Departamento de Economía-Universidad Nacional del Sur

Trabajo de Grado de la Licenciatura en Economía

“Evasión de impuestos indirectos, economía sumergida y curva de Laffer: Un enfoque teórico con agentes racionales y heterogéneos”

Alumno: Genaro Martín Damiani

Profesoras Asesoras: Andrea Susana Castellano, Cintia Karina Martínez

Diciembre de 2023

Índice temático

Introducción

El trabajo persigue el objetivo general de realizar consideraciones teóricas en relación con las causas y consecuencias de la evasión de impuestos indirectos, contemplando las distintas herramientas que dispone el Estado para influir sobre los niveles de evasión.

En lo que respecta a los objetivos específicos, el primero de ellos es analizar las causas de la evasión a nivel individual y las posibles vías por las cuales las autoridades pueden modificar su cuantía, mientras que el segundo consiste en estudiar las consecuencias de la evasión a nivel agregado, con especial énfasis en la recaudación del Estado, el tamaño relativo de la economía sumergida, y la forma en que la política impositiva puede afectar a estas variables.

Se elabora un modelo con un horizonte temporal de un período, que se enfoca en el impuesto *ad-valorem* sobre las ventas minoristas y trata de recoger las principales virtudes de los existentes constructos teóricos de su tipo, a la misma vez que busca corregir ciertas falencias de los mismos, principalmente en términos de los supuestos subyacentes.

La organización del texto es la siguiente: En la Sección 1. se repasan algunos conceptos básicos que resultan esenciales para el análisis, en la Sección 2. se exponen brevemente algunos de los modelos existentes sobre evasión impositiva, en la Sección 3. se presentan algunas consideraciones relevantes para establecer los supuestos del modelo desarrollado, en la Sección 4. se formula el modelo a nivel individual, en la Sección 5. se realiza un análisis de estática comparativa a la vez que se comentan en detalle las relaciones entre la evasión y cada variable que el modelo postula para explicarla, en la Sección 6. se enfatiza en el agregado; estudiándose en profundidad los efectos de la política impositiva sobre la evasión total de la economía, el tamaño relativo de la economía sumergida y la recaudación fiscal. Por último, se plantean algunas reflexiones en base a todo lo realizado a lo largo del trabajo.

1. Cuestiones preliminares

1.1. En qué consiste el impuesto *ad-valorem* sobre las ventas minoristas

Se trata de un impuesto sobre el consumo que grava únicamente las transacciones de bienes y servicios en la etapa final de comercialización, recaudando un porcentaje sobre el precio de venta pagado por el consumidor final (OECD, 2018).

En Estados Unidos, es el más relevante de los impuestos generales a las ventas (ya que en dicho país no rige el Impuesto al Valor Agregado), y su aplicación no está supeditada al ámbito federal sino a los niveles estatal y local (OECD, 2018).

Según Artana et al. (2015), en el caso de Argentina este tipo de gravamen es de alcance nacional, pero su extensión se limita a la existencia de unos pocos impuestos específicos a las ventas finales de ciertos productos cuyo consumo genera externalidades (combustibles, cigarrillos, bebidas, entre otros), a la vez que es distinta la alícuota aplicada para cada uno de ellos. Además, la recaudación total de estos impuestos es mucho menor a aquella del Impuesto al Valor Agregado, que en Argentina se posiciona como el gravamen indirecto más importante.

1.2. El aporte de Gary Becker

El Análisis Económico del Derecho Penal, cuyas bases fueron planteadas por Gary Becker, estudia las causas y efectos del comportamiento delictivo de los individuos, asumiendo que estos buscan maximizar su utilidad esperada[1] teniendo en cuenta el beneficio y el costo esperado del delito, base sobre la cual deciden su nivel óptimo de actividad delictiva (Rodríguez Alfaro y Urruti, 2019). La relevancia de este enfoque es tal que el mismo fue capaz de reemplazar a la visión sociológica imperante en aquel entonces, que atribuía la

[1] La piedra angular del enfoque es que frente a un contexto de ausencia de certidumbre (en el sentido definido por Knight (1921)) respecto al hecho de que toda a actividad delictiva será detectada y castigada por las autoridades, los potenciales delincuentes se comportan de forma racional, es decir, en línea con los axiomas de la teoría de la utilidad esperada desarrollada en Von Neumann y Morgenstern (1944).

conducta delictiva a conceptos como la anomia social[2] o la asociación diferencial[3] (Ortiz de Urbina Gimeno, 2015).

En el trabajo pionero de Becker (1968), el potencial delincuente debe decidir la cantidad de delitos a cometer dentro de un determinado período de tiempo. El agente busca maximizar su utilidad esperada, que es planteada en función de la probabilidad de condena de cada delito, del costo monetario que el individuo asigna a las condenas previstas, y de una variable que sintetiza todos los demás aspectos que influyen en la decisión, también en términos monetarios (beneficio del delito en relación a las actividades legales, cuestiones morales, placer psíquico de delinquir, entre otros aspectos). En esta obra, se utiliza estática comparativa para determinar el signo y la magnitud de los efectos que las variaciones en la probabilidad de condena y en la pena prevista tienen sobre la conducta delictiva, y en base a ello se concluye que tanto una mayor probabilidad de aprehensión y condena como un mayor castigo tienden a reducir el nivel de actividad delictiva.

Este enfoque ha sido especialmente relevante para el estudio de la evasión impositiva, ya que constituye la base analítica sobre la cual este último reposa. Una característica común entre los modelos económicos existentes que tratan de explicar las decisiones de evasión y sus consecuencias es su fundamento en la aplicación del planteo de Becker a un delito en particular (Alm, 2019; Arias, 2011; Eichhorn, 2006). En la mayoría de los modelos que se presentarán en la Sección 2., subyacen los supuestos de que el castigo al ilícito es una multa y de que no existe penalidad moral al evadir; es decir, se asume que tanto el beneficio como la pena prevista por incurrir en el delito bajo análisis presentan un carácter puramente monetario. E incluso en aquellos donde se considera la existencia de penalidades morales al incurrir en evasión y/o externalidades según el nivel de evasión de otros agentes, subyace la esencia del enfoque beckeriano ya que estos efectos son incorporados como aumentos o reducciones en el nivel de utilidad esperada según la decisión que el potencial delincuente tome (la cual no deja de ser aquella que maximiza su utilidad esperada).

---

[2] Ver (Durkheim, 2014).
[3] Ver (Sutherland, 1947).

1.3. Las posibles conductas frente al riesgo

Resulta de especial interés llevar a cabo un breve repaso al instrumental teórico existente a la hora de caracterizar las distintas conductas que un agente puede tener para con aquellas acciones cuya realización implica la posibilidad de dos o más resultados diferentes cuya valoración es distinta. ya que ello es lo que sucede al cometer un delito, y la evasión no es la excepción.

El primer planteo relevante es el de Friedman y Savage (1948). Los autores postulan que el valor esperado de una acción se obtiene al ponderar el valor asignado a cada uno de sus posibles resultados por la probabilidad de ocurrencia de los mismos, y que a partir de ello es posible clasificar a los individuos en tres grupos distintos, según su actitud frente al riesgo. Sea B una acción cualquiera, la cual puede otorgar al menos dos ingresos monetarios con un valor distinto, sea $UE(B)$ la utilidad esperada de dicha acción, y sea $VE(B)$ el valor esperado de la misma, los agentes pueden ser agrupados de la siguiente manera:

A) Preferencia por la certidumbre: Se verifica $UE(B) < VE(B)$. Este grupo posee una función de utilidad creciente y cóncava respecto al ingreso.

B) Indiferencia (neutralidad) frente al riesgo: Se verifica $UE(B) = VE(B)$. En este caso, la función de utilidad es creciente y lineal respecto al ingreso.

C) Preferencia por el riesgo: Se verifica $UE(B) > VE(B)$. La función de utilidad se caracteriza por ser creciente y convexa respecto al ingreso.

Posteriormente, los trabajos de Arrow (1965) y Pratt (1964), profundizaron el estudio de la conducta de los agentes del primer grupo, para ese entonces ya denominados adversos al riesgo.

Siguiendo a Mas-Colell et al. (1995), la aversión absoluta al riesgo puede medirse a través de la primera derivada del coeficiente $R_A = -U''(W)/U'(W)$, donde W es la riqueza del agente y $U(W)$ la utilidad que confiere la misma, con $U'(W) > 0$ y $U''(W) < 0$. A partir de ello, una primera clasificación del tipo de aversión al riesgo de un agente es la siguiente:

A) Aversión al riesgo absoluta creciente: Se cumple $dR_A/dW > 0$. Cuando aumenta la riqueza del agente, ocurre lo opuesto con la tenencia en términos absolutos de activos riesgosos.

B) Aversión al riesgo absoluta decreciente: Se cumple $dR_A/dW < 0$. Cuando aumenta la riqueza del agente, también lo hace la tenencia en términos absolutos de activos riesgosos.

C) Aversión al riesgo absoluta constante: Se cumple $dR_A/dW = 0$. Cuando aumenta la riqueza del agente, se mantiene constante la tenencia en términos absolutos de activos riesgosos.

Continuando con Mas-Colell et. al. (1985) y manteniendo la notación anterior, a través de la primera derivada del coeficiente $R_R = -W.U''(W)/U'(W)$ es posible realizar la siguiente clasificación alternativa al interior del grupo de los agentes adversos al riesgo:

A) Aversión al riesgo relativa creciente: Se cumple $dR_R/dW > 0$. Al aumentar la riqueza del agente, disminuye la proporción de la riqueza total asignada en activos riesgosos.

B) Aversión al riesgo relativa decreciente: Se cumple $dR_R/dW < 0$. Al aumentar la riqueza del agente, también crece la proporción de la riqueza total asignada en activos riesgosos.

C) Aversión al riesgo absoluta constante: Se cumple $dR_R/dW = 0$. Al aumentar la riqueza del agente, permanece constante la proporción de la riqueza total asignada en activos riesgosos.

2. Revisión de los principales aportes teóricos sobre la evasión impositiva

2.1. Una breve introducción

El objetivo de esta sección es brindar una breve reseña sobre los supuestos, el funcionamiento y las características particulares de algunos de los distintos modelos de evasión impositiva existentes; enfatizando en aquellos cuyo objeto de estudio es la imposición minorista a las ventas. Para una revisión más extensa de la literatura, se sugieren los trabajos de Cowell (1985c), Slemrod y Yitzhaki (2002), Sandmo (2005), Eichhorn (2006) y Arias (2011).

2.2. El modelo básico

El trabajo de Allingham y Sandmo (1972) es el primer modelo teórico sobre evasión impositiva, y su foco está puesto en el impuesto a la renta. En su versión más básica, un contribuyente adverso al riesgo que maximiza su utilidad esperada debe declarar a las autoridades sus ingresos en un determinado período, los cuales son una variable exógena que será denotada como Y. El agente está legalmente obligado a erogar un monto tY en concepto de impuesto a la renta, pero puede intentar declarar a la autoridad fiscal un monto B, lo cual implica tratar de ocultar $Y - B$. Ello daría origen a dos posibles escenarios, cuyas probabilidades de ocurrencia se asumen exógenas y desconocidas para el agente, el cual sólo atribuye valores subjetivos a las mismas (es decir, se trata de una decisión bajo incertidumbre). Brevemente, el desarrollo formal es el siguiente:

Con probabilidad p se descubre el ilícito del agente, que es obligado a pagar, además de tB, un monto $C = h(Y - B)$ con $h > t$ como castigo, de modo que tras la sanción dispone de un ingreso dado por $Z = Y - tB - h(Y - B)$, y dicho ingreso le brinda determinada utilidad $U(Z)$.

Con probabilidad $1 - p$ la evasión no es descubierta, por lo cual el agente goza de un monto $X = Y - tB$, el cual le otorga una determinada utilidad $U(X)$.

La utilidad esperada del agente en caso de evadir es $UE = (1-p)U(X) + \ pU(Z)$. El valor B^* que verifica $UE' = 0$ es el nivel de cumplimiento fiscal óptimo. Sin embargo, para que exista evasión fiscal, es necesario que se verifique $UE(B^*) > U\big((1-t)Y\big)$, lo cual ocurre sólo si la alícuota esperada sobre el monto no declarado es menor que la alícuota regular, es decir, se debe cumplir $p.h < t$.

Los resultados del modelo arrojan que los incrementos en la probabilidad de detección y en las sanciones previstas tienden a reducir el nivel de evasión, mientras que un mayor ingreso tiene un efecto ambiguo y dependiente del tipo de aversión relativa al riesgo que se asuma.

Párrafo aparte merece la estática comparativa de la alícuota t. Bajo el supuesto de aversión absoluta al riesgo decreciente, los efectos sobre el nivel óptimo de evasión son ambiguos. Allingham y Sandmo (1972) sostienen que esto ocurre debido a que por un lado existe un efecto ingreso que tiende a reducir la evasión (ya que el contribuyente se vuelve más pobre y por ende está menos dispuesto a asumir riesgos), pero por otro lado opera un efecto sustitución que es propenso a aumentar el riesgo asumido (porque evadir se vuelve marginalmente más beneficioso).

Según Yitzhaki (1974), la ambigüedad encuentra su causa en la forma que toma la penalidad, y postula que si esta fuera aplicada como una alícuota sobre el impuesto evadido de la forma $C = ht(Y - B)$ con $h > 1$, bajo el supuesto de aversión al riesgo absoluta decreciente, desaparecería el efecto sustitución causado por los cambios en la tasa impositiva, prevaleciendo únicamente el efecto ingreso. Es decir, un aumento en la carga fiscal tendería a reducir el nivel de evasión.

2.3. El modelo de Srinivasan

El desarrollo teórico de Srinivasan (1973) se centra en el impuesto a los beneficios, pero presenta una estructura distinta al modelo original ya que supone agentes neutrales al riesgo, cuya decisión consiste en determinar la proporción de su ingreso (que es exógeno) que declaran al fisco. La presentación formal es la siguiente:

Sea Y el ingreso del agente, sea $T(Y)$ el monto de impuesto a pagar (con $T'(Y) > 0$ y $T''(Y) \geq 0$), sea a la proporción del ingreso ocultada a las autoridades, sea $p(Y)$ la probabilidad de detección (con $p'(Y) > 0$) y sea $C(a)$ la penalidad total aplicada por las autoridades sobre la totalidad del ingreso ocultado (con $C'(a) > 0$ y $C''(a) > 0$), la utilidad esperada del agente está dada por:

$$UE = p(Y)(Y - T(Y) - C(a).a.Y) + \big(1 - p(Y)\big)\big[Y - T\big((1 - a)Y\big)\big]$$

Igualando a cero la primera derivada de la ecuación anterior respecto a la proporción de ingresos no declarados se obtiene la proporción de evasión óptima a^*. Para los fines del trabajo, la versión más interesante de este modelo es aquella en la cual no se considera progresividad en la tasa marginal del impuesto ($T'' = 0$). Bajo tal supuesto adicional, dos conclusiones difieren en comparación con las del modelo básico. En primer lugar, a^* es creciente respecto a la alícuota marginal del impuesto, lo cual se debe a que no existe efecto ingreso ya que se asumió neutralidad al riesgo. En segundo lugar, a^* es decreciente respecto al ingreso del agente, lo cual se explica por la forma que toma la función que representa la probabilidad de detección.

2.4. Modelos de evasión de impuestos indirectos bajo distintas estructuras de mercado

Los modelos que se encuentran en esta sección plantean una situación en la que el agente debe decidir en simultáneo los niveles óptimos de producción y evasión, en el marco de alguna de las estructuras de mercado tradicionales.

El modelo planteado por Marrelli (1984) considera la existencia de un impuesto ad-valorem sobre el volumen de las ventas minoristas, que puede ser expresado como una proporción del precio de venta final de un bien producido por un monopolista adverso al riesgo. La multa por evasión se establece según la carga tributaria que el agente no abonó, y el monopolista busca maximizar su utilidad esperada, eligiendo los niveles óptimos de producción y de proporción de ingresos declarados a las autoridades. Los ingresos son endógenos y dependen del nivel de producción. En caso de que la probabilidad de detección sea exógena, las decisiones de producción y de evasión son independientes. No obstante, si dicha probabilidad es endógena y dependiente de la carga impositiva abonada por el agente ya sea de forma creciente o decreciente, las decisiones de producción y de evasión son interdependientes. Esto último se debe a que en tal contexto la evasión y la traslación actúan como sustitutos para el monopolista, entonces la magnitud del ilícito depende del poder de mercado que dicho agente tenga a la hora de trasladar la carga impositiva a los consumidores.

Marrelli y Martina (1988) asumen un oligopolio compuesto por dos empresas, ambas adversas al riesgo, las cuales deben decidir cuánto evadir (en términos del monto a pagar en concepto de impuesto). Tanto para el duopolio de Cournot como para la situación de colusión, se estudian los efectos de las distintas formas de imposición posibles, destacándose los resultados obtenidos bajo la existencia de un impuesto específico sobre cada unidad producida. Cuando este impuesto se aplica en el marco del duopolio de Cournot, si la probabilidad de detección es exógena, las decisiones de producción y de evasión son independientes: no obstante, si esta probabilidad es endógena y depende positivamente de la diferencia entre el ingreso promedio declarado por ambas empresas y el ingreso declarado por la empresa en cuestión, las decisiones no son separables. Por el contrario, si el impuesto en cuestión es aplicado en presencia de colusión, las decisiones son separables sin importar la forma que tome la probabilidad de detección vigente.

Virmani (1989) plantea la existencia de un mercado competitivo en el que rige un gravamen ad-valorem sobre las ventas minoristas. En él participan agentes neutrales al riesgo, que deben decidir simultáneamente su nivel de producción y la fracción de su ingreso a declarar frente a la autoridad fiscal. La probabilidad de detección es endógena, siendo una función creciente y convexa respecto al nivel de producción, y la penalidad por evasión es aplicada sobre la carga fiscal evadida. Hay dos niveles de producción que se destacan en el modelo: El nivel eficiente, en el cual el costo medio de producción es mínimo, y el nivel crítico, donde el impuesto esperado por unidad de ingreso coincide con la tasa impositiva establecida por la autoridad fiscal. En base a lo anterior, una firma se dice pequeña si su nivel eficiente de producción es inferior a su nivel crítico. En la versión más interesante del modelo, el autor introduce costos de evasión que los agentes deben afrontar si desean evadir[4], los cuales dependen positivamente de los niveles de producción y de evasión. Si la tasa del impuesto se fija por debajo de determinado nivel, la evasión es nula, pero también existe otro nivel a partir del cual la evasión es total si se sobrepasa, y dichos niveles son distintos según la forma de los costos de evasión y según se trate o no de un mercado de empresas pequeñas. Con costos de evasión lineales, el modelo no admite la existencia de evasión parcial; las firmas evaden o pagan la totalidad del gravamen según sean pequeñas o no (respectivamente). Por el contrario, con costos de evasión convexos sí es posible alcanzar un equilibrio con evasión parcial, y en tal caso un incremento en la alícuota del gravamen implica simultáneamente un aumento en la evasión y una caída en la producción (esto último es equivalente a decir que se incrementa la ineficiencia productiva).

Entre otros modelos que asumen una estructura de mercado específica, se mencionan los aportes de Cremer y Gahvari (1993), Yaniv (1995), Eichhorn (2006), Goerke y Runkel (2011) y Arias (2011).

2.5. Otros aportes

En este apartado se presentan formas alternativas (y más complejas) de abordar la evasión fiscal. Si bien no se pretende elaborar un modelo de estas características, los trabajos de esta sección han arribado a conclusiones relevantes para la materia, que inexorablemente deben ser tenidas en cuenta a la hora de elaborar un nuevo modelo.

Un grupo de modelos considera al Estado como un agente racional, cuyas decisiones afectan y son afectadas por las decisiones de los contribuyentes. Por ejemplo, Reinganum y Wilde (1985) derivan una regla de auditoría óptima a partir de un modelo principal-agente en el cual el Estado tiene como objetivo maximizar su recaudación esperada (neta de costos de auditoría), y debe decidir si auditar o no en función de la información provista por el contribuyente en su declaración de impuestos.

[4] El autor afirma que el más evidente es el de llevar una doble contabilidad.

También es posible considerar que los agentes ven afectada su utilidad por los perjuicios morales que enfrentan cuando deciden evadir, así como también por el marco social en el que llevan a cabo sus acciones[5]. En una extensión a su modelo básico, Allingham y Sandmo (1972) asumen que los agentes enfrentan una pérdida de utilidad al evadir, la cual es mayor si son detectados. Profundizando aún más, existen modelos dónde la conducta fiscal que un agente percibe de los otros agentes actúa como una externalidad sobre la utilidad esperada por evadir, como ocurre, por ejemplo, en Benjamini y Maital (1985) y en Fortin et al. (2007).

Existe la posibilidad de modelizar las decisiones de evasión fiscal en términos dinámicos. Nuevamente, el trabajo de Allingham y Sandmo (1972) es pionero, ya que los autores también desarrollaron allí el modelo básico en términos dinámicos. También se destacan los aportes de Gordon (1989), Lin y Yang (2001), Chen (2003) y Eichhorn (2006). Los últimos tres prestan especial atención a los impactos de la evasión sobre la tasa de crecimiento económico.

Finalmente, la corrupción gubernamental también puede ser captada a través de modelos económicos. Por ejemplo, en un horizonte temporal unitario, Sanyal et al. (2000) proponen modelos en los que la auditoría revela la totalidad del ingreso del agente, pero no siempre implica una multa ya que el evasor podría intentar evitarla sobornando al auditor, lo cual funciona sólo en caso de que este último agente sea corrupto. En términos dinámicos, Cerqueti y Coppier (2011) desarrollan un modelo con fundamentos muy similares, enfatizando en el estudio de los efectos de la corrupción sobre el crecimiento económico.

---

[5] Según Andreoni et al. (1998), el grado de cumplimiento fiscal es afectado principalmente por tres factores: Las reglas morales y sentimientos que afectan directamente las decisiones individuales, la percepción de los agentes sobre qué tan justo es el sistema fiscal, y la evaluación que estos realicen sobre la forma en que el Gobierno gasta los fondos públicos, incluyendo el grado de corrupción percibido. En algunos casos, es incluso posible que la evasión conlleve placer moral por el perjuicio causado a las autoridades.

3. Algunas consideraciones relevantes para la elaboración del modelo

3.1. Los sesgos del comportamiento

Kahneman y Tversky (1979) han hecho un importante aporte a la ciencia económica, demostrando la existencia de un conjunto de sesgos y heurísticas que pueden influir sobre la toma de decisiones bajo incertidumbre, alejando al decisor del comportamiento racional que predice la teoría de la utilidad esperada. Según Acciarri (2019), para el año 2017 la cantidad de sesgos del comportamiento identificados era cercana a los 200. A continuación, se presentan sólo algunos de ellos, haciendo hincapié en aquellos que afectan la probabilidad percibida de detección de la evasión fiscal en el eventual caso de consecución de dicho ilícito.

El primero de todos es el sesgo de la representatividad. Según Kahneman y Tversky (1982), un caso de particular de este sesgo ocurre cuando los agentes estiman las probabilidades de ocurrencia futura de un determinado evento en base a los patrones de frecuencia del mismo en el pasado, por más que dicha probabilidad sea independiente de lo que haya ocurrido anteriormente. Por ejemplo, tras una secuencia de números rojos en el juego de la ruleta, los individuos tienden a esperar que el siguiente tiro arroje un número negro[6]. Respecto al asunto que compete al presente trabajo, un agente que evadió varias veces en el pasado y que nunca fue descubierto, podría subestimar o sobreestimar la probabilidad de que su futuro accionar delictivo sea detectado por las autoridades.

Continuando con Kahneman y Tversky (1982), lo siguiente es la heurística de la disponibilidad, la cual se hace presente en aquellas situaciones en las que un individuo evalúa la probabilidad de un evento según la facilidad con la cual recuerda ocurrencias pasadas del mismo. Un agente podría sobreestimar la probabilidad de padecer problemas cardíacos si sus conocidos los padecen, o de que su hogar se incendie si recientemente ha visto una casa en llamas. Además, siempre es más influyente presenciar estos eventos que escuchar noticias

[6] Sin embargo, también podría suceder lo opuesto. Un caso bien conocido es cuando se atribuye una elevada probabilidad de que un jugador de básquet que lleva varios lanzamientos consecutivos exitosos acierte el siguiente (Thaler y Sunstein, 2008).

sobre ellos. En cuanto a la evasión fiscal, si un agente percibe que todos los demás evaden exitosamente, entonces asumirá que es prácticamente imposible que la autoridad fiscal audite y descubra a todos, pero si percibe un bajo nivel de evasión en su entorno, tenderá a sobreestimar las probabilidades de auditoría y evadirá menos (Bergman y Nevarez, 2005). Por otra parte, Bergman y Nevarez (2006) aceptan que las auditorías afectan el comportamiento futuro, pero sostienen que la dirección del efecto no está clara, sino que depende de factores como la percepción de un aumento o de una caída en la probabilidad de ser reauditado, o bien del resultado arrojado por la auditoría en cuestión.

Thaler y Sunstein (2008) mencionan el sesgo del exceso de confianza. Este sesgo opera haciendo que un agente tienda a sobreestimar sus probabilidades de éxito en determinadas circunstancias, a causa de poseer una excesiva confianza en sus habilidades[7]. Respecto a la evasión, gracias a este sesgo existe la posibilidad de que un agente subestime la verdadera probabilidad de ser detectado, a causa de incurrir en una sobreestimación de su capacidad de ocultar ingresos a las autoridades.

Dentro los sesgos con un descubrimiento reciente, destacan el sesgo del pesimismo moral y el sesgo de proyección social planteados en Cooter et al. (2008). El primero consiste en una tendencia de los agentes a sobreestimar el número de delitos cometidos en la sociedad, y el segundo en la sobreestimación del número de agentes que se cree que tienen la misma conducta que el decisor. Los autores sostienen y demuestran que el sesgo del pesimismo moral hace que menos contribuyentes cumplan con sus obligaciones tributarias, mientras que el sesgo de proyección social, si bien no influye sobre la decisión de evadir o no hacerlo, tiene efectos sobre el grado de cumplimiento fiscal de los agentes.

En cuanto al efecto neto de estos sesgos sobre los niveles de evasión, existe abundante evidencia empírica[8] que respalda la afirmación de que los agentes tienden a sobreestimar la

---

[7] Dentro de los ejemplos que brinda el autor, destaca el de una encuesta realizada por Cooper et al. (1988) en la cual los encuestados eran individuos que recientemente habían decidido emprender, y estos respondieron, en promedio, que las probabilidades de éxito generales de un nuevo emprendimiento y del suyo en particular eran del 50% y del 90% respectivamente.

[8] Los trabajos de Andreoni et al. (1998) y Alm (2019) ofrecen una buena recopilación de dicha evidencia empírica.

probabilidad objetiva de ser detectados. En línea con lo anterior, Bergman y Nevarez (2005) argumentan que, si la verdadera probabilidad de detección fuera conocida, entonces los agentes racionales siempre evadirían la totalidad de sus impuestos, razón por la cual las probabilidades objetivas de detección y sanción no son determinantes de las decisiones de evasión.

Una cuestión que merece un breve comentario es la incidencia de estos sesgos sobre aquellos agentes económicos que no son individuos sino empresas. No debe perderse de vista que las empresas no son otra cosa sino organizaciones, es decir, un grupo de personas constituido de forma deliberada para lograr un objetivo (Robbins y Coulter, 2014). Por lo tanto, al interior de ellas las decisiones son tomadas por personas, y no habría ninguna razón para que estas no sean susceptibles de presentar sesgos del comportamiento[9].

3.2. Conducta de los agentes frente al riesgo y su modelización

Entre la mayoría de los economistas existe un amplio consenso respecto a que los agentes presentan mayoritariamente aversión al riesgo. Frank (2005) afirma que la extensión de los mercados privados de seguros donde los individuos pagan una prima que es más costosa que el valor esperado de una posible pérdida, junto con la gran cantidad de métodos que existen para distribuir el riesgo (como por ejemplo las sociedades anónimas), son la mejor prueba de que la aversión al riesgo es la conducta más frecuente desde la óptica de lo que ocurre en el plano empírico.

A raíz de lo anterior, es evidente que un modelo que trate de explicar las decisiones de evasión debería contemplar ese tipo de conducta. Sin embargo, no es estrictamente necesario asumir agentes adversos al riesgo. Arias (2005) argumenta que los costos de evasión actúan como sustitutos de la aversión al riesgo, de modo que los modelos que asumen neutralidad al riesgo pero incluyen estos costos tienden a generar resultados similares a aquellos con agentes

[9] Según Busenitz y Barney (1997), ni siquiera los gerentes de grandes organizaciones pueden evitar incurrir en sesgos del comportamiento y percepciones de probabilidad erróneas cuando se enfrentan a decisiones bajo incertidumbre, aunque por supuesto, en una medida mucho menor si se los compara con los decisores de pequeñas empresas unipersonales (emprendedores).

adversos al riesgo pero sin costos de evasión, debido a que dichos costos presentan un efecto que se asemeja al de una prima de riesgo que el agente adverso al riesgo exigiría a la hora de aumentar su nivel de evasión.

3.3. El tipo de decisión que se pretende explicar

En los modelos de evasión de impuestos indirectos cuyo horizonte temporal es un único período, prevalece el supuesto de un agente maximizador de beneficios que opera en una estructura de mercado de tipo ideal (competencia perfecta, oligopolio, monopolio, competencia monopolística) y debe decidir sus niveles de producción y de evasión óptimos. Sin embargo, hay varias razones por las cuales este marco sería inconsistente con el modelo que se busca desarrollar.

Para empezar, no está claro si se debería aceptar o no el supuesto de maximización de beneficios. Al respecto, Pindyck y Rubinfeld (2009) sostienen que existe controversia respecto a tal supuesto en el corto plazo, porque en aquellas empresas donde los accionistas no son los mismos que los directivos, es posible que estos últimos tengan motivaciones para perseguir objetivos como la maximización de los ingresos o de la cuota de mercado, siendo capaces de tomar decisiones que contribuyan a alcanzarlos a causa del problema de información asimétrica entre el principal (los accionistas) y el agente (los directivos).

No obstante, la cuestión más importante es que en todas las estructuras de mercado prevalece el supuesto de información completa y perfecta[10] sobre las condiciones en las que se llevan a cabo los intercambios, tanto para los productores como para los consumidores (Henderson y Quandt, 1985). El principal problema de ello radica en la incongruencia de asumir que los productores operan comercialmente en un entorno de esas características a la misma vez que su falta de información sobre la probabilidad real de auditoría es tal que esos mismos agentes incurren en estimaciones subjetivas y sesgadas de dicha probabilidad, basando en ellas su comportamiento.

[10] Se alude a las definiciones que plantea Tadelis (2013, pp. 136).

Otros problemas no tan graves aluden a las implicancias de los supuestos de cada forma de mercado. Por nombrar algunos de ellos, en competencia perfecta, el análisis agregado debería ser llevado a cabo considerando agentes totalmente homogéneos, mientras que en monopolio, es evidente la pérdida de aplicabilidad del análisis a la totalidad de una economía.

3.4. Implicancias para la elección de los supuestos del modelo

En primer lugar, se opta por seguir la línea de la mayoría de los modelos existentes en el sentido de caracterizar las decisiones de evasión impositiva a través del instrumental teórico beckeriano, es decir, asumiendo que todo potencial evasor es un agente racional que busca maximizar su utilidad esperada. Además, los costos y beneficios esperados se asumen exclusivamente monetarios, al igual que en la mayor parte de la literatura existente.

Sobre la existencia de sesgos del comportamiento y externalidades que afectan las decisiones de los agentes, se propone recogerlos a través de la probabilidad de detección. Si esta se plantea de forma subjetiva y endógena, es posible incorporar de forma analíticamente sencilla aquellos determinantes de las decisiones de evasión difícilmente observables; relacionados con las expectativas de éxito delictivo de los agentes según los ingresos propios, el monto evadido, las percepciones sobre la conducta de los demás agentes y la actitud frente a la evasión que se cree tienen las autoridades.

En cuanto a la forma en que los agentes se enfrentan a situaciones caracterizadas por la ausencia de certidumbre, en un modelo con aversión al riesgo el análisis de estática comparativa arrojaría resultados ambiguos y dependientes de los tipos de aversión absoluta y relativa al riesgo que se asuman. Dado que la conducta adversa al riesgo puede ser reproducida por un modelo en el que los agentes sean neutrales al riesgo pero enfrenten costos de evasión, la simplicidad matemática inclina la balanza a favor de esta última opción.

Para sortear las dificultades vinculadas al análisis de las decisiones de evasión que surgen como consecuencia de la utilización de las estructuras de mercado tradicionales, la propuesta es centrarse en la decisión de cuánto evadir; más precisamente, en la proporción óptima de los ingresos brutos (variable en un principio exógena) que se oculta a las autoridades, aludiendo también al hecho de que la declaración del volumen de ventas de un determinado período es algo cronológicamente posterior a la obtención de los ingresos en cuestión. Al carecer de una estructura de mercado, indefectiblemente se está renunciado a captar las modificaciones en el nivel de producción que los agentes realizan para influir sobre la probabilidad de detección de la evasión. No obstante, es posible y es fructífero levantar el supuesto en cuestión una vez establecidos y aclarados los puntos básicos del funcionamiento modelo. En la Sección 6., al analizar en profundidad los efectos de la política impositiva sobre el conjunto de la economía se endogeinizan los ingresos brutos de los agentes sin ninguna implicancia sobre la estática comparativa de las demás variables.

4. Desarrollo del modelo

4.1. Planteamiento del problema

En determinado período, un agente percibe un ingreso monetario bruto $Y > 0$ por la venta de su producción. Si el agente lo declara en su totalidad, debe abonar $T = tY$ en concepto de imposición sobre el valor total percibido por sus ventas[11]. Siempre se cumple $0 \leq t \leq 1$. En ausencia de evasión, el ingreso del agente tras la erogación impositiva es:

$$Y^T = Y - tY \tag{1}$$

Pero el agente puede evadir un monto $A = aY$, donde a es la proporción de su ingreso que oculta a las autoridades fiscales, la cual siempre verifica la condición $0 \leq a \leq 1$. En este caso, el agente sólo declara ingresos por un monto $Y - A$. Además, enfrenta costos de evasión dados por $Q = qA$, donde $q \geq 0$ es una constante que mide la proporción del monto evadido que debe destinarse a solventar costos de evasión, ya sea exitosa o no.

Si la maniobra resulta fructífera, el ingreso del agente está dado por:

$$Y^A = Y - t(Y - A) - qA \tag{2}$$

En caso de que decida evadir y el ilícito sea descubierto, el agente enfrenta no sólo los costos de evasión y el pago de T en su totalidad, sino también una multa representada por $C = cA$, donde $c > 0$ es el número de veces que tiene que abonar el monto evadido en concepto de multa por el delito cometido. En esta situación, el ingreso disponible del agente es:

$$Y^C = Y - tY - cA - qA \tag{3}$$

El agente percibe una probabilidad subjetiva p de que su evasión sea descubierta, a la vez que $1 - p$ es la probabilidad percibida de que ello no ocurra. Bajo el supuesto de neutralidad

[11] Se plantea de esta forma por mera sencillez matemática. En caso de que el impuesto adquiera la típica forma de un *retail sales tax* que recauda una porción $\gamma > 0$ sobre el valor *pre-tax* de las ventas, en términos del modelo lo que se tendría es que $t = \gamma/(1+\gamma)$ puesto que esa sería la proporción recaudada por el impuesto en relación al valor *after-tax* de las ventas pagado por el consumidor.

al riesgo, el ingreso esperado al evadir se obtiene ponderando a cada posible resultado por su probabilidad de ocurrencia, de la forma:

$$Y^E = (1-p)Y^A + pY^C$$

Reemplazando con (2) y con (3), luego de reordenar los términos se obtiene:

$$Y^E = (1-t)Y + (t-q)A - p(t+c)A \tag{4}$$

Adicionalmente, la condición de evasión es que el ingreso del que se espera disponer tras realizar el ilícito debe ser mayor al que se dispondría en caso de abonar la carga tributaria correspondiente. Es decir, debe cumplirse $Y^E > Y^T$. Reemplazando en dicha condición con las ecuaciones (1) y (4):

$$(1-t)Y + (t-q)A - p(t+c)A > (1-t)Y$$

Restando $(1-t)Y$ a ambos lados:

$$(t-q)A - p(t+c)A > 0$$

El lado izquierdo de la ecuación representa el beneficio esperado de la evasión, que será denotado como:

$$\pi = (t-q)A - p(t+c)A \tag{5}$$

En caso de que $\pi < 0$, el agente espera que al evadir su situación empeore en relación a aquella en la que abona la carga impositiva en su totalidad, entonces no llevará a cabo ningún ilícito en materia fiscal. De lo contrario, si $\pi > 0$ el agente espera que la evasión mejore su situación, y en consecuencia optará por realizarla. Nótese que si $A = 0$, entonces $\pi = 0$.

4.2. La probabilidad de detección

La propuesta del modelo es representar la probabilidad de detección percibida por el agente a través de la siguiente ecuación:

$$p = \frac{A}{V+A} \tag{6}$$

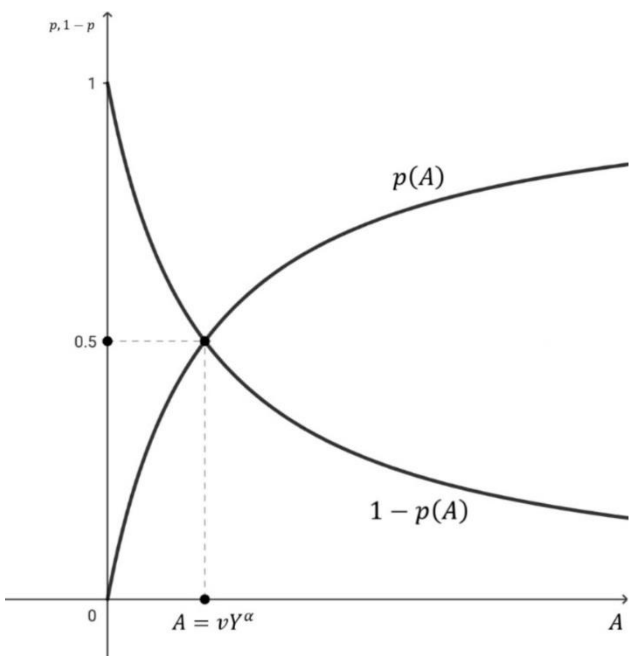
Donde $V = vY^{\alpha}$, con $v \geq 0$. Si $v > 0$, el valor de V se interpreta como el monto evadido para el cual el agente cree que su probabilidad de ser descubierto es igual a la de no serlo. Por su parte, si $v = 0$ la interpretación es que el agente percibe que toda evasión siempre será detectada, de modo que $p = 1$ para cualquier valor de A.

Mediante v, el modelo busca captar las percepciones del agente acerca de su optimismo o pesimismo respecto a su capacidad propia de ocultar ingresos sin ser detectado; dependientes estas tanto de los distintos sesgos inherentes al agente que operan cuando este trata de estimar su probabilidad de éxito delictivo, como también de la magnitud de la evasión fructífera que se cree realizan los demás agentes.

Si se cumple $v > 0$, la función p es siempre creciente[12] y cóncava[13] respecto al valor de a, lo cual implica que también lo sea respecto a A debido a que Y se asume exógeno. Por su parte, la función $1 - p$ verifica las propiedades opuestas. La Figura 1 ilustra ambas funciones.

Figura 1

Probabilidades de evasión exitosa y de evasión fallida en función del monto evadido.



---

[12] $\frac{\partial p}{\partial a} = \frac{vY^{\alpha+1}}{(vY^{\alpha}+aY)^2}$

[13] $\frac{\partial^2 p}{\partial a^2} = \frac{-2vY^{\alpha+2}}{(vY^{\alpha}+aY)^3}$

En cuanto al exponente α, su objetivo es representar las percepciones del agente sobre la actitud de la autoridad auditora en cuanto a sus estrategias de control fiscal frente a los distintos tipos de categorías de ingresos. Matemáticamente, se interpreta como la elasticidad de V respecto al ingreso bruto del agente. A fines de profundizar en la explicación de esta variable, es conveniente definir $\omega = vY^{\alpha-1}$ como el cociente entre V y Y; relación que indica la proporción del ingreso evadido para la cual se percibe igual probabilidad de éxito que de fracaso al cometer el delito. También es necesario considerar las siguientes ecuaciones:

$$\frac{\partial V}{\partial Y} = \alpha v Y^{\alpha-1} \tag{7}$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial Y} = (\alpha - 1) v Y^{\alpha-2} \tag{8}$$

Si se cumple $0 < \alpha < 1$, la derivada de la ecuación (7) es positiva pero aquella de la ecuación (8) es negativa, ya que el agente asume que a medida que crece el ingreso, se intensifican los controles sobre las proporciones evadidas pero se relajan los controles sobre los montos nominales[14]. Si $\alpha < 0$ tanto (7) como (8) son negativas, de modo que el agente percibe un mayor control tanto absoluto como relativo a medida que crecen los ingresos de los contribuyentes. Por el contrario, si $\alpha > 1$ las dos derivadas en cuestión son positivas, ya que se percibe un control cada vez más intensivo conforme menor es la categoría de ingresos del agente.

También se admiten casos muy especiales. Si $\alpha = 0$ la derivada de la ecuación (7) es cero, a causa de que el agente asume que todos contribuyentes son controlados por igual sin importar sus ingresos. En caso de que $\alpha = 1$ la derivada que se vuelve nula es aquella de la ecuación (8), debido a que el agente cree que todos los controles se aplican sobre la proporción evadida y no sobre el monto, de modo que existe una relación lineal positiva y perfecta entre V y Y.

[14] Esto es lo que ocurriría si el agente cree que un pequeño negocio local tendría más dificultades para ocultar exitosamente un millón de pesos al mes que una gran empresa, ya que dicho monto representaría una proporción ínfima de las ventas de esta última.

4.3. El problema de optimización y la solución del modelo

Si se observan detenidamente las ecuaciones (4) y (5), es sencillo notar que segunda está contenida dentro de la primera. A partir de ello, posible redefinir el ingreso esperado como la suma del ingreso disponible tras abonar el gravamen en su totalidad y el beneficio esperado de la evasión, de la forma:

$$Y^E = (1-t)Y + \pi$$

Dado que el primer término (el cual equivale a la ecuación (1)) es constante respecto a la variable A, tanto Y^E como π alcanzan su máximo en el mismo valor de A. Es decir, maximizar el beneficio esperado de evasión es equivalente a maximizar el ingreso esperado al evadir.

En este punto, es conveniente reexpresar el beneficio esperado de evasión. Reemplazando en la ecuación (4) con la ecuación (6) y considerando que $A = aY$, se obtiene:

$$\pi = (t-q)aY - \frac{(t+c)a^2Y^2}{V+aY} \tag{9}$$

Dado que Y es una variable exógena, sólo es necesario obtener el valor de a que maximiza la función π, sujeto a la restricción $0 \leq a \leq 1$. Tras resolver el problema de optimización de la forma detallada en el Apéndice y denotando a ψ como la solución interior, el resultado es:

$$a^* = \begin{cases} 0 \; si \; \psi < 0 \\ \psi \; si \; 0 \leq \psi \leq 1 \\ 1 \; si \; \psi > 1 \end{cases} \qquad con \; \psi = vY^{\alpha-1}\left(\sqrt{\frac{c+t}{c+q}} - 1\right)$$

Si se multiplica esta proporción óptima de evasión a^* por el ingreso bruto Y, es posible conseguir una expresión para el monto óptimo de evasión $A^* = a^*Y$:

$$A^* = \begin{cases} 0 \; si \; \psi < 0 \\ \rho \; si \; 0 \leq \psi \leq 1 \\ 1 \; si \; \psi > 1 \end{cases} \qquad con \; \rho = vY^{\alpha}\left(\sqrt{\frac{c+t}{c+q}} - 1\right)$$

Como se prueba en el Apéndice, en todo punto donde $a^* > 0$ (y por ende también $A^* > 0$) se cumple la condición de evasión, es decir $\pi > 0$. Por el contrario, si $a^* = 0$ entonces ocurre $\pi = 0$ ya que no hay evasión. Otro punto importarte es que excepto en el caso dónde $v = 0$, la condición necesaria y suficiente para que $a^* > 0$ es $q < t$, cuestión sobre la cual se profundiza a continuación.

4.4. La importante relación entre la carga fiscal y los costos de evasión

En primer lugar, es importante notar que el supuesto de costos de evasión lineales no ha impedido la existencia de evasión parcial, característica que contrasta respecto a lo que ocurre en el modelo planteado en Virmani (1989).

Postergando de momento los comentarios sobre el tipo impositivo de corte a partir del cual la evasión pasa de ser parcial a total, la presente sección pone el foco en aquel que determina el pasaje desde la evasión nula hacia la evasión parcial. Intuitivamente, si existe evasión nula es porque al cumplirse $q < t$, los costos de evasión son superiores al monto del gravamen, entonces siempre es posible obtener ex-post mayores ingresos pagando el impuesto que evadiéndolo, incluso si la probabilidad de detección es nula. La demostración es breve; retomando la ecuación (9), tras extraer factor común aY, la condición de evasión exige:

$$aY\left[(t-q)-\frac{(t+c)aY}{V+aY}\right]>0$$

En el caso relevante que es $a > 0$, se debe cumplir:

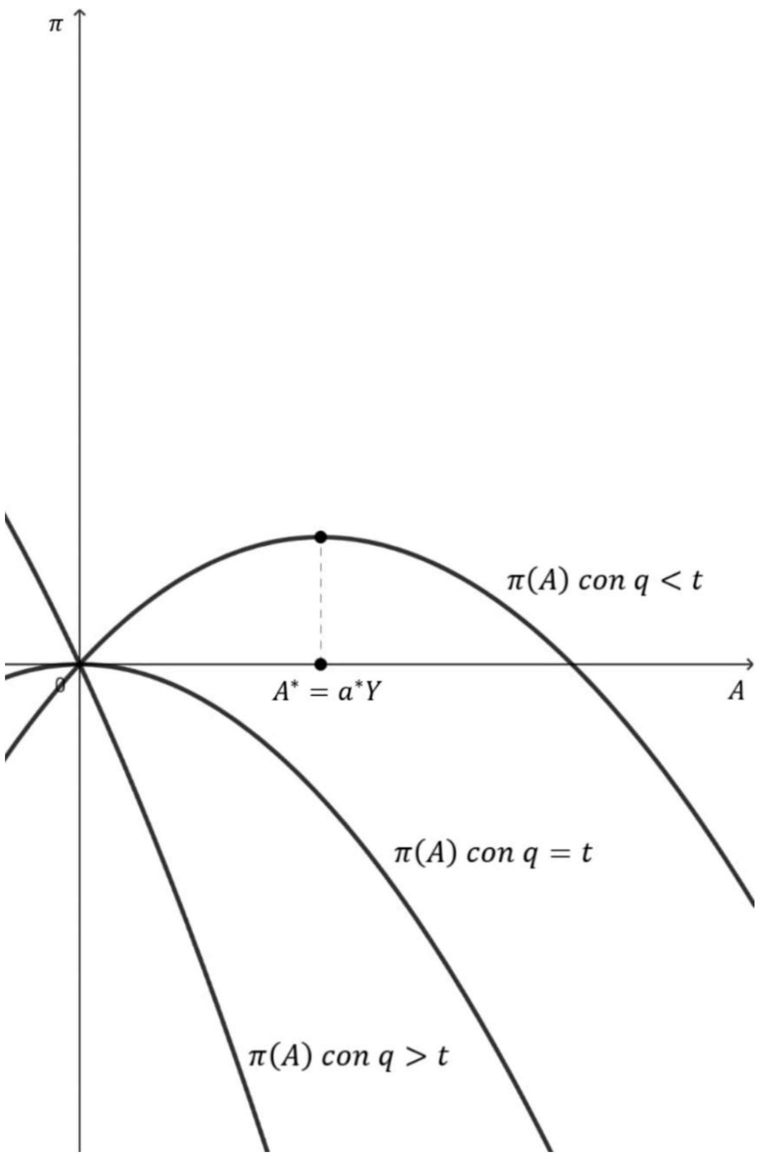
$$(t-q)-\frac{(t+c)aY}{V+aY}>0$$

Es evidente que si $t < q$ ambos términos son negativos, por lo cual, en tal caso ningún $a > 0$ es capaz de verificar $\pi > 0$ y por ende no hay evasión. Por el contrario, si $t > q$ y además $v > 0$, siempre habrá un monto $\rho = \psi Y$ que ofrezca un beneficio esperado de evasión positivo y máximo, por más pequeña que sea la proporción ψ. Finalmente, si $t = q$ simplemente ocurre $A^* = a^* = 0$, lo que implica que $\pi = 0$. En la Figura 2 se muestran las distintas formas que toma $\pi(A)$ en cada caso, así como el monto óptimo en el caso de $q < t$, asumiendo una solución interior.

Es importante notar que esta particularidad del modelo se debe a la forma en que fueron planteados los costos de evasión. Si por ejemplo se asumiera que un componente de estos costos es fijo e independiente del nivel evadido, no sería posible asegurar que en todo punto donde $a^* > 0$ siempre va a ser ex-ante más redituable intentar evadir que no hacerlo.

Figura 2

Distintas formas que puede tomar el beneficio esperado de evasión en función del monto evadido, según la relación entre la alícuota del impuesto y los costos de evasión,



5. Análisis de los determinantes de la evasión óptima y sus implicancias para la política de control impositivo

5.1. Consideraciones

En esta sección, se busca ir más allá de un simple análisis de estática comparativa. Se pretende avanzar sobre las implicancias que dicho análisis conlleva para las políticas de control administrativo de la evasión fiscal, considerando a cada una de las variables del modelo. Con fines explicativos, se presentan gráficos del monto óptimo de evasión en función de la variable que se encuentre bajo análisis.

Para mantener la organización del texto, primero se realiza el análisis formal de estática comparativa, y luego se detallan las implicancias del mismo, variable por variable. Es necesaria una aclaración sobre los gráficos: En la mayoría de ellos se muestra una situación en la cual se cumple $A^* = Y$ dentro de un tramo específico de la variable analizada, pero ello no quiere decir que dicho tramo siempre exista; sólo se busca una ilustración más comprensible.

5.2. Estática comparativa

En este apartado se presenta la estática comparativa del modelo en el tramo donde rige la solución interior, incluyendo también las derivadas parciales de segundo orden. Salvo en el caso donde se estudian los efectos de los cambios en Y, es indistinto si el análisis se realiza respecto a la proporción o al monto óptimo.

$$\frac{\partial A^*}{\partial c} = \frac{(q-t)vY^{\alpha}}{2}\left(\frac{1}{\sqrt{(c+t)}.\sqrt[3]{(c+q)^2}}\right) \tag{10.1}$$

$$\frac{\partial^2 A^*}{\partial c^2} = -\frac{(q-t)vY^{\alpha}}{4}\left[\left(\frac{1}{\sqrt{(c+t)}.\sqrt[3]{(c+q)^2}}\right)\left(\frac{1}{(c+t)} + \frac{3}{(c+q)}\right)\right] \tag{10.2}$$

$$\frac{\partial A^*}{\partial q} = -\frac{vY^{\alpha}}{2}\left(\frac{\sqrt{(c+t)}}{\sqrt[3]{(c+q)^2}}\right) \tag{10.3}$$

$$\frac{\partial^2 A^*}{\partial q^2} = \frac{3vY^\alpha}{4}\left(\frac{\sqrt{(c+t)}}{\sqrt[5]{(c+q)^2}}\right) \tag{10.4}$$

$$\frac{\partial A^*}{\partial t} = \frac{vY^\alpha}{2}\left(\frac{1}{\sqrt{(c+q)}.\sqrt[3]{(c+t)^2}}\right) \tag{10.5}$$

$$\frac{\partial^2 A^*}{\partial t^2} = -\frac{3vY^\alpha}{4}\left(\frac{1}{\sqrt{(c+q)}.\sqrt[5]{(c+t)^2}}\right) \tag{10.6}$$

$$\frac{\partial A^*}{\partial Y} = \alpha v Y^{\alpha-1}\left(\sqrt{\frac{c+t}{c+q}} - 1\right) \tag{10.7}$$

$$\frac{\partial^2 A^*}{\partial Y^2} = (\alpha - 1)\alpha v Y^{\alpha-2}\left(\sqrt{\frac{c+t}{c+q}} - 1\right) \tag{10.8}$$

$$\frac{\partial A^*}{\partial v} = Y\left(\sqrt{\frac{c+t}{c+q}} - 1\right) \tag{10.9}$$

$$\frac{\partial^2 A^*}{\partial v} = 0 \tag{10.10}$$

$$\frac{\partial A^*}{\partial \alpha} = \ln(Y).\,vY^\alpha\left(\sqrt{\frac{c+t}{c+q}} - 1\right) \tag{10.11}$$

$$\frac{\partial^2 A^*}{\partial \alpha^2} = \ln^2(Y)\,.\,vY^\alpha\left(\sqrt{\frac{c+t}{c+q}} - 1\right) \tag{10.12}$$

Bajo las premisas de que $t > q$ e $Y > 1$, la única ambigüedad[15] del modelo se da cuando los ingresos de los agentes son exógenos se encuentra justamente en los cambios en esta variable, cuyos efectos dependen del valor que tome α. Teniendo ello en consideración, los demás determinantes pueden agruparse según sus efectos sobre A^* de la siguiente forma:

En el primer grupo, se encuentran aquellos cuyas variaciones positivas incrementan la evasión fiscal, desplazando hacia arriba la función $\pi(A)$. En este grupo están las variables t,

[15] En la Sección 5.7. se presentan los motivos por los cuales es de esperar que en la mayoría de los casos se cumpla $\alpha < 0$, lo cual eliminaría la ambigüedad en cuestión.

v y α, y en la Figura 3 se muestran sus efectos sobre la función $\pi(A)$ cuando varían positivamente, asumiendo soluciones interiores en ambas situaciones.

El segundo grupo está conformado por aquellas variables para las cuales los incrementos en su valor reducen la evasión óptima, desplazando hacia abajo la función $\pi(A)$. A este grupo pertenecen las variables c y q, y la Figura 4 exhibe los efectos que tienen sus cambios positivos sobre la función $\pi(A)$, bajo el mismo supuesto aplicado con el grupo anterior.

Figura 3

Desplazamiento hacia arriba de la función que relaciona el beneficio esperado de la evasión y el monto evadido.

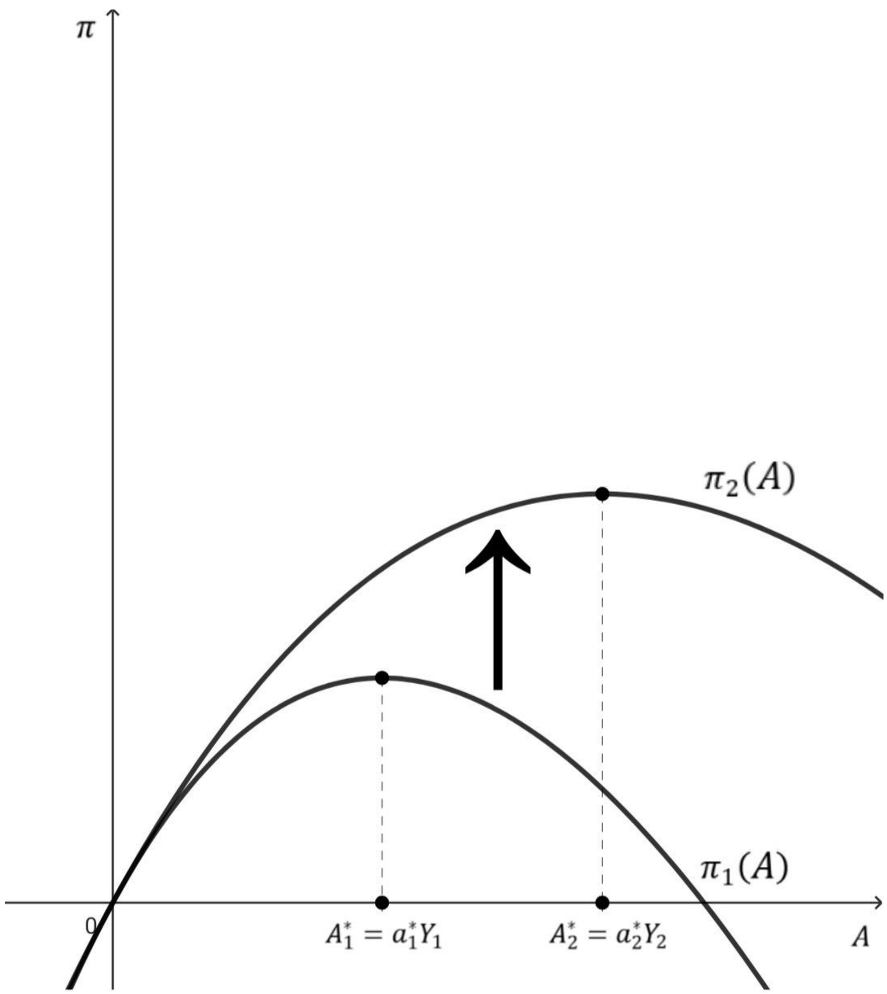
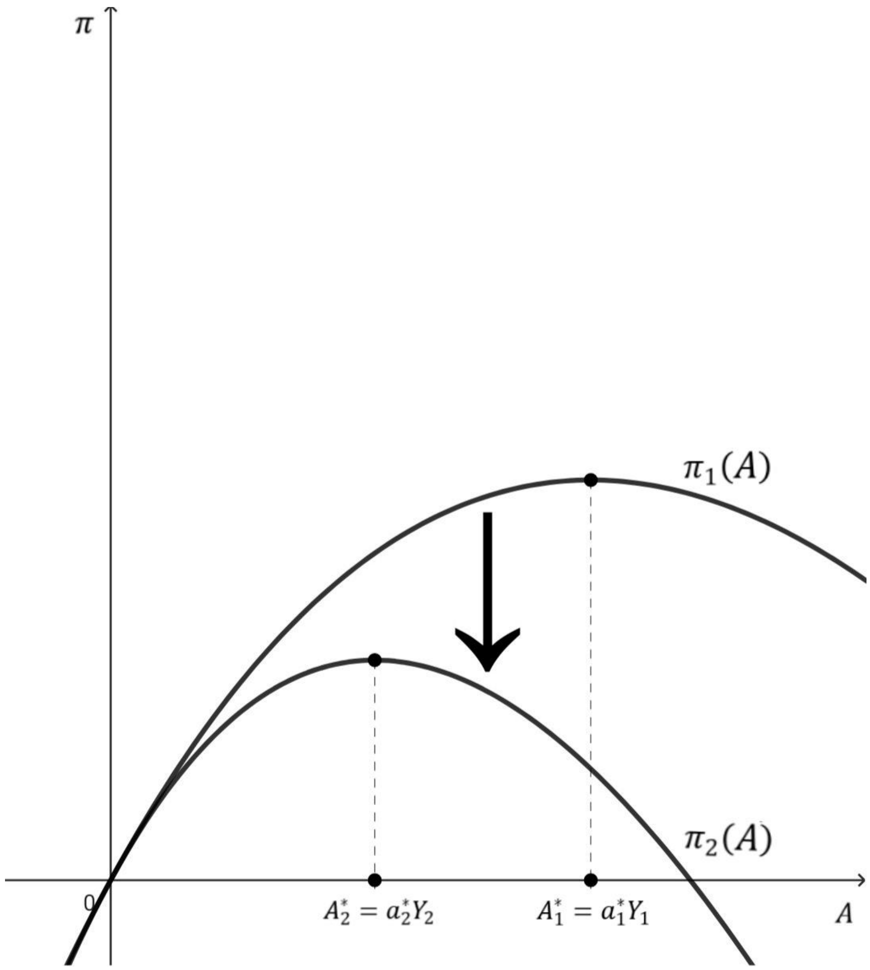


Figura 4

Desplazamiento hacia abajo de la función que relaciona el beneficio esperado de la evasión y el monto evadido.

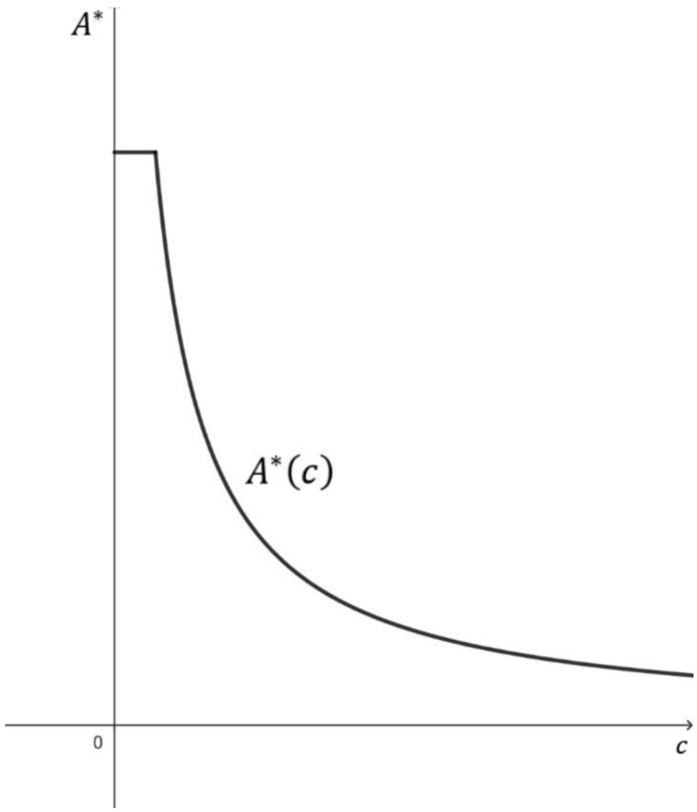


5.3. La relevancia de las multas

En la Figura 5 se puede observar el monto de evasión óptimo de acuerdo a la multa vigente expresada en términos proporcionales al monto evadido. En el tramo donde hay una solución interior, las ecuaciones (10.1) y (10.2) indican que la función $A^*(c)$ es decreciente y convexa, por lo cual mayores multas implican menor evasión fiscal, pero su efecto disuasorio es decreciente. Por su parte, una caída en la cuantía de las multas es un aliciente para la evasión fiscal, con efectos más que proporcionales a la magnitud de la reducción de la pena pecuniaria.

Figura 5

Relación entre el monto óptimo de evasión y la multa como proporción del mismo.



Un punto a destacar es que en la práctica no es posible establecer multas de cuantía infinita para reducir la evasión a niveles ínfimos, como el modelo predice que ocurriría. En tal caso, todos los sujetos obligados a pagar la multa caerían en insolvencia. En esta situación, la multa no generaría el efecto disuasorio deseado porque resultaría imposible de ejecutarse por un monto superior al de los activos del sancionado (Rodríguez Alfaro y Urruti, 2019).

Aclarada la inviabilidad de fijar un valor de *c* infinito, la deseabilidad de las multas de elevada cuantía es otro punto de discusión importante. Tanto la modificación legislativa de la penalidad vigente como su efectiva puesta en marcha y *enforcement* implican un consumo de recursos, englobado dentro de los costos sociales terciarios que define Calabresi (1970).

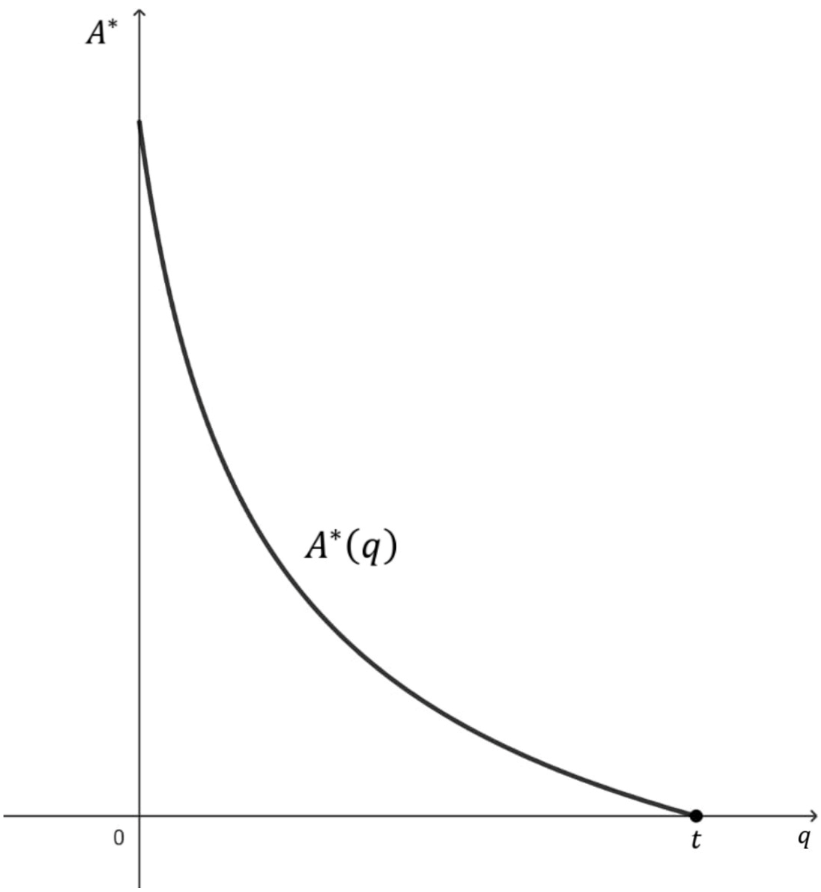
Teniendo en cuenta que la evasión se reduce menos que proporcionalmente cuando aumenta la multa aplicada sobre la misma, una penalidad cuantiosa no necesariamente[16] será óptima desde el punto de vista de la eficiencia recaudatoria.

5.4. La relevancia de los costos de evasión

La Figura 6 exhibe el monto óptimo de evasión en función de los costos de llevarla a cabo, expresados como proporción de la misma. Por las ecuaciones (10.3) y (10.4), la función $A^*(q)$ es decreciente y convexa en el tramo donde $A^* = \rho$.

Figura 6.

Relación entre el monto evadido y los costos de evasión proporcionales al mismo.



[16] La cuestión determinante es si los mencionados costos sociales terciarios crecen menos, igual o más que proporcionalmente respecto a la multa sobre el monto evadido.

Si bien se ha demostrado si $t < q$ la evasión se vuelve nula, no está clara la factibilidad de reducir la evasión aumentando los costos de evasión, a causa de que esta variable no está bajo el control absoluto del Estado (como ocurre en el caso de c). A ello debe sumarse el asunto de la heterogeneidad de los agentes, ya que, presumiblemente, estos costos serán distintos según cada sector de la economía y agente en particular[17].

5.5. La relevancia del nivel impositivo

En primer lugar, es muy importante tener en cuenta que en este primer análisis de estática comparativa para la variable en cuestión, al asumir constantes los ingresos brutos, implícitamente se está suponiendo que los productores no trasladan hacia adelante las subas en la tasa del gravamen. En otras palabras, rige la irreal premisa de que ni las cantidades producidas ni los precios finales pagados por los consumidores varían frente a cambios en t.

Como se ve en las ecuaciones (10.5) y (10.6), los aumentos en la presión impositiva tienen como resultado un incremento en el nivel de evasión óptimo, y dicho incremento es cada vez menor conforme aumenta t, siendo t^{θ} el punto a partir del cual $a^* = 1$. Igualando $A^* = Y$ y despejando, el punto crítico que indica el límite entre la evasión parcial y total puede expresarse a través de la fórmula $t^{\theta} = (c+q)(Y/V)^2 + 2(c+q)(Y/V) + q$. A la inversa, una caída en la tasa impositiva reduce la evasión fiscal a un ritmo creciente, y si dicha tasa cae por debajo de q, la evasión óptima del agente se vuelve nula. La Figura 7 es una representación gráfica de todo lo anterior.

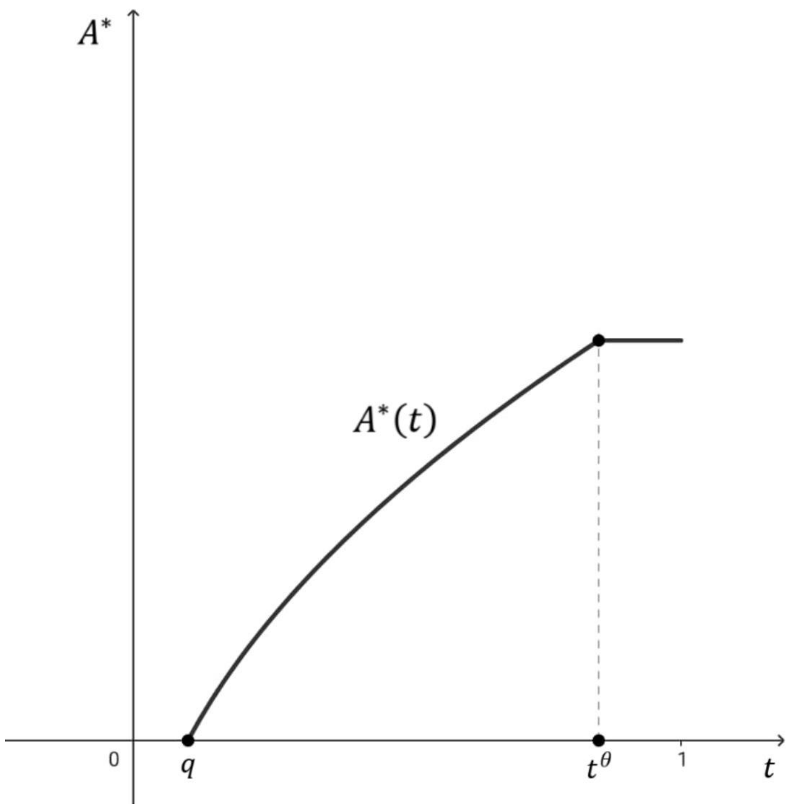
Estos resultados son atribuibles al supuesto de agentes neutrales al riesgo. Recuperando la terminología de Allingham y Sandmo (1972), en el modelo desarrollado sólo existe el efecto sustitución: Por más que una mayor tasa impositiva vuelva más pobres a los agentes, ello no afecta su disposición a tomar riesgos, como sí ocurriría en caso de que se opte por el supuesto de aversión al riesgo.

---

[17] A modo de ejemplo, es razonable creer que una pequeña empresa dedicada a brindar servicios de programación en el mercado interno tenga más facilidades para ocultar sus ingresos que una gran empresa dedicada a obras de construcción de gran visibilidad.

Figura 7

Relación entre el monto óptimo de evasión y la alícuota vigente.



5.6. La relevancia del ingreso bruto

A la hora de llevar a cabo el análisis de las implicancias de los cambios en esta variable, es necesario destacar que existen grandes diferencias respecto al análisis de los demás determinantes, ya que la dirección de los efectos de los cambios en Y depende totalmente del valor que tome el exponente α, como lo reflejan las ecuaciones (10.7) y (10.8).

Siguiendo a Fuentes Quintana (1990), entre los hacendistas públicos existe consenso respecto a la creencia de que las empresas pequeñas tienden a evadir más que las empresas grandes. Virmani (1989) sostiene que tal conjetura también está ampliamente difundida y aceptada entre los individuos que no pertenecen al campo académico de la economía. Adhiriendo a dicho consenso, es necesario reconocer su vaguedad: No está claro si dicha proposición implica que las grandes empresas evadan menos tanto en términos absolutos como proporcionales a su ingreso, o que sólo ocurra esto último. En términos del modelo, el primer caso implica $\alpha < 0$, mientras que el segundo, $0 < \alpha < 1$.

Si se cumple $\alpha < 0$ la función $A^*(Y)$ es decreciente y convexa en el tramo donde existe una solución interior. Por ende, cuanto mayor es el ingreso bruto, menor es la evasión tanto en términos nominales como absolutos.

Por el contrario, con $0 < \alpha < 1$, las derivadas primera y segunda del monto óptimo A^* en el tramo $A^* = \psi Y$ respecto a la variable bajo análisis indican que se trata de una función creciente y cóncava. Es decir, cuando ocurre una suba en el ingreso bruto, el monto óptimo A^* lo hace en menor magnitud, por lo cual la proporción de evasión óptima a^* es menor.

También se resalta la existencia de un ingreso bruto $Y^\theta = \left[v\left(\sqrt{\frac{c+t}{c+q}} - 1\right)\right]^{\frac{1}{1-\alpha}}$ para el cual se verifica $A^* = Y$. En caso de que se cumplan las condiciones $\alpha < 1$ y $\alpha \neq 0$, si $Y \leq Y^\theta$ la evasión es total, mientras que si $Y > Y^\theta$ la evasión es sólo parcial. En el caso de $\alpha < 0$, cuando el ingreso bruto supera este nivel crítico la evasión del agente comienza a disminuir, tanto en términos absolutos como proporcionales a su ingreso, de modo que Y^θ es el monto de evasión máximo en que incurre, por ejemplo, una empresa en crecimiento. Por su parte, si $0 < \alpha < 1$, el nivel de ingreso crítico es interpretado como aquel a partir del cual la evasión del agente comienza a crecer a un menor ritmo que su ingreso.

La Figura 8 presenta las distintas formas que puede tomar la función $A^*(Y)$ según los distintos valores de α anteriormente mencionados[18].

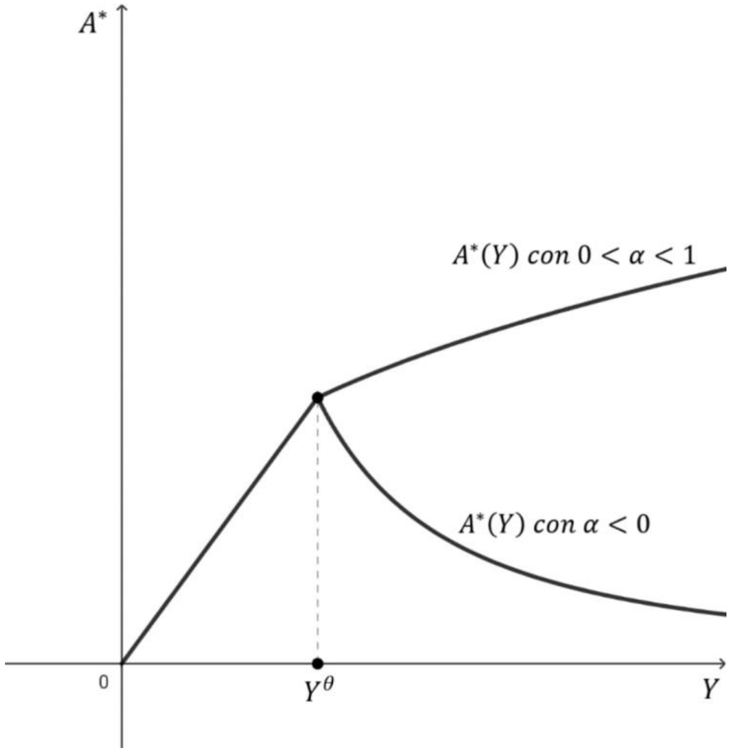
Respecto a los efectos de un incremento en Y sobre la función $\pi(A)$, esta se desplaza hacia arriba si $\alpha > 0$, hacia abajo si $\alpha < 0$, y no se desplaza en caso de que $\alpha = 0$. Sin embargo, a diferencia de lo que ocurre con las demás variables, el efecto sobre A^* no siempre va a tener el mismo signo que el efecto sobre a^*.

---

[18] Por mera simplicidad ilustrativa, en la figura en cuestión se asume que $v\left(\sqrt{\frac{c+t}{c+q}} - 1\right) = 1$, lo cual implica que se cumpla $Y^\theta = 1$ sin importar el valor que tome α.

Figura 8

Posibles relaciones entre el monto de evasión óptimo y los ingresos brutos, según las características del sistema de control administrativo.



5.7. La relevancia de las percepciones

La Figura 9 relaciona el monto óptimo de evasión impositiva con el coeficiente v. En este caso, en el tramo en el que rige la solución interior, por las ecuaciones (10.9) y (10.10) se sabe que la función $A^*(v)$ es creciente y lineal.

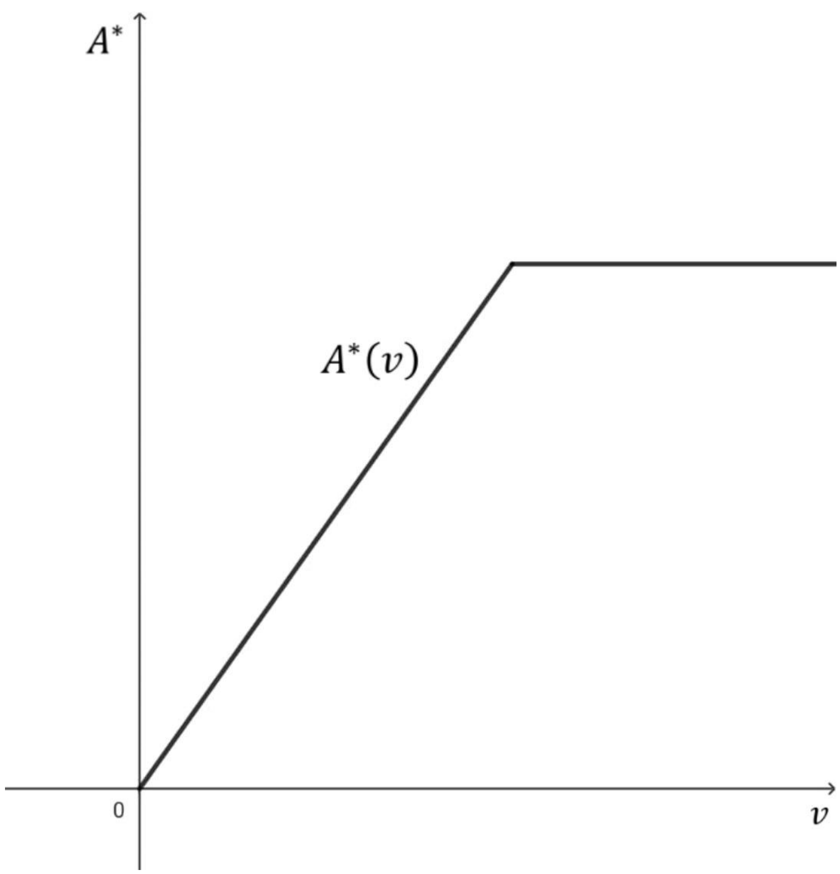
Si el valor de esta variable aumenta, el agente percibe que para cada nivel de evasión la probabilidad de detección se vuelve menor, lo cual genera incentivos a evadir más. El mayor optimismo respecto a las posibilidades de evasión exitosa se relaciona intrínsecamente con cambios en la incidencia de los sesgos mencionados en la Sección 3.1. sobre las decisiones de evasión. Por dar un sencillo ejemplo, si un conocido evadió exitosamente, es de esperar que ello haga creer al agente que los riesgos de detección no son tan altos como se suponían, lo cual lo conduciría a aumentar sus niveles de evasión.

Respecto a la capacidad del Estado para influir sobre esta variable, Bergman y Nevarez (2005) señalan que lo más importante no es que el sistema de controles impositivos y de ejecución de leyes vigente sea verdaderamente eficaz e inflexible en su tarea, sino que sea percibido como tal. Esta cuestión explica las diferencias en las tasas de cumplimiento fiscal entre países con administraciones tributarias similares, así como también el hecho de que en algunos países donde dicha administración no es tan eficaz como dice su imagen haya sido posible alcanzar tasas de cumplimiento fiscal aceptables.

Además, puede decirse que las percepciones sesgadas sobre las oportunidades de evasión actúan como un factor limitante (pero no necesariamente prohibitivo) para la efectividad de asignar mayores recursos a las funciones generales de control de evasión fiscal, así como también al desarrollo e introducción de sistemas innovadores en dicha materia.

Figura 9

Relación entre el monto óptimo de evasión y la variable v.

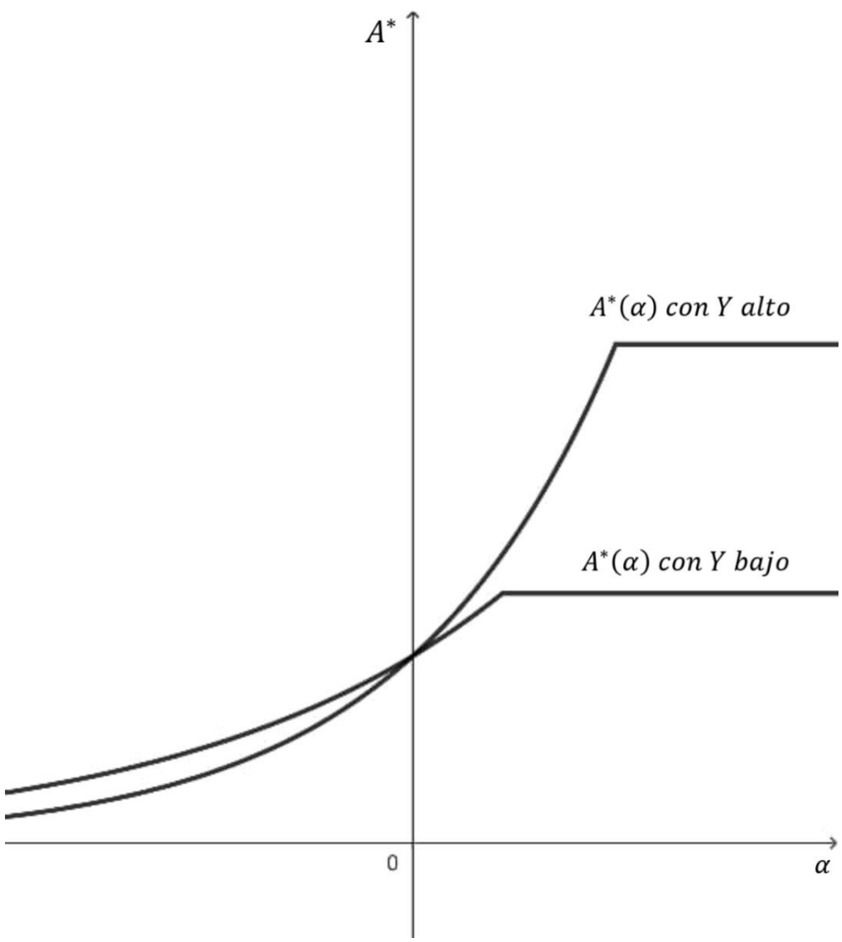


En cuanto al exponente α, sus variaciones se deben a los cambios en las percepciones respecto a las estrategias que se cree tienen las autoridades en función de los ingresos brutos de los agentes. Por ejemplo, un anuncio creíble de medidas anti evasión más intensivas para con los productores que poseen mayores ingresos brutos haría caer el valor de α, haciendo que las probabilidades de éxito delictivo percibido sean menores para cada nivel de Y.

Es necesario tener en cuenta que si bien A^* es creciente y convexo respecto al exponente α (ecuaciones (10.11) y (10.12)), la magnitud del efecto de los cambios en esta variable depende en gran medida del valor que tomen los ingresos brutos, ya que son la base del exponente. Por ello, la Figura 10 muestra cómo los cambios en α afectan al monto A^* para dos agentes con ingresos de distinta cuantía.

Figura 10

Posibles relaciones entre el monto óptimo de evasión y el sistema de control administrativo, según los ingresos brutos.



Bajo los supuestos del modelo, del análisis de esta última variable se deriva una importante conclusión. Por las diferencias entre los sistemas administrativos y contables de las grandes y pequeñas empresas, así como también por el número de empresas pertenecientes a cada grupo, controlar el cumplimiento fiscal de las primeras es menos costoso que controlar el de las segundas (Fuentes Quintana, 1990). Entonces, en una economía donde las grandes empresas tengan una participación razonable en el producto, se obtendrá una mayor recaudación de forma menos costosa si se intensifican los controles fiscales a medida que aumenta el tamaño de las firmas, aunque esta política implique un control más laxo e indulgente sobre los agentes de menores ingresos. En términos del modelo desarrollado, implicaría lograr que los agentes de la economía perciban un valor de α menor a cero, de modo que cuanto mayores sean los ingresos, menor sea la evasión, tanto en términos absolutos como relativos a dichos ingresos.

No obstante, desde el punto de vista teórico, la validez de la conclusión anterior sólo puede asegurarse bajo el supuesto de que una política de este tipo no generará cambios en Y. Es evidente que podrían nacer incentivos a reducir la cuantía del ingreso bruto con el fin de disminuir la probabilidad de detección y así poder evadir más, lo cual conllevaría una caída en la recaudación.

Sin embargo, lo mencionado en el párrafo anterior no parece tener especial relevancia en la práctica. Prueba de ello es que el Fondo Monetario Internacional, desde la década de los ochenta, ha promulgado entre sus países miembros (especialmente en aquellos con problemas de ingresos tributarios) la creación de "Unidades de Grandes Contribuyentes"[19] con el fin de incrementar el control sobre los mismos y su grado de cumplimiento de las obligaciones fiscales; recomendaciones que han sido implementadas por más de 35 países (Baer et al., 2002).

[19] En el caso particular de Argentina, la Administración Federal de Ingresos Públicos (AFIP) cuenta con una Dirección de Control de Grandes Contribuyentes Nacionales.

6. Refinando el análisis de la relación entre las tasas impositivas y la evasión

6.1. Levantamiento del supuesto de ingresos exógenos y sus implicancias

A partir de este punto, por mera simplicidad, el desarrollo matemático será planteado con funciones generales. En primer lugar, se introduce $Y(t,\mu)$ como la función que representa el ingreso del agente en función de la alícuota vigente y de todos los demás factores que lo afectan, representados por μ. En cuanto al signo de la primera y segunda derivada parcial respecto a t, no es posible establecer ningún supuesto consistente.

Esto último se debe a que en toda estructura de mercado sin curvas de oferta y demanda perfectamente elásticas, ceteris paribus, una suba en la tasa de un gravamen sobre las ventas minoristas afecta en direcciones opuestas a los dos componentes del ingreso bruto, ya que genera una caída en la cantidad producida de un bien pero también un aumento en el precio que el consumidor paga por el mismo; y viceversa en caso de que caiga la tasa impositiva en cuestión (Henderson y Quandt, 1985).

Recordando que en el tramo $0 \leq a^* \leq 1$ el monto óptimo de evasión está dado por la solución $A^* = vY^\alpha\left(\sqrt{\frac{c+t}{c+q}} - 1\right)$, pueden definirse las funciones $f = v\left(\sqrt{\frac{c+t}{c+q}} - 1\right)$ y $h = Y^\alpha$. A partir de estas funciones, la solución interior de A^*se reexpresa como:

$$\rho = h[Y(t,\mu),\alpha].f(c,q,t,v)$$

Considerando el análisis de estática comparativa de la Sección 5.2., es fácil concluir que se verifica $\partial f/\partial t > 0$ y $\partial^2 f/\partial t^2 < 0$. Si se asume $\alpha < 0$ por las razones explicitadas en la Sección 5.7., se cumple $\partial h/\partial Y < 0$ y $\partial^2 h/\partial Y^2 > 0$.

Aplicando la regla de la cadena, al derivar $h[Y(t,\mu),\alpha]$ respecto a t se obtiene:

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial h[Y(t,\mu),\alpha]}{\partial t}\left(\frac{\partial Y}{\partial t}\right)$$

Derivando otra vez, el resultado es:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 h[Y(t,\mu),\alpha]}{\partial t^2}\left(\frac{\partial Y}{\partial t}\right)^2 + \frac{\partial h[Y(t,\mu),\alpha]}{\partial t}\left(\frac{\partial^2 Y}{\partial t^2}\right)$$

Luego, la derivada de A^* respecto a t en el tramo de la solución interior es:

$$\frac{\partial A^*}{\partial t} = f(c,q,t,v)\frac{\partial h}{\partial t} + h[Y(t,\mu),\alpha]\frac{\partial f}{\partial t}$$

El primer término posee signo desconocido y el segundo siempre es positivo, de modo que existe ambigüedad en el efecto de t. Si $\partial Y/\partial t > 0$, entonces $\partial h/\partial t < 0$, por lo que un aumento en t induce *per se* a una mayor evasión, pero a su vez da lugar a un incremento de ingresos que tiende a reducirla. Por el contrario, si $\partial Y/\partial t < 0$, entonces $\partial h/\partial t > 0$, motivo por el cual un aumento en la alícuota del gravamen conduce por sí mismo a una mayor evasión, a la vez que dicho efecto es reforzado a través de una caída en los ingresos. Estos resultados se encuentran en línea con la conclusión de Marrelli (1984); la evasión de impuestos minoristas a las ventas está condicionada por la capacidad de los agentes productores para trasladar la carga del gravamen a los consumidores.

Es importante notar que pese a haber incorporado los efectos de la política impositiva sobre los ingresos brutos, se asume que las traslaciones funcionan de una manera exógena[20], ya que no se están analizando las decisiones de producción ni sus efectos sobre los niveles de precios.

Antes de continuar con el análisis agregado, es necesario aclarar que si bien es posible incorporar los efectos de la alícuota sobre las percepciones de lo que evaden los demás agentes (haciendo que v dependa de t), sólo se lograría añadir complejidad matemática sin afectar de forma importante a los resultados del análisis. Si $\partial Y/\partial t < 0$ un aumento en la alícuota incrementaría la evasión de la economía, haciendo que cada agente perciba más evasión y por ende evada más; por el contrario, si $\partial Y/\partial t > 0$ el efecto de una mayor tasa impositiva sobre los niveles de evasión sería ambiguo, y lo mismo sucedería con la evasión percibida.

[20] En caso de analizar dichas decisiones, se entraría en una contradicción con lo planteado en la Sección 3.3..

6.2. Los supuestos del análisis agregado

Una vez reconsiderada la naturaleza de los efectos de la presión impositiva a nivel individual, es posible llevar a cabo un análisis agregado, cuyos supuestos fundamentales se presentan a continuación.

Se asume una economía cerrada con n agentes donde se aplica un impuesto minorista sobre el valor final de las ventas de una alícuota t. La base imponible teórica es $Y_n = \sum_{i=1}^{n} Y_i$. La evasión total de la economía está dada por $A_n = \sum_{i=1}^{n} A_i^*$ y ello implica que la base imponible efectiva sea $Y_n - A_n$. Una parte de esa evasión es descubierta por el ente recaudador, razón por la cual el Estado recupera $\varsigma = (c+t)\sum_{i=1}^{n-j} A_i^*$ ingresos tributarios, siendo $n - j$ el número de agentes descubiertos y castigados por su evasión. Sin embargo, las auditorías que permiten aumentar la recaudación tienen un costo, cuyo total es representado por ζ. A raíz de lo anterior, la recaudación total puede expresarse de la forma:

$$R = t(Y_n - A_n) + \varsigma - \zeta$$

Si se asume que la administración tributaria tiene un comportamiento tal que audita hasta el punto en el que los costos de auditoría son iguales a la mayor recaudación tributaria que dicha actividad implica, se tiene que $\varsigma = \zeta$ y por ende la recaudación neta está dada por:

$$R = t(Y_n - A_n) \tag{11}$$

Si se extrae factor común Y_n en la ecuación (11), entonces la recaudación de la economía se puede expresar de la siguiente manera:

$$R = tY_n\left(1 - \frac{A_n}{A_n}\right) \tag{12}$$

6.3. La relación entre economía sumergida y tasas impositivas

Para lograr un análisis más fructífero de los efectos de la política impositiva sobre la recaudación en presencia de evasión fiscal, primero es necesario estudiar los efectos de las tasas impositivas sobre el tamaño relativo de la totalidad de la economía sumergida (ya sea o no descubierta y penalizada por el Estado). Matemáticamente, el tamaño de la economía sumergida en relación al de toda la economía puede ser definido como:

$$\phi = \frac{A_n}{Y_n} \tag{13}$$

En cuanto a las propiedades más básicas de esta función, es evidente que siempre se cumple $0 \leq \phi \leq 1$ puesto que $A_n \leq Y_n$. En cuanto a sus derivadas, si se asume que en cualquier punto del tramo $0 \leq t \leq 1$, al menos para un agente se verifica la solución interior a nivel individual, entonces:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{(\partial A_n/\partial t)Y_n - A_n(\partial Y_n/\partial t)}{Y_n^2}$$

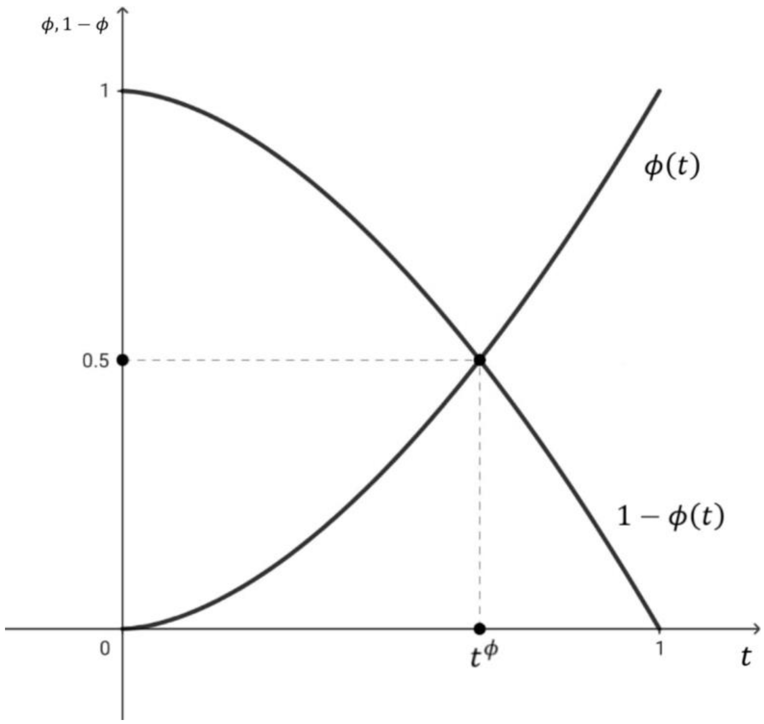
$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = \frac{(\partial^2 A_n/\partial t^2)Y_n - A_n(\partial^2 Y_n/\partial t^2)}{Y_n^2} + \frac{-\partial Y_n/\partial t}{Y_n}\left(\frac{\partial \phi}{\partial t}\right)$$

De aquí se derivan dos conclusiones importantes para el análisis: En primer lugar, para que una suba en la alícuota impositiva conduzca a un mayor tamaño relativo de la economía sumergida, es condición suficiente el cumplimiento de $\partial Y_n/\partial t < 0$, puesto que implica también $\partial A_n/\partial t > 0$, de modo que el término $\partial \phi/\partial t$ se vuelve inequívocamente positivo. En segundo lugar, para que el aumento del tamaño relativo de la economía frente a una suba en la tasa del gravamen sea marginalmente creciente ($\partial^2 \phi/\partial t^2 > 0$), es condición suficiente que se verifiquen en simultáneo $\partial Y_n/\partial t < 0$, $\partial^2 Y_n/\partial t^2 < 0$ y $\partial^2 A_n/\partial t^2 > 0$.

La Figura 11 muestra los tamaños relativos de la economía formal e informal a medida que varía t, en el eventual caso en el que las condiciones mencionadas se cumplen en todo el intervalo $0 \leq t \leq 1$. En esta figura se asume que $\phi = 1$ cuando $t = 1$, a la vez que se denota a t^{ϕ} como el punto donde la mitad de la economía es formal y la otra mitad es sumergida.

Figura 11

Tamaños relativos de la economía formal y sumergida bajo las condiciones que conducen a que la primera sea creciente y convexa respecto a la alícuota impositiva.



6.4. La curva de Laffer en una economía con evasión

Estudiado lo anterior, es posible volver a poner el foco en la recaudación fiscal y su relación con las tasas impositivas; fenómeno que ha sido exhaustivamente estudiado por la curva de Laffer.

Blinder (1981) sostiene que el fundamento original de dicha curva es que las únicas dos formas de obtener una recaudación igual a cero es fijando una alícuota nula o bien una alícuota que recaude todo lo producido (ya que entonces nadie tendría incentivos a producir, es decir, $Y_n = 0$). Entonces, dado que en el tramo intermedio $0 < t < 1$ la recaudación es positiva, el teorema de Rolle indica que en el mismo necesariamente debe existir un máximo.

Dicho fundamento es igualmente aplicable en presencia de evasión, con la salvedad de que la recaudación podría volverse nula con una alícuota inferior a la unidad, ya que la mencionada recaudación nula también podría lograrse si toda la economía se encontrara sumergida, esto es, con el cumplimiento de $\phi = 1$. Dicha situación perfectamente podría darse con una alícuota $t < 1$, aunque sin consecuencias sobre la aplicabilidad del teorema de Rolle.

Otra consecuencia es la necesidad de distinguir entre la base imponible teórica Y_n y la base imponible efectiva $Y_n(1-\phi) = Y_n - A_n$ de la economía, lo cual puede ser explicitado si se reemplaza en la ecuación (12) con la ecuación (13):

$$R = tY_n(1-\phi)$$

En base a esta expresión, se propone una forma alternativa respecto a lo desarrollado en Papp y Takáts (2008) de disgregar los efectos de una caída en la tasa impositiva.

En primer lugar, es necesario recordar que Laffer (2004) afirma que una caída en la alícuota vigente tiene dos efectos: Por un lado, existe un efecto aritmético que induce a una menor recaudación por cada unidad monetaria de la base imponible, pero, por otro lado, hay un efecto económico que conlleva un aumento de dicha base imponible a causa de los mayores incentivos a trabajar y producir (lo opuesto es cierto frente a una subida en la tasa del gravamen).

Dando por hecho que $\partial Y_n/\partial t < 0$, en una economía con evasión se propone distinguir entre efecto económico bruto y efecto económico neto: Frente a una caída en la alícuota impositiva desde t_0 a t_1 la base imponible teórica de la economía aumenta en una cuantía ΔY_n, lo cual es el efecto económico bruto; no obstante, existe una porción $\phi(t_1).\Delta Y_n$ de dicho aumento que no es susceptible de ser recaudado por las autoridades debido a que el mismo es ocultado por los agentes, de modo que el aumento de la base imponible efectiva está dado por $Y_n(1 - \phi(t_1))$, siendo esta la magnitud del efecto económico neto.

Retomando la cuestión del teorema de Rolle, es necesario tener en cuenta que el mismo no implica que $R(t)$ deba tener un único punto crítico; por el contrario, deja abierta la posibilidad de que tenga varios, y en tal caso al menos uno ellos sería un mínimo local. Por tal motivo, es necesario estudiar las condiciones de primer y segundo orden de dicha función. Retomando la ecuación (11) y derivando respecto a t se obtiene:

$$\frac{\partial R}{\partial t} = (Y_n - A_n) + t\left(\frac{\partial Y_n}{\partial t} - \frac{\partial A_n}{\partial t}\right) = 0 \tag{14}$$

El término $Y_n - A_n$ de la ecuación (14) es siempre mayor o igual a cero (y lo último sólo ocurre en caso de que la evasión de la economía sea total). Por su parte, si se cumple $\partial Y_n/\partial t < 0$, la otra parte de la ecuación es negativa.

Para que determinado punto crítico sea un máximo, es requerido el cumplimiento de la condición de segundo orden:

$$\frac{\partial^2 R}{\partial t^2} = \left(\frac{\partial Y_n}{\partial t} - \frac{\partial A_n}{\partial t}\right) + \left[t\left(\frac{\partial^2 Y_n}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 A_n}{\partial t^2}\right) + \frac{\partial Y_n}{\partial t} - \frac{\partial A_n}{\partial t}\right] < 0 \tag{15}$$

Nuevamente, es suficiente con que $\partial Y_n/\partial t < 0$ para que el primer término sea negativo, y si además se cumple $\partial^2 Y_n/\partial t^2 < 0$ y $\partial^2 A_n/\partial t^2 > 0$, entonces el segundo término también lo es.

Si las condiciones anteriores se verifican a lo largo de todo el tramo $0 \leq t \leq 1$, a medida que sube t la expresión $Y^n - A^n$ decrece mientras que con $-t(\partial Y_n/\partial t - \partial A_n/\partial t)$ ocurre lo opuesto. Dado que si $t = 0$ la primera es positiva a la vez que la segunda es nula, y viceversa si $t = 1$, sólo puede existir un único punto $t^* \in (0,1)$ en el que ambas sean iguales. A su vez, t^* sería un máximo absoluto, ya que los supuestos implican el cumplimiento de la condición de segundo orden. Sólo bajo tal escenario se puede asegurar que t^* sea la alícuota óptima[21].

Nótese que las condiciones suficientes para la existencia de una alícuota óptima t^* son análogas a aquellas suficientes para que una suba en la presión fiscal produzca siempre un aumento marginalmente creciente en el tamaño relativo de la economía sumergida.

---

[21] No en el sentido de la maximización del bienestar social en términos de la teoría de la imposición óptima (ver Mankiw et al. (2009)), sino de la maximización de la recaudación nominal de un impuesto ad-valorem sobre las ventas minoristas con una alícuota general y uniforme. Nótese que este óptimo está exento de ser criticado a través del argumento de la imposibilidad de lograr la racionalidad colectiva a partir de la maximización de una función de bienestar social obtenida mediante la agregación de preferencias individuales no restringidas ni impuestas (Arrow, 1951), ya que sólo refiere a cuestiones recaudatorias.

La condición de primer orden puede ser reexpresada mediante elasticidades. Si en la ecuación (14) se emplean los artificios matemáticos tY_n/tY_n y tA_n/tA_n al lado derecho de la misma, se obtiene:

$$Y_n - A_n + t\left[\left(\frac{\partial Y_n}{\partial t}\right)\left(\frac{t}{Y_n}\right)\left(\frac{Y_n}{t}\right) - \left(\frac{\partial A_n}{\partial t}\right)\left(\frac{t}{A_n}\right)\left(\frac{A_n}{t}\right)\right] = 0$$

Si se definen $E_{Y_nt} = (\partial Y_n/\partial t)(t/Y_n)$ y $E_{A_nt} = (\partial A_n/\partial t)(t/A_n)$ como las elasticidades de los ingresos brutos y de la evasión (respectivamente) en relación a la alícuota impositiva, tras reemplazar y simplificar, el resultado es:

$$Y_n - A_n + Y_nE_{Y_nt} - A_nE_{A_nt} = 0 \tag{16}$$

Reagrupando los términos de la ecuación (17):

$$\frac{(1+E_{Y_nt})}{(1+E_{A_nt})} = \frac{A_n}{Y_n} \tag{17}$$

Finalmente, utilizando la ecuación (13) para reemplazar al lado derecho de la ecuación (17) se obtiene la condición de primer orden que debe verificar la alícuota t^*:

$$\frac{(1+E_{Y_nt})}{(1+E_{A_nt})} = \phi$$

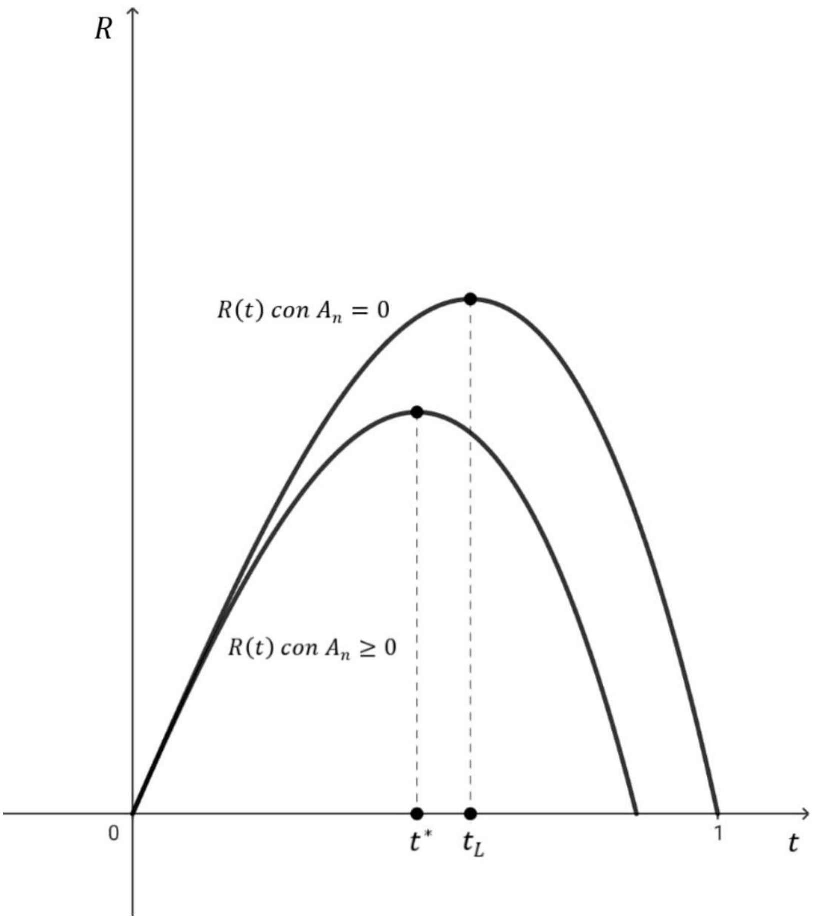
Respecto a la estática comparativa, los signos de las derivadas primera y segunda de cada determinante exógeno son los opuestos a aquellos de la evasión individual (por ejemplo, la recaudación es una función creciente y cóncava respecto a la multa establecida sobre el monto evadido).

Otro punto muy relevante, en sintonía con Feige y McGee (1983), es que la alícuota que maximiza la recaudación (en caso de existir) es siempre menor en presencia de evasión que en ausencia de ella. En una economía sin evasión se verifica $E_{A_nt} = \phi = 0$, de modo que la alícuota óptima sería aquella que cumple $E_{Y_nt} = -1$; mientras que en una economía con evasión dicha elasticidad debe cumplir la condición $E_{Y_nt} = \left(1 + E_{A_nt}\right)\phi - 1$. Dado que el término adicional de la última condición es positivo, E_{Y_nt} toma un valor menor en una economía con evasión, y como dicha elasticidad es decreciente[22] respecto a t entonces la alícuota t^* resulta menor en presencia de evasión.

En la Figura 12 se presentan dos posibles curvas de Laffer. En una de ellas, el efecto económico neto es siempre igual al efecto económico bruto debido a la ausencia de evasión ($A_n = 0$), siendo t_L la alícuota óptima; mientras que en la otra el efecto económico bruto no necesariamente coincide con el efecto económico neto a causa de la existencia de evasión ($A_n \geq 0$), maximizándose la recaudación en el punto t^*.

Figura 12

Distintas relaciones entre la recaudación fiscal y la alícuota, según exista o no evasión.



[22] Se tiene que $\frac{\partial E_{Y_n t}}{\partial t} = \left(\frac{\partial^2 Y_n}{\partial t^2}\right)\left(\frac{t}{Y_n}\right) + \left(\frac{\partial Y_n}{\partial t}\right)\left(\frac{1}{Y_n}\right)$. Si se cumplen las condiciones suficientes para garantizar la existencia e unicidad de t^* entonces ambos términos son negativos.

Reflexiones finales

A nivel individual, se ha desarrollado un modelo capaz de explicar la forma en que algunas variables inciden sobre la evasión de impuestos minoristas sobre las ventas, incorporando algunas que se encontraban relativamente soslayadas por parte de la literatura existente. A su vez, mediante el análisis de estática comparativa, se han establecido cuantitativamente los efectos que acarrean los cambios en dichas variables sobre el nivel de evasión óptima.

Gracias a lo anterior, ha sido posible estudiar las implicancias de la evasión sobre la política impositiva (y viceversa) a nivel agregado: Se han establecido las condiciones requeridas para la existencia de una alícuota maximizadora de la recaudación de los impuestos bajo análisis, se han determinado las condiciones que dicha alícuota debe cumplir para lograr tal fin, y también se han estudiado los efectos de la presión impositiva sobre el tamaño relativo de la economía sumergida.

Respecto a la validez empírica del modelo, es necesario trabajo futuro en un campo, cuanto menos, complicado: Muchos expertos en la materia coinciden en que la poca accesibilidad y la baja fiabilidad de los datos existentes son una gran dificultad para los estudios empíricos de evasión fiscal (Alm, 2019; Cowell, 1985c; Andreoni et al., 1998).

También es necesario comentar las limitaciones más importantes del modelo desarrollado. En primer lugar, ignora los incentivos que pueden tener los agentes a modificar sus ingresos con fines relacionados a influir sobre la probabilidad de detección percibida. En segundo lugar, el supuesto de que al evadir sólo hay dos resultados posibles (la evasión es totalmente exitosa o totalmente detectada), si bien es simplificador, implica obviar las posibles deficiencias de los procesos de auditoría (que podrían fallar tanto por cuestiones meramente técnico-operativas como por la existencia de corrupción) y los correspondientes efectos que ello tiene sobre las decisiones de los agentes. Por último, se pasan por alto las cuestiones morales que afectan las decisiones de evasión y que pueden influir, según el contexto, tanto negativa como positivamente sobre la utilidad esperada del potencial evasor.

A modo de cierre, es menester nunca perder de vista la principal característica de la herramienta más importante de la teoría económica:

> *Los modelos económicos omiten muchos detalles para poder ver lo que es realmente importante. De la misma manera que el modelo del profesor de biología no contiene todos los músculos y los vasos capilares del cuerpo, el modelo de un economista no contiene todos los rasgos de la economía. . . . de la misma forma que el físico comienza el análisis de la caída de una canica prescindiendo de la existencia de fricción, los economistas prescinden de muchos de los detalles de la economía que no son pertinentes para estudiar una determinada cuestión. Todos los modelos -de física, biología o economía- simplifican la realidad para comprenderla mejor.* (Mankiw, 2002, p. 17).

Referencias

Acciarri, H. A. (2019). Capítulo III. Análisis económico del derecho de daños. En *Derecho, economía y ciencias del comportamiento* (pp. 39–69). Ediciones SAIJ.

Allingham, M. G., y Sandmo, A. (1972). Income tax evasion: A theoretical analysis. *Journal of Public Economics*, *1*(3–4), 323–338.

Alm, J. (2019). WHAT MOTIVATES TAX COMPLIANCE? *Journal of Economic Surveys*, *33*(2), 353–388.

Andreoni, J., Erard, B., y Feinstein, J. (1998). Tax Compliance. *Journal of Economic Literature*, *36*(2), 818–860.

Arias, R. J. (2011). *Ensayos sobre la teoría de la evasión y la elusión de impuestos indirectos* [Tesis de Doctorado]. Departamento de Economía, Universidad Nacional de La Plata.

Arias, R. J. (2005). A Note on Indirect Tax Evasion. *Anales de la Asociación Argentina de Economía Política (AAEP), 2005*.

Artana, D., Guardarucci, I., Lavigne, P., Puig, J., & Susmel, N. (2015). El sistema tributario argentino. Análisis y evaluación de propuestas para reformarlo. *Documento de Trabajo FIEL Nº123).*

Arrow, K. J. (1965). *Aspects of the theory of risk-bearing*. Yrjö Jahnssonin Säätiö.

Arrow, K. J. (1951). *Social Choice and Individual Values.* John Wiley and Sons.

Baer, K., Benon, O., y Toro, J. (2002). *Improving large taxpayers' compliance: A review of country experience*. International Monetary Fund.

Becker, G. S. (1968). Crime and Punishment: An Economic Approach. *Journal of Political Economy*, *76*(2), 169–217.

Benjamini, Y., y Maital, S. (1985). Optimal Tax Evasion & Optimal Tax Evasion Policy Behavioral Aspects. En W. Gaertner y A. Wenig (Eds.), *The Economics of the Shadow Economy* (pp. 245–264). Springer.

Bergman, M., y Nevarez, A. (2005). ¿Evadir o pagar impuestos? Una aproximación a los mecanismos sociales del cumplimiento. *Política y gobierno*, *12*(1), 9–40.

Bergman, M., y Nevarez, A. (2006). Do Audits Enhance Compliance? An Empirical Assessment of VAT Enforcement. *National Tax Journal*, *59*(4), 817–832.

Blinder, A. S. (1981). Thoughts on the Laffer Curve. En L. H. Meyer (Ed.), *The Supply-Side Effects of Economic Policy* (pp. 81–92). Kluwer-Nijhoff Publishing.

Busenitz, L. W., y Barney, J. B. (1997). Differences between entrepreneurs and managers in large organizations: Biases and heuristics in strategic decision-making. *Journal of Business Venturing*, *12*(1), 9–30.

Calabresi, G. (1970). *The Cost of Accidents: A Legal and Economic Analysis*. Yale University Press.

Cerqueti, R., y Coppier, R. (2011). Economic growth, corruption and tax evasion. *Economic Modelling*, *28*(1), 489–500.

Chen, B.-L. (2003). Tax Evasion in a Model of Endogenous Growth. *Review of Economic Dynamics*, *6*(2), 381–403.

Cooper, A. C., Woo, C. Y., y Dunkelberg, W. C. (1988). Entrepreneurs' perceived chances for success. *Journal of Business Venturing*, *3*(2), 97–108.

Cowell, F. (1985c). The Economic Analysis of Tax Evasion. *Bulletin of Economic Research*, *37*(3), 163–193.

Cremer, H., y Gahvari, F. (1993). Tax evasion and optimal commodity taxation. *Journal of*

Public Economics, *50*(2), 261–275.

Cooter, R. D., Feldman, M., y Feldman, Y. (2008). The Misperception of Norms: The Psychology of Bias and the Economics of Equilibrium. *Review of Law & Economics*, *4*(3), 889–911.

Durkheim, É. (2014). *La división del trabajo social*. Ediciones LEA.

Eichhorn, C. (2006). Optimal Policies in the Presence of Tax Evasion [Ph. D. Dissertation]. LMU München: Faculty of Economics.

Feige, E. L., y McGee, R. T. (1983). Sweden´s Laffer curve: Taxation and the unobserved economy. *The Scandinavian Journal of Economics*, 499–519.

Fortin, B., Lacroix, G., y Villeval, M. C. (2007). Tax evasion and social interactions. *Journal of Public Economics*, *91*(11–12), 2089–2112.

Frank, R. H. (2005). *Microeconomía y conducta* (5a ed.). McGraw-Hill.

Friedman, M., y Savage, L. J. (1948). The Utility Analysis of Choices Involving Risk. *Journal of Political Economy*, *56*(4), 279–304.

Fuentes Quintana, E. (1990). *Hacienda pública: Principios y estructura de la imposición*. Rufino García Blanco.

Goerke, L., y Runkel, M. (2011). Tax evasion and competition. *Scottish Journal of Political Economy*, *58*(5), 711–736.

Gordon, J. P. P. (1989). Individual morality and reputation costs as deterrents to tax evasion. *European Economic Review*, *33*(4), 797–805.

Henderson, J. M., y Quandt, R. E. (1985). *Teoría Microeconómica: Una Aproximación Matemática* (3ra ed.). Ariel.

Kahneman, D., y Tversky, A. (1979). Prospect Theory: An Analysis of Decision under Risk.

Econometrica, *47*(2), 263–291.

Kahneman, D., y Tversky, A. (1982). Part I: Introduction. En P. Slovic, A. Tversky, y D. Kahneman (Eds.), *Judgment under uncertainty: Heuristics and biases* (pp. 3–20). Cambridge University Press.

Knight, F. H. (1921). *Risk, Uncertainty and profit*. Houghton Mifflin Company.

Laffer, A. B. (2004). The Laffer Curve: Past, Present, and Future. *Backgrounder, 1765(1)*.

Lin, W.-Z., y Yang, C. C. (2001). A dynamic portfolio choice model of tax evasion: Comparative statics of tax rates and its implication for economic growth. *Journal of Economic Dynamics and Control*, *25*(11), 1827–1840.

Mankiw, N. G. (2002). *Principios de economía, segunda edición*. McGraw-Hill Interamericana de España.

Mankiw, N. G., Weinzierl M., y Yagan D. (2009). Optimal Taxation in Theory and Practice. *Journal of Economic Perspectives, 23*(4), 147-74**.**

Marrelli, M. (1984). On indirect tax evasion. *Journal of Public Economics*, *25*(1–2), 181–196.

Marrelli, M., y Martina, R. (1988). Tax evasion and strategic behaviour of the firms. *Journal of Public Economics*, *37*(1), 55–69.

Mas-Colell, A., Whinston, M. D., y Green, J.R. (1995). *Microeconomic Theory*. Oxford University Press.

OECD (2018). *Consumption Tax Trends 2018: VAT/GST and Excise rates, Trends and Policy Issues*. OECD Publishing.

Ortiz de Urbina Gimeno, Í. (2015). Análisis económico y delito: Lo que hay y lo que puede haber. *Economía industrial*, *398*, 55–64.

Papp, T. K., & Tak´ats, E. (2008). *Tax Rate Cuts and Tax Compliance—The Laffer Curve Revisited* (IMF Working Papers No. 2008/007). International Monetary Fund.

Pindyck, R. S., y Rubinfeld, D. L. (2009). *Microeconomía* (7a ed.). Pearson Educación.

Pratt, J. W. (1964). Risk Aversion in the Small and in the Large. *Econometrica, 32*(1/2), 122–136.

Reinganum, J., y Wilde, L. L. (1985). Income tax compliance in a principal-agent framework. *Journal of Public Economics*, *26*(1), 1–18.

Robbins, S. P., y Coulter, M. K. (2014). *Administración* (12a ed.). Pearson Educación de México.

Rodríguez Alfaro, C. P., y Urruti, L. A. (2019). Capítulo VII. Análisis económico del derecho penal. En *Derecho, economía y ciencias del comportamiento* (pp. 147–176). Ediciones SAIJ.

Sandmo, A. (2005). The Theory of Tax Evasion: A Retrospective View. *National Tax Journal*, *58*(4), 643–663.

Sanyal, A., Gang, I., y Goswami, O. (2000). Corruption, Tax Evasion and the Laffer Curve. *Public Choice*, *105*(1–2), 61–78.

Slemrod, J., y Yitzhaki, S. (2002). Chapter 22: Tax avoidance, evasion, and administration. En A. J. Auerbach y M. Feldstein (Eds.), *Handbook of Public Economics* (Vol. 3, pp. 1423–1470). Elsevier Science.

Srinivasan, T. N. (1973). Tax evasion: A model. *Journal of Public Economics*, *2*(4), 339–346.

Sutherland, E. H. (1947). *Principles of criminology* (4a ed.). J. B. Lippincott.

Tadelis, S. (2013). *Game theory: An introduction*. Princeton University Press.

Thaler, R. H., y Sunstein, C. R. (2008). *Nudge: Improving decisions about health, wealth, and happiness*. Yale University Press.

Virmani, A. (1989). Indirect tax evasion and production efficiency. *Journal of Public Economics*, *39*(2), 223–237.

Von Neumann, J., y Morgenstern, O. (1944). *Theory of Games and Economic Behavior (60th Anniversary Commemorative Edition)*. Princeton University Press.

Yaniv, G. (1995). A Note on the Tax-Evading Firm. *National Tax Journal*, *48*(1), 113–120.

Apéndice

Solución del problema de optimización

MAX $\pi = (t-q)aY - \frac{(t+c)a^2Y^2}{V+aY}$ SA $a-1 \leq 0, -a \leq 0$

$$L = (t-q)aY - \frac{(t+c)a^2Y^2}{V+aY} + \lambda_1(a-1) - \lambda_2 a$$

$$\frac{\partial L}{\partial a} = (t-q)Y - (t+c)\left[\frac{2VY^2a+Y^3a^2}{(V+aY)^2}\right] + \lambda_1 - \lambda_2 = 0 \quad \text{(A1)}$$

Es necesario introducir explícitamente el siguiente reordenamiento en la ecuación (A1):

$$(t-q)Y + \lambda_1 - \lambda_2 = (t+c)\left[\frac{2VY^2a+Y^3a^2}{(V+aY)^2}\right]$$

$$(t-q)Y(V+aY)^2 + (\lambda_1 - \lambda_2)(v+aY)^2 = (t+c)(2VY^2a+Y^3a^2)]$$

$$(t-q)Y(V^2+2VYa+Y^2a^2) - (t+c)(2VY^2a+Y^3a^2) = -(\lambda_1-\lambda_2)(V+aY)^2$$

$$(t-q)(V^2Y+2VY^2a+Y^3a^2) - (t+c)(2VY^2a+Y^3a^2) = -(\lambda_1-\lambda_2)(V+aY)^2$$

$$(t-q)V^2Y + (t-q)(2VY^2a+Y^3a^2) - (t+c)(2VY^2a+Y^3a^2) = -(\lambda_1-\lambda_2)(V+aY)^2$$

$$(t-q)V^2Y + [(t-q)-(t+c)](2VY^2a+Y^3a^2) = -(\lambda_1-\lambda_2)(V+aY)^2$$

$$(t-q)V^2Y + Y(-c-q)(2VYa+Y^2a^2) = -(\lambda_1-\lambda_2)(V+aY)^2$$

$$Y[(t-q)V^2 - (c+q)(2VYa+Y^2a^2)] = -(\lambda_1-\lambda_2)(V+aY)^2$$

$$Y[(t-q)V^2 - (c+q)(2VYa+Y^2a^2)] = -(\lambda_1-\lambda_2)(V+aY)^2$$

$$Y(c+q)\left[\frac{(t-q)V^2}{c+q} - (2VYa+Y^2a^2)\right] = -(\lambda_1-\lambda_2)(V+aY)^2$$

$$-Y(c+q)\left[-\frac{(t-q)V^2}{c+q} + 2VYa+Y^2a^2\right] = -(\lambda_1-\lambda_2)(V+aY)^2$$

Finalmente, es posible reexpresar la ecuación (A1) de la siguiente manera:

$$-Y(c+q)\left[-\frac{(t-q)V^2}{c+q}+2VYa+Y^2\,a^2\right]+(\lambda_1-\lambda_2)(V+aY)^2=0 \tag{A2}$$

Las demás condiciones son:

$$(a-1)\lambda_1=0 \tag{A3}$$

$$-a\lambda_2=0 \tag{A4}$$

$$\lambda_1\leq 0 \tag{A5}$$

$$\lambda_2\leq 0 \tag{A6}$$

$$a-1\leq 0 \tag{A7}$$

$$-a\leq 0 \tag{A8}$$

Comenzando por $\lambda_1=\lambda_2=0$, es evidente que se verifican las ecuaciones (A3), (A4), (A5) y (A6). Al reemplazar con $\lambda_1=\lambda_2=0$ en la ecuación (4) se obtiene:

$$-Y(c+q)\left[-\frac{(t-q)V^2}{c+q}+2VYa+Y^2\,a^2\right]=0$$

Aplicando Bhaskara para a:

$$\frac{-2VY\pm\sqrt{4V^2Y^2+\frac{4Y^2(t-q)V^2}{c+q}}}{2Y^2}=\frac{-2VY\pm\sqrt{4V^2Y^2(1+\frac{t-q}{c+q})}}{2Y^2}=\frac{-2VY\pm 2VY\sqrt{\frac{c+t}{c+q}}}{2Y^2}$$

$$a_1=\frac{-2VY+2VY\sqrt{\frac{c+t}{c+q}}}{2Y^2}=\frac{2VY}{2Y^2}\left(\sqrt{\frac{c+t}{c+q}}-1\right)=\frac{V}{Y}\left(\sqrt{\frac{c+t}{c+q}}-1\right)=\omega\left(\sqrt{\frac{c+t}{c+q}}-1\right)$$

$$a_2=\frac{-2VY-2VY\sqrt{\frac{c+t}{c+q}}}{2Y^2}=\frac{-2VY}{2Y^2}\left(\sqrt{\frac{c+t}{c+q}}+1\right)=-\frac{V}{Y}\left(\sqrt{\frac{c+t}{c+q}}+1\right)=-\omega\left(\sqrt{\frac{c+t}{c+q}}+1\right)$$

Asumiendo $v>0$, para que a_2 cumpla (A8) debe ocurrir:

$$a_2\geq 0$$

$$\sqrt{\frac{c+t}{c+q}} \leq -1$$

Esto es un absurdo matemático que nunca se cumplirá, ya que no existe solución en los reales. Por ende, a_2 queda descartado.

En el caso de a_1 y bajo la premisa de que $v > 0$, para que se verifique (A8) es necesario el cumplimiento de la condición:

$$a_1 \geq 0$$

$$\sqrt{\frac{c+t}{c+q}} \geq 1$$

$$\sqrt{c+t} \geq \sqrt{c+q}$$

$$c+t \geq c+q$$

$$t \geq q$$

Nótese que $a_1 = 0$ sólo si $t = q$. Respecto a la ecuación (A7), basta con conocer que la misma se cumple siempre que $a_1 \leq 1$.

Procediendo con $\lambda_1 < 0$ y $\lambda_2 = 0$, se asegura el cumplimiento de (A4) y de (A6). Pero el cumplimiento de la ecuación (A3) sólo es posible si $a = 1$, lo que a su vez asegura que se verifiquen (A7) y (A8). Reemplazando en (A2) con $a = 1$ y $\lambda_2 = 0$:

$$-Y(c+q)\left[-\frac{(t-q)V^2}{c+q} + 2VY + Y^2\right] + \lambda_1(V+Y)^2 = 0$$

$$\lambda_1(V+Y)^2 = Y(c+q)\left[-\frac{(t-q)V^2}{c+q} + 2VY + Y^2\right]$$

$$\lambda_1 = \frac{Y(c+q)}{(V+Y)^2}\left[-\frac{(t-q)V^2}{c+q} + 2VY + Y^2\right]$$

Obsérvese que el polinomio entre corchetes puede ser expresado a través de sus raíces en Y tras aplicar Bhaskara para esa variable:

$$\frac{-2V \pm \sqrt{4V^2 + \frac{4V^2(t-q)}{c+q}}}{2} = \frac{-2V \pm \sqrt{4V^2\left(1 + \frac{t-q}{c+q}\right)}}{2} = \frac{-2V \pm 2V\sqrt{\frac{c+t}{c+q}}}{2}$$

$$\text{Raíz 1} = \frac{-2V + 2V\sqrt{\frac{c+t}{c+q}}}{2} = \frac{2V}{2}\left(\sqrt{\frac{c+t}{c+q}} - 1\right) = V\left(\sqrt{\frac{c+t}{c+q}} - 1\right)$$

$$\text{Raíz 2} = \frac{-2V - 2V\sqrt{\frac{c+t}{c+q}}}{2} = -\frac{2V}{2}\left(\sqrt{\frac{c+t}{c+q}} + 1\right) = -V\left(\sqrt{\frac{c+t}{c+q}} + 1\right)$$

Si ambas raíces se multiplican y se dividen por Y, es posible expresarlas como a_1Y y a_2Y respectivamente, de modo que λ_1 puede escribirse de la manera presentada a continuación:

$$\lambda_1 = \frac{Y(c+q)}{(V+Y)^2}(Y - a_1Y)(Y - a_2Y)$$

Con anterioridad se ha probado que nunca se verifica $a_2 > 0$, por lo cual la única posibilidad de que se cumpla (A5) es el caso de $Y \leq a_1Y$, o lo que es una condición equivalente, $a_1 \geq 1$.

Siguiendo con $\lambda_1 = 0$ y $\lambda_2 < 0$, el cumplimiento de (A3) y (A5) está asegurado, pero la ecuación (A4) sólo se cumple si $a = 0$, lo cual implica garantizar (A7) y (A8). Si se reemplaza en (A2) con $a = \lambda_1 = 0$ se obtiene:

$$-Y(c+q)\left[-\frac{(t-q)V^2}{c+q}\right] - \lambda_2V^2 = 0$$

$$Y(t-q)V^2 = \lambda_2V^2$$

$$Y(t-q) = \lambda_2$$

Considerando la ecuación (A6), para que $a = 0$ sea una solución válida se requiere $t \leq q$.

Por último, en el caso de $\lambda_1 < 0$ y $\lambda_2 < 0$ no existe ninguna solución, debido a que (A7) sólo se cumple si $a = 1$, y (A8) sólo lo hace si $a = 0$, por lo cual es matemáticamente imposible que ambas se verifiquen en simultáneo.

Prueba de que a_1 es un máximo

Resulta de interés confirmar que la solución interior a_1 (De ahora en más denominada ψ) sea efectivamente un máximo. Considerando que la ecuación (A2) con $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$ es $\partial\pi/\partial a$ y reordenando los términos:

$$\frac{\partial\pi}{\partial a} = (t-q)Y - Y^2(t+c)\left[\frac{2Va}{(V+aY)^2} + \frac{Ya^2}{(V+aY)^2}\right]$$

La segunda derivada respecto a ψ es de la forma:

$$\frac{\partial^2\pi}{\partial a^2} = -Y^2(t+c)\left[\frac{2V\big((V+aY)^2 - 2Y(V+aY)a\big)}{(V+aY)^4} + \frac{Y(2a(V+aY)^2 - 2Y(V+aY)a^2}{(V+aY)^4}\right]$$

$$\frac{\partial^2\pi}{\partial a^2} = -Y^2(t+c)\left[\frac{2V[(V+aY)](V+aY-2Ya)}{(V+aY)^4} + \frac{Y[2a(V+aY)](V+aY-Ya)}{(V+aY)^4}\right]$$

$$\frac{\partial^2\pi}{\partial a^2} = -\frac{Y^2(t+c)}{(V+aY)^4}[2V(V+aY)(V-aY) + 2V(V+aY)aY]$$

$$\frac{\partial^2\pi}{\partial a^2} = -\frac{Y^2(t+c)}{(V+aY)^4}[2V(V+aY)(V-aY+aY)$$

$$\frac{\partial^2\pi}{\partial a^2} = -\frac{2Y^2(t+c)V^2}{(V+aY)^3}$$

Dado que los valores de las variables Y, V, c y t nunca son negativos, es condición suficiente que $\psi > 0$ (Es decir, que se cumplan $t > q$ y $v > 0$) para que esta derivada segunda tome un valor negativo, por lo cual, el óptimo sin restricciones ψ es efectivamente un máximo.

Cumplimiento de la condición de evasión

Pese a que ψ sea un máximo, a priori no hay garantía de que asegure el cumplimiento de la condición de evasión, es decir, de $\pi(\psi) > 0$. Retomando la ecuación (9), tras extraer factor común aY se obtiene:

$$\pi = aY\left[(t-q) - \frac{(t+c)aY}{V+aY}\right]$$

En el caso relevante, que es el de los valores de $a > 0$ que verifican $\pi > 0$, se debe cumplir:

$t - q > \frac{(t+c)aY}{V+aY}$

$(t - q)(V + aY) > (t + c)aY$

$V(t - q) + taY - qaY > taY + caY$

$V(t - q) > caY + qaY$

$V(t - q) > aY(c + q)$

Considerando $a = \omega\left(\sqrt{\frac{c+t}{c+q}} - 1\right)$ y sabiendo que $\omega Y = V$:

$V(t - q) > V\left(\sqrt{\frac{c+t}{c+q}} - 1\right)(c + q)$

$t - q > \left(\sqrt{\frac{c+t}{c+q}} - 1\right)(c + q)$

$t - q > (c + q)\sqrt{\frac{c+t}{c+q}} - c - q$

$t > (c + q)\sqrt{\frac{c+t}{c+q}} - c$

$t + c > \frac{c+q}{\sqrt{(c+q)}}\left(\sqrt{c + t}\right)$

$\frac{(t+c)}{\sqrt{c+t}} +> \sqrt{c + q}$

$t + c > c + q$

$t > q$

Esta condición es análoga a la necesaria y suficiente para que la solución interior sea positiva. Entonces, siempre que el agente no deba incurrir en costos iguales o superiores al monto evadido, existe una proporción ψ que verifica $\pi(\psi) > 0$ y asegura que se cumpla $Y^E > Y^T$.

En caso de que $\psi > 1$, este punto no sólo es el único máximo del tramo $0 < a < oo$ sino que además es el único punto crítico. Teniendo en cuenta lo anterior, y que si $a = 0$ entonces

$\pi = 0$, es posible afirmar que tanto $\pi > 0$ como $\pi' > 0$ se cumplen en el tramo $0 < a < \psi$, lo cual implicaría que ello también ocurra en el tramo $0 < a \leq 1$. Por tal motivo, en este caso dónde $a = 1$ es el óptimo según las restricciones de Kuhn-Tucker, dicha proporción cumple con la condición de evasión.

La solución final

En este punto, si se reemplaza $\omega = vY^{\alpha-1}$ en la ecuación de la proporción óptima sin restricciones ψ, la misma queda expresada de la forma:

$$\psi = vY^{\alpha-1}\left(\sqrt{\frac{c+t}{c+q}} - 1\right)$$

Bajo las restricciones Kuhn-Tucker lo anterior es sólo la solución interior. La proporción de evasión que resuelve el problema de optimización es a^*, y la misma se expresa como:

$$a^* = \begin{cases} 0 \; si \; \psi < 0 \\ \psi \; si \; 0 \leq \psi \leq 1 \\ 1 \; si \; \psi > 1 \end{cases} \qquad con \; \psi = vY^{\alpha-1}\left(\sqrt{\frac{c+t}{c+q}} - 1\right)$$

Si se multiplica lo anterior por el ingreso bruto Y, se obtiene el monto óptimo $A^* = a^*Y$, que es de la forma:

$$A^* = \begin{cases} 0 \; si \; \psi < 0 \\ \rho \; si \; 0 \leq \psi \leq 1 \\ 1 \; si \; \psi > 1 \end{cases} \qquad con \; \rho = vY^{\alpha}\left(\sqrt{\frac{c+t}{c+q}} - 1\right)$$