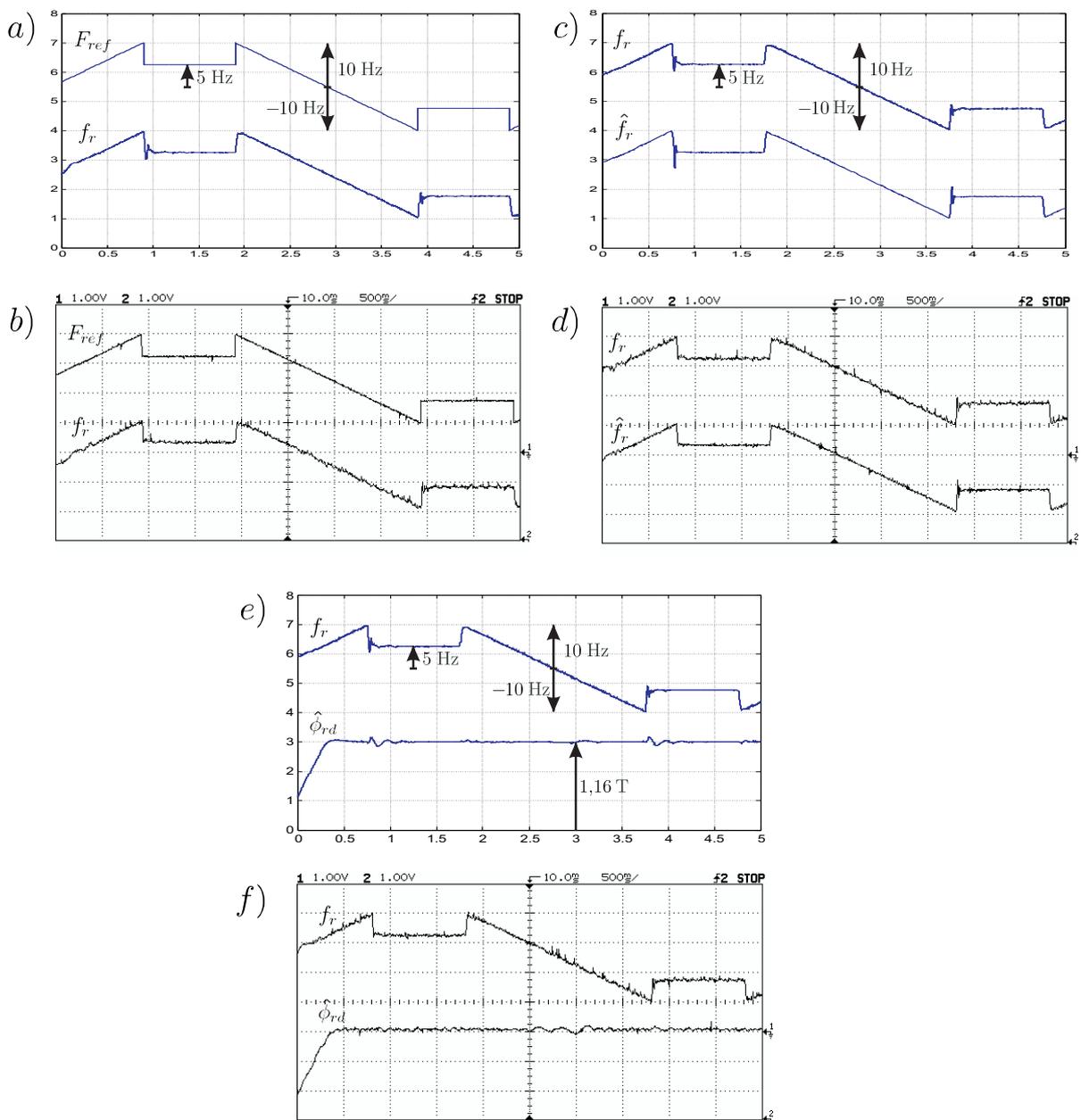


Figura 3.25: FOC *sensorless*, rango de velocidad completo. a) Simulación donde se muestra la referencia de velocidad F_{ref} y la velocidad medida f_r . b) Resultados experimentales donde se muestra F_{ref} y f_r . c) Simulación donde se muestra f_r y la velocidad estimada \hat{f}_r . d) Resultados experimentales donde se muestra f_r y \hat{f}_r . e) Simulación donde se muestra f_r y el flujo estimado $\hat{\phi}_{rd}$. f) Resultados experimentales donde se muestra f_r y $\hat{\phi}_{rd}$. Escala de velocidad: $\frac{20 \text{ Hz}}{3 \text{ div}} X - \frac{50 \text{ Hz}}{3}$. Escala de flujo: $\frac{1,15T}{\text{div}} X$, donde X : número de divisiones.

esta subsección. Este esquema de control utilizado fue idéntico al de la Figura 3.18, reemplazando el estimador de flujo y el sensor de velocidad por los estimadores propuestos.

Las ganancias de los controladores fueron elegidas empíricamente, y se presentan a con-

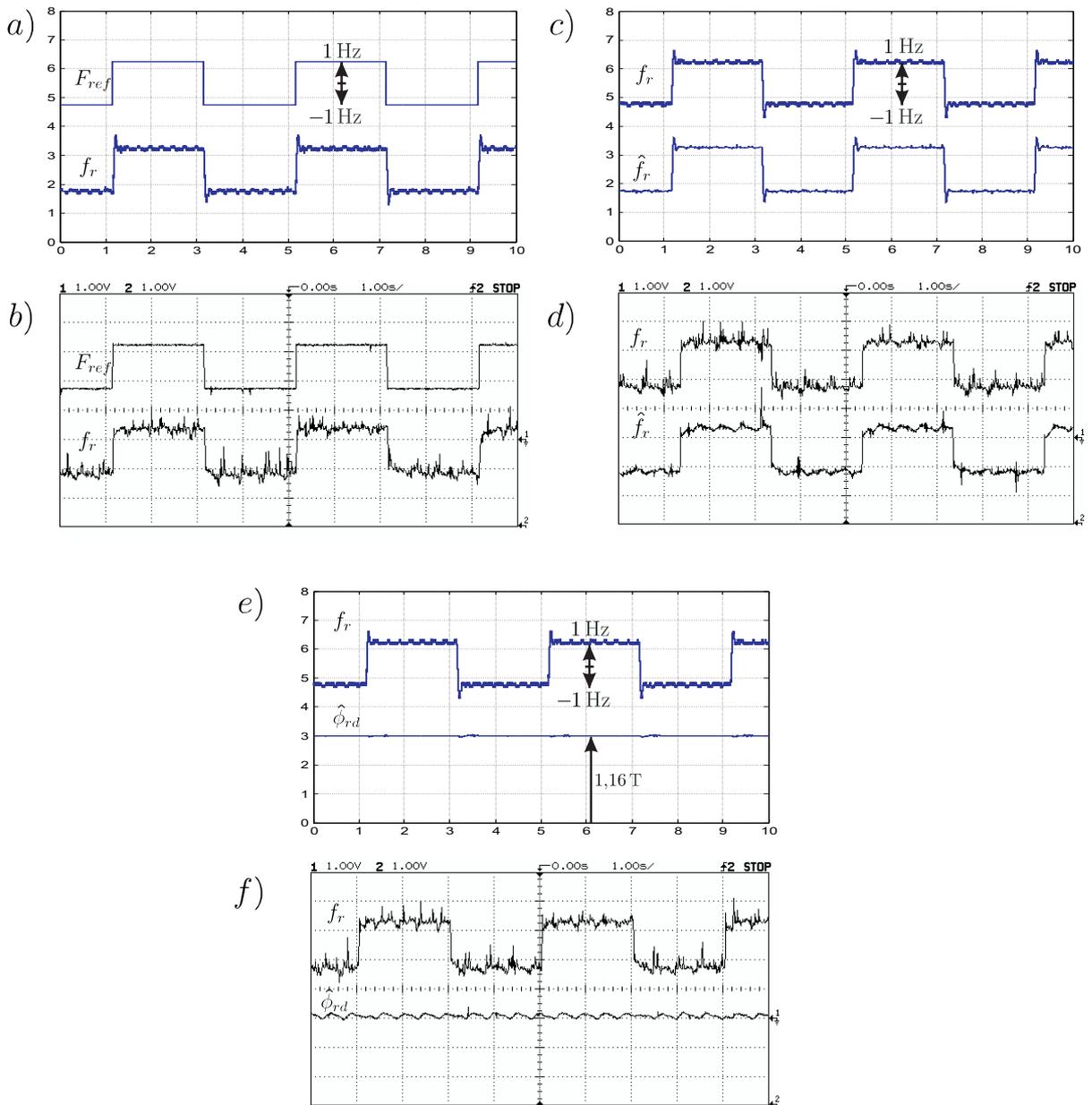


Figura 3.26: FOC *sensorless*, rango de baja velocidad. a) Simulación donde se muestra la referencia de velocidad F_{ref} y la velocidad medida f_r . b) Resultados experimentales donde se muestra F_{ref} y f_r . c) Simulación donde se muestra f_r y la velocidad estimada \hat{f}_r . d) Resultados experimentales donde se muestra f_r y \hat{f}_r . e) Simulación donde se muestra f_r y el flujo estimado $\hat{\phi}_{rd}$. f) Resultados experimentales donde se muestra f_r y $\hat{\phi}_{rd}$. Escala de velocidad: $\frac{4 \text{ Hz}}{3 \text{ div}} X - \frac{10 \text{ Hz}}{3}$. Escala de flujo: $\frac{1,15T}{\text{div}} X$, donde X : número de divisiones.

tinuación:

$$PI_1 : k_{p1} = 2,5, k_{i1} = 50,$$

$$PI_2 : k_{p2} = 50, k_{i2} = 2,5,$$

$$PI_3 : k_{p3} = 0,5, k_{i3} = 5,$$

$$PI_4 : k_{p4} = 25, k_{i4} = 2,5,$$

$$\hat{\omega}_r : K = 1000,$$

En la Figura 3.25 se muestran los resultados de simulación junto a los resultados experimentales. La Figura 3.25a muestra la velocidad de referencia F_{ref} junto a velocidad medida f_r , en una simulación. La referencia aplicada es una rampa variante entre ± 10 Hz, con un escalón de 5 Hz. El escalón se utiliza para probar la respuesta del controlador ante cambios bruscos de referencia. La Figura 3.25b muestra las mismas variables, obtenidas de resultados experimentales. La Figura 3.25c muestra la velocidad medida f_r junto a la velocidad estimada $\hat{f}_r = \hat{\omega}_r/2\pi$, para una simulación. La Figura 3.25d muestra las mismas variables, obtenidas de resultados experimentales. La Figura 3.25e muestra la velocidad medida f_r junto al flujo rotórico estimado $\hat{\phi}_{rd}$, en una simulación. El flujo es llevado a su valor nominal. La Figura 3.25f muestra las mismas variables, obtenidas de resultados experimentales. Como se ve en todas estas figuras, los resultados experimentales coinciden con las simulaciones. No se aplicó torque de carga.

En la Figura 3.26 se muestran los mismos resultados en la zona de baja velocidad, donde la referencia aplicada fue un tren de pulsos variando entre ± 1 Hz. Tanto en las simulaciones, como en los resultados experimentales, la respuesta del motor presenta oscilaciones. Esto se debe, en parte, a los efectos de la cuantización de las variables en la implementación en DSP (ver la subsección A-2.2 del apéndice). También se debe, como se explicó, a que la velocidad de convergencia del estimador es menor a baja velocidad que a alta velocidad. En este caso tampoco se aplicó torque de carga.

Segunda estrategia

Esta estrategia utiliza un estimador de flujo rotórico basado en estructura variable ([55]). El estimador propuesto, que fue desarrollado por el autor de esta tesis en [8], no depende de la resistencia rotórica R_r . Tampoco hace uso de integradores puros ni filtros pasabajos. Sin embargo, el estimador de velocidad utilizado para el control *sensorless* depende de R_r .

Estimador de flujo

A continuación, se desarrollarán las ecuaciones que describen el estimador de flujo rotórico que se propone. Reescribiendo las ecuaciones eléctricas del MI en el campo transformado de Laplace, se obtiene

$$s i_s^s = k_1 [v_s^s - i_s^s R_s - k_2 s \phi_r^s], \quad (3.131)$$

$$s \phi_r^s = k_3 i_s^s + (j n_p \omega_r - \frac{1}{\tau_r}) \phi_r^s, \quad (3.132)$$

donde s es el operador derivada en el campo transformado de Laplace, $k_1 = 1/(\sigma L_s)$, $k_2 = M/L_r$, $k_3 = M/\tau_r$ y $\tau_r = L_r/R_r$. En la Figura 3.27 se muestra el diagrama en

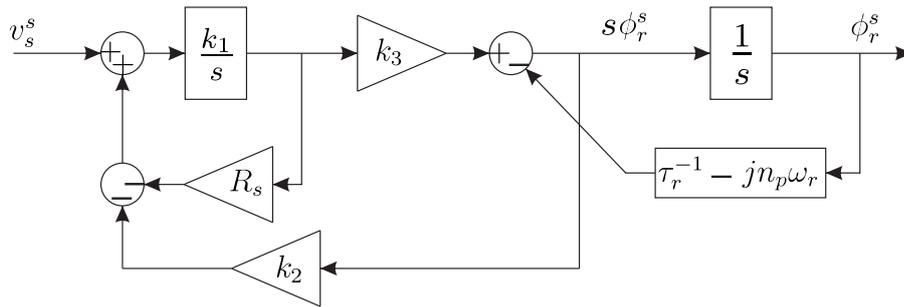


Figura 3.27: Modelo eléctrico. Diagrama en bloques.

bloques que representa estas ecuaciones. Introduciendo la nueva variable

$$\xi^s = k_3 i_s^s - \left(\frac{1}{\tau_r} - \kappa \right) \phi_r^s + j n_p \omega_r \phi_r^s, \quad (3.133)$$

donde $\kappa > 0$ es una constante arbitraria, y reemplazando esta ecuación en (3.131) y (3.132), se obtiene

$$i_s^s = \frac{k_1}{s} \left(v_s^s - R_s i_s^s - k_2 \frac{s}{s + \kappa} \xi^s \right), \quad (3.134)$$

$$\phi_r^s = \frac{1}{s + \kappa} \xi^s. \quad (3.135)$$

En la Figura 3.28 se muestra una representación alternativa de las ecuaciones de la máquina utilizando la nueva variable definida. La relación entre ξ^s e i_s^s no depende explícita-

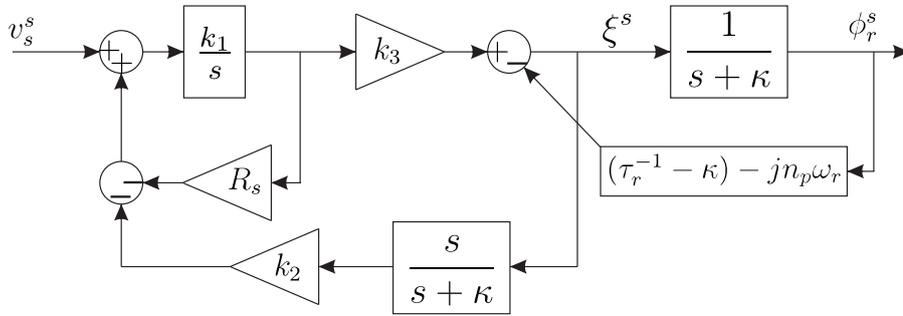


Figura 3.28: Representación alternativa. Diagrama en bloques.

mente de τ_r , por lo tanto, se espera que una estimación de ξ^s obtenida de las corrientes y tensiones estáticas sea insensible a las incertidumbres de τ_r .

El estimador de flujo rotórico propuesto utiliza estructura variable para calcular ξ^s y tiene la siguiente forma:

$$\hat{i}_s^s = \frac{\hat{k}_1}{s} \left(v_s^s - \hat{R}_s i_s^s - \hat{k}_2 \frac{s}{s + \kappa} \hat{\xi}^s \right), \quad (3.136)$$

$$\hat{\xi}^s = K \text{sign}(e), \quad (3.137)$$

$$\hat{\phi}_r^s = \hat{c} + \frac{1}{s + \kappa} \hat{\xi}^s, \quad (3.138)$$

donde $e = \hat{i}_s^s - i_s^s$, $K > 0$ es una constante arbitraria, \hat{k}_1 , \hat{k}_2 y \hat{R}_s son los valores nominales del k_1 , k_2 y R_s respectivamente y \hat{c} es una constante que se describe a continuación. En la Figura 3.29 se muestra el esquema del estimador propuesto.

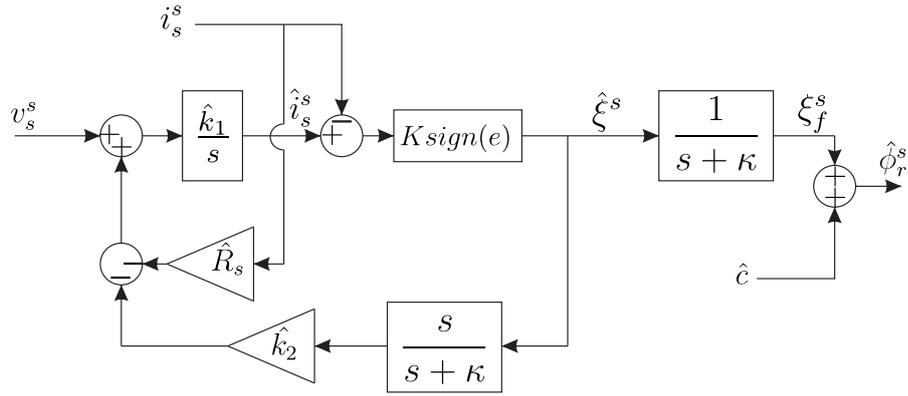


Figura 3.29: Estimador de estructura variable.

Determinación de la constante \hat{c}

Planteando la ecuación del error de estimación de corriente utilizando (3.134) y (3.136), y suponiendo todos los parámetros del estimador iguales a los parámetros reales de la máquina, resulta

$$e = \frac{1}{s} \left[\frac{k_1 k_2}{s + \kappa} s [\xi^s - \hat{\xi}^s] \right]. \quad (3.139)$$

Como se ve en esta ecuación, si $e \equiv 0$ entonces $\xi^s - \hat{\xi}^s = c_1$, con c_1 una constante. Luego, $\hat{\xi}^s + c_1 = \xi^s$, que reemplazado en (3.135) resulta en

$$\hat{\phi}_r^s = \frac{c_1}{\kappa} + \frac{1}{s + \kappa} \hat{\xi}^s, \quad (3.140)$$

entonces $\hat{c} = c_1/\kappa$. Esta constante se calcula en la práctica para cada componente del vector ϕ_r^s . El cálculo consiste en obtener el valor medio de ξ_f^s en un ciclo. Ese valor medio es \hat{c} . Este método de cálculo se debe a que cuando el módulo del flujo se mantiene constante, en el plano $\alpha\beta$ representa un vector rotante, y por lo tanto, su valor medio debe ser cero. Para el cálculo, se captura el valor máximo y el mínimo de ξ_f^s entre dos cruces por cero simultáneos y se computa \hat{c} como

$$\hat{c}_i = \begin{cases} \frac{\xi_{fimax}^s - \xi_{fimin}^s}{2} & \text{si } t = t_{z2}, \\ \hat{c}_i(t_{z2}) & \text{si } t > t_{z2}, \end{cases} \quad (3.141)$$

para $i = \alpha, \beta$ donde t_{z1} y t_{z2} son los tiempos de cruce por cero de ξ_f^s que se muestran en la Figura 3.30d. La ecuación (3.141) muestra que la velocidad actualización de \hat{c}_i depende de la frecuencia de ξ_f^s . El cálculo se habilita cuando se detectan dos cruces por cero consecutivos cuyo intervalo de tiempo es menor que 200 mseg.

Análisis de estabilidad

A continuación se demostrará la estabilidad del estimador de flujo rotórico propuesto. De (3.133)-(3.135) y de (3.136)-(3.138),

$$e = \frac{\hat{k}_1 \hat{k}_2}{s + \kappa} (\eta^s - \hat{\xi}^s), \quad (3.142)$$

donde

$$\eta^s = \frac{s + \kappa}{s} (av_s^s - bi_s^s) + d\xi^s, \quad (3.143)$$

con $a = (\hat{k}_1 - k_1)/(\hat{k}_1 \hat{k}_2)$, $b = (\hat{k}_1 \hat{R}_s - k_1 R_s)/(\hat{k}_1 \hat{k}_2)$ y $d = k_1 k_2/(\hat{k}_1 \hat{k}_2)$. Derivando (3.142),

$$se = -\kappa e + \hat{k}_1 \hat{k}_2 (\eta^s - K \text{sign}(e)). \quad (3.144)$$

Definiendo la función candidata de Lyapunov como $V = e^T e/2$, donde se toma e como un vector columna, y usando (3.144) se obtiene

$$sV \leq -\kappa e^T e + \hat{k}_1 \hat{k}_2 (|\eta^s| - KI)^T |e|, \quad (3.145)$$

donde I es la matriz identidad y $|x|$ representa el vector de los valores absolutos de las componentes de x . Luego, si $K > \sup(|\eta^s|)$ entonces $sV < 0$ para $\|e\| > 0$, que prueba la estabilidad del observador.

Estimador de velocidad

A continuación, se presenta el estimador de velocidad desarrollado. Obtenido el vector de flujo rotórico, se puede calcular su posición angular θ a partir de (3.54). Conocido este

ángulo, se puede aplicar la transformación dq a (3.133) para obtener,

$$\xi_q = M\tau_r^{-1}i_{sq} + n_p\omega_r\phi_{rd}, \quad (3.146)$$

donde $T_{\alpha\beta/dq}\xi^s = \xi_d + j\xi_q$. Utilizando esta ecuación, es posible despejar la velocidad rotórica ω_r como,

$$\omega_r = \frac{\xi_q - k_2 R_r i_{sq}}{n_p \phi_{rd}}. \quad (3.147)$$

La velocidad estimada puede obtenerse reemplazando las señales reales por sus estimaciones. Sin embargo, debido a que la estimación $\hat{\xi}^s$ de la variable ξ^s proviene de la estructura variable, es una señal con gran contenido armónico de alta frecuencia. Como la velocidad rotórica es de variación lenta en comparación con $\hat{\xi}^s$, es conveniente filtrar $\hat{\xi}^s$ para eliminar dichas componentes de alta frecuencia. Reemplazando las señales reales en (3.147) por sus estimadas, se obtiene

$$\hat{\omega}_r = LPF \left[\frac{\hat{\xi}_q - \hat{k}_2 \hat{R}_r \hat{i}_{sq}}{n_p \hat{\phi}_{rd}} \right], \quad (3.148)$$

donde $T_{\alpha\beta/dq}(\hat{\xi}^s + \kappa\hat{c}) = \hat{\xi}_d + j\hat{\xi}_q$, $T_{\alpha\beta/dq}i_s^s = \hat{i}_{sd} + j\hat{i}_{sq}$ donde el ángulo $\hat{\theta}$ utilizado en $T_{\alpha\beta/dq}$ se obtiene a partir del flujo rotórico estimado, y LPF representa la aplicación del filtro pasabajos que elimina las componentes de alta frecuencia en $\hat{\xi}^s$. Notese que el estimador de velocidad depende de R_r . Utilizando el estimador de flujo rotórico y el estimador de velocidad, se realiza un FOC. Los resultados de simulación obtenidos se muestran a continuación.

Simulaciones

Para simular los estimadores propuestos, se utilizó un esquema de FOC. El mismo fue idéntico al que se muestra en la Figura 3.18. Se reemplazó el estimador de flujo rotórico por el de estructura variable y la medición de velocidad por el estimador de velocidad propuesto. Las ganancias de los controladores fueron elegidas de forma empírica, y se

muestran a continuación:

$$PI_1 : \quad k_{p1} = 25, \quad k_{i1} = 50,$$

$$PI_2 : \quad k_{p2} = 20, \quad k_{i2} = 20,$$

$$PI_3 : \quad k_{p3} = 10, \quad k_{i3} = 50,$$

$$PI_4 : \quad k_{p4} = 5, \quad k_{i4} = 10,$$

$$K = \quad 500, \quad \kappa = 100.$$

Los resultados de la simulación se muestran en la Figura 3.30. Para probar la convergencia del estimador de flujo con el cálculo de \hat{c} , impuso un valor inicial al flujo del motor. Este valor fue $\phi_s^r(0) = [0,2 \ 0,2]'T$. En la Figura 3.30a se muestra la velocidad de referencia F_{ref} junto con el torque de carga aplicado T_l y la velocidad medida f_r . Al principio, se aplica una rampa de referencia de velocidad de pendiente baja, para magnetizar el motor y que se establezca la constante \hat{c} . Luego, cuando el flujo se establece en su valor nominal, se varía la velocidad de referencia entre ± 10 Hz con una pendiente de 103 Hz/seg. También se aplican escalones de torque nominal (5 Nm). Notese que se mantiene la velocidad de referencia en cero durante breves períodos de tiempo. La velocidad medida muestra que se logra un bajo error de seguimiento de la referencia, inclusive a velocidad cero. En la Figura 3.30b muestra que el error de estimación de velocidad $f_r - \hat{f}_r$ es pequeño luego del transitorio inicial, que es producido por el tiempo de convergencia del cálculo de \hat{c} . En esta figura también se muestra el error de estimación de flujo $\phi_r^s - \hat{\phi}_r^s$. El mismo tiende a cero a medida que \hat{c} converge al valor real de c . En la Figura 3.30c se muestra el módulo del flujo real ϕ_{rd} , que se lleva a su valor nominal, y las corrientes directa i_{sd} y en cuadratura i_{sq} . Como puede apreciarse, la corriente directa se mantiene constante, pues controla el flujo, mientras que la corriente en cuadratura varía para compensar el torque de carga y aumentar o disminuir la velocidad del MI, de acuerdo a la referencia dada. Finalmente, en la Figura 3.30d se muestra la convergencia de \hat{c}_α , que se calcula a partir de la señal filtrada $\xi_{f\alpha}^s$ que se muestra en la Figura 3.29. Ante la condición inicial

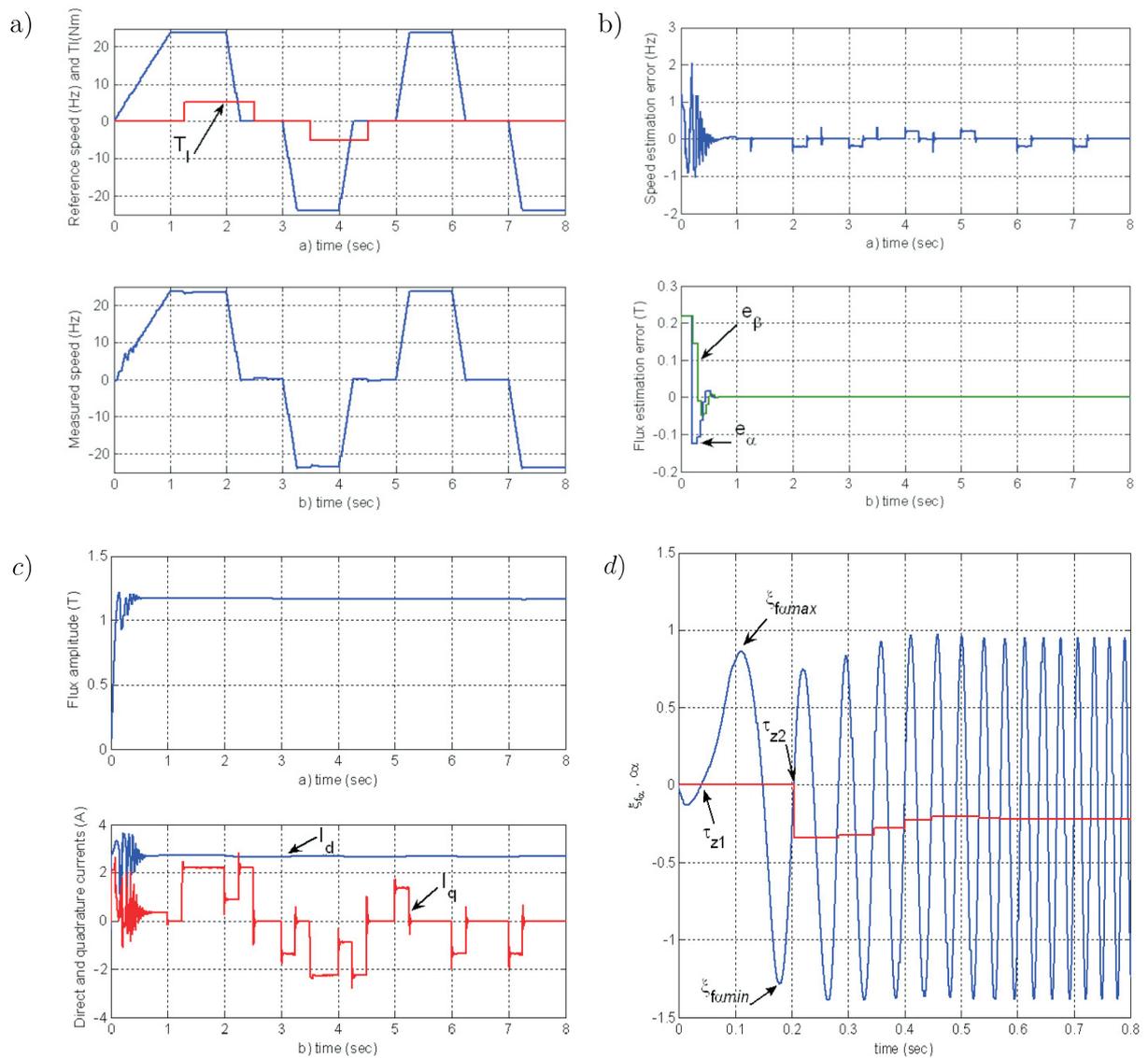


Figura 3.30: Simulación de FOC *sensorless* con estimación de flujo rotórico por estructura variable. Se estableció un flujo inicial $\phi_s^r(0) = [0,2 \ 0,2]^T T$ en la máquina para ver la convergencia de \hat{c} . a) Velocidad de referencia F_{ref} , torque de carga T_l y velocidad rotórica f_r . b) Error de estimación de velocidad $f_r - \hat{f}_r$ y Error de estimación de flujo $\phi_r^s - \hat{\phi}_r^s$. c) Amplitud del flujo ϕ_{rd} y corrientes directa i_{sd} y en cuadratura i_{sq} . d) Convergencia de \hat{c}_α calculada a partir de $\xi_{f\alpha}^s$.

elegida en el flujo rotórico de la máquina, el tiempo de convergencia de \hat{c}_α que muestra esta figura es de aproximadamente 0,6 seg. Este tiempo coincide con el tiempo en que disminuye el error de estimación de flujo en la Figura 3.30b. No se obtuvieron resultados experimentales sobre estos estimadores.

3.4. Otras técnicas de control y estimación

En esta sección se presentan controladores y estimadores que explotan propiedades adicionales del MI o que se basan en técnicas diferentes a las exploradas hasta este punto.

3.4.1. *Direct torque control (DTC)*

El DTC es una técnica alternativa al FOC. Su principal ventaja es que utiliza menos parámetros del modelo, por lo que ejerce un control más robusto ante variaciones de los mismos. Además, considera explícitamente el inversor. En [51] se hace una derivación formal del método DTC, basada en perturbaciones singulares y utilizando herramientas de control no lineal. Para fundamentar el DTC, primero se derivará una expresión para el torque en función de ϕ_r^s y ϕ_s^s .

El torque eléctrico generado es, de acuerdo a (2.65),

$$T_e = \frac{2}{3} \frac{M}{L_r} n_p \phi_r^s \times i_s^s. \quad (3.149)$$

Combinando esta ecuación con,

$$\begin{aligned} \phi_s^s &= L_s i_s^s + M i_r^s, \\ \phi_r^s &= L_r i_r^s + M i_s^s, \end{aligned}$$

se obtiene

$$T_e = \frac{2}{3} \frac{M}{L_r L_s \sigma} n_p \phi_r^s \times \phi_s^s = \frac{2}{3} \frac{M}{L_r L_s \sigma} n_p \|\phi_r^s\| \|\phi_s^s\| \text{sen}(\gamma), \quad (3.150)$$

donde γ es el ángulo entre ϕ_r^s y ϕ_s^s . Si se desprecia la caída de tensión en R_s , la derivada del flujo estático respecto al tiempo será aproximadamente

$$\frac{d\phi_s^s}{dt} = v_s^s. \quad (3.151)$$

Si se considera un intervalo de tiempo finito Δt , esta ecuación puede aproximarse por

$$\Delta\phi_s^s = v_s^s \Delta t, \quad (3.152)$$

donde $\Delta\phi_s^s$ es la variación del flujo estático en este intervalo de tiempo. Como ϕ_r^s está filtrado por la constante de tiempo rotórica τ_r , si Δt es pequeño, puede considerarse que ϕ_r^s se mantiene constante en ese intervalo de tiempo. Luego, ante una variación de flujo estático, se produce una variación de torque eléctrico generado que resulta

$$\Delta T_e = \frac{2}{3} \frac{M}{L_r L_s \sigma} n_p \|\phi_r^s\| \|\phi_s^s + \Delta\phi_s^s\| \text{sen}(\Delta\gamma), \quad (3.153)$$

donde $\Delta\gamma$ y ΔT_e son la variación del ángulo entre ϕ_r^s y ϕ_s^s y la variación de torque eléctrico generado respectivamente, producidas por la variación de ϕ_s^s . Esto implica que se puede introducir una variación de torque directamente proporcional a la variación de la tensión de entrada en un intervalo finito de tiempo.

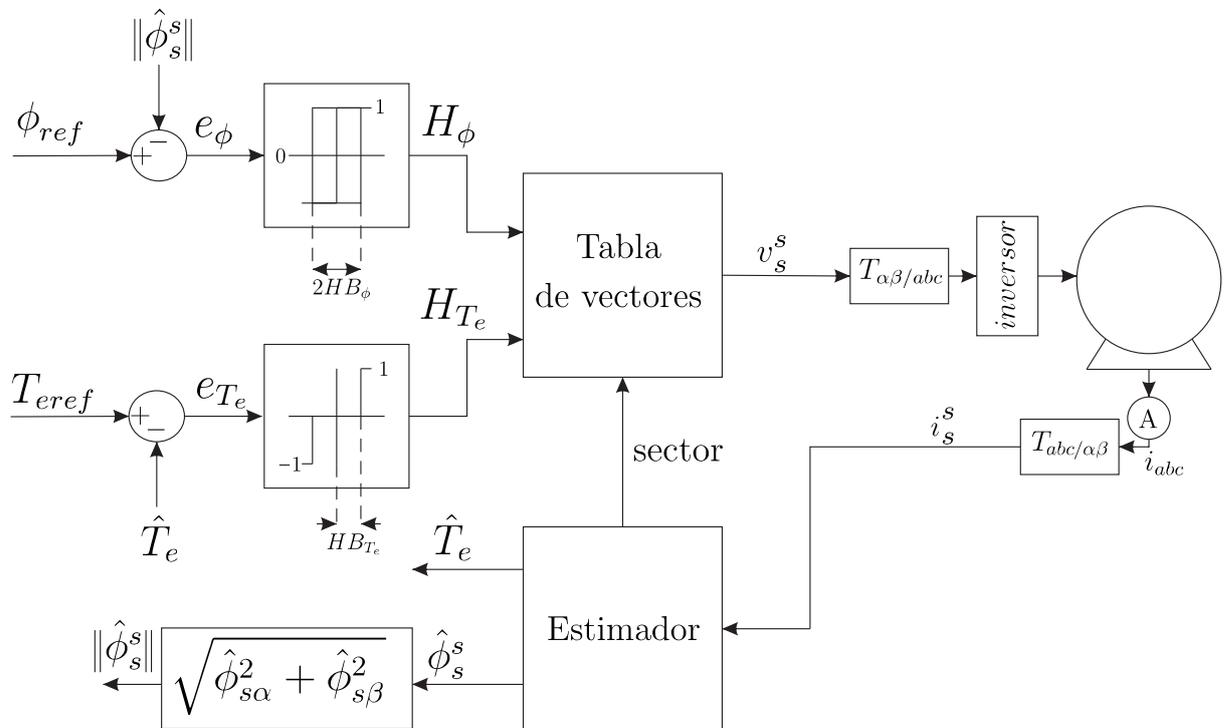


Figura 3.31: DTC.

En la Figura 3.31 se muestra el esquema de DTC. El control de flujo y de torque se realiza a través de dos funciones de histéresis. Para el flujo estático, la salida de la función de histéresis está dada por

$$H_\phi = \begin{cases} 1 & \text{si } e_\phi > HB_\phi, \\ -1 & \text{si } e_\phi < -HB_\phi, \end{cases} \quad (3.154)$$

donde HB_ϕ es el ancho de la banda de histéresis. Para el torque, la salida de la función de histéresis está dada por

$$H_{T_e} = \begin{cases} 1 & \text{si } e_{T_e} > HB_{T_e}, \\ 0 & \text{si } -HB_{T_e} < e_{T_e} < HB_{T_e}, \\ -1 & \text{si } e_{T_e} < -HB_{T_e}, \end{cases} \quad (3.155)$$

donde HB_{T_e} es en ancho de la banda de histéresis para el torque. El bloque *estimador* obtiene el flujo estático y el torque generado (no se desarrollaron estimadores de flujo estático en esta tesis, pero son similares a los que se presentan en la sección 3.3.2). El torque se estima a partir de (3.150) como

$$\hat{T}_e = \frac{2M}{3L_r} (\hat{\phi}_{s\alpha} i_{s\beta} - \hat{\phi}_{s\beta} i_{s\alpha}), \quad (3.156)$$

donde $\hat{\phi}_s^s = \hat{\phi}_{s\alpha} + j\hat{\phi}_{s\beta}$ e $i_s^s = i_{s\alpha} + ji_{s\beta}$. El bloque tabla de vectores, que se muestra en la tabla 3.1, selecciona entre los 8 posibles estados del inversor en función de las entradas que le entregan los bloques de histéresis y el sector en que se encuentra el vector de flujo, calculado por el bloque estimador.

En la Figura 3.32 se muestra a modo de ejemplo la trayectoria del flujo a través de distintos sectores. Primero se magnetiza la máquina a frecuencia cero utilizando un algoritmo de arranque, llevando el flujo al punto A. Luego, para el ejemplo de la figura, se requiere rotación en sentido anti horario, por lo que por la tabla se aplica el vector de tensión V_3 . El tiempo que dura la aplicación de cada vector está dado por el ancho del

Tabla 3.1: Tabla de vectores

H_ϕ	H_{T_e}	S(1)	S(2)	S(3)	S(4)	S(5)	S(6)
1	1	V_2	V_3	V_4	V_5	V_6	V_1
1	0	V_0	V_7	V_0	V_7	V_0	V_7
1	-1	V_6	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5
-1	1	V_3	V_4	V_5	V_6	V_1	V_2
-1	0	V_7	V_0	V_7	V_0	V_7	V_0
-1	-1	V_5	V_6	V_1	V_2	V_3	V_4

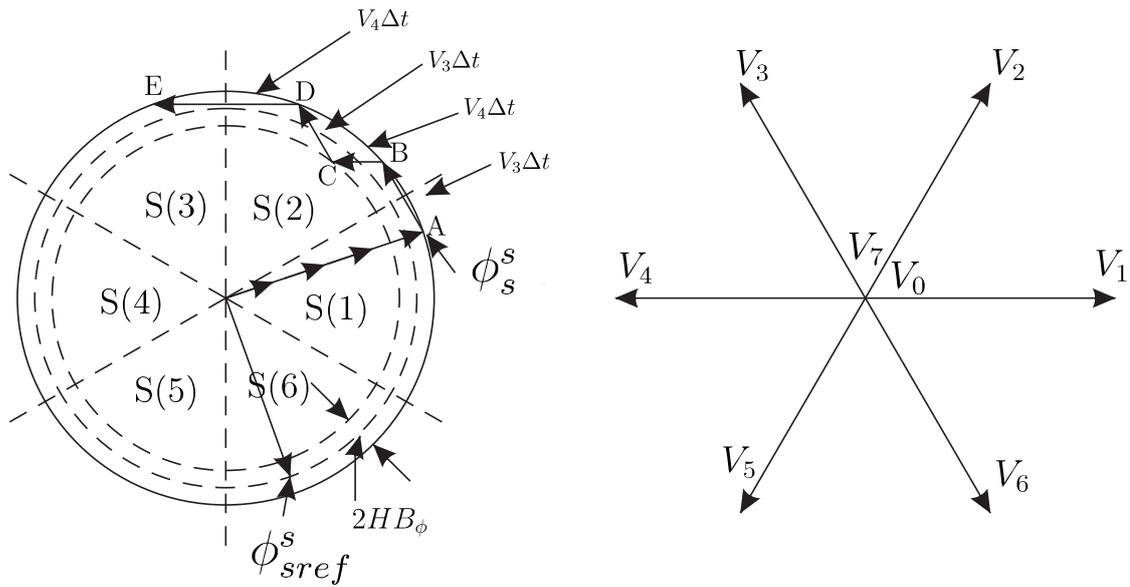


Figura 3.32: Trayectoria de ϕ_s^s y estados del inversor.

ciclo de histéresis (una combinación entre el ancho del ciclo de histéresis del control de flujo y de el del control de torque).

A continuación se resumen las características principales del DTC:

- No hay lazo de control de corriente.
- No requiere un algoritmo de PWM tradicional.
- No requiere transformación de las señales a un marco de referencia dq como en el FOC.
- El control por banda de histéresis genera *ripple* en el flujo y en el torque, y la frecuencia de conmutación no es constante.

3.4.2. Model reference adaptive system (MRAS)

El MRAS es un estimador adaptable de flujo y velocidad. Utiliza el modelo de tensión dado por la ecuación estática (2.63), que no depende de la velocidad mecánica, como modelo de referencia y el modelo de corriente de la ecuación rotórica (2.64) como modelo adaptable. Como el modelo de tensión no depende de la velocidad, se puede utilizar para calcular el flujo rotórico a partir de las mediciones de corriente y tensión estática. Luego, se compara este flujo con el calculado utilizando el modelo de corriente, que sí depende de la velocidad mecánica. El error entre ambos flujos se utiliza para corregir la velocidad estimada.

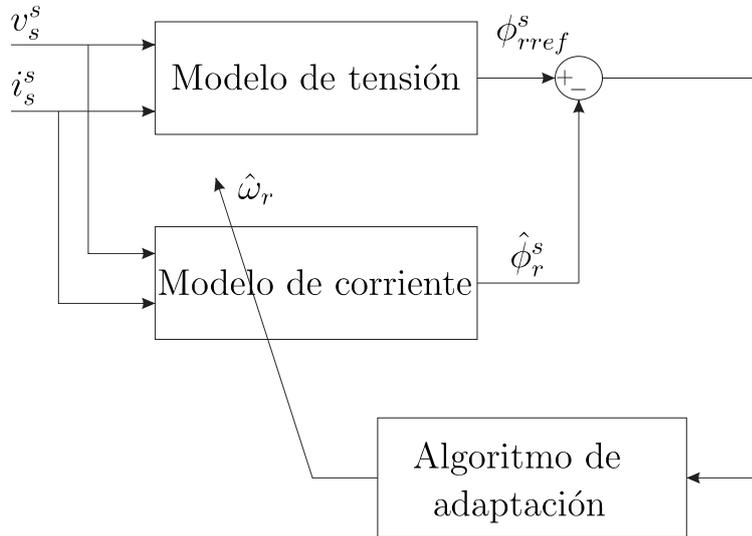


Figura 3.33: MRAS.

En la Figura 3.33 se muestra el esquema del MRAS. El algoritmo de adaptación debe mantener la estabilidad del sistema y asegurar que la velocidad estimada convergerá con una dinámica satisfactoria. Utilizando el criterio de Popov para hiperestabilidad para un sistema globalmente asintóticamente estable, se puede derivar la siguiente expresión para el algoritmo de adaptación,

$$\hat{\omega}_r = (K_p + \frac{K_i}{s})\eta, \quad (3.157)$$

donde s es el operador de Laplace, K_p es la ganancia proporcional, K_i es la ganancia integral y $\eta = \hat{\phi}_{r\alpha}^s \phi_{rref\beta}^s - \hat{\phi}_{r\beta}^s \phi_{rref\alpha}^s$. Esto es equivalente a hacer el producto vectorial

entre el flujo de referencia y el estimado. Por lo tanto, el algoritmo de adaptación tiende a alinear el flujo estimado con el de referencia. Uno de los factores que determinan el desempeño de este algoritmo de estimación es, como se vio en capítulos anteriores, cómo se aproxima el integrador puro del modelo de tensión. En [47] se describe un esquema de control *sensorless* de un MI utilizando estimación por MRAS. Se reporta buen desempeño para frecuencias estatóricas por encima de los 2 Hz. En [43] se presenta un MRAS con mejor desempeño. Se asegura un control más robusto ante incertidumbres paramétricas, en particular, incertidumbres en R_s .

3.4.3. *Extended Kalman filter (EKF)*

El EKF es un observador estocástico de orden completo. Se utiliza para la estimación recursiva de los estados óptimos de un sistema dinámico no lineal en tiempo real. Las señales que excitan el sistema se suponen ruidosas. El EKF también se utiliza para estimar parámetros desconocidos, o para la estimación conjunta de estados y parámetros. Las fuentes de ruido en el EKF se introducen para tener en cuenta los errores de medición y modelado. Las ecuaciones presentadas en 2.2.4 que describen el modelo del MI pueden escribirse en forma de variables de estado como

$$\frac{dX}{dt} = AX + BU, \quad (3.158)$$

$$Y = CX, \quad (3.159)$$

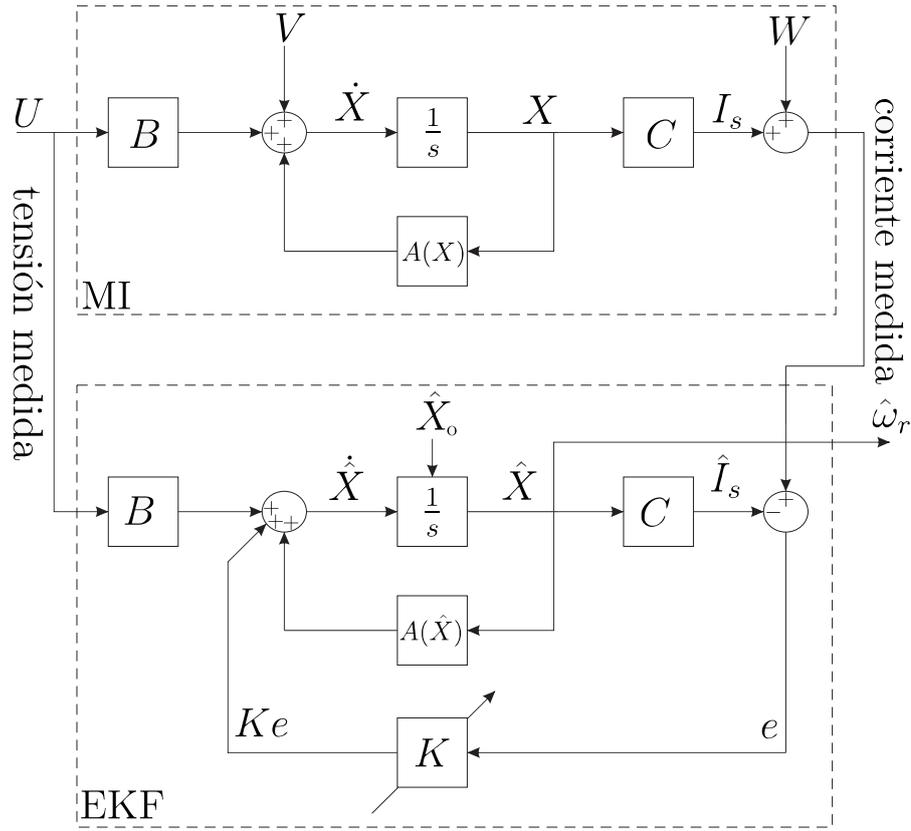


Figura 3.34: EKF.

donde

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{M^2 R_r + L_r^2 R_s}{\sigma L_s L_r^2} & 0 & \frac{M R_r}{\sigma L_s L_r^2} & \frac{M \omega_r}{\sigma L_s L_r} & 0 \\ 0 & -\frac{M^2 R_r + L_r^2 R_s}{\sigma L_s L_r^2} & -\frac{M \omega_r}{\sigma L_s L_r} & \frac{M R_r}{\sigma L_s L_r^2} & 0 \\ \frac{M R_r}{L_r} & 0 & -\frac{R_r}{L_r} & -\omega_r & 0 \\ 0 & \frac{M R_r}{L_r} & \omega_r & -\frac{R_r}{L_r} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (3.160)$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma L_s} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma L_s} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (3.161)$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (3.162)$$

$$U = [v_{s\alpha}^s \ v_{s\beta}^s]^T, \quad (3.163)$$

$$X = [i_{s\alpha}^s \ i_{s\beta}^s \ \phi_{r\alpha}^s \ \phi_{r\beta}^s \ \omega_r]^T, \quad (3.164)$$

$$Y = [i_{s\alpha}^s \ i_{s\beta}^s]^T. \quad (3.165)$$

En la Figura 3.34 se muestra el esquema del estimador EKF. El estimador EKF utiliza el modelo completo del MI, donde ω_r se considera tanto un estado como un parámetro. Si la variación de velocidad es despreciable, entonces $d\omega_r/dt = 0$. Esta consideración es válida si el período de muestreo, utilizado al implementar el estimador en forma discreta, es suficientemente pequeño o la inercia de la carga en el rotor es suficientemente grande. Con $\omega_r = cte$, el modelo del MI utilizando en el estimador EKF es lineal. Como la implementación es digital, el sistema discretizado tiene la siguiente forma,

$$X[k+1] = A_d X[k] + B_d U[k] + V[k], \quad (3.166)$$

$$Y[k] = C_d X[k] + W[k], \quad (3.167)$$

donde A_d , B_d y C_d son las discretizaciones de A , B y C respectivamente, y $V[k]$ y $W[k]$ son las discretizaciones de los ruidos de los estados y de las mediciones respectivamente. Las señales de ruido $V[k]$ y $W[k]$ tienen valor medio cero y son señales de ruido blanco Gaussiano de $X[k]$ e $Y[k]$ respectivamente. Ambas son independientes de $X[k]$ e $Y[k]$. Las características estadísticas de los ruidos están dadas por tres matrices de covarianza: la matriz de covarianza Q del vector de ruido del sistema, la matriz de covarianza R del vector de ruido de medición, y la matriz de covarianza P del vector de estados del sistema.

A continuación se explica el algoritmo de actualización del estimador presentado en [60]. El diagrama de flujo del algoritmo se presenta en la Figura 3.35. El algoritmo tiene dos etapas principales, la etapa de predicción y la de filtrado. En la etapa de predicción se calcula, a través del modelo de la máquina y de los estados estimados anteriores, el

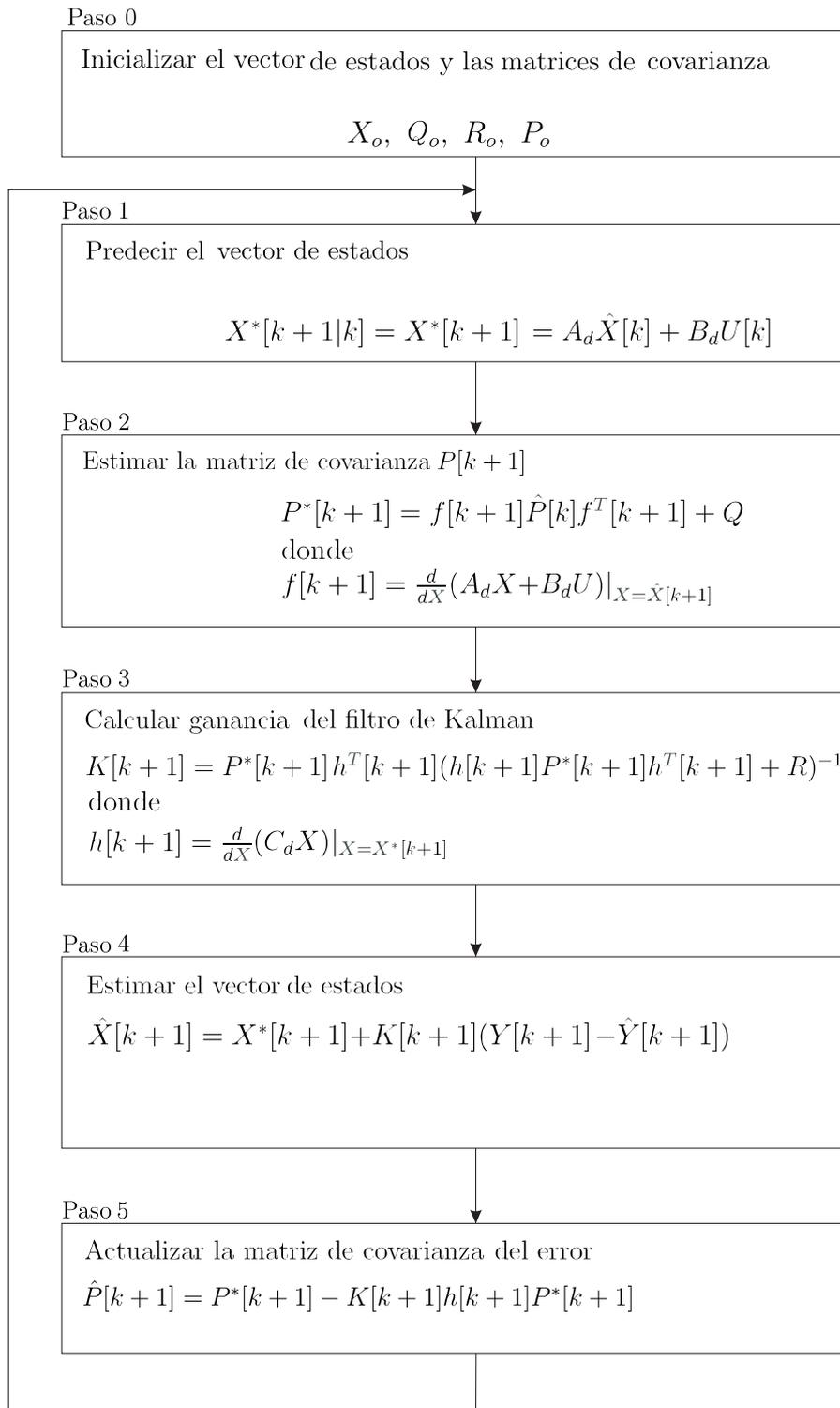


Figura 3.35: Algoritmo de EKF.

próximo valor predicho de los estados $X^*[k+1]$. También se calcula la matriz de covarianza de estados predicha $P^*[k+1]$ utilizando el vector de covarianza Q . En la etapa de filtrado

se obtiene el próximo valor de los estados estimados $\hat{X}[k+1]$ a partir del vector de estados próximos predichos $X^*[k+1]$ y del término de corrección Ke , donde $e = Y[k+1] - \hat{Y}[k+1]$ con K la ganancia del EKF. La ganancia K se optimiza para minimizar el error e , de manera que este tienda a cero en las sucesivas iteraciones.

Es evidente que el DSP donde se implemente el EKF debe ser muy rápido, ya que el algoritmo debe ser iterado varias veces ante las mismas señales de entrada para que el error de estimación disminuya a valores aceptables.

3.4.4. Estimación de velocidad a través de inyección de señales

Los métodos de inyección de señales explotan propiedades de la máquina que no son reproducidas por el modelo fundamental de la misma. Las señales inyectadas excitan la máquina a frecuencias mayores que la fundamental. Las corrientes de alta frecuencia resultantes generan concatenaciones de flujo que se cierran a través de los caminos de fuga del estator y del rotor, dejando el flujo mutuo concatenado de la onda fundamental prácticamente inalterado. Por lo tanto, los efectos de alta frecuencia se consideran superpuestos e independientes a los efectos de la frecuencia fundamental. La inyección de estas señales de alta frecuencia se utiliza para identificar las propiedades anisotrópicas de la máquina.

Una anisotropía magnética puede ser causada por la saturación de los caminos de fuga que atraviesan el campo fundamental. La orientación espacial de la anisotropía está correlacionada con el ángulo γ del campo (medido en un sistema de coordenadas $\alpha\beta$), y puede ser identificada procesando la respuesta de la máquina a las señales inyectadas. Otras estructuras anisotrópicas son las barras discretas en la jaula del rotor. También puede diseñarse el rotor para lograr una variación espacial de las propiedades magnéticas. Esto puede lograrse de varias formas, como por ejemplo, variando la resistencia de los conductores exteriores en una jaula doble ([12]), variación de la profundidad de las barras del rotor o variación en el ancho de las ranuras del rotor ([16]). Identificar la anisotropía sirve para identificar la posición del rotor, que luego se utiliza para obtener su velocidad ([13]).

En general, el sistema de recuperación de la posición de las anisotropías a partir de inyección de señales es complejo, ya que la relación señal-ruido suele ser baja y la separación espectral de las señales útiles es pobre. Un estudio detallado de los métodos de inyección de señal puede encontrarse en [28].

3.4.5. Estimación de velocidad utilizando redes neuronales

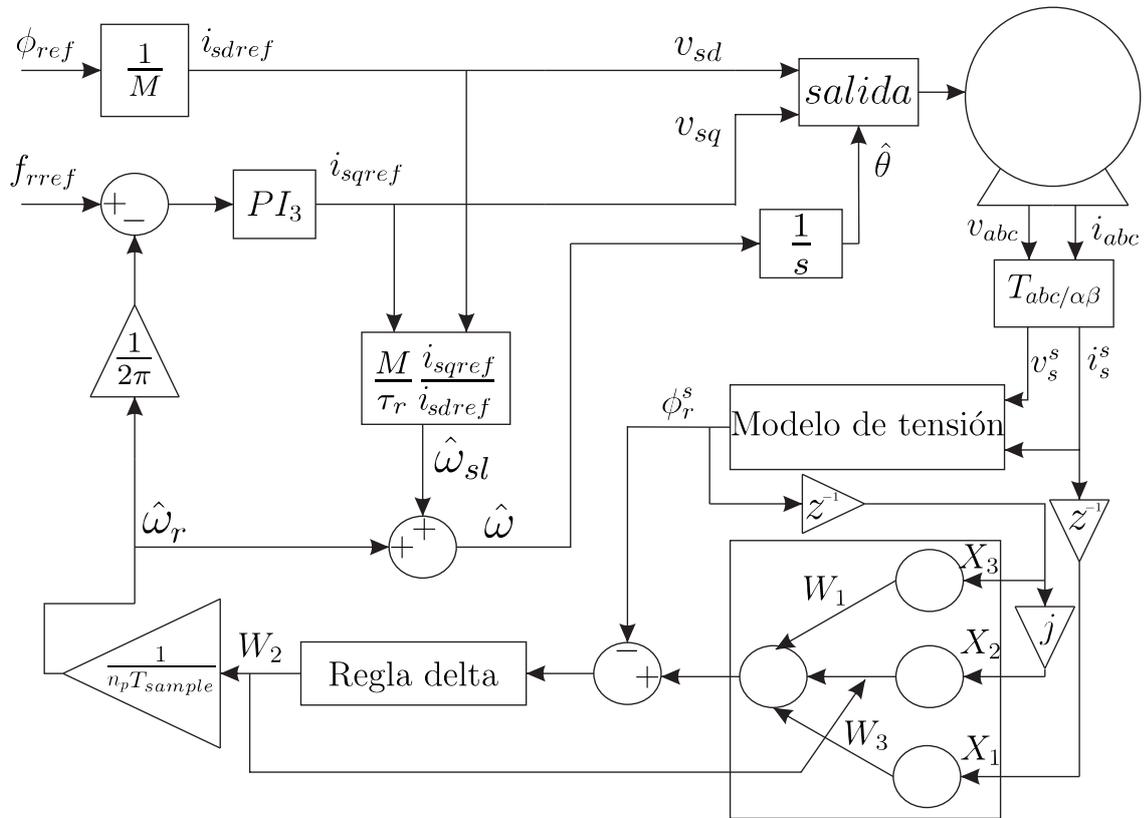


Figura 3.36: IFOC con estimación de ω_r por red neuronal.

En [21] se presenta una alternativa para la estimación de velocidad utilizando redes neuronales. Se aplica a un IFOC del MI. Se utiliza una red neuronal de dos capas y tres neuronas para realizar la estimación. Siguiendo la idea del estimador MRAS, se utiliza el modelo de tensión del MI como modelo de referencia, y el modelo de corriente, que es representado por la red neuronal, se utiliza como modelo adaptable. El estimador propuesto sufre de las limitaciones de los integradores puros por usar el modelo de tensión.

A continuación se repiten las ecuaciones estática y rotórica

$$\frac{d\phi_r^s}{dt} = \frac{L_r}{M}(v_s^s - R_s i_s^s - L_s \sigma \frac{di_s^s}{dt}), \quad (3.168)$$

$$\frac{d\phi_r^s}{dt} = \frac{M}{T_r} i_s^s + (jn_p \omega_r - \frac{1}{T_r}) \phi_r^s. \quad (3.169)$$

$$(3.170)$$

Definiendo la derivada discreta del flujo como

$$\frac{d\phi_r^s}{dt}[k-1] = \frac{\phi_r^s[k] - \phi_r^s[k-1]}{T_{SAMPLE}}, \quad (3.171)$$

donde T_{SAMPLE} es el período de muestreo, se puede reescribir (3.169) como

$$\begin{aligned} \phi_r^s[k] &= (1 - \frac{T_{SAMPLE}}{\tau_r}) \phi_r^s[k-1] + (T_{SAMPLE} n_p \omega_r[k-1]) (j \phi_r^s[k-1]) \\ &+ (M \frac{T_{SAMPLE}}{\tau_r}) i_s^s[k-1]. \end{aligned} \quad (3.172)$$

Esta ecuación puede escribirse de la siguiente manera

$$\Phi[k] = W_1 X_1 + \hat{W}_2 X_2 + W_3 X_3, \quad (3.173)$$

donde $\Phi[k]$ es la salida de la red neuronal y representa el flujo estimado, $X_1 = \phi_r^s[k-1]$, $X_2 = j \phi_r^s[k-1]$ que son entradas a la red neuronal obtenidas del modelo de tensión, $X_3 = i_s^s[k-1]$ que es la entrada a la tercera neurona medida del MI, $W_1 = 1 - T_{SAMPLE}/\tau_r$, $W_2 = T_{SAMPLE} n_p \omega_r[k-1]$ y $W_3 = M T_{SAMPLE}/\tau_r$. Tanto W_1 como W_3 se mantienen constantes, mientras que W_2 se actualiza a partir del error entre el flujo del modelo de tensión y el flujo estimado por la red neuronal. Luego de suficientes iteraciones, cuando el error se hace pequeño, se puede recuperar un estimado de la velocidad mecánica ω_r a partir de W_2 . El esquema de control del IFOC sensorless propuesto se muestra en la Figura 3.36. La actualización del parámetro W_2 se realiza a través de la regla delta, que minimiza la energía de la función de error y se describe a continuación. La función de

energía a minimizar se define como

$$E = \frac{1}{2}e[k]e[k]^*, \quad (3.174)$$

donde $e = \Phi[k] - \phi_r^s[k]$. La actualización de W_2 se calcula como

$$\Delta W_2[k] = -\frac{dE}{dW_2} = -\frac{dE}{d\phi_r^s} \frac{d\phi_r^s}{dW_2} = Re[e[k]X_2^*]. \quad (3.175)$$

En otros trabajos, como [31] y [59], se proponen métodos para estimar la resistencia estática y rotórica del MI utilizando redes neuronales.

3.5. Conclusiones

En este capítulo se desarrollaron diversos esquemas de control, comenzando por los esquemas clásicos más sencillos hasta llegar a controles *sensorless* de alto desempeño. Se encontró que efectivamente los esquemas basados en FOC tienen una respuesta dinámica más rápida que los basados en $V/f = cte$, y que la misma mejora si se realiza la cancelación de términos cruzados en el controlador. Se estudiaron algunas estrategias *sensorless* y se encontró que en general estas fallan en el rango de bajas velocidades. La mayoría de los controladores fueron implementados en un microcontrolador y probados en una banco de pruebas de motores, comprobando así la validez de las simulaciones. Finalmente, se presentaron, con carácter informativo, otras líneas de control y estimación que no fueron reproducidas experimentalmente en este trabajo.

Capítulo 4

CONCLUSIONES FINALES

En esta tesis se ha estudiado el modelo fundamental del MI y las principales estrategias de control que se han desarrollado basadas en este modelo. El estudio se realizó en orden de complejidad creciente, casi histórico, comenzando con controladores escalares básicos hasta llegar al control vectorial *sensorless*. Se estudió el control que mantiene el cociente V/f constante, a lazo abierto y lazo cerrado, compensando la caída en R_s a lazo abierto y luego mediante un estimador de flujo. También se estudió este control en una estrategia *sensorless*. Luego, se estudió el control vectorial directo. Se probó su funcionamiento sin y con compensación de términos cruzados y utilizando diversos estimadores de flujo. También se realizaron pruebas de estrategias *sensorless*. Se estudió el control vectorial indirecto. Finalmente, se revisaron otras líneas de control, como el *direct torque control*, y de estimación, como el *extended Kalman filter*, inyección de señal y la utilización de redes neuronales.

De acuerdo a las simulaciones y resultados experimentales obtenidos, los métodos de control de lazo abierto sólo son útiles en aplicaciones de bajo desempeño, donde el torque de carga es constante, o no es necesario un control preciso de la velocidad. Los métodos de control escalar de lazo cerrado son útiles donde no se requiere un desempeño muy alto, pero sí un buen control de la velocidad en estado estacionario. Por último, los métodos de control vectorial tienen un desempeño equivalente al que se obtiene en motores de

DC, y se utilizan cuando se requiere un buen seguimiento de trayectorias, tanto en estado estacionario como en los transitorios. Cabe destacar dentro de los métodos de control vectorial que, en general, los controles *sensorless* sólo funcionan adecuadamente en el rango de medias a altas velocidades.

Además de desarrollar el modelo y los controladores a nivel teórico, se estudió y se puso en funcionamiento un prototipo experimental para realizar ensayos de laboratorio. La implementación física de los controladores aportó un conocimiento invaluable sobre las dificultades y las distancias que existen entre el mundo teórico y el mundo práctico, revelando que, en general, el poner en funcionamiento estos algoritmos requiere pensar sobre un gran número de problemas adicionales que no se tienen en cuenta muchas veces a la hora de realizar una simulación. Entre estos problemas se pueden enumerar:

1) Trabajar en aritmética de punto fijo para realizar la implementación en un DSP. La aritmética de punto fijo produce ruido de cuantización, lo que limita el funcionamiento de los controladores en regiones de trabajo donde los niveles de señal son pequeños (baja velocidad).

2) El filtrado y acondicionamiento de las señales medidas, como por ejemplo las corrientes, que suelen tener ruido y *offset*.

3) La medición de la velocidad a través de un *encoder*, que requiere algoritmos especiales para obtener buenos resultados cuando la velocidad es baja.

4) Los tiempos muertos y las no linealidades del inversor, que deben ser modelados y debidamente compensados para lograr un funcionamiento adecuado de los controladores en la zona de baja velocidad.

5) La carga computacional de los controladores a implementar, que puede en muchos casos superar la capacidad del DSP utilizado.

6) La implementación de discretizaciones *online* para estimadores que tienen un parámetro variante (ω_r). La misma debe realizarse mediante aproximaciones de Taylor, pues requiere el cálculo de la exponencial de una matriz.

7) Limitar las acciones de control, ya que los actuadores físicos se saturan.

8) Limitar la potencia máxima exigida al sistema, ya que es fácil superarla pidiendo una respuesta dinámica muy veloz.

9) Implementar protecciones físicas para proteger el hardware utilizado.

Al tratar de implementar controladores *sensorless* basados en el modelo fundamental se hicieron evidentes las limitaciones de los mismos. Como se ha explicado en esta tesis, el modelo fundamental del MI no es observable a frecuencia cero. Esto hace que, hasta la fecha, no haya ninguna estrategia *sensorless* basada solamente en el modelo fundamental que funcione con robustez a frecuencia cero. Sin embargo, existen infinidad de estrategias que tratan de lograr un control estable a velocidades cada vez más bajas. Todas estas estrategias, que a primera vista pueden parecer diferentes, son en última instancia el resultado de combinar siempre el mismo número de ecuaciones y de incógnitas de formas diferentes. El resultado generalmente es el mismo, y está claramente ilustrado en la Figura 3.24, donde se ve que la velocidad de convergencia del estimador propuesto se reduce a medida que se reduce la frecuencia eléctrica aplicada. Ninguno de estos modelos puede lograr un buen desempeño a velocidades arbitrariamente bajas.

Se puede concluir que en aplicaciones que requieran control en todo el rango de velocidades sin utilizar sensores mecánicos, los controles basados en modelo fundamental han llegado a su límite. Para estas aplicaciones es necesario recurrir a técnicas más avanzadas que exploten otras propiedades de la máquina, como los métodos de inyección de señales, o la detección de las anisotropías propias de la construcción del MI.

APÉNDICE

En este apéndice se describen los detalles prácticos que es necesario conocer para implementar el control del MI. En la sección A-1 se describe el esquema de modulación *space vector modulation*, que fue la modulación utilizada para la implementación de los controladores. En la sección A-2 se explica la estructura de programación utilizada para implementar los controladores tanto en el DSP físico TMS320F240 de Texas Instruments como en el DSP virtual utilizado para las simulaciones. También se explica como se implementaron los controladores trabajando en aritmética de punto fijo y cuales son las limitaciones de la misma. En la sección A-3 se presenta un modelo para las caídas de tensión del inversor real, así como también una forma de compensarlas. En la sección A-4 se presentan los resultados experimentales obtenidos de los ensayos realizados al motor utilizado. Por último, en la sección A-5 se presentan consideraciones particulares para los ensayos debidas al banco de pruebas utilizado para los mismos, y se presentan las características del DSP utilizado.

A-1. Modulación *Space Vector Modulation* (SVM)

En esta sección se presenta el esquema de modulación utilizado en la implementación de los diversos controladores desarrollados a lo largo de este trabajo. En lugar de utilizar la clásica modulación *Pulse Width Modulation* (PWM), donde se compara la señal de referencia con una onda triangular, se optó por utilizar SVM debido a que permite generar tensiones sinusoidales de salida con amplitudes mayores que PWM sin necesidad de sobre

modular ([64]). Una guía para la implementación de esta modulación en el DSP utilizado puede encontrarse en [63]. En el esquema PWM, la máxima tensión sinusoidal de fase que puede generar el inversor sin sobre modular es

$$v_{fPWM} = \frac{V_{dc}}{2}, \quad (A-1)$$

donde V_{dc} es la tensión del bus y v_{fPWM} es la tensión pico de la salida de una pierna del inversor, medida respecto del neutro del motor. En la modulación SVM, la máxima tensión sinusoidal de fase que se puede alcanzar es

$$v_{fSVM} = \frac{V_{dc}}{\sqrt{3}}. \quad (A-2)$$

Esto quiere decir que si la tensión del bus de continua V_{dc} se genera a través de un rectificador trifásico ($V_{dc} = \sqrt{3}\sqrt{2} 220 \text{ V}$), la máxima tensión sinusoidal de fase que se puede generar tiene la misma amplitud que la tensión de una fase de la red eléctrica. Esto permite controlar motores trifásicos sin tener que utilizar elevadores de tensión en el bus de continua. La ecuación (A-2) será demostrada más adelante. A continuación se presenta el modelado del inversor en coordenadas $\alpha\beta$.

A-1.1. Modelo del inversor en coordenadas $\alpha\beta$

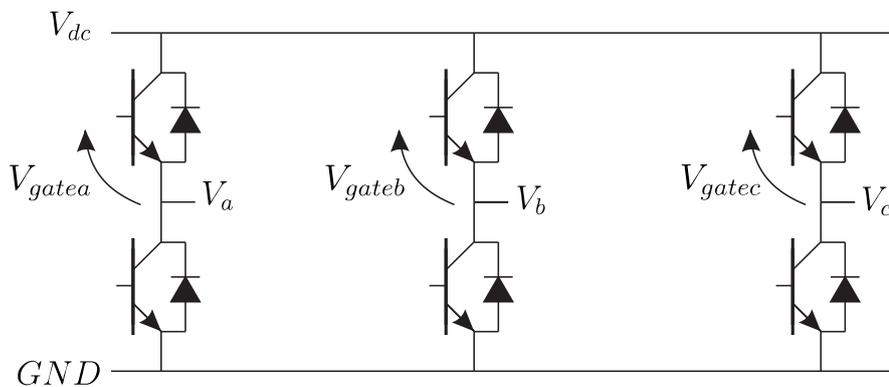


Figura A-1: Inversor trifásico.

En la Figura A-1 se muestra el esquema de un inversor trifásico. Sea V_{th} la tensión de disparo de los IGBTs, se definen las tensiones de *gate* normalizadas como,

$$\begin{aligned} v_{gatea} &= V_{gatea}/V_{th}, \\ v_{gateb} &= V_{gateb}/V_{th}, \\ v_{gatec} &= V_{gatec}/V_{th}. \end{aligned} \tag{A-3}$$

En todo momento en cada pierna hay una llave cerrada y una abierta, por lo que para describir el comportamiento del inversor alcanza con analizar el estado de las llaves superiores de cada pierna. Se supondrá que una tensión de *gate* normalizada de 1 implica que la llave está cerrada y una tensión de *gate* normalizada de 0 que está abierta. Se ve entonces que hay ocho estados posibles, que van desde 000 (todas las llaves superiores abiertas) hasta 111 (todas las llaves superiores cerradas). Esto implica que

$$V_{aGND} = V_{dc}v_{gatea}, \tag{A-4}$$

$$V_{bGND} = V_{dc}v_{gateb}, \tag{A-5}$$

$$V_{cGND} = V_{dc}v_{gatec}. \tag{A-6}$$

Las tensiones V_a , V_b y V_c están medidas respecto al centro de una carga en estrella conectada al inversor, como muestra la Figura A-2. Para hallar la relación entre estas tensiones y los estados de las llaves se utiliza el hecho de que $V_a + V_b + V_c = 0$ y las ecuaciones (A-4)-(A-6),

$$V_a = V_{dc} \frac{2v_{gatea} - v_{gateb} - v_{gatec}}{3}, \tag{A-7}$$

$$V_b = V_{dc} \frac{2v_{gateb} - v_{gatea} - v_{gatec}}{3}, \tag{A-8}$$

$$V_c = V_{dc} \frac{2v_{gatec} - v_{gatea} - v_{gateb}}{3}. \tag{A-9}$$

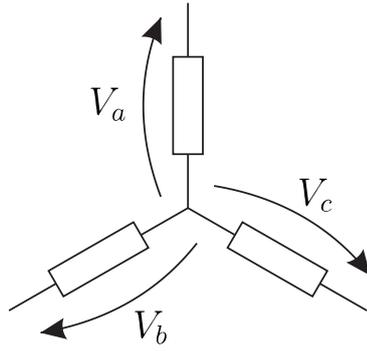


Figura A-2: Carga en estrella.

Tabla A-1: Estados posibles del inversor.

v_{gatea}	v_{gateb}	v_{gatec}	v_a	v_b	v_c	v_{ab}	v_{bc}	v_{ca}
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	$-1/3$	$-1/3$	$2/3$	0	1	-1
0	1	0	$-1/3$	$2/3$	$-1/3$	-1	1	0
0	1	1	$-2/3$	$1/3$	$1/3$	-1	0	1
1	0	0	$2/3$	$-1/3$	$-1/3$	1	0	-1
1	0	1	$1/3$	$-2/3$	$1/3$	1	-1	0
1	1	0	$1/3$	$1/3$	$-2/3$	0	1	-1
1	1	1	0	0	0	0	0	0

Normalizando estas tensiones respecto a V_{dc} se obtiene,

$$v_a = V_a/V_{dc},$$

$$v_b = V_b/V_{dc},$$

$$v_c = V_c/V_{dc}.$$

(A-10)

En la tabla A-1 se muestran los estados posibles, las tensiones respecto del centro de la estrella y las tensiones de línea normalizadas respecto a V_{dc} .

Aplicando la transformación (2.66) con constante $\sqrt{2/3}$ a las tensiones v_a , v_b y v_c se obtiene el modelo del inversor en coordenadas $\alpha\beta$. La tabla A-2 muestra el resultado de aplicar esta transformación, donde las tensiones $v_s^s = v_{s\alpha} + jv_{s\beta}$ están normalizadas respecto de V_{dc} . En el mismo también se definen los vectores, en coordenadas $\alpha\beta$, que

Tabla A-2: Estados posibles del inversor ($\alpha\beta$).

a	b	c	$v_{s\alpha}$	$v_{s\beta}$	vector
0	0	0	0	0	$V_{000}(000)$
0	0	1	$-1/\sqrt{6}$	$-\sqrt{3}/2$	$V_{240}(001)$
0	1	0	$-1/\sqrt{6}$	$\sqrt{3}/2$	$V_{120}(010)$
0	1	1	$-\sqrt{2/3}$	0	$V_{180}(011)$
1	0	0	$\sqrt{2/3}$	0	$V_0(100)$
1	0	1	$1/\sqrt{6}$	$-\sqrt{3}/2$	$V_{300}(101)$
1	1	0	$1/\sqrt{6}$	$\sqrt{3}/2$	$V_{60}(110)$
1	1	1	0	0	$V_{111}(111)$

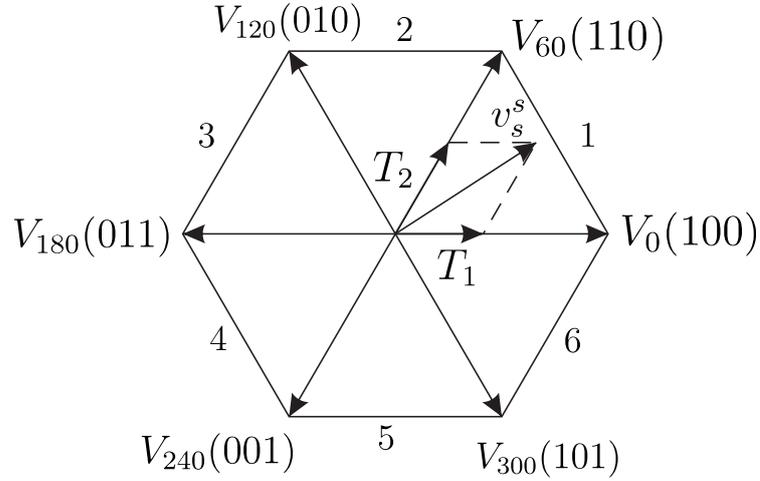


Figura A-3: Estados del inversor.

representan cada estado. En la Figura A-3 se muestran los estados, representados en el plano $\alpha\beta$ a través de los vectores definidos en la tabla A-2. Los estados (000) y (111) son vectores de módulo cero, y no se muestran en la figura.

Representación de una tensión arbitraria

Dos estados se dirán adyacentes cuando difieran sólo en el estado de una de las piernas del inversor (por ejemplo, (000) y (001) son adyacentes, pero (000) y (101) no). Dada una tensión arbitraria v_s^s muestreada cada T_p segundos es posible representarla en cada período de muestreo, en valor medio, mediante tres estados del inversor. Dos estados serán adyacentes y no nulos, mientras que el tercero será el estado nulo adyacente al último estado no nulo. Es importante notar que para pasar de un estado cualquiera a

otro adyacente sólo se requiere variar las llaves de una pierna. Esto es deseable, ya que no es posible garantizar el pasaje de un estado a otro no adyacente. Si el inversor se encontrara, por ejemplo, en el estado (001) y se deseara que pase al (100), habría que variar simultáneamente las llaves de las piernas a y c . Como las llaves son físicamente diferentes, tendrán tiempos de respuesta ligeramente distintos. Esto hará que el inversor pase por un estado incierto, que puede ser el (000) si la pierna c responde primero, o el (101) si la pierna a responde primero.

El valor medio de la tensión v_s^s a representar en un período de muestreo T_p , será

$$\overline{v_s^s} = \frac{1}{T_p} \int_0^{T_p} v_s^s(t) dt = \frac{T_1}{T_p} V_x + \frac{T_2}{T_p} V_{x\pm 60} + \frac{T_0}{T_p} (V(000) \text{ o } V(111)), \quad (\text{A-11})$$

donde V_x es uno de los dos estados entre los que se encuentra v_s^s , $V_{x\pm 60}$ es el estado adyacente, T_1 es el tiempo que se debe estar en el estado V_x , T_2 es el tiempo que se debe estar en el estado $V_{x\pm 60}$ y T_0 el tiempo en el estado cero. El estado cero será $V(000)$ o $V(111)$ dependiendo cual sea el adyacente al estado $V_{x\pm 60}$. El estado cero no aporta tensión al valor de v_s^s , sino que completa la duración del período de manera que

$$T_0 + T_1 + T_2 = T_p. \quad (\text{A-12})$$

Si la frecuencia de muestreo es lo suficientemente rápida cómo para que v_s^s pueda considerarse constante en un período de muestreo, entonces (A-11) puede escribirse como

$$v_s^s \simeq \overline{v_s^s} = \frac{T_1}{T_p} V_x + \frac{T_2}{T_p} V_{x\pm 60} + \frac{T_0}{T_p} (V(000) \text{ o } V(111)). \quad (\text{A-13})$$

La máxima amplitud de v_s^s que puede representar el inversor se obtiene cuando $T_0 = 0$. En esta condición, utilizando (A-12) en la ecuación anterior se obtiene,

$$v_s^s = \frac{T_1}{T_p} V_x + \left(1 - \frac{T_1}{T_p}\right) V_{x\pm 60}, \quad (\text{A-14})$$

que es la ecuación de una recta que une el estado V_x con el adyacente. Esta ecuación determina los límites (aristas 1 a 6) que se muestran en el hexágono de la Figura A-3.

Para representar un valor arbitrario de v_s^s , se deben conocer los estados entre los que se encuentra. A continuación se describe un algoritmo para determinarlos.

La Figura A-3 está dividida en seis sectores, numerados de 1 a 6. Encontrando el sector que contiene a v_s^s se determinan los estados que lo representan.

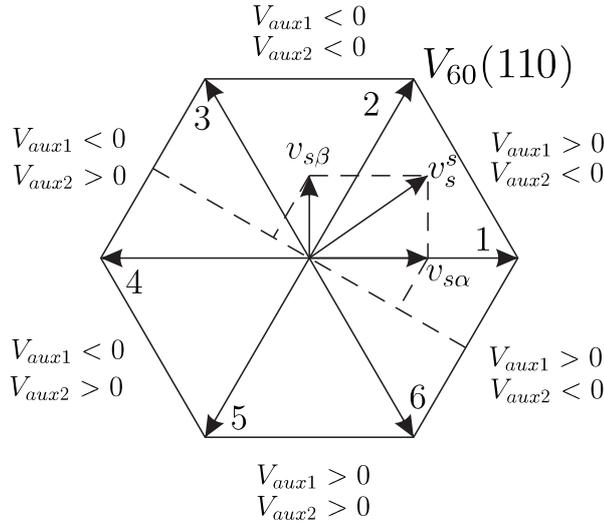


Figura A-4: Signo de las funciones auxiliares.

Proyectando las componentes de v_s^s sobre un eje perpendicular al estado V_{60} , como se muestra en la Figura A-4, y restando dichas proyecciones se obtiene la función auxiliar

$$V_{aux1} = v_{s\alpha} \text{ sen } 60^\circ - v_{s\beta} \text{ sen } 30^\circ, \quad (\text{A-15})$$

y haciendo lo mismo con el estado V_{120} se obtiene la función auxiliar

$$V_{aux2} = -v_{s\alpha} \text{ sen } 60^\circ - v_{s\beta} \text{ sen } 30^\circ. \quad (\text{A-16})$$

El signo de estas funciones puede verse en la Figura A-4. Utilizando como tercera función auxiliar a

$$V_{aux3} = v_{s\beta}, \quad (\text{A-17})$$

Tabla A-3: Sectores.

N	-1	-5	3	1	5	-3
sector	1	2	3	4	5	6

los sectores quedan determinados por los signos de las tres funciones. El sector que contiene a v_s^s puede obtenerse de

$$N = \text{sign}(V_{aux3}) + 2\text{sign}(V_{aux1}) + 4\text{sign}(V_{aux2}), \quad (\text{A-18})$$

utilizando la tabla A-3.

Conocidos los estados que representan a v_s^s y el hecho de que el estado cero no aporta al valor de esta tensión, pueden despejarse los tiempos T_1 y T_2 de (A-13) como

$$\begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{bmatrix} = T_p \begin{bmatrix} V_{(x)\alpha} & V_{(x\pm 60)\alpha} \\ V_{(x)\beta} & V_{(x\pm 60)\beta} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} v_{s\alpha} \\ v_{s\beta} \end{bmatrix}, \quad (\text{A-19})$$

donde $V_x = [V_{(x)\alpha} \ V_{(x)\beta}]'$ y $V_{x\pm 60} = [V_{(x\pm 60)\alpha} \ V_{(x\pm 60)\beta}]'$. T_0 se despeja de (A-12) una vez hallados T_1 y T_2 . En la Figura A-5 se muestra la implementación temporal de los seis estados en la salida PWM del inversor para una v_s^s dada en cada sector.

Máxima tensión por fase utilizando SVM

A continuación se mostrará que la relación entre la tensión del bus de continua y la máxima tensión sinusoidal de fase representable utilizando SVM, está dada por (A-2).

El lugar geométrico de transformar tensiones sinusoidales al plano $\alpha\beta$ es un círculo, como muestra (3.8). Como la máxima tensión que puede representar el inversor en el plano $\alpha\beta$ está contenida por el hexágono de la Figura A-4, el círculo más grande que se puede representar en dicho plano es el que tiene el radio que se muestra en la Figura A-6.

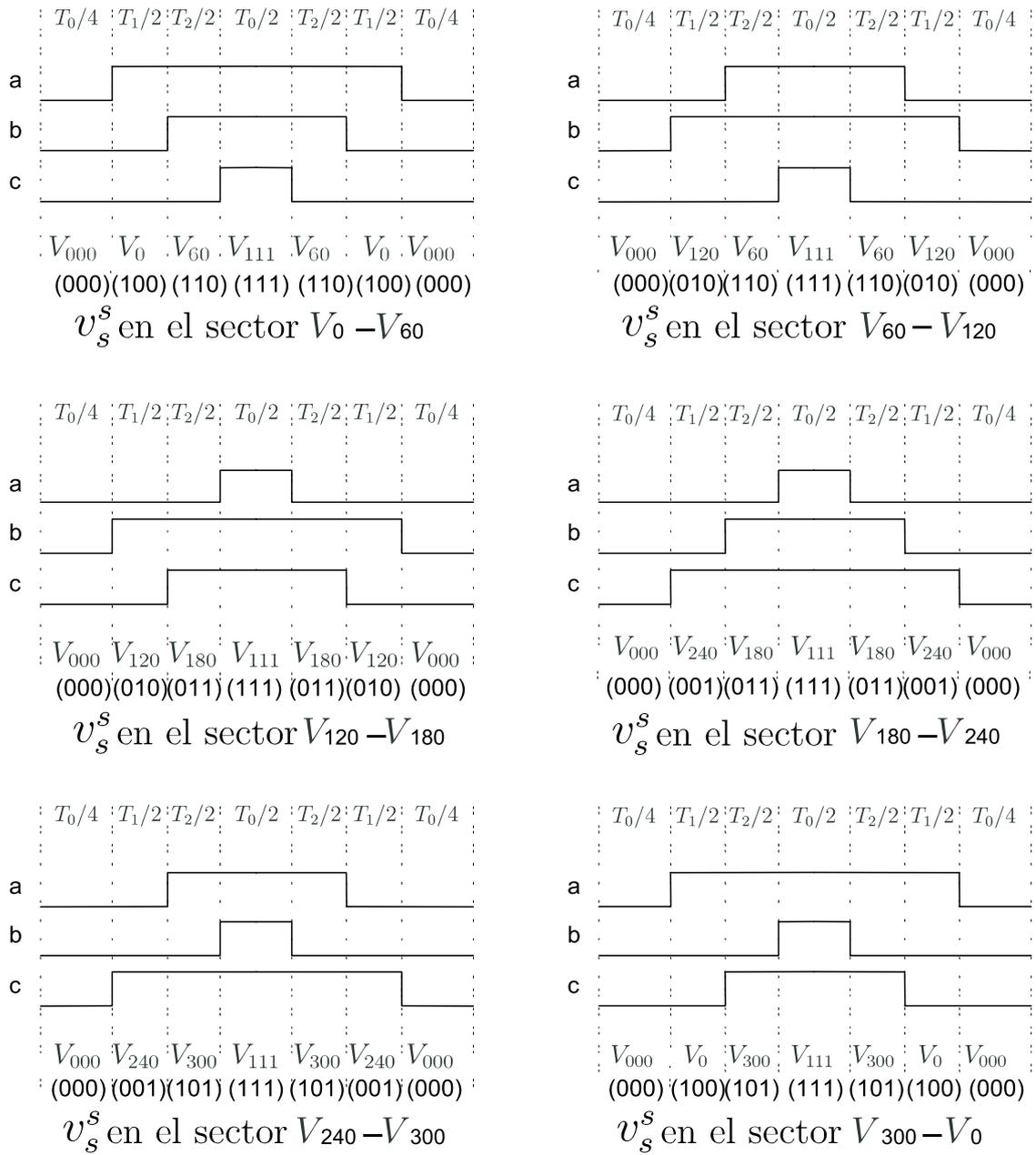


Figura A-5: Estados SVM en PWM. Las señales a, b y c representan las tensiones de en las compuertas de los IGBTs.

Este radio, por pitágoras, es

$$\begin{aligned}
 \|V_0\|^2 &= \|v_s^s\|^2 + \|V_0/2\|^2, \\
 \|v_s^s\| &= \sqrt{\left(\sqrt{2/3}\right)^2 - \left(1/2\sqrt{2/3}\right)^2} V_{dc} = \frac{V_{dc}}{\sqrt{2}}, \quad (\text{A-20})
 \end{aligned}$$

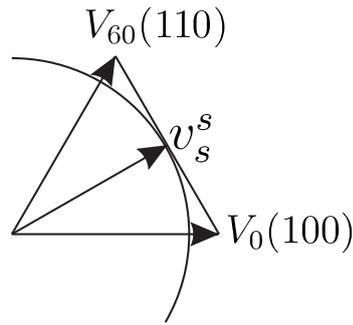


Figura A-6: Maxima tensión sinusoidal representable en $\alpha\beta$ utilizando SVM.

donde la hipotenusa del triángulo tiene módulo $\|V_0\| = \|V_{60}\| = \sqrt{2/3}$, de la tabla A-2, y el cateto menor tiene módulo $\|V_0/2\|$ porque el triángulo formado por V_0 y V_{60} tiene ángulos internos de 60° . Utilizando (3.8) con (A-20) se obtiene

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{3}{2}}v_{fSVM} &= \frac{V_{dc}}{\sqrt{2}}, \\ v_{fSVM} &= \frac{V_{dc}}{\sqrt{3}}. \end{aligned} \quad (A-21)$$

Este resultado demuestra (A-2).

A-2. Implementación y simulación de los controladores

En esta sección se muestra la estructura de programación utilizada tanto para simular los controladores como para obtener los resultados experimentales. También se explica la implementación de los controladores utilizando operaciones básicas de punto fijo y cuales son sus limitaciones.

A-2.1. Programas

Para DSP

El DSP utilizado (descrito en la subsección A-5.1 de este apéndice) puede ser programado utilizando instrucciones de bajo nivel, tipo *assembler*, o utilizando el lenguaje C. Para facilitar la programación se definió una estructura básica de programa que sirve para implementar todos los controladores y que puede verse en la Figura A-7. En la misma, PAN significa programa de alto nivel, que está escrito en C, y PBN programa de bajo nivel, escrito tanto en C como en *assembler*. Primero, se configura el DSP, definiendo el período de muestreo T_{SAMPLE} para el controlador discreto, eligiendo la lógica de las salidas, el tipo de modulación a utilizar, la cantidad de entradas A/D a capturar, etc. Luego, se inicializan todas las variables propias del programa del controlador que se desea implementar. A continuación, el DSP ejecuta un bucle infinito en el cual se puede realizar operaciones largas, que requieran muchos períodos de muestreo para completarse. Finalmente, cada vez que transcurre un período de muestreo, se produce una interrupción en la que el PBN captura las señales de entrada y calcula la velocidad, se ejecuta el PAN del controlador que se desea implementar y luego el PBN ejecuta las acciones de control comandando las salidas del DSP. Cuando finalizan todas las operaciones dentro de la interrupción, el programa retorna al bucle infinito hasta que se produce una nueva interrupción, que corresponde al siguiente período de muestreo.

La estructura presentada se crea en un archivo de bajo nivel (lenguaje del DSP) que se encarga de todas las operaciones de configuración y repetitivas. El programa que se ejecuta en el bucle infinito y el que se ejecuta durante las interrupciones se crean en un archivo de alto nivel programado en C. Este es el archivo que cambiará cada vez que se desee implementar un nuevo controlador. Las distintas configuraciones posibles se eligen en tiempo de compilación, no en tiempo de corrida. Es decir, dependiendo de como se desee configurar el DSP se compilará uno u otro sector del programa de bajo nivel. Las variables de selección de qué sectores se compilan se encuentran al principio del programa

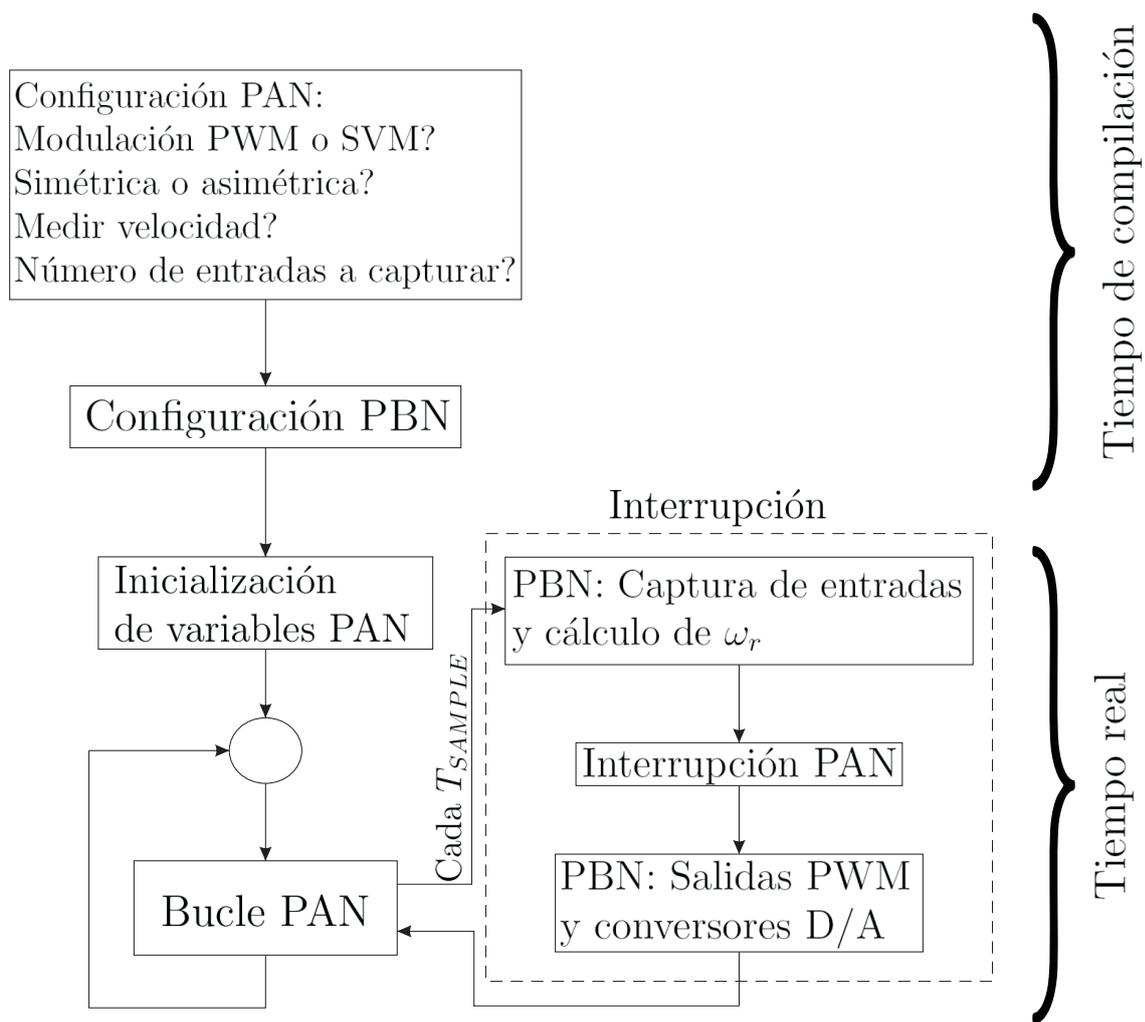


Figura A-7: Estructura de programa.

de alto nivel. Algunas operaciones repetitivas también se codificaron en el programa de bajo nivel. Entre estas se encuentran, el cálculo de la modulación SVM a partir de las tensiones $v_{s\alpha}$ y $v_{s\beta}$ que calcula el programa de alto nivel, y el cálculo de la velocidad a partir de los pulsos que envía el *encoder* de medición de velocidad.

Para simulación

Como se explicó en la subsección anterior, el programa de alto nivel se encarga del cálculo de las señales de control, mientras que el programa de bajo nivel se encarga de la interfaz con el mundo exterior. La ventaja de esta estructura de programa es que se puede reemplazar el programa de bajo nivel por uno que simule el funcionamiento del DSP. Este

cambio es totalmente transparente para el programa de alto nivel e implica que una vez simulado correctamente un controlador sólo se debe cambiar de programa de bajo nivel para implementarlo en el DSP. El archivo de bajo nivel que simula el DSP está escrito en lenguaje C y fue creado luego de un estudio minucioso del funcionamiento del DSP.

Medición de la velocidad

A continuación se describe el algoritmo utilizado para calcular la velocidad a partir de los pulsos entregados por el *encoder*.

Existen dos algoritmos básicos para la medición de la velocidad utilizando un *encoder*. El primero consiste en contar la cantidad de pulsos entregados por el *encoder* en una ventana de tiempo fija. El tiempo que dura esta ventana determina la rapidez con la que se actualiza la medición de velocidad. Cuanto más baja sea la velocidad que se quiere detectar, mayor duración deberá tener ventana de tiempo utilizada. Por este motivo, este algoritmo funciona bien sólo en el rango de velocidades medias a altas. La velocidad estimada de esta forma a partir de los pulsos está dada por

$$\hat{\omega}_r = 2\pi \frac{p}{T_w p_{rev}}, \quad (\text{A-22})$$

donde T_w es el tiempo de duración de la ventana durante la cual se cuentan los pulsos, p es el número de pulsos contados y p_{rev} es el número de pulsos por revolución que entrega el *encoder*. El segundo algoritmo consiste en contar el tiempo entre pulso y pulso. En teoría, esto permite detectar velocidades arbitrariamente bajas, pero en la práctica es necesario fijar un tiempo máximo luego del cual la velocidad se considera igual a cero. La velocidad estimada de esta forma a partir de los pulsos está dada por

$$\hat{\omega}_r = 2\pi \frac{1}{T_{medido} p_{rev}}, \quad (\text{A-23})$$

donde T_{medido} es el tiempo que tarda en llegar un pulso durante el período de cálculo de la velocidad estimada.

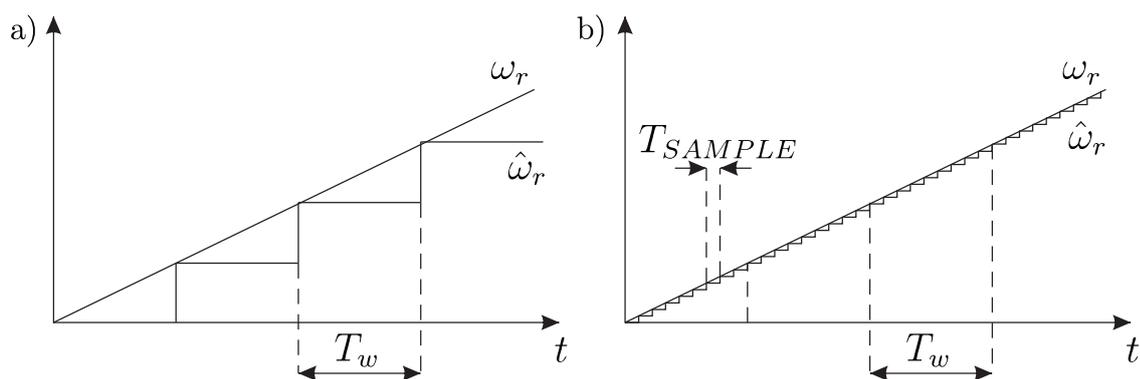


Figura A-8: Reconstrucción de la velocidad a partir de las señales de un *encoder* a) Algoritmo de ventana de tiempo fija. b) Algoritmo propuesto.

El algoritmo propuesto e implementado en este trabajo es similar al primer algoritmo presentado. Se utiliza una ventana de tiempo fija para contar pulsos, elegida lo suficientemente grande como para detectar velocidades por debajo de $1Hz$. En el primer algoritmo, el valor de la velocidad se actualiza cada T_w y permanece constante, en el último valor de velocidad calculado, durante el conteo de pulsos. En la Figura A-8a se muestra la velocidad $\hat{\omega}_r$, que se obtiene utilizando el primer algoritmo, junto a la velocidad real ω_r . Como se ve en esta figura, el error que se comete en la estimación de velocidad puede ser grande durante el período de cálculo de la misma. Como el período de muestreo T_{SAMPLE} del controlador es mucho menor que T_w , la relativa lentitud con la que se actualiza la velocidad estimada llevará al controlador a tomar acciones de control erróneas. Esto puede provocar oscilaciones. Lo ideal es actualizar el valor de la velocidad estimada con la misma frecuencia con que se toman las acciones de control, es decir, cada T_{SAMPLE} . Para lograr esto, y mantener la precisión de estimación de velocidad que brinda una ventana de ancho T_w , se elige un T_w múltiplo de T_{SAMPLE} . Durante el período de cálculo de velocidad, el controlador realizará $n = T_w/T_{SAMPLE}$ interrupciones para tomar acciones de control. En el algoritmo propuesto, en cada interrupción se almacena en un arreglo la cantidad de pulsos registrados hasta el momento en que ocurre dicha interrupción. Transcurridas las n interrupciones, en el último lugar del arreglo se tiene el número total de pulsos ocurridos durante la ventana de tiempo T_w . Al comienzo del siguiente ciclo, cuando ocurre la

primera interrupción, la distancia temporal entre la cantidad de pulsos registrados hasta el momento y los pulsos registrados en el primer lugar del arreglo es T_w . Esto puede verse en la Figura A-9, donde $P[i]$ es el i ésimo elemento del arreglo de pulsos. Utilizando la

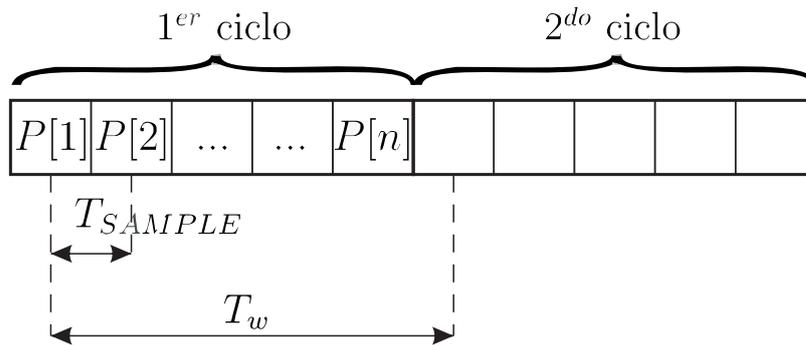


Figura A-9: Ciclos de cálculo de velocidad a partir de los pulsos entregados por un *encoder* utilizando los pulsos anteriores guardados en el arreglo P .

diferencia entre la cantidad de pulsos actuales p y la cantidad de pulsos guardada en $P[1]$ se calcula la velocidad actual. Luego, se guardan los p pulsos en el arreglo para poder utilizarlos durante el tercer ciclo. En la segunda interrupción, se utiliza para calcular la velocidad la diferencia entre los p pulsos ocurridos hasta ese momento y los guardados en $P[2]$. Nuevamente, los p pulsos se guardan en el arreglo. El proceso se repite hasta completar el segundo ciclo. Lo que se logra de esta forma es una actualización de la velocidad cada T_{SAMPLE} pero con la precisión de una ventana de T_w . El proceso podría repetirse en los siguientes ciclos, pero de esta forma se requiere un arreglo de longitud infinita. En la práctica se utiliza un arreglo de longitud n , y los valores de p actuales se sobrescriben en este arreglo a medida que se calcula la velocidad actual. Sólo se comete error en el primer ciclo, donde no hay valores de pulsos anteriores almacenados. El algoritmo lógico

utilizado en la práctica se muestra a continuación,

$$\begin{aligned}\hat{\omega}_r &= 2\pi \frac{p - P[i]}{T_w p_{rev}}, \\ P[i] &= p, \\ i &= i + 1, \\ \text{Si } i &= n \text{ entonces } i = 0.\end{aligned}$$

En la Figura A-8b se muestra la velocidad recuperada a partir de los pulsos utilizando el algoritmo propuesto. Como se ve en esta figura, la velocidad se actualiza mucho más rápido manteniendo la precisión del primer algoritmo.

A-2.2. Implementación en punto fijo

El DSP utilizado para la implementación de los controladores realiza sumas, restas y productos con números de 16 bits. Su unidad aritmética y lógica (ALU) realiza el producto de dos números de 16 bits y guarda el resultado en un registro de 32 bits, conocido como *acumulador*. En esta subsección se mostrará como utilizar aritmética de punto fijo para implementar los controladores.

Tanto los estimadores propuestos como los controladores PI pueden describirse a través de funciones de transferencia. Estas funciones de transferencia pueden ser discretizadas una vez definido el período de muestreo T_{SAMPLE} que utilizará el DSP para capturar las señales de entrada y aplicar las acciones de control. Dada la discretización de una función de transferencia (ver [56]),

$$y(z) = \frac{a_n z^{-n} + a_{n-1} z^{-(n-1)} + \dots + a_1 z^{-1} + a_0}{b_m z^{-m} + b_{m-1} z^{-(m-1)} + \dots + b_1 z^{-1} + b_0} x(z), \quad (\text{A-24})$$

donde los $a_i, 0 \leq i \leq n$ son los coeficientes del numerador y los $b_j, 0 \leq j \leq m$ los del

denominador, siempre es posible escribir la salida "y" como una ecuación a diferencias,

$$y[k] = \frac{1}{b_0} \{a_n x[k-n] + a_{n-1} x[k-(n-1)] + \dots + a_0 x[k] - b_n y[k-n] - b_{n-1} y[k-(n-1)] - \dots - b_1 y[k-1]\}. \quad (\text{A-25})$$

Esto quiere decir que para implementar los controladores sólo es necesario, en principio, poder realizar sumas de productos. A continuación se verá cómo representar los coeficientes, y las variables, en punto fijo.

Representación de un número en punto fijo

La representación decimal standard de un número de 16 bits signado utilizando complemento a dos es

$$N_{q0} = -b_{15}2^{15} + b_{14}2^{14} + \dots + b_1 2 + b_0, \quad (\text{A-26})$$

donde los $b_i, 0 \leq i \leq 15$ son los bits del número digital y pueden valer 0 o 1. Este número puede variar entre $-32768 \leq N_{q0} \leq 32767$. La resolución, o cuantificación que tiene esta representación es el número decimal más chico que puede ser representado. En este caso, todos los bits en cero y $b_0 = 1$ dan el número decimal 1. Esto quiere decir que números decimales con coma no pueden ser representados de esta forma. Supóngase ahora que ante el mismo número binario se divide la representación decimal standard por una potencia arbitraria de 2, entonces

$$N_{qn} = \frac{-b_{15}2^{15} + b_{14}2^{14} + \dots + b_1 2 + b_0}{2^n}, \quad (\text{A-27})$$

donde el subíndice qn indica que el número decimal en representación standard se divide por 2^n . Con esta representación, el número puede estar entre $-32768/2^n \leq N_{qn} \leq 32767/2^n$, y la resolución será $1/2^n$. Por ejemplo, para $n = 15$, $-1 \leq N_{q15} \leq 32767/32768$ con una resolución de $1/2^{15}$. Como se ve, hay una relación de compromiso entre el módulo máximo representable y la resolución de representación del número decimal. En la tabla

Tabla A-4: Representación decimal de un número binario

Q	Rango
q0	32767/−32768
q1	16833.5/−16384
q2	8191.75/−8192
q3	4095.875/−4096
q4	2047.93/−2048
q5	1023.96/−1024
q6	511.98/−512
q7	255.99/−256
q8	127.99/−128
q9	63.99/−64
q10	31.99/−32
q11	15.99/−16
q12	7.99/−8
q13	3.99/−4
q14	1.99/−2
q15	0.99/−1

A-4 se muestran los rangos de los números decimales que se pueden representar utilizando distintos valores de n .

Como se mencionó en la subsección A-2.1 los controladores se programan en lenguaje C. El compilador de lenguaje C a lenguaje de DSP convierte las variables de C de tipo *short int* a números binarios que se guardan en los registros del DSP. Un *short int* es un número binario de 16 bits escrito en representación standard como se muestra en (A-26), es decir, un número entero entre 32767 y −32768. Entonces, dado un número decimal N_{real} que se desea cargar a un registro del DSP, el procedimiento para convertirlo a un *short int* es el siguiente: Primero, utilizando la tabla A-4 se determina el qn de N_{real} . Luego, su representación en *short int* será

$$N_{digital} = \text{trunc}(N_{real}2^n), \quad (\text{A-28})$$

donde la función $\text{trunc}()$ trunca el valor entre paréntesis al entero más cercano a cero. Notese que en la representación se comete un error máximo de $1/2^n$, por lo que es conveniente elegir siempre el qn más grande que contenga a N_{real} en su rango. Esto puede

verse al recuperar el número real a partir del número digital. De (A-28),

$$N'_{real} = \frac{N_{digital}}{2^n} = \frac{\text{trunc}(N_{real}2^n)}{2^n}, \quad (\text{A-29})$$

luego el error máximo será

$$e_{max} = \max(N_{real} - N'_{real}) = \frac{\max(N_{real}2^n - \text{trunc}(N_{real}2^n))}{2^n} = \frac{1}{2^n}, \quad (\text{A-30})$$

A modo de ejemplo, si $N_{real} = 2,73568$ entonces $qn = q13$ y su representación digital (a los fines de la programación en C) será

$$N_{digital} = \text{trunc}(2,73568 \cdot 2^{13}) = 22410. \quad (\text{A-31})$$

Haciendo el camino inverso, de (A-29) el número decimal que se obtiene a partir de esta representación digital es

$$N'_{real} = \frac{N_{digital}}{2^{13}} = \frac{22410}{2^{13}} = 2,73559, \quad (\text{A-32})$$

cuyo error es

$$e = N_{real} - N'_{real} = 2,73568 - 2,73559 = 84,297 \cdot 10^{-6} < \frac{1}{2^{13}}, \quad (\text{A-33})$$

Suma de números en distinto q

Sean los números digitales A_{dq_n} y B_{dq_m} , donde la d del subíndice indica números representados en *short int*, con $n = m + i$, con i entero mayor que cero. Si se desea sumarlos, se deben expresar los dos en el mismo q . El q a utilizar será el menor de los dos, ya que el rango es mayor a menor q . Con la definición dada se debe pasar A_{dq_n} a qm . De (A-29),

$$A'_r = \frac{A_{dq_n}}{2^n}, \quad (\text{A-34})$$

que pasado a qm aplicando (A-28) queda

$$\begin{aligned} A_{dqm} &= \text{trunc}(A'_r 2^m) = \text{trunc}\left(\frac{A_{dqm} 2^m}{2^n}\right) \\ &= \text{trunc}\left(\frac{A_{dqm}}{2^{m+i}} 2^m\right) = \text{trunc}\left(\frac{A_{dqm}}{2^i}\right). \end{aligned} \quad (\text{A-35})$$

Luego de obtener A_{dqm} se realiza la suma. La aparición de una división en (A-35) que debe ser realizada en tiempo real no presenta ningún inconveniente a la hora de implementarla en DSP, ya que dividir por potencias de 2 equivale a realizar un desplazamiento a derecha de los bits del dividendo. En este caso se desplazarán i bits a la derecha. Notese que la reducción de q introduce un error adicional por la pérdida de resolución que implica.

Es importante chequear que el resultado de la suma esté en 16 bits, ya que esta operación puede dar *overflow*, por ejemplo, si se suman dos números mayores que 16384. Si esto sucede basta con dividir el resultado de la suma por 2, reduciendo el q del resultado en 1, pues como máximo la suma de dos números de 16 bits ocupa 17 bits.

A modo de ejemplo, sea $A_{dq12} = 12853$ y $B_{dq8} = 22451$. Sus valores en decimal serán $A'_{real} = A_{dq12}/2^{12} = 3,1379$ y $B'_{real} = B_{dq8}/2^8 = 87,699$. Su suma es $A'_{real} + B'_{real} = 90,8371$. Entonces, de (A-35)

$$A_{dq8} = \text{trunc}\left(\frac{12853}{2^4}\right) = 803, \quad (\text{A-36})$$

luego

$$C_{dq8} = A_{dq8} + B_{dq8} = 23254, \quad (\text{A-37})$$

que representa el número real $C'_{real} = 23254/2^8 = 90,8359$. Se puede apreciar en este ejemplo que el error introducido por la pérdida de resolución se manifiesta en el tercer decimal.

Multiplicación de dos números de distinto q

Sean los números digitales A_{dq_n} y B_{dq_m} con $n \neq m$. Se desea multiplicarlos y que el resultado del producto sea un número de 16 bits. Como

$$\begin{aligned} |A'_r| &= \left| \frac{A_{dq_n}}{2^n} \right| \leq \frac{2^{15}}{2^n}, \\ |B'_r| &= \left| \frac{B_{dq_m}}{2^m} \right| \leq \frac{2^{15}}{2^m}, \end{aligned}$$

entonces,

$$|A'_r B'_r| \leq \frac{2^{15+15}}{2^{n+m}} = \frac{2^{15}}{2^{n+m-15}}. \quad (\text{A-38})$$

Esto indica que para que el producto quede en 16 bits, la representación digital de $C'_r = A'_r B'_r$ deberá estar en $q(n + m - 15)$. Luego, de (A-28)

$$\begin{aligned} C_{dq(n+m-15)} &= \text{trunc}(A'_r B'_r 2^{n+m-15}) = \text{trunc}\left(\frac{A_{dq_n} B_{dq_m}}{2^{n+m}} 2^{n+m-15}\right) \\ &= \text{trunc}\left(\frac{A_{dq_n} B_{dq_m}}{2^{15}}\right). \end{aligned} \quad (\text{A-39})$$

Al implementar el producto en el DSP, el resultado del mismo se guarda en un registro de 32 bits, el acumulador. La ecuación (A-39) indica que para obtener dicho resultado en 16 bits, se debe realizar un desplazamiento de 15 bits hacia la derecha al registro acumulador. Luego, el resultado en 16 bits estará dado por los 16 bits menos significativos de dicho registro. En la Figura A-10 se muestra un diagrama en bloques que representa el producto en punto fijo.

A modo de ejemplo, sea $A_{dq_4} = 2154$ y $B_{dq_9} = 12547$. Entonces,

$$A'_r B'_r = (2154/2^4)(12547/2^9) = 3299,101.$$

Siguiendo el procedimiento para el producto digital se tiene que,

$$C_{dq(-2)} = \text{trunc}\left(\frac{2154 \ 12547}{2^{15}}\right) = 824. \quad (\text{A-40})$$

Luego $C'_r = 824/2^{-2} = 3299,101$.

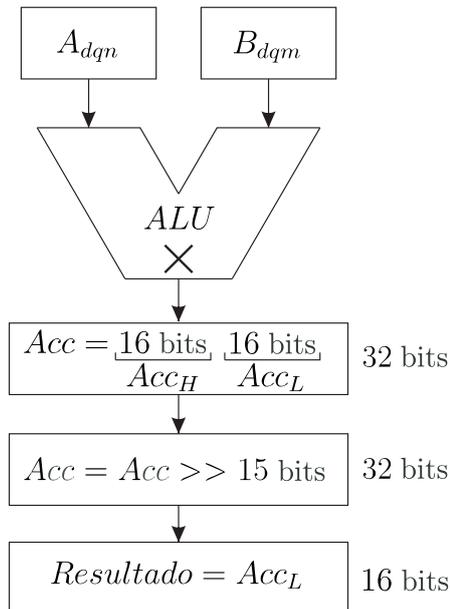


Figura A-10: Producto en punto fijo.

A-3. Compensación de las caídas de tensión del inversor real

Debido a los tiempos muertos, las caídas de tensión colector-emisor de los IGBTs y a las caídas en los diodos, la tensión que aplica el inversor al motor no es exactamente la tensión de referencia. Cuando el motor trabaja en la zona de bajas velocidades, esta diferencia se hace notable. Esto se debe a que el ciclo de trabajo es pequeño, lo que acentúa el error introducido por los tiempos muertos, y las caídas de tensión en los componentes son comparables a las tensiones que se desea generar. Para mejorar el comportamiento del inversor en este rango de velocidades, es necesario modelar estas caídas de tensión del inversor real y compensarlas sumándolas a la tensión de referencia. Para el modelado se supondrá que siempre hay corriente circulando en algún sentido y que este no cambia durante el período de conmutación. Esta es una aproximación válida, ya que el motor es básicamente una inductancia y en un período de conmutación tendrá suficiente energía

como para mantener una corriente circulando. Se supondrá que los diodos tienen una caída de tensión infinita cuando se los polariza en inversa, y una caída constante cuando se los polariza en directa. Además, se supondrá también que la tensión colector emisor de los IGBTs es constante. Las transiciones de estado de los componentes se considerarán instantáneas.

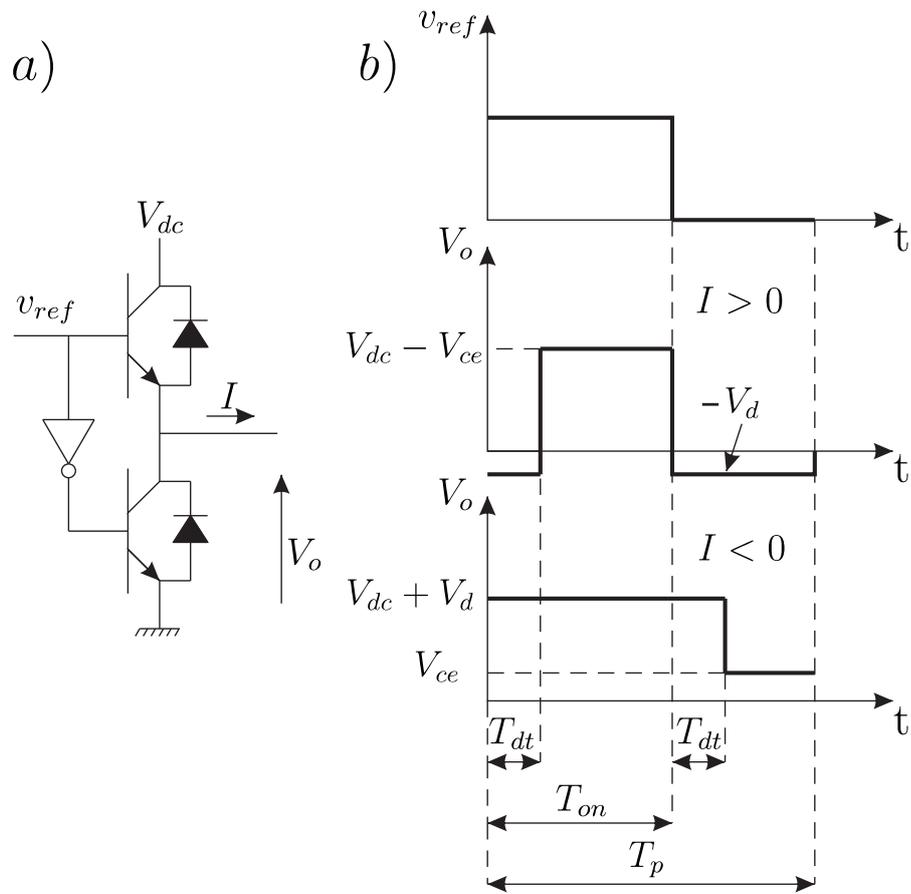


Figura A-11: a) Pierna del inversor. b) Efecto de los tiempos muertos y de las caídas en los diodos y colector-emisor.

En la Figura A-11b se muestra el efecto de los tiempos muertos y las caídas de tensión en los diodos y colector-emisor en la tensión de salida ante una referencia dada. En la misma T_p es el período de conmutación de los IGBTs y T_{dt} representa los tiempos muertos. Cuando la corriente es positiva, los tiempos muertos disminuyen el valor medio

de la tensión de salida. Cuando es negativa, lo incrementan. De la figura, cuando $I > 0$,

$$\begin{aligned} V_o &= \frac{T_{on} - T_{dt}}{T_p}(V_{dc} - V_{ce}) - \frac{T_p - T_{on} + T_{dt}}{T_p}V_d, \\ &= \frac{T_{on} - T_{dt}}{T_p}(V_{dc} - V_{ce} + V_d) - V_d. \end{aligned} \quad (A-41)$$

Cuando $I < 0$,

$$\begin{aligned} V_o &= \frac{T_{on} + T_{dt}}{T_p}(V_{dc} + V_d) + \frac{T_p - T_{on} + T_{dt}}{T_p}V_{ce}, \\ &= \frac{T_{on} + T_{dt}}{T_p}(V_{dc} - V_{ce} + V_d) + V_{ce}. \end{aligned} \quad (A-42)$$

Combinando (A-41) y (A-42) se obtiene

$$V_o = \frac{T_{on}}{T_p}(V_{dc} - V_{ce} + V_d) - \left[\frac{T_{dt}}{T_p}(V_{dc} - V_{ce} + V_d) + \frac{V_{ce} + V_d}{2} \right] \text{sign}(I) + \frac{V_{ce} - V_d}{2}. \quad (A-43)$$

A-3.1. Compensación

Debido a las caídas de tensión del inversor real, para lograr que este copie una tensión de referencia v_{ref} se le debe aplicar una compensación. Se llamará v'_{ref} a la tensión de referencia compensada. Al aplicar v'_{ref} al inversor real, sus salidas serán iguales a las que se obtienen de un inversor ideal ante una referencia v_{ref} . En un período T_p , el tiempo de encendido T_{on} se calculará en base a la tensión de referencia a través de la relación

$$v'_{ref} = \frac{T_{on}}{T_p}V_{dc}. \quad (A-44)$$

De (A-43) y (A-44) la tensión de salida se relaciona con la de referencia de la siguiente manera,

$$V_o = \frac{v'_{ref}}{V_{dc}}(V_{dc} - V_{ce} + V_d) - \left[\frac{T_{dt}}{T_p}(V_{dc} - V_{ce} + V_d) + \frac{V_{ce} + V_d}{2} \right] \text{sign}(I) + \frac{V_{ce} - V_d}{2}. \quad (A-45)$$

Como se desea que la salida siga la tensión de referencia v_{ref} , entonces

$$v_{ref} = V_o, \quad (\text{A-46})$$

luego, de (A-45) y (A-46), la tensión compensada deberá ser

$$v'_{ref} = \kappa_1 v_{ref} + \kappa_2, \quad (\text{A-47})$$

donde,

$$\begin{aligned} \kappa_1 &= \frac{V_{dc}}{V_{dc} - V_{ce} + V_d} \\ \kappa_2 &= \frac{V_{dc}}{V_{dc} - V_{ce} + V_d} \left\{ \left[\frac{T_{dt}}{T_p} (V_{dc} - V_{ce} + V_d) + \frac{V_{ce} + V_d}{2} \right] \text{sign}(I) - \frac{V_{ce} - V_d}{2} \right\}. \end{aligned}$$

Los valores de tensiones V_d , V_{ce} y el valor de T_{dt} utilizados para las simulaciones y los resultados experimentales se encuentran en el apéndice, en la sección A-5.2.

A-4. Ensayo del MI

A continuación se presentan los resultados de los ensayos realizados al motor utilizado para obtener los resultados experimentales. En la tabla A-5 se muestran los datos de chapa del motor utilizado.

A-4.1. Ensayo de CC para medir R_s

Utilizando un *tester* se midió la resistencia entre dos bobinados estáticos,

$$\begin{aligned} 2R_s^{25^\circ} &= 19,6 \, \Omega, \\ R_s^{25^\circ} &= 9,8 \, \Omega. \end{aligned} \quad (\text{A-48})$$

Tabla A-5: Datos de chapa del motor.

0,75 kW	1430 rpm	50 Hz	$\cos \phi$ 0,75	220 V rms	2.2 A rms	$n_p = 2$
---------	----------	-------	------------------	-----------	-----------	-----------

Tabla A-6: Ensayo de vacío.

V_{fase} (V rms)	I_{fase} (A rms)	P (W)
220	1.52	70
209.7	1.41	63
199.3	1.28	57
186.6	1.17	51
168.5	1.02	43
138.3	0.81	31
104.4	0.61	20
77.7	0.47	13
43.1	0.29	6.3

Utilizando el coeficiente de resistividad del cobre se obtiene la resistencia estática a temperatura de operación normal (75 C°),

$$R_s^{75^\circ} = R_s^{25^\circ} \left[1 + 0,00382 \frac{\Omega}{\text{C}^\circ} (75 \text{ C}^\circ - 25 \text{ C}^\circ) \right] = 11,6718 \Omega. \quad (\text{A-49})$$

A-4.2. Ensayo de vacío

En la tabla A-6 se muestran los datos capturados en la prueba de vacío. De (2.80),

$$L_{eq} = L_{ls} + M = \frac{\sqrt{(220 \text{ V})^2 - (1,52 \text{ A } 11,6718 \Omega)^2}}{2\pi \cdot 1,52 \text{ A } 50 \frac{\text{rad}}{\text{seg}}} = 459,211 \text{ mHy}. \quad (\text{A-50})$$

Tabla A-7: Ensayo de rotor trabado.

V_{fase} (V rms)	I_{fase} (A rms)	P (W)
46.53	2.3	89
45.33	2.21	83.4

Tabla A-8: Parámetros

R_s	R_r	$L_{ls} = L_{lr}$	M
11.6718	5.404	18.0856 m	441.1253 m

A-4.3. Ensayo de rotor trabado

En la tabla A-7 se muestran los datos capturados en la prueba de rotor trabado. De (2.82)

$$R_r = \frac{45,33 \text{ W}}{(2,21 \text{ A})^2} - 11,6718 \Omega = 5,404 \Omega, \quad (\text{A-51})$$

de (2.83),

$$L_{ls} = L_{lr} = \frac{45,33 \text{ V}}{4\pi \cdot 50 \frac{\text{rad}}{\text{seg}} \cdot 2,21 \text{ A}} \text{sen}(\text{acos}(\frac{83,4 \text{ W}}{45,33 \text{ V} \cdot 2,21 \text{ A}})) = 18,0856 \text{ mHy}, \quad (\text{A-52})$$

y de (2.84),

$$M = 459,211 \text{ mHy} - 18,0856 \text{ mHy} = 441,1253 \text{ mHy}. \quad (\text{A-53})$$

Los parámetros obtenidos se resumen en la tabla A-8.

A-5. Hardware utilizado

En esta sección se describe el hardware utilizado para obtener los resultados experimentales.

A-5.1. DSP

Los controladores fueron implementados en el DSP TMS320F240 de Texas Instruments. Debido a la complejidad de los mismos y a los retardos de captura de los converso-

res A/D ($6 \mu\text{seg}$) se trabajó con una frecuencia de muestreo de 2500 Hz y una frecuencia de conmutación de $1/T_p = 10 \text{ kHz}$. Se utilizó un *encoder* HEDS-5640 de Agilent Technologies para capturar la velocidad. Todos los controladores fueron implementados a esta frecuencia de muestreo. Las variables de interés fueron capturadas utilizando un osciloscopio y los conversores D/A del DSP.

A-5.2. Banco de pruebas

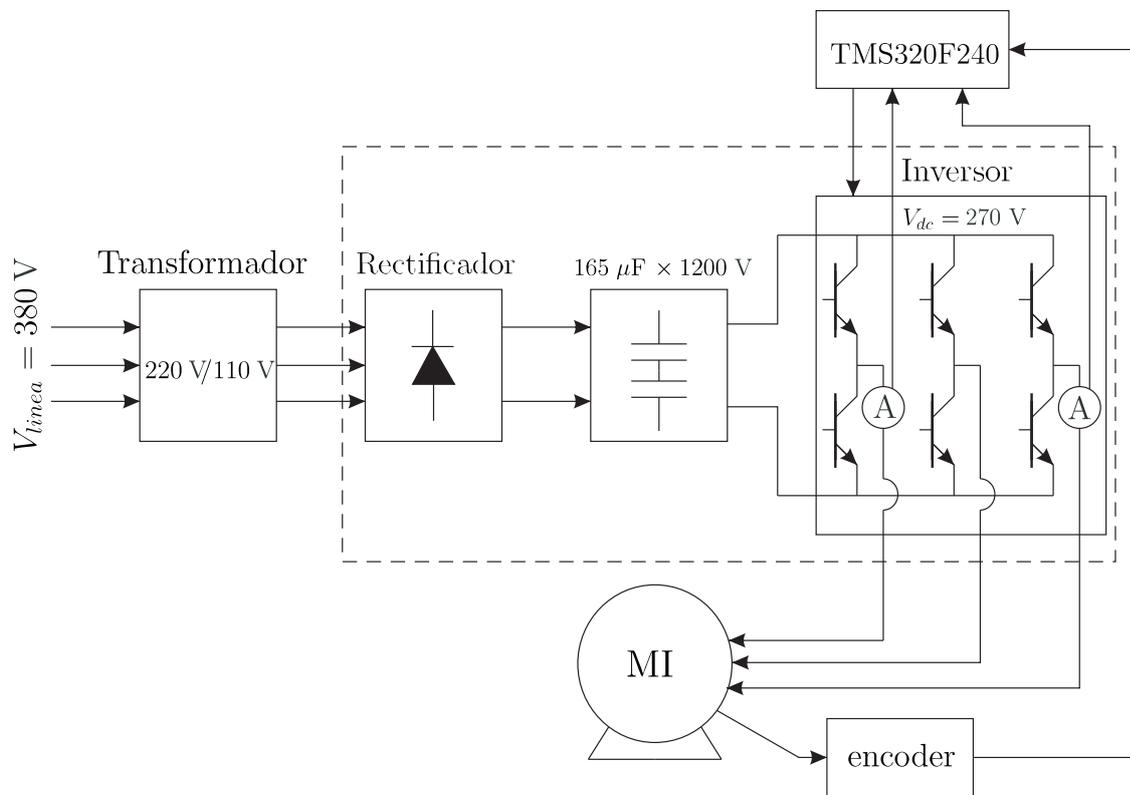


Figura A-12: Descripción en bloques del *hardware* utilizado.

Para realizar los ensayos se utilizó un banco de pruebas desarrollado como proyecto de grado por alumnos de la Universidad Nacional del Sur. Es un banco multipropósito constituido por módulos interconectables. Los módulos utilizados y su conexión se muestran en la Figura A-12. Los bloques que se encuentran dentro del rectángulo punteado representan módulos del banco de pruebas, los demás son dispositivos externos al mismo. Como se ve en este diagrama, el banco no dispone del *hardware* necesario para controlar

un motor adicional. Por este motivo no se pudieron aplicar torques de carga al motor utilizado en los ensayos. Los IGBTs del inversor tienen una tensión de aislación de 600 V. Alimentando el rectificador trifásico con tensión trifásica de 220 V por fase, la tensión del bus de continua llega a 538 V. Trabajando a esta tensión, los picos de tensión producidos por las inductancias del motor durante la conmutación de los IGBTs pueden superar los 600 V y destruirlos. Por este motivo se optó por utilizar una tensión de bus menor. En lugar de alimentar el rectificador con tensión monofásica, se utilizó un transformador trifásico de 220 V/110 V para reducir la tensión de la red. Esta tensión trifásica, rectificadada, da un nivel de tensión en el bus de continua ligeramente menor que el que se logra con una tensión de 220 V monofásica, pero el *ripple* de la misma es mucho menor. Con esta configuración la tensión del bus es de $\sqrt{3}\sqrt{2}110 \text{ V} \simeq 270 \text{ V}$. Utilizando (A-2) se encuentra que la amplitud máxima que puede tener una tensión sinusoidal generada por el inversor es

$$v_{fSVM} = \frac{270 \text{ V}}{\sqrt{3}} = 155,88 \text{ V}. \quad (\text{A-54})$$

Esto quiere decir que en un esquema de control $V/f = cte$, de (3.6) la máxima frecuencia eléctrica que se puede aplicar al motor manteniendo dicha relación será

$$\begin{aligned} \frac{V_{nominal}}{\omega_{nominal}} &= \frac{311 \text{ V}}{2\pi 50 \frac{\text{rad}}{\text{seg}}} \Rightarrow \frac{155,88 \text{ V}}{\omega_{max}} = \frac{311 \text{ V}}{2\pi 50 \frac{\text{rad}}{\text{seg}}}, \\ \omega_{max} &= 155,88 \text{ V} \frac{2\pi 50 \frac{\text{rad}}{\text{seg}}}{311 \text{ V}} = 2\pi 25,06 \frac{\text{rad}}{\text{seg}}. \end{aligned} \quad (\text{A-55})$$

Como la máquina utilizada tiene $n_p = 2$ pares de polos, para este caso su velocidad angular mecánica será aproximadamente (A-55) dividida por n_p , es decir, $2\pi 12,53 \text{ Hz}$. Por este motivo, todos los ensayos se realizaron hasta una velocidad mecánica de 10 Hz, de manera de poder controlar el motor sin llegar a saturar los actuadores. En la Figura A-13 se muestran algunas fotos del banco de pruebas y del motor utilizado para los ensayos.



Figura A-13: Fotos del banco de pruebas y motor.

Datos del banco

Para la compensación de las caídas de tensión del inversor real, se utilizaron los siguientes valores de tensiones y tiempos muertos:

$$V_d = 1,5 \text{ V,}$$

$$V_{ce} = 4 \text{ V,}$$

$$T_{dt} = 1 \mu\text{seg.}$$

Referencias Bibliográficas

- [1] Ieee standard test procedure for polyphase induction motors and generators. Institute of Electrical and Electronics Engineers. 345 East 47th Street, New York, NY 10017-2394, USA, Febrero 1997.

- [2] ABBONDANTI, A. Method of flux control in induction motors driven by variable frequency, variable voltage supplies. *Proc. IEEE-IAS Int. Semi-Annual Power Conversion Conf.* (1977), 177–184.

- [3] BARUT, M., BOGOSYAN, S., Y GOKASAN, M. Experimental evaluation of braided ekf for sensorless control of induction motors. *IEEE Transactions on Industrial Electronics.* **55** (Febrero 2008), 620–632.

- [4] BOJOI, R., GUGLIELMI, P., Y PELLEGRINO, G.-M. Sensorless direct field-oriented control of three-phase induction motor drives for low-cost applications. *IEEE Transactions on Industry Applications.* **44** (Marzo/Abril 2008), 475–481.

- [5] BOJOI, R., GUGLIELMI, P., Y PELLEGRINO, G.-M. Speed sensorless vector control of induction motor using extended kalman filter. *IEEE Transactions on Industry Applications.* **44**, 2 (Marzo/Abril 2008), 475–481.

- [6] BOSE, K. B. *Modern Power Electronics and AC Drives*. Prentice Hall PTR, Upper Saddle River, NJ 07458. USA, 2001.

- [7] BOSSIO, G., DE ANGELO, C., GARCIA, G., VALLA, M. I., Y SOLSONA, J. A 2d-model of the induction motor: an extension of the modified winding function approach. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. **1** (Noviembre 2002), 62–67.
- [8] BUSADA, C., GÓMEZ JORGE, S., BAMBIL, H., Y SOLSONA, J. A sensorless speed controller for induction motors. *En revisión para la revista LAAR*. (Agosto 2008).
- [9] CANUDAS DE WIT, C., YOUSSEF, A., BARBOT, J., MARTIN, P., Y MALRAIT, F. Observability conditions of induction motors at low frequencies. *Proceedings of the 39th IEEE Conference on Decision and Control*. **3** (2000), 2044–2049.
- [10] CHENG-HUNG, T. Neural network application for flux and speed estimation in the sensorless decoupling induction motor drive. *IEEE International Conference on Man and Cybernetics Systems*. **6** (Octubre 2006), 5297–5303.
- [11] CHENG-HUNG, T., Y HUNG-CHING, L. Sensorless decoupling control of induction motors based on feedback linearization. *International Conference on Intelligent Engineering Systems, 2006. INES '06*. (2006), 207–212.
- [12] CILIA, J., ASHER, G., Y BRADLEY, K. Sensorless position detection for vector controlled induction motor drives using an asymmetric outer-section cage. *Conference Record of the Thirty-First IAS Annual Meeting IEEE Industry Applications Conference. IAS '96*. **1** (Octubre 1996), 286–292.
- [13] CONSOLI, A., SCARCELLA, G., Y TESTA, A. Sensorless control of ac motors at zero speed. *Proceedings of the IEEE International Symposium on Industrial Electronics. ISIE '99*. **1** (Julio 1999), 373–379.
- [14] D'ATELLIS, C. E. *Introducción a los sistemas no lineales de control y sus aplicaciones*. Asociación Argentina De Control Automático (AADECA), 1992.
- [15] DE ANGELO, C., BOSSIO, G., SOLSONA, J., GARCÍA, G., Y VALLA, M. I. Speed control of pmsms with interconnection and damping assignment or feedback linea-

- rization. comments about their performance. *IEEE International Symposium on Industrial Electronics (ISIE06)*. **3** (Julio 2006), 2182–2187.
- [16] DEGNER, M., Y LORENZ, R. Using multiple saliencies for the estimation of flux, position, and velocity in ac machines. *IEEE Transactions on Industry Applications*. **34** (Septiembre/Octubre 1998), 1097–1104.
- [17] DOKI, S., KINPARA, Y., Y OKUMA, S. Unified interpretation of indirect and direct vector control. *Conference Record of the Power Conversion Conference. Yokohama*. (Abril 1993), 297–302.
- [18] DYBKOWSKI, M., Y ORLOWSKA-KOWALSKA, T. Low-speed performance of the stator current-based MRAS estimator with fl controller in the sensorless induction motor drive. *11th International Conference on Optimization of Electrical and Electronic Equipment. OPTIM 2008. Brasov*. (Mayo 2008), 75–80.
- [19] FINCH, J., Y GIAOURIS, D. Controlled ac electrical drives. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. **55** (Febrero 2008), 481–491.
- [20] FITZGERALD, A. E., KINGSLEY JR., C., Y UMANS, S. D. *Máquinas Eléctricas (5ta edición en español)*. McGraw-Hill, 1992.
- [21] FODOR, D., IONESCU, F., FLORICAU, D., SIX, J., DELARUE, P., DIANA, D., Y GRIVA, G. Neural networks applied for induction motor speed sensorless estimation. *Proceedings of the IEEE International Symposium on Industrial Electronics, ISIE '95*. **1** (Julio 1995), 181–186.
- [22] FRANKLIN, G. F., POWELL, J. D., Y EMAMI-NAEINI, A. *Feedback Control of Dynamic Systems*. Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc., 1993.
- [23] GALLEGOS, M., ALVAREZ, R., Y NUNEZ, C. A survey on speed estimation for sensorless control of induction motors. *10th IEEE International Power Electronics Congress*. (Octubre 2006), 1–6.

- [24] GLOBEVNIK, M. Induction motor parameters measurement at stand still. *Proceedings of the 24th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society. IECON '98. Aachen.* **1** (Agosto/Septiembre 1998), 280–285.
- [25] GÓMEZ JORGE, S., BUSADA, C., Y SOLSONA, J. Control escalar del motor de inducción sin sensores mecánicos a baja velocidad. *XXI Congreso Argentino de Control Automático AADECA. Buenos Aires.* (Septiembre 2008).
- [26] HIROKAZU, T., Y YOICHI, H. Speed sensorless field-oriented control of the induction machine. *IEEE Transactions on Industry Applications.* **29**, 1 (1993), 175–180.
- [27] HOLTZ, J. Sensorless control of induction motor drives. *Proceedings of the IEEE.* **90**, 8 (Agosto 2002), 1359–1394.
- [28] HOLTZ, J. Sensorless control of induction machines—with or without signal injection? *IEEE Transactions on Industrial Electronics.* **53** (Febrero 2006), 7–30.
- [29] HOLTZ, J., Y QUAN, J. Sensorless vector control of induction motors at very low speed using a nonlinear inverter model and parameter identification. *Thirty-Sixth IAS Annual Meeting. Conference Record of the 2001 IEEE Industry Applications Conference.* **4** (Septiembre/Octubre 2001), 2614–2621.
- [30] KAILATH, T. *Linear Systems.* Prentice Hall, 1980.
- [31] KARANAYIL, B., RAHMAN, M., Y GRANTHAM, C. Online stator and rotor resistance estimation scheme using artificial neural networks for vector controlled speed sensorless induction motor drive. *IEEE Transactions on Industrial Electronics.* **1** (Febrero 2007), 167–176.
- [32] KHOUCHA, F., MAROUANI, K., HADDOUN, A., KHELOUI, A., Y BENBOUZID, M. An improved sensorless dtc scheme for ev induction motors. *IEEE International Electric Machines & Drives Conference. IEMDC '07.* **2** (Mayo 2007), 1159–1164.
- [33] KOSOW, I. L. *Máquinas eléctricas y transformadores.* Editorial Reverté, 1975.

- [34] KRAUSE, P. C., WASYNCZUK, O., Y SUDHOFF, S. D. *Analysis of Electric Machinery*. IEEE Press, 1995.
- [35] KUBOTA, H., MATSUSE, K., Y NAKANO, T. DSP-based speed adaptive flux observer of induction motor. *IEEE Transactions on Industry Applications*. **29** (Marzo/Abril 1993), 344–348.
- [36] LEONHARD, W. *Control of Electrical Drives*, 2^{da} ed. Springer, Alemania, 1996.
- [37] LEVENT, U. G., Y MARWAN, A. S. A passivity-based method for induction motor control. *IEEE Transactions On Industrial Electronics*. **44**, 5 (Octubre 1997), 688–695.
- [38] LOPEZ, J., ROMERAL, L., ARIAS, A., Y ALDABAS, E. Novel fuzzy adaptive sensorless induction motor drive. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. **53** (Junio 2006), 1170–1178.
- [39] MARINO, R., PERESADA, S., Y VALIGI, P. Adaptive input-output linearizing control of induction motors. *IEEE Transactions On Automatic Control*. **38**, 2 (Febrero 1993), 208–221.
- [40] MONTANARI, M., PERESADA, S., ROSSI, C., Y TILLI, A. Speed sensorless control of induction motors based on a reduced-order adaptive observer. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*. **15** (Noviembre 2007), 1049–1064.
- [41] MUÑOZ-GARCÍA, A., Y LIPO, T. A. A new induction motor v/f control method capable of high-performance regulation at low speeds. *IEEE Transactions On Industry Applications*. **34**, 4 (Julio/Agosto 1998), 813–821.
- [42] NOVOTNY, D. W., Y LIPO, T. A. *Vector Control and Dynamics of AC Drives*, 3^{ra} ed. Clarendon Press, New York. USA, 1998.

- [43] OHTANI, T., TAKADA, N., Y TANAKA, K. Vector control of induction motor without shaft encoder. *IEEE Transactions on Industry Applications*. **28** (Enero/Febrero 1992), 157–164.
- [44] OUADI, H., GIRI, F., Y DUGARD, L. Modeling saturated induction motors. *Proceedings of the 2004 IEEE International Conference on Control Applications*. **1** (Septiembre 2004), 75–80.
- [45] PAPAACHAROPOULOS, Z., TATIS, K., KLADAS, A., Y MANIAS, S. Dynamic-induction motor model for nonsinusoidal supply. *IEEE 33rd Annual Power Electronics Specialists Conference*. **2** (Junio 2002), 845–850.
- [46] PENG, F.-Z., Y FUKAO, T. Robust speed identification for speed sensorless vector control of induction motors. *Conference Record of the 1993 IEEE Industry Applications Society Annual Meeting*. **1** (Octubre 1993), 419–426.
- [47] SCHAUDER, C. Adaptive speed identification for vector control of induction motors without rotational transducers. *IEEE Transactions on Industry Applications*. **28** (Septiembre/Octubre 1992), 1054–1061.
- [48] SEYOUM, D., MCKINNON, D., RAHMAN, M., Y GRANTHAM, C. Offset compensation in the estimation of flux in induction machines. *The 29th Annual Conference of Industrial Electronics Society. IECON '03*. **2** (Noviembre 2003), 1715–1720.
- [49] SHEPPARD, J. S. *Digital Control. A State-Space Approach*. Kluwer Academic Publishers, 1995.
- [50] SONNAILLON, M. O., BISHEIMER, G., DE ANGELO, C., SOLSONA, J., Y GARCIA, G. O. Mechanical-sensorless induction motor drive based only on dc-link measurements. *IEE Proceedings - Electric Power Applications*. **153** (Noviembre 2006), 1350–2352.

- [51] SORCHINI, Z., Y KREIN, P. Formal derivation of direct torque control for induction machines. *IEEE Transactions on Power Electronics*. **21** (Septiembre 2006), 1428–1436.
- [52] STICH, F. A. Transistor inverter motor drive having voltage boost at low speeds. U.S Patent 3971972, Julio 1976.
- [53] SUDHOFF, S., ALIPRANTIS, D., KUHN, B., Y CHAPMAN, P. An induction machine model for predicting inverter-machine interaction. *IEEE Transaction on Energy Conversion*. **17** (Junio 2002), 203–210.
- [54] TOLIYAT, H., LEVI, E., Y RAINA, M. A review of rfo induction motor parameter estimation techniques. *IEEE Transaction on Energy Conversion*. **18** (Junio 2003), 271–283.
- [55] UTKIN, V., ÖZGÜNER, M., Y HASKARA, I. On variable structure observers. *IEEE Workshop on Variable Structure Systems*. (Diciembre 1996), 193–198.
- [56] VACCARO, R. J. *Digital Control. A State-Space Approach*. McGraw-Hill, Inc, 1995.
- [57] VERGHESE, G., Y SANDERS, S. Observers for flux estimation in induction machines. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. **35** (Febrero 1988), 85–94.
- [58] WANG, C.-C., Y FANG, C.-H. Sensorless scalar-controlled induction motor drives with modified flux observer. *IEEE Transactions On Energy Conversion*. **18**, 2 (2003), 181–186.
- [59] WLAS, M., KREMIŃSKI, Z., Y TOLIYAT, H. A. Neural-network-based parameter estimations of induction motors. *IEEE Transactions On Industrial Electronics*. **55**, 4 (Abril 2008), 1783–1794.
- [60] YOUNG-REAL, K., SEUNG-KI, S., Y MIN-HO, P. Speed sensorless vector control of induction motor using extended kalman filter. *IEEE Transactions on Industry Applications*. **30** (Septiembre/Octubre 1994), 1225–1233.

- [61] ZAKY, M., KHATER, M., YASIN, H., Y SHOKRALLA, S. Speed and stator resistance identification schemes for a low speed sensorless induction motor drive. *12th International Middle-East Power System Conference, 2008. MEPCON 2008.* (Marzo 2008), 96–102.
- [62] ZHAO, H., WU, Q., Y KAWAMURA, A. An accurate approach of nonlinearity compensation for vsi inverter output voltage. *IEEE Transactions on Power Electronics.* **19** (Julio 2004), 1029–1035.
- [63] ZHENYU, Y. Space-vector pwm with tms320c24x/f24x using hardware and software determined switching patterns. Texas Instruments Application report SPRA524, 1999.
- [64] ZHOU, K., Y WANG, D. Relationship between space-vector modulation and three-phase carrier-based pwm: a comprehensive analysis. *IEEE Transactions on Industrial Electronics.* **49** (Febrero 2002), 186–196.