

REPRESENTACIÓN TETRAVALENTE DE LA TABLA DE VERDAD DE LA EQUIVALENCIA EN LA SILOGÍSTICA ASERTÓRICA

Niels Öfffenbergerⁱ y Jorge Roettiⁱⁱ

§ 1. *Introducción.*

Para comenzar recordemos la caracterización aristotélica de los valores de verdad derivados del valor de verdad fundamental distinguido “simplemente verdadero” ‘V’¹ o *haplôs alethês*. Éstos son: “*holé alethês*” y “*epi ti alethês*”, que se especifican así:

1) “*holé² alethês*” o “universalmente verdadero”, que aquí simbolizamos ‘Vu’ o preferentemente ‘1’, es la predicación semántica que afirma *universaliter* la verdad de un juicio en una cualidad judicativa dada. Por ello los portadores originarios del valor de verdad ‘1’ serán sólo los juicios universales afirmativos – “*panti hyparjein*” - o universales negativos – “*medeni hyparjein*” - e. d. las formas enunciativas SaP y SeP. Naturalmente los juicios particulares habituales SiP und SoP, cuando resulten por subalternación de universales verdaderos (*pars ex toto*), también serán portadores de ese valor de verdad. Algunos ejemplos en lengua coloquial de enunciados ‘1’ para los enunciados universales son:

“Todos los seres humanos son animales” para SaP, y
“Ningún león es un tigre” para SeP;

y para los enunciados particulares habituales:

“Hay seres humanos que son animales” para SiP, y
“Hay leones que no son tigres” para SoP.

2) El valor de verdad “*epi ti alethês*”, que simbolizamos ‘Vp’ y preferentemente ‘2/3’, *limita* la predicación de la verdad a la particularidad – “*tini hypárjein*” o bien “*me tivi hyparjein*” - que conviene o no conviene a algunos. Los enunciados SiP y SoP serán portadores de ese valor de verdad sólo en casos especiales, a saber, cuando sus términos categoremáticos tornen falsa la especie de juicio universal en su cualidad judicativa. Por ejemplo:

“Algunos griegos son europeos” para SiP

es un enunciado que no es portador de ese valor de verdad, sino del valor de verdad ‘1’, porque los términos categoremáticos utilizados, a saber “griego” y “europeo”, verifican la forma de enunciado universal SaP. En cambio el enunciado

“Algunos seres humanos son honrados” para SiP

¹ Sobre los conceptos de valores de verdad fundamentales y derivados, distinguidos y no distinguidos cfr. p. ej. SINOWJEW, A. y WESSELL, H: *Logische Sprachregeln. Eine Einführung in die Logik*, München-Salzburg, Wilhelm Fink Verlag, 1975, pp. 143-147, y la breve bibliografía citada al final de éste trabajo.

² Una explicación de por qué traducimos “*holé*” mediante ‘universal’ (en lugar de ‘total’) y “*epi ti*” mediante ‘particular’ (en lugar de ‘parcial’) se puede encontrar en ÖFFENBERGER, Niels: *Zur Vorgeschichte der mehrwertigen Logik in der Antike*, Hildesheim-Zürich-New York, Georg Olms Verlag, 1990, pp. 49-50. Hay traducción española de 1997: ver bibliografía.

será portador del valor de verdad '2/3' y no '1', porque los términos categoremáticos "ser humano" y "honrado" transformarían al correspondiente enunciado universal SaP en un enunciado falso pero tornarían verdadero al enunciado particular estricto SuP:

"Sólo algunos seres humanos son honrados".

En consecuencia los genuinos y originales portadores del valor de verdad '2/3' son las especies de juicios particulares estrictos SuP y Su'P con la estructura formal de juicio "*tini monon hyparjein*" – "*tini monon me hyparjein*" - (sólo a algunos conviene, sólo a algunos no conviene).³ P. ej.:

"Sólo algunos seres humanos se dedican a la geometría" para SuP y
"Sólo algunos seres humanos no son honrados" para Su'P.

Aristoteles diferenció consecuentemente el valor de verdad simple para la falsedad "*haplôs pseudês*", e. d. el valor de verdad fundamental no distinguido, en los valores "*holê pseudês*" y "*epi ti pseudês*".

3) "*epi ti pseudês*", que simbolizamos 'Fp' o preferentemente '1/3', es un valor de verdad que conviene a los juicios cuya falsedad surge de una *fallacia pars pro toto* ("*tini hypárjontos katholou labeín hyparjein*", cf. 57 a 34). Portadores de este valor de verdad son los juicios universales falsos cuyos juicios subalternos son verdaderos, por ejemplo:

"Todos los seres humanos se dedican a la geometría" para SaP y
"Ningún ser humano es honesto" para SeP.

También son portadores de este valor de verdad los juicios particulares estrictos que son falsos en razón de una *fallacia totum pro parte*, e. d. en razón de la limitación inadmisibles de la verdad de un enunciado universal; como es el caso en los siguientes ejemplos:

"Sólo algunos seres humanos son animales", para 'SuP' y
"Sólo algunos claveles no son tulipanes", para 'Su'P'.

4) "*holê pseudês*", que simbolizamos 'Fu' o preferentemente '0', es una predicación semántica que corresponde cuando en el lugar del sujeto y el predicado aparecen términos categoremáticos que excluyen la constitución de toda predicación verdadera en la cualidad judicativa dada. Portadores de este valor de verdad puede ser cualquiera de las seis especies de juicios categóricos asertóricos - SaP, SeP, SiP, SoP, SuP o Su'P -. Este valor de verdad, que Aristóteles introduce mediante la definición: "*lego d'olen pseudé ten enantían, hoion ei medeni panti eileptai he ei panti*" (54 a 4-6).

Con ello se describe un caso especial de la relación de contrariedad. En otras palabras, los enunciados contrarios SaP y SeP pueden ser ambos falsos cuando sus enunciados subalternos SoP y SiP son ambos verdaderos: en este caso los enunciados universales son portadores del valor de verdad *epi ti pseudês* ('1/3'). Si en cambio uno de ellos, SaP o SeP, es portador del valor de verdad *holê pseudês* ('0'), entonces es verdadero su enunciado contrario SeP o SaP, que obviamente es universal y portador del valor de verdad '1'. Y si un enunciado universal

³ cfr. MENNE, Albert: *Logik und Existenz. Eine logistische Analyse der kategorischen Syllogismusfunktoren und das Problem der Nullklasse*, Meisenheim, 1954, p. 73-77.

es verdadero, entonces está excluida una predicación verdadera en la cualidad de juicio opuesta: es decir, usando una semántica con funciones de evaluación ‘v’, ‘v’’, etc.:

si $v(\text{SaP}) = 1$, entonces $v(\text{SeP}) = v(\text{SoP}) = v(\text{SuP}) = 0$ y

Correspondientemente si un enunciado SeP es verdadero, entonces son falsos todos los enunciados en una forma de juicio afirmativa:

si $v(\text{SeP}) = 1$, entonces $v(\text{SaP}) = v(\text{SiP}) = v(\text{SuP}) = 0$,

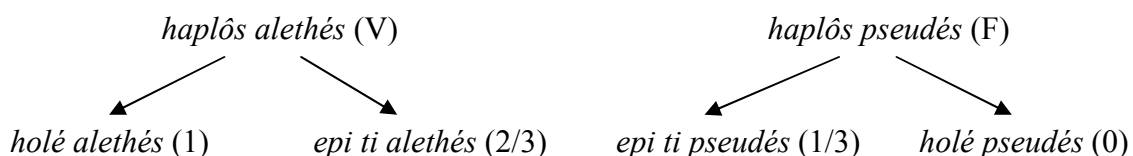
Es decir los enunciados en la cualidad judicativa opuesta son todos falsos y viceversa. Téngase en cuenta que cuando los enunciados de una cualidad de juicio no pueden ser verdaderos, entonces todos ellos son portadores del valor de verdad ‘0’. Por ello las seis formas de juicio pueden ser portadoras de ese valor de verdad.

Generalizando las consideraciones anteriores se puede comprobar que los juicios que son portadores del valor de verdad ‘1/3’ presuponen con sus términos categoremáticos una predicación verdadera en la cualidad judicativa dada; los juicios falsos ‘1/3’, que son falsos por la *fallacia pars pro toto*, son falsos en razón de una generalización no permitida, es decir sus juicios subalternos son verdaderos; y los juicios que son falsos en razón de una limitación no permitida de la predicación universal verdadera, e. d. a causa de una *fallacia totum pro parte*, suponen evidentemente que existen relaciones de predicación verdaderas en la cualidad de juicio dada, incluso universales. En el caso de la *fallacia totum pro parte* son juicios universales los juicios cuyo valor de verdad fue falsamente limitado.

Los valores de verdad ‘0’ y ‘1/3’ se distinguen precisamente en que los juicios que son portadores del valor de verdad ‘0’ se componen de términos categoremáticos que excluyen toda construcción verdadera en la cualidad de juicio dada, en tanto que los juicios que son portadores del valor de verdad ‘1/3’ presuponen la posibilidad de la construcción de una predicación verdadera en la cualidad de juicio dada.

§ 2. *La equivalencia en la silogística asertórica.*

Ya hemos visto como Aristoteles dicotomiza la verdad simple V, es decir el valor de verdad fundamental distinguido, en los valores de verdad derivados “*holé alethés*” (‘1’) y “*epi ti alethés*” (‘2/3’), y la falsedad simple F, es decir el valor de verdad fundamental no distinguido, mediante los valores de verdad “*epi ti pseudés*” (‘1/3’) y *holé pseudés* (‘0’). Podemos representar estas dicotomías mediante los siguientes esquemas:



Basándonos en las ponderaciones de valores de verdad dadas más arriba para la equivalencia podemos comprobar que la tabla de valores de verdad de la equivalencia en la silogística asertórica (\leftrightarrow_s) se puede representar mediante cualquiera de las siguientes figuras:

\leftrightarrow_s	Vu	Vp	Fp	Fu		\leftrightarrow_s	1	2/3	1/3	0
Vu	Vu	Fp	Fp	Fu		1	1	1/3	1/3	0
Vp	Fp	Vu	Fp	Fp	o bien	2/3	1/3	1	1/3	1/3
Fp	Fp	Fp	Vu	Fp		1/3	1/3	1/3	1	1/3
Fu	Fu	Fp	Fp	Vu		0	0	1/3	1/3	1

Hemos resaltado los casos de fórmulas de equivalencia que toman un valor de valor de verdad distinguido. A continuación damos las justificaciones de las asignaciones de resultados para estas tablas de verdad.

Diagonal principal: Como corresponde a los enunciados que son portadores del mismo valor de verdad éstos se encuentran en una relación de equivalencia verdadera universal ‘1’. Es decir, si usamos funciones de evaluación ‘ ν ’ (y ‘ ρ ’, ‘ σ ’, etc. son variables para las relaciones categóricas para ‘a’, ‘e’, ‘i’, ‘o’, ‘u’ o ‘u’), y ‘syss’ es la abreviatura de ‘si y sólo si’), tenemos

$$\nu(\text{SpP}) = \nu(\text{Q}\sigma\text{R}) \text{ syss } \nu(\text{SpP} \Leftrightarrow \text{Q}\sigma\text{R}) = 1,$$

para los cuales tenemos cuatro casos, que corresponden a fila 1 y columna 1, fila 2 y columna 2, fila 3 y columna 3 y fila 4 y columna 4.

Las relaciones de equivalencia de los enunciados cuyo valor de verdad no es idéntico, requieren comprensiblemente una consideración especial.

Consideramos ahora los restantes casos de la fila 1:

Segunda columna: Cuando un enunciado de la relación de equivalencia es portador del valor de verdad ‘1’ y el otro del valor ‘2/3’, entonces la relación de equivalencia en cuestión será ‘1/3’ conforme a la situación de *fallacia totum pro parte* en que nos encontramos. En efecto, cuando tenemos un enunciado que es portador del valor de verdad ‘1’, entonces se da *universaliter* la predicación universal en la cualidad de juicio dada (los enunciados que tienen las formas SaP o SeP, son verdaderos). Por su parte los enunciados que son portadores del valor de verdad ‘2/3’, en base a la definición de ese valor de verdad, limitan la predicación conforme a verdad a la particularidad estricta, es decir es verdadero que “Sólo algunos S son P” o bien “Sólo algunos S no son P”. La relación de equivalencia entre la predicación SaP (todos son) cuando es ‘1’ y la predicación SuP (sólo algunos son) cuando es ‘2/3’, o la relación entre la predicación SeP (ninguno es) cuando es ‘1’ y la predicación Su’P (sólo algunos no son) cuando es ‘2/3’, no puede ser falsa universal ‘0’, pues esta sería, conforme a la definición del valor de verdad para ‘0’, una relación de *contrariedad- panti hypárjein – medeni hypárjein* (cfr. *An. pr.* II, 2, 54a 4-6).

A primera vista se podría considerar que el enunciado que es portador del valor de verdad ‘1’, implicaría *via subalternationis* (conforme a la operación *pars ex toto*), también la verdad del enunciado que es portador del valor de verdad ‘2/3’. Sin embargo ello es incorrecto, pues la relación entre los valores de verdad ‘1’ y ‘2/3’ no gobierna la relación de subalternación (todos-algunos, ninguno-algunos no) conforme a la operación *pars ex toto*, ya que los juicios subalternos de los juicios universales verdaderos son portadores del valor de verdad ‘1’. La

relación entre juicios que son portadores de los valores de verdad '1' y '2/3' es antes bien una relación de subalternación *mediata* que se efectiviza mediante las formas de juicio SaP-SuP, SeP-SuP; la predicación universal verdadera '1' en una relación de equivalencia con una predicación particular estricta, produce mediante una *limitación no permitida* de la predicación universal verdadera (cuando se afirma '1 ↔ 2/3') una falacia *totum pro parte*. La relación de equivalencia entre los valores de verdad '1' und '2/3' ni tiene en consecuencia ni el valor '1', ni el valor '2/3', ni el valor '0', sino el único valor restante '1/3', puesto que ella no es ni idéntica con la relación de contrariedad, ni con la de subalternación, sino que corresponde a la subalternación mediata, que presupone una predicación universal verdadera en la cualidad de juicio dado que la limita en forma no permitida. Por ello la equivalencia entre juicios que son portadores de los valores de verdad '1' y '2/3' es '1/3', lo que resulta de la falacia *totum pro parte*.

Tercera columna: Los enunciados que son portadores de los valores de verdad '1' y '1/3' tienen la siguiente estructura formal de acuerdo a la teoría de la predicación: o bien $v(\text{SaP}) = 1$ (todos son) y $v(\text{SuP}) = 1/3$ (es falso que todos sean, pero es verdadero que algunos son), o bien $v(\text{SeP}) = 1$ (ninguno es) y $v(\text{SuP}) = 1/3$ (es falso que nadie sea, pero es verdadero que algunos no son). Supuestos estos enunciados en una relación de equivalencia con los valores de verdad '1' y '1/3', producen obviamente una relación de equivalencia falsa, pero ésta no será de ninguna manera falsa universal '0', sino falsa particular '1/3': sólo podría ser falsa universal si fuese una relación contraria desde el punto de vista de la teoría de la predicación. Por el contrario la relación entre 'todos' y 'No todos pero algunos', o bien 'Ninguno' y 'No ninguno pero algunos no', es una relación de oposición contradictoria y no contraria. Por ello la relación de equivalencia entre los valores de verdad '1' und '1/3' no es una relación con valor '0', sino '1/3'.

Cuarta columna: La relación de equivalencia entre enunciados que son portadores de los valores de verdad '1' y '0', toma evidentemente el valor '0'. Recuérdese para ello la definición de "holé pseudés" : "panti hypárjein" (= 1) es negado "medeni hyparjein" (= 0) y "médeni hypárjein" (= 1) es negado "panti hypárjein" (= 0). Tenemos pues en este caso una relación de contrariedad que corresponde a la definición aristotélica del valor de verdad '0'.

Respecto de la segunda fila: si tenemos '2/3 ↔ 1', una relación de equivalencia entre una predicación veraz limitada a lo particular (= 2/3) y una predicación verdadera universal (= 1) se desarrolla en el sentido de una generalización inadmisible de la *fallacia pars pro toto* y por ello la relación de equivalencia será '1/3', como en la segunda columna de la primera fila.

Por su parte los enunciados cuyos dos portadores tienen el valor de verdad '2/3' realizan la relación de equivalencia de modo perfecto, por lo que, como ya adelantáramos, su valor será entonces 1.

Cuando un enunciado es portador del valor de verdad '2/3' y el otro del valor de verdad '1/3' y estos enunciados están en una relación de equivalencia, entonces surge una relación de oposición contradictoria entre enunciados verdaderos estrictamente particulares (SuP ó Su'P) y universales falsos (SaP ó SeP). El enunciado verdadero estrictamente particular portador del valor de verdad '2/3' con la estructura formal predicativa 'Sólo algunos son' o bien 'Sólo algunos no son' que esté en la relación de equivalencia con un enunciado '0', que excluye completamente la predicación verdadera en la cualidad judicativa dada (considerando la definición del valor de verdad '0'), produce una relación contradictoria que nos obliga a otorgar a la relación de equivalencia el valor de verdad '1/3'.

Respecto de la tercera fila: si tenemos ' $1/3 \leftrightarrow 1$ ', la cuestión se reduce a ' $1 \leftrightarrow 1/3$ ' de la fila 1, columna 3, es decir ' $1/3$ '; si tenemos ' $1/3 \leftrightarrow 2/3$ ', el caso se reduce a ' $2/3 \leftrightarrow 1/3$ ' (fila 2, columna 3), es decir ' $1/3$ '; si tenemos ' $1/3 \leftrightarrow 1/3$ ' la relación de equivalencia será ' 1 ', puesto que los portadores tienen el mismo valor de verdad. Finalmente si nuestro caso es ' $1/3 \leftrightarrow 0$ ', entonces la relación de equivalencia es contradictoria y por lo tanto una relación es ' $1/3$ ', puesto que este valor de verdad admite la predicación particular verdadera, en cambio el valor de verdad ' 0 ' excluye la predicación verdadera en la cualidad de juicio dada.

Respecto a la cuarta fila: Los juicios que son portadores de los valores de verdad ' 0 ' y ' 1 ' están evidentemente en la relación de una equivalencia ' 0 ', ya que estos enunciados están en una relación de contrariedad; ' $0 \leftrightarrow 2/3$ ' es conversa de ' $2/3 \leftrightarrow 0$ ' (fila 2, columna 4), por lo que esa relación de equivalencia valdrá ' $1/3$ '; ' $0 \leftrightarrow 1/3$ ' es conversa de ' $1/3 \leftrightarrow 0$ ' (fila 3, columna 4) y vale por lo tanto ' $1/3$ '; finalmente ' $0 \leftrightarrow 0$ ' están en una relación de equivalencia verdadera universal ' 1 ', puesto que son portadores del mismo valor de verdad.

Resumiendo podemos observar respecto de la equivalencia en la silogística asertórica que:

- a) El principio fundamental de la equivalencia que rige la equivalencia bivalente es heredado por la equivalencia tetravalente ' \leftrightarrow_S ', como lo testimonian los cuatro vértices de esa tabla; además los enunciados que son portadores del mismo valor de verdad se encuentran, como sería de esperar en una relación de equivalencia veritativa ' 1 ', lo que también es compatible con una extensión conservativa de la equivalencia bivalente.
- b) Los enunciados que por sus valores de verdad están en una relación de contrariedad, producen una relación de equivalencia falsa universal ' 0 ', como corresponde a la definición aristotélica de ese valor de verdad, en los casos de las equivalencia con pares de valores ' $1 \leftrightarrow_S 0$ ' o ' $0 \leftrightarrow_S 1$ '.
- c) Los enunciados que son portadores de diferentes valores de verdad en el ámbito del mismo valor de verdad fundamental *distinguido* – "*haplôs alethês*" –, están gobernados por las falacias *pars pro toto*, es decir ' $2/3 \leftrightarrow_S 1$ ' o bien *totum pro parte* ' $1 \leftrightarrow_S 2/3$ '. Puede parecer contraintuitivo que enunciados que son portadores del mismo valor de verdad fundamental – aunque en forma diferenciada –, reciban en la relación de equivalencia un valor de verdad del valor fundamental opuesto, ya que toman el valor de verdad ' $1/3$ '.
- d) Los enunciados con valores de verdad diferentes en el ámbito del valor de verdad fundamental *no distinguido* – "*haplôs pseudês*" – ' $0 \leftrightarrow_S 1/3$ ' o ' $1/3 \leftrightarrow_S 0$ ' están en una relación de equivalencia ' $1/3$ ', ya que ellos producen una relación de oposición contradictoria. Esta relación también parece contraintuitiva, puesto que las tablas habituales de equivalencia nos llevan a conjeturar que dos valores del mismo valor de verdad fundamental deberían producir una relación de equivalencia verdadera.
- e) La relación entre enunciados que son portadores de un valor de verdad particular (' $2/3$ ' o ' $1/3$ ') con enunciados portadores de un valor de verdad universal opuesto (' 0 ' o ' 1 '), es decir enunciados en relación de equivalencia con los valores ' $2/3 \leftrightarrow_S 0$ ' o bien ' $1/3 \leftrightarrow_S 1$ ', se hallan en una relación de oposición contradictoria y por ello su equivalencia es ' $1/3$ '.

f) Los juicios portadores de los valores de verdad ‘1/3’, ‘0’, es decir portadores de valores de verdad derivados no distinguidos, producen en la relación de equivalencia el valor de verdad ‘1/3’; los juicios portadores de los valores de verdad ‘2/3’ y ‘1’, e. d. que son portadores de valores de verdad derivados distinguidos, también producen en una relación de equivalencia ese mismo valor ‘1/3’, es decir un valor de verdad no distinguido, lo que también parece contraintuitivo de acuerdo con las tablas usuales de equivalencia. Cuando las equivalencias son de los tipos $v(1/3 \leftrightarrow_S 0) = 1/3$ o $v(0 \leftrightarrow_S 1/3) = 1/3$, es contraintuitivo, porque estos valores derivados del mismo valor de verdad fundamental en una equivalencia dan habitualmente por resultado un valor de verdad distinguido. Cuando son del tipo $v(1 \leftrightarrow_S 2/3) = 1/3$ o $v(2/3 \leftrightarrow_S 1) = 1/3$, como valores de verdad distinguidos producen en la relación de equivalencia un valor de verdad no distinguido, esto es nuevamente contraintuitivo, pues las equivalencias entre valores de verdad distinguidos deberían dar por resultado un valor de verdad distinguido, aunque más no sea “el más débil” (es decir, se espera $v(1 \leftrightarrow_S 2/3) = v(2/3 \leftrightarrow_S 1) = 2/3$). En ciertos cálculos muy usados de la lógica polivalente de enunciados los resultados serían los “intuitivamente esperados”, aunque no en todos, como es bien sabido.

§ 3 *La equivalencia en algunos cálculos proposicionales tetravalentes.*

En las lógicas de enunciados polivalentes tenemos, desde un punto de vista meramente sintáctico o combinatorio, infinitas posibilidades de caracterizar funciones que merezcan la denominación de ‘equivalencia’, pero en lo que sigue nos limitaremos solamente a las lógicas tetravalentes. En ellas tenemos también un número considerable de posibilidades para una función veritativa que merezca el nombre de equivalencia. Como es bien conocido la función modifica la distribución de sus valores según cuál sea el sistema lógico que consideremos.

En lo que sigue comenzaremos considerando tres tablas de verdad tetravalentes para la equivalencia de algunos de los cálculos tetravalentes más habituales y más “razonables”. Así

(1) ‘ $\leftrightarrow_{\mathfrak{L}_4}$ ’ será la equivalencia en el cálculo \mathfrak{L}_4 de la sucesión fundamental de cálculos polivalentes de Łukasiewicz $\mathfrak{L}_2, \mathfrak{L}_3, \dots, \mathfrak{L}_n, \dots, \mathfrak{L}_\omega$.

(2) ‘ \leftrightarrow_{H_4} ’ será la *aproximación tetravalente* en el sistema H_4 para la equivalencia en la sucesión de semánticas para la lógica intuicionista de Heyting (se trata de la sucesión infinita de cálculos $H_2, H_3, \dots, H_4, \dots, H_n, \dots, H_\omega$, donde H_ω es el sistema infinitovalente adecuado para la lógica intuicionista o “constructiva” habitual: recordemos aquí que esa sucesión infinita de funciones de verdad fue descubierta y calculada por el lógico polaco Stanislaw Jaśkowski en 1936), y

(3) ‘ \leftrightarrow_{K_4} ’ será la equivalencia en el cálculo tetravalente de Kleene K_4 .

Usaremos también los mismos valores de verdad que adoptáramos en el caso de la silogística pero, contra el uso más habitual, aunque de conformidad con lo que ya hiciéramos para $A \leftrightarrow_S B$, admitiremos también *dos valores distinguidos* d para \mathfrak{L}_4, H_4 y K_4 , a saber ‘1’ y ‘2/3’, con lo que los no distinguidos serán ‘1/3’ y ‘0’. Como en el caso de la tabla para la silogística también hemos resaltado aquí los resultados que toman un valor “distinguido” d (o “verdadero” en algunos de los sentidos que puede tomar esta palabra fundamental). Bajo estas condiciones obtenemos las siguientes tablas para las equivalencias correspondientes a esos tres cálculos lógicos:

$A \leftrightarrow_{L4} B$	1	2/3	1/3	0
1	1	2/3	1/3	0
2/3	2/3	1	2/3	1/3
1/3	1/3	2/3	1	2/3
0	0	1/3	2/3	1

$A \leftrightarrow_{H4} B$	1	2/3	1/3	0
1	1	2/3	1/3	0
2/3	2/3	1	1/3	0
1/3	1/3	1/3	1	0
0	0	0	0	1

$A \leftrightarrow_{K4} B$	1	2/3	1/3	0
1	1	2/3	1/3	0
2/3	2/3	2/3	1/3	1/3
1/3	1/3	1/3	2/3	2/3
0	0	1/3	2/3	1

Así observamos que las relaciones más interesantes entre las tablas de verdad de la equivalencia para los cuatro cálculos mencionados con los valores distinguidos adoptados se expresan en el metalenguaje semántico de la siguiente manera:

$$v(A \leftrightarrow_S B) = d \Rightarrow v(A \leftrightarrow_{H4} B) = d \Rightarrow v(A \leftrightarrow_{L4} B) = d \Rightarrow v(A \leftrightarrow_{K4} B) = d,$$

donde ‘ d ’ indica que el valor de la función es “distinguido” (‘1’ o ‘2/3’). Si consideramos además los valores derivados nos encontramos con relaciones más complejas, pero de todos modos valen las siguientes relaciones semánticas:

$$v(A \leftrightarrow_S B) = a \Rightarrow v(A \leftrightarrow_{L4} B) \geq a,$$

$$v(A \leftrightarrow_S B) = a \Rightarrow v(A \leftrightarrow_{K4} B) \geq a,$$

donde ‘ a ’ es uno de los valores ‘0’, ‘1/3’, ‘2/3’ o ‘1’. La implicación definida en este sentido obviamente no vale entre $v(A \leftrightarrow_S B)$ y $v(A \leftrightarrow_{H4} B)$. Sin embargo las tablas de verdad entre estas dos funciones son las más próximas *en un aspecto esencial*, como se advierte cuando tomamos la interpretación habitual para las tablas para la aproximación tetravalente H_4 a la lógica intuicionista de Heyting que sólo considera a 1 como valor distinguido. En tal caso, si los valores distinguidos en el sistema silogístico S siguen siendo ‘1’ y ‘2/3’ y el único valor distinguido para H_4 es ‘1’, verificamos la equivalencia semántica:

$$v(A \leftrightarrow_S B) = d \Leftrightarrow v(A \leftrightarrow_{H4} B) = d.$$

Considerando que los valores de los cálculos S y de H_4 son subconjuntos de los valores de los cálculos H_{4n} (con $1 \leq n \leq \omega$), resultan válidas las implicaciones semánticas entre la tabla

para ' \leftrightarrow_S ' y todas las tablas $4n$ -valentes de la equivalencia para las aproximaciones ' \leftrightarrow_{H_4} ' de Jaśkowski a la lógica intuicionista de Heyting e incluso la tabla infinitovalente del sistema ' $\leftrightarrow_{H_\omega}$ ', que define la equivalencia intuicionista. Es decir que valen:

$$\begin{aligned} \nu(A \leftrightarrow_S B) = d &\Rightarrow \nu(A \leftrightarrow_{H_{4n}} B) = d \text{ (con } 1 \leq n \text{ y } n \in \mathbb{N}), \\ \nu(A \leftrightarrow_S B) = d &\Rightarrow \nu(A \leftrightarrow_{H_\omega} B) = d. \end{aligned}$$

§4. *Conclusión.*

De las consideraciones anteriores rescatamos algunas de las diferencias fundamentales entre los cálculos tetravalentes de la lógica de enunciados que consideramos y el de la silogística asertórica, a saber que en los primeros la función equivalencia entre pares de valores distinguidos (como $\langle 1, 1 \rangle$, $\langle 1, 2/3 \rangle$, $\langle 2/3, 1 \rangle$ y $\langle 2/3, 2/3 \rangle$) tiene como resultado un valor distinguido, que es el más débil en el caso de K_4 : $\nu(2/3 \leftrightarrow_{K_4} 1) = \nu(1 \leftrightarrow_{K_4} 2/3) = \nu(2/3 \leftrightarrow_{K_4} 2/3) = 2/3$. En cambio en la silogística asertórica tenemos que la relación de equivalencia entre pares de valores distinguidos puede tener por resultado un valor no distinguido, como ocurre con los pares $\langle 2/3, 1 \rangle$ y $\langle 1, 2/3 \rangle$, ya que éstos están gobernados por las falacias *pars pro toto* und *totum pro parte*, e. d. por sofismas que implican una falsedad, en este caso una falsedad particular $1/3$.

Frente a esos molestos resultados contraintuitivos debemos recordar que la causa de las diferentes tablas de verdad de la equivalencia en la silogística asertórica y en la lógica de enunciados surge de que la teoría de la predicación de las formas del juicio asertórico no tiene la misma estructura que la lógica de enunciados, puesto que la silogística asertórica toma en consideración también las estructuras internas de los enunciados. Téngase además presente que la tabla de verdad para la función ' \leftrightarrow_S ' se aplica *sensu stricto* a aquellos casos en los que los predicadores 'S' y 'P' son los mismos pero difieren las relaciones asertóricas ' ρ ' y ' σ '. Sólo *lato sensu* se la puede extender a enunciados categóricos con sujetos y predicados diferentes. En un trabajo posterior abordaremos otro problema conexo con el anterior, como es el que tiene que ver con la relación de contravalencia.

Bibliografía.

ARISTÓTELES (hemos transliterado al alfabeto latino las citas de Aristóteles, se utilizan las abreviaturas tradicionales de sus obras y se sigue la paginación de Bekker).

DUNN, Michael y EPSTEIN, George: *Modern Uses of Multiple-Valued Logic*, Dordrecht-Boston, D. Reidel Publ. Co., 1977.

EPSTEIN, Richard L.: *The Semantic Foundations of Logic. Volume I: Propositional Logics*, Dordrecht-Boston.London, Kluwer Academic Publishers.

MENNE, Albert: *Logik und Existenz. Eine logistische Analyse der kategorischen Syllogismusfunktoren und das Problem der Nullklasse*, Meisenheim, 1954.

ÖFFENBERGER, Niels : *Zur Vorgeschichte der mehrwertigen Logik in der Antike*, Hildesheim-Zürich-New York, Georg Olms Verlag, 1990. Traducción española: *La prehistoria de la lógica polivalente en la antigüedad*, Córdoba. Editorial Alejandro Korn, 1997.

ÖFFENBERGER, Niels y ROETTI, Jorge Alfredo: "Teoría de la oposición según la tetravalencia", *Philosophica* 17 (1994), 183-197 (Instituto de Filosofía, Universidad Católica de Valparaíso (Chile)).

SINOWJEW, Alexander Alexandrowitsch: *Über mehrwertige Logik, Ein Abriß*, Berlin-Braunschweig-Basel, Deutscher Verlag der Wissenschaften-Fr. Vieweg-C. F. Winter'sche Verlagshandlung, 1968.

SINOWJEW, A. y WESSELL, H: *Logische Sprachregeln. Eine Einführung in die Logik*, München-Salzburg, Wilhelm Fink Verlag, 1975.

Resumen

El trabajo analiza las tablas de verdad de la equivalencia en cálculos de enunciados tetravalentes y en la silogística asertórica. Se presentan sus tablas de verdad y la de la silogística asertórica tetravalente de Aristóteles y aspectos aparentemente “contraintuitivos” entre éstas. Para este análisis se toman en cuenta las diferencias entre los valores de verdad fundamentales y derivados, distinguidos y no distinguidos. Para la falsedad simple (siguiendo a Öfffenberger) se adopta la tripartición que resulta del análisis de las falacias *pars pro toto* y *totum pro parte*.

Abstract

We analyse the truth tables of the equivalence in some many-valued calculi of propositional logic and the assertoric syllogistic, represent some four valued truth-tables and the four truth valued one in Aristotle's assertoric syllogistic and show and stress some aspects of their relations, that could be “counter-intuitive”. For this issue we consider the differences between fundamental and derived, distinguished and not distinguished truth values. For the simple falsity (according to Öfffenberger) we adopt a threefold distinction of it, that issues from the analysis of the *pars pro toto* and the *totum pro parte* fallacies.

ⁱ philbib@uni-muenster.de . El Prof. Niels Öfffenberger es doctor en filosofía, docente de las universidades Westfälisches Wilhelms-Universität de Münster y Karlsruhe Universität, en Alemania, y de la Universidad de Pécs en Hungría. Ha escrito varios libros (uno de ellos ha sido traducido al español) sobre temas de su especialidad: la lógica aristotélica, de la que ha establecido y desarrollado especialmente sus formas polivalentes asertóricas. Es también autor de numerosos artículos. Ha desarrollado una importante actividad editorial, especialmente la edición de la serie *Zur modernen Deutung der Aristotelischen Logik* en la editorial Georg Olms. Fue promotor y fundador de las sociedades filosóficas argentino-germana, chileno-germana y húngaro-germana.

ⁱⁱ jaroetti@infovia.com.ar . El Prof. Jorge Alfredo Roetti es doctor en filosofía, investigador principal del CONICET y profesor titular de lógica de la Universidad Nacional del Sur, Bahía Blanca, Argentina. Ha escritos tres libros sobre temas de lógica y teoría de la ciencia, además de numerosos artículos sobre temas de su especialidad: fundamentos de lógica. Ha editado la revista *Cuadernos del Sur – Filosofía* hasta el año 2002. Desde 1999 es director de la Sección de Lógica y Filosofía de la Ciencia del Centro de Estudios Filosóficos Eugenio Puciarelli de la Academia Nacional de Ciencias de Buenos Aires.