Departamento de Economía- Universidad Nacional del Sur.

Trabajo de grado de la Licenciatura en Economía

“Expectativas Racionales en la Teoría Económica: De Muth a la Racionalidad Limitada”

Scorolli, Ramiro y Dr. Tohmé, Fernando.

Marzo 2017

INTRODUCCIÓN: ¿QUÉ SON LAS EXPECTATIVAS? 1

CAPÍTULO 1: EXPECTATIVAS RACIONALES 2

1.1 Expectativas Racionales en el enfoque de Muth 2

1.2 Expectativas racionales en el enfoque de Lucas. 4

1.2.1 La Crítica de Lucas. 5

1.2.2 Formalización. 6

1.3 Expectativas racionales en el enfoque de Sargent. 8

1.4 Situaciones multiagente y puntos fijos. 10

CAPÍTULO 2: EXPECTATIVAS RACIONALES EN JUEGOS. 16

2.1 Nociones preliminares. 16

2.1.1 Juegos en forma extensiva. 16

2.1.2 Juegos en forma estratégica. 17

2.2 Optimización en Juegos. 20

2.3 Expectativas Racionales en Juegos con Información Perfecta. 21

CAPÍTULO 3: CRITICAS A LA TEORÍA DE LAS EXPECTATIVAS RACIONALES. 31

3.1 Crítica a la teoría de la optimización. 31

3.2 Crítica a la idea de racionalidad y al Common Knowledge de racionalidad. 32

3.3 Irrelevancia o Inconsistencia. 36

3.4 Racionalidad Limitada. 38

CONCLUSIONES: 42

REFERENCIAS: 44

Introducción: ¿Qué son las expectativas?

El término “expectativas” es ampliamente utilizado por los economistas en diversas situaciones, pero en esencia ¿a qué se hace referencia cuando empleamos el término expectativas en Economía? “Las expectativas son esencialmente pronósticos sobre los valores futuros de las variables económicas que resultan relevantes para la toma de decisiones” (Carter y Maddock, 1984). Estos pronósticos podrían ser entendidos en principio como distribuciones de probabilidad.

Definición 1: Distribución de probabilidad.

Para cualquier espacio muestral Ω de una variable aleatoria X y función

$\mathbb{P}: \Omega \to \mathbb{R}$ diremos que $\mathbb{P}$ es una distribución de probabilidad si se cumple que:

1. $\mathbb{P}\big(X(a)\big) \geq 0, \forall a \in \Omega$
2. $\sum_{a \epsilon \Omega} \mathbb{P}\big(X(a)\big) = 1$

Para cada periodo el agente realiza un pronóstico sobre el valor futuro de una variable asignándole una probabilidad a cada posible realización “*a*” que pertenece al espacio muestral de la variable en cuestión. Dada esta distribución de probabilidad *P* el agente estima el valor esperado de la variable *X*

Definición 2: Valor esperado.

Sea Ω un espacio muestral, $\mathbb{P}$ una distribución de probabilidad y $X: \Omega \to V$ una variable aleatoria, el valor esperado o esperanza de X se define como:

$$E[X] = \sum_{v \in V} v \mathbb{P}(X = v)$$

Es decir la $E[X]$ es el valor que el agente espera que tome la variable X dada la distribución $\mathbb{P}$. Si bien la expectativa puede ser entendida entonces como una simple distribución de probabilidad, resulta indispensable conocer el mecanismo por el cual el agente asigna dicha probabilidad. Este es el punto central de la Teoría de las Expectativas Racionales.

Capítulo 1: Expectativas Racionales

1.1 Expectativas Racionales en el enfoque de Muth

El origen del concepto de Expectativas Racionales puede rastrearse hasta la década de los 60's cuando John Muth (1961) acuñó este término por primera vez. Él plantea que resulta fundamental entender qué tipo de información incluir y cómo unirla en un modelo que permita realizar pronósticos del futuro; "Este punto es importante desde el enfoque estadístico ya que los parámetros estimados son propensos a estar seriamente sesgados hacia cero si las variables equivocadas son utilizadas en la estimación." (Muth, 1961, p.316) El modelo estaría mal especificado y por lo tanto los pronósticos realizados serían inconsistentes.

Definición 3: Expectativas Racionales (Muth)

"Las expectativas, como son predicciones informadas sobre eventos futuros, son esencialmente iguales a las predicciones de la teoría económica relevante" (Muth, 1961, p.316).

Como ya se ha mencionado una expectativa puede ser entendida como una distribución de probabilidad sobre los resultados del sistema económico. Sin embargo nada asegura que esta distribución subjetiva de probabilidad seleccionada por el agente representen fielmente las verdaderas condiciones del sistema económico. Con respecto a este punto Muth plantea que la cualidad de **"racionalidad"** de las expectativas implica que las mismas, entendidas como distribuciones de probabilidad subjetiva, tienden a igualarse a la "objetiva distribución de probabilidad".

La racionalidad resulta una condición indispensable a la hora de modelar las expectativas desde el punto de vista teórico y en palabras del autor:

> A veces se argumenta que asumir racionalidad en Economía lleva a teorías incosistentes, o inadecuadas para explicar los fenomenos observados, especialmente cambios en el tiempo. Nuestra hipotesis está basada en precisamente en el punto de vista contrario: los modelos dinámicos en economía no asumen suficiente racionalidad. (Muth, 1961, p.316).

Considérese el siguiente ejemplo prensentado en el trabajo de Muth (1961).

Ejemplo 1:

$C_t = -\beta p_t$ (Función de demanda).

$P_t = \gamma p_t^e + u_t$ (Función de oferta).

$P_t = C_t$ (Condición de equilibrio de mercado)

P_t representa el número de unidades producidas

C_t representa la cantidad consumida en el periodo t.

p_t es el precio de mercado para el periodo t.

p_t^e es el precio esperado para el periodo t, estimado en base a la información disponible en el periodo (t-1).

u_t es un término de error, normalmente distribuido y no correlacionado serialmente, y con media 0, es decir ruido blanco.

Todas las variables usadas representan desviaciones de los valores de equilibrio.

Igualando las funciones de demanda y oferta obtenemos:

$$p_t = -\frac{\gamma}{\beta} p_t^e - \frac{1}{\beta} u_t$$

El agente realiza una estimación reemplazando al término de error por su valor esperado $Eu_t = 0$ obteniendo:

$$Ep_t = -\frac{\gamma}{\beta} p_t^e$$

En este punto es donde asumir racionalidad cobra importancia. Si las predicciones realizadas por la teoría económica (objetiva distribución de probabilidad) resultan sustancialmente mejores que las expectativas de las firmas, el economista[1](quien realiza la estimación más precisa) podría obtener beneficios de esa información.

Por ejemplo, él podría vender esa información a una firma la cual actuaría de manera de colocarse en una posición ventajosa respecto a sus competidores. Eventualmente el accionar de las firmas alteraría la dinámica del sistema económico. Esto llevaría a que la estimación original del economista no se cumpliera, y por lo tanto dicha expectativa no era racional.

"El pronosticador se convierte -aunque no intencionalmente- en un manipulador, porque su declaración afecta las operaciones llevadas a cabo por los agentes en algunas variables" (Grunberg y Modigliani, 1954, p.471)

Para evitar este problema Muth asume que todas las firmas en la economía poseer los medios para estimar un modelo que concuerda con el realizado por el economista. Es decir:

$$Ep_t = p_t^e$$

Este punto es central en la teoría de las expectativas racionales, y precisamente es uno de los que más debate ha suscitado. Al asumir expectativas racionales se está suponiendo que todos los agentes en la economía comparten el mismo modelo. En una entrevista Sargent se refiere a este punto como un *Comunismo de modelos*. "Todos los agentes dentro del modelo, el econometrista y Dios comparten el mismo modelo". (Evans y Honkapohja, 2005, p.4).

1.2 Expectativas racionales en el enfoque de Lucas.

[1] El economista es visto como parte del sistema económico, es decir no se trata de un individuo omnisciente externo.

1.2.1 La Crítica de Lucas.

En los años 70's Robert Lucas presentó en una serie de trabajos un nuevo enfoque que complementa el postulado de John Muth. Lucas realizó una crítica a la teoría clásica de la Política Economía y a los modelos adaptativos que para ese entonces dominaban el plano macroeconómico. Se presenta a continuación un ejemplo que ilustra la inconsistencia de dichos modelos (Lucas, 1976, p.25).

Ejemplo 2:

Considérese una economía en un periodo "t" caracterizada por un vector de variables de estado y_t, un vector de variables exógenas x_t y un vector de shocks aleatorios incorrelacionados serialmente e idénticamente distribuidos ε_t.

La dinámica de esta economía se encuentra descripta por la siguiente ecuación en diferencias:

$y_{t+1} = f(y_t, x_t, \theta, \varepsilon_t)$, la distribución de ε_t y una descripción del comportamiento temporal de x_t.

La función *f* es considerada fija pero no directamente conocida, por lo que el economista realizará una estimación F.

$F(y_t, x_t, \theta, \varepsilon_t) \equiv f(y_t, x_t, \varepsilon_t)$, donde θ es un vector de parámetros fijos.

$y_{t+1} = F(y_t, x_t, \theta, \varepsilon_t)$

Tanto la función F como los parámetros θ se derivan de las reglas de decisión de los agentes en la economía, las cuales determinan el movimiento de las variables de estado. Se asume adicionalmente que los agentes toman decisiones óptimas en cada periodo *t*.

Nada asegura que la estimación de (F, θ) resulte sencilla pero la premisa básica de la teoría de la Política Económica es que este modelo permanecerá **estable** antes cambios de la secuencia $\{x_t\}$ la cual puede ser entendida como una secuencia de políticas. Si por ejemplo suponemos que $\{x_t\}$ representa una secuencia de política monetaria, el Estado podría plantear una secuencia alternativa $\{x_t^*\}$ de manera que se explote el *trade-off* entre inflación y desempleo postulado por Phillips (1958).

Sin embargo, afirmar que los agentes no corrigen sus reglas de decisión, dejando inalterados (F, θ), ante cambios sistemáticos de la secuencia de políticas $\{x_t\}$ resulta en palabras de Lucas (1976) injustificado. En base a este argumento Robert Lucas planteó el concepto de Expectativas Racionales con un mayor nivel de formalización, entendiéndolo como el resultado de un problema de maximización intertemporal.

1.2.2 Formalización.

Ejemplo 3:

Considérese un individuo quien toma decisiones en una economía que puede ser descripta por dos variables x_t y z_t. Donde $z_t \epsilon\, S_1$ se considera es una variable seleccionada por la naturaleza siguiendo un proceso de la forma:

$$z_{t+1} = f(z_t, \varepsilon_t)$$

Donde $\varepsilon_t \epsilon\, \mathcal{E}$ son shocks aleatorios que surgen de una distribución de probabilidad

$\Phi(\cdot): \mathcal{E} \to [0, 1]$. La función $f: S_1 x \mathcal{E} \to S_1$ es considerada como el *entorno* del agente.

Entiéndase a $x_t \epsilon S_1$ como una variable de estado bajo el control parcial del decisor. En cada periodo el agente elige una acción $u_t \epsilon U$.

Existe una ley de movimiento $g: S_1 x S_1 x U \to S_2$ que describe los movimientos de la variable x_t en función de u_t y z_t:

$$x_{t+1} = g(z_t, x_t, u_t)$$

El agente define sus acciones siguiendo una función $h: S_1 x S_2 \to U$:

$$u_t = h(z_t, x_t)$$

La crítica anteriormente enunciada, propone que cambios significativos en el *entorno* van a tener efectos sobre la regla de decisión de los agentes. Siguiendo la notación de Lucas sería entonces indispensable analizar como la regla de decisión h varía ante cambios sustanciales en el entorno *f*, es decir, estimar $h = T(f)$. Sin embargo resultaría virtualmente imposible estimar T de manera empírica, ya que en muchos casos no se cuenta con el contra fáctico, y no es posible realizar un experimento para analizar cómo los agentes alteran sus reglas de decisión de manera agregada ante cambios en el entorno. Es por esto que se plantea un enfoque alternativo para poder analizar cómo los agentes modifican sus decisiones.

Sea $V: S_1 x S_1 x U \rightarrow \mathbb{R}$ la función de utilidad del agente. El objetivo de este es seleccionar una h tal que se maximice su nivel de utilidad intertemporal:

$$E^0\left\{\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t V(z_t, x_t, u_t)\right\}, 0 < \beta < 1$$

Dado (z_0, x_0) y (f, g).

La esperanza es calculada respecto a una z-distribución subjetiva para los valores $z_1, z_2, ...$ en el momento 0.

Podríamos suponer, a fin de simplificar la notación, que tanto g como V permanecen constantes, por lo tanto, mediante el problema de optimización intertemporal logramos estimar la regla de decisión óptima para cada entorno *f*, $[h = T(f)$[2]].

Cuando se menciona que los agentes estiman la esperanza E^0 en base a una distribución de probabilidad sobre los posibles valores de $z_1, z_2, ...$ básicamente se está planteando que estos realizan una estimación[3]de la función *f* que describe su entorno.

Definición 4: Expectativas Racionales (Lucas).

[2] Los autores plantean esta notación, aunque es claro que T también depende de (z_0, x_0) y g. Con el fin de simplificar la notación ellos omiten esta dependencia.

[3] En realidad los autores afirman que el agente calcula E^0 teniendo en cuenta sus **creencias** sobre cuál es el f más apropiado. (Lucas, Sargent, 1981).

> Si el problema de decisión debe ser útil para calcular $h = T(f)$ es esencial que la distribución subjetiva f utilizada por el decisor y la verdadera distribución f que genera los datos, sean, si no idénticas, al menos ligadas teóricamente en forma explícita. La hipótesis de las expectativas racionales equivale a igualar la *z*-distribución subjetiva y la distribución objetiva f de *z* (Lucas y Sargent, 1981, p.xvi).

Como se puede apreciar, esta definición planteada por Lucas y Sargent se basa en la misma premisa que la de Muth, que las predicciones de los agentes no difieren **sistemáticamente** de los sucesos reales.

1.3 Expectativas racionales en el enfoque de Sargent.

Posteriormente Ljungqvist y Sargent (2012) propusieron una definición más precisa del concepto de equilibrio de expectativas racionales, o como ellos lo llaman: *equilibrio competitivo recursivo.*

La situación planteada por los autores no dista mucho de la propuesta por Lucas y Sargent (1981). Se trata de una economía, donde *x* representa un vector de variables de estado, bajo el control parcial del agente, *X* representa el mismo vector de variables seleccionadas por el mercado[4], *Z* representa el vector de variables de estado seleccionadas por la naturaleza. La notación es consistente con la empleada anteriormente.

El problema de decisión del agente representativo puede expresarse como la siguiente ecuación de Bellman (1957):

$$v(x_t, X_t, Z_t) = max_u\{R(x_t, X_t, Z_t, u) + \beta v(x_{t+1}, X_{t+1}, Z_{t+1})\}$$

Sujeto a las siguientes restricciones:

[4] Mercado entendido como el agregado de agentes.

$x_{t+1} = g(x_t, X_t, Z_t, u_t)$

$X_{t+1} = G(X_t, Z_t)$

$Z_{t+1} = \zeta(Z_t)$

Donde g representa el impacto de las acciones del agente en su estado y (G,ζ) representan las **creencias** de los agentes sobre la evolución temporal del sistema económico.

La solución es una regla de decisión $u_t = h(x_t, X_t, Z_t)$

Al asumir que el agente es **representativo** básicamente se está haciendo uso del supuesto central, al que se ha hecho referencia anteriormente, de que todos los agentes en la economía comparten el mismo modelo (o al menos en promedio). Haciendo esta salvedad se tiene que $x_t = X_t$. Por lo tanto la verdadera ley de movimiento de la economía queda definida por:

$X_{t+1} = G_A \equiv g[X_t, X_t, Z_t, h(X_t, X_t, Z_t)]$

Definición 5:

> Un equilibrio de expectativas racionales es una función de política h, una ley de movimiento agregada real G_A, y una ley agregada percibida G tales que (a) Dada G, h resuelve el problema de optimización del individuo; y (b) h implica que $G_A = G$. (Ljungqvist y Sargent, 2012, p.197)

En la definición 4 se propone que el agente quien toma la decisión es único, y que sus expectativas hacen referencias a los pronósticos que este realiza sobre la variable *z* la cual se encuentra completamente fuera de su control. Ljungqvist y Sargent van más allá, proponiendo que las expectativas en realidad se refieren al movimiento de la variable *X* la cual se encuentra parcialmente bajo el control de los agentes.

En resumen las creencias o expectativas que tienes los agentes sobre el funcionamiento de (X, Z) llevan a la elección de una regla de decisión h. Nuevamente hacemos uso del supuesto de que todos los agentes en la economía comparten el mismo modelo y la regla de decisión h. Por lo tanto el verdadero movimiento de la economía:

$G_A \equiv g[X_t, X_t, Z_t, h(X_t, X_t, Z_t)]$ depende en parte de esas reglas de decisión h.

Un equilibrio de expectativas racionales consiste entonces en un sistema de creencias que define acciones. Dichas acciones llevan a que la economía se comporte precisamente como era esperado. Las acciones de los agentes confirman sus creencias es decir $G_A = G$[5]

1.4 Situaciones multiagente y puntos fijos.

Hasta aquí hemos planteado las definiciones y ejemplos en términos de "agentes" sin hacer distinción alguna entre ellos. Un enfoque alternativo que ha sido ampliamente utilizado es el de plantear dos agentes: uno público (el gobierno) y uno privado (las familias y las firmas).

La dinámica de esta economía puede ser planteada entonces siguiendo el modelo de Duopolio Consecutivo de Von Stackelberg (1934) donde existe un agente líder y un seguidor.

A continuación se presenta una versión simplificada de un ejemplo propuesto por Lucas y Sargent (1981).

[5] Para que G coincida con G_A también se tiene que dar que la función $Z_{t+1} = \zeta(Z_t)$ que el agente cree adecuada sea también igual a la verdadera; en términos de Lucas que la distribución subjetiva *f* sea igual a la distribución objetiva *f*.

Ejemplo 4:

Asumiendo que en una economía existen dos agentes 1 y 2, donde 1 representa al agente público y 2 representa al agente privado. El agente público 1 es visto como el "líder" y el privado 2 como el "seguidor" en términos de Von Stackelberg.

Dicha economía puede describirse como ya se ha planteado en el ejemplo 3 utilizando dos variables de estado:

$$z_{t+1} = f(z_t, \varepsilon_t)$$

$$\Phi(\cdot): \mathcal{E} \to [0,1] .$$

$$x_{t+1} = g(z_t, x_t, u_{1t}, u_{2t})$$

$$u_{1t} = h_1(z_t, x_t)$$

$$u_{2t} = h_2(z_t, x_t)$$

El agente líder entonces busca maximizar:

$$E^0 \left\{ \sum_{t=0}^{T} \beta_1^t V_1\big(z_t, x_t, h_1(z_t, x_t), h_2(z_t, x_t)\big) \right\}$$

Sin embargo este agente, al ser líder, toma su decisión teniendo en cuenta las reacciones del agente seguidor a sus propias acciones. En eso consiste su condición de líder, en poder predecir el comportamiento del seguidor frente a sus acciones, y en función de esto elegir óptimamente. Es decir que a la hora de realizar su maximización construye una función que muestra como sus propias acciones afectan a las acciones del otro agente:

$$u_{2t} = h_2(z_t, x_t) = T_2(h_1(z_t, x_t))$$

Su problema queda entonces definido como:

$$Max_{h1}\ E^{0}\left\{\sum_{t=0}^{T}\beta_1^t V_1(z_t,x_t,h_1(z_t,x_t),T_2(h_1(z_t,x_t)))\right\}$$

El agente seguidor (2) ignora totalmente que sus propias acciones pueden condicionar a las acciones del líder, por lo tanto toma a la regla de decisión $h_1(z_t,x_t)$ como dada y su problema de maximización quedaría definido como:

$$Max_{h2}\ E^{0}\left\{\sum_{t=0}^{T}\beta_2^t V_2\left(z_t,x_t,\bar{h}_1(z_t,x_t),h_2(z_t,x_t)\right)\right\}$$

Un equilibrio en este modelo de Von Stackelberg simplificado estaría formado por dos reglas de decisión $h_1(z_t,x_t)$ y $h_2(z_t,x_t)$ tal que:

1. $h_2(z_t,x_t)$ maximiza el criterio del agente 2 dada la ley de decisión $h_1(z_t,x_t)$.
2. $h_1(z_t,x_t)$ maximiza el criterio del agente 1 dado $h_2(z_t,x_t)=T_2(h_1(z_t,x_t))$.[6]

Al llegar a este punto podemos observar un interesante encadenamiento, la ley de decisión del agente 2 depende de la ley de decisión del agente 1, la cual a su vez depende en parte de sus propias creencias o expectativas.

El verdadero movimiento de la economía depende de igual forma de las leyes de decisión de los agentes, recordemos la definición brindada por Ljungqvist y Sargent (2012):

$$X_{t+1}=G_A\equiv g[X_t,X_t,Z_t,h(X_t,X_t,Z_t)]$$

Siguiendo un razonamiento lógico concluimos que el movimiento real de esta economía depende entonces, al menos parcialmente, de las expectativas del líder.

[6] Para ambos agentes el problema de maximización de encuentra restringido a las leyes de movimiento de la economía, f y g. Para simplificar la notación se ha obviado este punto, pero debe ser tenido en cuenta.

Siguiendo el razonamiento planteado por Grunberg y Modigliani (1954) se podría reformular esta proposición en términos más formales.

Los autores proponen la existencia de una *función de reacción "R"* que relaciona las predicciones públicas de una determinada variable (P) con la verdadera realización de dicha variable (p).

$$p = R(P)$$

Adicionalmente plantean que la predicción pública debe igualarse a la verdadera realización, es decir, que los hechos confirmen las creencias. $p = P$

"Es necesario enfatizar que, en general, esta función expresa el resultado de la interacción de leyes de comportamiento elementales" (Grunberg y Modigliani, 1954, p.471)

Los autores se valieron entonces de un teorema de topología para demostrar la existencia de una solución: El Teorema del Punto Fijo de Brouwer (1912).

Es fundamental definir que la verdadera realización de la variable sea función de las predicciones del agente público. Si esta relación funcional no existiese significaría que las predicciones públicas y privadas coinciden, que es precisamente lo que Muth planteó en 1961. Es por este motivo que esta premisa de Grunberg y Modigliani resulta incompatible con el argumento de las expectativas racionales, al plantear que existen diferentes modelos o predicciones en la economía.

Resulta necesario reconocer que Grunberg y Modigliani plantearon este concepto casi 10 años antes de que Muth postulara la existencia de las expectativas racionales; y casi 50 años antes de que Sargent hablara del *Comunismo de Modelos.* Es por esto que a pesar de que los planteos de los autores se contradicen en parte con los avances posteriores, el herramental utilizado para demostrar la existencia de un equilibrio entre predicciones y realizaciones puede ser empleado para demostrar la existencia del equilibrio en expectativas racionales en el sentido más moderno.

Supongamos entonces que esta *función de reacción*, la cual expresa el resultado de la interacción de leyes de comportamiento[7] se define como: $G_A = R(G)$

Lo que sería equivalente a decir que existe una función de reacción R' tal que: $X = R'(X^e)$

La definición 5, postula que el equilibrio de expectativas racionales implica $G_A = G \;\; [X = (X^e)]$.

Es claro que esta situación puede ser entendida como un punto fijo de $R \; o \; R'$. Recordemos que X es en realidad un vector de variables de estado:

$$X = \begin{bmatrix} X_1 \\ \vdots \\ X_n \end{bmatrix}$$

Por lo tanto deberemos usar la versión del Teorema del punto fijo de Brouwer extendido para $\mathbb{R}^n$.

Definición 6: Propiedad de punto fijo

Un espacio topológico X tiene la *propiedad de punto fijo* si toda función continua $f: X \rightarrow X$ tiene un punto fijo.

Teorema 1 (Punto Fijo de Brouwer):

Todo subset, no vacío, acotado, cerrado y convexo $C \subseteq \mathbb{R}^n$ tiene la *propiedad del punto fijo.*

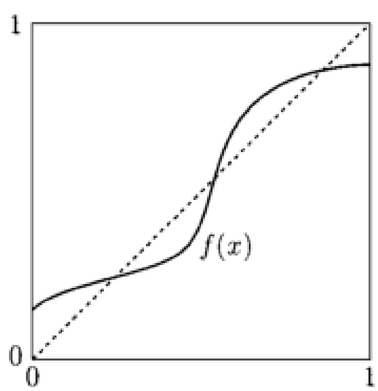


Figura 1: Noción básica del Teorema de Brouwer en R.

[7] En nuestra terminología "leyes de decisión".

Para cada variable X_i que pertenece al vector de variables de estado X tiene que cumplirse que $\exists k_i, K_i \in \mathbb{R}$ tal que $k_i \leq X_i \leq K_i$, es decir que tenga un *lower bound* y un *upper bound.* [8]Adicionalmente R' debe ser continua en el intervalo $[k_i, K_i]$ $\forall X_i \in X$.

Si consideramos a la función R que está en el *espacio de las leyes de movimiento*, el cual se asume convexo, acotado y cerrado, dicha función debe ser continua en este espacio. Si estas condiciones se cumplen podemos afirmar, siguiendo el Teorema 1, que existe un equilibrio en expectativas racionales.

[8] Un elemento $x \epsilon X$ es llamado *upper bound* para A si x domina a todo elemento en A, eso es, $x \gtrsim a \; \forall \; a \epsilon A$ Análogamente se construye la definición par *lower bound.* (Carter, 2001, p.21)

Capítulo 2: Expectativas Racionales en Juegos.

La Teoría de Juegos es una disciplina de la Ciencia Matemática que se encarga de analizar situaciones interactivas de toma de decisiones, usualmente llamadas *juegos*. Estas situaciones involucran varios tomadores de decisiones conocidos como *jugadores*.

La diferencia básica con la teoría tradicional de la decisión es precisamente que en la Teoría de juegos se considera la interacción entre los jugadores, los cuales tienen sus propios intereses, que pueden ser opuestos.

> Cuando los agentes (jugadores) interactúan, decimos que ellos están jugando estrategias. […] Ya que todos los agentes son auto-interesados, ellos intentarán elegir las estrategias que maximicen su propia utilidad. Como las estrategias de los demás agentes también juegan un rol importante en la determinación del resultado, los agentes deben tenerlas en cuenta.
> (Rahwan, Larson y Tohmé, 2009, p.9)

Actualmente la Teoría de Juegos es generalmente asociada a la noción de equilibrio de Nash (1951), el cual es una solución en juegos no cooperativos, donde todos los agentes dan su mejor respuesta a las acciones de los demás agentes simultáneamente. Esta noción de equilibrio puede ser aplicada a diversas situaciones en donde los agentes interactúan entre sí; con información completa, o con información imperfecta, por lo que brinda útiles herramientas para entender situaciones respectivas a la economía.

2.1 Nociones preliminares.

Estas situaciones interactivas de toma de decisiones también conocidas como *juegos* pueden ser representadas de dos maneras: en forma extensiva o en forma estratégica.
Siguiendo una caracterización brindada por Maschler, Solan y Zahmir (2013, p39).

2.1.1 Juegos en forma extensiva.

Un juego en forma extensiva es representado mediante la figura de un *árbol de juegos*, el cual consiste de un set de *vértices* que representan las diferentes posiciones en el juego, un vértice llamado *raíz* el cual representa el comienzo del juego y vértices terminales u *hojas* a los cuales se les asigna un pago. Todo vértice no-terminal representa un movimiento efectuado por algún jugador o por la naturaleza, en este último caso se emplea una distribución de probabilidad para denotar la jugada de la naturaleza.

Formalmente un juego en forma extensiva con **información perfecta** y jugadas de la naturaleza se define como:

$\Gamma = (N, V, E, x^0, (V_i)_{i \in N \cup \{0\}}, (p_x)_{x \in V_0}, O, u)$

1. $N = \{1,2, \dots, n\}$ representa un set finito de jugadores, 0 representa un jugador adicional llamado *naturaleza.*
2. (V, E, x^0) representa el *árbol de juego: vertices, edges, root.*
3. $\forall x \in V_0, p_x$ es una distribución de probabilidad sobre los eventos (*edges)* que surgen de *x.*
4. $(V_i)_{i \in N}$ es la partición del set de vértices que no son vértices terminales.
5. O es el set de posibles resultados.
6. u es una función que asigna a cada vértice terminal del árbol un resultado del set O.

En un juego con **información perfecta** los agentes tienen pleno conocimiento de la estructura del árbol, de las acciones de los demás jugadores y de la distribución de probabilidad sobre las jugadas de la naturaleza.

2.1.2 Juegos en forma estratégica.

Por otro lado un juego en forma estratégica se define como $G = (N, (S_i)_{i \epsilon N}, (u_i)_{i \epsilon N})$ donde:

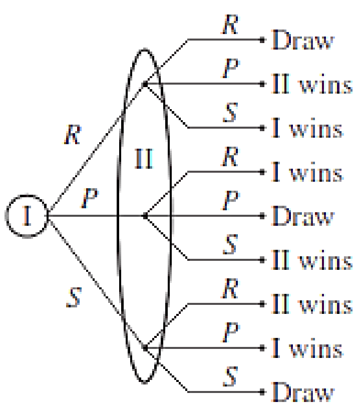
1. $N = \{1,2, \dots, n\}$ representa un set finito de jugadores.
2. $S_i = \{s_i^1, \dots, s_i^{m_i}\}$ representa el set de estrategias puras del jugador $i \epsilon N$.
3. $S = S_1 \times S_2 \times \dots \times S_n$ denota el set de todos los vectores de estrategias.
4. u_i representa el pago del jugador $i \epsilon N$, $u_i: S \to \mathbb{R}$.

Los juegos en forma estratégica son representados utilizando matrices de N dimensiones, donde se presentan los pagos para los jugadores dependiendo de las acciones que los mismos han llevado a cabo.

Para todo juego en forma extensiva existe un juego de forma estratégica tal que ambos son equivalentes. Lo inverso es también verdadero pero en este caso un juego en forma estratégica puede ser representado por muchos juegos en forma extensiva.

A continuación se presentarán algunos ejemplos propuestos por Maschler et al. (2003, p.78) para ilustrar este punto.

En figura 2 puede observarse la representación extensiva y estratégica para el juego *piedra, papel o tijera*, (“Rock, Paper, Scissors”). Claramente puede verse que el juego extensivo puede representarse en forma estratégica, y que esta representación será única.



		Player II		
		Rock	Paper	Scissors
Player I	Rock	0, 0	1, −1	1, −1
	Paper	1, −1	0, 0	− 1, 1
	Scissors	−1, 1	−1, 1	0, 0

Figura 2: Juego piedra, papel o tijera en forma extensiva y estratégica.

		Player II			
		$r\tilde{r}$	$r\tilde{l}$	$l\tilde{r}$	$l\tilde{l}$
Player I	L	2, −1	2, −1	2, 0	2, 0
	R	3, 1	1, 0	3, 1	1, 0

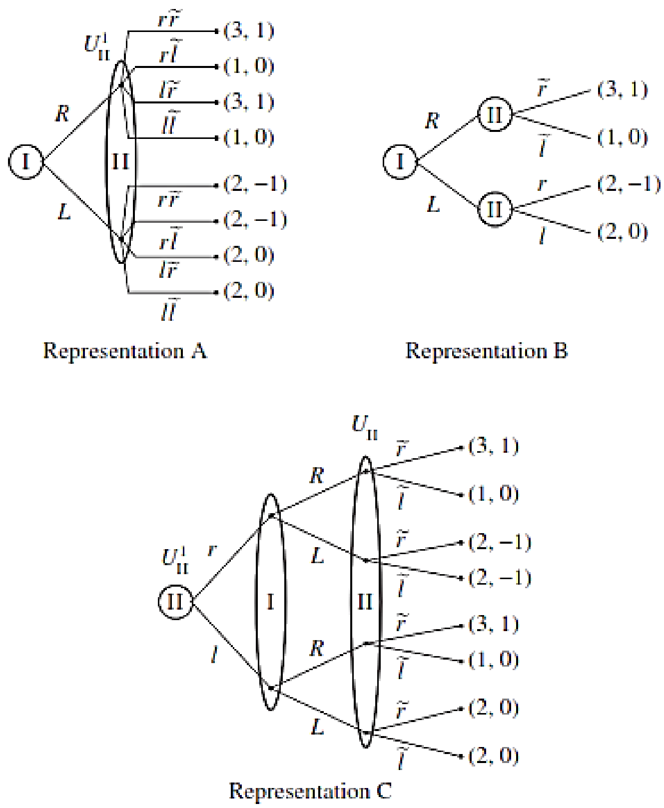


Figura 3: Juegos en representación estratégica y extensiva.

En la figura 3 se parte de un juego representado en forma estratégica y se presentan tres posibles representaciones de ese juego en forma extensiva.

Es interesante notar que los juegos en forma estratégica permiten simplificar y expresar con mayor claridad las situaciones de juego, la secuencia en la cual las acciones son llevadas a cabo carece de importancia y se eliminan las jugadas de la naturaleza por medio de la utilización de pagos esperados.

2.2 Optimización en Juegos.

Definición 7: Dominación Estricta.

Una estrategia s_i del jugador *i* es estrictamente dominada si $\exists t_i \in S_i\ s.t.\ \forall \boldsymbol{s_{-i}} \in \boldsymbol{S_{-i}}$:

$$u_i(s_i, \boldsymbol{s_{-i}}) < u_i(t_i, \boldsymbol{s_{-i}})$$

Supuesto 1: Un jugador racional nunca elegirá una estrategia estrictamente dominada.

Supuesto 2: Todos los jugadores en un juego son racionales.

Definición 8: Correspondencia de mejor respuesta.

Sea $B_i: S_{-i} \rightrightarrows \mathcal{P}(S_i)$ una correspondencia definida como:

$B_i(\boldsymbol{S}) = \{s_i \in S_i: u_i(s_i, \boldsymbol{s_{-i}}) \geq u_i(s'_i, \boldsymbol{s_{-i}}), \forall s'_i \in S_i\}$

La correspondencia de mejor respuesta muestra cuales son las acciones óptimas s_i de un jugador *i*, dadas las acciones $\boldsymbol{s_{-i}}$ de los demás jugadores *(-i).* Como un jugador i puede tener más de una respuesta óptima para algún $\boldsymbol{s_{-i}}$, B se define como una correspondencia y no como una función.

Definición 9: Equilibrio de Nash.

Un vector de estrategias $\boldsymbol{s}^* = (s_1^*, s_2^*, \dots, s_n^*)$es un equilibrio de Nash si para todo jugador $i \in N$ y toda estrategia $s_i \in S_i$ se satisface que:

$$u_i(s_i^*, \boldsymbol{s_{-i}}) \geq u_i\left(s_{i_i}, \boldsymbol{s_{-i}}\right)$$

O lo que es equivalente, $s_i^* \in B_i(\boldsymbol{s}^*) \forall i \in N$

La noción de equilibrio de Nash se basa en la idea de que ningún agente posee una desviación unilateral provechosa de $\boldsymbol{s}^*$.

> La propiedad más importante que presenta el equilibrio de Nash es la estabilidad: en un equilibrio de Nash cada jugador actúa de la mejor manera posible respecto al comportamiento de los demás jugadores. En efecto esto parece ser un requerimiento para cualquier concepto de solución: si es que existe un **resultado "esperado"** […] **el mismo debe ser un equilibrio**, porque de otro manera habría al menos un jugador con una desviación provechosa, y el resultado "esperado" no se materializará. (énfasis agregado) (Maschler, et al. 2013, p.101).

Dicha caracterización del equilibrio de Nash brindada por Maschler et al. muestra un posible camino para relacionar la idea de equilibrio de Nash con la de equilibrio de Expectativas Racionales.

2.3 Expectativas Racionales en Juegos con Información Perfecta.

Como ya se ha expresado con anterioridad en un juego con **información perfecta** los agentes tienen pleno conocimiento de la estructura del árbol, de las acciones de los demás jugadores y de la distribución de probabilidad sobre las jugadas de la naturaleza.

Ejemplo 5:

Retomemos el ejemplo 4, donde una economía simplificada puede ser resumida empleando dos variables de estado, las cuales dependen en parte de shocks aleatorios y de las acciones de los agentes en dicha economía. Dicha situación puede ser caracterizada como un juego *G* con dos jugadores (*1*, *2*) y jugadas de la naturaleza representada por la función *f*, cuyas jugadas afectan directamente al movimiento de las variables de estado *x*, *z*.

Supongamos que el jugador 1 es el Estado, y el jugador 2 representa a un ciudadano representativo. Las ecuaciones de este modelo quedarían representadas como:

$$z_{t+1} = f(z_t, \varepsilon_t)$$

$$x_{t+1} = g(z_t, x_t, u_{1t}, u_{2t})$$

$$u_{1t} = h_{1,t}(z_t, x_t)$$

$$u_{2t} = h_{2,t}(z_t, x_t)$$

Esta situación puede ser presentada en forma de *árbol de juegos*, sin perder generalidad, donde los agentes pueden ver la estructura completa del árbol, incluyendo los pagos, las distribuciones de probabilidad, la *historia previa*, etc.

Cada periodo $t = \{1, 2, \dots, \mathrm{T}\}$ se compone de una jugada del agente 1, seguida de una jugada del agente 2 y finalmente una jugada de la naturaleza. El juego comienza en un estado s_0 dado.

Supongamos que s_t puede ser entendido como un vector que representa el estado de la economía en un momento dado *t*, $s_t = (z_t, x_t)$ y $u_{i,t}$ son las acciones llevadas a cabo por el jugador *i=1, 2* que se derivan de su regla de decisión.

El agente selecciona $u_{t,i}$ después de observar s_t el cual surge de una distribución de probabilidad $\{p(s_t|H_{t-1})\}$, donde $H_{t-1} = (s_1, u_{1,i}, \dots, s_{t-1}, u_{t-1,i})$. Lo cual es equivalente a decir que el agente toma su decisión u_t después de observar (z_t, x_t) los cuales dependen de las jugadas de la naturaleza y de la historia previa (acciones y estados previos).

$$x_t = g(\boldsymbol{z_{t-1}}, x_{t-1}, u_{t-1,1}, u_{t-1,2})$$

$$z_t = f(z_{t-1}, \boldsymbol{\varepsilon_{t-1}})$$

Nos encontramos en un juego donde la información es perfecta, por lo tanto los agentes conocen la distribución de probabilidad sobre los posibles estados de la variable exógena. En términos de Lucas, los agentes conocen la z-distribución objetiva sobre los posibles estados de *Z*. El hecho de que los agentes conozcan la probabilidad puede ser entendido como que los agentes al ser econometristas, calculan un modelo que predice las probabilidades, condicional a la historia previa.

Sin embargo esto no implica directamente que los agentes conozcan exactamente cuál será el movimiento real de la economía, puesto que la variable *x* también depende de las acciones que los agentes llevan a cabo. A la hora de formar sus expectativas, un jugador debe "predecir" de alguna forma el accionar del otro.

Como plantean Rahwan, Larson y Tohmé (2009, p.9) los agentes son *autointeresados* y por lo tanto intentan maximizar su utilidad individual, teniendo en cuenta las acciones de los demás agentes. Este problema secuencial puede ser resuelto mediante el uso *backward induction.*

Definición 10: Backward Induction.

> Backward Induction es un proceso iterativo para resolver juegos finitos en forma extensiva. Primero, uno determina la estrategia óptima del jugador que realizó el último movimiento del juego. Después, la acción óptima del jugador que movió previamente, tomando la acción del último jugador como dada. El proceso continúa hasta que todas las acciones de los jugadores son determinadas. (Shor, 2006)

Un problema de *backward induction* puede ser entendido sin perder generalidad como un problema de programación dinámica.

"Hoy en día el termino Programación Dinámica es usado como sinónimo de *backward induction* o toma de decisiones recursivas en economía" (Kuhn, 2006 p.1).

Es por eso que la situación puede ser presentada usando la notación que hemos utilizado previamente:

El agente 1 enfrenta el siguiente problema:

$$max\ E^0 \left\{ \sum_{t=0}^{T} \beta_1^t V_{1,t} \left(z_t, x_t, u_{1t}, \bar{h}_{2t}(z_t, x_t) \right) \right\}$$

Mientras que el agente 2 se enfrenta al problema análogo:

$$max\ \ E^0 \left\{ \sum_{t=0}^{T} \beta_2^t V_{2,t} \left(z_t, x_t, \bar{h}_{1t}(z_t, x_t), u_{2t} \right) \right\}$$

Cada jugador tiene una expectativa respecto al comportamiento de los otros agentes, es decir predice cual será la ley de decisión seleccionada por los demás agentes.

Es por eso que en esta situación un equilibrio de Nash está representado por
$h^* = \{h_{1t}(z_t, x_t), h_{2t}(z_t, x_t)\}\ t = 0, \dots, T$ tal que:

1. h_1 maximiza $E^0 \left\{\sum_{t=0}^{T} \beta_1^t V_1 \left(z_t, x_t, u_{1t}, \bar{h}_{2t}(z_t, x_t)\right)\right\}$ sujeto a las reglas de movimiento de la economía f, g y $u_{2t} = \bar{h}_{2t}(z_t, x_t)$, donde $\bar{h}_{2t}(z_t, x_t)$ es la expectativa del jugador 1 sobre la ley de decisión del agente 2.
2. h_2 maximiza $E^0\{\sum_{t=0}^{T} \beta_2^t V_2(z_t, x_t, \bar{h}_{1t}(z_t, x_t), u_{2t})\}$ sujeto a las reglas de movimiento de la economía f, g y $u_{1t} = \bar{h}_{1t}(z_t, x_t)$, donde $\bar{h}_{1t}(z_t, x_t)$ es la expectativa del jugador 1 sobre la ley de decisión del agente 1.

Se podría entender a las secuencias $\{h_{1t}(z_t, x_t), h_{2t}(z_t, x_t)\}$ como estrategias que los agentes seleccionan. "Esta es una secuencia de *funciones* tal que para cada periodo *t* la acción realizada es función de toda la información disponible" (Rust, 2008, p.4).

"El Equilibrio de Nash en este juego diferencial tiene la propiedad de que el **principio de optimalidad** aplica al problema de maximización de cada jugador" (Lucas y Sargent, 1981, p.xxxiii).

Definición 11: Principio de Optimalidad.

Una regla de decisión óptima $h^* = \left(h_{1,i}^*, \dots, h_{T,i}^*\right)$ tiene la propiedad de que dado cualquier $t \in \{1, \dots, T\}$ e $i = 1, 2$ cualquier historia $H_{t-1} = (s_1, u_{1,i}, \dots, s_{t-1}, u_{t-1,i})$ en el soporte del proceso controlado $\{s_t, u_{t,i}\}_{h*}$, continua siendo óptima para el subjuego empezando en *t* con la historia H_{t-1}.

$h^* = \underset{h}{\operatorname{argmax}} E\{V\ (\{s_t, u_{t,i}\}_h | H_{t-1}\}$. (Rust, 2008)[9].

Básicamente esto significa que las reglas $\{h_{1t}(z_t, x_t), h_{2t}(z_t, x_t)\}$ constituyen un equilibrio de Nash, pero dicho equilibrio cumple con una condición más fuerte, la de ser *perfecto en subjuegos* y ser *secuencial.*

---

[9] La notación original fue modificada para que sea consistente con la empleada previamente.

Definición 12: Equilibrio Perfecto en Subjuegos.

Un equilibrio perfecto en subjuegos es un equilibrio de Nash tal que las estrategias de todos los jugadores constituyen un equilibrio de Nash en cada subjuego del juego original. (Shor, 2006)

Proposición 1:

Todo juego finito con información perfecta tiene un equilibrio obtenido por backward induction que es secuencialmente racional. Si no hay dos nodos terminales que prescriben el mismo pago a algún jugador entonces dicha solución es única (Tadelis, 2013).

Las expectativas se formulan con respecto a pagos, no al valor de las variables, sin embargo la función de utilidad asigna pagos a los agentes dependiendo de los estados de las variables. Si suponemos que los agentes formulan expectativas respecto a los pagos, en realidad están formulando intrínsecamente predicciones con respecto a las variables macroeconómicas.

Hay que definir claramente la función de utilidad $U(s_t) \rightarrow \mathbb{R}$ de forma que no haya dos nodos terminales que asignen igual pago para algún jugador, básicamente para poder afirmar que la solución es única. Podríamos plantearla como una función *one-to-one*[10] de manera que cada pago se asocie a un estado particular del vector s_t.

Cuando un agente resuelve un juego secuencial mediante backward induction está asumiendo implícitamente que el otro agente es racional, es por eso que puede "predecir" las acciones que éste realizará, y en función de esas creencias selecciona sus propias acciones.

[10] Una función es llamada one-to-one o univalente si f(x)=f(x') implica que x=x'.

Recordemos que Muth (1961) argumenta que las expectativas son “racionales” si son esencialmente iguales a las predicciones de la teoría económica relevante. Como proponen Aumman y Drèze (2008):

> En juegos, la “teoría relevante” claramente predice racionalidad simple – maximización de utilidad- por parte de los jugadores. Así con expectativas racionales, cada jugador cree que los demás jugadores son racionales. Entonces la teoría relevante predice no solo racionalidad simple sino conocimiento mutuo de racionalidad. […] Continuando de esta forma llegamos a que […] en juegos las expectativas racionales de Muth (1961) consiste en Common Knowledge de racionalidad. (p.81)

Definición 13: Common Knowledge

> Un hecho es *Common Knowledge* entre los jugadores de un juego si para cualquier número finito de jugadores $(i_1, i_2, \dots, i_k)$ se cumple que: el jugador i_1 sabe que el jugador i_2 sabe que el jugador i_3 sabe que… el jugador i_k sabe el hecho. (Maschler, et al., 2013, p.87).

Podemos concluir que en un juego con información perfecta en equilibrio perfecto en subjuegos es un equilibrio en expectativas racionales.

Si ambos agentes son racionales y saben que el otro agente es racional, y saben que el otro agente sabe que son racionales, y saben que…*ad infinitum*, es decir que el hecho de que ambos buscan maximizar su utilidad es Common Knowledge. La única expectativa racional es un equilibrio, dado que, de otra forma, alguno de los agentes tendría incentivos a desviarse, y asumiendo que los agentes son racionales sabremos que efectivamente lo hará. Por lo tanto no sería una expectativa racional en el sentido de que G no se igualaría a Ga.

Al haber información perfecta los agentes pueden hacer *backward induction*, y efectivamente sus creencias sobre lo que harán los otros agentes (maximizar su utilidad) llevarán a que ellos realicen exactamente lo que los demás agentes suponen que ellos harán.

En el ejemplo con dos jugadores, si ambos siguen este razonamiento: “yo creo que el otro es racional (lo que predice la teoría económica) y en función de esa creencias llevo a cabo mis acciones”, las expectativas coinciden con el equilibrio de backward induction, y las acciones de los agentes llevan a que efectivamente se cumplan dichas expectativas. Es decir las creencias coinciden con los resultados.

2.4 Expectativas Racionales en juegos en forma estratégica.

En juegos en forma extensiva con información perfecta es claro que si asumimos racionalidad en los agentes será muy sencillo predecir en que vértice final terminará el juego, puesto que los jugadores pueden realizar backward induction. El problema surge cuando, o bien la información en el juego es imperfecta, o los jugadores no conocen la secuencia en que las acciones se llevarán a cabo y por lo tanto no pueden realizar backward induction.

Recordemos que todo juego en forma extensiva puede ser presentado como un juego en forma estratégica por lo tanto los resultados mostrados en esta sección no son incompatibles con los de la sección anterior, sino que representan situaciones donde la información de los jugadores es diferente.

Aumman y Drèze (2008) han planteado una forma de expectativas racionales aplicable a juegos es forma estratégica, la cual resulta novedosa y en algún punto confusa por lo que se intentará prestar especial atención al significado de sus postulados.

Proposición 2:

“Todo pago condicional de un equilibrio correlacionado –en particular todo pago de un equilibrio de Nash –es una expectativa racional” (Aumman y Drèze, 2008, p.75)

Definición 12: Equilibrio Correlacionado

Un equilibrio correlacionado (Aumman, 1974) consiste de un vector de probabilidades

$p = (p(s))_{s \in S}$ donde $s = (s^i)_{i \in N}$ y S representa el set de todos los s tal que se satisface que:

$\forall i \in N, \forall r^i, t^i \in S^i,$

$$\sum_{s^{-i} \in S^{-i}} p(s^{-i}, r^i)\left[u_i\left(s^{-i}, r^i\right) - u_i\left(s^{-i}, t^i\right)\right] \geq 0$$

Dicho vector de probabilidades es también conocido como Common Prior.

La definición implica que si un vector n-tuple de estrategias r es elegido aleatoriamente por un referee de acuerdo a una distribución de probabilidad *p*, y cada agente es informado de su propia coordenada de *r*, ninguno tendrá incentivo a desviarse de dicha "recomendación" asumiendo que los demás agentes jugarán lo que se les indicó.

Los autores plantean que a la hora de formar una expectativa no es suficiente considerar solo el juego, sino que debe analizarse lo que ellos llaman *situación de juego*.

Definición 13: Situación de Juego

Una situación de juego Γ consiste de:

1. Un juego en forma estratégica $G = (N, (S_i)_{i \in N}, (u_i)_{i \in N})$
2. Un sistema de creencias para cada jugador en G.

Las creencias de los agentes serán racionales si se tiene Common Knowledge de racionalidad y los agentes comparten un Common Prior, es decir conocen la distribución de probabilidad sobre los vectores n-tuples de estrategias.

A continuación se presenta un ejemplo clásico que permite explicar el concepto de expectativas racionales que los autores proponen:

Ejemplo 6:

Juego:

	L	R
T	(6,6)	(2,7)
B	(7,2)	(0,0)

Common prior:

7/22	7/22
7/22	1/22

Creencias del jugador 1.

1/2	1/2
7/8	1/8

Creencias del jugador 2.

1/2	7/8
1/2	1/8

Esta distribución de probabilidad constituye en equilibrio correlacionado[11], por lo tanto cualquier punto que el referee seleccione será una expectativa racional para los agentes.

[11] La demostración es muy simple pero engorrosa, por lo tanto se asumirá que esto es verdad.

Supongamos por ejemplo que la distribución de probabilidad selecciona el vector de estrategias *(B, R).*

Los agentes a la hora de estimar su pago esperado utilizan el Common Prior para formar sus creencias, por lo que en este caso puntual ambos agentes realizarán el siguiente cálculo:

$$\boxed{\frac{7}{8} * 7 + \frac{1}{8} * 0 = 6.125}$$

Por lo tanto el vector de pagos esperados obtenido mediante un proceso perfectamente racional es: (6.125, 6.125) el cual es claramente inconsistente con el verdadero pago (0,0).

Es por este motivo que Aumman y Drèze (2008) argumentan que las expectativas racionales pueden ser mutuamente inconsistentes sin que esto implique irracionalidad alguna.

Capítulo 3: Criticas a la teoría de las Expectativas Racionales.

Existen numerosas críticas a la teoría de las expectativas racionales que atacan diferentes frentes de la misma. Por ejemplo: corrientes que dudan sobre la veracidad de los supuestos de la teoría, argumentando que los mismos no reflejan la verdadera esencia del comportamiento de los agentes. Por otro lado, existen posturas que van más allá contrariando directamente la idea de racionalidad, y considerando que el problema de las expectativas racionales es en realidad irresoluble. En los apartados que siguen se intentará hacer un recuento ordenado de dichas críticas.

3.1 Crítica a la teoría de la optimización.

El economista Sidney Winter (1975) realizó un trabajo crítico acerca de la teoría de la maximización de las firmas, pero sus conclusiones pueden ser aplicadas sin perder generalidad a la optimización realizada por los agentes individuales. "*Racionalidad individual y organizacional*, […] en verdad ambos cuerpos teóricos no son completamente distintos". (Simon, 1972, p.161).

Básicamente el autor planteó que no es verdad, como un hecho empírico, que las firmas optimizan. Adicionalmente postuló que la teoría de optimización presenta problemas lógicos. Dado un mundo donde (1) todo proceso de cálculo y comunicación es costoso y (2) el proceso de optimización requiere una serie de cálculos, se podría concluir que el proceso de optimización en sí mismo es costoso. Un proceso de optimización que considere todos los costos (incluidos los de optimización) no podría efectuarse ya que se encontraría con un problema de *auto-referencia*. (Winter, 1975)

El proceso de optimizar implica tomar decisiones lo cual resulta costoso, por lo tanto al llevar a cabo dicho proceso se debe decidir si resulta o no adecuado realizar tales decisiones, pero a su vez esta decisión también implica un costo. En esencia se estaría intentando decidir sobre si se debe decidir sobre cierta decisión, presentando una clara dificultad lógica al plantear el proceso de optimización. (Mäki, et al. 2003).

El proceso *autorreferencial* infinito debe ser interrumpido en algún momento de manera arbitraria, lo que da lugar a una *suboptimización*. Las diferencias entre este *second best* y la *superoptimización* pueden ser ínfimas si los costos del proceso son lo suficientemente pequeños comparados con los demás costos, pero si éstos no son tales las diferencias podrían ser enormes (Winter, 1975).

Criticar la hipótesis de la optimización genera problemas e inconsistencias en el cuerpo teórico de las expectativas racionales ya que esta es uno de los supuestos fundamentales sobre el que descansa la idea de las ER[12]. Basándose en la argumentación planteada por Winter se puede concluir que los agentes no optimizan es decir **no maximizan su utilizad**. Si, tal y como plantean Aumman y Drèze (2008), la racionalidad de los agentes implica que estos maximizan su utilidad cabría preguntarse cómo se ve afectado el principio de racionalidad.

3.2 Crítica a la idea de racionalidad y al Common Knowledge de racionalidad.

> Aunque ha sido ampliamente aceptado que la teoría económica "asume" comportamiento racional, en el pasado ha habido considerables desacuerdos respecto al significado de la palabra "*racional*" […] hoy en día en mayor o menor medida todos asumen que comportamiento racional simplemente implica una *consistente maximización* de una función ordenada, tal como la función de utilidad o de beneficios. (Itálicas agregadas) (Becker, 1962, p.1).

En la teoría de las ER asumir racionalidad resulta fundamental, ya que esta implica que cada agente puede realizar conjeturas consistentes sobre el accionar de los demás. Si uno abandonase dicho supuesto central resultaría imposible elaborar una creencia o expectativa sobre lo que los demás jugadores pretenden hacer, puesto que no se conocería cuáles son sus motivaciones. A su vez la imposibilidad de plantearse una expectativa consistente sobre el accionar de los demás agentes, lleva a que las acciones realizadas sean *irracionales.*

[12] Expectativas racionales.

Sin embargo nada explica dentro de la teoría de las ER como es que los agentes construyen simultáneamente sus creencias sobre las decisiones de los demás agentes de forma consiente y racional.

Ejemplo 7:

Considérese el siguiente juego donde el equilibrio perfecto en subjuegos y por lo tanto el **equilibrio en expectativas racionales** sería el par de estrategias (rc, b).

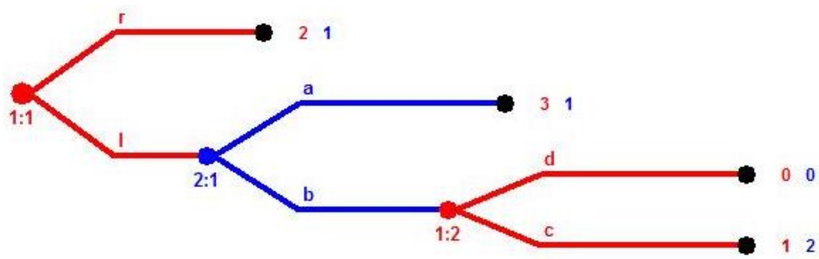


Figura 4: Juego con dos jugadores.

El jugador II sabe que dado este equilibrio nunca deberá tomar una decisión, ya que I, jugando su estrategia r, daría fin al juego. Es por esto que si II se encuentra en posición de elegir entre *a* y *b* significa que I no jugó su estrategia de equilibrio, es decir su comportamiento no fue racional. En esta situación II puede creer que I está completamente loco y por lo tanto no se arriesgaría a dejarlo jugar nuevamente. Por temor a que se comporte irracionalmente de nuevo y seleccione *d*, lo cual llevaría a una peor situación a ambos jugadores, II podría jugar *a* lo que llevaría a un pago de (3,1). En este caso el pago recibido no coincide con el esperado, por lo tanto la expectativa basada en el equilibrio de backward induction no era racional ($G_A \neq G$). Sin embargo es claro ver que el pago recibido por I en el equilibrio (2) es menor que el pago que recibe en esta nueva situación (3).

Al fin y al cabo: ¿fue irracional que I no eligiera r?

El jugador I cree que si II cree que I es irracional entonces II actuará de manera “racional” frente a esta situación desviándose de su estrategia de equilibrio. Sin embargo II al hacer esto está actuando por definición de manera *irracional*[13].

Por lo tanto II al realizar *backward induction* sabe que el haber alcanzado su vértice de decisión implica que el agente I actuó *irracionalmente*, lo cual choca directamente con el supuesto Common Knowledge de racionalidad.

Sin embargo, cabe preguntarse nuevamente hasta qué punto la acción de I no enmascaraba una trampa, y en realidad implicaba una forma más compleja de racionalidad. En este caso II también podría poseer dicha forma compleja de racionalidad y por lo tanto deduciría las intenciones de I. Pero nuevamente podría adelantarse a esto y saber que II sabe que le está tendiendo una trampa, y así *ad infinitum*.

Similar situación surge cuando se considera el “Juego del Ciempiés” propuesto por Robert Rosenthal, el cual se presenta a continuación:

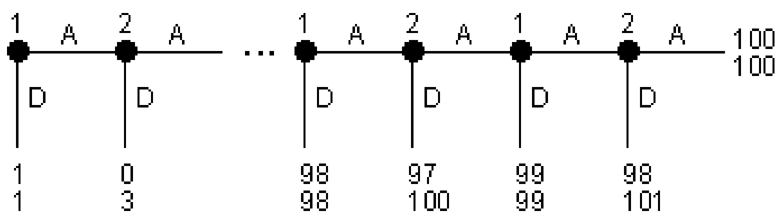


Figura 5: Juego del ciempiés.

El equilibrio por backward induction indica que el jugar 1 debe jugar D en la primera instancia, recibiendo un pago de 1. De igual manera 2 elegiría D en cualquier vértice de decisión que se encuentre, pero nuevamente si 2 se ve habilitado a jugar es porque 1 no fue *racional*. Sin embargo, ¿Qué tan racional es terminar el juego en la primera instancia? Una cadena de *acciones irracionales* llevaría a los agentes a recibir un pago 100 veces mayor.

Más allá de esta consideración, el hecho fundamental es que al realizar backward induction, proceso que requiere que la racionalidad sea Common Knowledge, el jugador 2 sabe que el

[13] Al hacer referencia a que un agente actúa *irracionalmente* se hace referencia a que este no juega su estrategia de equilibrio.

jugador 1 no fue *racional*, de igual manera si 1 se ve en posición de jugar nuevamente es porque ni 2 ni el mismo han sido *racionales*. Aquí es donde surge una grave contradicción que invalida el supuesto de Common Knowledge de racionalidad. "La perfecta previsión y el equilibrio económico son irreconciliables uno con el otro" (Morgenstern, 1935, p.174).

Oskar Morgenstern (1935) planteó que el proceso de formación mutua de creencias lleva nuevamente a un problema *autorreferencial*. En un simple ejemplo con dos agentes: el agente 1posee creencias sobre las acciones del agente 2, las cuales dependen de las creencias que 2 tenga sobre las acciones de 1, las cuales a su vez dependen de las creencias que el agente 1 tenga sobre las acciones del agente 2, etc. Este problema de regresión infinita lleva a Morgenstern a afirmar que es imposible para los agentes justificar sus creencias como perfectamente racionales (citado en Mäki, et al, 2003).

Como se puede observar se crea una cadena de conjeturas mutuas, y tal y como plantea Mäki et al. (2003) "Para explicar la emergencia del equilibrio, el concepto de perfecta racionalidad debe ser abandonado" (p.147).

Es claro que no es posible llegar a una conclusión definitiva con respecto a la racionalidad de los agentes y al Common Knowledge, por lo que esta situación podría ser caracterizada utilizando el "Trilema de Münchhausen". Dicho trilema fue planteado originalmente por el filósofo alemán Karl Popper y posteriormente re interpretado por su discípulo Hans Albert. El mismo argumenta que resulta imposible plantear una verdad absoluta porque al intentar demostrar la misma se llegaría a alguna de las siguientes situaciones:

1. Un argumento circular, en el cual la teoría y la prueba se soportan una a la otra.
2. Una regresión infinita, en la cual cada prueba requiere una prueba adicional, *regressus in infinitum.*
3. Un argumento axiomático que descansa en supuestos aceptados previamente, es decir, rompe con el proceso de justificación en un punto arbitrario.
   (Van Eemeren y Grootendorst, 2004).

Si consideramos el Common Knowledge de racionalidad o la idea de optimización es claro que al intentar realizar una justificación de dichos conceptos se llega a un argumento regresivo, donde cada prueba requiere una prueba adicional. Para evitar dicho problema la teoría económica y la teoría de juegos no intentan justificar su existencia, sino que los considera como dados, llevando a un argumento axiomático que ignora y *enmascara* el problema lógico presentado previamente. En conclusión estas críticas afectan directamente a la hipótesis de las ER.

3.3 Irrelevancia o Inconsistencia.

Cuando planteamos la hipótesis de las ER en el capítulo 1, se hizo alusión a que todos los agentes en la economía deben poseer el mismo modelo, es decir, debe existir un *Comunismo de Modelos*. De no ser así, algún agente podría obtener beneficios al poseer un modelo más preciso. Supongamos que este agente es un economista que aconseja al Estado luego de realizar una estimación. Esto significa que el Estado puede modificar su accionar en base a las recomendaciones del economista. Sin embargo, aquí surge la primera dificultad, ya que al modificar su comportamiento original el verdadero movimiento de la economía no coincidiría con la estimación realizada por el economista.

Sargent (2008) señala que:

> El economista no estaba en realidad usando un equilibrio de expectativas racionales para interpretar las observaciones históricas, habiendo atribuido a los agentes expectativas en cuanto a la política del gobierno que no tomó en cuenta apropiadamente sus recomendaciones. (citado en Pascuini, 2015, p.6).

El economista al realizar su estimación basándose en la información que tiene disponible no consideró que el Estado iba a seguir su propia recomendación, ya que este hecho no está incluido en la información que él tiene a disposición al momento de realizar la estimación. Supongamos que el econometrista es un agente omnisciente, que observa la economía desde afuera, y que por este motivo no puede influenciar al comportamiento de la misma puesto que no realiza recomendación alguna. Supongamos también que él realiza una estimación consistente, y que efectivamente se cumple lo que ha predicho, es decir, que su expectativa fue racional. Sin embargo ¿cuál sería la utilidad de dicha estimación?

Si uno se plantea a la estimación de una ley de movimiento con un fin teleológico es claro que se llegará a la conclusión que la misma es irrelevante. Si los agentes comparten el mismo modelo, en un equilibrio de expectativas racionales todos están actuando de manera óptima, por lo que no habría incentivo individual a desviarse. Si se asumen ER no será posible para el Estado realizar políticas que le permitan mejorar su situación, dado que todos los agentes poseen el mismo conocimiento sobre el funcionamiento del sistema económico.

Esta intuición es resumida por Pascuini al afirmar que:

> La implementación de este concepto en la estimación de la ley de movimiento verdadera por parte del economista, implica necesariamente la irrelevancia del ejercicio ya que ningún agente podría tomar un comportamiento distinto al que ha tenido hasta el momento, siendo este (ahora y antes) por definición óptimo en el sentido que lo señala el equilibrio de expectativas racionales y por lo tanto en el que se basó la estimación. Si por el contrario la estimación del economista pudiera arrojar alguna recomendación, necesariamente esta estimación habría surgido de un modelo donde los agentes no incorporaron las recomendaciones y por lo tanto no era de expectativas racionales. (2015, p.10)

Claramente el corolario de la teoría de las ER es que el Estado no puede realizar cambios sistemáticos en la política para “engañar” a los agentes y conseguir su objetivo ya que los mismos interiorizan toda la información. Este hecho soporta claramente al paradigma neoclásico de la no-intervención del Estado en la economía.

Pesaran (1987) refiriéndose a este punto plantea que:

> La mayoría de los economistas quienes trabajan dentro del paradigma neoclásico se ven atraídos por la idea de las Expectativas Racionales no necesariamente porque estos piensen que representa ‘adecuadamente’ la realidad, sino porque las Expectativas Racionales pueden ser fácilmente integradas con los postulados básicos de la economía neoclásica. (citado en Mäki et al., 2003).

3.4 Racionalidad Limitada.

Autores como Herbert Simon (1957) han considerado las dificultades lógicas que atañen a la perfecta racionalidad:

> La capacidad humana para formular y resolver complejos problemas es muy pequeña comparada con el tamaño de los problemas cuya solución es requerida para alcanzar un comportamiento objetivamente racional en el mundo real, o incluso para una aproximación razonable a dicha racionalidad objetiva.
> (citado en Barros, 2010, p.460).

En la búsqueda de posibles soluciones Simon desarrolló el concepto de *Racionalidad Limitada* el cual ha sido empleado por otros reconocidos autores como Sargent.

En dicha teoría se incorporan restricciones en la capacidad de los agentes para procesar la información. Éste ha inspirado nuevas posturas que reemplazan a las ER por modelos adaptativos, evolutivos o incluso enfoques complejos para explicar la formación de expectativas. (Das, 2014).

Siguiendo esta línea de pensamiento Sargent et al. (1973) propuso un modelo con Expectativas Parcialmente Racionales, que surge precisamente de considerar que el modelo con ER requiere enormes cantidades de conocimiento y 'sabiduría' por parte de los agentes.

A continuación se presenta un ejemplo presentado por Sargent et al. (1973) que permite ilustrar este punto.

Ejemplo 8:

Supongamos que la estructura macroeconómica de una economía dada puede representarse como:

Oferta Agregada: $y_t = k_t + \gamma(p_t - (p_t)^*_{t-1}) + U_t, \quad \gamma > 0;$
Demanda Agregada: $y_t = k_t + c[r_t - ((p_{t+1})^*_t - p_t)] + dZ_t + \varepsilon_t, \quad c < 0;$
Equilibrio del mercado de dinero: $m_t = p_t + y_t + br_t + \eta_t, \quad b \leq 0.$

Donde y_t, p_t y m_t son los logaritmos naturales del ingreso, el nivel general de precios y la oferta monetaria exógena; r_t representa la tasa de interés nominal, Z_t es un vector de variables exógenas. Los parámetros c, γ y b son escalares, y d es un vector conformable a Z_t. Las variables U_t, ε_t y η_t son variables aleatorias normalmente distribuidas e independientes. $(p_{t+1})^*_t$ es la expectativa de un agente sobre el nivel de precios para el periodo *(t+1)* llevada a cabo en el periodo *t*. Por ultimo k_t mide la capacidad normal de producción.

En un modelo de ER los agentes conocerán la información pertinente a las variables y a las distribuciones de probabilidad que gobiernan a las variables aleatorias.

La información con la que cada agente está dotado puede presentarse como:

$$\theta_t = (m_t, m_{t-1}, \dots, k_t, k_{t-1}, \dots, Z_t, Z_{t-1}, \dots, \varepsilon_t, \varepsilon_{t-1}, \dots, U_t, U_{t-1}, \dots, \eta_t, \eta_{t-1}, \dots, p_t, p_{t-1}, \dots)$$

Los agentes utilizan dicha información para poder realizar estimaciones, en este caso, del nivel de precios.

$$(p_{t+1})^*_t = E(p_{t+1}|\theta_t)$$

El error de predicción es entonces:

$$p_t - E(p_t|\theta_{t-1})$$

Aplicando el operador esperanza condicional a la información:

$E\{[p_t - E(p_t|\theta_{t-1})]|\ \theta_{t-1}\} = E(p_t|\theta_{t-1}) - E(p_t|\theta_{t-1}) = 0,$

Substituyendo en la Oferta Agregada y aplicando esperanza se tiene que:

$E[(y_t - k_t)|\theta_{t-1}] = E(U_t|\theta_{t-1}) = E(U_t|U_{t-1}, U_{t-2}, \dots).$

Ya que la variable U es independiente y solo depende de sus propios valores rezagados, esta última ecuación muestra que ni la política monetaria reflejada en m_t ni las políticas incluidas en el vector Z_t pueden afectar a los agentes para que se desvíen del nivel normal de producción k_t. Lo que es equivalente a decir que $(y_t - k_t)$ es independiente de m_t y Z_t.
La idea básica de las Expectativas Parcialmente Racionales apunta al hecho de que difícilmente los agentes conozcan toda la información sobre las variables macroeconómicas. Por el contrario, supone que los agentes en realidad conocen únicamente la información sobre el nivel general de precios y sus propias predicciones para los periodos previos, es decir:

$\theta_{l,t} = (p_{t-1}, p_{t-2}, \dots.)$

Nuevamente el agente realiza la estimación del nivel general de precios basándose en la información disponible:

$(p_{t+1})_t^* = E(p_{t+1}|\theta_{l,t})$

Reemplazando nuevamente en la Oferta Agregada y tomando la esperanza condicional a θ_{t-1} (ya que el Estado sí posee toda la información) se obtiene que:

$$E[(y_t - k_t)|\theta_{t-1}] = \gamma\big(Ep_t|\theta_{t-1} - Ep_t|\theta_{l,t-1}\big) + E(U_t|U_{t-1}, U_{t-2}, \dots).$$

En general $\{Ep_t|\theta_{t-1} - Ep_t|\theta_{l,t-1} \neq 0\}$ lo cual implica que la estimación del nivel de precios p realizada teniendo en cuenta θ_{t-1} es mejor que la obtenida teniendo en cuenta $\theta_{l,t-1}$, y por lo tanto no se podría afirmar que las decisiones de producción de los agentes sean independientes de las políticas monetarias y fiscales. Con este simple ejemplo Sargent muestra que al levantar uno de los supuestos, el de la simetría de información, los resultados básicos de la teoría de las ER se ven afectados.

La teoría de la racionalidad limitada permite explicar más fielmente la realidad ya que incorpora las falencias, cognitivas e informacionales de los agentes, sin llegar a plantear la falta absoluta de racionalidad y el comportamiento errático de los individuos que postuló Keynes (1976) refiriéndose a los *Animal Spirits.*

Con respecto a este punto Reinhard Selten (2002) afirmó que:

> Racionalidad Limitada no es irracionalidad. Una clara distinción debe ser hecha con respecto a este punto. La teoría de la racionalidad limitada no intenta explicar la confianza ‘números de la suerte’, o el comportamiento anormal de personas con patologías psicológicas. En estos casos uno debería hablar de irracionalidad. De todas formas un comportamiento no debe ser considerado irracional simplemente porque falla en conformar una racionalidad completa. Un tomador de decisiones que persigue objetivos adaptativos en lugar de maximización de la utilidad puede ser perfectamente racional en el sentido cotidiano de la palabra. (p.15).

Conclusiones:

La idea de que los agentes realizan pronósticos sobre el futuro basándose en la información que tienen a su alcance no es novedosa, pero plantear que los agentes forman esos pronósticos de manera coordinada, de forma que efectivamente dichas expectativas represente en promedio el verdadero comportamiento de la economía resulta muy innovador. Desde el surgimiento del concepto de Expectativas Racionales ha habido numerosos aportes en este campo. Con respecto a este punto Kevin Hoover afirmó durante un distinguido panel de discusión sobre las expectativas racionales que:

> He leído la definición que brinda Muth en su trabajo; pero en los siguientes 50 años las personas han tratado de interpretar el concepto de expectativas racionales en varias formas: como un modelo con expectativas consistentes; como la noción de que los agentes conocen el verdadero modelo de la economía y forman expectativas basados en esto; como la idea de que las expectativas no están sistemáticamente sesgadas; como una noción de que los agentes aprenden de forma eficiente e insesgada sobre sus errores; como la idea de que las expectativas son la solución optimizadora de una función de verosimilitud. (Hoover y Young, 2011, p.10)

Es claro que los avances intelectuales basados en el concepto de Expectativas Racionales resultan muy variados, sin embargo las críticas que se han presentado ponen en tela de juicio la validez de los mismos.

Sería ingenuo creer ciegamente en los supuestos de una teoría, sea cual sea la disciplina que consideremos, sin embargo esto no invalida dichas teorías. Sería imposible o incluso inútil conformar un cuerpo teórico que represente fielmente la realidad en todos sus vértices, ya que éste sería tan complejo y amplio como la realidad misma. Entonces: ¿Cuál sería la utilidad de dicho cuerpo teórico?

Si bien existen dificultades lógicas a la hora de plantear la perfecta racionalidad, o se presentan inconsistencias respecto a los hechos empíricos o se realizan preguntas sobre cómo es posible que en un mundo donde los agentes poseen expectativas racionales se hayan experimentado catastróficas crisis económicas, el concepto básico de las Expectativas Racionales no debería ser abandonado, sino más bien corregido o ampliado. Es allí donde surge como alternativa la teoría de la racionalidad limitada y permite solucionar este dilema, planteando un escenario más verosímil, pero sin abandonar absolutamente el paradigma.

Referencias:

Aumann, R. J. (1974). Subjectivity and correlation in randomized strategies. *Journal of mathematical Economics*, *1*(1), 67-96.

Aumann, R. J., y Dreze, J. H. (2008). Rational expectations in games. *The American Economic Review*, *98*(1), 72-86.

Barros, G., (2010). Herbert A. Simon and the concept of rationality: Boundaries and procedures. *Brazilian Journal of Political Economy,* 30(3), 455-472

Becker, G. S. (1962). Irrational behavior and economic theory. *Journal of political economy*, *70*(1), 1-13.

Bellman, R. (1957) *Dynamic Programming*. Princeton: Princeton University Press.

Brouwer, L. (1912) Über Abbildung von Mannigfaltigkeiten. *Mathematische Annalen* 71, 97-115.

Carter, M. (2001). *Foundations of mathematical economics*. Massachusetts: MIT Press.

Carter, M., y Maddock, R. (1984). *Rational expectations: macroeconomics for the 1980s?* London: Macmillan.

Das, A. (2014). Bounded Rationality in Macroeconomics: Comments. *Middle-East Journal of Scientific Research.* 21 (6):1002-1007

Evans, G.W., y Honkapohja, S. (2005). An interview with Thomas J. Sargent. *Macroeconomic Dynamics*, *9*(04), 561-583.

Grunberg, E., y Modigliani, F. (1954). The predictability of social events. *Journal of Political Economy*, *62*(6), 465-478.

Hoover, K. D., & Young, W. (2011). Rational Expectations: Retrospect and Prospect. CHOPE Working Paper No. 2011-10 Recuperado de: http://ssrn.com/abstract=1879245

Kuhn, M. (2006) Notes on Numerical Dynamic Programming in Economic Applications. CDSE University of Mannheim. Recuperado de: http://www.wiwi.unibonn.de/kuhn/notes/DPNotes.pdf

Ljungqvist, L., y Sargent, T. J. (2012). *Recursive macroeconomic theory*. London: MIT press.

Lucas, R. E. (1976, January). Econometric policy evaluation: A critique. In *Carnegie-Rochester conference series on public policy* (Vol. 1, pp. 19-46). North-Holland.

Lucas, R. E., y Sargent, T. J. (Eds.). (1981). *Rational expectations and econometric practice* (Vol.1). Minneapolis: University of Minnesota Press.

Mäki, U., Knudsen, C., y Gustafsson, B., (Eds.). (2005). *Rationality, institutions and economic methodology*. London: Taylor and Francis.

Maschler, M., Solan, E., y Zahmir, S. (2013) *Game Theory*. Cambridge: Cambridge Press.

Morgenstern, O., (1976) *Selected economic writings of Oskar Morgenstern.* Schotter, A., Ishaq Nadiri, M. (Eds.) New York: New York University Press

Muth, J. F. (1961). Rational expectations and the theory of price movements. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 29(3) 315-335.

Nash, J. (1951). Non-cooperative games. *Annals of Mathematics*, 54(2), 286-295.

Pascuini, P. (2015). Un ensayo sobre las dificultades lógicas del uso de expectativas racionales. *Anales del VII Congreso de Estudiantes de Posgrado en Economía*. Bahía Blanca.

Rahwan, I., Larson K., y Tohmé, F. (2009) Game-theoretic foundations for argumentation. *Journal of ACM*, 5, 1-38.

Rust, J. (2008). Dynamic programming. *The New Palgrave Dictionary of Economics*. Second Edition. Eds. Steven N. Durlauf and Lawrence E. Blume. Basingstoke, Hampshire New York: Palgrave Macmillan.

Sargent, T. J., Fand, D., y Goldfeld, S. (1973). Rational expectations, the real rate of interest, and the natural rate of unemployment. *Brookings Papers on Economic Activity*, *1973*(2), 429-480.

Selten, R. (2002). What is Bounded Rationality? In Gigerenzer, G. & Selten, R. (Eds.) *Bounded Rationality: The Adaptive Toolbox.* (pp. 13-36). Massachusetts: MIT Press.

Shor M. (2006) "Backward Induction" *Dictionary of Game Theory Term*, GameTheory.net recuperado de http://www.gametheory.net/dictionary/backwardinduction.html

Shor M. (2006) "Subgame Perfect" *Dictionary of Game Theory Term*, GameTheory.net recuperado de http://www.gametheory.net/dictionary/subgameperfect.html

Simon, H. (1972): Theories of Bounded Rationality. In Radner, R. y McGuire, C. (Eds.), *Decision and organization. A volume in honor of Jacob Marschak.* (pp. 161-176). Amsterdam: North-Holland.

Tadelis, S. (2013). *Game theory: an introduction*. Princeton: Princeton University Press.

Van Eemeren, F. H., y Grootendorst, R. (2004). *A systematic theory of argumentation: The pragma-dialectical approach* (Vol. 14). New York: Cambridge University Press.

Von Stackelberg, H. (1934). *Marktform und gleichgewicht*. Berlin: J. Springer.

Winter, S. (1975). Optimization and Evolution in the Theory of the Firm. In Day, R. y Groves, T. (Eds.), *Adaptive Economic Models* (pp. 73-118) New York: Academic Press, INC.