

TD
HFL
168

TESIS DOCTORAL

LA SILOGISTICA ARISTOTELICA COMO CALCULO DE
RELACIONES Y EL PROBLEMA DE DECISION EN LA

SILOGISTICA AMPLIADA

por

JORGE ALFREDO ROETTI

Juan Antti

USAL
UNIVERSIDAD
DEL SALVADOR

PROLOGO

Lógica, silogística y filosofía son términos que se presentan indisolublemente asociados para el hombre que se ha formado en las disciplinas filosóficas. En un tiempo 'silogística' fue casi sinónimo de 'lógica', y lógica una introducción y una parte de la filosofía. Los tiempos transcurrieron y muchas relaciones se modificaron, se atenuaron y aun se esfumaron, no siempre con la mediación de sólidos fundamentos.

Hoy, con justa razón, la silogística es sólo un pequeño capítulo de la lógica, muchas veces tenido por introductorio. Que ello sea efectivamente así es opinión difícilmente fundada, como intentamos mostrar en el desarrollo de esta tesis. En efecto, la exposición completa de la mera silogística elemental supone el establecimiento preliminar de una compleja lógica subyacente, que en muchos puntos supera el ámbito de la lógica elemental. A fortiori, el tratamiento de la silogística ampliada y de sus correspondientes problemas metateóricos supone un ámbito de problemas de fundamentación que no se compece con el supuesto carácter elemental de dicha teoría. Un indicio importante de sus problemas subyacentes lo constituye el interés que ha suscitado en los lógicos durante los últimos tiempos.

Nombres famosos están vinculados a monografías recientes sobre el tema. Sin embargo, algunas interesantes cuestiones permanecían, aunque por fortuna son superables. Esta tesis no presenta resultados totalmente novedosos, pero - así lo esperamos - ayudará a llenar huecos que restaban en el problema de fundamentación y dará pie a nuevas cuestiones que quedarán abiertas. Sus virtudes son debidas - en gran medida - a la fertilidad del método de trabajo empleado, debido al lógico, matemático y filósofo alemán contemporáneo, profesor Paul Lorenzen, aunque reconoce algunos antecedentes más remotos.

Esta tesis no habría sido posible tampoco sin la asistencia constante del Dr. Hernes A. PUYAU, quien en su carácter de director del trabajo asumió, con una devoción que nunca agradeceré bastante, la tarea de soportar la lectura de muchos manuscritos preliminares, discutir la totalidad de los problemas subyacentes, controlar todos los desarrollos formales y admitir pacientemente la consulta sobre incontables problemas lógicos y filosóficos conexos. Agreguemos a ello la hospitalidad y cordialidad con que constantemente promovió mis esfuerzos y disipó mis dudas.

Dos instituciones hicieron posible que esta tesis llegara a su conclusión: el Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas de la República Argentina que, mediante mi ingreso a la carrera del investigador científico, me permitió dedicarme de lleno a la investigación científica en el ámbito de la lógica sin sobresaltos económicos, y la Universidad del Salvador, la que en momentos difíciles de mi carrera académica me dió un lugar en su plantel docente. Muchas son las personas de estas dos instituciones a quienes debo en buena medida la conclusión de este trabajo. A riesgo de cometer olvidos me siento en la obligación de recordar al Dr. Carlos Alberto Sacheri, trágicamente desaparecido, al Rector de la Universidad del Salvador y asesor del Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas Pbro. Dr. Ismael Quiles, a los Señores Decano y Vice decano de la Facultad de Filosofía de esa Universidad, Pbro. Dr. Juan Carlos Scannone y Dr. Roberto Prieto.

Finalmente no debo olvidar al Dr. Armando Asti Vera, lamentablemente fallecido en plena madurez, quien me inició en el camino de la lógica y de la filosofía y me presentó un ejemplo de probidad intelectual y moral.

Los méritos, directos o indirectos, de esta obra quedan suficientemente establecidos. En cuanto a sus defectos, que no dudo se encontrarán, sólo tienen un responsable: el autor.

J.A.R.

La Plata, 20 de enero de 1975.

INDICEINTRODUCCION

	p.
<u>I. LA BASE LOGICA DE LA SILOGISTICA</u>	17
1. <u>Las fórmulas bien formadas de la silogística</u>	17
2. <u>La relación de contradicción</u>	26
3. <u>Normalización de las formas silogísticas simples</u>	35
4. <u>El cálculo para el sistema de expresiones válidas de la silogística</u>	36
<u>Notas al capítulo I</u>	38
<u>II. LAS TESTS DE LA SILOGISTICA ELEMENTAL</u>	41
1. <u>Coniencas de la deducción</u>	41
2. <u>Proyección de las expresiones de segundo orden sobre un modelo de primer orden</u>	42
3. <u>Continuación de la deducción</u>	51
4. <u>Productos de relaciones con igualdad</u>	54
5. <u>Productos de relaciones sin igualdad</u>	63
<u>Notas al capítulo II</u>	68
<u>III. EL PROBLEMA DE DECISION EN LA SILOGISTICA ELEMENTAL</u>	71
1. <u>La coherencia de la silogística</u>	72
2. <u>La decidibilidad en la silogística elemental</u>	75
3. <u>El rechazo axiomático</u>	81
<u>Notas al capítulo III</u>	85
<u>IV. EL PROBLEMA DE DECISION EN LA SILOGISTICA AMPLIADA</u>	87
1. <u>Generalización del axioma de rechazo</u>	87
2. <u>Normalización de las expresiones de la silogística</u>	89
3. <u>El teorema general de decisión</u>	90
4. <u>Las propiedades metateóricas de la silogística</u>	96
<u>Notas al capítulo IV</u>	96

<u>CONCLUSION</u>	97
1.	97
2.	98
3.	101
4.	103
<u>Notas a la Conclusión</u>	105

<u>APENDICE I. POLISILOGISMOS DE TRES Y CUATRO PREMISAS COMO PRODUCTOS DE RELACIONES</u>	106
1. <u>Polisilogismos de cuatro términos (3 premisas)</u>	107
2. <u>Polisilogismos de cinco términos (4 premisas)</u>	111
3. <u>Leyes especiales de rechazo en la polisilogística</u>	116
4. <u>Algunas conjeturas</u>	118
<u>Notas al Apéndice I</u>	119

<u>APENDICE II. LA VERSION ORIGINARIA DEL METODO DE CALCULO DE RELACIONES DE LA SILOGISTICA</u>	120
<u>Notas al Apéndice II</u>	121

<u>BIBLIOGRAFIA CITADA</u>	122
----------------------------	-----



USAL
UNIVERSIDAD
DEL SALVADOR

Mein teurer Freund, ich rat Euch drum
Zuerst Collegium Logicum.

Da wird der Geist Euch wohl dressiert,
In spanische Stiefeln eingeschnürt,
Dass er bedächtiger so fortan
Hinschleiche die Gedankenbahn,
Und nicht etwa, die Kreuz und Quer,
Irrlichtellere hin und her.

Goethe, Faust.



USAL
UNIVERSIDAD
DEL SALVADOR

INTRODUCCION

La lógica contemporánea vive una de sus etapas de madurez, como lo demuestra el ya añoso retorno del interés por los temas de historia de la lógica. Entre ellos uno ha requerido constantemente la atención de los lógicos, por razones que LUKASIEWICZ y PATZIG describen esmeradamente¹; nos referimos a la silogística categórica de Aristóteles.

Ya el siglo diecinueve conoce un retorno del interés por la silogística, principalmente a través de los trabajos de BOOLE y de DE MORGAN.² Precisamente con este último aparece por primera vez la interpretación de los silogismos como productos de relaciones, tratamiento que LORENZEN llevará a su perfección en tiempos recientes. En nuestro siglo se multiplican los esfuerzos por presentar a la silogística ataviada con el ropaje de la moderna lógica simbólica, de forma tal que sería difícil lograr una enumeración completa de los intentos cumplidos. Recordaremos empero - por la trascendencia de sus trabajos -, sólo a algunos autores que contribuyeron en buena medida a recuperar y revalorar el pensamiento lógico aristotélico, como BOCHENSKI, FREYTAG-LOERINGHOFF, HASENJAEGER, MENNE, ROSS y SLOPECKI, además de los ya citados Lukasiewicz y Patzig.³ En nuestro país el Dr. MORENO realizó una cuidadosa exposición del tema mediante una síntesis de los procedimientos de varios de los autores antes mencionados.⁴

Sin embargo, de todas las exposiciones contemporáneas de la silogística fue sin duda la de Lukasiewicz la que ganó el centro de la consideración académica y - como indica Patzig - incitó y puso en tensión la discusión científica acerca de la peculiaridad de la lógica aristotélica.⁵ A más de veinte años de la aparición de la primera parte de esa obra - y a pesar de algunos defectos, en su mayoría de detalles⁶ - continúa siendo texto de estudio y consulta obligado para los estudiosos del tema.

El trabajo que aquí iniciamos se aparta en varios aspectos de la obra de Lukasiewicz. Lo que pretendemos es desarrollar y generalizar el tratamiento de la silogística como producto de relaciones. Nuestro punto de partida será la presentación que del tema realiza Lorenzen, quien al menos en dos oportunidades lo desarrolla explícitamente: la primera vez en forma de artículo breve, titulado "Ueber Syllogismen als Relationenmultiplikationen", publicado en el Archiv für mathematische Logik und Grundlagenforschung del año 1957; un año más tarde, en su libro Formale Logik, dedica el primer capítulo a una exposición algo más extensa del tema.⁷

Nuestro primer objetivo es pues el desarrollo sistemático y pormenorizado de la silogística clásica como productos de relaciones, con exclusión de la silogística ampliada. Esta tarea ya fue realizada por Lorenzen, por lo que se torna imprescindible aquí una justificación de esta empresa. Creemos que nos asisten varias razones. En primer lugar, una de las características más constantes del creador de la "lógica operativa" es la de su extrema concisión y la ausencia de concesiones al lector. De ello se hace eco TARSKI en su comentario a otro libro de Lorenzen.⁸ Podríamos decir que su estilo es sumamente entimemático, lo que tiene la doble consecuencia de la brevedad y de tornarlo accesible sólo para lectores que posean ya ciertos conocimientos lógicos previos. En segundo lugar, la introducción de los cálculos de relaciones abstractas supone una lógica subyacente muy amplia, que supera el ámbito de los cálculos decidibles, pues no sólo supone a la lógica proposicional y a la lógica de predicados de primer orden, sino también a una lógica de al menos segundo orden con introducción de la teoría de la identidad y de las abstracciones. Tal base lógica para la formalización de la silogística es sumamente embarazosa, pues impediría demostrar la decidibilidad de la silogística. En consecuencia, nuestro segundo objetivo consistirá en demostrar que es posible construir un modelo de relaciones abstractas, aislado de la teoría general de relaciones, para el que se demuestre que todas sus propiedades formales sólo dependen de una base lógica formalmente decidible. Previamente se demostrará que la lógica de predicados de segundo orden que parece requerir la silogística aristotélica puede "proyectarse" sobre un cálculo lógico decidible. Es curioso que Lukasiewicz use para la silogística una notación de segundo orden, pero que en las demostraciones utilice una lógica subyacente de primer orden sin dejar constancia de las posibilidades de proyección sobre un cálculo de primer orden. En efecto, si tal proyección no fuera posible, todos sus resultados - y especialmente su teorema de decisión - se

verían afectados por las limitaciones teóricas de los cálculos indecidibles.

Nuestro tercer objetivo reside en la generalización del método de productos de relaciones, para hacer posible el tratamiento de la silogística ampliada. Demostraremos un teorema general de decisión equivalente al de Lukasiewicz de un modo esencialmente menos laborioso, de donde se tornará evidente la simplificación que aporta el método utilizado en el caso de la silogística. Queremos señalar que el propio Lorenzen en ambos trabajos anteriormente citados (ver nota 7) da procedimientos de decisión, pero sólo para la silogística elemental. En sus obras no aparecen posteriormente desarrollos de estas ideas que concluyan con una demostración de un teorema equivalente al de Lukasiewicz para la silogística ampliada. Tampoco en ninguna parte de la literatura lógica que nos fue accesible hemos podido hallar un teorema general de decisión que dé cuenta de la silogística ampliada mediante el método de productos de relaciones. Pareciera que ha pasado desapercibida la potencia demostrativa del método. Por ello este desarrollo constituye una parte medular en este trabajo. Es cierto que son posibles - y se han realizado - otras pruebas de decisión para la silogística ampliada. En especial hay que destacar los intentos realizados mediante la traducción de la silogística a un cálculo de clases. Sin embargo estos intentos deforman en modo sensible el sentido originario de la silogística - por la interpretación de los "términos" como clases + pero además (y esto a mi juicio constituye la dificultad principal de dichos intentos) la lógica subyacente a una teoría de clases suele ser excesivamente amplia y, en consecuencia, permite abrigar la sospecha de que ella misma no escapa a las limitaciones respecto del problema de decisión que conocemos desde el clásico trabajo de Gödel 1931 (ver bibliografía). Por ello, a fin de reducir a su mínima expresión la lógica subyacente, hemos intentado la construcción de un cálculo de relaciones que sea totalmente proyectable sobre una base lógica formalmente decidible, como ya indicamos más arriba. En el primero de los trabajos de Lorenzen citados se insinúa la posibilidad de un modelo de cálculo de relaciones fundado sobre una base lógica más pobre, aunque tales ideas no se desarrollan de modo sistemático.⁹ En su momento desarrollaremos estas ideas en forma que deseamos sea satisfactoria.

Como cuarto objetivo nos hemos propuesto una generalización del "axioma de rechazo" de Lorenzen, más precisamente, el que introduce en la segunda de las obras citadas en esta introducción. De dicho axioma se desprendan consecuencias muy interesantes acerca de las condiciones del discurso de la silogística y resulta, de modo casi sorprendente, una aclaración del que aquí

hemos llamado "problema de Lukasiewicz", en honor al gran lógico polaco. El problema en cuestión es el siguiente: ¿por qué es necesario y suficiente el rechazo axiomático de la forma silogística aa_1-2 para posibilitar el rechazo deductivo de todas las expresiones falsas de la silogística? De ningún modo pensamos haber agotado este tema, pero creemos que los resultados obtenidos constituyen un comienzo para un intento de solución.

En las conclusiones del trabajo se comparan brevemente - en forma paralela a los resultados anteriormente obtenidos - varios modos de entender la lógica. En este punto se pone de manifiesto algo que para nosotros es un hilo conductor de todo el trabajo, a saber, la relación de la lógica y la filosofía. Por diversos motivos, en los que no es el caso explayarse en la ocasión, la lógica y la filosofía se han apartado paulatinamente desde el Renacimiento hasta nuestros días. Como es el caso en muchas enemistades, las culpas del divorcio están en ambas partes de la pareja, en lógicos y en filósofos. El resultado del divorcio - como en todos los divorcios - es desolador: la lógica se transforma o bien en la anilla matemática, o bien se disuelve en un mero convencionalismo agnóstico y relativista, como ha ocurrido especialmente en los últimos tiempos. La refundamentación de la lógica como disciplina apodictica y su reinstalación en el seno de la filosofía, o bien como instrumento fundamental de la ciencia y la filosofía, reclama la renovación del mutuo respeto de lógica y filosofía. Muchos lógicos de nuestro tiempo han reemprendido ese camino, quizá los más grandes, y entre ellos también el propio Lorenzen. Consideramos también, desde nuestra humilde posición, que esa es parte esencial de nuestra tarea.

Hemos agregado además dos apéndices. El primero de ellos da un desarrollo completo de la polisilogística de cuatro y cinco términos (de tres y cuatro premisas) mediante el método de productos de relaciones. Se muestra allí, en forma que creemos convincente, la simplicidad, fecundidad y potencia deductiva de dicho método.

El segundo de los apéndices está dedicado a una comparación entre los dos tratamientos que hace Lorenzen de la silogística en los textos citados. Nuestro desarrollo se apoya preferentemente en la forma que ésta adquiere en Formale Logik, aunque se toman elementos del primer trabajo. Es interesante sin embargo mostrar las diferencias entre ambos trabajos y señalar la evolución del autor. Sin hacer comentarios anticipados podemos decir que quizá la diferencia fundamental entre ambos trabajos resida en el carácter eminentemente algebraico del primero y el más filosófico del segundo, lo que se traduce en numerosas diferencias, que allí explicitaremos.

A lo largo de nuestro trabajo hemos evitado considerar algunas de las extensiones habituales de la silogística, por un lado con el propósito de limitarnos en lo posible al marco de la silogística aristotélica, lo que debe entenderse en el sentido lógico del término y no en el sentido histórico-filológico, y además con la intención de simplificar la demostración general de decisión para la silogística ampliada, que ha constituido nuestro objetivo lógico-formal principal. No dudamos, empero, que la extensión de ese resultado a las ampliaciones evitadas es posible, como lo indican algunos de los trabajos consultados de la bibliografía existente sobre el tema. Así hemos evitado la introducción de silogismos con términos de individuo, que, como indica Lukasiewicz es una ampliación muy antigua, señalada ya por Sexto Empírico como un ejemplo de "silogismo peripatético"¹⁰. También hemos evitado la consideración de la silogística con términos negados¹¹. Un caso particular de esta extensión es la que comprende proposiciones categóricas donde los términos sujeto y predicado son uno la negación del otro.¹² Sin embargo, dado que el propio Lorenzen trata estos dos últimos temas en el primero de los trabajos citados en esta introducción, le dedicaremos un breve comentario en el segundo apéndice, sin entrar en consideraciones extensas.

Los desarrollos reunidos en este trabajo han sido el resultado, en general, de la meditación de los trabajos de Lorenzen que nos han sido accesibles y, en particular, del desarrollo del método de producto de relaciones que él utiliza, uniendo a esto la comparación con otros trabajos modernos dedicados a la silogística aristotélica, especialmente con la obra de Lukasiewicz. A modo de homenaje al creador de la lógica operativa queremos dejar constancia en esta introducción del asombroso respeto tácito por el texto aristotélico que impregna la obra de Lorenzen, no sólo en lo relativo al tema de la silogística, sino en otros temas cruciales de la filosofía de la lógica y la matemática en la actualidad; tal es el caso, por ejemplo, de la cuestión del infinito en matemática, especialmente en lo concerniente al problema del continuo.¹³ En lo que respecta a la silogística creemos que dicho respeto surgirá con claridad en lo que sigue. Incluso el ascetismo notacional de nuestro autor (mucho más notorio en Formale Logik que en "Ueber die Syllogismen..."), y esto debido además a otras varias razones) implica una forma de respeto por el estilo de la silogística aristotélica - que bien fuera caracterizada como "formal", pero "no formalista" -, además de la evidente intención de mantenerse al margen de toda interpretación polémica del

texto aristotélico.

La notación que aquí utilizamos se aparta bastante de la usual en Lorenzen (sobre todo de la de Formale Logik). Hemos abandonado su ascetismo notacional, principalmente con el propósito de hacer una exposición "formalista" dentro del marco de una lógica subyacente decidible. La notación adoptada establece un compromiso entre la notación polaca, que se utiliza en todos los aspectos relativos a la lógica subyacente, y la notación correspondiente a las proposiciones categóricas, para las que hemos conservado la notación más usual en la actualidad. Así, en reemplazo de la notación de Lukasiewicz 'Aab', 'Eab', 'Iab' y 'Oab', adoptamos la notación 'PaQ', 'PeQ', 'PiQ' y 'PoQ'. Esta notación, más clásica, permite introducir con facilidad, como también hacer más intuitivo el sentido de las relaciones proposicionales conversas de 'a' y 'o', que jugarán un papel importante en el cálculo de productos de relaciones.

Para la relación entre las premisas del silogismo y su conclusión emplea Lorenzen el signo de implicación lógica ' \leftarrow ', que es un indicador de la relación de necesidad lógica de una implicación. Nosotros utilizaremos, como hace Lukasiewicz, simplemente el signo de condicional material 'C'. (Patzig, por su parte, emplea su equivalente en la notación de Hilbert.) Esta substitución - que podría llegar a significar una mutilación del sentido de la silogística aristotélica - no acarrea inconvenientes en tanto se tenga presente (1) que el vínculo entre premisas y conclusión es la implicación lógica y (2) que si bien adoptamos (y aceptamos) la escritura objeto-lingüística de las formas silogísticas - es decir, su concepción como "leyes" lógicas y no como "reglas" de inferencia - esto no implica terciar en la cuestión histórico-filológica correspondiente. Puede verse una discusión detallada del tema de la necesidad silogística en el capítulo II de la obra de Patzig citada en la bibliografía.

Para el cálculo de producto de relaciones proposicionales se conserva la notación de Lorenzen. Las ligeras variantes introducidas obedecen a la búsqueda de simplicidad tipográfica. También por razones de simplicidad se ha tratado de evitar el semicomillado correspondiente a la distinción entre el uso y la mención de un signo, toda vez que ella surja clara del contexto, o que sea irrelevante.