

Departamento de Economía

Universidad Nacional del Sur

Trabajo Final de Grado de la Licenciatura en Economía



Optimización de Carteras de Inversión con Python: Una Aplicación al Mercado Argentino

Alumno:

Facundo Rodriguez

Profesores asesores:

Dra. Valeria Scherger

Dr. Fernando Delbianco

Resumen

El objetivo del presente trabajo consiste en aplicar una metodología para resolver el problema de selección de carteras en el mercado de capitales argentino. Para ello se aplican distintos procesos de optimización, cuyo propósito es la construcción de portafolios eficientes, siendo estos aquellos que ofrecen las mejores combinaciones entre rendimiento y riesgo.

Para la construcción de los portafolios eficientes se toma como referencia el modelo de Media-Varianza o modelo de Markowitz, desarrollado por Harry M. Markowitz en su artículo Portfolio Selection (1952). A su vez, se emplean algunos conceptos del Capital Asset Pricing Model (CAPM) elaborado por William F. Sharpe en 1964. En cuanto a los activos que forman parte de las carteras, se utilizan instrumentos de renta variable, particularmente acciones, pertenecientes al panel líder del índice S&P Merval. El objetivo final es analizar si los resultados obtenidos a través del proceso de optimización, pueden obtener mejores resultados que el índice de referencia y si estos pueden ser útiles para el inversor local al momento de invertir en el mercado bursátil argentino.

El proceso de optimización se realiza a través del lenguaje de programación Python, utilizando diversas librerías, principalmente “PyPortfolioOpt”. Esta librería proporciona un conjunto de herramientas que resultan sumamente útiles para la construcción de portafolios eficientes, el cálculo de rendimientos esperados y medidas de riesgo.

Índice

1. Introducción	4
2. Teoría de Selección De Carteras	5
2.1 Modelo de Media-Varianza	6
2.1.1 Rendimientos esperados y Medidas de Riesgo	7
2.1.2 Supuestos	9
2.1.3 Optimización	9
2.1.4 Críticas y variantes	12
2.2 Capital Asset Pricing Model (CAPM)	14
3. Aplicación al Mercado Argentino	17
3.1 Datos	18
3.2 Tasa Libre de Riesgo	20
3.3 Modelo Media-Varianza	20
3.3.1 Rendimientos Esperados Históricos	20
3.3.2 Rendimientos Esperados Exponenciales	25
3.3.3 Rendimientos Esperados CAPM	28
3.4 Performance	31
4. Conclusiones	33
5. Bibliografía	35
A. Apéndice	37

1. Introducción

Es importante destacar el papel de la intermediación financiera, y particularmente la de los mercados de capitales, como canal esencial para dirigir el ahorro hacia la inversión, sobre todo en los países de altos ingresos. El principal propósito de la intermediación consiste en la transferencia de recursos desde los ahorristas, que cuentan con un exceso de fondos, hacia las unidades que requieran de esos fondos para financiar proyectos productivos.

La relación entre la intermediación financiera y el crecimiento económico ha sido un tema que ha despertado interés en la literatura económica. Las contribuciones de Goldsmith (1969), McKinnon (1973) y Shaw (1973) han sido las primeras en destacar la relación entre el grado de desarrollo de los mercados financieros y el crecimiento económico. No obstante, aún existen dudas si el crecimiento económico se debe a un aumento del nivel de inversión o a su grado de eficiencia (De Gregorio y Guidotti, 1992).

Sin embargo, el concepto de intermediación financiera puede resultar ambiguo, ya que se incluyen distintos tipos de intermediaciones, que actúan de diversas maneras y a través de distintos canales en la economía. Es diferente el comportamiento del sistema bancario al de los mercados de valores, por lo cual resulta importante indagar sobre los efectos de cada uno de estos en la economía. Atje y Jovanovic (1993) proporcionan evidencia que demuestra que el desarrollo de los mercados de valores tiene impacto positivo sobre el crecimiento económico, a diferencia del sector bancario donde no se evidencia la relación causal.

Esta dinámica no solo fomenta el crecimiento económico, sino que también mejora la eficiencia en la asignación de recursos, contribuye a la diversificación del riesgo, proporciona liquidez y ayuda en la formación de precios para los activos financieros. Por lo que se espera que mercados más desarrollados aumenten la eficiencia de la economía en su conjunto.

Por su parte, el mercado de capitales argentino se caracteriza por ser un mercado de poco volumen comparado con las bolsas de valores de los otros países de la región. Si observamos la capitalización bursátil de empresas que cotizan en bolsa como porcentaje del PBI¹, vemos que en Argentina es de apenas un 8%, lo cual es significativamente menor a la participación de países de la región como Brasil (40%) o Chile (94%). A su vez, la cantidad de sociedades que cotizan en la bolsa argentina también demuestra la escasa profundidad del mercado local. Solo 88 sociedades cotizan en la bolsa local comparadas con las 353 de Brasil o las 252 de Chile².

¹ Banco Mundial. (n.d.). Capitalización bursátil (% del PIB), de <https://datos.bancomundial.org/indicador/CM.MKT.LCAP.GD.ZS>

² Federación Interamericana de Bolsas. (marzo, 2024). *Informe Estadístico Mensual*.

Pueden ser diversas las razones que limitan el desarrollo del mercado bursátil argentino, entre las cuales se puede destacar la inestabilidad macroeconómica, generada por factores económicos y políticos, que dificulta el ahorro y desalienta la participación en los mercados financieros. Esta situación se ve agravada por la alta volatilidad del mercado argentino, que puede provocar pérdidas rápidas y significativas, llevando a los inversores a adoptar un enfoque más conservador o a evitar por completo la inversión en la bolsa de valores. Además, las barreras que enfrentan los inversores, como la falta de información adecuada y distintas restricciones impuestas por los gobiernos de turno, hacen que invertir en la bolsa sea un proceso poco atractivo y accesible. Como resultado, muchos inversores pueden optar por alternativas más seguras como depósitos a plazo fijo o distintos instrumentos del sistema bancario tradicional. Si a esto le sumamos el problema de decisión en la asignación de recursos entre distintos instrumentos de inversión al que se enfrentan los agentes, el invertir en los mercados de valores se convierte en una tarea compleja.

En este sentido, la teoría moderna de portafolios, también llamada teoría de selección de carteras, a través de las contribuciones de Markowitz (1952) y Sharpe (1964), contribuye con herramientas claves para la gestión de carteras de inversión, donde proporciona un marco teórico que permite que los agentes construyan sus carteras de inversión tomando decisiones en un contexto de incertidumbre.

El principal objetivo del trabajo es aplicar las nociones del modelo de Markowitz y Sharpe al mercado de capitales argentino con el fin de derivar estrategias que permitan la construcción de carteras o portafolios de inversión, evitando riesgos innecesarios y mejorando el proceso de toma de decisiones de inversión en activos del mercado de valores argentino. En la primera sección del análisis, se expone el marco teórico, donde se describen los principales elementos de la teoría moderna del portafolio, principalmente el modelo de media-varianza de Markowitz y el modelo de fijación de precios de los activos de capital de Sharpe (CAPM). La segunda sección consta de la aplicación de estos conceptos para el mercado de acciones argentino, donde se detallan los distintos procesos de optimización utilizados para construir las carteras, se describen las librerías de Python utilizadas y se exponen los resultados obtenidos. Por último, se presentan las conclusiones del trabajo.

2. Teoría de Selección De Carteras

El problema de selección de carteras hace referencia a la decisión individual de cómo asignar los recursos entre diferentes activos financieros, con el objetivo de obtener el portafolio que maximice el rendimiento esperado o minimice el riesgo al que este se expone. En términos simples, se trata de encontrar la combinación de activos que permita alcanzar una rentabilidad óptima con el menor riesgo posible. También se podría buscar la cartera con menor riesgo para un cierto rendimiento esperado.

Para resolver esto, surge la Teoría moderna de Portafolios (MPT), cuyo origen se puede identificar en el trabajo de “Portfolio Selection” de Markowitz (1952), donde se desarrolla el

modelo de Media-Varianza, que describe cómo deberían comportarse los inversores a la hora de armar sus carteras, suponiendo que estos son agentes racionales. El modelo propone un problema de optimización que busca maximizar el rendimiento esperado (minimizar el riesgo) de una cartera de inversión dado un nivel de riesgo (rendimiento), demostrando cómo a través de la diversificación de la inversión en distintos activos es posible eliminar gran parte del riesgo de una cartera. El principal aporte de Markowitz fue el desarrollo de un modelo para la selección de carteras en condiciones de incertidumbre, la cual se convirtió en uno de los pilares de la teoría financiera moderna³.

Otro pilar fundamental de la MPT es el Capital Asset Pricing Model (CAPM) de William F. Sharpe (1964)⁴, un modelo de valuación de activos financieros que, basándose en los conceptos de Markowitz, este profundiza en la relación rendimiento-riesgo de los activos. En este modelo, se establece una relación entre el rendimiento esperado de un activo y el riesgo sistemático no diversificable, asociado al mercado en general. El CAPM permite desarrollar una serie de conceptos como el beta de los activos, el ratio de Sharpe o la Security Market Line, los cuales son de uso generalizado en las finanzas modernas.

2.1 Modelo de Media-Varianza

Como se menciona en el apartado anterior, el modelo de Media-Varianza o modelo de Markowitz consta de un problema de optimización en el cual se busca obtener la cartera con el máximo rendimiento esperado para determinado nivel de riesgo, o el mínimo riesgo para cierto rendimiento esperado. A estas carteras se las denomina como “eficientes” dado que no podemos encontrar otras combinaciones de activos que ofrezcan una mejor combinación de rendimiento y riesgo.

En el modelo desarrollado en el año 1952 por Harry M. Markowitz podemos identificar tres etapas claves. En primer lugar, tenemos el proceso de optimización, donde utilizando los rendimientos esperados y medidas de riesgos de los activos podemos determinar lo que se conoce como frontera eficiente, lo cual no es más que el conjunto de portafolios eficientes. Segundo, se determina la actitud del inversor frente al riesgo, ya que en base a sus preferencias este se sentirá más a gusto con determinadas combinaciones de rendimientos y riesgo. Por último, a través de la combinación de las preferencias del inversor y la frontera eficiente, se determina la cartera óptima para el inversor, la cual es óptima porque se encuentra sobre la frontera eficiente y es la que mayor utilidad le brinda al agente.

³ Nobel Prize Outreach AB. (2024, diciembre 2). Nota de prensa. NobelPrize.org. <https://www.nobelprize.org/prizes/economic-sciences/1990/press-release/>

⁴ Taynor (1961), Mossin (1966), Lintner (1965) y Blanck (1972) también contribuyeron al desarrollo de la teoría de portafolio iniciada por Markowitz.

2.1.1 Rendimientos esperados y Medidas de Riesgo

El modelo supone que la rentabilidad de una cartera viene dada por su esperanza matemática, es decir, la media de los retornos de los activos financieros que componen la cartera de acuerdo a la ecuación (1).

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^n w_i \cdot E(R_i) \quad (1)$$

Donde:

n: Número total de activos en el portafolio.

p: Portafolio compuesto por n activos.

w_i : Porcentaje del portafolio asignado al activo i.

$E(R_i)$: Rendimiento esperado del activo i.

En cuanto al riesgo se considera al mismo como sinónimo de volatilidad, identificando que a mayor volatilidad en el precio del activo, mayor es el riesgo en el que incurren los agentes a la hora de invertir. En el contexto de una cartera, el riesgo total se puede dividir en sistemático (también conocido como riesgo de mercado o riesgo común) y no sistemático (o riesgo diversificable). La MPT asume que estos dos tipos de riesgos son comunes en todos los portafolios (Mangram, M. E., 2013).

Por un lado, el riesgo sistémico, también llamado riesgo de mercado, describe al tipo de riesgo que afecta a una gran cantidad de activos o a la mayoría de estos. Pueden estar relacionados con factores macroeconómicos como la inflación, la actividad económica, el desempleo, shocks externos, entre otros. Es decir, viene relacionado a fenómenos que afectan prácticamente a todos los activos y causa incertidumbre en el mercado en su conjunto.

En cambio, cuando hablamos del riesgo no sistemático, nos referimos al riesgo que afecta a un activo en particular o, como mucho, a un grupo de estos. Se refiere a los riesgos que solo afectan a ciertos tipos de activos y que no están relacionados con otro tipo de riesgos. Este depende de las características particulares de dicho activo, por ejemplo, el precio de la acción de una empresa se puede ver afectado por su nivel de deuda, por el management, etc.

El riesgo de un activo se mide a través del desvío estándar, es decir, la variabilidad de los retornos de la cartera en relación a su media (ecuación 2).

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^n (R_i - E(R_i))^2} \quad (2)$$

Donde:

N : Número de periodos.

R_i : Rendimiento en el periodo i .

$E(R_i)$: Rendimiento esperado del activo i .

No obstante, dado que el modelo de Markowitz (1952) analiza cómo la incorporación de un activo afecta al portafolio, se utiliza la correlación entre activos (ecuación 3), estrechamente relacionada con la covarianza, como uno de los determinantes del riesgo de la cartera.

$$\rho_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_i \sigma_j} \quad (3)$$

Donde:

σ_{ij} : Covarianza de los rendimientos entre la acción i y la acción j .

σ_i : Desvío estándar del activo i .

σ_j : Desvío estándar del activo j .

De esta forma, Markowitz formaliza al riesgo como el desvío estándar del portafolio en relación al rendimiento esperado de acuerdo a la ecuación 4.

$$\sigma_p = \sqrt{\sum_{i=1}^n w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j} \quad (4)$$

Donde:

w_i : Peso del activo i dentro del portafolio.

w_j : Peso del activo j dentro del portafolio.

σ_i : Desvío estándar del activo i .

σ_j : Desvío estándar del activo j .

ρ_{ij} : Coeficiente de correlación entre el activo i y el activo j .

n : Número total de activos en el portafolio.

Por ende, el riesgo total del portafolio no es simplemente el promedio ponderado de los riesgos individuales de sus activos, sino que también considera la manera en que los activos interactúan entre sí al incorporar la correlación entre activos. De esta forma, identifica que el riesgo no sistemático, es decir, el intrínseco de cada activo, puede ser reducido a través de la diversificación de la inversión en distintos tipos de activos.

Por ejemplo, si tenemos un activo que cuenta con una gran volatilidad respecto a su rendimiento esperado, podemos incorporar un activo a nuestro portafolio que se comporte de manera contraria a este, es decir, que tenga una correlación negativa con respecto a su comportamiento. De esta manera eliminamos el riesgo no sistemático del primer activo y solo nos quedamos con el riesgo de mercado.

2.1.2 Supuestos

El modelo supone que: 1) los inversores son racionales (buscan maximizar retornos y minimizar riesgos), 2) los inversores están dispuestos a aceptar mayores riesgos si son compensados con mayores retornos esperados, 3) los inversores reciben oportunamente toda la información relevante para sus decisiones de inversión, 4) los inversores pueden pedir prestado o prestar cantidades ilimitadas de capital a una tasa de interés libre de riesgo, 5) los mercados son perfectamente eficientes, sin costos de transacción ni impuestos, 7) es posible seleccionar valores cuyo rendimiento individual sea independiente de otras inversiones de la cartera. Muchos de estos supuestos fueron ampliamente cuestionados en la literatura.

El resultado principal de Markowitz es mostrar cómo, a través de la diversificación de los distintos activos, se puede maximizar el retorno esperado de un portafolio. En otras palabras, es preferible para los agentes adquirir un conjunto de activos que tener todo su dinero concentrado en determinados valores. Formalmente, encontrando la combinación óptima de activos financieros que maximiza el retorno o minimiza el riesgo, se encuentra la frontera eficiente, que es el conjunto de carteras que ofrecen el mayor rendimiento posible para un nivel de riesgo determinado. A partir de ella, se obtiene la cartera óptima, que tiene la mayor rentabilidad posible para el nivel de riesgo determinado y otorga la mayor utilidad de acuerdo a las preferencias del inversor. El modelo de Markowitz también tiene en cuenta que no todos los inversores tienen la misma actitud frente al riesgo, por lo que, en función de la preferencia de cada uno, se puede elegir la cartera de equilibrio para cada agente.

Otro aspecto importante que refleja el modelo de Markowitz y la MPT es que no se debe evaluar cada activo solo en función de sus características individuales, sino en relación a cómo se comporta en conjunto con los demás activos. Considerar estas interacciones permite construir una cartera que, con el mismo rendimiento esperado, presenta menor riesgo que si se ignoraran las relaciones entre los activos (Elton y Gruber, 1997).

2.1.3 Optimización

Como dijimos anteriormente, el modelo de media varianza y la MPT en general asumen que los agentes son adversos al riesgo y buscan maximizar sus rendimientos con el mínimo nivel de riesgo posible. Una vez definidas las medidas de riesgo y rendimientos, el modelo de media-varianza se trata de un problema de optimización en el que se busca maximizar el rendimiento de la cartera dado un nivel de riesgo, o minimizar el riesgo de una cartera para un nivel determinado de rendimiento. En otras palabras, la decisión de un inversor puede reducirse al

equilibrio entre dos dimensiones: el rendimiento esperado y la varianza o desvío estándar del portafolio. Se plantea de la siguiente manera:

$$\text{Max. } E(R_p) = \sum_{i=1}^n w_i \cdot E(R_i) \quad (5)$$

Sujeto a:

1. Riesgo (varianza) específico:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \sigma_{ij} = \text{constante}$$

2. Restricción de presupuesto:

$$\sum_{i=1}^n w_i = 1$$

3. No ventas en corto (opcional):

$$w_i \geq 0, \quad \text{para todo } i$$

Donde:

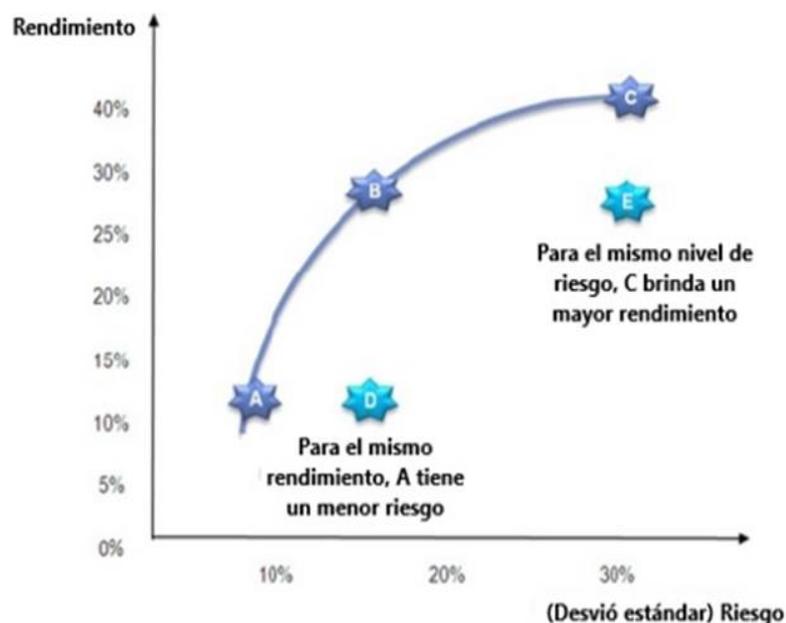
w_i : Peso del activo i dentro del portafolio.

$E(R_i)$: Rendimiento esperado del activo i

σ_p^2 : Varianza permitida para la cartera (nivel de riesgo fijado).

σ_{ij} : Covarianza de los rendimientos entre la acción i y la acción j .

Al obtener un portafolio diferente para cada riesgo específico (véase ecuación 5), se obtiene lo que se conoce como la frontera eficiente, es decir el conjunto de carteras eficientes para cada nivel de riesgo. Se denomina frontera eficiente por el hecho de que se pueden identificar las carteras con un mayor rendimiento para cierta varianza o desvío estándar. Gráficamente se representa de la siguiente manera:

Figura 1: Frontera Eficiente⁵.

En la figura 1 se observan algunos de los portafolios eficientes: A, B y C, los cuales se encuentran sobre la frontera eficiente. Si deseamos elegir otro como D o E esto no sería una decisión racional, ya que, como se mencionó anteriormente, uno de los supuestos de no saciedad y adversidad al riesgo por parte de los agentes indica que los individuos, ante el mismo riesgo, prefieren un mayor rendimiento y ante determinado rendimiento prefieren un menor riesgo. Por lo cual resulta evidente que un agente racional no optará por el portafolio D puesto que podría obtener el mismo rendimiento con el portafolio A incurriendo en un menor riesgo. Por otro lado, tampoco invertiría en el portafolio E dado que, asumiendo el mismo nivel de riesgo, podría obtener un mayor rendimiento esperado con el portafolio C. En resumen, ningún portafolio dentro de la frontera eficiente sería elegido por un inversor racional, por el hecho de que podría obtener una mejor relación de rendimiento-riesgo invirtiendo en alguno de los portafolios eficientes que se encuentran sobre la frontera.

Sin embargo, la decisión entre invertir en el portafolio A, el B o el C no parece tan clara, dado que es necesario incorporar otros elementos al análisis. Al obtener un portafolio por cada nivel de riesgo, ¿cuál de todos es el óptimo para un individuo? Es aquí donde entran en consideración las preferencias de los inversores. Podemos tener dos individuos, de los cuales uno sea más adverso al riesgo que el otro, por lo cual va a ser diferente la elección entre los distintos portafolios eficientes. El individuo con mayor grado de adversidad al riesgo, va a optar por una cartera con menor rendimiento y, por ende, menor nivel de riesgo asociado, por otro lado, el segundo inversor va a optar por una cartera con un rendimiento esperado mayor, pero asumiendo mayor riesgo, siempre situándose en la intersección de ambas curvas.

⁵ Adaptado de Raele, N. A. (2011). Optimización de portafolios de inversión en países emergentes: el caso Argentina.

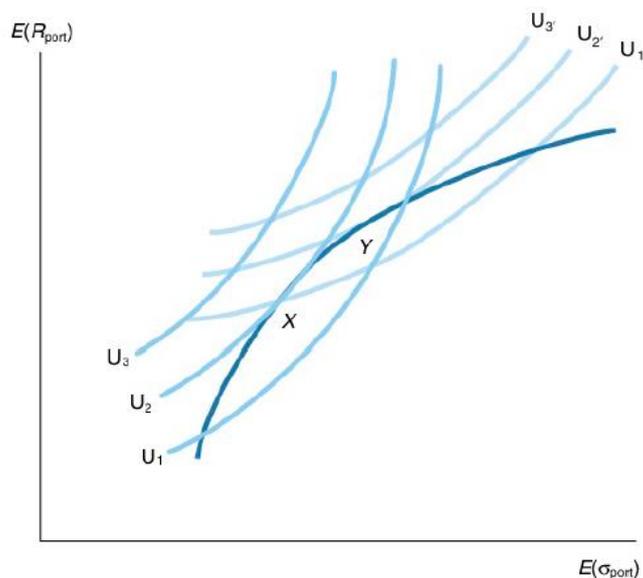


Figura 2: Frontera Eficiente y utilidad del inversor⁶.

Al observar la figura 2, entre las curvas de indiferencia y la frontera eficiente se observa que, si tenemos un individuo 1 con las preferencias U_1 , U_2 y U_3 y el individuo 2 las U_1' , U_2' y U_3' . Como la solución se da en el punto de tangencia entre la frontera eficiente y las curvas de indiferencias de los individuos, el individuo A optaría por la combinación de rendimiento-riesgo de la cartera X mientras que el individuo 2 por la Y. El primer agente optará por una cartera con menor rendimiento y riesgo asociado, por lo cual podríamos decir que es más adverso al riesgo. Sin embargo, ninguna elección es superior, sino que depende de las preferencias del individuo.

2.1.4 Críticas y variantes

Algunas de las principales críticas al modelo de media-varianza de Markowitz están asociadas a los inputs del modelo, es decir, a la manera en que se calculan los rendimientos esperados de los activos y a la utilización de la matriz de varianzas y covarianzas como representación del riesgo de la cartera.

En primer lugar, una de las críticas más fuertes hacia el modelo de Markowitz viene dada por la manera en la que se obtienen los rendimientos de la cartera. Según este, al ser el rendimiento esperado la esperanza matemática de los rendimientos pasados, se está haciendo alusión a que los rendimientos pasados de un activo o cartera determinan los rendimientos futuros de esta. Otras teorías, como la de *random walk*, nos dicen que la serie de precios de una acción no tiene memoria, es decir, que cambios de precios anteriores no pueden ser utilizados para realizar suposiciones acerca del precio futuro del activo. En otras palabras, el precio de una acción sigue un camino aleatorio que converge al valor intrínseco de la acción sin importar sus

⁶ Reilly, Frank K. y Brown, Keith C. *Investment Analysis and Portfolio Management* 7th ed. South-Western College Pub, 2002. 248.

rendimientos pasados (Fama, 1995). Esta metodología es opuesta a la forma de calcular los rendimientos del modelo de media-varianza, ya que, al ser estos la media de los rendimientos anteriores, no serían de utilidad a la hora de predecir cuánto va a rendir el activo o portafolio en un futuro. Una alternativa a esto, podría ser la de usar rendimientos de periodos más recientes para calcular los rendimientos esperados, por el hecho de que hay una probabilidad mayor de que estos estén correlacionados con lo que suceda en el futuro.

Una de las críticas a la matriz de varianzas y covarianzas estándar está asociada a lo que se conoce como riesgo a la baja. Cuando se habla de riesgo a la baja, se hace alusión al hecho de que los agentes no son indiferentes ante movimientos a la baja o a la suba de sus inversiones. Los activos que suelen caer en mayor proporción en mercados a la baja que los que aumentan cuando el mercado sube, no resultan atractivos. Por lo que la importancia radica en los desvíos por debajo del nivel de retorno deseado. Una alternativa a esto, es planteada por el propio Markowitz (1959), donde propone utilizar la semivarianza en vez de la varianza, o la semidesviación, que sería el equivalente al desvío estándar. La semivarianza y semidesviación miden la dispersión de los retornos que se encuentran por debajo del valor esperado o un valor determinado prefijado de la variable, al hacer esto solo nos estamos centrando en los valores que dan por debajo de lo deseado (Ang, 2006). Formalmente:

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \text{Min}(0, R_i - B)^2 \quad (6)$$

Donde:

n: Número de periodos.

R_i : Rendimiento del activo i.

B: Objetivo de rendimiento.

Mientras que la semicovarianza entre dos activos i y j es definida por Estrada (2008) de la siguiente manera:

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \text{min}(R_i, B) \cdot \text{min}(R_j, B) \quad (7)$$

Donde:

n: Número de periodos.

R_i : Rendimiento del activo i.

R_j : Rendimiento del activo j.

B: Objetivo de rendimiento.

Otra alternativa que vale la pena analizar, dado que se utilizará en el trabajo, es la de utilizar estimadores penalizados (“*shrinkage estimators*”) para la matriz de varianzas y covarianzas. Un shrinkage estimator es un tipo de estimador cuyo propósito es suavizar las estimaciones hacia un valor central, reduciendo el impacto de valores extremos. Ledoit y Wolf (2003) se

centran en mejorar la estimación de la matriz de varianzas y covarianzas utilizando un *shrinkage estimator* para lograr una matriz más estable. El estimador de Ledoit y Wolf demostró un desempeño superior al estimador de varianza-covarianza tradicional en términos de precisión y estabilidad, particularmente ante la presencia de muchas acciones.

La idea esencial es que la covarianza muestral, que es imparcial, pero a menudo mal estimada, se puede combinar con un estimador estructurado F, utilizando la siguiente fórmula (donde δ es la constante de shrinkage):

$$\widehat{\Sigma} = \delta F + (1-\delta)S \quad (8)$$

Donde:

$\widehat{\Sigma}$: Shrinkage estimator

S: Matriz de varianzas y covarianzas muestral.

F: Estimador estructurado de la matriz de varianzas y covarianzas.

δ : Constante Shrinkage.

Se llama shrinkage porque se puede pensar en ello como "encoger" la matriz de covarianzas muestrales hacia el otro estimador, que se denomina, en consecuencia, el "shrinkage target" (objetivo de shrinkage). El objetivo de shrinkage puede estar significativamente sesgado, pero tiene un pequeño error de estimación. Existen muchas opciones posibles para el objetivo, y cada una de ellas resultará en una constante óptima de shrinkage.

2.2 Capital Asset Pricing Model (CAPM)

Tal como se señaló previamente, otro de los pilares fundamentales de la MPT o teoría de selección de carteras es el Capital Asset Pricing Model, el cual fue publicado por William F. Sharpe en el artículo *Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk* en el año 1964. Este es un modelo de valuación de activos financieros, en el que, a diferencia del modelo de Markowitz, el énfasis está en la relación entre el activo y el riesgo sistemático o de mercado. Para ilustrar esto, Sharpe introduce los conceptos de Security Market Line (SML), Beta del activo y ratio de Sharpe.

Los supuestos del modelo desarrollado por William F. Sharpe son los siguientes: 1) los inversores se encuentran debidamente diversificados, 2) los rendimientos de las acciones se distribuyen según una distribución normal, 3) todas las inversiones tienen el mismo período de análisis, 4) los inversores tienen expectativas homogéneas en relación a los rendimientos esperados, 5) no existen costos de transacción, de información, impuestos ni inflación, 6) el mercado se encuentra atomizado, por lo cual las transacciones de un solo inversor no tienen efectos significativos sobre el mismo, 7) la cantidad de dinero a prestar o pedir prestada a la tasa libre de riesgo es ilimitada.

En su artículo, Sharpe ilustra lo que se conoce como la Security Market Line (SML) que no es más que la representación gráfica de la relación entre el rendimiento de distintos tipos de activos y su relación con el riesgo de mercado, es decir, la covarianza del activo con el portafolio de mercado. En otras palabras, lo que nos muestra la SML es uno de los principios fundamentales de las finanzas: para que los inversores estén dispuestos a asumir un mayor nivel de riesgo, estos deben ser recompensados con un mayor rendimiento, lo cual se ve reflejado en la pendiente positiva de la SML.

Otro de los aspectos que nos hace notar la SML, es que activos que se encuentran por encima de la SML ofrecen una mejor relación rendimiento riesgo, por lo que podríamos decir que están subvaluadas. Lo inverso sucede por debajo de esto, donde se asumen riesgos que los rendimientos asociados a esas inversiones, es decir, que tales activos están sobrevalorados.

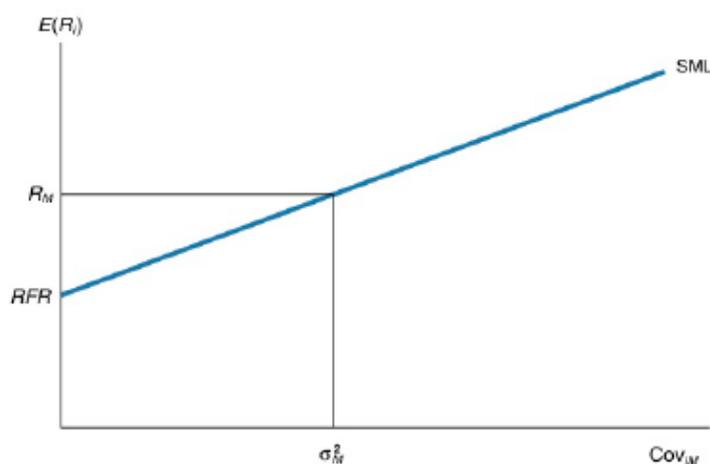


Figura 3: Security Market Line⁷

Por otro lado, Sharpe introduce lo que se conoce como el coeficiente Beta de los activos. Esta es una medida fundamental del riesgo sistemático de un activo en relación al mercado, en otras palabras, indica la sensibilidad de un activo ante cambios en el rendimiento del mercado en general. Se calcula como la covarianza entre el rendimiento del activo y el rendimiento del mercado, dividida por la varianza del rendimiento del mercado e indica el valor en que varía el rendimiento de un activo ante una variación del 1% del mercado. Formalmente:

$$\beta = \frac{\sigma_{im}}{\sigma_m^2} \quad (9)$$

Donde:

σ_{im} : Covarianza de los rendimientos entre la acción y el portafolio de mercado.

σ_m^2 : Varianza del portafolio de mercado.

⁷ Reilly, Frank K. y Brown, Keith C. Investment Analysis and Portfolio Management 7th ed. South-Western College Pub, 2002. 248.

Un beta mayor que 1 indica que el activo es más volátil que el mercado o varía en mayor proporción que este. Por otro lado, una beta menor que 1 sugiere que el activo es menos volátil o varía en menor proporción que el mercado. También se pueden encontrar activos con una beta negativa significa que el activo tiene una relación inversa con el mercado en general. Lo interesante de este concepto. Dado que el Beta determina la volatilidad relativa de un activo con respecto al mercado, podríamos representar la SML de la siguiente manera:

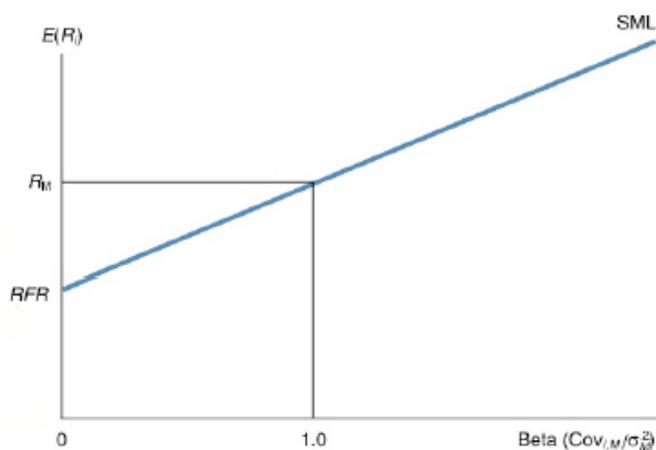


Figura 4: Security Market Line en función de Beta⁸.

Una vez establecida la relación entre el rendimiento de un activo y el rendimiento de mercado, a través del beta, se pueden utilizar estos para encontrar los portafolios eficientes del modelo de Markowitz. Sharpe expresa el rendimiento de un activo como lo indica la ecuación 9. En otras palabras, el rendimiento esperado de un activo es igual al rendimiento libre de riesgo más el producto de su beta y la prima de riesgo del mercado.

$$E(R_i) = R_f + \beta_i (E(R_m) - R_f) \quad (10)$$

Donde:

R_f : Rendimiento del activo libre de riesgo.

β_i : Beta del activo i.

$E(R_m)$: Rendimiento esperado del portafolio de mercado.

Otro de los conceptos que se puede derivar del CAPM es lo que se conoce como ratio de Sharpe, la cual se calcula como la diferencia entre el rendimiento de un activo o portafolio y la tasa libre de riesgo, sobre el desvío estándar del activo o cartera en cuestión. Esta es una medida que permite evaluar el rendimiento ajustado al riesgo y permite comparar carteras con diferentes volatilidades, brindando una idea de si el rendimiento que esperamos compensa el riesgo que estamos asumiendo.

⁸ Reilly, Frank K. y Brown, Keith C. Investment Analysis and Portfolio Management 7th ed. South-Western College Pub, 2002. 248.

$$\text{Ratio de Sharpe} = \frac{E(R_i) - R_f}{\sigma_i} \quad (11)$$

Donde:

$E(R_i)$: Rendimiento esperado del activo i .

R_f : Rendimiento del activo libre de riesgo.

σ_i : Desvío estándar del activo i .

3. Aplicación al Mercado Argentino

En la siguiente sección, se aplican los conceptos expuestos en los apartados anteriores, para construir los portafolios óptimos y las fronteras eficientes correspondientes a cada caso. Partiendo del caso base de Markowitz, se analizarán las distintas combinaciones de activos correspondientes a los inputs utilizados. Una vez logrado esto, se procederá a comparar el desempeño de las carteras fuera de la muestra de datos y en relación al índice de referencia, el S&P Merval. Las carteras se construyen utilizando el modelo de Markowitz y el CAPM de Sharpe, en ambos casos, a través de los siguientes pasos:

1. Calcular los rendimientos esperados siguiendo la metodología que proponen los modelos.
2. Detallar y calcular la medida de riesgo correspondiente, particularmente la matriz de varianzas y covarianzas o las distintas alternativas.
3. Conformar los portafolios eficientes, detallando en cada caso la función objetivo a optimizar.
4. Construir las fronteras eficientes correspondientes a las distintas combinaciones de inputs.
5. Comparar el desempeño en un periodo fuera del analizado y su performance contra el S&P Merval.

Tanto el cálculo de rendimientos esperados, matrices de varianzas y covarianzas, el proceso de optimización y las diversas representaciones gráficas se realizan con Python, principalmente con la librería PyPortfolioOpt⁹. PyPortfolioOpt es un repositorio que cuenta con distintas herramientas de optimización de portafolios, entre las que se incluyen el clásico modelo de Markowitz, hasta desarrollos más recientes como Black-Litterman Allocation¹⁰ y Hierarchical Risk Parity¹¹ (Martin, R. A., 2021).

⁹ Martin, R. A. (2021). PyPortfolioOpt: portfolio optimization in Python. *Journal of Open Source Software*, 6(61), 3066. <https://doi.org/10.21105/joss.03066>. PyPortfolioOpt. (s.f.). *Documentación de PyPortfolioOpt*. Recuperado el 8 de diciembre de 2024, de <https://pyportfolioopt.readthedocs.io/en/latest/#>

¹⁰ El modelo de Black-Litterman adopta un enfoque bayesiano para la asignación de activos. Específicamente, combina una estimación previa de los rendimientos con opiniones sobre ciertos activos, para generar una estimación posterior de los rendimientos esperados.

¹¹ Hierarchical Risk Parity (HRP) es un enfoque innovador para la asignación de activos que combina principios de paridad de riesgo con técnicas de clustering jerárquico. En lugar de depender de las matrices de covarianzas

En el trabajo, se emplearán tres variantes para el cálculo de los rendimientos esperados: dos derivadas del modelo de media-varianza y una del CAPM. Estas se combinarán con tres variantes de la matriz de varianzas y covarianzas, las cuales se basan en conceptos como la semivarianza o riesgo a la baja y elementos de regularización aplicados a esta matriz. A su vez, se utilizará una cuarta matriz para combinar solo con dos de los rendimientos esperados disponibles. Una vez obtenidos los rendimientos esperados y las volatilidades, se avanza con el proceso de optimización, aplicado sobre dos funciones objetivo. Primero se obtiene el portafolio con menor riesgo y luego el que maximiza el ratio de Sharpe. Adicionalmente, se obtienen otras dos carteras para cada combinación de rendimientos esperados y medidas de riesgo de acuerdo a distintos supuestos por parte del autor acerca del perfil del inversor. Una vez terminada la optimización, se procede a comparar su desempeño relativo en relación al mercado.

Otro de los supuestos con los que se realiza el trabajo está asociado a las ventas en corto, las cuales consisten en vender acciones que se toman a préstamo con el objetivo de obtener un diferencial al comprarlas a un precio menor que el del momento del inicio de la operación. Para los modelos descritos, esto implica tenencias negativas de las acciones con ventas en corto. En el análisis se supone la no existencia de este tipo de transacciones.

Como índice de referencia se utiliza el índice S&P Merval¹², elaborado por S&P Dow Jones Indices¹³ desde enero de 2019 y anteriormente por Bolsas y Mercados Argentinos (BYMA)¹⁴. Este se considera como el índice de referencia del mercado bursátil argentino y busca medir el desempeño de las acciones con mayor tamaño y liquidez operadas en BYMA. A la fecha de inicio del trabajo, el índice está compuesto por 21 empresas que integran lo que se conoce como panel líder.

3.1 Datos

Como punto de partida es necesario contar con las series de precios de las acciones que se desean incluir en el proceso de armado de portafolios para así poder conformar la base de datos. Para ello, se decide tomar las series de precios al cierre, ajustados por dividendos, de las 21 empresas que componen el panel líder del Merval a la fecha del comienzo del trabajo. Se eligen estas acciones, ya que son los activos de renta variable de mayor tamaño y liquidez del mercado de valores argentino. Los datos fueron obtenidos a través de la plataforma BYMA DATA¹⁵

inversas, como en los métodos tradicionales, HRP utiliza algoritmos de agrupamiento jerárquico para estructurar las relaciones entre activos.

¹² La metodología de cálculo del S&P Merval Index se detalla en el sitio oficial de S&P Dow Jones Indices. Recuperado de: <https://www.spglobal.com/spdji/es/indices/equity/sp-merval-index/#overview>.

¹³ S&P Dow Jones Indices LLC es una empresa conjunta entre S&P Global, CME Group y News Corp, que produce y gestiona índices bursátiles utilizados como referencia para productos de inversión.

¹⁴ BYMA es una Bolsa de Valores que integra y representa a los principales actores del mercado de valores del país.

¹⁵ BYMADATA es una plataforma de Bolsas y Mercados Argentinos (BYMA) que ofrece información financiera en tiempo real para el análisis y monitoreo del mercado. Disponible en: <https://www.bymadata.com.ar/>

perteneciente a Bolsas y Mercados Argentinos (BYMA), son de frecuencia semanal y corresponden al periodo 2019-2024, donde se utilizarán los datos del 2019 al 2023 para la optimización de carteras y los del 2024 para analizar el desempeño fuera de la muestra. Es importante mencionar que se decide trabajar con datos semanales debido a la falta de disponibilidad de datos diarios confiables para periodos mayores a dos años.

Un punto importante a aclarar consiste en que, debido a la inflación correspondiente al periodo de análisis, la cual se situó en un 211,4% en el año 2023, se decidió deflactar los datos por inflación para evitar sesgar los resultados al sobreponderar los rendimientos de años con mayor inflación. Al estar trabajando con datos de frecuencia semanal, se decidió utilizar el Coeficiente de Estabilización de Referencia (CER)¹⁶, publicado por el BCRA, para llevar las variables a valores reales.

En la tabla 1 se presentan los rendimientos anuales de las distintas empresas que conforman el panel líder del Merval, que a su vez son utilizadas para la construcción de portafolios. Inicialmente, se puede apreciar la alta volatilidad de la bolsa de valores argentina en el periodo analizado. Comenzando con una pronunciada caída del 2019, asociada a factores políticos y a la inestabilidad macroeconómica, que continuó en el 2020 debido a la pandemia generada por el COVID-19. Luego se inicia un ciclo de recuperación en el precio de las acciones, donde se destacan aumentos de hasta 75.7% del índice Merval en el año 2023. Aun así, dentro de estas oscilaciones del mercado argentino, se puede apreciar la heterogeneidad de los rendimientos de los diversos activos, donde tenemos títulos como VALO, MIRG, ALUA y TXAR, que tuvieron un gran desempeño en los años de caídas, pero que, en muchos casos, no acompañaron la recuperación general del mercado accionario argentino que comenzó a partir de 2021.

Acción	Ticker	2019	2020	2021	2022	2023
Aluar	ALUA	24%	15%	17%	12%	95%
Banco BBVA	BBAR	-38%	-15%	3%	20%	66%
Banco Macro	BMA	-1%	-38%	-14%	10%	99%
Bolsas y Mercados Argentinos	BYMA	-40%	49%	17%	10%	48%
Central Puerto	CEPU	-34%	-18%	17%	73%	90%
Sociedad Comercial Del Plata	COME	-26%	9%	84%	79%	56%
Cresud	CRES	-26%	-4%	-1%	29%	90%
Edenor	EDN	-69%	-3%	41%	32%	142%
Grupo Financiero Galicia	GGAL	-32%	-22%	7%	-7%	97%
IRSA Inversiones y Representaciones	IRSA	-32%	1%	-14%	8%	121%
Loma Negra C.I.A.S.A.	LOMA	-14%	19%	9%	1%	32%
Mirgor	MIRG	38%	50%	70%	-21%	-22%
Pampa Energía S.A	PAMP	-38%	18%	44%	44%	72%
Banco Supervielle	SUPV	-46%	-14%	-7%	-1%	91%

¹⁶ El Coeficiente de Estabilización de Referencia (CER), es un índice de ajuste diario, el cual es elaborado por el Banco Central de la República Argentina (BCRA). Este indicador refleja la evolución de la inflación, para lo cual se toma como base de cálculo la variación registrada en el Índice de Precios al Consumidor (IPC). Recuperado de: <https://unr.edu.ar/cer-coeficiente-de-estabilizacion-de-referencia>

Telecom Argentina	TECO2	7%	-6%	-26%	-1%	58%
Transportadora De Gas Del Norte	TGNO4	-52%	-23%	51%	108%	82%
Transportadora De Gas Del Sur	TGSU2	-30%	7%	-23%	132%	44%
Transener	TRAN	-61%	-14%	29%	85%	144%
Ternium Argentina	TXAR	14%	42%	50%	-1%	48%
Banco de Valores	VALO	81%	57%	-37%	42%	37%
YPF S.A	YPDF	5%	-39%	-25%	100%	110%
Media	-	-18%	3%	14%	36%	76%
Mediana	-	-30%	-3%	9%	29%	76%
Merval	-	-18%	-7%	8%	27%	76%

Tabla 1: Rendimientos Anuales Panel Líder

3.2 Tasa Libre de Riesgo

A lo largo del trabajo, tanto para el cálculo de los rendimientos esperados como el de ciertas matrices de varianzas y covarianzas, es necesario contar con un parámetro que se refiera a la tasa de interés libre de riesgo. En principio se trató de utilizar alguna de las tasas de interés pertenecientes a la economía argentina, como la tasa de política monetaria o la tasa BADLAR¹⁷. No obstante, el periodo estuvo marcado por largos ciclos de tasas reales negativas causados por la alta tasa de inflación y por la política monetaria llevada a cabo por parte de las autoridades.

Debido a esto se decide tomar el ejemplo clásico de tasa de interés libre de riesgo, el rendimiento de los bonos del tesoro estadounidense. En el trabajo se utiliza el rendimiento de los bonos del tesoro a 10 años al 29/12/2023, el cual es del 3,88% anual y 0.07% semanal, informado por la Junta de Gobernadores de la Reserva Federal de Estados Unidos¹⁸.

3.3 Modelo Media-Varianza

3.3.1 Rendimientos Esperados Históricos

Como se destaca en las secciones anteriores, antes de pasar al proceso de optimización son necesarios los rendimientos esperados de los activos que se incluyen en el análisis. En el modelo de Markowitz, estos se calculan como la media de los rendimientos históricos. Para hallar estos se utiliza la función `expected_returns.mean_historical_return()` de la librería `PyPortfolioOpt`, obteniendo el rendimiento promedio anualizado para cada uno de los activos. Los rendimientos esperados son los siguientes:

¹⁷ Tasa de interés pagada por depósitos a plazo fijo de más de un millón de pesos, por el promedio de entidades financieras. (Buenos Aires Deposits of Large Amount Rate).

¹⁸ Junta de Gobernadores de la Reserva Federal de Estados Unidos. DGS10 - Rendimiento de los bonos a 10 años del Tesoro de EE. UU. Recuperado de: <https://fred.stlouisfed.org/series/DGS10>.

Acción	Rendimiento Esperado
ALUA	32%
BBAR	-1%
BMA	4%
BYMA	12%
CEPU	14%
COME	31%
CRES	11%
EDN	5%
GGAL	3%
IRSA	8%
LOMA	5%
MIRG	17%
PAMP	20%
SUPV	-5%
TECO2	3%
TGNO4	17%
TGSU2	14%
TRAN	13%
TXAR	35%
VALO	27%
YPFD	16%

Tabla 2: Rendimientos Esperados Históricos

A su vez, se utiliza como medida de riesgo, la matriz estándar de varianzas y covarianzas. Para calcularla se utiliza la función `risk_models.sample_cov()`. Observando las covarianzas, se observa una fuerte correlación entre acciones del mismo sector, como las financieras: BBAR, BMA, GGAL y SUPV o las energéticas: TGNO4, TGSU2, TRAN, PAMP, YPF.

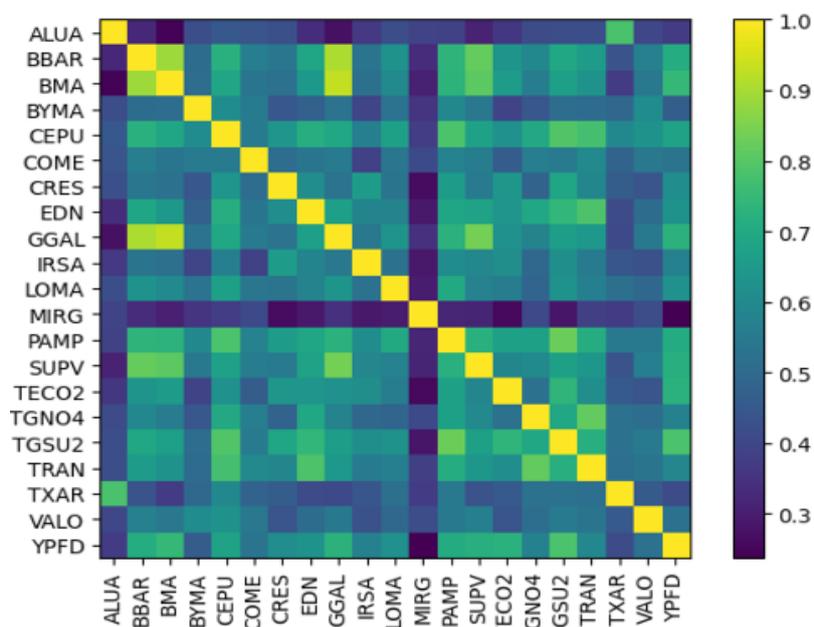


Figura 5: Matriz de varianzas y covarianzas estándar.

Una vez obtenidos los rendimientos esperados y la matriz de varianzas y covarianzas, es posible identificar los portafolios eficientes. Como se menciona al inicio del apartado, se realizará el proceso de optimización siguiendo cuatro criterios: minimizar el riesgo, maximizar el ratio de Sharpe, minimizar el riesgo con un nivel fijo de rendimiento y maximizar el rendimiento para un nivel determinado de riesgo. PyPortfolioOpt ofrece una serie de opciones para calcular cada uno de estos portafolios, aunque primero es necesario establecer con la función `EfficientFrontier()` los inputs con los cuales se van a formar los portafolios y generar la frontera eficiente.

Una vez hecho esto, para obtener el portafolio con menor riesgo se utiliza la función `fe.min_volatility()`, la cual nos sirve para obtener el portafolio con mayor rendimiento para el nivel mínimo posible de volatilidad. Luego, para encontrar la cartera que maximiza el ratio de Sharpe, se recurre a la función `fe.max_sharpe(risk_free_rate)` donde en `risk_free_rate` se debe indicar la tasa libre de riesgo seleccionada, en este caso 3,88%. Para encontrar el portafolio con mínima varianza para un nivel determinado de rendimiento, se utiliza `fe.efficient_return(target_return)` especificando en `target_return` el rendimiento esperado a alcanzar. Similar es la situación para encontrar el portafolio con mayor rendimiento esperado para un nivel determinado de riesgo, donde en `target_volatility` dentro de `fe.efficient_risk(target_volatility)` se debe especificar la volatilidad deseada.

A continuación, en la tabla 3 se presentan los cuatro portafolios resultantes de la optimización de carteras, siguiendo el caso base del modelo media-varianza: rendimiento esperado como promedio de rendimientos históricos y la matriz de varianzas y covarianzas estándar como medida de riesgo. Para el nivel de rendimiento deseado se utiliza un rendimiento esperado de 5 p.p. superior al portafolio de volatilidad mínima, en cambio para el cuarto portafolio se fijó una volatilidad 5 p.p. menor al nivel del portafolio que maximiza el ratio de Sharpe.

Acción	Min. Riesgo	Max. Sharpe	Rendimiento = 21%	Volatilidad = 39%
ALUA	12%	20%	19%	21%
BYMA	6%	0%	0%	0%
COME	5%	31%	15%	19%
IRSA	17%	0%	16%	11%
LOMA	19%	0%	10%	0%
MIRG	26%	0%	22%	20%
PAMP	0%	0%	1%	4%
TECO2	5%	0%	0%	0%
TXAR	0%	26%	0%	4%
VALO	10%	22%	18%	22%

Tabla 3: Portfolios Rendimientos Medios - Matriz de Varianzas y Covarianzas Estándar

Una vez obtenidos los portafolios óptimos, es posible estimar la frontera eficiente y representarla gráficamente junto a las carteras. Para ello se utiliza el módulo `plotting` junto a la función `plot_efficient_frontier()`. En la figura 5 se puede observar la frontera eficiente, los portafolios eficientes para cada una de las optimizaciones y un conjunto de carteras simuladas. Las simulaciones constan de portafolios generados aleatoriamente donde se le asigna distintas proporciones a cada uno de los activos. Como es de esperarse, ninguno de estos se ubica sobre o por encima de la frontera eficiente, lo cual demuestra que no sería racional elegirlos dado que para cada uno de estos portafolios se puede encontrar un conjunto de activos que ofrezca una mejor relación rendimiento-riesgo.

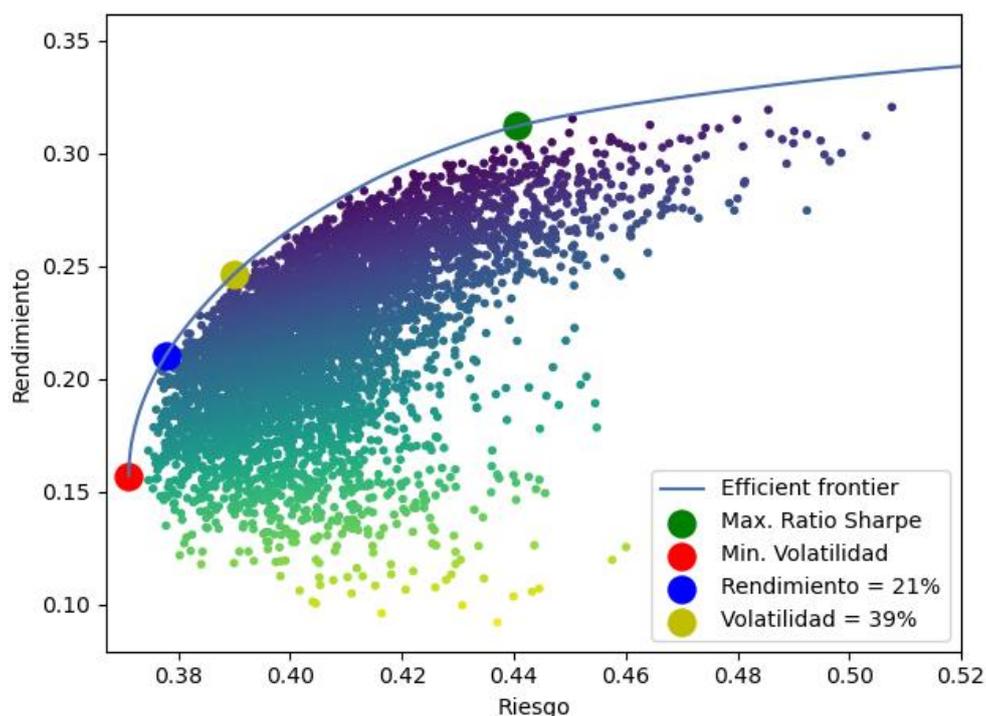


Figura 6: Frontera eficiente y portafolios óptimos.

A su vez, en la figura 5 se puede notar la alta volatilidad del mercado argentino, donde el portafolio con menor riesgo tiene una volatilidad de 37%, lo cual está lejos de ser un nivel de volatilidad bajo. Otro punto interesante es que, a medida que nos movemos a lo largo de la frontera eficiente, podemos observar la magnitud del trade-off entre riesgo y rendimiento entre las distintas carteras eficientes. Si nos situamos en el portafolio que busca obtener un rendimiento esperado 5 p.p mayor al que minimiza el riesgo, lo podríamos hacer solo asumiendo un punto extra de volatilidad, lo que a priori resulta conveniente. Algo similar sucede con el portafolio que maximiza el ratio de Sharpe, el cual si lo comparamos con el portafolio que minimiza el riesgo, podemos notar que este nos da 2.1 p.p de rendimiento esperado por cada p.p de volatilidad adicional asumido.

En la siguiente tabla, se pueden apreciar el rendimiento esperado, la volatilidad o desvío estándar y el ratio de Sharpe para cada uno de las carteras. Como es de esperar, a medida que aumenta el rendimiento esperado entre portafolios consecuentemente aumenta el riesgo.

Portafolio	Rendimiento Esperado	Volatilidad	Ratio Sharpe
Min Riesgo	16%	37%	0.32
Max Sharpe	31%	44%	0.62
Dado Rendimiento	21%	38%	0.45
Dado Riesgo	25%	39%	0.53

Tabla 5: Portfolios Rendimientos Medios - Matriz de Varianzas y Covarianzas Estándar

Luego de obtener los portafolios correspondientes al caso clásico del modelo de media-varianza, se procede a encontrar nuevos portafolios combinando los rendimientos esperados de la tabla 2 con ciertas variantes de la matriz de varianzas y covarianzas. El objetivo de esto es poder comparar los resultados anteriores con portafolios que surjan de tener en cuenta otras medidas de riesgo que tengan en cuenta otros supuestos. Particularmente, se utilizan dos matrices alternativas de varianzas y covarianzas, las cuales se basan en los conceptos de riesgo a la baja y la estimación penalizada descritos en secciones anteriores.

Por un lado, para calcular matriz de varianzas y covarianzas utilizando los conceptos vistos en el apartado 2.1.3, la librería proporciona la función `risk_models.semicovariance(benchmark)` donde en el parámetro `benchmark` se indica el valor de corte para el cálculo de la semivarianza. Este se fijó igual a la tasa libre de riesgo semanal (0.07%), puesto que debe tener la misma frecuencia que los datos. En cambio, para estimar la matriz de la manera que plantean Ledoit y Wolf, se utiliza la función `risk_models.CovarianceShrinkage.ledoit_wolf()`. A continuación, en la tabla 6 se muestran los portafolios eficientes encontrados, mientras que las matrices se incluyen en el apéndice.

Acción	Matriz de semivarianzas				Matriz de Ledoit-Wolf			
	Min. Riesgo	Max. Sharpe	Rendimiento = 23%	Volatilidad = 26%	Min. Riesgo	Max. Sharpe	Rendimiento = 21%	Volatilidad = 38%
ALUA	26%	37%	32%	34%	12%	21%	17%	19%
BYMA	21%	-	14%	4%	7%	-	1%	-
COME	-	22%	-	4%	7%	30%	14%	18%
IRSA	17%	-	10%	2%	17%	-	15%	11%
LOMA	-	-	-	-	17%	-	10%	1%
MIRG	21%	-	20%	17%	24%	-	21%	19%
PAMP	-	-	-	1%	-	-	2%	5%
TECO2	6%	-	-	-	7%	-	1%	-
TXAR	-	34%	5%	12%	-	26%	2%	6%
VALO	8%	8%	19%	26%	11%	23%	17%	20%

Tabla 6: Portfolios Eficientes Rendimientos Esperados Medios - Matriz de semivarianzas y Ledoit-Wolf

Un punto interesante a destacar, es que a pesar de realizar la optimización utilizando diferentes medidas de riesgos, no aparecen nuevas acciones que no se encuentren en al menos un

portafolio en la tabla 3. Otro punto en común, es que parecen mantenerse las altas proporciones de empresas como ALUA, MIRG y VALO mientras que acciones como PAMP y TECO2 continúan con pesos marginales dentro de las carteras.

3.3.2 Rendimientos Esperados Exponenciales

En el siguiente apartado se repite el mismo proceso que en el caso clásico de Markowitz, modificando los rendimientos esperados, siguiendo la premisa, de que los rendimientos más recientes podrían ser más relevantes a la hora de determinar rendimientos futuros. Para ello se utilizan medias móviles exponenciales, un tipo de media móvil que otorga un mayor peso a las observaciones y la función `expected_returns.ema_historical_return(span)`. El parámetro `span` se utiliza para elegir la cantidad de períodos a incluir en las medias móviles, este se configuró para otorgarle un mayor peso a los rendimientos del 2023. Los rendimientos esperados se presentan en la tabla 7:

Acción	Rendimiento Esperado
ALUA	76%
BBAR	47%
BMA	54%
BYMA	51%
CEPU	87%
COME	73%
CRES	73%
EDN	99%
GGAL	51%
IRSA	59%
LOMA	29%
MIRG	14%
PAMP	69%
SUPV	58%
TECO2	40%
TGNO4	121%
TGSU2	74%
TRAN	120%
TXAR	73%
VALO	44%
YPFD	93%

Tabla 7: Rendimientos Esperados Históricos

En relación a las medidas de riesgo, son similares a las utilizadas en el apartado anterior con excepción de una nueva matriz de varianzas y covarianzas. Esta se calcula con el mismo principio que los rendimientos esperando, sobreponderando las observaciones del último año disponible en la base de datos. Para ello se recurre a la función `risk_models.exp_cov(span)` donde `span` también se utiliza para sobreponderar los

datos del 2023. La matriz se incluye en el apéndice con la denominación “Matriz Exponencial”. Por otro lado, la optimización se realiza de igual manera que en el caso base de Markowitz, con la diferencia de que en el rendimiento objetivo se decide utilizar una diferencia de 10 p.p con el portafolio de mínima volatilidad debido a la magnitud de los rendimientos esperados. Las carteras encontradas se presentan en la tabla 8 y 9:

Acción	Matriz de Varianzas y Covarianzas				Matriz de Semivarianzas			
	Min Riesgo	Max Sharpe	Rendimiento = 52%	Volatilidad = 47%	Min Riesgo	Max Sharpe	Rendimiento = 60%	Volatilidad = 27%
ALUA	12%	30%	19%	31%	26%	39%	38%	45%
BYMA	6%	-	6%	-	21%	-	20%	-
COME	5%	7%	15%	15%	-	-	0%	-
GGAL	-	-	-	-	-	-	-	-
IRSA	17%	-	23%	8%	17%	-	24%	-
LOMA	19%	-	10%	-	-	-	-	-
MIRG	26%	-	17%	-	21%	-	7%	-
PAMP	-	-	1%	-	-	-	3%	-
TECO2	5%	-	2%	-	6%	-	3%	-
TGNO4	-	6%	-	2%	-	3%	-	-
TRAN	-	41%	-	30%	-	48%	-	43%
TXAR	-	-	-	-	-	-	1%	-
VALO	10%	-	9%	-	8%	-	4%	-
YPDF	-	16%	-	13%	-	10%	-	12%

Tabla 8: Portafolios eficientes Rendimientos exponenciales - Matriz de Varianzas y Covarianzas y semivarianzas.

Acción	Matriz de Ledoit-Wolf				Matriz Exponencial			
	Min Riesgo	Max Sharpe	Rendimiento = 53%	Volatilidad = 45%	Min Riesgo	Max Sharpe	Rendimiento = 39%	Volatilidad = 55%
ALUA	12%	28%	19%	29%	-	19%	6%	21%
BYMA	7%	-	6%	-	-	-	-	-
COME	7%	9%	15%	14%	6%	24%	16%	34%
GGAL	-	-	-	-	5%	-	6%	2%
IRSA	17%	-	21%	6%	5%	-	10%	-
LOMA	17%	-	8%	-	26%	-	14%	-
MIRG	24%	-	15%	-	46%	-	38%	4%
PAMP	-	-	4%	-	-	-	-	-
TECO2	7%	-	3%	-	-	-	-	-
TGNO4	-	10%	-	7%	-	12%	-	6%
TRAN	-	37%	-	30%	-	45%	-	33%
TXAR	-	-	-	-	-	-	-	-
VALO	11%	-	9%	-	12%	-	9%	-
YPDF	-	16%	0%	15%	-	-	-	-

Tabla 9: Portafolios eficientes Rendimientos exponenciales - Matriz de Ledoit-Wolf y Exponencial

Se pueden destacar algunos puntos acerca de las diferencias de estas carteras con las que se calcularon utilizando los rendimientos como media de los rendimientos pasados. Por un lado, aparecen nuevas acciones en los portafolios con grandes participaciones como YPF y TRAN, presentes en la gran mayoría de las carteras. También en ciertos casos aparecen GGAL y TGNO4 aunque en bajas proporciones. Finalmente, TXAR que contó con una alta participación en prácticamente todos los portafolios del caso base de Markowitz, prácticamente no tiene peso en estos resultados.

3.3.3 Rendimientos Esperados CAPM

Otra alternativa para armar los portafolios consiste en calcular los rendimientos esperados siguiendo los conceptos del Capital Asset Pricing Model, como se indica en la ecuación 10. No obstante, primero es necesario contar con los betas de los activos en relación al portafolio del mercado. Con este propósito, se decide estimar el beta de los activos argentinos a través de una regresión lineal, tomando como variable independiente el rendimiento del índice S&P Merval con la tasa de interés libre de riesgo y como dependiente el rendimiento observado de los activos en el periodo. A su vez, se decide incluir una variable dummy, correspondiente a la semana posterior a las elecciones presidenciales primarias del año 2019, ya que se consideró un potencial outlier, para aislar el efecto sobre el beta estimado.

$$R_i = \alpha_i + \beta_i (R_m - R_f) + \beta_j \text{paso2019} + \epsilon_i \quad (12)$$

Donde:

α_i : Constante del modelo.

β_i : Beta del activo i respecto al mercado.

R_m : Rendimiento del mercado.

R_f : Rendimiento del activo libre de riesgo.

β_j : Coeficiente asociado a paso2019 .

paso2019 .: Variable dummy (binaria) que toma el valor 1 durante el período afectado por las elecciones PASO 2019, y 0 en el resto de los períodos.

ϵ_i .: Término de error del modelo.

Los resultados de la regresión, también computados en Python a través del módulo `statsmodels.api` se encuentran detallados en la Tabla 8, mientras que las pruebas de raíz unitaria, heterocedasticidad y autocorrelación se encuentran en el apéndice. Tal como se observa, todos los coeficientes resultaron estadísticamente significativos al 1% con valores que van desde el 0.52 (MIRG) hasta el 1.22 (YPFD). Cabe recordar que el beta del activo indica cuánto varía el rendimiento del activo ante una variación del 1% del mercado.

Acción	Beta	P-value	Std Error	R2
ALUA	0.74	0.00	0.06	0.37
BBAR	1.11	0.00	0.04	0.75
BMA	1.1	0.00	0.04	0.74
BYMA	0.75	0.00	0.06	0.44
CEPU	1.11	0.00	0.05	0.74
COME	0.76	0.00	0.05	0.45
CRES	1.01	0.00	0.06	0.51
EDN	1.09	0.00	0.06	0.59
GGAL	1.07	0.00	0.04	0.77
IRSA	0.77	0.00	0.05	0.45
LOMA	0.74	0.00	0.04	0.63
MIRG	0.52	0.00	0.06	0.21
PAMP	0.99	0.00	0.03	0.78
SUPV	1.19	0.00	0.05	0.69
TECO2	0.97	0.00	0.05	0.61
TGNO4	1.15	0.00	0.07	0.52
TGSU2	1.1	0.00	0.04	0.74
TRAN	1.06	0.00	0.06	0.61
TXAR	0.87	0.00	0.06	0.47
VALO	0.73	0.00	0.05	0.43
YPFD	1.22	0.00	0.05	0.72

Tabla 10: Determinación de los coeficientes beta para cada activo.

Utilizando los betas estimados de los activos, se calculan los rendimientos esperados de los activos como indica el modelo CAPM en la ecuación 9, donde se toma la tasa libre de riesgo mencionada en la sección 3.2 (3,88%) y como rendimiento de mercado, el correspondiente al S&P Merval para el año 2023 (75,7%). En la tabla 9 se muestran los rendimientos esperados:

Acción	Rendimiento Esperado
ALUA	57%
BBAR	83%
BMA	83%
BYMA	58%
CEPU	84%
COME	59%
CRES	76%
EDN	82%
GGAL	81%
IRSA	59%
LOMA	57%
MIRG	41%
PAMP	75%
SUPV	89%

TECO2	74%
TGNO4	87%
TGSU2	83%
TRAN	80%
TXAR	67%
VALO	56%
YPFD	91%

Tabla 11: Rendimientos Esperados CAPM

En cuanto a las medidas de riesgo, se utilizan las cuatro matrices de varianzas y covarianzas que, en el caso anterior, se decide volver a utilizar la matriz exponencial. La optimización también se realiza como en los dos casos anteriores; en el caso del rendimiento objetivo, se optó por continuar con la diferencia de 10 p.p. Las carteras encontradas se presentan en la tabla 12 y 13:

Acción	Matriz de Varianzas y Covarianzas				Matriz de Semivarianzas			
	Min Riesgo	Max Sharpe	Rendimiento = 64%	Volatilidad = 40%	Min Riesgo	Max Sharpe	Rendimiento = 65%	Volatilidad = 25%
ALUA	12%	14%	16%	16%	26%	9%	23%	27%
BBAR	-	4%	-	-	-	-	-	-
BMA	-	11%	9%	9%	-	-	-	-
BYMA	6%	2%	5%	5%	21%	-	13%	20%
COME	5%	-	4%	4%	-	-	-	-
CRES	-	3%	-	-	-	-	-	-
GGAL	-	5%	4%	5%	-	-	-	-
IRSA	17%	2%	11%	11%	17%	-	15%	18%
LOMA	19%	-	6%	6%	-	-	-	-
MIRG	26%	7%	13%	13%	21%	-	3%	16%
PAMP	-	5%	5%	5%	-	-	2%	-
SUPV	-	4%	-	-	-	9%	-	-
TECO2	5%	9%	11%	11%	6%	21%	18%	11%
TGSU2	-	9%	3%	3%	-	23%	12%	-
TXAR	-	9%	1%	1%	-	12%	5%	-
VALO	10%	1%	6%	6%	8%	-	5%	8%
YPFD	-	14%	5%	5%	-	26%	3%	-
TGNO4	-	-	-	-	-	-	-	-

Tabla 12: Portafolios Eficientes Rendimientos Esperados CAPM - Matriz de Varianzas y Covarianzas y semivarianzas.

Acción	Matriz de Ledoit-Wolf				Matriz Exponencial			
	Min Riesgo	Max Sharpe	Rendimiento = 64%	Volatilidad = 39%	Min Riesgo	Max Sharpe	Rendimiento = 60%	Volatilidad = 37%
ALUA	12%	12%	14%	14%	-	5%	4%	3%
BBAR	-	5%	-	1%	-	11%	5%	-
BMA	-	9%	8%	8%	-	1%	0%	-
BYMA	7%	3%	5%	5%	-	-	-	-
COME	7%	-	4%	4%	6%	0%	4%	5%
CRES	-	3%	-	-	-	-	-	-
GGAL	-	6%	5%	5%	5%	33%	29%	23%
IRSA	17%	3%	11%	10%	5%	-	-	1%
LOMA	17%	-	6%	6%	26%	19%	23%	24%
MIRG	24%	6%	13%	12%	46%	24%	32%	37%
PAMP	-	6%	5%	5%	-	5%	1%	-
SUPV	-	5%	-	-	-	-	-	-
TECO2	7%	9%	11%	10%	-	-	-	-
TGSU2	-	9%	4%	4%	-	-	-	-
TXAR	-	9%	3%	4%	-	1%	-	-
VALO	11%	2%	7%	6%	12%	-	3%	7%
YFPD	-	14%	5%	6%	-	-	-	-
TGNO4	-	-	-	-	-	1%	-	-

Tabla 13: Portafolios Eficientes Rendimientos Esperados CAPM - Matriz de Ledoit-Wolf y Exponencial.

Al analizar estas nuevas carteras, se puede observar la participación de todas las acciones del panel líder con excepción de CEPU, EDN y TRAN. Un punto que resulta interesante destacar, es cómo las empresas con menor beta (ALUA, BYMA, LOMA, MIRG y VALO), tienen un mayor peso en portafolios que buscan minimizar la volatilidad, lo cual se repite en los otros dos casos analizados. Por otro lado, en los portafolios que maximizan el ratio de Sharpe, donde se busca maximizar el rendimiento ajustado al riesgo, se combinan estos títulos con betas menores a 0.8 con acciones más volátiles que el mercado como BBAR, GGAL, SUPV, TGSU2, e YFPD.

3.4 Evaluación de Desempeño

Finalmente se procede a comparar el desempeño de las carteras encontradas para el modelo de Markowitz utilizando las distintas combinaciones de rendimientos esperados y medidas de riesgo empleadas a lo largo del trabajo. El objetivo es comparar la performance, tanto del rendimiento efectivo como en volatilidad, de los distintos portafolios en relación al S&P Merval, que, como se mencionó anteriormente, es el índice de referencia del mercado de acciones argentino.

Para realizar esto, se toman los datos hasta el 29/11/2024, contando con un periodo de casi un año para evaluar las carteras fuera de la muestra de datos. Dado que solo se está analizando un periodo, se decide trabajar con datos sin deflactar por inflación, donde el rendimiento de los

portafolios surge de la diferencia entre el primer y último dato del 2024. A su vez, como se trabaja con un periodo inferior a un año, se lleva la volatilidad de los portafolios a la misma unidad de tiempo que los rendimientos observados.

En cuanto a los portafolios, solo van a evaluarse los que surgieron de minimizar el riesgo de las carteras y maximizar el ratio de Sharpe, dado que el resto está sujeto a rendimientos y volatilidades arbitrarias establecidas por el autor.

En lo que va del año 2024, el S&P Merval continuó con la tendencia alcista, alcanzando un rendimiento de 143% en los primeros once meses y con una volatilidad anualizada del 41%. Al comparar la performance de los portafolios en relación al benchmark, en principio se puede apreciar que ninguno de estos pudo superar en rendimiento al S&P Merval. En cuanto a la volatilidad, aunque hay varios portafolios con menor o igual volatilidad, solo el portafolio 22, resultante de maximizar el ratio de Sharpe con los rendimientos esperados del CAPM y la matriz de varianzas y covarianzas que sobrepondera los datos del 2023, parece ofrecer una combinación de rendimiento-riesgo interesante.

Otro punto a destacar, es la diferencia entre los portafolios en los que se han usado los rendimientos históricos, particularmente en los que se ha buscado hallar el máximo retorno ajustado por el riesgo, se han registrado rendimientos significativamente menores, hasta -2% en el portafolio 4, al del resto de las alternativas. Esto nos da un indicio, de que, en largos periodos de tiempo, con años de subas y bajas del mercado, calcular los rendimientos esperados como la media de rendimientos pasados no parece en principio una buena opción, por lo menos para un mercado con alta volatilidad como el argentino. Sin embargo, en los portafolios que buscan el mínimo riesgo posible, no parece sostenerse este resultado, dado que se observan números similares al del resto de los portafolios. Kritzman (2010) argumenta que los portafolios que buscan minimizar el riesgo suelen tener un mejor desempeño que los que buscan un mayor rendimiento, lo cual coincide con los resultados encontrados. En cambio, para el resto de las combinaciones de rendimientos y medidas de riesgo, no se observaron diferencias de tal magnitud a la hora de cambiar el objetivo de la optimización.

Portafolio	Descripción	Rendimiento	Volatilidad	Beta
P. 1	R. Medios M. Var y Cov Min Riesgo	114%	41%	0.70
P. 2	R. Medios M. Var y Cov Max Sharpe	9%	39%	0.78
P. 3	R. Medios M. SemiVar Min Riesgo	109%	41%	0.71
P. 4	R. Medios M. SemiVar Max Sharpe	-2%	41%	0.79
P. 5	R. Medios M. LedWol Min Riesgo	113%	41%	0.71
P. 6	R. Medios M. LedWol Max Sharpe	8%	39%	0.78
P. 7	R. Exp M. Var y Cov Min Riesgo	114%	41%	0.70
P. 8	R. Exp M. Var y Cov Max Sharpe	118%	49%	0.98
P. 9	R. Exp M. SemiVar Min Riesgo	109%	41%	0.71
P. 10	R. Exp M. SemiVar Max Sharpe	106%	47%	0.96
P. 11	R. Exp M. LedWol Min Riesgo	113%	41%	0.71
P. 12	R. Exp M. LedWol Max Sharpe	119%	49%	0.98

P. 13	R. Exp M. Exp Min Riesgo	121%	43%	0.65
P. 14	R. Exp M. Exp Max Sharpe	74%	52%	0.94
P. 15	R. CAPM M. Var y Cov Min Riesgo	114%	41%	0.70
P. 16	R. CAPM M. Var y Cov Max Sharpe	134%	44%	0.97
P. 17	R. CAPM M. SemiVar Min Riesgo	109%	41%	0.71
P. 18	R. CAPM M. SemiVar Max Sharpe	127%	51%	1.05
P. 19	R. CAPM M. LedWol Min Riesgo	113%	41%	0.71
P. 20	R. CAPM M. LedWol Max Sharpe	134%	44%	0.97
P. 21	R. CAPM M. Exp Min Riesgo	121%	43%	0.65
P. 22	R. CAPM M. Exp Max Sharpe	142%	39%	0.86

Tabla 14: Desempeño Portafolios

Resulta importante señalar, que, aunque ninguna de las combinaciones de activos logró una performance superior al índice de referencia, se puede notar cómo aplicar el modelo de Markowitz puede resultar útil para diversificar en el mercado de acciones argentino. Por el momento, el mercado local no cuenta con instrumentos que busquen replicar el comportamiento del mercado, como los ETF¹⁹ de índices bursátiles, por lo que llevar a cabo este proceso nos permite llegar a carteras que eliminen en gran parte el riesgo intrínseco de los activos, quedándonos con niveles de riesgo similares a los observados en el S&P Merval. Aun así, es de suma importancia los inputs con los que realizamos la optimización, ya que una mala elección de estos nos puede llevar a tener un desempeño muy inferior al del mercado.

Por último, se decide computar la Security Market Line, también proveniente del Capital Asset Price Theory de William F. Sharpe, abordada en la sección 2.2. Para graficarla se utilizaron los rendimientos hasta noviembre del 2024 y los betas estimados en la Tabla 8. El objetivo de esto es observar, cuáles de los portafolios se encuentran subvaluados, se encuentran sobre la SML ofreciendo una mejor relación rendimientos-riesgo y cuáles se encuentran sobrevaluados, situándose por debajo de la recta.

¹⁹ Un ETF (Exchange-Traded Fund) es un fondo de inversión que se negocia en el mercado secundario. Un ETF de índices sigue el comportamiento de un índice financiero.

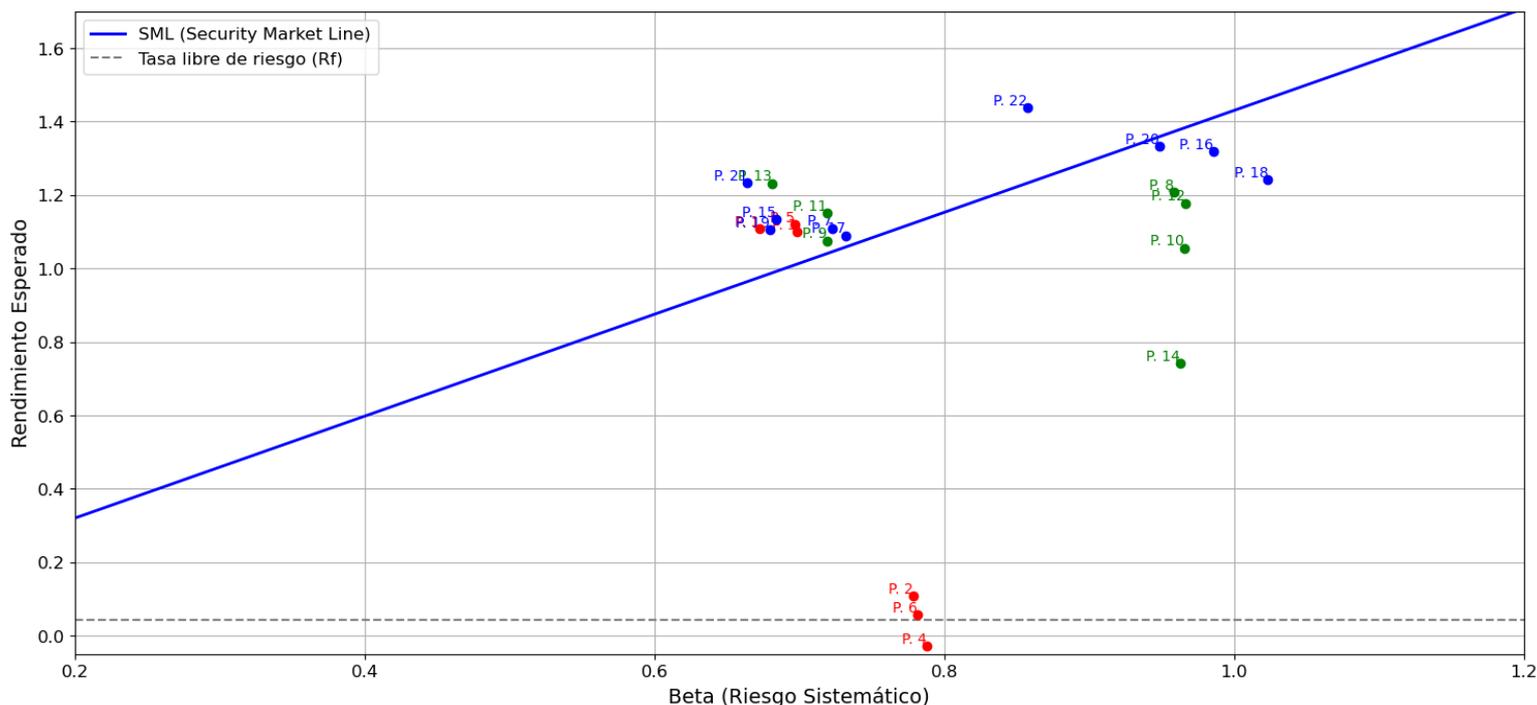


Figura 6: Security Market Line del mercado argentino y portafolios.

Puede observarse cómo todos los puntos que se sitúan sobre la SML pertenecen a los portafolios donde se buscó encontrar la volatilidad mínima. Mientras que la única cartera que se encuentra subvaluada en lo que se buscó maximizar el ratio de Sharpe es la cartera 22, correspondiente a calcular los rendimientos esperados utilizando el CAPM y la matriz de varianzas y covarianzas, sobreponderando los datos del 2023.

4. Conclusiones

En el trabajo se aplican las nociones del modelo de Markowitz (1952) y del CAPM de Sharpe (1964) al mercado de capitales argentino con el fin de derivar estrategias que permitan la construcción de carteras o portafolios de inversión, evitando riesgos innecesarios y mejorando el proceso de toma de decisiones. La estimación se realiza en Python con datos de precios de las acciones del panel líder de BYMA entre 2019 y 2024 utilizando la librería PyPortfolioOpt. Para realizar las estimaciones se calcularon los rendimientos esperados de los activos, se estimó la medida del riesgo correspondiente, se obtuvieron los portafolios eficientes en base a las funciones objetivo a optimizar, se construyeron las fronteras eficientes y se compararon los desempeños en un periodo fuera del analizado y su performance contra el S&P Merval.

De las estimaciones se concluye que el modelo de Markowitz, con la serie de combinaciones de rendimientos esperados y volatilidades, no logró conformar un portafolio que logre obtener un rendimiento mayor al del S&P Merval para el periodo analizado. Aun así, si se lograron obtener carteras con un rendimiento apenas por debajo del índice de referencia con una menor

volatilidad, como es el caso del portafolio que surge de maximizar el ratio de Sharpe combinando rendimientos esperados del CAPM y la matriz de varianzas y covarianzas exponencial.

Por otro lado, algo que parece sostenerse para todas las optimizaciones de carteras con los distintos tipos de rendimientos y riesgo, consiste en que los portafolios en los que se busca minimizar el riesgo, es decir la volatilidad, tuvieron un mejor desempeño que los portafolios obtenidos con el objetivo de maximizar el rendimiento ajustado por el riesgo. Esto puede indicar que la varianza resulta un parámetro más estable a lo largo del tiempo, incluso en períodos de alta incertidumbre o volatilidad en los mercados, y por lo tanto se identifica como un parámetro de mayor relevancia en términos de la toma de decisiones de inversión para este tipo de activos.

Otro punto interesante, proviene de los portafolios calculados, como lo indica el modelo de Markowitz en un principio, con rendimientos como el promedio de los rendimientos históricos. En este caso, con un mercado caracterizado por altas variaciones, no resultó conveniente utilizar periodos demasiado largos para la optimización de carteras. Estos portafolios fueron los de peor desempeño, teniendo rendimientos de 130 p.p menores a los del S&P Merval.

Finalmente, a pesar de que ninguna de las combinaciones de activos ha logrado superar en rendimiento al índice de referencia y solo muy pocos registraron una volatilidad inferior para el periodo analizado, se considera que la aplicación de este modelo puede resultar interesante para un inversor que busque una inversión diversificada, siempre y cuando se calculen los rendimientos esperados y medidas de riesgo de la manera más rigurosa posible y teniendo en cuenta las características propias del mercado argentino. Adicionalmente, se considera valorable la aplicación de la biblioteca de Python a la toma de decisiones de inversión en este tipo de activos y con potencial aplicación a otras temáticas.

En cuanto a posibles investigaciones futuras, se propone avanzar en el monitoreo del desempeño de estos portafolios a lo largo del tiempo, para así observar, si los resultados se mantienen en el tiempo y podrían generar patrones de inversión más rentables. A su vez, es de interés incorporar nuevos periodos de tiempo para observar los cambios en la estructura de los portafolios. Particularmente, el 2024 podría ser un año interesante a incorporar debido a los cambios en el régimen económico argentino, con significativas repercusiones en el mercado. Finalmente, se expresa el deseo de replicar el análisis para otros países de la región, para poder comparar los portafolios de los distintos países de América Latina, o poder conformar portafolios eficientes con acciones representativas de las bolsas latinoamericanas.

5. Bibliografía

Ang, A., Chen, J., & Xing, Y. (2006). Downside risk. *The review of financial studies*, 19(4), 1191-1239.

Atje, R., & Jovanovic, B. (1993). Stock markets and development. *European economic review*, 37(2-3), 632-640.

Banco Mundial. (n.d.). Capitalización bursátil (% del PIB), de <https://datos.bancomundial.org/indicador/CM.MKT.LCAP.GD.ZS>

Black, F. Capital Market Equilibrium with Restricted Borrowing. *The Journal of business*, 45(3), 1972, 444-455.

De Gregorio, J., & Guidotti, P. E. (1992). Notas sobre intermediación financiera y crecimiento económico. *Cuadernos de Economía*, 29(87), 329-348.

Elton, E. J., & Gruber, M. J. (1997). Modern portfolio theory, 1950 to date. *Journal of banking & finance*, 21(11-12), 1743-1759.

Erpen, M., & Fanelli, J. M. (2011). *Mercado de capitales: manual para no especialistas*.

Estrada, J. (2008). Mean-semivariance optimization: A heuristic approach. *Journal of Applied Finance (Formerly Financial Practice and Education)*, 18(1).

Fama, E. F. (1995). Random walks in stock market prices. *Financial analysts journal*, 51(1), 75-80.

Federación Interamericana de Bolsas. (marzo, 2024). *Informe Estadístico Mensual*.

Goldsmith, R. W. (1969). *Financial Structure and Development*, New Heaven: Yale University Press.

Junta de Gobernadores de la Reserva Federal de Estados Unidos. (s.f.). DGS10 - Rendimiento de los bonos a 10 años del Tesoro de EE. UU. Recuperado de <https://fred.stlouisfed.org/series/DGS10>

Kritzman, M., Page, S., & Turkington, D. (2010). In defense of optimization: the fallacy of $1/N$. *Financial Analysts Journal*, 66(2), 31-39.

Ledoit, O., & Wolf, M. (2003). Improved estimation of the covariance matrix of stock returns with an application to portfolio selection. *Journal of empirical finance*, 10(5), 603-621.

Lintner, J. "The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets", *Review of Economics and Statistics* 47, febrero 1965, 13-37.

Mangram, M. E. (2013). A simplified perspective of the Markowitz portfolio theory. *Global journal of business research*, 7(1), 59-70.

Martin, R. A., (2021). Portfolio Ppt: portfolio optimization in Python. *Journal of Open Source Software*, 6(61), 3066, <https://doi.org/10.21105/joss.03066>

Markowitz, Harry. "Portfolio Selection." *Journal of Finance* 7.1 (1952): 77-91.

McKinnon, R. I. (1973). *Money and capital in economic development* (Brookings Institution, Washington, DC)

MOSSIN, J. Equilibrium in a capital asset market. *Econometrica: Journal of the econometric society*, 1966, 768-783.

Nobel Prize Outreach AB. (2024, diciembre 2). Nota de prensa. NobelPrize.org. <https://www.nobelprize.org/prizes/economic-sciences/1990/press-release/>

Pagano, M. (1993). Financial markets and growth: An overview. *European economic review*, 37(2-3), 613-622.

Raele, N. A. (2011). *Optimización de portfolios de inversión en países emergentes: el caso Argentina*.

Reilly, Frank K. y Brown, Keith C. *Investment Analysis and Portfolio Management* 7th ed. South-Western College Pub, 2002. 248.

Sharpe, W. F., "A Simplified Model for Portfolio Analysis," *Management Science*, January, 1963, 277-293.

Sharpe, William F. 1964. "Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk." *Journal of Finance*. 19:3, pp. 425– 42

Sharpe, W. F., "Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk", *Journal of Finance*, September 1964, 425-442.

Shaw, E. S. (1973). *Financial deepening in economic development*.

S&P Dow Jones Indices LLC. (n.d.). S&P Merval Index - Metodología de cálculo. Recuperado de <https://www.spglobal.com/spdji/es/indices/equity/sp-merval-index/#overview>

Treynor, J., "Toward a Theory of the Market Value of Risky Assets," unpublished manuscript, 1961.

Universidad Nacional de Rosario. (s.f.). Coeficiente de Estabilización de Referencia (CER). Recuperado de: <https://unr.edu.ar/cer-coeficiente-de-estabilizacion-de-referencia>

A. Apéndice

A.1 Rendimientos esperados

A.1.1 Rendimientos Esperados Históricos

```
rend_esp_mean = expected_returns.mean_historical_return(data_byma,  
frequency=52)
```

Donde:

`data_byma`: Base de datos con el precio al cierre semanal de las acciones.

`frequency=52`: Frecuencia de datos semanal.

A.1.2 Rendimientos Esperados Exponenciales

```
rend_esp_exp = expected_returns.ema_historical_return(data_byma,  
frequency=52, span=252)
```

A.1.3 Rendimientos Esperados CAPM

A.1.3.1 Estimacion de Betas

```
for col in acciones.columns[:-2]:  
    y = acciones[col]  
    X = acciones[['merval', 'paso2019']]  
    X = sm.add_constant(X)  
    modelo = sm.OLS(y, X).fit()  
  
    resultados = resultados.append({  
        "Columna": col,  
        "Coeficiente": modelo.params[1],  
        "P-valor": modelo.pvalues[1],  
        "Error estándar": modelo.bse[1],  
        "R^2": modelo.rsquared  
    }, ignore_index=True)
```

Donde:

`acciones`: Base de datos con el rendimiento semanal de las acciones.

`acciones[col]`: Serie correspondiente a cada una de las acciones analizadas.

`merval`: Rendimiento de mercado.

`pasos2019`: Variable dummy correspondiente a la semana posterior a las elecciones primarias argentinas de 2019.

Test	P-value
Breusch-Pagan	0.00
Durbin-Watson	1.90

Tabla 15: Test de Heterocedasticidad de Breusch-Pagan y de autocorrelación Durbin Watson

Accion	P-value
ALUA	0.00
BBAR	0.00
BMA	0.00
BYMA	0.00
CEPU	0.00
COME	0.00
CRES	0.00
EDN	0.00
GGAL	0.00
IRSA	0.00
LOMA	0.00
MIRG	0.00
PAMP	0.00
SUPV	0.00
TECO2	0.00
TGNO4	0.00
TGSU2	0.00
TRAN	0.00
TXAR	0.00
VALO	0.00
YPFD	0.00

Tabla 16: Test de Estacionariedad Dickey-Fuller Aumentado

A.1.3.2 Calculo de rendimientos esperados

`rf = 0.0388`

`rend_merval = 0.757`

`rend_capm['Rend Esp'] = rf + betas['coeficiente']*(rend_merval - rf)`

Donde:

`rf`: Tasa de interés libre de riesgo

`rend_merval`: Rendimiento de mercado.

`betas`: Beta estimado de cada uno de los activos.

A.2 Medidas de riesgo

A.2.1 Matriz de varianzas y covarianzas estándar

```
matriz_var_cov = risk_models.sample_cov(data_byma, frequency=52)
```

Acción	ALUA	BBAR	BMA	BYMA	CEPU	COME	CRES	EDN	GGAL	IRSA	LOMA	MIRG	PAMP	SUPV	TECO ₂	TGNO ₄	TGSU2	TRAN	TXAR	VALO	YFPD
ALUA	0.31	0.11	0.08	0.13	0.16	0.13	0.15	0.13	0.09	0.11	0.11	0.11	0.12	0.12	0.11	0.18	0.14	0.16	0.26	0.12	0.14
BBAR	0.11	0.38	0.34	0.17	0.28	0.19	0.21	0.30	0.33	0.17	0.19	0.11	0.24	0.34	0.22	0.28	0.25	0.28	0.16	0.18	0.29
BMA	0.08	0.34	0.38	0.17	0.27	0.18	0.21	0.28	0.34	0.17	0.18	0.10	0.24	0.34	0.23	0.26	0.24	0.27	0.14	0.17	0.30
BYMA	0.13	0.17	0.17	0.30	0.21	0.16	0.16	0.18	0.17	0.11	0.14	0.10	0.18	0.20	0.12	0.19	0.17	0.19	0.16	0.17	0.17
CEPU	0.16	0.28	0.27	0.21	0.40	0.19	0.26	0.32	0.26	0.19	0.21	0.12	0.27	0.29	0.22	0.34	0.30	0.34	0.22	0.21	0.28
COME	0.13	0.19	0.18	0.16	0.19	0.29	0.18	0.20	0.18	0.11	0.14	0.11	0.17	0.20	0.14	0.23	0.18	0.22	0.15	0.15	0.19
CRES	0.15	0.21	0.21	0.16	0.26	0.18	0.42	0.28	0.20	0.22	0.17	0.09	0.23	0.24	0.24	0.24	0.26	0.26	0.18	0.15	0.26
EDN	0.13	0.30	0.28	0.18	0.32	0.20	0.28	0.50	0.28	0.21	0.20	0.11	0.26	0.32	0.26	0.38	0.31	0.38	0.17	0.19	0.29
GGAL	0.09	0.33	0.34	0.17	0.26	0.18	0.20	0.28	0.35	0.17	0.18	0.11	0.23	0.34	0.21	0.26	0.23	0.26	0.14	0.17	0.28
IRSA	0.11	0.17	0.17	0.11	0.19	0.11	0.22	0.21	0.17	0.27	0.13	0.08	0.17	0.21	0.18	0.20	0.19	0.20	0.13	0.11	0.19
LOMA	0.11	0.19	0.18	0.14	0.21	0.14	0.17	0.20	0.18	0.13	0.24	0.08	0.19	0.19	0.16	0.18	0.18	0.19	0.15	0.13	0.20
MIRG	0.11	0.11	0.10	0.10	0.12	0.11	0.09	0.11	0.11	0.08	0.08	0.27	0.09	0.11	0.08	0.16	0.09	0.14	0.11	0.11	0.08
PAMP	0.12	0.24	0.24	0.18	0.27	0.17	0.23	0.26	0.23	0.17	0.19	0.09	0.29	0.26	0.21	0.28	0.27	0.26	0.17	0.15	0.25
SUPV	0.12	0.34	0.34	0.20	0.29	0.20	0.24	0.32	0.34	0.21	0.19	0.11	0.26	0.46	0.23	0.31	0.27	0.30	0.17	0.20	0.32
TECO ₂	0.11	0.22	0.23	0.12	0.22	0.14	0.24	0.26	0.21	0.18	0.16	0.08	0.21	0.23	0.32	0.23	0.25	0.24	0.15	0.13	0.27
TGNO ₄	0.18	0.28	0.26	0.19	0.34	0.23	0.24	0.38	0.26	0.20	0.18	0.16	0.28	0.31	0.23	0.59	0.31	0.43	0.23	0.20	0.29
TGSU2	0.14	0.25	0.24	0.17	0.30	0.18	0.26	0.31	0.23	0.19	0.18	0.09	0.27	0.27	0.25	0.31	0.35	0.29	0.18	0.17	0.30
TRAN	0.16	0.28	0.27	0.19	0.34	0.22	0.26	0.38	0.26	0.20	0.19	0.14	0.26	0.30	0.24	0.43	0.29	0.47	0.21	0.19	0.26
TXAR	0.26	0.16	0.14	0.16	0.22	0.15	0.18	0.17	0.14	0.13	0.15	0.11	0.17	0.17	0.15	0.23	0.18	0.21	0.34	0.14	0.16
VALO	0.12	0.18	0.17	0.17	0.21	0.15	0.15	0.19	0.17	0.11	0.13	0.11	0.15	0.20	0.13	0.20	0.17	0.19	0.14	0.27	0.18
YFPD	0.14	0.29	0.30	0.17	0.28	0.19	0.26	0.29	0.28	0.19	0.20	0.08	0.25	0.32	0.27	0.29	0.30	0.26	0.16	0.18	0.43

A.2.2 Matriz de varianzas y covarianzas exponencial

```
matriz_cov_exp = risk_models.exp_cov(data_byma, frequency=52, spans = 252)
```

Acción	ALUA	BBAR	BMA	BYMA	CEPU	COME	CRES	EDN	GGAL	IRSA	LOMA	MIRG	PAMP	SUPV	TECO ₂	TGNO ₄	TGSU2	TRAN	TXAR	VALO	YFPD
ALUA	0.42	0.16	0.12	0.21	0.24	0.19	0.25	0.21	0.11	0.17	0.17	0.10	0.19	0.16	0.19	0.27	0.24	0.24	0.38	0.14	0.21
BBAR	0.16	0.38	0.34	0.20	0.31	0.20	0.27	0.33	0.32	0.22	0.16	0.08	0.26	0.36	0.30	0.30	0.32	0.30	0.20	0.20	0.37
BMA	0.12	0.34	0.40	0.21	0.31	0.20	0.28	0.35	0.34	0.23	0.15	0.07	0.27	0.39	0.33	0.29	0.33	0.29	0.16	0.21	0.40
BYMA	0.21	0.20	0.21	0.38	0.28	0.20	0.26	0.26	0.19	0.17	0.17	0.09	0.24	0.25	0.22	0.26	0.27	0.24	0.24	0.22	0.27
CEPU	0.24	0.31	0.31	0.28	0.50	0.24	0.42	0.45	0.28	0.29	0.23	0.09	0.35	0.37	0.37	0.44	0.47	0.43	0.30	0.26	0.47
COME	0.19	0.20	0.20	0.20	0.24	0.30	0.27	0.26	0.17	0.16	0.15	0.08	0.21	0.23	0.23	0.27	0.26	0.26	0.21	0.17	0.28
CRES	0.25	0.27	0.28	0.26	0.42	0.27	0.59	0.45	0.24	0.34	0.24	0.07	0.35	0.34	0.40	0.39	0.47	0.40	0.29	0.24	0.47
EDN	0.21	0.33	0.35	0.26	0.45	0.26	0.45	0.68	0.31	0.35	0.22	0.08	0.35	0.44	0.43	0.49	0.51	0.50	0.23	0.27	0.52
GGAL	0.11	0.32	0.34	0.19	0.28	0.17	0.24	0.31	0.33	0.21	0.15	0.07	0.24	0.36	0.28	0.26	0.29	0.26	0.16	0.19	0.36
IRSA	0.17	0.22	0.23	0.17	0.29	0.16	0.34	0.35	0.21	0.36	0.17	0.05	0.25	0.29	0.32	0.30	0.34	0.32	0.20	0.19	0.35

LOMA	0.17	0.16	0.15	0.17	0.23	0.15	0.24	0.22	0.15	0.17	0.23	0.06	0.20	0.18	0.21	0.20	0.24	0.20	0.20	0.14	0.25
MIRG	0.10	0.08	0.07	0.09	0.09	0.08	0.07	0.08	0.07	0.05	0.06	0.20	0.07	0.06	0.06	0.13	0.08	0.11	0.10	0.07	0.05
PAMP	0.19	0.26	0.27	0.24	0.35	0.21	0.35	0.35	0.24	0.25	0.20	0.07	0.35	0.32	0.33	0.34	0.40	0.32	0.24	0.20	0.39
SUPV	0.16	0.36	0.39	0.25	0.37	0.23	0.34	0.44	0.36	0.29	0.18	0.06	0.32	0.55	0.37	0.37	0.40	0.38	0.20	0.25	0.48
TECO2	0.19	0.30	0.33	0.22	0.37	0.23	0.40	0.43	0.28	0.32	0.21	0.06	0.33	0.37	0.50	0.36	0.44	0.39	0.25	0.23	0.48
TGNO4	0.27	0.30	0.29	0.26	0.44	0.27	0.39	0.49	0.26	0.30	0.20	0.13	0.34	0.37	0.36	0.67	0.48	0.53	0.31	0.27	0.45
TGSU2	0.24	0.32	0.33	0.27	0.47	0.26	0.47	0.51	0.29	0.34	0.24	0.08	0.40	0.40	0.44	0.48	0.59	0.45	0.30	0.27	0.55
TRAN	0.24	0.30	0.29	0.24	0.43	0.26	0.40	0.50	0.26	0.32	0.20	0.11	0.32	0.38	0.39	0.53	0.45	0.57	0.28	0.26	0.43
TXAR	0.38	0.20	0.16	0.24	0.30	0.21	0.29	0.23	0.16	0.20	0.20	0.10	0.24	0.20	0.25	0.31	0.30	0.28	0.47	0.17	0.25
VALO	0.14	0.20	0.21	0.22	0.26	0.17	0.24	0.27	0.19	0.19	0.14	0.07	0.20	0.25	0.23	0.27	0.27	0.26	0.17	0.27	0.28
YFPD	0.21	0.37	0.40	0.27	0.47	0.28	0.47	0.52	0.36	0.35	0.25	0.05	0.39	0.48	0.48	0.45	0.55	0.43	0.25	0.28	0.68

A.2.3 Matriz de semivarianzas y semidesviaciones

```
matriz_cov_semicov = risk_models.semicovariance(data_byma,
frequency=52, benchmark=0.0007)
```

Donde:

benchmark: Nivel de rendimiento mínimo, igual a la tasa libre de riesgo semanal.

Acción	ALUA	BBAR	BMA	BYMA	CEPU	COME	CRES	EDN	GGAL	IRSA	LOMA	MIRG	PAMP	SUPV	TECO2	TGNO4	TGSU2	TRAN	TXAR	VALO	YFPD
ALUA	0.10	0.06	0.06	0.05	0.06	0.06	0.07	0.06	0.06	0.05	0.06	0.05	0.05	0.07	0.05	0.08	0.06	0.07	0.08	0.05	0.07
BBAR	0.06	0.17	0.16	0.10	0.14	0.11	0.10	0.14	0.16	0.08	0.12	0.07	0.12	0.15	0.09	0.14	0.11	0.13	0.08	0.09	0.12
BMA	0.06	0.16	0.17	0.10	0.13	0.11	0.10	0.13	0.16	0.08	0.11	0.07	0.12	0.15	0.09	0.14	0.10	0.13	0.07	0.09	0.12
BYMA	0.05	0.10	0.10	0.10	0.09	0.08	0.08	0.09	0.10	0.06	0.08	0.05	0.09	0.10	0.06	0.10	0.08	0.09	0.07	0.07	0.08
CEPU	0.06	0.14	0.13	0.09	0.17	0.10	0.11	0.14	0.14	0.08	0.12	0.06	0.12	0.14	0.08	0.14	0.12	0.14	0.09	0.09	0.12
COME	0.06	0.11	0.11	0.08	0.10	0.12	0.09	0.10	0.11	0.06	0.09	0.07	0.09	0.11	0.07	0.12	0.08	0.11	0.07	0.08	0.10
CRES	0.07	0.10	0.10	0.08	0.11	0.09	0.14	0.11	0.10	0.08	0.09	0.06	0.10	0.10	0.09	0.11	0.10	0.11	0.07	0.08	0.11
EDN	0.06	0.14	0.13	0.09	0.14	0.10	0.11	0.17	0.13	0.08	0.11	0.07	0.12	0.13	0.09	0.14	0.12	0.14	0.08	0.08	0.11
GGAL	0.06	0.16	0.16	0.10	0.14	0.11	0.10	0.13	0.17	0.08	0.12	0.07	0.12	0.15	0.09	0.14	0.11	0.14	0.08	0.09	0.12
IRSA	0.05	0.08	0.08	0.06	0.08	0.06	0.08	0.08	0.08	0.09	0.06	0.05	0.07	0.09	0.06	0.09	0.07	0.08	0.06	0.06	0.07
LOMA	0.06	0.12	0.11	0.08	0.12	0.09	0.09	0.11	0.12	0.06	0.13	0.05	0.10	0.11	0.08	0.11	0.09	0.11	0.07	0.08	0.11
MIRG	0.05	0.07	0.07	0.05	0.06	0.07	0.06	0.07	0.07	0.05	0.05	0.10	0.05	0.07	0.06	0.09	0.05	0.07	0.05	0.06	0.06
PAMP	0.05	0.12	0.12	0.09	0.12	0.09	0.10	0.12	0.12	0.07	0.10	0.05	0.12	0.12	0.08	0.12	0.10	0.11	0.07	0.07	0.10
SUPV	0.07	0.15	0.15	0.10	0.14	0.11	0.10	0.13	0.15	0.09	0.11	0.07	0.12	0.18	0.08	0.14	0.11	0.14	0.08	0.10	0.12
TECO2	0.05	0.09	0.09	0.06	0.08	0.07	0.09	0.09	0.09	0.06	0.08	0.06	0.08	0.08	0.12	0.09	0.08	0.08	0.06	0.06	0.09
TGNO4	0.08	0.14	0.14	0.10	0.14	0.12	0.11	0.14	0.14	0.09	0.11	0.09	0.12	0.14	0.09	0.21	0.11	0.16	0.09	0.10	0.12
TGSU2	0.06	0.11	0.10	0.08	0.12	0.08	0.10	0.12	0.11	0.07	0.09	0.05	0.10	0.11	0.08	0.11	0.12	0.10	0.08	0.07	0.11
TRAN	0.07	0.13	0.13	0.09	0.14	0.11	0.11	0.14	0.14	0.08	0.11	0.07	0.11	0.14	0.08	0.16	0.10	0.17	0.09	0.09	0.11
TXAR	0.08	0.08	0.07	0.07	0.09	0.07	0.07	0.08	0.08	0.06	0.07	0.05	0.07	0.08	0.06	0.09	0.08	0.09	0.12	0.06	0.07
VALO	0.05	0.09	0.09	0.07	0.09	0.08	0.08	0.08	0.09	0.06	0.08	0.06	0.07	0.10	0.06	0.10	0.07	0.09	0.06	0.09	0.08
YFPD	0.07	0.12	0.12	0.08	0.12	0.10	0.11	0.11	0.12	0.07	0.11	0.06	0.10	0.12	0.09	0.12	0.11	0.11	0.07	0.08	0.15

A.2.3 Matriz de Ledoit y Wolf

```
matriz_cov_Ledotif = risk_models.CovarianceShrinkage(data_byma,
frequency=52).ledoit_wolf()
```

Acción	ALUA	BBAR	BMA	BYMA	CEPU	COME	CRES	EDN	GGAL	IRSA	LOMA	MIRG	PAMP	SUPV	TECO2	TGNO4	TGSU2	TRAN	TXAR	VALO	YFPD
ALUA	0.31	0.10	0.08	0.12	0.15	0.12	0.14	0.12	0.08	0.10	0.11	0.11	0.11	0.11	0.11	0.16	0.13	0.15	0.24	0.11	0.13
BBAR	0.10	0.38	0.31	0.16	0.26	0.17	0.20	0.27	0.31	0.16	0.17	0.10	0.23	0.31	0.20	0.26	0.23	0.25	0.14	0.17	0.26
BMA	0.08	0.31	0.38	0.16	0.25	0.16	0.19	0.26	0.31	0.15	0.17	0.09	0.23	0.31	0.21	0.24	0.22	0.24	0.13	0.16	0.28
BYMA	0.12	0.16	0.16	0.31	0.20	0.15	0.15	0.17	0.16	0.10	0.13	0.09	0.16	0.19	0.11	0.17	0.15	0.18	0.15	0.16	0.15
CEPU	0.15	0.26	0.25	0.20	0.40	0.17	0.24	0.29	0.24	0.17	0.19	0.11	0.25	0.27	0.21	0.31	0.27	0.31	0.20	0.19	0.26
COME	0.12	0.17	0.16	0.15	0.17	0.29	0.16	0.19	0.16	0.10	0.13	0.11	0.16	0.19	0.13	0.21	0.16	0.20	0.14	0.14	0.17
CRES	0.14	0.20	0.19	0.15	0.24	0.16	0.42	0.26	0.19	0.20	0.16	0.08	0.21	0.22	0.22	0.22	0.24	0.24	0.16	0.14	0.24
EDN	0.12	0.27	0.26	0.17	0.29	0.19	0.26	0.49	0.26	0.20	0.19	0.10	0.24	0.30	0.24	0.35	0.29	0.35	0.16	0.17	0.27
GGAL	0.08	0.31	0.31	0.16	0.24	0.16	0.19	0.26	0.35	0.15	0.17	0.10	0.22	0.31	0.19	0.24	0.21	0.24	0.13	0.15	0.26
IRSA	0.10	0.16	0.15	0.10	0.17	0.10	0.20	0.20	0.15	0.28	0.12	0.07	0.16	0.19	0.17	0.18	0.18	0.18	0.12	0.11	0.18
LOMA	0.11	0.17	0.17	0.13	0.19	0.13	0.16	0.19	0.17	0.12	0.25	0.07	0.17	0.18	0.14	0.17	0.17	0.18	0.14	0.12	0.19
MIRG	0.11	0.10	0.09	0.09	0.11	0.11	0.08	0.10	0.10	0.07	0.07	0.28	0.08	0.10	0.07	0.15	0.08	0.13	0.11	0.10	0.07
PAMP	0.11	0.23	0.23	0.16	0.25	0.16	0.21	0.24	0.22	0.16	0.17	0.08	0.30	0.24	0.19	0.26	0.25	0.24	0.16	0.14	0.23
SUPV	0.11	0.31	0.31	0.19	0.27	0.19	0.22	0.30	0.31	0.19	0.18	0.10	0.24	0.45	0.21	0.29	0.25	0.27	0.16	0.18	0.29
TECO2	0.11	0.20	0.21	0.11	0.21	0.13	0.22	0.24	0.19	0.17	0.14	0.07	0.19	0.21	0.32	0.21	0.23	0.22	0.14	0.12	0.25
TGNO4	0.16	0.26	0.24	0.17	0.31	0.21	0.22	0.35	0.24	0.18	0.17	0.15	0.26	0.29	0.21	0.57	0.29	0.40	0.22	0.19	0.27
TGSU2	0.13	0.23	0.22	0.15	0.27	0.16	0.24	0.29	0.21	0.18	0.17	0.08	0.25	0.25	0.23	0.29	0.35	0.27	0.17	0.15	0.28
TRAN	0.15	0.25	0.24	0.18	0.31	0.20	0.24	0.35	0.24	0.18	0.18	0.13	0.24	0.27	0.22	0.40	0.27	0.46	0.19	0.17	0.24
TXAR	0.24	0.14	0.13	0.15	0.20	0.14	0.16	0.16	0.13	0.12	0.14	0.11	0.16	0.16	0.14	0.22	0.17	0.19	0.34	0.13	0.15
VALO	0.11	0.17	0.16	0.16	0.19	0.14	0.14	0.17	0.15	0.11	0.12	0.10	0.14	0.18	0.12	0.19	0.15	0.17	0.13	0.27	0.16
YFPD	0.13	0.26	0.28	0.15	0.26	0.17	0.24	0.27	0.26	0.18	0.19	0.07	0.23	0.29	0.25	0.27	0.28	0.24	0.15	0.16	0.42

A.3 Optimización

A continuación, se detalla la función desarrollada por parte del autor para la determinación de los cuatro portafolios correspondientes a cada combinación de rendimientos esperados y medida de riesgo:

```
def carteras(rendimientos, matriz, vol, rend, libre_riesgo):

    #Portafolio que minimiza volatilidad
    fe = EfficientFrontier(rendimientos, volatilidades,
                           weight_bounds=(0, 1))
    varianza_minima = fe.min_volatility()
    particip_var_min = fe.clean_weights()

    #Portafolio que maximiza ratio de sharpe
    fe = EfficientFrontier(rendimientos, volatilidades,
                           weight_bounds=(0, 1))
    max_sharpe = fe.max_sharpe(risk_free_rate = libre_riesgo)
    particip_max_sharpe = fe.clean_weights()
```

```
#Portafolio que minimiza volatilidad dado un nivel de
rendimiento
fe = EfficientFrontier(rendimientos, volatilidades,
                      weight_bounds=(0, 1))
fe.efficient_return(target_return = rend)
particip_dado_rend = fe.clean_weights()

#Portafolio que maximiza rendimiento dado un nivel de
volatilidad
fe = EfficientFrontier(rendimientos, volatilidades,
                      weight_bounds=(0, 1))
fe.efficient_risk(target_volatility = vol)
particip_dado_riesgo = fe.clean_weights()

carteras=pd.DataFrame([particip_var_min, particip_max_sharpe,
                      particip_dado_rend, particip_dado_riesgo])
carteras = carteras.transpose()
carteras = carteras.rename(columns={0: "Min Riesgo", 1: "Max
Sharpe", 2: "Dado Rendimiento", 3: "Dado Riesgo"})

#Excluir filas donde todos los valores son exactamente 0.
carteras = carteras.loc[~(carteras == 0).all(axis=1)]

return carteras
```

Donde:

rendimientos: Rendimientos esperados calculados.

volatilidades: Matriz de varianzas y covarianzas.

vol: Nivel de volatilidad deseado.

rend: Nivel de rendimiento deseado.

libre_riesgo: Tasa de intereses libre de riesgo.

carteras: Dataframe con los distintos portafolios y participaciones de las acciones correspondientes.

Aplicación:

```
carteras(rend_esp_mean, matriz_var_cov, vol = 0.39, rend = 0.21,
libre_riesgo=0.0388)
```