



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL SUR

TESIS MAGISTER EN CIENCIAS DE LA COMPUTACIÓN

De Mr. Increíble a Judy Hopps: un estudio sobre modelado de
cabello y pelaje en producciones de animación

Lic. Leonardo Emanuel Segovia

BAHÍA BLANCA

ARGENTINA

2020



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL SUR

TESIS MAGISTER EN CIENCIAS DE LA COMPUTACIÓN

De Mr. Increíble a Judy Hopps: un estudio sobre modelado de
cabello y pelaje en producciones de animación

Lic. Leonardo Emanuel Segovia

BAHÍA BLANCA

ARGENTINA

2020

Esta página está intencionalmente en blanco

Prefacio

Esta Tesis se presenta como parte de los requisitos para optar al grado académico de Magister en Ciencias de la Computación, de la Universidad Nacional del Sur y no ha sido presentada previamente para la obtención de otro título en esta Universidad u otra. La misma contiene los resultados obtenidos en investigaciones llevadas a cabo en el Departamento de Ciencias e Ingeniería de la Computación, durante el período comprendido entre el 8 de agosto de 2017 y el 6 de noviembre de 2020, bajo la dirección de la Dra. Silvia M. Castro y la co-dirección de la Dra. Dana K. Urribarri.

A las Dras. Castro y Urribarri, agradezco sus consejos y dirección durante el desarrollo de esta tesis. Un agradecimiento particular va a Silvia Castro, por introducirme a la Computación Gráfica. In memoriam Constantino Peroggi, te debo el café.

7 años atrás, Periwinkle y Mérida marcaron el camino. Esta tesis es para ellas.

6 de noviembre de 2020

Lic. Leonardo Emanuel Segovia

Departamento de Ciencias e Ingeniería de la Computación

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL SUR



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL SUR
Secretaría General de Posgrado y Evaluación Continua

La presente tesis ha sido aprobada el / / , mereciendo la calificación
de ().

Esta página está intencionalmente en blanco

Resumen

El pelo, o pelaje en animales, es uno de los componentes cruciales a considerar en el diseño y producción de personajes virtuales. Es una de las características más reconocibles que contribuye a su autenticidad e identidad. Por lo tanto, no sólo su simulación debe ser estéticamente agradable y físicamente plausible, sino también debe encajar con el universo del personaje.

En esta tesis, estudiamos todos los métodos y técnicas disponibles para el diseño, simulación, y renderización de pelo, tanto para uso fuera de línea como para aplicaciones de tiempo real. Para cada etapa, identificamos el conjunto de propiedades necesarias para considerar a un modelo físicamente plausible, y presentamos un análisis de los modelos reseñados según dichas propiedades. Hacemos especial énfasis en aquellos modelos con uso conocido en animación cinematográfica, en particular las películas *Enredados*, *Valiente*, y *Zootopia*. Además, presentamos la implementación de un sistema completo de sombreado de pelo, construida según las especificaciones de uno de los modelos reseñados, y realizada dentro de la suite de creación 3D libre y de código abierto, Blender.

Esta página está intencionalmente en blanco

Abstract

Hair, and fur for animals, is one of the crucial components to be considered in the design and production of virtual characters. It is one of the most noticeable features that contribute to its authenticity and identity. As such, not only its simulation must be aesthetically pleasing and physically plausible, but it must also fit within the character's universe.

In this thesis, we survey all available methods and techniques of hair styling, simulation, and rendering, both for offline and realtime use. For each stage, we identify the set of properties which make a model physically plausible, and analyse the surveyed models. We make special emphasis in those models known to be used in feature animation, in particular the films *Tangled*, *Brave*, and *Zootopia*. Additionally, we present an implementation of a complete hair shading system, constructed according to the specifications of one of the surveyed models, and implemented within the free, open source 3D creation suite, Blender.

Esta página está intencionalmente en blanco

Índice general

RECONOCIMIENTOS	xix
1 INTRODUCCIÓN	1
1.1 Objetivos y contribuciones	2
1.2 Esquema de la tesis	4
2 PROPIEDADES DE LAS FIBRAS	5
2.1 Fibras individuales	6
2.2 Peinado humano	11
3 ESTADO DEL ARTE: MODELADO	13
3.1 Introducción	13
3.2 Ubicación de cabellos	14
3.3 Forma del peinado	15
3.4 Desafíos	31
3.5 Conclusiones	32
4 ESTADO DEL ARTE: ANIMACIÓN	33
4.1 Introducción	33
4.2 Dinámica de las fibras individuales	35
4.3 Dinámica global del pelo	45
4.4 Modelando efectos específicos	54
4.5 Desafíos	56
4.6 Conclusiones	56
5 ESTADO DEL ARTE: SOMBREADO	57
5.1 Introducción	57
5.2 Conceptos básicos	58
5.3 Modelos de sombreado	67
5.4 Desafíos	98
5.5 Conclusiones	98

6	IMPLEMENTACIÓN DE UN MODELO DE SOMBREADO	101
6.1	Introducción	101
6.2	Blender	101
6.3	Google Summer of Code	102
6.4	Presentación y comunicación de la propuesta	104
6.5	Desarrollo del proyecto	105
6.6	Anatomía del shader	109
6.7	Resultados	114
6.8	Conclusiones	120
7	CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO	121

Índice de figuras

2.1	Sección transversal de un folículo piloso.	6
2.2	Características estructurales del cabello.	7
2.3	Muestra de pelo de oso negro.	7
2.4	Ejemplo del comportamiento no lineal del pelo.	10
3.1	Técnicas de posicionamiento de cabellos.	14
3.2	Técnicas de distribución de los folículos pilosos.	15
3.3	La superficie paramétrica modela el peinado completo, a partir de la cual se interpolarán los cabellos individuales.	16
3.4	Las técnicas de <i>wisps</i> o mechones modelan el cabello como grupos individuales de fibras.	17
3.5	El paradigma de bosquejos permite darle forma al peinado de una manera muy intuitiva.	18
3.6	El editado a múltiples niveles permite manipular el peinado simultáneamente en varios niveles de resolución.	18
3.7	Los métodos físicos emplean uno o varios fenómenos para modelar el peinado.	19
3.8	Las técnicas de reconstrucción de peinado se pueden clasificar según la cantidad de imágenes que utilicen.	20
3.9	Las técnicas de reconstrucción de peinado se pueden clasificar según el tipo de movimiento que consideren al momento de procesar las imágenes.	20
3.10	Las técnicas de reconstrucción de peinado se pueden clasificar según el tipo de consistencia de las fibras obtenidas.	21
3.11	Las técnicas de reconstrucción de peinado se pueden clasificar según el paradigma que utilizan.	21
4.1	Esquema del modelo de viga en voladizo de Kurihara <i>et al.</i> (1993).	35
4.2	Esquema del modelo de masa-resorte-bisagra de Rosenblum <i>et al.</i> (1991).	36
4.3	El modelo físico planteado por Selle <i>et al.</i> (2008) es el primero que, mediante tetraedros compuestos de distintos tipos de resorte, permite modelar rulos y cabellos lacios.	37

4.4	Simulación de 5000 cabellos enrollados con 50 segmentos cada uno (250000 partículas totales), según el modelo de Selle <i>et al.</i> (2008).	38
4.5	Simulación de una esfera peluda con 25000 cabellos, según el modelo de redes oscilantes cuboidales de Michels <i>et al.</i> (2015).	38
4.6	Representación de una fibra capilar como una cadena de cuerpos rígidos en serie.	39
4.7	Esquema de una barra de Cosserat.	40
4.8	Ejemplos del modelo de Super-Hélices.	40
4.9	Esquema de la estructura física del método de correspondencia de formas.	42
4.10	Esquema del modelo de masa-resorte-envolvente de Plante <i>et al.</i> (2002).	47
4.11	En el modelo de Hadap <i>et al.</i> (2001), la dinámica de fluidos permite procesar las interacciones cabello-cabello, cabello-cuerpo y cabello-aire de forma unificada.	49
4.12	La utilización de cabellos guía implica calcular el movimiento de un subconjunto clave, y a partir de ellos interpolar el movimiento del resto.	51
4.13	Métodos multiresolución como el de Ward <i>et al.</i> (2003b), permiten animar el cabello eligiendo dinámicamente el nivel de agrupamiento.	53
5.1	Sistema de coordenadas y ángulos notables utilizados en los modelos de sombreado.	63
5.2	Definición geométrica del diámetro proyectado $D(\phi)$	63
5.3	Ilustración del problema de sombreado de fibras, según Zinke <i>et al.</i> (2007).	65
5.4	Comparación visual entre los modelos de Yan <i>et al.</i> (2015), Marschner <i>et al.</i> (2003), y Kajiya <i>et al.</i> (1989).	69
5.5	Esquema del modelo de iluminación de Marschner <i>et al.</i> (2003).	71
5.6	Comparación entre los acercamientos de BCSDf y BFSDf de Zinke <i>et al.</i> (2007), y el modelo de Kajiya <i>et al.</i> (1989).	75
5.7	Comparación entre peinados cuya iluminación fue procesada por trazado de rayos a fuerza bruta, y los equivalentes mediante el modelo de doble dispersión de Zinke <i>et al.</i> (2008).	78
5.8	Esquema del proceso de definición del modelo de Sadeghi <i>et al.</i> (2010a).	80
5.9	Comparación entre el modelo de doble dispersión de Sadeghi <i>et al.</i> (2010a), muestreo estratificado, y la técnica propuesta por Ou <i>et al.</i> (2012b).	82
5.10	Ejemplos del modelo de iluminación propuesto por d'Eon <i>et al.</i> (2013).	85
5.11	Comparación de los modelos de dispersión de cabello humano y animal, según Yan <i>et al.</i> (2017b).	91
5.12	Comparación, a igual tiempo y calidad, entre los modelos de Yan <i>et al.</i> (2015) y Yan <i>et al.</i> (2017b)	94
6.1	Ejemplo de shader de cabello en Blender.	105
6.2	Otro ejemplo de shader de cabello en Blender.	106
6.3	Error de renderizado de nuestro shader durante la semana 5.	107
6.4	Ejemplo de cuadro del manual.	108

6.5	Shader de refracción de Blender.	109
6.6	Apariencia visual de «Principled Hair BSDF», según cada modo de coloreado. . .	118
6.7	Comparación entre el shader original de Blender y nuestro shader.	119
6.8	Otra comparación entre el shader original de Blender y nuestro shader.	119
6.9	Resultados obtenidos con nuestro shader.	120

Esta página está intencionalmente en blanco

Índice de tablas

2.1	Propiedades geométricas del cabello, clasificadas por origen étnico.	9
2.2	Propiedades mecánicas de una fibra capilar seca.	9
3.1	Análisis de las técnicas mono-imagen basadas en campos de orientación, según las características propuestas por Chai <i>et al.</i> (2013).	22
3.2	Análisis de las técnicas mono-imagen basadas en datos, según las características propuestas por Chai <i>et al.</i> (2013).	23
3.3	Análisis de las técnicas multi-imagen basadas en campos de orientación, según las características propuestas por Chai <i>et al.</i> (2013).	25
3.4	Análisis de las técnicas multi-imagen basadas en datos, según las características propuestas por Chai <i>et al.</i> (2013).	28
3.5	Análisis de las técnicas de modelado dinámico, según las características propuestas por Chai <i>et al.</i> (2013).	29
4.1	Comparación de características de los modelos de animación basados en voladizos y dinámica proyectiva.	44
4.2	Comparación de características de los modelos de animación basados en sistema de masa-resorte.	44
4.3	Comparación de características de los modelos de animación basados en cadenas de cuerpos rígidos en serie.	45
4.4	Comparación de características de los modelos de animación basados en barras de Cosserat.	46
4.5	Comparación de características de los modelos de animación de dinámica basada en posiciones.	47
4.6	Comparación de características de los modelos de animación basados en mechones.	48
4.7	Comparación de características de los modelos de animación basados en dinámica de fluidos.	50
4.8	Comparación de características de los modelos de animación basados en cabellos guía.	51
4.9	Comparación de características de los modelos de animación basados en partículas conectadas mínimamente y deformación de forma libre.	52
4.10	Comparación de características de los modelos de animación multirresolución.	53

5.1	Notación utilizada en los modelos de sombreado.	59
5.2	Resumen de los parámetros del modelo de Marschner <i>et al.</i> (2003).	71
5.3	Resumen de los parámetros de los modelos propuestos por Zinke <i>et al.</i> (2007).	76
5.4	Resumen de los parámetros únicos a los modelos de doble dispersión.	77
5.5	Resumen de los parámetros del modelo de Yan <i>et al.</i> (2015).	90
5.6	Resumen de los parámetros del modelo de Yan <i>et al.</i> (2017b).	93
5.7	Comparación de características de los modelos de sombreado fenomenológicos y basados en datos.	99
5.8	Comparación de características de los modelos de sombreado basados físicamente.	100
6.1	Parámetros de «Principled Hair BSDF».	118
7.1	Técnicas de animación utilizadas en producciones cinematográficas.	122
7.2	Técnicas de sombreado utilizadas en producciones cinematográficas.	122

Índice de snippets

6.1	Estructura de datos de la clausura de nuestro shader.	111
6.2	Interfaz <i>socket-backend</i> de nuestro shader.	112
6.3	Signatura de nuestras funciones de etapa.	113
6.4	Ejemplos representativos de sockets del shader.	114
6.5	Definición formal de un enumerado.	115
6.6	Definición formal de una estructura RNA.	116
6.7	Definición de la apariencia visual del nodo.	117

Esta página está intencionalmente en blanco

Reconocimientos

El autor quisiera agradecer a las siguientes personas y entidades por su amable autorización para reproducir los elementos que se detallan:

- Dr. Andrew Selle, por la ilustración de su modelo representada en la Figura 4.4.
- El Alaska Fur ID Project del Alaska State Museum (<https://alaskafurid.wordpress.com/>), por la imagen de pelo de oso negro de la Figura 2.3, disponible en <https://alaskafurid.wordpress.com/2009/11/02/bear-black/#jp-carousel-612>.
- Dra. Florence Bertails-Descoubes, del equipo Bipop del Inria (<http://www.inrialpes.fr/bipop/people/bertails>), por la imagen de mechón de pelo de la Figura 2.4.
- Association for Computing Machinery, Inc. (<https://www.acm.org>), por los diagramas de las Figuras 3.1b, 3.6, 3.7a, 3.8b, 3.8b, 3.9a, 3.10a, 3.10b, 3.11a, 3.11b, 5.1, 5.4, 5.7, 5.8, 5.10, 5.11, y 5.12.
- The Institute of Electrical and Electronics Engineers, Incorporated (<https://www.ieee.org>), por las Figuras 3.1a, 3.1c, 3.3, 3.5, 3.4, 3.7c, 4.12, 4.13, el diagrama del problema de iluminación capilar de la Figura 5.3, y la Figura 5.6.
- John Wiley & Sons, Inc., por las Figuras 3.9b y 4.6, el diagrama del modelo de masa-resorte de las Figuras 4.2 y 4.3, además de las Figuras 5.9.
- Dr. Pramook Khungurn, anteriormente de Cornell University (<https://pkhungurn.github.io/>), por el diagrama de la Figura 5.2.
- Springer Nature Customer Service Centre GmbH, por la Figura 3.7b.

El autor quisiera agradecer particularmente a Rasmus Tamstorf, de Disney Animation, y al Dr. Pramook Khungurn, por proveer los originales de las figuras utilizadas en sus textos.

Se deja constancia que las Figuras 2.1 y 2.2 fueron redibujadas de sus originales, disponibles en el sitio web del Federal Bureau of Investigations y en el dominio público *cfr.* 17 U.S.C. § 105.

El presente trabajo fue apoyado por la Stichting Blender Foundation y Google mediante el programa Google Summer of Code (edición 2018).

Esta página está intencionalmente en blanco

1

Introducción

« Algunos dicen que nuestro destino está atado a la tierra, que es tan parte de nosotros como nosotros de él. Otros dicen que el destino está tejido como una tela, para que el destino de uno se cruce con otros muchos. Es la cosa que buscamos o que peleamos por cambiar. Algunos nunca lo encuentran. Pero a algunos los llevan a él.»

—Princesa Mérida, Valiente

La Computación Gráfica, como rama constituyente de las Ciencias de la Computación, estudia la utilización de computadoras para la creación y manipulación de imágenes (Marschner *et al.* 2016). Sin embargo, para la mayoría de las personas, Computación Gráfica es un sinónimo de «3D»– el proceso de crear modelos digitales en tres dimensiones para luego animarlos, procesarlos y visualizarlos desde cualquier punto de vista (Watkins 2012), ya sea en aplicaciones cinematográficas, videojuegos, etc. En este sentido, uno de los componentes principales de la representación virtual de un personaje es el *pelo*.

El pelo, ya sea como parte de un *peinado* o de un *pelaje*, es un elemento visual definitorio del ser, ya sea representando una moda, una cultura, o una característica subyacente del personaje virtual. Es celebrado a través de las eras, formando parte de mitos, pinturas, rituales, y conmemoraciones de todo tipo. En la actualidad, su corte, color, o estilo conforman la identidad exterior de una persona y su personalidad (Bertails 2006).

Aunque ya transcurrieron 30 años desde la publicación del primer modelo fenomenológico de sombreado (Kajiya *et al.* 1989), el pelo sigue siendo uno de los problemas más desafiantes del área. Ésta es una consecuencia directa de la complejidad estructural de un peinado o pelaje; un pelo es una fibra elíptica translúcida, muy fina y cubierta de escamas de queratina, y un peinado puede contener hasta 100000 de ellas, interactuando entre sí y con el resto del personaje (Bertails 2006).

Esta estructura, aunque simple conceptualmente, aparece en la realidad en una infinita variedad de formas: por ejemplo, el cabello humano puede ir desde lacio hasta rizado; desde blanco hasta el rojo o negro más profundos; además, puede variar en brillo debido a las condiciones climáticas y estructurales (Magnenat-Thalmann *et al.* 2000). De este modo, la renderización de pelo no solamente es compleja desde la óptica geométrica, sino también en los aspectos tanto físico como de iluminación; procesarlo de forma fiel es computacionalmente costoso, y hacerlo por fuerza bruta, casi impracticable (Chiang *et al.* 2016).

La representación virtual de pelo no solamente tiene utilidad en Computación Gráfica; también es de utilidad para la Cosmetología, ciencia que concibe al cuidado personal como de vital importancia para la apariencia y auto-apreciación de la persona (Bertails 2006). Ambas ciencias, la Computación Gráfica y la Cosmetología, encuentran de similar utilidad el desarrollo de modelos físicamente correctos de pelo.

1.1 Objetivos y contribuciones

Esta investigación está motivada por el lanzamiento en 2012 de la película ganadora del Academy Award®, *Valiente*. Hasta donde se sabe, fue la primera película donde se utilizó una simulación basada en la Física de pelo *enrulado*. Esto nos llevó a formularnos la siguiente pregunta: *¿cómo lo hicieron?*

Una respuesta completa y exhaustiva debería cubrir las tres grandes áreas identificadas por Magnenat-Thalmann *et al.* (2000): el *modelado*, la *animación*, y el *sombreado*. Según Ward *et al.* (2007a),

- el *modelado*, o diseño de la forma del peinado, involucra tanto la geometría de su forma como la densidad, distribución y orientación de las fibras individuales;
- la *animación*, determina el movimiento dinámico del peinado, incluyendo la detección y manejo de colisiones entre las fibras y con objetos tales como la cabeza, el cuerpo, la ropa, etcétera;
- el *sombreado* determina el color, sombras, dispersión lumínica y transparencia, y trata los problemas de *aliasing* que ocurren al mostrar fibras muy pequeñas en la pantalla.

Hasta el presente, los recursos de referencia en dichas áreas han sido los siguientes:

- el primer estudio del arte, publicado por Magnenat-Thalmann *et al.* (2000) en los albores del área;
- el trabajo de Ward *et al.* (2007a), quien profundizó y detalló los desarrollos existentes hasta ese momento;
- la tesis de doctorado de Bertails (2006), junto con su clase de SIGGRAPH posterior (Bertails *et al.* 2008),
- en lo que concierne a la teoría física de varillas de Cosserat, el libro de Audoly *et al.* (2010);
- el trabajo de Bao *et al.* (2018), quienes cubren los desarrollos en modelado de pelo basado en su digitalización a partir de imágenes y video.

Como puede observarse, no solamente la mayoría de estos trabajos fueron llevados a cabo hace una década, sino que existe una progresiva fragmentación entre los mismos. Además, la tesis que consideramos central en el desarrollo de alternativas de animación basadas en la Física está publicada en el lenguaje francés.

El objetivo central de esta tesis es *actualizar el estado del arte*; durante la realización de esta tarea, se llevaron a cabo las siguientes contribuciones:

1. Un estado del arte de las técnicas de modelado, animación y sombreado de cabello y pelaje, a partir de una detallada revisión, análisis y consolidación de los trabajos previos realizados por Bao *et al.* (2018), Magnenat-Thalmann *et al.* (2000) y Ward *et al.* (2007a), junto con el estudio de las características físicas y ópticas de las fibras capilares desarrollado por Bertails (2006). La actualización realizada se ha centrado en aquellas técnicas de uso conocido en animación cinematográfica. Conducidos por la pregunta de investigación, hemos individualizado todos los modelos de simulación y sombreado de pelo desarrollados por Walt Disney Animation Studios y Pixar, en particular aquellos utilizados en las películas *Los increíbles*, *Enredados*, *Valiente*, *Monsters University*, y *Zootopia*.
2. La organización para la actualización del estado del arte refleja no sólo el progreso de cada área, sino también un análisis más amplio del estado actual del desarrollo de las técnicas de modelado, animación y sombreado. A tal fin, cada capítulo integra tablas organizando las técnicas analizadas en grupos de acuerdo a tipo y año y en las que se detalla, en cada caso, la correctitud de los modelos reseñados y el conjunto de características que la determinan en cada área.
3. Asimismo, aplicamos los conocimientos adquiridos durante el desarrollo del presente a una *aplicación práctica de uno de los modelos investigados*. Como parte del prestigioso certamen internacional Google Summer of Code, organizado por la empresa Google LLC, desarrollamos *un shader de sombreado de pelo* para la suite de diseño 3D Blender, que cumple con y extiende las especificaciones del utilizado en *Zootopia*.

En general, esta tesis sintetiza el estado actual del conocimiento en tres áreas esenciales de la Computación Gráfica aplicada a animación cinematográfica: el modelado, animación, y sombreado de fibras capilares, analizando y discutiendo los hallazgos realizados desde sus orígenes. Las reflexiones sobre estos desarrollos pretenden contribuir al avance general de la investigación en estas áreas, proveyendo un punto de partida sistematizado para nuevas investigaciones. Además, basándonos en estas reflexiones, proponemos en las conclusiones líneas de investigación en aspectos específicos, que pueden ser el punto de partida de futuras innovaciones.

1.2 Esquema de la tesis

Esta tesis presenta nuestros esfuerzos investigativos en simulación de pelo y pelaje a nivel de producción.

- En el Capítulo 2 detallamos las propiedades mecánicas y ópticas más relevantes para la simulación por computadora de fibras capilares. Consideramos no solamente las características que le dan su apariencia visual, sino también aquellas propiedades específicas del pelaje que lo diferencian del cabello humano.
- En los Capítulos 3, 4 y 5 planteamos los conceptos básicos y presentamos el estudio del arte correspondiente a cada etapa de la simulación de pelo: modelado, animación y sombreado. Asimismo, para cada una de ellas presentamos un conjunto de métricas apropiadas para determinar su plausibilidad física, además de resaltar posibles mejoras y áreas de investigación.
- En el Capítulo 6 presentamos la implementación del sistema de sombreado de pelo que realizamos durante Google Summer of Code 2018, detallando las características más importantes que conforman la infraestructura de un shader de sombreado en Blender. También mostramos aquellas características que hacen de nuestro sistema una gran mejora al estado del arte de dicha suite.
- En el Capítulo 7 sintetizamos nuestras conclusiones y proponemos áreas posibles de trabajo a futuro. A modo de cierre, también listamos todos los modelos reseñados en el presente trabajo con uso conocido en producciones cinematográficas.

2

Propiedades de las fibras

Antes de analizar cómo evolucionó la simulación de pelo y pelaje a lo largo de los años, es esencial comprender bien sus características y su comportamiento. No describiremos en detalle todas las propiedades químicas, biológicas, mecánicas y ópticas del pelo, sino solamente aquellas relevantes para su modelado, tanto en estado estático como dinámico.

A modo de introducción, entonces, citaremos una porción de la definición de la palabra «pelo» (Real Academia Española 2020):

pelo

Del lat. *pilus*.

1. m. Filamento cilíndrico, delgado, de naturaleza córnea, que nace y crece en la piel de algunos animales, especialmente los mamíferos.

2. m. Conjunto de los pelos.

3. m. Cabello de la cabeza humana.

...

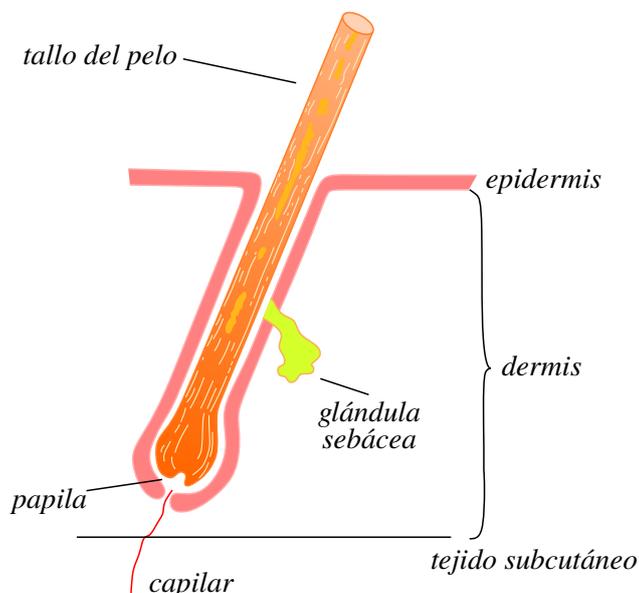
5. m. Capa o color de los caballos y otros animales.

...

Es claro que «pelo» puede ser utilizado para referirse a tres tipos de materiales:

- cada fibra capilar de forma individual;

Figura 2.1: Sección transversal de un folículo piloso. (Adaptado de Deedrick et al. (2004a).)



- la colección de fibras o *cabellos* que componen el *peinado* de un humano;
- el conjunto de fibras que conforman el *pelaje* animal.

En el presente trabajo trataremos los tres tipos de materiales, ya que cada uno posee importantes propiedades que son relevantes para una simulación físicamente correcta de pelo y pelaje. Estas propiedades serán descritas en las siguientes secciones.

Este capítulo fue escrito en base a las excelentes tesis de Bertails (2006), Kim (2002) y Lansink (2010). Para el tratamiento del pelo animal, seguimos los trabajos de Carrlee *et al.* (2011), Chiang *et al.* (2016), Deedrick *et al.* (2004a), Deedrick *et al.* (2004b) y Yan *et al.* (2015). De acuerdo con lo postulado por Bertails (2006) cubriremos sólo aquellas propiedades mecánicas y ópticas relevantes a su simulación. Lectores interesados en mayores detalles pueden consultar a autoridades tales como Robbins (2012).

2.1 Fibras individuales

2.1.1 Estructura del pelo

Un pelo está compuesto de dos estructuras distintas: la *hebra*, la cual es la parte visible (y muerta) del cabello, y la raíz o *folículo*, la cual es su parte viva.

Folículo piloso

El folículo piloso, ilustrado en la Figura 2.1, reside casi 4 mm debajo de la superficie de la piel. Su función es la de sintetizar la hebra capilar. En su base, la *papila* gobierna el ciclo de crecimiento del cabello así como también las dimensiones del folículo y de la hebra. Dos tipos de

Figura 2.2: Características estructurales del cabello. (Adaptado de Deedrick et al. (2004a).)

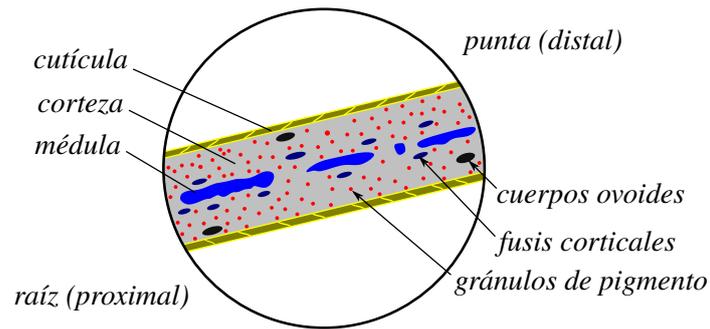
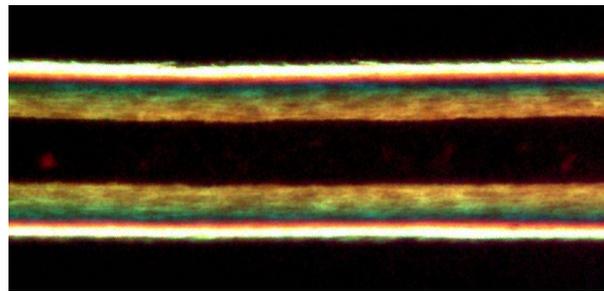


Figura 2.3: Muestra de pelo de oso negro. Las tres capas están claramente diferenciadas. (De Carrlee et al. (2011), reproducida con autorización.)



células pueden ser encontrados aquí, los *queratinocitos* y los *melanocitos*. Los primeros sintetizan y almacenan la proteína estructural *queratina*; una vez endurecidos, mueren y se vuelven parte de la hebra. Los últimos sintetizan el pigmento *melanina* y lo agregan a la hebra en crecimiento. Finalmente, la *glándula sebácea* produce *sebo*, una grasa que lubrica e impermeabiliza la hebra hasta que llega a la superficie de la piel.

Fibra capilar

Una fibra capilar puede ser definida como un cilindro largo, fino y curvado (Kim 2002). Como hemos visto previamente, la fibra capilar está compuesta químicamente de tres elementos: la proteína estructural *queratina*, cantidades variables del pigmento *melanina*, y trazas de metales y sustancias varias las cuales son acumuladas durante el crecimiento de la fibra (Deedrick et al. 2004a).

Tiene una sección transversal (aproximadamente) elíptica, y dependiendo del individuo, su diámetro puede variar entre 45 μm y 110 μm en humanos (Robbins 2012). Por el contrario, el ancho de un pelo animal es mucho más variable, desde un mínimo de 20 μm en animales para comercio, hasta 300 μm en el caso de renos (Deedrick et al. 2004b).

Morfológicamente, puede ser dividido en tres capas concéntricas, ilustradas en las Figuras 2.2 y 2.3:

Cutícula Esta es la capa exterior. Consiste de células planas, endurecidas apropiadamente llamadas *escamas*, las cuales se superponen entre sí como tejas y así sirven de protección a la fibra. Las escamas están orientadas con un extremo hacia la raíz (extremo proximal) y

el otro hacia la punta (extremo distal). Esta capa le da al cabello su apariencia externa, dictando propiedades como textura y brillo. Por ejemplo, si está en buen estado, las escamas están aplanadas unas contra las otras, creando así una superficie suave y brillante. En cambio, una cutícula dañada tiene sus escamas picadas o incluso ausentes, lo que expone la corteza debajo y haciendo que el pelo aparezca opaco y sin vida. También es responsable de las propiedades impermeabilizantes del cabello.

Corteza Esta capa está ubicada directamente debajo de la cutícula, y representa hasta el 90 % de la masa del pelo. Está compuesta de un gran número de células largas y finas llamadas *células fusiformes*, y repletas de queratina. También contienen cantidades variables de melanina en *gránulos de pigmento*. También puede contener diversas estructuras, tales como espacios de aire irregulares llamados *fusi corticales*, y estructuras sólidas, ovaladas y grandes (con respecto a los gránulos de pigmento) llamadas *cuerpos ovoides*. Esta capa le da al cabello propiedades mecánicas notables, ej. tamaño, diámetro, calidad y extensibilidad. Además, su contenido de melanina define la pigmentación natural del pelo.

Médula Esta es la capa más profunda. Es muy raro encontrarla en humanos, donde puede aparecer de una forma amorfa o directamente no hacerlo. En cambio, en el pelaje animal representa más de un tercio de la masa de la fibra capilar, y su estructura regular es responsable de las propiedades aislantes del pelaje.

2.1.2 Forma del cabello

En humanos, la forma natural del cabello es muy variable, dependiendo tanto del origen étnico como del individuo. Informalmente, puede ser descripta con adjetivos cualitativos tales como *lacio*, *con ondas*, *enrulado*, *encrepado* o *ensortijado*; existen clasificaciones especializadas tales como la diseñada por De la Mettrie *et al.* (2007), la cual define ocho diferentes tipos basados en las propiedades de su rizo. Estas diferencias varían de una forma casi continua a lo largo del mundo; pero desde un punto de vista étnico, podemos distinguir tres tipos principales de cabello, cuyas propiedades se resumen en la Tabla 2.1:

Asiático Tiene una sección circular, regular y gruesa. Crece de forma perpendicular al cuero cabelludo. Está densamente distribuido y usualmente agrupado en grandes parches o mechones. Es comúnmente lacio y negro.

Africano Forma irregular, muy enrulado y retorcido. Su sección transversal es extremadamente elíptica y crece de forma casi paralela al cuero cabelludo. También está distribuido de forma muy densa en el cuero cabelludo, y aparece usualmente en matas prominentes. Es casi siempre negro.

Caucásico Una forma intermedia entre las dos mencionadas previamente. Tiene una forma variable, yendo de lacio a ensortijado. Su sección transversal es más o menos elíptica, con

Tabla 2.1: *Propiedades geométricas del cabello, clasificadas por origen étnico. (De Bertails (2006).)*

	Asiático	Africano	Caucásico
Díametro promedio de sección transversal (en μm)	95	76	80
Número promedio de escamas (por mm)	31	35	29
Presencia de bucles localizados (discontinuidades en la curvatura)	no	sí	no
Regularidad del rizo	perfecto	muy irregular	variable
Torsión	ninguna	mucha	poca
Curvatura geométrica promedio (en mm)	0.05	7	0.2
Relación promedio entre longitud real y aparente del pelo	1	3	1.2

Tabla 2.2: *Propiedades mecánicas de una fibra capilar seca, según Bertails (2006).*

Elasticidad (módulo de Young)	0.1 GPa a 3 GPa
Coefficiente de Poisson	0.3 a 0.48
Masa volumétrica	1.3 g/cm ³

un ancho promedio de 80 μm , y crece de forma oblicua. Su distribución es variable, de dispersa a moderadamente densa. Su color natural también es completamente variable, yendo de rubio a negro.

En animales, también hay una distinción morfológica clara entre tipos de pelo:

Pelos de guarda El manto exterior de pelo, provee protección.

Lana o pelaje El manto interior de pelo, aísla el cuerpo de los elementos.

Pelos táctiles Más comúnmente llamados *bigotes*, pueden ser encontrados en la cabeza del animal, y proveen funciones sensoriales.

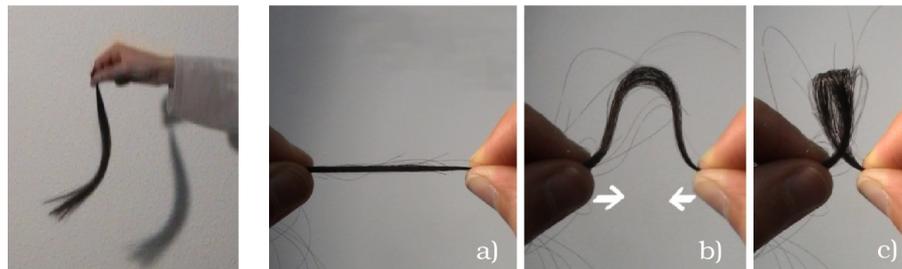
Otros Incluyen las *colas* y la *melená* o *crin*.

2.1.3 Propiedades mecánicas

Las propiedades mecánicas de una fibra capilar, resumidas en la Tabla 2.2, son dadas por su corteza. De acuerdo con Bertails (2006), el pelo suele ser considerado en la Computación Gráfica como inextensible durante el movimiento. Esto es posibilitado por dos factores: su alto contenido de queratina (un material notablemente rígido), a que está sujeto solamente a la fuerza de gravedad por su propio peso y, eventualmente, a fuerzas débiles contra sus raíces. En cambio, su sección transversal pequeña posibilita flexionarlo y retorcerlo de manera muy sencilla.

Cuando se dobla un mechón de pelo, se puede alcanzar fácilmente un límite más allá del cual el mechón no puede ser flexionado. En vez de ello, como puede observarse en la Figura 2.4, desarrolla una inestabilidad llamada *pandeo* (Bertails *et al.* 2006): de pronto, el pelo abandona

Figura 2.4: *Ejemplo del comportamiento no lineal del pelo. Izquierda: cómo un pelo ondula cuando es sometido a oscilaciones verticales. Derecha: cuando se somete un mechón a fuerzas axiales opuestas y crecientes (a), el mechón se flexiona (b) y luego se tuerce (c). (De Bertails (2006), reproducida con autorización.)*



el plano de la flexión y empieza a enroscarse sobre sí mismo. Esto es debido a que a partir de un cierto nivel de restricción impuesta por la flexión, la configuración del pelo en flexión pura tiene una energía potencial mayor que la configuración torsional, lo cual lo fuerza a “relajarse” a una posición más natural y libera el estrés. Esto explica por qué un rizo natural nunca estará en un solo plano, siguiendo en realidad la forma de un tirabuzón (Bertails 2006).

2.1.4 Propiedades ópticas

Las propiedades ópticas de una fibra capilar están determinadas en su mayoría por tres aspectos:

- la translucencia de la queratina;
- la cantidad y tipo de pigmentación (excluyendo teñido, blanqueado, etc.);
- las propiedades geométricas de la cutícula.

La fibra capilar puede ser considerada como un medio translúcido con *índice de refracción*, o IOR, de 1.55 (Robbins 2012). Como vimos en la Sección 2.1.1, su color natural es determinado por el tipo y cantidad de melanina en la corteza. Este pigmento absorbe la luz mientras es dispersada a lo largo de la fibra, y cuanto más pigmento posea la fibra, más intensamente coloreada se vuelve. Hay dos tipos de esta proteína:

Eumelanina El tipo más común, colorea la fibra de marrón claro a negro.

Feomelanina El menos común, colorea la fibra de amarillo a rojizo. Está presente más comúnmente en pelo colorado.

El pelo gris es notable por su falta de pigmentación; ésta es reemplazada por burbujas de aire.

La estructura de la corteza, la cual está compuesta de escamas superpuestas, tiene una gran influencia en la manera en la cual la luz interactúa con la fibra. Como con un cilindro translúcido, una porción de la luz entrante es reflejada directamente en la superficie, generando una reflexión especular del mismo color de la luz. El resto penetra el interior de la fibra por refracción, donde

es absorbida y luego devuelta parcialmente a la superficie mediante dispersión de subsuperficie (coloreada por los pigmentos en la fibra). Pero a diferencia de un cilindro perfecto, las escamas en la superficie de la fibra están ligeramente inclinadas hacia la raíz por aproximadamente 3° , lo cual dispersa la luz.

2.2 Peinado humano

2.2.1 Distribución

En promedio, los humanos tienen 100 000 a 150 000 pelos implantados en el cuero cabelludo, ya sea de forma individual o en grupos de 2 a 3 por folículo. El número total depende de varios factores: el diámetro y color del pelo, el origen étnico y edad del individuo, y su predisposición genética a la alopecia (Bertails 2006). La densidad capilar (en promedio, $200/\text{cm}^2$ a $300/\text{cm}^2$) no sólo depende del individuo, sino también de la región del cuero cabelludo: en general, es más fuerte hacia la coronilla que hacia los lados.

2.2.2 Propiedades mecánicas

Las fibras capilares interactúan entre sí, con el cuerpo y con objetos externos tales como la ropa. Los contactos son complejos debido a las escamas inclinadas de la corteza de las fibras, lo cual causa fuerzas de fricción anisotrópicas cuya amplitud depende en gran medida de la dirección de deslizamiento con respecto a la orientación de las escamas. Debido a la ligereza de las fibras, estas fuerzas de fricción son mucho más intensas que otras fuerzas externas. La fricción entre fibras explica por qué el volumen capilar es tan cohesivo en movimiento (Bertails *et al.* 2006).

El movimiento general del pelo e inclusive la forma que toma en estado de reposo dependen en gran medida de la naturaleza de las múltiples interacciones que ocurren entre las fibras capilares: las colisiones y contactos entre fibras capilares con distintas orientaciones causan que el pelo ocupe un volumen bastante grande cuando se considera el tamaño y radio de las fibras individuales (Cani *et al.* 2006).

El tipo y forma de las fibras individuales tienen un efecto significativo en el comportamiento colectivo del pelo. El ejemplo más obvio es el enulado del cabello. Las matas de pelo son más comunes en cabello enulado, donde el mayor número de contactos entre fibras capilares incrementa la probabilidad de que se enreden. En cambio, los cabellos lacios se deslizan fácilmente junto con sus vecinos, y por ello parecen un continuo en vez de un conjunto de mechones disjuntos. En general, mientras la complejidad de la geometría del pelo crece, hay más fricción interna y menos grados de libertad disponibles para el movimiento. Debido a la mayor superficie en interacción con el aire, el movimiento del cabello enredado o encrespado está sujeto a una amortiguación mucho más importante que el cabello suave y arreglado (Bertails 2006; Bertails *et al.* 2006).

2.2.3 Propiedades ópticas

Las propiedades ópticas de un peinado están determinadas en mayor medida por la dispersión de la luz en la superficie de las fibras individuales. Particularmente en pelo de colores claros, donde la luz puede penetrar profundamente la fibra capilar, la dispersión de sub-superficie de esos rayos contribuye en una gran parte al color general.

Las fibras capilares humanas individuales tienen propiedades de dispersión muy distintivas. Fibras de colores claros pueden dispersar una gran porción de la luz hacia el hemisferio opuesto a la fuente de luz, y la luz dispersada está confinada a un cono de direcciones bastante definido con inclinaciones cercanas a la de la dirección incidente del rayo de luz. En un material con fuerte dispersión hacia delante (i.e. opuesto a la fuente de luz), una gran parte proviene de la dispersión múltiple comparada con la dispersión simple, ya que la mayoría de la luz incidente es dispersada dentro del material donde no puede ser observada directamente. La luz dispersada múltiplemente contribuye a la reflectividad agregada del cabello y además causa una propagación espacial de la luz, suavizando las características geométricas y borroneando los bordes de las sombras duras.

Sin embargo, la dispersión en el pelo es distinta de la dispersión en materiales más isotrópicos. A diferencia de materiales sin una estructura orientada, en la cual sólo importa el ángulo de dispersión, la dispersión en el pelo depende en gran medida de la orientación. La luz en el pelo es dispersada mucho más ampliamente de forma transversal a las fibras que a lo largo. La distribución angular de la iluminación resultante preserva en gran medida su dirección aún luego de varios eventos de dispersión (Moon *et al.* 2006).

3

Estado del arte: Modelado

3.1 Introducción

El pelo es un componente esencial de la identidad visual de un personaje. Su diseño no solamente denota clase social, edad y género (Yu *et al.* 2014), sino que también refleja la personalidad, de la cultura o de una moda pasajera (Bertails 2006). Estos modelos tienen utilidad no solamente en cinematografía, sino también en la industria publicitaria, los videojuegos y aplicaciones industriales como cosmética.

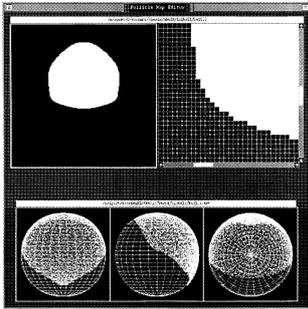
A partir de las propiedades físicas, mecánicas, y ópticas relevantes del pelo, podemos abordar la primera etapa de su simulación, según fuese definida por Ward *et al.*; es decir, cómo se posicionan, diseñan y distribuyen las fibras capilares en el modelo virtual. En este capítulo, analizaremos las técnicas existentes para cada una de las fases, considerando los excelentes análisis de Bao *et al.* (2018) y Ward *et al.* (2007a).

El capítulo está dividido en cuatro secciones. En la Sección 3.2 empezamos analizando cómo distribuir los cabellos en la superficie virtual elegida para actuar como cuero cabelludo. La Sección 3.3 describe los métodos para darles forma a los cabellos una vez ubicados. Finalmente, en las Secciones 3.4 y 3.5 presentamos los desafíos de esta etapa y las conclusiones del capítulo.

Las Tablas 3.1, 3.2, 3.3 y 3.4 resumen los distintos tipos de técnicas que se introducirán a lo largo del capítulo. Los modelos están agrupados por tipo y luego por año. Las características soportadas están denotadas con ✓, mientras que ✗ denota aquellas que explícitamente no lo son, y ⚠ a las que requieren extensiones adicionales o que han sido utilizadas sin haber sido

Figura 3.1: Las tres técnicas de posicionamiento de cabellos: UV unwrapping, posicionamiento directo, y mapas de densidad.

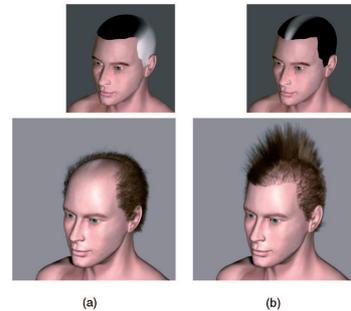
(a) UV unwrapping. (Extraído de Rosenblum et al. (1991).)



(b) Posicionamiento directo. (Extraído de Patrick et al. (2003).)



(c) Mapas de densidad. (Extraído de Choe et al. (2005a).)



explícitamente diseñadas para ello. N/A denota que la característica mencionada es inaplicable en el contexto de la técnica propuesta.

3.2 Ubicación de cabellos

La mayoría de las técnicas de modelado requieren alguna forma de designar la posición de los folículos pilosos. Las técnicas más primitivas son similares a lo que ahora conocemos como *UV unwrapping*, ilustrada en la Figura 3.1a: el usuario designa los folículos pilosos en un mapa 2D, el cual es proyectado sobre el modelo mediante un mapeo a elección (Rosenblum et al. 1991; Yu 2001). Una alternativa es que el usuario diseñe su propio mapa 2D envolviendo una superficie paramétrica sobre el modelo, y luego asignando los cabellos directamente sobre dicha superficie (Kim et al. 2002).

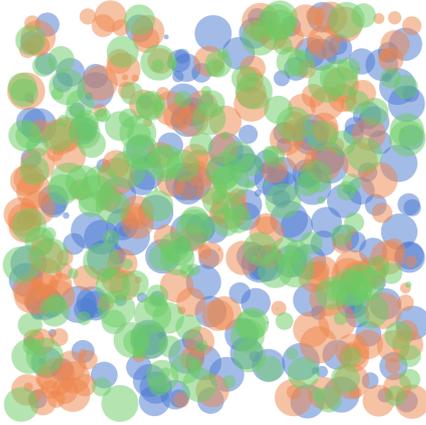
Al utilizar superficies intermedias, el resultado final puede presentar distorsión a causa del mapeo. En el trabajo de Bando et al. (2003), además de utilizar una superficie paramétrica (parche spline de Catmull-Rom), los autores utilizaron una aproximación lineal a un mapeo armónico y compensaron la distorsión ocasionada distribuyendo los cabellos mediante un disco de Poisson operado por la distancia entre los folículos en el espacio del mundo (en vez de utilizar la posición en el mapa 2D).

Un acercamiento completamente distinto involucra posicionar directamente el folículo piloso o mechón de pelo directamente en el modelo. Por ejemplo, en el trabajo de Patrick et al. (2003), un ejemplo del cual podemos observar en la Figura 3.1b, el usuario puede seleccionar directamente los triángulos que conformarán el cuero cabelludo, y a cada triángulo se le asigna un mechón de pelo. Idéntico requerimiento plantea la técnica propuesta por Mao et al. (2005); sin embargo, la colocación de los mechones está dictada por la forma del peinado.

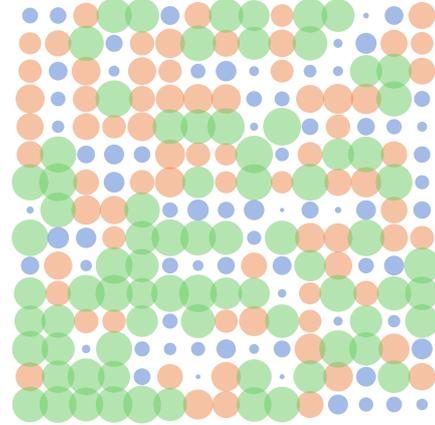
En vez de manejar las fibras capilares, un tercer acercamiento permite al usuario pintar la *densidad* de las mismas sobre el cuero cabelludo utilizando un mapa de color para denotar la cantidad de cabello a insertar, tal y como se observa en la Figura 3.1c (Choe et al. 2005a;

Figura 3.2: Técnicas de distribución de los folículos pilosos.

(a) Cubrimiento al azar, como lo realiza Choe et al. (2005b). (Elaboración propia.)



(b) Cubrimiento regular: un ejemplo es el trabajo de Kim et al. (2002). (Elaboración propia.)



Hernandez *et al.* 2004). Un método similar también permite manejar características tales como longitud y enrutado (Hernandez *et al.* 2004).

Una vez colocado el mechón de cabello, se deben distribuir las fibras capilares. Algunas opciones que utilizan mechones de cabello como forma de posicionamiento (Chen *et al.* 1999; Choe *et al.* 2005a; Plante *et al.* 2001) prefieren un cubrimiento al azar. Como podemos observar en la Figura 3.2a, esto resulta en una mayor densidad capilar si los mechones se superponen; para evitar este efecto, Kim *et al.* (2002) plantean realizar primero la distribución de forma uniforme (Figura 3.2b), y luego asignar cada cabello al mechón correspondiente de forma regular.

3.3 Forma del peinado

Una vez designada la cantidad y posición de las fibras capilares, las técnicas en esta sección permiten al usuario diseñar el peinado del modelo virtual. Bao *et al.* (2018) clasifica las técnicas disponibles en tres grandes grupos:

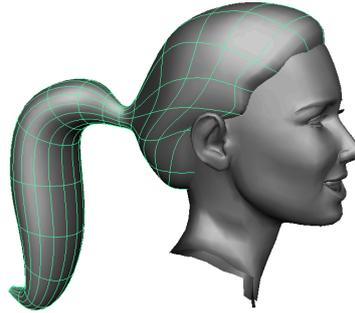
- Los métodos que aquí llamaremos *geométricos* son los más comunes por su antigüedad; emplean diferentes técnicas geométricas para darle forma a los mechones de cabello.
- Los métodos *físicos* emplean la simulación de distintos fenómenos (campos, fluidos, masas-resortes, etc.) para lograr la posición y distribución deseada.
- Los métodos *por imágenes* emplean una o más imágenes, ya sean tomadas por separado o como parte de un video, para reconstruir la forma y distribución del peinado original.

3.3.1 Métodos geométricos

Estos métodos pueden ser clasificados dependiendo de la primitiva geométrica utilizada:

- aquellos basados en *superficies paramétricas*,

Figura 3.3: La superficie paramétrica modela el peinado completo, a partir de la cual se interpolarán los cabellos individuales. (Extraído de Noble et al. (2004).)



- aquellos que utilizan *wisps* o mechones de cabello,
- aquellos basados en bosquejos o *sketches*,
- y aquellos que permiten el *editado a múltiples niveles*.

Superficies paramétricas

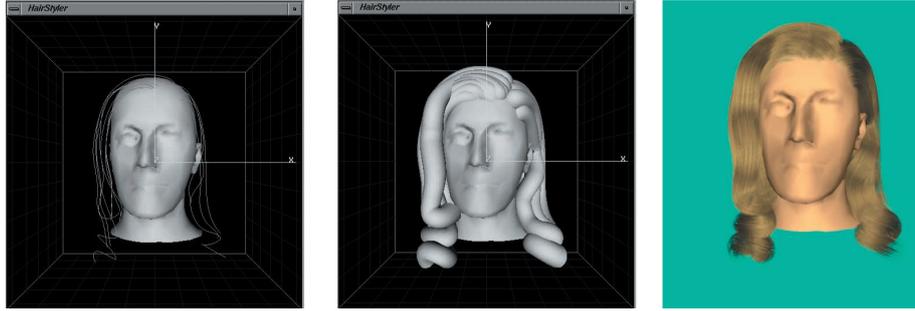
Introducidas por Koh *et al.* (2000) y Koh *et al.* (2001), estas técnicas representan cada mechón mediante un parche de superficie (usualmente NURBS) con tres propiedades: posición en el cuero cabelludo, orientación, y peso de cada punto de control. Para completar el peinado, cada parche puede ser texturizado y los cabellos imitados mediante el uso de transparencias.

Obviamente, el uso de superficies limita el tipo de peinados que pueden ser representados. Como mejora, Liang *et al.* (2003) utilizan mallas poligonales para deformar el parche, hasta lograr una forma cilíndrica que simule un mayor volumen capilar. Kim *et al.* (2002) derivan un modelo alternativo denominado «volumen de pared delgada» (TSV, de sus siglas en inglés, *Thin Shell Volume*): a partir del parche inicial, se crea un volumen desplazando una copia en su dirección normal, y las fibras capilares son generadas dentro de dicho espacio. La técnica propuesta por Noble *et al.* (2004) permite generar mechones adicionales a partir de un volumen spline que modela la forma global del peinado. Mediante este procedimiento, se generan cabellos clave a partir de las isocurvas del volumen, y a partir de cada cabello clave se crean nuevos mechones que pueden ser animados independientemente del volumen y forma originales. Mao *et al.* (2005) plantean un acercamiento similar en la forma global: proponen que el usuario especifique la *silueta* del peinado en varios puntos de vista, a partir de la cual se generan las curvas que servirán de base para la malla poligonal. Sin embargo, el resultado no es físicamente plausible ya que la técnica está diseñada para simular el estilo animé.

Wisps

Este tipo de técnicas (Chen *et al.* 1999; Choe *et al.* 2005a; Xu *et al.* 2001; Yang *et al.* 2000), ilustradas en la Figura 3.4, modela los cabellos en grupos (i.e. mechones) denominados *wisps*, usualmente modelados mediante cilindros generalizados. Estas técnicas reducen el número de

Figura 3.4: Las técnicas de wisps o mechones modelan el cabello como grupos individuales de fibras. (Extraído de Xu et al. (2001).)



propiedades necesarias para diseñar un peinado, representando el mechón completo mediante una o más curvas que conforman el eje de sección transversal de un cilindro generalizado. Dentro de dicho cilindro, se distribuye la cantidad de cabello deseada, y el usuario puede configurar la forma del mismo controlando la posición y curvatura de las curvas eje. Esta técnica es muy útil para modelar peinados estilo africano (Patrick *et al.* 2003); sin embargo, cualquier peinado que no corresponda directamente al paradigma de mechones y grupos es difícil de lograr con este método.

Bosquejos

Estas técnicas, ilustradas en la Figura 3.5, permiten modelar un peinado realista de forma mucho más intuitiva que con otras alternativas. Bajo este paradigma, el usuario dibuja trazos libres sobre la representación del cabello (2D o 3D) para realizar distintas operaciones de peluquería.

El primer acercamiento de este tipo fue propuesto por Mao *et al.* (2005). Su sistema divide el peinado en tres perfiles: frontal, lateral y dorsal, y genera un peinado base a partir de la silueta derivada de los trazos del usuario. También permiten rotar de forma libre el modelo 3D y ajustar los mechones como el usuario lo desee. La propuesta presentada por Malik (2005) permite pensar los trazos como operaciones de peluquería. Mediante el uso de una tableta de dibujo, el usuario puede inicialmente posicionar el mechón de cabello y establecer la densidad de los folículos pilosos. Luego, la interfaz permite cortar, peinar, aplicar planchita o rulos, así también como extender la longitud del cabello.

Chen *et al.* (2006) proponen el primer uso de bosquejos como fuente de información. Su trabajo analiza el modelo de cabello en tres niveles de representación. En primer lugar, el bosquejo sirve como una representación de alto nivel; es decir, cada bosquejo se compone de una cierta cantidad de primitivas (curvas) que señalan la forma general del cabello. A partir de este bosquejo se extrae la representación de nivel intermedio, el campo vectorial asociado que describe el flujo dirigido de los cabellos. Luego, este campo vectorial es utilizado para sintetizar la representación visible o de bajo nivel— en otras palabras, la textura del cabello. El punto débil de esta propuesta es que, al utilizar campos vectoriales 2D, no soporta rulos o peinados

Figura 3.5: El paradigma de bosquejos permite darle forma al peinado de una manera muy intuitiva. (Extraído de Wither et al. (2007).)

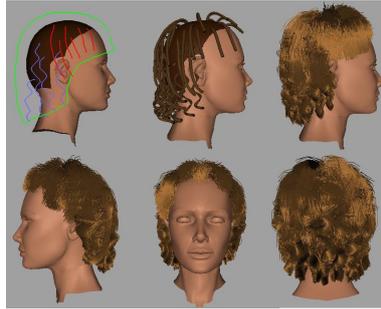


Figura 3.6: El editado a múltiples niveles permite manipular el peinado simultáneamente en varios niveles de resolución. (Extraído de Kim et al. (2002).)



estructuralmente más complejos. Fu *et al.* (2007) también implementaron un sistema basado en campos vectoriales; en particular, utilizan los trazos para generar un flujo a lo largo que conformará el campo vectorial. Sin embargo, su sistema solamente puede modelar cabello lacio.

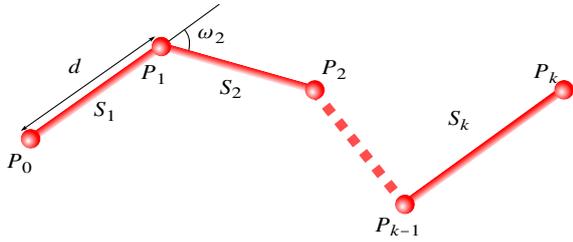
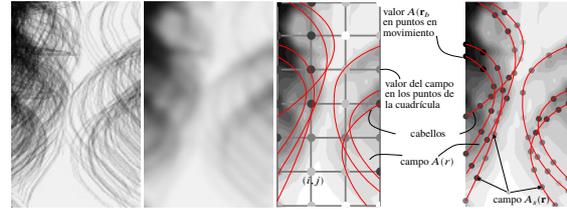
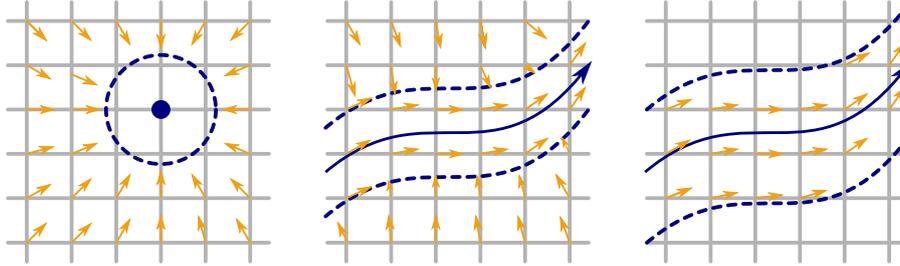
El grupo de Wither *et al.* (2007) realizó diversos estudios en el área de cabello. El trabajo citado expone una interfaz para diseñar cabello virtual realista en tres etapas. En primer lugar, se define el área del cuero cabelludo trazando su límite. Luego, el usuario debe trazar cabellos de ejemplo a partir de los cuales se obtendrán las características geométricas y físicas apropiadas. Finalmente, se puede agregar un trazo que demarcará el volumen total del cabello. Este trabajo es mucho más accesible para el usuario, pero al igual que otras opciones, no soporta peinados con limitaciones estructurales.

Editado a múltiples niveles

Los trabajos de Kim *et al.* (2002) y Wang *et al.* (2004), ejemplificados en la Figura 3.6, permiten extender el modelado de mechones mediante cilindros generalizados con múltiples niveles de resolución. En sus propuestas, los cilindros de niveles superiores sirven para editar rápidamente la forma del peinado, mientras que los niveles inferiores permiten añadir el detalle fino hasta llegar al cabello individual.

3.3.2 Métodos físicos

Los métodos físicos emplean la simulación de uno o más fenómenos para la manipulación del volumen capilar. Su característica principal es la imposibilidad de controlar el peinado resultante, más allá de los parámetros de la simulación.

Figura 3.7: Los métodos físicos emplean uno o varios fenómenos para modelar el peinado.**(a)** Voladizo (Anjyo et al. 1992).**(b)** Dinámica de fluidos (Hadap et al. 2000).**(c)** Campos vectoriales: un ejemplo es el trabajo de Choe et al. (2005a). (Adaptado del artículo respectivo.)

El método físico más primitivo es el *voladizo* (Anjyo *et al.* 1992), ejemplificado en la Figura 3.7a. Es un modelo lineal que piensa el cabello como una viga que está anclada en un solo punto, el folículo piloso. Utiliza la gravedad como fuerza principal de flexión para obtener la posición del cabello en estado de reposo. Sin embargo, como es una aproximación lineal, requiere aplicar fuerzas adicionales para obtener una forma razonable.

Hadap *et al.* (2000) utilizan la *dinámica de fluidos* para pensar el cabello como el flujo de un fluido a través de obstáculos, como se ilustra en la Figura 3.7b. Mediante este procedimiento, el usuario puede modelar el peinado utilizando fuentes de fluido (folículos), corrientes (dirección) y vórtices (rulos o rizos).

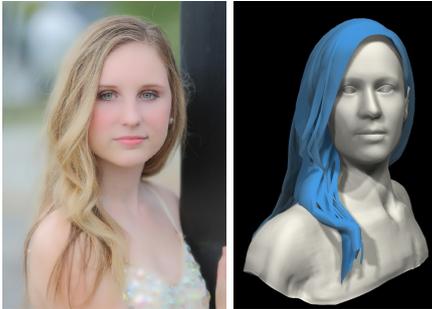
Para Yu (2001), el cabello puede ser interpretado como un *campo vectorial*, ya que ambos son volumétricos y poseen una orientación clara en distintos puntos. Dado un campo vectorial inicial creado con distintas primitivas procedurales, su método permite extraer fibras capilares a partir de las líneas de fuerza trazadas desde el cuero cabelludo. El trabajo de Choe *et al.* (2005a), ilustrado en la Figura 3.7c, utiliza el mismo método pero controlado por la elasticidad del cabello, intentando coordinar la influencia del campo vectorial y la tendencia de la fibra capilar a alcanzar la posición de reposo. Además, permiten establecer «restricciones capilares», pequeños campos vectoriales que modifican el original en ciertos puntos para lograr peinados más complejos.

3.3.3 Métodos por imágenes

En vez de diseñar manualmente la forma del peinado, los métodos que se evaluarán a continuación permiten reconstruirlo algorítmicamente a partir de una o más imágenes. El análisis realizado por Bao *et al.* (2018), el cual detallaremos en esta sección, las clasifica según varios criterios, ilustrados en las diversas Figuras.

Figura 3.8: Las técnicas de reconstrucción de peinado se pueden clasificar según la cantidad de imágenes que utilicen.

(a) Una imagen, como el trabajo de Chai et al. (2016). (Adaptado del artículo respectivo.)



(b) Múltiples imágenes, como el trabajo de Xu et al. (2014). (Adaptado del artículo respectivo.)



Figura 3.9: Las técnicas de reconstrucción de peinado se pueden clasificar según el tipo de movimiento que consideren al momento de procesar las imágenes.

(a) Estático, como el trabajo de Wei et al. (2005). (Adaptado del artículo respectivo.)



(b) Dinámico, como el trabajo de Zhang et al. (2012). (Adaptado del artículo respectivo.)



- Según la cantidad de imágenes (Figura 3.8): una imagen o múltiples imágenes
- Según el tipo de movimiento (Figura 3.9): estático (imágenes individuales) o dinámico (videos)
- Según la consistencia de las fibras obtenidas (Figura 3.10): coherente o incoherente
- Según el método de reconstrucción (Figura 3.11): por campos de orientación o basado en datos

Según Chai et al. (2013), para que una técnica de reconstrucción de peinado sea utilizable, debe generar un resultado físicamente plausible:

1. que los cabellos estén fijados a la piel o cuero cabelludo;
2. que se muevan de forma fluida y de acuerdo con las propiedades físicas del cabello, sin curvarse de forma abrupta;
3. que preserven el largo y la continuidad de las fibras originales lo máximo posible.

Figura 3.10: Las técnicas de reconstrucción de peinado se pueden clasificar según el tipo de consistencia de las fibras obtenidas.

(a) Coherente, como el trabajo de Xu et al. (2014). (Adaptado del artículo respectivo.)



(b) Incoherente, como el trabajo de Chai et al. (2013). (Adaptado del artículo respectivo.)

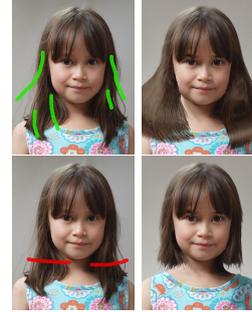
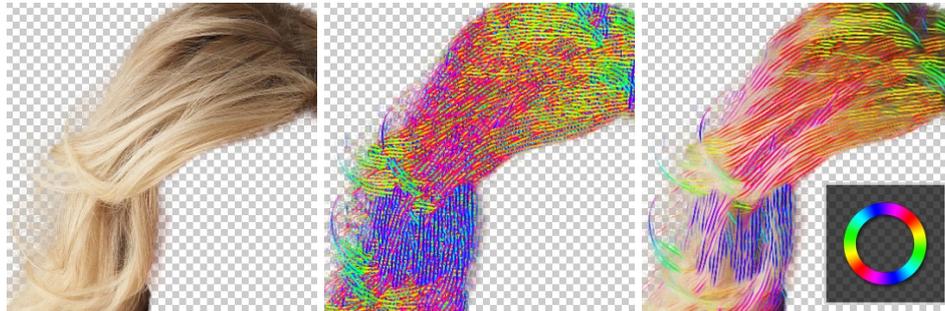
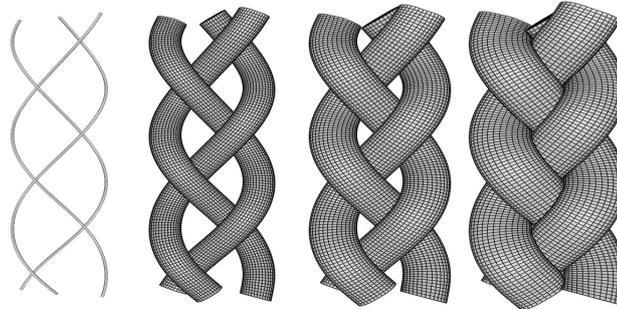


Figura 3.11: Las técnicas de reconstrucción de peinado se pueden clasificar según el paradigma que utilizan.

(a) Campos de orientación, como el trabajo de Chai et al. (2012). (Adaptado del artículo respectivo.)



(b) Basados en datos, como el trabajo de Hu et al. (2014a). (Adaptado del artículo respectivo.)



Sin embargo, existen técnicas que cumplen este requerimiento renderizando únicamente la superficie de la muestra original (Bao *et al.* 2018). Para ello, agregamos una cuarta característica a cumplir, que el modelo generado sea *visualmente plausible*. Un modelo con esta característica cubre fielmente el volumen completo del peinado original, lo que permite manipularlo en instancias posteriores, o utilizarlo en simulaciones físicas.

Con una sola imagen y campos de orientación

En general, este tipo de técnicas operan en dos etapas: en primer lugar, se utilizan distintas herramientas para extraer la orientación del cabello como un *campo de orientación* bidimensional, usualmente mediante filtros como Sobel o Gabor. Luego, a partir del campo obtenido, cada

Tabla 3.1: Análisis de las técnicas mono-imagen basadas en campos de orientación, según las características propuestas por Chai et al. (2013).

Nombre	Crece desde la raíz	Respeto la longitud original	Fluidez	Volumen	Descripción
Kong et al. (1996)	✗	✗	✗	✗	Primera aplicación de procesamiento de imágenes.
Chai et al. (2012)	✗	✓	✗	✗	Primera aplicación del filtro Sobel en grupo. Sintetiza fibras flotantes.
Chai et al. (2013)	✓	✓	✓	✗	Crece el cabello desde la raíz mediante refinamiento iterativo.
Chai et al. (2015)	✗	✓	✗	✗	Híbrido que mezcla información de sombreado con fibras helicoidales.
Ding et al. (2016)	✗	✓	✗	✗	Aplica el paradigma de fibras helicoidales a Chai et al. (2012).

técnica propone un algoritmo diferente para reconstruir las fibras capilares. Un resumen de las técnicas evaluadas se puede observar en la Tabla 3.1.

El primer método de este tipo fue planteado por Kong et al. (1996). Basándose en teoría de procesamiento de imágenes, derivan la silueta del peinado mediante el uso de operadores morfológicos y extracción de líneas. La forma del peinado en 3D se obtiene ajustando las masas de un sistema masa-resorte (Rosenblum et al. 1991) al campo de orientación. Este método es muy útil para detectar la dirección y forma del peinado, pero está limitado a peinados muy simples. La técnica propuesta por Chai et al. (2012) permite la manipulación de fotorretratos. Utilizan un banco de 32 filtros de Gabor simétricos par, rotados uniformemente en el intervalo 0° a 180°, más un *campo de confianza* que codifica la probabilidad de presencia de cabello en cada píxel de la imagen. Aunque esta técnica permite aplicaciones novedosas, como la edición del peinado y su transferencia a otros modelos, el resultado no es animable ya que traza los cabellos desde un punto semilla al azar y no desde el cuero cabelludo. Sobre esta base, Chai et al. (2013) generan el primer modelo físicamente plausible mediante la resolución del campo vectorial 3D asociado a la imagen y adoptando un proceso de refinamiento iterativo. Este proceso hace crecer los cabellos de la raíz y emplea las fibras «originales» como guía del refinamiento. El modelo resultante es físicamente plausible, pero no asegura volumen capilar ni es válido para otras vistas.

Una alternativa, muy utilizada en aplicaciones de diseño, es pensar el peinado como un único volumen tridimensional. Chai et al. (2015) reconstruyen un modelo de alta calidad visual a partir de una forma base y el campo de normales estimado a partir del sombreado de la imagen. Para ello utilizan una primitiva denominada *fibra helicoidal*, versión geométrica de las Super-Hélices de Bertails et al. (2005). Esta técnica resulta en un modelo 3D de alta calidad visual, pero imposible de animar. Ding et al. (2016) proponen la aplicación del algoritmo de crecimiento

Tabla 3.2: Análisis de las técnicas mono-imagen basadas en datos, según las características propuestas por Chai et al. (2013).

Nombre	Crece desde la raíz	Respeto la longitud original	Fluidez	Volumen	Consistencia entre diferentes vistas	Descripción
Hu et al. (2015)	✓	✓	✓	✓	✗	Primera metodología basada en datos.
Chai et al. (2016)	✓	✓	✓	✓	⚠	Primera metodología completamente automatizada.
Hu et al. (2017a)	✓	✓	✗	✗	✗	Genera cabello para aplicaciones de tiempo real.
Saito et al. (2018)	✓	✓	✓	✓	✗	Utiliza tres redes neuronales en tándem.
Zhou et al. (2018)	✓	✓	✓	✓	✗	Genera el modelo en una sola pasada mediante un doble perceptrón multicapa.
Zhang et al. (2018b)	✓	✓	✓	✓	⚠	Primera metodología basada en una red GAN.

de cabello de Chai et al. (2012) junto con las fibras helicoidales. Su modelo da muy buenos resultados, pero como consecuencia directa, las fibras generadas no son físicamente realistas.

Con una sola imagen, basados en datos

Las técnicas referidas a continuación proponen, basándose en una única imagen del peinado objetivo, reconstruirlo utilizando información derivada de peinados ya procesados previamente. Este tipo de reconstrucción permite acelerar significativamente los tiempos de modelado; sin embargo, es muy importante definir las características del peinado que permitirán buscar el o los peinados más similares en la base de datos. En general, estas técnicas se componen de tres partes:

- una base de datos de peinados ya modelados;
- una técnica que genere cabellos representativos que sirvan para buscar en la base de datos;
- y una técnica para combinar en el modelo final las mejores coincidencias encontradas.

Un resumen de las técnicas evaluadas se puede ver en la Tabla 3.2.

Hu et al. (2015) fue uno de los pioneros en este tipo de acercamientos. A partir de una única imagen de referencia, y trazos manuales para señalar la longitud y topología del cabello, su propuesta recupera peinados candidatos lo más similares posible a los trazos realizados. Luego, éstos son mezclados mediante un algoritmo de etiquetado buscando la máxima *adecuación* y *suavidad* con el trazo. El peinado así combinado es refinado mediante clustering por *k-means*, y el cabello clave de cada mechón es ajustado como curva hélice al campo de orientación 2D. Los modelos obtenidos por esta técnica son físicamente plausibles; pero su validez es limitada por

varios factores, entre ellos la cantidad y variedad de peinados preexistentes, así como la calidad de los trazos guía. Además, no se puede garantizar su consistencia desde otros puntos de vista.

Chai *et al.* (2016) plantean la primera técnica completamente automatizada. Su propuesta clasifica la imagen de referencia en unas pocas clases de distribución espacial del cabello; estas clases son calculadas previamente aplicando clustering por *k-means* sobre el histograma de la cantidad de píxeles de cabello en la imagen (en su caso, $k = 4$ y 16 rangos). El histograma se obtiene mediante la distancia de Wasserstein (Ling *et al.* 2007). Luego, para cada clase, se entrena una red neural convolucional (CNN), que segmenta y orienta las fibras capilares que serán utilizadas para buscar los peinados más parecidos. Finalmente, las coincidencias son deformadas mediante un algoritmo basado en correspondencia de límites, y el peinado más cercano en forma es utilizado para la generación del modelo final. La mayor debilidad de este algoritmo radica en que, similar a otras técnicas basadas en redes neurales, para obtener resultados aceptables el conjunto de datos debe contener ejemplos con el mismo punto de vista del retrato. Hu *et al.* (2017a) también emplean un acercamiento completamente automatizado mediante el uso de redes neurales para determinar rápidamente el tipo de peinado; sin embargo, como el objetivo de la técnica es generar modelos para uso en animaciones de tiempo real, ésta utiliza tiras de polígonos para simular los mechones. Esto hace imposible su uso en aplicaciones de calidad cinematográfica.

Zhou *et al.* (2018) emplean dos perceptrones multicapa para generar el peinado en una sola pasada. El primer perceptrón está diseñado para codificar las características de la imagen de referencia en un conjunto de 1000 cabellos representativos; el segundo perceptrón decodifica estas características y permite generar un modelo con una resolución arbitraria. Para entrenar las redes, separan el conjunto de datos en 12 clases de acuerdo con la longitud del peinado y su ondulación; luego, cada clase es clusterizada vía *k-means* para obtener 5 cabellos representativos, y éstos son combinados por pares para generar estilos adicionales. Esta técnica es completamente automatizada, pero no fue testada en peinados complejos por falta de datos, y también tiene problemas de consistencia ante oclusión. Saito *et al.* (2018) entrenan un par de redes neuronales: a partir de un *autocodificador variacional volumétrico* que modela el espacio de peinados posibles, emplean análisis de componentes principales para reducir la dimensionalidad de este espacio a una representación compacta. La red residual emplea esta representación para generar el campo de orientación 2D. Este dúo, sin embargo, fue testado únicamente en peinados densos y continuos. Además, no provee manera alguna de detectar o personalizar el comportamiento de las redes ante diferentes clases de cabello; finalmente, tampoco admiten peinados con rizos o rulos, o con cabellos más largos de lo definido en el conjunto de datos inicial. Zhang *et al.* (2018a) introducen el uso de redes adversarias con idénticos fines; sin embargo, aunque logran mayor resolución que técnicas anteriores, el método encuentra problemas ante peinados con mechones parcial o totalmente ocultos.

Tabla 3.3: Análisis de las técnicas multi-imagen basadas en campos de orientación, según las características propuestas por Chai et al. (2013).

Nombre	Crece desde la raíz	Respeto la longitud original	Fluidez	Volumen	Consistencia entre diferentes vistas	Descripción
Grabli <i>et al.</i> (2002)	✗	✗	✗	✗	✗	Primera propuesta basada en múltiples vistas.
Paris <i>et al.</i> (2004)	✓	⚠	✗	✗	✗	Primera propuesta basada en campos de orientación 3D.
Wei <i>et al.</i> (2005)	✓	⚠	✗	✗	✗	Permite tomar imágenes bajo condiciones naturales.
Paris <i>et al.</i> (2008)	✓	⚠	✓	⚠	✗	Utilizan un aparato específico para captura global del peinado.
Jakob <i>et al.</i> (2009)	N/A	N/A	N/A	✓	N/A	Primer método para captura de cabello a nivel fibra.
Beeler <i>et al.</i> (2012)	✓	✓	✓	N/A	N/A	Inadecuado para peinados. Propuesta específica para modelar barbas y cejas. No tolera la oclusión.
Herrera <i>et al.</i> (2012)	✓	✓	✓	✓	✗	Imágenes térmicas automatizan la segmentación y logran mayor precisión.
Luo <i>et al.</i> (2013b)	✓	✓	✓	✓	✗	Reconstruye el peinado analizando la estructura local de los rizos y ondas.
Bao <i>et al.</i> (2016)	✓	✓	✗	✓	✓	Introducen el campo de orientación híbrido.
Vanakittistien <i>et al.</i> (2016)	✓	✓	✗	✗	✓	Representación optimizada para videojuegos.
Bao <i>et al.</i> (2017)	✓	✓	✓	✓	✓	Logra una representación optimizada para simulación física.

Con múltiples imágenes y campos de orientación

Estas técnicas utilizan un pipeline similar al de sus contrapartes de única imagen: obtención de varios puntos de vista del peinado, construcción del campo de orientación, y reconstrucción de las fibras capilares. La clave de cada técnica radica no solamente en la capacidad de reconstrucción de las fibras, sino también en cómo obtienen el campo de orientación a partir del conjunto de imágenes de forma consistente. Un resumen de las técnicas evaluadas se puede observar en la Tabla 3.3.

Con el fin de explotar los efectos del contraste de iluminación en el cabello, Grabli *et al.* (2002) plantean una técnica de reconstrucción que aplica el filtro Sobel a imágenes tomadas bajo

condiciones de iluminación controlada; luego correlacionan el resultado al perfil de reflectancia simulado por el modelo de Kajiya *et al.* (1989). Sin embargo, este procedimiento utiliza un punto de vista completamente fijo, variando únicamente la exposición de la imagen y las condiciones de iluminación, lo que aunado a la baja calidad del modelo de reflectancia hace imposible una reconstrucción completa del peinado. El trabajo de Paris *et al.* (2004) remueve esta limitación; utilizando múltiples vistas similares a Mao *et al.* (2005), su técnica explota las restricciones que plantea la envolvente definida por cada una de las mismas. También reemplazan el filtro único de Sobel por un banco de filtros sobre 64 ángulos, que permiten obtener la orientación local del cabello y así lograr un resultado más preciso. Sin embargo, el modelo resultante utiliza poligonales y es imposible usarlo en simulaciones. La propuesta de Wei *et al.* (2005) utiliza fotografías tomadas en condiciones naturales; además de implementar el trazado de fibras desde el cuero cabelludo, encuentran que su sistema alcanza una precisión similar con el uso de un único filtro, a cambio de un número mucho más elevado de tomas. Sin embargo, no permite detectar el cabello ocluido y en consecuencia sólo cubre la superficie visible del mismo.

Basándose en la propuesta de Wei *et al.*, Paris *et al.* (2008) diseñaron un complejo domo de cámaras, proyectores y luces denominado *Hair Photobooth* («Puesto de fotos capilares»), reutilizando el procesamiento de imágenes propuesto en un trabajo anterior (Paris *et al.* 2004). La cuidadosa y calibrada construcción del domo permite a esta técnica localizar cada fibra capilar de forma precisa y en 3 dimensiones. Además, proveen una técnica de interpolación para rellenar las zonas de cabello ocluido. Sus mejoras resultan en el primer modelo animable mediante simulación física. Vanakittistien *et al.* (2016) emplean esta metodología para representar peinados en una aplicación de tiempo real. Mediante un smartphone y 8 fotos, permiten adquirir una representación simplificada del peinado para uso en videojuegos.

Luo *et al.* (2012) y Luo *et al.* (2013b) proponen alternativas más baratas. El primer trabajo emplea un brazo robótico para obtener 8 grupos de imágenes desde 32 puntos de vista, y emplean refinamiento sobre el mapa de profundidad para maximizar los detalles recuperados. El segundo trabajo emplea solamente 8 cámaras, en pares de gran angular; la reconstrucción es realizada según la técnica de Luo *et al.* (2012), pero extienden el paso de refinamiento mediante restricciones no lineales de silueta y suavidad. Chen *et al.* (2018) extienden una tecnología previamente utilizada para reconstruir avatares, *iluminación estructurada* (Geng 2011; Salvi *et al.* 2004; Salvi *et al.* 2010), con el fin de permitir su utilización fuera de un ambiente de laboratorio. En todos los casos, las técnicas son muy eficientes y alcanzan una gran calidad visual, pero sólo sirven para determinar la superficie del cabello y no para reconstruir las fibras. Para Echevarria *et al.* (2014), en cambio, éste es el objetivo principal. Su trabajo utiliza un cuarto-domo de 10 cámaras para obtener una versión gruesa del modelo original, el cual es refinado y estilizado con el fin de lograr una representación apropiada para impresión 3D.

Jakob *et al.* (2009) presentan el primer método para modelar cabello a nivel de fibra. Para ello, obtienen un gran conjunto de fotografías macro con baja profundidad de campo, las cuales permiten capturar las fibras individuales y reducir la oclusión. Luego, emplean un banco de 32

filtros de Gabor 7×7 idénticos y rotados para simular cómo el ojo detecta las características del cabello. Como desventaja, este método requiere equipamiento de nivel profesional, además de que está diseñado para modelar únicamente mechones individuales. Sin embargo, es muy útil para verificar los resultados obtenidos con modelos de sombreado. Herrera *et al.* (2012) proponen un acercamiento completamente nuevo: utilizando el calor propio del cuerpo, obtienen imágenes térmicas del peinado que les permiten segmentar de forma automática y rápida la piel y los mechones. El uso de imágenes térmicas evita los problemas asociados a la oclusión y los efectos ópticos de la iluminación capilar, lo que les permite obtener resultados muy buenos con una única cámara sin importar las condiciones de iluminación. La principal debilidad es la imposibilidad de captar cabellos individuales o que estén muy alejados de la cabeza. Beeler *et al.* (2012) también presentan un modelo para reconstruir cabellos dispersos (en su caso, el vello facial), pero es muy vulnerable a la oclusión que plantean las zonas con cabello más denso como pueden ser barbas o peinados tupidos.

Luo *et al.* (2013a) aplican las técnicas de reconstrucción de nubes de puntos al modelado capilar. Este trabajo utiliza un brazo robótico según la técnica de Luo *et al.* (2012) para obtener imágenes desde 50 puntos de vista bajo condiciones naturales de iluminación. Este procedimiento permitió, por primera vez, obtener rizos y mechones individuales a nivel de fibra y con una apariencia realista; la única desventaja es que, en algunos casos particulares, la distribución de folículos y cabellos no se corresponde físicamente con el modelo original. Este punto es abordado en la propuesta de Bao *et al.* (2016), quienes emplearon un campo de orientación denominado *híbrido*, con cuatro niveles de información (direccionalidad, distribución interior, frontera y enlace entre puntos) para preservar la mayoría de los detalles estructurales del modelo original. El trabajo de Bao *et al.* (2017) mejora esta técnica obteniendo una representación más simplificada mediante clustering por *k-means* y el uso de la primitiva de *tiras dirigidas*. Esta representación puede ser utilizada automáticamente en métodos de simulación física.

Con múltiples imágenes, basados en datos

Al igual que sus contrapartes de una sola imagen, las técnicas reseñadas a continuación proponen reconstruir un peinado dado utilizando la información de peinados preexistentes. En particular, este tipo de técnicas ha visto un gran avance tecnológico debido a la disponibilidad gratuita de grandes conjuntos de peinados y el creciente nivel del equipamiento de captura. Un resumen de las técnicas evaluadas se puede observar en la Tabla 3.4.

Yu *et al.* (2014) plantean el primer acercamiento de este tipo en la literatura. Este sistema permite la reconstrucción de múltiples tipos de peinado con ayuda del usuario, quien debe trazar el flujo de los cabellos sobre cuatro vistas del peinado a simular (frente, dorso, lado y perfil). Una vez determinado el flujo del cabello, el sistema puede resolver de forma completamente automatizada el campo de orientación asociado al peinado y a partir de éste generar las fibras capilares. La principal fortaleza de este sistema es la posibilidad de obtener feedback en tiempo real sobre la calidad del modelo obtenido; sin embargo, no es capaz de modelar rulos de forma

Tabla 3.4: Análisis de las técnicas multi-imagen basadas en datos, según las características propuestas por Chai et al. (2013).

Nombre	Crece desde la raíz	Respeto la longitud original	Fluidez	Volumen	Consistencia entre diferentes vistas	Descripción
Hu et al. (2014a)	✓	✓	✓	✓	✓	Única propuesta específica para la captura de trenzas.
Hu et al. (2014b)	✓	✓	✗	✓	✓	Genera el peinado correlacionándolo con simulaciones ya conocidas.
Yu et al. (2014)	✓	✓	✗	✓	✓	Sistema híbrido de reconstrucción y edición de peinados.
Zhang et al. (2017)	✓	✓	✗	✓	✓	Método de cuatro vistas que puede interpolar distintos peinados.
Zhang et al. (2018b)	✓	✓	✗	✓	✓	Emplea cámaras RGB-D para sintetizar el peinado.

natural (solamente rulos uniformes, parametrizados sobre la tangente de la fibra capilar) ni trenzas o nudos (ya que usa una muy baja resolución espacial para el campo de orientación 3D).

Hu et al. (2014b) propusieron el primer acercamiento que modela el cabello mediante fibras generadas por una simulación física. A partir de la generación de una nube de puntos y del campo de orientación inducido por las imágenes, este método obtiene fibras capilares de muestra mediante la técnica de Luo et al. (2013a). La base de datos de peinados es generada simulando configuraciones al azar mediante Super-Hélices (Bertails et al. 2006). Los cabellos de muestra son utilizados para recuperar las configuraciones de referencia de la base de datos y ajustarlas a los datos obtenidos mediante un algoritmo de minimización de energía. A partir de las cuatro vistas del peinado antes mencionadas, el método propuesto por Zhang et al. (2017) estima la forma aproximada del peinado en 3D. Luego, se sintetiza una textura de cabello sobre la superficie del modelo, y ésta sirve de información para construir el campo de orientación que guiará el crecimiento de los cabellos del modelo final. La gran ventaja de este método es que, debido a su algoritmo de sintetizado de cabello, no requiere que todas las imágenes sean de la misma muestra. A la vez, puede reconstruir la inmensa mayoría de los peinados (excepto, como es usual en el área, peinados con trenzas y rulos).

En la actualidad, las cámaras con canales de profundidad son cada vez más populares y asequibles, lo que las hace muy útiles para propósitos de investigación y consumo masivo (Zhang et al. 2018b). Hu et al. (2014a) proponen el primer sistema para reconstruir específicamente trenzas mediante el uso de una única cámara RGB-D. Para ello, el sistema convierte el conjunto de peinados conocidos a una base de datos de parches, a partir de los cuales se construyen las aproximaciones mediante un algoritmo de ajuste basado en muestreo al azar y minimización de energía. Finalmente, la estructura de las trenzas es obtenida resolviendo un problema de

Tabla 3.5: Análisis de las técnicas de modelado dinámico, según las características propuestas por Chai et al. (2013).

Nombre	Crece desde la raíz	Respeto la longitud original	Fluidez	Volumen	Consistencia entre diferentes vistas	Descripción
Yamaguchi <i>et al.</i> (2009)	✓	✗	✓	✓	N/A	Primera propuesta utilizando videos. Probada desde una única vista.
Luo <i>et al.</i> (2011)	✗	✓	✗	✓	✓	Sistema de captura con denoising temporo-espacial.
Zhang <i>et al.</i> (2012)	✗	✗	✗	✗	✗	Reconstrucción guiada por simulación física. El movimiento logrado es demasiado amortiguado.
Chai <i>et al.</i> (2013)	✗	✗	✗	✗	✗	Reconstruye un peinado tanto visual como físicamente plausible.
Xu <i>et al.</i> (2014)	✓	✓	⚠	✓	✓	Reconstruye un peinado consistente expresando movimiento como poligonales.
Hu <i>et al.</i> (2017b)	✓	✓	✓	✓	✓	Captura el peinado y los parámetros físicos asociados.
Liang <i>et al.</i> (2018)	✓	✓	✗	✓	✓	Única propuesta específica a la captura de trenzas.

optimización de grafo etiquetado. La única salvedad de este método es que requiere etiquetar manualmente las porciones de la imagen que contienen cabello. Zhang *et al.* (2018b) plantean un método completamente automatizado que explota el algoritmo de reconstrucción para cámaras Kinect de Newcombe *et al.* (2011). Este tipo de cámaras devuelve sin mayor esfuerzo una aproximación de la forma del peinado, y a partir de la información de color se puede derivar la orientación de los cabellos. A diferencia de otros métodos, la búsqueda en la base de datos se realiza a partir de patrones locales y únicamente sobre las vistas frontal y trasera. Este método tiene dos desventajas: en primer lugar, no es capaz de modelar detalles finos ya que éstos no son captados por el sensor de profundidad de las cámaras; en segundo lugar, no soporta trenzas, rulos o estructuras más complejas.

Modelado dinámico de cabellos

Las técnicas de múltiples imágenes vistas previamente modelan el peinado de forma estática; en cambio, el modelado dinámico añade una dimensión temporal al proceso de reconstrucción. En estas técnicas, cada imagen representa no solamente un punto de vista sino también un instante de tiempo. La clave de cada técnica radica en cómo reconstruyen el cabello manteniendo la consistencia temporal y espacial entre las imágenes. Un resumen de las técnicas evaluadas se puede observar en la Tabla 3.5.

La primera técnica de estas características en la literatura la encontramos en el trabajo de Yamaguchi *et al.* (2009), quienes extienden a su vez la propuesta de Wei *et al.* (2005). La clave de su trabajo radica en renderizar un único segmento de cabello por vez, operando sobre la totalidad de los cuadros, lo que les permite resolver la consistencia automáticamente. Esta técnica no fue probada en peinados reales; además, la manera en la cual restringen el ámbito de movimiento del cabello les impide modelar correctamente peinados más amplios o complejos. Luo *et al.* (2011) emplean un conjunto de cámaras de video de alta velocidad para capturar el cabello, pero eligen hacer crecer el cabello a partir de semillas ubicadas *dentro* del peinado mismo y no a partir del cuero cabelludo. Además, el resultado no es un modelo único sino uno por cada instante de tiempo. Con respecto a la coherencia temporal, los autores optan por realizarla en un paso de postprocesamiento, y los resultados no son completamente plausibles en la presencia de rulos u ondas.

En la segunda parte de su trabajo, Chai *et al.* (2013) emplean el algoritmo de reconstrucción para generar un modelo del peinado a partir de un fotograma inicial. Luego, en cada instante de tiempo recrean el campo de orientación asociado, generando así un campo de distorsión que sirve para ajustar el modelo; pero esta técnica es incapaz de modelar las características del movimiento individual de los cabellos, además de que no puede procesar peinados con formas complejas.

Zhang *et al.* (2012) plantean una técnica de reconstrucción guiada por simulación física de las fibras capilares. Emplean siete cámaras de alta velocidad, calibradas previamente. En una primera etapa reconstruyen el campo de orientación del cabello en cada cuadro por separado mediante la estrategia planteada por Wei *et al.* (2005), y reconstruyen las fibras mediante la técnica de Paris *et al.* (2008). En una segunda etapa, aplican las restricciones de consistencia a los modelos obtenidos simulando el movimiento capilar mediante el método de masa-resorte Selle *et al.* (2008), y resolviendo las discrepancias como un problema de minimización. Al igual que otros métodos, éste también es vulnerable a las características particulares de rulos y ondas; además, debido a cómo minimiza los errores de simulación, el movimiento obtenido es demasiado suave para ser considerado realista.

Xu *et al.* (2014) fueron los primeros en plantear un sistema de captura con correspondencia temporal y espacial. Para ello, utilizan múltiples tomas simultáneas y sincronizadas del peinado a modelar, a partir de las cuales generan un conjunto de tiras dirigidas según la técnica propuesta por Luo *et al.* (2013a). Simultáneamente, de cada toma se extraen un conjunto de poligonales que representan el movimiento de los mechones visibles del cabello. De este modo, reducen el problema de la generación de las fibras virtuales a un problema de optimización en espacio-tiempo, tratando de reconciliar la posición y longitud de las tiras con el movimiento que fue detectado en cada vista. Este algoritmo demuestra ser muy robusto en casos de oclusión entre mechones o con ondas; sin embargo, no fue probado con modelos humanos, y no es capaz de procesar el movimiento si las fibras se mueven de forma tal que quedan completamente solas en el aire. Tampoco puede detectar o ajustar las fibras en caso de colisión con la cabeza.

Hu *et al.* (2017b) afrontan el problema de la captura como un problema de simulación física. El objetivo de su trabajo es, dado un modelo inicial, hallar los parámetros físicos que mejor aproximen el movimiento del peinado original a lo largo del tiempo. Ellos incorporan las propuestas de Derouet-Jourdan *et al.* (2013) y Hu *et al.* (2014b) para capturar la geometría del cabello y reducirla a cabellos guía que son utilizados para el proceso de optimización. Para este último, emplean las Super-Hélices de Bertails *et al.* (2006) y las barras elásticas de Bergou *et al.* (2008) y obtienen los parámetros asociados como un problema de optimización de partículas. La gran ventaja de este método es que es inmediatamente reutilizable, ya que la salida puede ser manipulada directamente por el artista; sin embargo, las debilidades previamente vistas (captura a nivel de fibra, simulación de ondas y rulos) siguen siendo un problema.

Liang *et al.* (2018) plantean una estrategia de conversión completamente automatizada, orientada al uso con selfies. Su técnica combina segmentación de rostro y cabellos con una base de datos de peinados, a partir de la cual se obtienen 20 peinados compatibles con la forma detectada de los cabellos. El gran punto en contra de la técnica, a pesar de sus buenos resultados y el uso de selfies para la vista, es la cantidad elevada de recursos computacionales requeridos para la reconstrucción: los autores reportan una computadora de 12 núcleos y 4 NVIDIA GTX 1080 Ti, lo que evidencia la inaplicabilidad de la técnica con presupuestos más moderados.

3.4 Desafíos

A medida que el modelado de cabello se hace más asequible, tanto computacional como económicamente, aparecen nuevas dificultades en el área. La principal, en nuestra opinión, es la imposibilidad de representar o reconstruir actualmente características particulares del peinados. Principalmente, los rulos, ondas y rizos no son posibles de reconstruir sin utilizar propuestas específicas como la de Luo *et al.* (2013a). Las técnicas basadas en redes neuronales son un caso particular, ya que es imposible probarlas si las bases de datos no contienen modelos con estas características. Además, salvo la propuesta de Hu *et al.* (2014a), no existen técnicas que soporten la reconstrucción de peinados estructuralmente complejos, como es el caso de las trenzas. En general, desarrollos a futuro deberían reconciliar estas distintas ramas del modelado en una propuesta más abarcadora.

Otro punto a mejorar es la reusabilidad y editabilidad de los modelos. Para ello, es muy importante especificar cómo convertir la geometría de las fibras a una forma que admita simulación. Exceptuando a Hu *et al.* (2017b), Vanakittistien *et al.* (2016) y Yu *et al.* (2014), y aquellos trabajos basados en Super-Hélices, la mayoría de los trabajos no hace mención específica a este punto.

Con respecto al diseño de las fibras, dos puntos candentes son la distribución de los folículos pilosos y la coherencia a nivel de fibras. En primer lugar, las propuestas analizadas suelen asumir una distribución uniforme, que no es necesariamente la existente en el original. En segundo lugar, los métodos suelen focalizarse en la reconstrucción de características globales o a nivel

de rizo, y no son capaces de detectar cabellos individuales, los cuales le dan mayor realismo al peinado terminado. Sería muy interesante si alguna de las técnicas pudiera detectar estas particularidades y mejorar la calidad de la reconstrucción.

3.5 Conclusiones

En el presente capítulo, se ha reseñado el estado del arte en las técnicas de modelado de cabello y pelaje. A lo largo del tiempo, las propuestas han evolucionado desde la operación manual a la extracción automatizada de las características físicas del modelo. Los desarrollos más novedosos apuntan a lograr resultados más fieles, con costos de hardware mucho menores, y la posibilidad de reutilizar alternativas preexistentes para generar peinados desconocidos previamente. Es de esperar que, en un futuro cercano, los avances tecnológicos permitan modelar aquellos tipos de peinado que aún son impracticables en la actualidad.

4

Estado del arte: Animación

4.1 Introducción

El pelo conforma un elemento crucial de la apariencia de un personaje virtual. Como tal, es un componente central de aplicaciones tales como películas de animación (Iben *et al.* 2013; Petrovic *et al.* 2006) o juegos interactivos (Chai *et al.* 2014). Simular fibras capilares presenta desafíos en todas las etapas del pipeline de computación gráfica: modelado, animación y sombreado (Chang *et al.* 2002).

El presente capítulo analiza la segunda etapa de este proceso, la *animación* de las fibras capilares. En ella, se calcula su movimiento de acuerdo con propiedades físicas, además de la detección y manejo de colisiones, tanto entre las fibras individuales como con objetos externos (Ward *et al.* 2007a). Esto plantea tres dificultades centrales. En primer lugar, como fuese explicado en el Capítulo 2, la fibra capilar se comporta de una manera extremadamente no lineal, con propiedades especialmente anisotrópicas (en otras palabras, no se estira, pero puede trasladarse y enredarse con facilidad). En segundo lugar, el gran número de fibras que componen un peinado o pelaje hace que simular cada una de forma individual sea usualmente impracticable. Finalmente, su dinámica está gobernada por millones de colisiones fibra-fibra, fibra-cuerpo, y fibra-objetos externos, lo que hace que muchos modelos requieran un costo computacional imposible de afrontar especialmente en aplicaciones de tiempo real (Chai *et al.* 2014).

En el presente capítulo, se reseñan varios modelos que capturan estas características. Los describiremos ordenadamente, sin perder generalidad, clasificándolos según el *nivel de agregamiento*

de las fibras simuladas (McAdams *et al.* 2009; Selle *et al.* 2008):

- Individuales o sueltas
- Agrupadas
- Continuo
- Multirresolución

El tratamiento de los modelos históricos está basado en la revisión realizada por Magnenat-Thalmann *et al.* (2000), mientras que para los modelos más recientes nos basamos en los excelentes trabajos de Bertails *et al.* (2008), Kleppner *et al.* (2013) y Ward *et al.* (2007a); un párrafo aparte, sobre las barras de Cosserat, merece el libro de Audoly *et al.* (2010).

El capítulo está dividido en las siguientes secciones. Comenzamos por aquellos modelos que implementan la dinámica de las fibras individuales, en la Sección 4.2. Luego, analizaremos aquellos modelos que tratan la dinámica del peinado o pelaje agrupando las fibras (Subsección 4.3.1), como un continuo (Subsección 4.3.2), o que permiten utilizar cualquier nivel de agrupamiento deseado (Subsección 4.3.3). En la Sección 4.4 presentamos técnicas específicas para representar la aplicación de productos al pelo. Finalmente, en las Secciones 4.5 y 4.6 presentamos los desafíos de esta etapa y las conclusiones del capítulo.

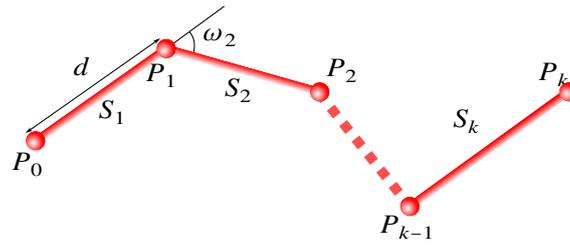
A lo largo del capítulo, se mostrarán tablas resumiendo las técnicas reseñadas en cada paradigma físico. Los modelos serán ordenados según el artículo del cual derivan o al cual actualizan, y luego por año de publicación. De acuerdo a lo analizado en el Capítulo 2, cada modelo debería soportar las siguientes características físicas:

- Cabello ondulado o con rulos
- Elasticidad
- Curvado
- Torsión
- Fricción estática (*stiction*)

Desde una óptica gráfica, debe implementar también:

- Colisiones fibra-fibra y fibra-objeto
- Tipo de respuesta a colisiones

Las características soportadas están denotadas con ✓, mientras que ✗ denota falencias, y ⚠ indica que son soportadas de manera parcial, no oficial o mediante extensiones adicionales. N/A denota que la característica mencionada es inaplicable en el contexto de la técnica propuesta, dado que su propuesta aborda sólo las características marcadas.

Figura 4.1: Esquema del modelo de viga en voladizo de Kurihara et al. (1993).

4.2 Dinámica de las fibras individuales

Este tipo de modelos, donde se simulan las propiedades dinámicas de cada fibra virtual en la escena, fueron los primeros en ser desarrollados en el área (Selle *et al.* 2008). Nuestra investigación revela que cinco paradigmas fueron utilizados para este propósito a lo largo del tiempo:

- las *vigas en voladizo*, en conjunto con la *dinámica proyectiva*;
- las *cadena de cuerpos rígidos en serie*;
- el más perdurable de todos, el *sistema de masa-resorte*;
- el más reciente y prometedor, las *barras de Cosserat*;
- y finalmente, la *dinámica basada en posiciones*.

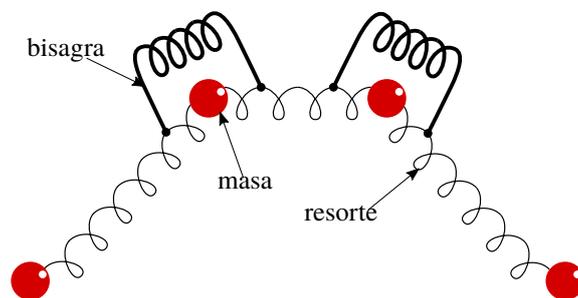
4.2.1 Vigas en voladizo y dinámica proyectiva

La *viga en voladizo* es un elemento estructural rígido, como una barra, sostenido firmemente por un extremo. Es un dispositivo muy estudiado en Ciencia de los Materiales; bajo esta idea, el curvado y cizallamiento de la fibra capilar puede ser interpretado como deformación de la barra ante gravedad y fuerzas adicionales.

Anjyo *et al.* (1992) fueron los primeros autores en proponer esta analogía. Su modelo interpreta el cabello individual como una barra fijada en un extremo (el folículo piloso), compuesta de un número determinado de segmentos, como se ejemplifica en la Figura 4.1. Cuando una fuerza externa \mathbf{g} ejerce carga distribuida sobre la totalidad de la barra, se generan dos momentos: uno de curvado y otro de cizallamiento. Este último es ignorado, mientras que el primero se asume como constante sobre cada segmento y es evaluado de forma secuencial en cada instante de tiempo. Completando la dinámica del cabello, utilizan *dinámica proyectiva unidimensional* para modelar el efecto inercial del movimiento del peinado, y un pseudo-campo de fuerza para evitar colisiones con la cabeza (las colisiones entre cabellos son ignoradas).

Kurihara *et al.* (1993) extienden el modelo anterior agregando soporte para pelo ondulado, y amortiguación para obtener movimientos más naturales. Los autores proponen una nueva definición de momento de inercia basada en la ley de Hooke aplicada a cada segmento individual,

Figura 4.2: Esquema del modelo de masa-resorte-bisagra de Rosenblum et al. (1991). (Adaptado del artículo respectivo.)



además de una detección de colisiones simplificada que permite que el cabello reaccione a la presencia del cuerpo. Ward *et al.* (2003b) emplean esta idea en su sistema de representación de niveles de detalle, tanto para definir las primitivas de cada nivel como para la aplicación de las fuerzas. Sin embargo, la detección de colisiones es mejorada empleando volúmenes esféricos barridos (*swept sphere volume*, SSV), y de este modo se evita utilizar estructuras de aceleración como jerarquías de volúmenes envolventes (*bounding volume hierarchy*, BVH). Mejoras posteriores por Ward *et al.* (2003a) permiten cambiar los niveles de detalle de forma adaptativa.

Li *et al.* (2016) utiliza una forma simplificada de voladizo para modelar el flequillo de un peinado. A diferencia de Anjyo *et al.*, los autores modelan la totalidad de su dinámica mediante vigas en voladizo, y permiten curvar el flequillo aplicando una fuerza horizontal adicional.

4.2.2 Modelos de masa-resorte

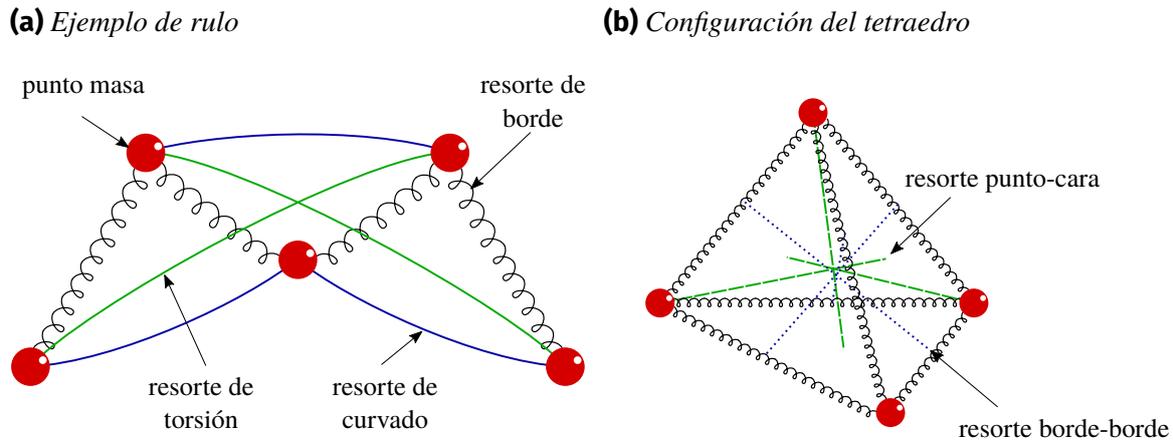
Este es el primero y más antiguo de los modelos utilizados para la simulación de fibras capilares. En su forma más básica, el cabello es modelado como una serie de masas puntuales encadenadas mediante *resortes de estiramiento* usualmente amortiguados, pero muy rígidos. Cada modelo, además, puede proponer conexiones adicionales para modelar efectos tales como el curvado o la torsión.

Una vez definidas las masas puntuales y resortes asociados, las fuerzas ejercidas se determinan mediante la aplicación de la ley de Hooke, adaptada según el tipo de resorte. Por ejemplo, los resortes de estiramiento se suelen modelar (Rosenblum *et al.* 1991) como:

$$F_s = k_s x - D_s (k_s x), \quad (4.1)$$

donde F_s es la fuerza resultante, x es la diferencia entre la longitud natural del resorte y la actual, k_s es la constante de resistencia del resorte, y D_s la constante de amortiguamiento. Luego de calcular todas las fuerzas intervinientes, se utiliza la segunda ley de Newton, $a = \frac{F}{m}$, para calcular la aceleración ejercida sobre cada masa. Esta aceleración es utilizada para determinar la nueva velocidad de la masa, y con ella, su posición en el próximo instante de tiempo.

Figura 4.3: El modelo físico planteado por Selle et al. (2008) es el primero que, mediante tetraedros compuestos de distintos tipos de resorte, permite modelar rulos y cabellos lacios. (Figuras adaptadas de Zhang et al. (2012).)



El primer modelo de esta categoría es el presentado por Rosenblum *et al.* (1991), ejemplificado en la Figura 4.2. Los autores simulaban el estiramiento utilizando un resorte amortiguado linealmente, y el curvado con un resorte adicional angular. Este modelo no toma en cuenta la torsión; además, los cálculos de resistencia del aire y la amortiguación son ad-hoc. Daldegan *et al.* (1993) emplean un método similar como parte de una metodología integrada de renderización de cabello, centrando la simulación en cabellos guía que son luego interpolados como mechones. Las colisiones son determinadas mediante una representación cilíndrica del torso humano y comparando el radio del mismo con el de las coordenadas cilíndricas de cada punto de muestreo del cabello.

No fue sino hasta más de dos décadas después, que el trabajo de Selle *et al.* (2008) contempló el efecto de torsión, demostrado en la Figura 4.4. Los autores modelan el cabello con varios tipos de resorte, ilustrados en la Figura 4.3a, que permiten formular las fibras como tetraedros y simularlas volumétricamente. La utilización de resortes de altitud, como aquellos que sostienen el extremo del tetraedro en la Figura 4.3b, permite garantizar que éste no se degenera.

Iben *et al.* (2013) presentan el modelo de animación de cabello utilizado en la película *Valiente*. El sistema propuesto es formulado especialmente para permitir arreglar artísticamente cabello enulado bajo condiciones físicas extremas, y tiene tres objetivos:

- control artístico sobre el estiramiento del rulo,
- persistencia de la forma del cabello durante dicho estiramiento,
- persistencia de la forma del rulo durante su aceleración.

Bajo este modelo, los cabellos se modelan como una serie de masas puntuales unidas por tres resortes: uno de estiramiento amortiguado linealmente con un máximo de velocidad para limitar el estiramiento, otro de curvado, y un tercero que oficia de núcleo del rulo, el cual controla su estiramiento longitudinal ante aceleración extrema. La detección de colisiones es paralelizada

Figura 4.4: Simulación de 5000 cabellos enrollados con 50 segmentos cada uno (250000 partículas totales), según el modelo de Selle et al. (2008). (Adaptado del artículo respectivo.)



Figura 4.5: Simulación de una esfera peluda con 25000 cabellos, según el modelo de redes oscilantes cuboidales de Michels et al. (2015). (Adaptado del artículo respectivo.)



clusterizando cabellos cercanos espacialmente y asignándolos a cada CPU disponible, pudiendo extensivamente los puntos de contacto y los pares de cabellos intervinientes. Las colisiones son implementadas aplicando penalizaciones a las masas puntuales intervinientes, con un ajuste dinámico de rigidez y amortiguamiento para evitar inestabilidades en el movimiento.

Michels *et al.* (2015) proponen evitar todas las dificultades numéricas derivadas de la rigidez de los sistemas de ecuaciones, mediante el empleo de *redes de osciladores armónicos amortiguados* junto a un esquema de integración numérica denominado *integrador de tiempo exponencial amortiguado*. Su sistema, una simulación del cual se puede observar en la Figura 4.5, les permite integrar automáticamente las características principales de la fibra capilar a las constantes de los resortes que conforman el oscilador, además de controlar la amortiguación del sistema de forma completamente analítica. Los autores demuestran la equivalencia funcional el sistema propuesto con las barras de Cosserat (Subsección 4.2.4).

4.2.3 Cadena de cuerpos rígidos en serie

Las cadenas de cuerpos rígidos en serie, ilustradas en la Figura 4.6, fueron introducidas a la Computación Gráfica en el trabajo de Hadap *et al.* (2001). Este acercamiento modela la fibra capilar como una cadena articulada de segmentos de igual longitud, anclada en un extremo

Figura 4.7: Esquema de una barra de Cosserat. $\mathbf{r}(\sigma)$ es su eje central. Cada masa puntual que conforma la barra posee un sistema de referencia material \mathbf{d}_i , con $\mathbf{d}_3 \parallel \mathbf{r}'(\sigma)$. (Extraído de Spillmann et al. (2007).)

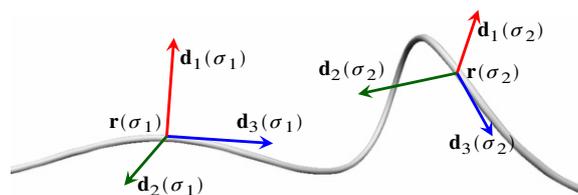


Figura 4.8: Ejemplos del modelo de Super-Hélices, extraídos de Bertails (2006). Izquierda: Super-Hélice segmentada. Centro y derecha: Simulación dinámica de peinado ondulado, con rulos y liso. Cada uno fue obtenido a base de 100 cabellos guía simulados con Super-Hélices de 5 segmentos helicoidales cada uno.



4.2.4 Barras de Cosserat

Este acercamiento permite modelar matemáticamente la fibra capilar como una barra elástica cuya sección transversal es despreciable comparada con su largo (Bertails 2006). La configuración en el instante t de una barra de Cosserat $\mathfrak{F}(\sigma, t)$ se compone de dos elementos: la curva paramétrica tangente a la sección transversal de la fibra $\mathbf{r}(\sigma, t)$, denominada *línea central*, y una base ortonormal denominada *sistema de referencia material* $\mathbf{d}_i(\sigma, t)$ asociada a cada punto de la curva, \mathbf{d}_1 y \mathbf{d}_2 alineados con el plano de la sección transversal, y \mathbf{d}_3 tangente a \mathbf{r} en dicho punto. Un ejemplo de la configuración puede observarse en la Figura 4.7.

Si asumimos además las características descritas en la Subsección 2.1.3, se puede reducir la teoría de Cosserat a las *ecuaciones de Kirchhoff*, las cuales requieren dos condiciones de frontera: una orientación inicial del sistema de referencia, y el extremo $\sigma = 0$ del cabello fijado en un punto predeterminado.

Este acercamiento fue introducido a la Computación Gráfica por Pai (2002), quien empleó la teoría de Cosserat para renderizar hilos de suturas quirúrgicas. Bertails *et al.* (2005) reformuló dicho modelo basándose en un paradigma de minimización de energía, además de utilizar el modelo de sombreado de Marschner *et al.* (2003) para soportar distintos tipos de cabello, y proponer distintas herramientas con el fin de modelar efectos de peluquería.

Hasta ese momento, ninguna de las técnicas propuestas soportaba la dinámica del conjunto de cabellos. Bertails *et al.* (2006) fueron los primeros en proponer una solución, mediante el modelo denominado *Super-Hélices*, e ilustrado en la Figura 4.8. Las Super-Hélices son curvas helicoidales a trozos, con continuidad C^1 , y de sección transversal elíptica. Los autores definen un sistema de coordenadas generalizadas a partir de la curvatura del material y la torsión de cada

segmento, y resuelven la dinámica del sistema a partir de las ecuaciones mecánicas de Lagrange. De acuerdo con Spillmann *et al.* (2007), una gran debilidad de este modelo es su complejidad cuadrática en el número de segmentos, que lo hacen inutilizable para simular nudos u otros tipos de deformaciones que involucren un gran número de contactos y colisiones. Los autores proponen una alternativa basada en elementos finitos que permite alcanzar complejidad lineal y su utilización en aplicaciones de tiempo real. Otra alternativa es planteada por Sobottka *et al.* (2008), quienes resuelven las ecuaciones de Kirchoff mediante el *método α -generalizado* de la Dinámica Estructural. El trabajo posterior de Bertails (2009) también propone una alternativa de complejidad lineal pero basándose en el algoritmo de Featherstone, muy utilizado en los modelos basados en cadenas de cuerpos rígidos en serie (Subsección 4.2.3).

El modelo de las Super-Hélices ha sido muy utilizado en aplicaciones de investigación. Bao *et al.* (2014) presentan una simulación eficiente de cabello con manejo de colisiones cabello-cabello y cabello-objetos, extendiendo la primera para tomar en cuenta la no-linealidad de las fuerzas de fricción. Shao *et al.* (2015) desarrollan un nuevo método de integración con el fin de optimizar la resolución del problema de minimización de energía que plantean Bertails *et al.*, además de demostrar un método de renderización de cabello basado en B-splines esféricas.

La actualización más reciente a este modelo es la realizada por Casati *et al.* (2013), quienes proponen una estructura denominada *clotoides super espaciales*. La línea central de un clotoide es una espiral de Euler tridimensional, y mediante un sistema de integración basado en series de potencias, este modelo permite simular cabellos arbitrariamente enulados mediante segmentos unidos con continuidad G^2 , también maximizando la precisión del resultado a nivel ϵ .

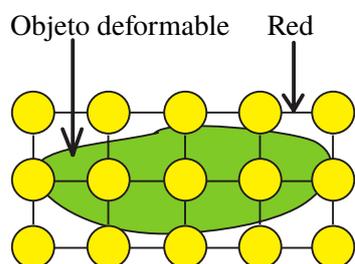
Bergou *et al.* (2008) presentan una extensión del modelo de Kirchoff a barras extensibles, denominado *barras elásticas discretas* y basadas en geometría diferencial discreta. Este modelo representa explícitamente tanto el sistema de referencia material como la línea central mediante una formulación de coordenadas reducidas. Gornowicz *et al.* (2015) presentan una implementación altamente eficiente, utilizada en varias películas de DreamWorks. Sus mejoras radican en una reformulación de la curvatura material de la barra y en un nuevo integrador semi-implícito que resuelve simultáneamente todos los tipos de fuerzas y restricciones aplicables.

4.2.5 Dinámica basada en posiciones

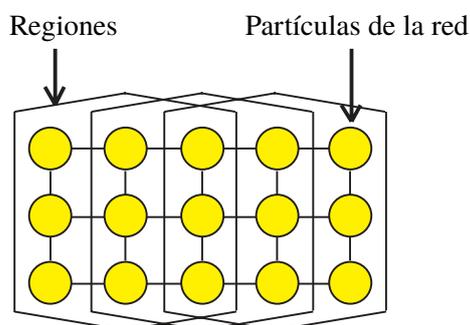
Esta clase de modelos, también denominada PBD (de sus siglas en inglés, *Position-Based Dynamics*), se caracteriza por operar directamente con las posiciones de las partículas que componen el objeto (Bender *et al.* 2017). El objeto a simular es representado por un conjunto de N masas puntuales y M restricciones, junto con un parámetro de *dureza* k que permite ponderar cada una de las restricciones. El estado inicial del sistema está caracterizado por las posiciones iniciales de todas las partículas, $\mathbf{x}_{i=0}$, y las velocidades iniciales, $\mathbf{v}_{i=0}$. En cada paso de la simulación, se integran las velocidades y se actualizan las posiciones. La característica principal del algoritmo es que, luego de la etapa de integración de la velocidad, las posiciones generadas se toman como *predicciones* sobre las cuales se detectan y procesan colisiones. Iterativamente,

Figura 4.9: Esquema de la estructura física del método de correspondencia de formas. (Extraído de Rungjiratananon et al. (2010).)

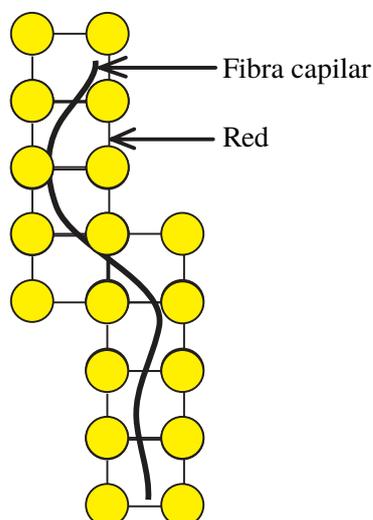
(a) LSM para un objeto deformable
(Objeto más red)



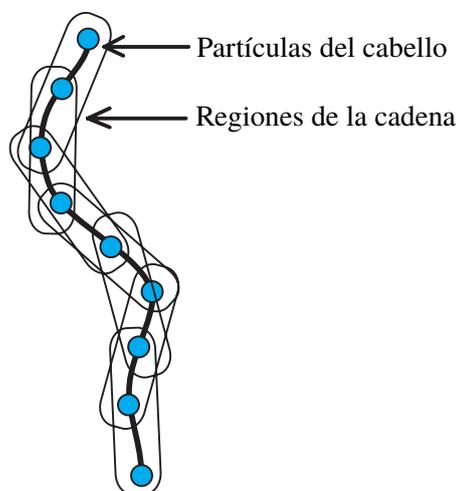
(b) LSM para un objeto deformable
(Red más regiones)



(c) LSM para una fibra capilar



(d) CSM para una fibra capilar



las predicciones se corrigen de forma tal de satisfacer tanto las restricciones M como aquellas generadas por la detección de colisiones, $M_{\text{collision}}$. Una vez satisfechas las restricciones, se actualizan las velocidades y las posiciones de las partículas simultáneamente.

Existen diversos tipos de modelos según las restricciones que se pueden plantear. En este sentido, el trabajo de Han *et al.* (2012) propone una variedad de restricciones tanto locales como globales, con el fin de simular efectos de curvado y torsión, además de preservar la forma del peinado.

El primer tipo de modelo que encontramos en la literatura es el que denominamos *correspondencia de forma por cadena* (*Lattice Shape Matching*, Rungjiratananon *et al.* (2010), ilustrado en la Figura 4.9). Mediante este método, un cabello se representa por una cadena de partículas agrupadas en eslabones superpuestos. Cada eslabón contiene una partícula en su centro, y además agrupa a todas las partículas presentes en la región contenida por su ancho medio. Los diferentes tipos de peinado se definen a nivel de cabello individual, fijando un número arbitrario de partículas en la raíz y luego controlando el ancho medio y la posición de reposo de cada partícula para obtener la forma deseado. El efecto de inextensibilidad se logra ajustando cada

partícula desde la raíz hacia la punta para que mantengan la longitud del eslabón en reposo, y modificando la velocidad de las mismas para preservar los momentos. Este modelo no simula la torsión del cabello.

El otro tipo de modelos se denomina «seguir al líder» (FTL, de sus siglas en inglés, *Follow The Leader*). Este método es introducido a la simulación de cabellos por Müller *et al.* (2012). Al igual que el trabajo de Rungjiratananon *et al.*, el método modela el cabello como una cadena de partículas (sin regiones). En cada instante de tiempo, las partículas se mueven dentro de esferas que mantienen la inextensibilidad de la cadena y permiten resolver posibles colisiones automáticamente. Además, para evitar el colapso de la simulación, proponen una corrección intuitiva de la velocidad. El cabello enrollado no es simulable directamente, sino que el método genera una cadena adicional de vértices para renderizarlo y ajusta tanto el grosor de la fibra como las fuerzas aplicables. Han *et al.* (2013) proponen un método similar basado en una formulación de matriz tridiagonal, orientado a su uso en GPUs. Sánchez-Banderas *et al.* (2015) proponen otra formulación de tiempo real que preserva la forma del cabello y su inextensibilidad, basándose en mecánica de Lagrange (Hadap *et al.* 2001) para la dinámica del cabello, y en FTL para obtener las posiciones de las fibras individuales.

Otra alternativa eficiente es combinar barras de Cosserat con sistemas basados en partículas. Umetani *et al.* (2014) fueron los primeros en realizarlo, implementando barras de Cosserat dentro de un sistema de dinámica basada en posición simulando el sistema de referencia material como partículas adicionales. Kugelstadt *et al.* (2016) presentan una alternativa, extendiendo el sistema de dinámica basada en posición, para representar los sistemas de referencia material directamente mediante cuaterniones unitarios y las restricciones físicas como funciones de partículas y cuaterniones.

4.2.6 Evaluación

Los métodos basados en vigas en voladizo, reseñados en la Tabla 4.1, simulan el cabello como una viga suspendida por un extremo, y utilizan la dinámica proyectiva para aplicar las fuerzas resultantes de las colisiones como desplazamientos. Estos modelos estuvieron en boga en los inicios del desarrollo en el área, pero parecería que han caído en desuso luego de la introducción de las barras de Cosserat por Pai (2002). Como puede observarse, ninguno de los modelos presentados puede soportar las características propias del cabello enrollado; como máximo, sólo pueden representar su forma (Daldegan *et al.* 1993; Ward *et al.* 2003b). El último estado del arte permite modelar las colisiones totalmente.

Los modelos de masa-resorte, reseñados en la Tabla 4.2, han sido la opción más utilizada e investigada en contextos de producción por su bajo costo computacional y facilidad de implementación. Cuando fueron introducidos por Rosenblum *et al.* (1991), no podían soportar más que cabello lacio, además de ser imposible la simulación de grandes números de los mismos. Sin embargo, sucesivas extensiones realizadas a partir del trabajo de Selle *et al.* (2008), han

Tabla 4.1: Comparación de características de los modelos de animación basados en voladizos y dinámica proyectiva.

Autores	Propiedades							Colisiones	
	Ondas y rulos	Elasticidad	Curvado	Torsión	Fricción	Fibra-Fibra	Fibra-Objeto	Tipo	Descripción
Anjyo <i>et al.</i> (1992)	✗	✗	✓	✗	✗	✗	✓	Campo de fuerzas	Modela el cabello con dinámica proyectiva 1D bajo un campo de fuerzas.
Daldegan <i>et al.</i> (1993)	✗	✗	✓	✗	✗	✗	✓	Restricciones	Primer sistema completo de renderizado de cabello.
Kurihara <i>et al.</i> (1993)	⚠	✓	✓	✗	✗	✗	✓	Restricciones	Modela cabello ondulado únicamente. Introduce efectos de bisagra y amortiguación, junto con colisiones más eficientes.
Ward <i>et al.</i> (2003b)	⚠	✗	✓	✗	✗	✓	✓	Repulsión	Utiliza voladizo para la dinámica del modelo a nivel de fibras. Colisiones basadas en volúmenes barridos esféricos.
Ward <i>et al.</i> (2003a)	⚠	✗	✓	✗	✗	✓	✓	Repulsión	Versión adaptativa del modelo anterior.
Li <i>et al.</i> (2016)	✗	✗	✓	✗	✗	✗	✓	Campo de fuerzas	Utiliza voladizo para simular mechones del flequillo, y campos de fuerzas para colisiones con el resto del cuerpo.

Tabla 4.2: Comparación de características de los modelos de animación basados en sistema de masa-resorte.

Autores	Propiedades							Colisiones	
	Ondas y rulos	Elasticidad	Curvado	Torsión	Fricción	Fibra-Fibra	Fibra-Objeto	Tipo	Descripción
Rosenblum <i>et al.</i> (1991)	✗	✓	✓	✗	✗	✗	✓	Repulsión	Primer modelo de masa-resorte-bisagra.
Selle <i>et al.</i> (2008)	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	Repulsión	Primer modelo en soportar explícitamente ondas, rulos y estática, mediante tetraedros de resortes.
Iben <i>et al.</i> (2013)	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	Penalización	Cabello de Mérida en <i>Valiente</i> .
Michels <i>et al.</i> (2015)	✓	✓	✓	✓	N/A	N/A	N/A	N/A	Implementa únicamente la dinámica individual del cabello mediante redes oscilantes cuboidales.

posibilitado soportar la totalidad de las características esperadas de un modelo de animación de cabello.

Los sistemas de cadena de cuerpos rígidos en serie (Tabla 4.3) surgieron como una alternativa de los años 2000s al uso de sistemas de masa-resorte. Su uso fue validado en producciones de DreamWorks (Hadap 2006); como tales, respetan casi la totalidad de las características de un modelo completo de cabello. Sin embargo, no ha habido mayores avances desde entonces, y no se ha podido integrar o modelar la elasticidad y los cabellos enrollados o con ondas en una única

Tabla 4.3: Comparación de características de los modelos de animación basados en cadenas de cuerpos rígidos en serie.

Autores	Propiedades						Colisiones		Tipo	Descripción
	Ondas y rulos	Elasticidad	Curvado	Torsión	Fricción	Fibra-Fibra	Fibra-Objeto			
Hadap <i>et al.</i> (2001)	✗	✗	✓	✓	✓	✓	✓	SPH	Simula las fibras capilares como cadenas rígidas sumergidas en un fluido.	
Chang <i>et al.</i> (2002)	✗	✗	✓	✗	✓	✓	✓	Repulsión + Amortiguación	Simplificación que usa juntas 1D y enlaces quebrables entre cabellos.	
Choe <i>et al.</i> (2005b)	✗	✓	✓	✓	✓	✓	✓	Penalización	Las juntas de las cadenas son reemplazadas por un resorte linear y otro angular.	
Hadap (2006)	✓	✗	✓	✓	✓	✓	✓	Limitaciones + Impulsos	Modelo artísticamente dirigible de DreamWorks.	

propuesta.

Las cadenas de Cosserat (Tabla 4.4), aunque con base teórica en los trabajos de Kirchoff (Audoly *et al.* 2010), fueron introducidos por Pai (2002) e implementados para cabello por Bertails *et al.* (2005). Luego de varias propuestas que introducen características específicas (Spillmann *et al.* 2007; Bergou *et al.* 2008; Sobottka *et al.* 2008), no fue sino hasta una década más tarde que Gornowicz *et al.* (2015) demostraron su utilidad en entornos de producción cinematográfica. Al igual que los desarrollos de nivel de producción comentados previamente, el estado del arte es ahora capaz de soportar el rango completo de características del movimiento del cabello.

Para finalizar, la dinámica basada en posiciones (Tabla 4.5) es el avance más reciente en el campo de la animación de cabello. Es una técnica de deformación de objetos, adaptada para cabello por Rungjiratananon *et al.* (2010). A lo largo de los modelos reseñados, no encontramos una tendencia clara en lo que respecta al soporte de características; además, las últimas propuestas sólo apuntan a características específicas de la animación de cabello.

4.3 Dinámica global del pelo

Una década después del trabajo de Ward *et al.*, simular el conjunto de fibras que componen un peinado o pelaje aún plantea la misma disyuntiva: obtener el comportamiento dinámico con el máximo realismo posible versus la eficiencia (o viabilidad) de la simulación. La clave radica en cómo se *detectan* y *manejan* los millones de contactos y colisiones de las fibras individuales que conforman el peinado.

Aunque muchos métodos en la actualidad son capaces de simular dinámica a nivel microscópico, otros realizan suposiciones sobre la consistencia del peinado durante el movimiento en aras de simplificar el manejo de colisiones. De acuerdo con Ward *et al.* (2007a), existen tres grandes tipos de simplificaciones. Por su nivel de agrupación, consideran al peinado como mechones o

Tabla 4.4: Comparación de características de los modelos de animación basados en barras de Cosserat.

Autores	Propiedades						Colisiones		Tipo	Descripción
	Ondas y rulos	Elasticidad	Curvado	Torsión	Fricción	Fibra-Fibra	Fibra-Objeto			
CADENAS DE COSSERAT										
Pai (2002)	N/A	✓	✓	✓	N/A	N/A	N/A	N/A		Introduce barras de Cosserat a la Computación Gráfica.
Bertails <i>et al.</i> (2005)	✓	✗	✓	✓	✗	✓	✓	Repulsión		Aplicación del modelo de Pai a cabello.
Bertails <i>et al.</i> (2006)	✓	✗	✓	✓	✓	✓	✓	Penalización		Introducción del modelo de Super-Hélices.
Spillmann <i>et al.</i> (2007)	N/A	✓	✓	✓	N/A	N/A	N/A	N/A		Propone una versión de tiempo lineal de las Super-Hélices.
Bergou <i>et al.</i> (2008)	N/A	✗	✓	✓	N/A	N/A	N/A	N/A		Introduce las barras discretas elásticas.
Sobottka <i>et al.</i> (2008)	✓	✗	✓	✓	✗	N/A	N/A	N/A		Optimización de las ecuaciones de Cosserat-Kirchoff planteadas por Spillmann <i>et al.</i>
Bertails (2009)	N/A	✓	✓	✓	N/A	N/A	N/A	N/A		Versión de tiempo lineal de las Super-Hélices basadas en el algoritmo de Featherstone.
Casati <i>et al.</i> (2013)	✓	✗	✓	✓	✓	✓	✓	Penalización		Introduce los clotoides super espaciales.
Bao <i>et al.</i> (2014)	✓	✗	✓	✓	✗	✓	✓	Penalización		Implementación del modelo de Bertails <i>et al.</i> (2005).
Gornowicz <i>et al.</i> (2015)	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	Limitaciones		Modelo de cabello creado por DreamWorks con fines cinematográficos. Usado en <i>Home</i> .
Shao <i>et al.</i> (2015)	✓	✗	✓	✓	✗	✓	✓	Repulsión		Optimización del modelo de Bertails <i>et al.</i> (2005) basada en B-splines esféricas e integración de Nelder-Mead.

grupos disjuntos de fibras, como un *medio continuo*, o de forma *multirresolución*, adaptando la agrupación según el nivel de detalle deseado.

4.3.1 Mechones

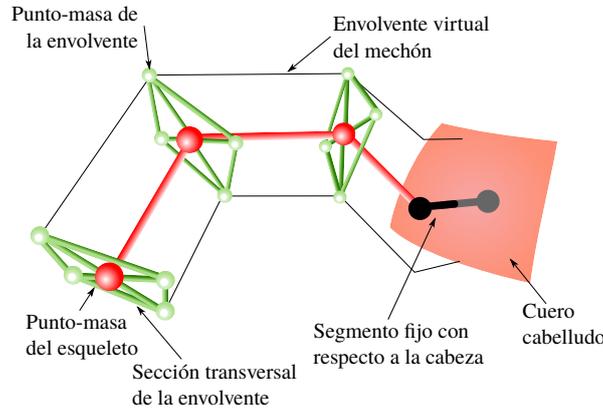
La primera alternativa para reducir la complejidad derivada del gran número de fibras, es agruparlas y simular cada grupo como una entidad independiente. Esto tiene como ventaja reducir el tiempo de cómputo mientras se preserva la posibilidad de capturar las discontinuidades que genera el cabello en movimiento.

Watanabe *et al.* (1992) fueron los primeros en proponer este tipo de agrupamiento. Los autores diseñan el mechón como una serie de prismas triangulares, y la animación se realiza calculando la trayectoria parabólica del mismo, aproximando el centro a partir de vectores iniciales de velocidad, aceleración y gravedad. Este sistema considera únicamente una aproximación ad-hoc

Tabla 4.5: Comparación de características de los modelos de animación de dinámica basada en posiciones.

Autores	Propiedades						Colisiones		Tipo	Descripción
	Ondas y rulos	Elasticidad	Curvado	Torsión	Fricción	Fibra-Fibra	Fibra-Objeto			
Rungjiratananon <i>et al.</i> (2010)	✓	✓	✓	✗	✗	✓	✗	Penalización	Introduce <i>Lattice Shape Matching</i> al modelado de cabello.	
Han <i>et al.</i> (2012)	⚠	✗	✓	✗	✗	✗	✓	Repulsión	Introduce las limitaciones a Dinámica Basada en Posiciones conceptualizándolas como cadenas rígidas en serie.	
Müller <i>et al.</i> (2012)	⚠	✗	✓	✗	✓	✓	✓	Repulsión	Introduce <i>follow the leader</i> al modelado de cabello. Es un modelo para propósitos de tiempo real.	
Han <i>et al.</i> (2013)	✗	✗	✓	✗	✗	✓	✓	Limitaciones	Modelo basado en <i>follow the leader</i> para propósitos de tiempo real.	
Umetani <i>et al.</i> (2014)	✓	✓	✓	✗	✗	N/A	N/A	N/A	Introduce el modelado de la torsión del cabello a la Dinámica Basada en Posiciones.	
Sánchez-Banderas <i>et al.</i> (2015)	✗	✗	✓	✗	✗	✓	✓	SPH	Dinámica Basada en Posiciones para SPH.	
Kugelstadt <i>et al.</i> (2016)	N/A	✓	✓	✓	✗	N/A	N/A	N/A	Dinámica Basada en Posiciones para barras de Cosserat.	

Figura 4.10: Esquema del modelo de masa-resorte-envolvente de Plante *et al.* (2002). (Adaptado del artículo respectivo.)



a la dinámica del peinado, y no toma en cuenta las interacciones cabello-cabello.

Los trabajos de Daldegan *et al.* (1993) y Kurihara *et al.* (1993) también utilizan mechones, pero en estos casos la simulación es más parecida a la de cabellos guía, generando el resto de los cabellos del mechón al interpolarlos con desplazamientos al azar. Nuevamente, este sistema tampoco toma en cuenta las interacciones cabello-cabello. Idéntica consideración aplica al trabajo de Chen *et al.* (1999), quienes centran su contribución en la posibilidad de modelar cabello ondulado utilizando funciones seno como curvas de control, y las capacidades de edición del peinado en tiempo real.

Tabla 4.6: Comparación de características de los modelos de animación basados en mechones.

Autores	Propiedades						Colisiones		Tipo	Descripción
	Ondas y rulos	Elasticidad	Curvado	Torsión	Fricción	Fibra-Fibra	Fibra-Objeto			
Watanabe <i>et al.</i> (1992)	✗	✗	✓	✗	✗	✗	✗	N/A	Introduce el concepto de mechón como primitiva de renderización. No contempla aspecto físico alguno.	
Daldegan <i>et al.</i> (1993)	✗	✗	✓	✗	✗	✗	✓	Restricciones	Genera mechones compuestos de cabellos aleatoriamente desplazados del eje.	
Chen <i>et al.</i> (1999)	⚠	✗	✓	✗	✗	✗	✗	N/A	Implementa un modelo de animación basado en wisps triangulares cuyo movimiento está basado en péndulos.	
Plante <i>et al.</i> (2002)	⚠	✓	✓	✗	✓	✓	✓	Amortiguación	Utiliza envoltorios deformables volumétricos para simular mechones.	
Bertails <i>et al.</i> (2005)	✓	✗	✓	✓	✗	✓	✓	Repulsión	Aplicación del modelo de Pai a cabello.	
Choe <i>et al.</i> (2005b)	✗	✓	✓	✓	✓	✓	✓	Penalización	Las juntas de las cadenas son reemplazadas por resortes angular y lineal.	
Chai <i>et al.</i> (2014)	⚠	✓	✓	✓	✓	✓	✓	Repulsión	Modelo interactivo para reconstrucción de forma de cabello. No soporta rulos.	

El trabajo de Plante *et al.* (2002) propone capturar las características de las interacciones cabello-cabello simulando los mechones mediante un envoltorio deformable y volumétrico. Éste se compone de tres capas que mostramos en la Figura 4.10. Su principal desventaja es el gran tiempo que consume el manejo de colisiones, a lo que se suman los artefactos visuales causados por el gran número de contactos entre mechones en el estado de reposo.

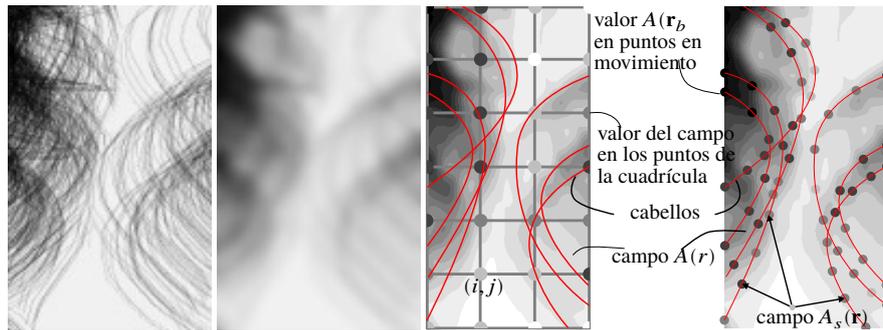
Bertails *et al.* (2005) modelan el cabello como mechones compuestos de una curva o cabello central y un grosor precalculado de acuerdo a la cantidad de cabellos a simular y el nivel de rizado del mechón. Similar a Volino *et al.* (2004), el manejo de colisiones se realiza simulando el cuerpo con esferas.

Choe *et al.* (2005b) plantean mejoras sustanciales al acercamiento basado en mechones, utilizando restricciones *suaves* entre los segmentos de cabello que permiten evitar las oscilaciones al calcular la interacción entre mechones. Además, agregan una fuerza adicional para simular la cohesión del cabello y mantener su forma luego del movimiento.

Más recientemente, Chai *et al.* (2014) proponen entrenar un modelo reducido a partir de simulaciones completas de peinado. A partir del mismo, plantean seleccionar los cabellos más representativos de cada mechón obtenido y utilizarlos como guías para la simulación mediante el método de Selle *et al.* (2008). Como el objetivo del trabajo es reconstruir el movimiento dinámico del cabello a partir de filmaciones, plantean correcciones a partir de dinámica basada en posiciones manteniendo la coherencia temporal.

Resumimos las características soportadas en la Tabla 4.6. Como fuese demostrado en su

Figura 4.11: En el modelo de Hadap et al. (2001), la dinámica de fluidos permite procesar las interacciones cabello-cabello, cabello-cuerpo y cabello-aire de forma unificada. (Adaptado del artículo respectivo.)



introducción por Watanabe *et al.* (1992), esta metodología ahorra muchísimo tiempo de cómputo. Sin embargo, encontramos que no han habido propuestas que modelen de forma explícita el cabello enulado y sus características particulares, probablemente por el uso de esta metodología en aplicaciones interactivas.

4.3.2 Dinámica de medio continuo

Simular grandes cantidades de cabello es computacionalmente costosísimo; sin embargo, una manera de reducir esta complejidad es explotar la similaridad de movimiento que poseen los cabellos cercanos entre sí. Los métodos en esta sección interpretan el peinado o pelaje como un medio continuo anisotrópico.

Dinámica de fluidos

Hadap *et al.* (2001) fueron los primeros en proponer este tipo de simplificación. Los autores consideran el comportamiento global del peinado como análogo a un líquido continuo, lo que los lleva a manejar las interacciones cabello-cabello, cabello-objetos y cabello-aire mediante simulación de fluidos, reservándose el modelo de cadenas de cuerpos rígidos en serie para la dinámica de la fibra individual. Su técnica soporta pelo lacio únicamente. Hadap (2006) permite utilizar esta simplificación para manejar las interacciones de su sistema *Oriented Strands*, lo cual fue testado en Autodesk Maya.

Petrovic *et al.* (2006) representan volumétricamente el peinado a través una malla de vóxeles cartesianos, sobre la cual se simula la dinámica cabello-cabello mediante difusión de fluido. Su representación tiene la ventaja de evitar interpenetraciones entre los cabellos de forma automática, forzando cabellos cercanos a moverse a velocidades similares. Además, permiten dinamizar la resolución de la malla de vóxeles con el fin de mejorar la exactitud requerida de la simulación. Su trabajo únicamente soporta cabello lacio; Müller *et al.* (2012) reutilizan este acercamiento para dinámica basada en posiciones, agregando así soporte para cabello enulado.

McAdams *et al.* (2009) plantean un sistema híbrido de colisiones que combina dinámica euleriana con mecánica de Lagrange. La dinámica se factoriza en dos niveles: uno macro y de menor nivel de detalle, modelado mediante un continuo basado en red de partículas, y uno micro

Tabla 4.7: Comparación de características de los modelos de animación basados en dinámica de fluidos.

Autores	Propiedades					Colisiones		Tipo	Descripción
	Ondas y rulos	Elasticidad	Curvado	Torsión	Fricción	Fibra-Fibra	Fibra-Objeto		
DINÁMICA DE FLUIDOS									
Hadap <i>et al.</i> (2001)	✗	✗	✓	✓	✓	✓	✓	SPH	Simula las fibras capilares como cadenas rígidas sumergidas en un fluido.
Petrovic <i>et al.</i> (2006)	✗	✗	✓	✓	✓	✓	✓	SPH + Limitaciones	Modelo de Pixar utilizado en <i>Los increíbles</i> . Usa SPH y campos de densidad para animar y renderizar cabello.
McAdams <i>et al.</i> (2009)	✓	✗	✓	✗	✓	✓	✓	SPH	Emplea masas puntuales y resortes sumergidos en un continuo para manejar la parte volumétrica.
Müller <i>et al.</i> (2012)	⚠	✗	✓	✗	✓	✓	✓	Repulsión	Introduce <i>follow the leader</i> al modelado de cabello. Es un modelo para propósitos de tiempo real.
Sánchez-Banderas <i>et al.</i> (2015)	✗	✗	✓	✗	✓	✓	✓	SPH	Extrae la parte global de la dinámica basada en posiciones como un fluido, manteniendo la inextensibilidad y la preservación de forma.

que es modelado mediante el ya conocido sistema de masa-resorte. El principal problema que identificamos en este método es la falta de soporte para cabellos rizados o enrollados, además de la pérdida de detalles finos producto de la simulación del continuo.

Sánchez-Banderas *et al.* (2015) reutilizan el mismo acercamiento para el manejo de la dinámica global, obteniendo las fuerzas de presión y viscosidad que luego son ingresadas al sistema de dinámica basada en posiciones para obtener las características individuales de las fibras.

La Tabla 4.7 resume nuestros hallazgos. Como puede observarse, luego del trabajo de Petrovic *et al.* (2006) empleado en la película *Los Increíbles*, no ha habido mayores avances en lo que concierne al soporte de cabello enrollado o la elasticidad del cabello; los progresos realizados se han orientado más a su utilización en aplicaciones de tiempo real. En particular, nos interesó mucho el acercamiento planteado por McAdams *et al.* (2009), del cual no encontramos mayores comunicaciones.

Cabellos guía

Chang *et al.* (2002) fueron los primeros en proponer una simulación de cabello interpolando fibras adicionales a partir de cabellos guía dispersos. Tanto la dinámica individual como el manejo de colisiones se realiza a nivel de cabellos guía, pero para mejorar la eficiencia del manejo de colisiones, utilizan tiras de triángulos que permiten preservar el volumen del cabello. El problema más obvio de este acercamiento es cómo decidir la cantidad de cabellos guía, ya que pueden existir colisiones entre cabellos renderizados que son ignoradas a nivel de guías.

Figura 4.12: La utilización de cabellos guía implica calcular el movimiento de un subconjunto clave, y a partir de ellos interpolar el movimiento del resto. (Extraído de Bao et al. (2014).)



Tabla 4.8: Comparación de características de los modelos de animación basados en cabellos guía.

Autores	Propiedades				Colisiones			Tipo	Descripción
	Ondas y rulos	Elasticidad	Curvado	Torsión	Fricción	Fibra-Fibra	Fibra-Objeto		
CABELLOS GUÍA									
Chang <i>et al.</i> (2002)	✗	✗	✓	✗	✓	✓	✓	Repulsión + Limitaciones	Modelo adaptativo basado en enlaces estáticos rompibles.
Bertails <i>et al.</i> (2006)	✓	✗	✓	✓	✓	✓	✓	Penalización	Introducción del modelo de Super-Hélices.
Petrovic <i>et al.</i> (2006)	✗	✗	✓	✓	✓	✓	✓	SPH + Limitaciones	Modelo de Pixar utilizado en <i>Los increíbles</i> . Anima cabellos guía a partir de campos de densidad y SPH.
Iben <i>et al.</i> (2013)	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	Penalización	Cabello de Mérida en <i>Valiente</i> .
Bao <i>et al.</i> (2014)	✓	✗	✓	✓	✗	✓	✓	Penalización	Implementación del modelo de Bertails <i>et al.</i> (2005).

Bertails *et al.* (2006) también usan cabellos guía en su sistema de Super-Hélices, tanto para simular fibras individuales como mechones de cabello. A diferencia de otros sistemas, generan fibras no animadas mediante un esquema de interpolación variable que depende del nivel de rizado; el nivel de detalle alcanza su máximo cerca del cuero cabelludo, y a medida que se acerca a las puntas de las fibras, se reduce la interpolación de las mismas. Bao *et al.* (2014) emplean este trabajo como base para un desarrollo preciso de las ecuaciones de Lagrange involucradas.

Sistemas basados en cabellos guía han sido muy utilizados en producción. Por ejemplo, el sistema volumétrico planteado por Petrovic *et al.* (2006) los utiliza para la dinámica individual. Iben *et al.* (2013) utilizan cabellos guía para reducir la complejidad planteada por el cabello de Mérida en *Valiente*. El manejo de colisiones se realiza a nivel de masa puntual, en vez de cabello o segmentos individuales; para paralelizar el proceso, presentan una técnica que permite descartar rápidamente colisiones entre partículas muy cercanas, e interacciones entre cabellos si el efecto puede ser aproximado mediante otras interacciones más indirectas.

Tabla 4.9: Comparación de características de los modelos de animación basados en partículas conectadas mínimamente y deformación de forma libre.

Autores	Propiedades					Colisiones		Tipo	Descripción
	Ondas y rulos	Elasticidad	Curvado	Torsión	Fricción	Fibra-Fibra	Fibra-Objeto		
PARTÍCULAS CONECTADAS MÍNIMAMENTE									
Bando <i>et al.</i> (2003)	✗	✓	✓	✗	✓	✓	✓	SPH	Los cabellos son muestreados del medio continuo.
DEFORMACIÓN DE FORMA LIBRE									
Volino <i>et al.</i> (2004)	⚠	N/A	✓	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	Usa FFD para describir y mover el sustrato del cabello.

Como puede observarse en la Tabla 4.8, este tipo de métodos ya está maduro para su uso en entornos de producción cinematográfica. Encontramos que, en general, los desarrollos utilizan sistemas de masa-resorte; más recientemente, han habido avances para implementar Super-Hélices (Bertails *et al.* 2006), de los cuales esperamos ver mayores noticias.

Partículas conectadas libremente

Bando *et al.* (2003) fueron los únicos en utilizar este acercamiento. Cada partícula de su continuo representa un cierto volumen de cabello, y el medio permite que éstas interactúen de forma adaptativa. Al inicio de la simulación, los autores establecen conexiones iniciales entre las partículas que permiten representar la forma del cabello. Durante el movimiento, cada partícula es libre para interactuar con sus vecinos más cercanos, estableciendo conexiones rompibles para mantenerse tanto separadas como agrupadas entre sí.

Deformación de forma libre

Volino *et al.* (2004) proponen este tipo de modelos con el objetivo de renderizar cabello en tiempo real. El cabello es definido dentro de una malla que rodea la cabeza. Luego, esta malla es deformada como un sistema de partículas y los cabellos se renderizan por interpolación. El manejo de colisiones se realiza aproximando el torso del personaje con un conjunto de esferas. Obviamente, la mayor deficiencia de este método es la imposibilidad de modelar discontinuidades producto de la estática de las fibras individuales.

4.3.3 Métodos multirresolución

Este tipo de métodos permite al usuario seleccionar el nivel de agrupamiento que desee, balanceando definición y tiempo de cómputo. Esto permite preservar la mayor cantidad de características posibles sin sacrificar, en lo posible, desempeño. Existen dos tipos de métodos

Figura 4.13: Métodos multiresolución como el de Ward et al. (2003b), permiten animar el cabello eligiendo dinámicamente el nivel de agrupamiento. (Extraído del artículo respectivo.)

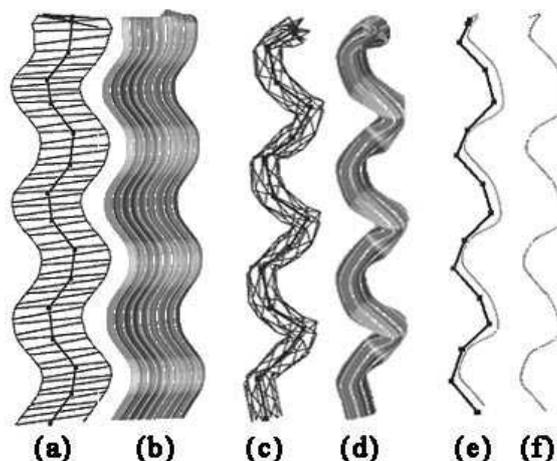


Tabla 4.10: Comparación de características de los modelos de animación multiresolución.

Autores	Propiedades						Colisiones		Tipo	Descripción
	Ondas y rulos	Elasticidad	Curvado	Torsión	Fricción	Fibra-Fibra	Fibra-Objeto			
Ward et al. (2003b)	✓	✗	✓	✗	✓	✓	✓	Restricciones	Primer implementación de métodos multiresolución.	
Ward et al. (2003a)	⚠	✗	✓	✗	✗	✓	✓	Repulsión	Versión adaptativa del modelo anterior.	
Kang et al. (2013)	✗	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	Aplica técnicas adaptativas a mechones, pero no especifica ningún tipo de animación.	

en la literatura: los que son por *niveles de detalle*, y los que realizan *agrupamiento adaptativo*. Resumimos sus características en la Tabla 4.10.

Niveles de detalle

Introducido por Ward et al. (2003b), este método propone modelar el cabello a tres niveles de resolución: cabellos individuales, mechones (también llamados clústeres o *wisps* en trabajos posteriores) y tiras, cada uno representados por curvas, volúmenes y superficies de subdivisión. Las transiciones entre los niveles ocurren automáticamente, de acuerdo a criterios de visibilidad, distancia y movimiento respecto al ojo.

En un trabajo posterior, Ward et al. (2007b) permiten acelerar la simulación localizando áreas de gran actividad física. Esto les permitió diseñar un sistema que permite al usuario interactuar de forma dinámica y en tiempo real con el peinado.

Agrupamiento adaptativo

El trabajo de Ward *et al.* (2003b) es extendido por Ward *et al.* (2003a). En este último caso, su sistema permite realizar el cambio entre niveles de forma dinámica y suave, incorporando el criterio que el diseñador piense más adecuado. Bertails *et al.* (2003) proponen una estructura de control adaptativa denominada «árbol de mechones adaptativo» (en inglés, *Adaptive Wisp Tree*), que también permite agrupar y separar dinámicamente los cabellos. En cada instante de tiempo, la estructura determina qué partículas participan de la simulación a partir de su aceleración, seleccionando aquellas que superen un rango determinado para incrementar su nivel de detalle. La detección de colisiones es realizada a partir de una malla de vóxeles, utilizando los segmentos individuales únicamente ante una colisión de dos o más objetos dentro de un mismo voxel.

Contrastando con las técnicas de múltiples representaciones, la propuesta de Kang *et al.* (2013) permite a los artistas manejar directamente el nivel de detalle ajustando la resolución de la curva spline que representa el cabello mediante particionado binario del espacio. A partir de una dada distancia visual, su sistema permite agrupar o separar dinámicamente cabellos de mechones.

4.4 Modelando efectos específicos

Ningún peinado (humano o animal) estaría completo sin permitir aplicarle materiales que alteren su comportamiento. En el presente trabajo, identificamos dos categorías: el *agua*, y los *tratamientos capilares*. Además de lo que reseñaremos a continuación, sugerimos al lector interesado el trabajo de Ward *et al.* (2007b), cuyo sistema demuestra cómo estos materiales pueden afectar la forma final del cabello.

4.4.1 Agua

El agua es el factor más conocido que puede cambiar la movilidad, forma y aspecto del cabello. Según Robbins (2012, ss. 9.2.2, 9.9.1), a medida que la humedad relativa asciende al 100 %, el volumen capilar se incrementa en más de 30 %, y el módulo de Young se reduce a menos de la mitad, lo que resulta en un material mucho más deformable pero menos elástico. Además, a mayor humedad relativa, el peinado reduce su volumen ya que los cabellos individuales tienden a agruparse entre sí.

Bertails *et al.* (2005), en su modelo de Super-Hélices, incorporan fácilmente el efecto de la humedad simplemente modificando los parámetros físicos correspondientes — la masa y el módulo de Young. Ward *et al.* (2004) modelan dinámicamente el cabello mojado en su sistema de doble esqueleto, ajustando la masa del cabello a lo largo de los esqueletos a medida que el cabello es humedecido. Además, su estructura geométrica flexible permite modelar el agrupamiento en mechones de los cabellos humedecidos variando la sección transversal de la fibra en cada nivel de agrupamiento.

Más recientemente, Rungjiratananon *et al.* (2012) demuestran cómo simular la interacción entre el agua y el cabello pensando este último como un material permeable anisotrópicamente. Para la física del cabello emplean coincidencia de forma por cadena (Rungjiratananon *et al.* 2010) y, para la simulación de fluidos, SPH (Hadap *et al.* 2001). El modelo estructura el flujo del agua mediante una red cartesiana, en cuatro niveles: absorción por parte del voxel, propagación macro y microscópica (a nivel de voxel y cabello, respectivamente) y goteo o saturación.

Lin (2014), a su vez, propone otra alternativa basada en barras elásticas discretas y una extensión de ésta denominada *hilos viscosos discretos* (Bergou *et al.* 2010). El modelo también usa SPH para la simulación de fluidos, tratando el cabello como un medio poroso permeable anisotrópicamente, y se implementa una fuerza autoadhesiva adicional para dinamizar la formación de mechones mojados. Una actualización posterior (Lin 2015) permite estabilizar aún más la simulación y combinar distintos tipos de objetos dentro de la misma. Sin embargo, la calidad de la simulación con estos métodos se mantiene vulnerable a tres factores: el tamaño del paso utilizado en la simulación, la presencia de cabellos secos (que absorben agua muy lentamente comparados con sus vecinos), y la interpenetración que puede causar el manejo de colisiones. Fei *et al.* (2017) también emplean hilos viscosos discretos, pero modelando el efecto del agua a nivel de fluido y de cabello individual. Sin embargo, el tamaño de las partículas de agua intervinientes en los procesos de captura y goteado varía en niveles de órdenes de magnitud, lo que impide una simulación suave y coherente temporalmente. También basándose en las ecuaciones de liquidez de Lin (2014), el modelo de Kim *et al.* (2017) emplea dinámica basada en posición, simulando el efecto adhesivo de los cabellos mojados mediante un modelo basado en SPH, y ajustando los coeficientes físicos de los mismos mediante limitaciones de rigidez.

El último modelo de estos efectos que encontramos en la literatura es el de Lee *et al.* (2019), quienes proponen rasterizar el cabello dentro de una malla de tetraedros que permite precalcular efectos dinámicos. Aunque su técnica puede utilizarse para una variedad de efectos, el trabajo se centra en la dinámica de la interacción cabello-fluidos, y en particular soporta explícitamente el cabello ondulado o con rulos.

4.4.2 Tratamientos capilares

Los tratamientos capilares, como pueden ser el fijador en aerosol o gel, ceras o aceites, tienen efectos significativos en la apariencia visual y física del cabello. Por ejemplo, el fijador reduce la movilidad del cabello, además de favorecer el agrupamiento de las fibras en mechones (Ward *et al.* 2007a).

El primer ejemplo de modelado de tratamiento capilar lo encontramos en la propuesta de Lee *et al.* (2001). Esta propuesta emplea un modelo de fuerzas físicas basado en el voladizo. La forma deseada del peinado es implementada a través de una *fuerza de peinado* constante; durante la simulación, ésta es modulada por un coeficiente $\alpha \in [0, 1]$ aplicado a la *fuerza de colisión*, el cual simula el efecto del gel. Chang *et al.* (2002), por su parte, modelan el agrupamiento conectando los cabellos mediante *enlaces estáticos* rompibles. Estos enlaces

ejercen fuerzas sobre los cabellos respectivos para mantenerlos cerca. Una funcionalidad similar es implementada por Ward *et al.* (2004); a diferencia del trabajo previo, donde los enlaces son creados únicamente al inicio, ellos permiten agregarlos en tiempo real según las necesidades del usuario. Ward *et al.* (2006) también implementan este acercamiento, y le agregan la posibilidad de simular mousse mediante el incremento de la sección transversal de las fibras afectadas.

4.5 Desafíos

La animación del pelo es, a nuestro juicio, una de los temas más interesantes del área, debido a que aún no hay consenso sobre un modelo que comprenda cabalmente su dinámica. En primer lugar, estaríamos interesados en una mayor difusión del excelente (y muy asequible computacionalmente) trabajo de Bertails (2006), quien logró una representación unificada de cabello lacio, rizado y con rulos. En este mismo sentido, sería interesante ver avances en su integración con métodos basados en cabellos guía.

Por otra parte, la prevalencia del cabello o pelaje en animación cinematográfica hace imperioso que los sistemas propuestos sean utilizables directamente por los artistas. En este sentido, nos preguntamos si desarrollos posteriores podrían alcanzar el nivel de detalle sobre los parámetros físicos que posee la propuesta de Hadap (2006).

Finalmente, y considerando la dificultad de obtener imágenes libres que representen el efecto dinámico de cada uno de los modelos, sería muy útil para desarrollos futuros tener un conjunto de datos de referencia de movimiento de pelo e implementaciones de cada uno de los modelos, de forma tal de poder compararlos automáticamente.

4.6 Conclusiones

En este capítulo, hemos presentado el estado del arte en los modelos de animación de cabello y pelaje. Los desarrollos encontrados poseen una complejidad creciente, yendo desde paradigmas básicos como el voladizo o el sistema de masa-resorte, hasta acercamientos complejos que integran sistemas de partículas y dinámica de fluidos. Se han resaltado, según nuestro conocimiento, aquellos modelos que han sido creados con fines cinematográficos. Los desafíos encontrados se centran en los siguientes aspectos: la usabilidad artística de los modelos, el modelado de los efectos de la estática, la selección y manejo de las colisiones más relevantes, y la estabilidad general de las simulaciones.

5

Estado del arte: Sombreado

5.1 Introducción

Crear personajes virtuales, ya sean animales o humanos, requieren de un pelo de apariencia realista. Sin embargo, alcanzar al mismo tiempo resultados plausibles y asequibles computacionalmente requiere enfrentar múltiples desafíos relacionados con la estructura y comportamiento de las fibras capilares (Marschner *et al.* 2003). En tanto se conozcan los mecanismos de transporte y dispersión de la luz, simular una fibra individual de forma explícita es relativamente sencillo. Sin embargo, en contextos donde la cantidad de cabellos a renderizar es masiva, esta técnica se vuelve impracticable en términos de rendimiento (Zinke *et al.* 2007).

Desde la publicación del primer modelo de sombreado *ad-hoc* por Kajiya *et al.* (1989), se han llevado a cabo una gran cantidad de desarrollos, en especial a partir del análisis óptico-geométrico realizado por Marschner *et al.* (2003). Sin embargo, aún no existe un modelo universal que sea compatible con todos los tipos y colores de pelo humano. Idéntica situación ocurre con el pelo animal, donde la mayoría de los modelos utilizados son derivados de aquellos diseñados para humanos (Yan *et al.* 2015).

Otros desafíos relacionados con los modelos de sombreado son los referentes a la usabilidad. Esto incluye no solamente la posibilidad de capturar perfiles de dispersión de fibras reales para modelarlas de forma virtual (Zinke *et al.* 2007), sino también un consumo aceptable de recursos (Guarnera *et al.* 2016) y la editabilidad por parte de los artistas. Esta última es de especial importancia, ya que es común invertir varias horas para lograr una apariencia determinada, aún

en escenas simples y con artistas experimentados a cargo de las mismas (Schmidt *et al.* 2016).

El análisis más reciente en la materia fue realizado hace más de una década por Ward *et al.* (2007a). Desde ese momento, se han realizado grandes avances en el área, los cuales fueron fundamentales para lograr las películas que motivan el presente trabajo. Este capítulo presenta un resumen del estado del arte de los modelos de sombreado, el cual está organizado de la siguiente manera:

- En la Sección 5.2 revisaremos los conceptos físicos y radiométricos aplicables a la dispersión lúminica de las fibras; también se definirá formalmente un modelo de sombreado.
- En la Sección 5.3 se analizan los modelos de sombreado existentes en la literatura, haciendo énfasis en aquellos desarrollados en la última década y que parten del trabajo seminal de Marschner *et al.* (2003).
- En la Sección 5.4 identificamos y analizamos los desafíos existentes en el área.
- Finalmente, nuestras conclusiones podrán apreciarse en la Sección 5.5.

5.2 Conceptos básicos

El tratamiento teórico desarrollado a continuación está basado en los trabajos de Khungurn (2017), Pekelis *et al.* (2015), Pharr *et al.* (2017), Yan *et al.* (2017b) y Zinke *et al.* (2007). La Tabla 5.1 resume la notación utilizada. Una representación del sistema de coordenadas puede verse en la Figura 5.1.

5.2.1 Modelado de la luz

La luz es un fenómeno físico tan complejo que simularlo completamente es impracticable. Por lo tanto, es imprescindible adoptar un modelo que contemple sólo las características más importantes. En Computación Gráfica, se suele utilizar como modelo la *óptica geométrica* (Pharr *et al.* 2017, pág. 334), el cual supone:

- *Linealidad*: el efecto combinado de dos entradas a un sistema óptico es siempre igual a la suma de los efectos de las dos entradas por separado.
- *Conservación de la energía*: la dispersión de la luz por una superficie o a través de un medio participante no puede producir más energía de la ya existente.
- *No polarización*: la única propiedad relevante de la luz es su distribución por longitud de onda, ignorándose la polarización del campo electromagnético.
- *No fluorescencia ni fosforescencia*: el comportamiento de la luz en una cierta longitud de onda es independiente del comportamiento en otra longitud de onda u instante de tiempo.

Tabla 5.1: Notación utilizada en los modelos de sombreado. (Adaptado de Ou et al. (2012b).)

Símbolo	Descripción
$S(\omega_i, \omega_o)$	BSDF del modelo
p	Modos de dispersión: R , TT , TRT , $TRRT$, etc.
M_p	Funciones de dispersión longitudinal
N_p	Funciones de dispersión acimutal
ω_i, ω_o	Direcciones incidente y saliente del rayo de luz
\mathbf{u}	Dirección del cabello, apuntando desde la raíz $-\mathbf{u}$ hacia la punta \mathbf{u}
\mathbf{v}, \mathbf{w}	Ejes del plano normal, ortogonales a \mathbf{u} . Si la fibra es elíptica \mathbf{v} es el eje mayor y \mathbf{w} el menor.
θ_i, θ_o	Inclinación de ω_i y ω_o con respecto al plano normal, donde $0^\circ \perp \mathbf{u}$, 90° equivale a \mathbf{u} , y 180° equivale a $-\mathbf{u}$
ϕ_i, ϕ_o	Acimuts de ω_i y ω_o en el plano normal: 0° equivale a \mathbf{v} , y 90° a \mathbf{w}
ϕ	Acimut relativo, $\phi = \phi_o - \phi_i$
θ_d	Diferencia longitudinal, $\theta_d = (\theta_o - \theta_i)/2$
θ_h	Ángulo longitudinal medio, $\theta_h = (\theta_o + \theta_i)/2$
θ_t	Desviación del rayo incidente al ingresar al cilindro, con respecto a \mathbf{v} , en el plano longitudinal
γ_t	Desviación del rayo incidente al ingresar al cilindro, con respecto a \mathbf{v} , en el plano acimutal

- *Estado de equilibrio:* se asume que la luz se propaga en el espacio y alcanza el estado de equilibrio instantáneamente.

Una limitación de este modelo es que efectos tales como la difracción y la interferencia no pueden ser simulados; sin embargo, el resultante es más que adecuado para recrear imágenes fotorrealistas (Khungurn 2017).

5.2.2 Radiometría

La *radiometría* es un conjunto de conceptos y procedimientos matemáticos que modelan la propagación y reflexión una luz. Conforman la base de los algoritmos de renderizado de la Computación Gráfica (Pharr et al. 2017, pág. 334). En esta sección, definiremos algunas magnitudes radiométricas relevantes para los modelos de sombreado. Para acceder a tratamientos más completos y profundos, referimos al lector a los trabajos de Pharr et al. (2017) y Preissendorfer (1965).

Energía

El punto inicial de las magnitudes radiométricas es la *energía*, cuya unidad de medida es el *joule* (J). Cualquier fuente de luz emite *fonones* a una longitud de onda λ y transportando una cantidad de energía Q :

$$Q = \frac{hc}{\lambda}$$

donde $c = 299\,472\,458$ m/s es la velocidad de la luz, y $h \approx 6.626 \times 10^{-34}$ m² kg/s es la *constante de Planck*.

Flujo radiante

Para renderizar una imagen, es importante medir la cantidad de luz en un instante determinado. El *flujo radiante* Φ , es la cantidad total de energía que atraviesa una superficie o región del espacio por unidad de tiempo. Se mide en joules por segundo (J/s) o watts (W) y se calcula mediante el límite del diferencial de energía por diferencial de tiempo:

$$\Phi = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{dQ}{dt}$$

Por lo tanto, la energía también puede calcularse como la integral del flujo radiante en un intervalo de tiempo determinado:

$$Q = \int_{t_0}^{t_1} \Phi(t) dt$$

Irradiancia y emitancia radiante

Para medir el flujo radiante se necesita un área donde medir fotones por cantidad de tiempo. Dada un área finita A , la densidad promedio de flujo a través de la misma se denomina *irradiancia* E si ésta incide, o *emitancia radiante* M si deja la superficie, ambas medidas en watts por metro cuadrado (W/m²).

$$E = \frac{\Phi}{A}$$

De una manera más general, la irradiancia y emitancia radiante pueden ser definidas mediante el límite del flujo radiante diferencial por área diferencial en un dado punto p :

$$E(p) = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta \Phi(p)}{\Delta A} = \frac{d\Phi(p)}{dA}$$

Integrar la irradiancia sobre el área nos permite calcular el flujo radiante:

$$\Phi = \int_A E(p) dA$$

La *Ley de Lambert* especifica que la cantidad de luz incidente en una superficie es proporcional al coseno del ángulo entre la dirección de la luz y el vector normal a la superficie. Esto quiere decir que, si la luz no está ubicada de forma perpendicular a la superficie, el área iluminada es aproximadamente $A / \cos \theta$, y la irradiancia en cualquier punto dentro de dicha área es:

$$E = \frac{\Phi}{\frac{A}{\cos \theta}} = \frac{\Phi \cos \theta}{A}$$

Ángulos sólidos

Los *ángulos sólidos* son la extensión de ángulos en el plano 2D a un ángulo en una esfera. Un *ángulo planar* es el ángulo subtendido por un objeto cualquiera con respecto a una posición, medido en radianes (rad). Dado un objeto c y el círculo unitario S , proyectemos dos líneas desde el centro del círculo hacia los extremos superior e inferior del objeto. Entonces, el ángulo planar del objeto es la longitud del segmento de arco s resultante de intersectar el círculo unitario con ambas líneas.

Un ángulo sólido extiende la noción de *círculo unitario* bidimensional a la esfera unitaria tridimensional. En este caso, el ángulo sólido es el área cubierta por la proyección de c en la superficie de la esfera. La unidad de medida del ángulo sólido es el *estereorradián* (sr).

Intensidad

La *intensidad* I describe la distribución direccional de la luz. Es la densidad angular del flujo radiante, medida en watts por estereorradián (W/sr), y se calcula como la proporción entre el flujo radiante y el área de la esfera unitaria:

$$I = \frac{\Phi}{4\pi}$$

O mediante el límite del flujo diferencial con respecto a un cono diferencial de direcciones:

$$I = \lim_{\Delta\omega \rightarrow 0} \frac{\Delta\Phi}{\Delta\omega} = \frac{d\Phi}{d\omega}$$

Integrar la intensidad como una función de dirección $I(\omega)$ nos devuelve el flujo radiante en el conjunto de direcciones Ω :

$$\Phi = \int_{\Omega} I(\omega) d\omega$$

Radiancia

Tanto la irradiancia como la emitancia radiante definen el flujo radiante diferencial con respecto a un área diferencial en un punto dado, pero no distinguen la *distribución del flujo con respecto a una dirección*. La *radiancia* L mide la irradiancia o emitancia radiante con respecto a un ángulo sólido. Si E_{ω} es la irradiancia/emitancia radiante en la superficie perpendicular a la dirección ω , podemos calcular la radiancia como:

$$L(p, \omega) = \lim_{\Delta\omega \rightarrow 0} \frac{\Delta E_{\omega}(p)}{\Delta\omega} = \frac{dE_{\omega}(p)}{d\omega}.$$

Su unidad de medida es el *flujo radiante por unidad de superficie por unidad de ángulo sólido*, i.e. watts por metro cuadrado por estereorradián (W/(m² sr)).

Una definición alternativa es en base al flujo radiante. Sea dA^{\perp} el área proyectada de la superficie dA sobre una superficie perpendicular a la dirección ω , entonces L se define como:

$$L = \frac{d\Phi}{d\omega dA^{\perp}}$$

5.2.3 Transporte

De acuerdo con Khungurn (2017), el objetivo de cualquier simulación de iluminación es determinar la distribución de la luz en una escena. Éste es el *problema de transporte de la luz*, y el autor lo enuncia de la siguiente manera:

Dado un punto $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^3$ y un vector unitario $\omega \in \mathbb{S}^2$, donde \mathbb{S}^2 es la esfera unitaria, ¿cuál es la cantidad de luz que fluye desde \mathbf{x} a lo largo de ω por unidad de tiempo?

La respuesta al problema formulado por Khungurn es la *radiancia saliente* $L_o(\mathbf{x}, \omega)$, la cual puede ser formulada como una función $f(\mathbf{x}, \omega) : \mathbb{R}^3 \times \mathbb{S}^2 \mapsto \mathbb{R}^3$, donde $(\mathbf{x}, \omega) \in \mathbb{R}^3 \times \mathbb{S}^2$ representa un *rayo de luz*, el cual está compuesto de todos los puntos que se extienden a partir de \mathbf{x} y a lo largo de ω , $\{\mathbf{x} + s\omega : s \in [0, +\infty)\}$. El punto \mathbf{x} representa el *origen* del rayo, y ω su dirección, la cual por convención apunta hacia fuera de \mathbf{x} .

El complemento de esta magnitud es la *radiancia incidente* L_i , la cantidad de energía lumínica que fluye hacia \mathbf{x} en dirección $-\omega$. La dirección es invertida aquí ya que se desea asociar la radiancia con el rayo (\mathbf{x}, ω) en vez de un rayo incidente con dirección ω y origen desconocido. Esto permite expresar la radiancia asociada al rayo (\mathbf{x}, ω) como $L(\mathbf{x}, \omega)$.

Se puede demostrar que, bajo la suposición de la óptica geométrica, la radiancia es conservada a lo largo de un rayo. Esto quiere decir que $L(\mathbf{x}, \omega) = L(\mathbf{x}', \omega)$ si \mathbf{x}' es un punto perteneciente al rayo (\mathbf{x}, ω) y no hay interacción de la luz en ningún punto a lo largo del segmento de línea entre \mathbf{x} y \mathbf{x}' .

La relación entre radiancia e irradiancia está dada por la *ley del coseno de Lambert*:

$$dE(\mathbf{x}, \omega_i) = L_i(\mathbf{x}, \omega_i) \cos(\omega_i) d\theta_i$$

donde dE es la *irradiancia infinitesimal* debido a la radiancia incidente a lo largo de ω_i , y θ_i es el ángulo entre ω_i y el vector normal a la superficie \mathbf{n}_x en el punto \mathbf{x} . Khungurn (2017) explica que $\cos \omega_i$ es un factor corrector ya que la radiancia $L_i(\mathbf{x}, \omega_i)$ está definida con respecto a la superficie infinitesimal perpendicular a ω_i en vez de la superficie que contiene a \mathbf{x} , la cual es perpendicular a \mathbf{n}_x .

5.2.4 Modelos de dispersión

Sistema de coordenadas

La mayoría de los modelos de sombreado parametrizan la fibra según el sistema de coordenadas esféricas definido por Marschner *et al.* (2003) (Figura 5.1). Este sistema de coordenadas local, $\{\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w}\}$, está formado por tres vectores base ortonormales de mano derecha: \mathbf{u} es el vector *tangente* a la fibra, alineado con su dirección de crecimiento; \mathbf{v} es el vector *normal*, alineado con el eje mayor del cilindro; y \mathbf{w} es el vector *binormal*, alineado con su eje menor. Estos últimos dos forman el *plano normal* al cilindro. De este modo, un vector 3D de dirección ω puede ser descrito por dos ángulos esféricos: el ángulo *longitudinal* $\theta \in [-\pi/2, \pi/2]$, que representa

Figura 5.1: Sistema de coordenadas y ángulos notables utilizados en los modelos de sombreado. (Adaptado de Xu et al. (2011).)

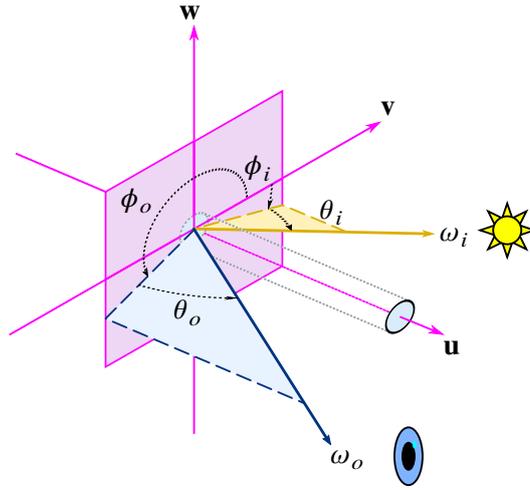
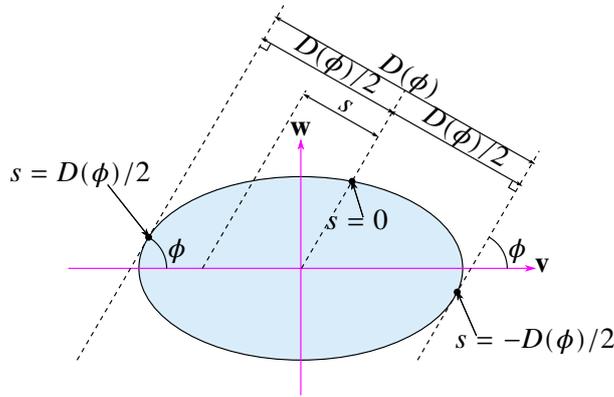


Figura 5.2: Definición geométrica del diámetro proyectado $D(\phi)$. (Adaptado de Khungurn (2017)).



la inclinación con respecto al plano normal, y el *acimutal* $\phi \in [0, 2\pi]$, el cual representa el ángulo formado con \mathbf{v} en el plano normal:

$$\omega = \begin{bmatrix} \sin \theta \\ \cos \theta \cos \phi \\ \cos \theta \sin \phi \end{bmatrix}$$

Los vectores ω_i y ω_o representan la *dirección incidente* y *saliente* de la luz. Éstos son representados por sus ángulos (θ_i, ϕ_i) y (θ_o, ϕ_o) . Si la fibra es simétrica, se pueden parametrizar los vectores en términos de sus ángulos longitudinales y del *acimut relativo* $\phi = \phi_o - \phi_i$. Algunos modelos simplifican la notación utilizando el *ángulo diferencia* longitudinal $\theta_d = (\theta_o - \theta_i)/2$ o el *ángulo mitad* $\theta_h = (\theta_o + \theta_i)/2$.

Diámetro proyectado

Modelos como el de Khungurn *et al.* (2017) asumen la fibra capilar como un *cilindro generalizado*, esto es, con sección transversal constante y *posiblemente elíptica*. El *diámetro proyectado* $D(\phi)$, ejemplificado en la Figura 5.2, es el diámetro de la fibra percibido por el

observador al mirar la fibra desde la dirección acimutal ϕ_o . $D(\phi)$ está definido como la distancia máxima entre dos líneas en el plano normal, las cuales son tangentes a la sección transversal y forman un ángulo ϕ con el eje v . Para los casos donde la fibra es circular, el diámetro percibido es constante; por ejemplo, si la fibra es un cilindro circular de radio 1, $\forall \phi_o, D(\phi_o) = 2$. Si la fibra es elíptica, por ejemplo, un cilindro de sección transversal elíptica con radio menor $r = 1$ y radio mayor $r = a$, $D(0^\circ) = D(180^\circ) = 2$ y $D(90^\circ) = D(270^\circ) = 2a$.

Espacios de rayos

Khungurn (2017) clasifica los rayos de luz en dos espacios. El primero es denominado *espacio de rayos de la fibra* o FRS (de sus siglas en inglés, *fiber ray space*), y contiene a todos los rayos salientes de la fibra (o sea, el producto punto del vector dirección del rayo y la normal de la fibra en el punto de salida es no negativo). Cada rayo en el FRS puede ser identificado mediante cuatro valores: los ángulos longitudinal y acimutal θ y ϕ , el desplazamiento a lo largo del eje de la fibra t , y el desplazamiento a lo largo del diámetro proyectado s , $s \in [-D(\phi)/2, D(\phi)/2]$.

El otro espacio se denomina *espacio de rayos convencional* o CRS (de sus siglas en inglés, *conventional ray space*), y es utilizado en el caso de que se pueda ignorar el diámetro de la fibra. Este espacio contiene aquellos rayos con origen en un punto específico a lo largo del eje de la fibra, los cuales pueden ser parametrizados con su dirección $\omega = (\theta, \phi)$ y su desplazamiento, t .

Unidades radiométricas

Siguiendo la notación de Khungurn (2017), se puede definir la radiancia incidente o saliente de la superficie de la fibra como función de los rayos en FRS, i.e. $L^F(\omega, s, t)$.

Basados en la notación anterior, Marschner *et al.* (2003) definen dos nuevas unidades radiométricas. La primera es \bar{L} , la *radiancia de la curva*, medida en *flujo radiante por ángulo sólido por longitud proyectada de la fibra*. Ésta es función de la dirección ω y del desplazamiento a lo largo del eje tangente t y su definición es en base a la radiancia en FRS:

$$\bar{L}(\omega, t) = \int_{-D(\phi)/2}^{D(\phi)/2} L^F(\omega, s, t) ds$$

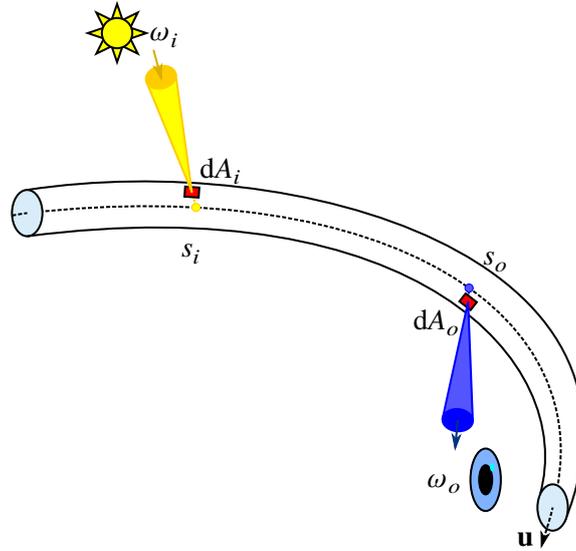
La segunda unidad es \bar{E} , *irradiancia de la curva*, medida en *flujo radiante por longitud de la fibra* y función de t . Se define como la integral de la radiancia de la curva escalada por la ley de Lambert:

$$\bar{E}(t) = \int_{\omega \in \mathbb{S}^2} \bar{L}(\omega, t) \cos \theta d\omega$$

Una definición intuitiva de esta unidad (Khungurn 2017) es la irradiancia infinitesimal emanada de aquellos rayos cuya dirección está a menos de $d\omega$ de ω .

De acuerdo con Khungurn (2017), la *suposición de fibra fina* asume que la fibra es tan fina que la distribución de la radiancia es constante a lo largo de su sección transversal. Esto permite

Figura 5.3: Ilustración del problema de sombreado de fibras, según Zinke et al. (2007). (Adaptado de Zinke (2008).)



relacionar la radiancia de la curva con la radiancia normal:

$$\forall s, L^F(\omega, s, t) = L^F(\omega, 0, t) = L(\omega, t)$$

Bajo esta suposición, todos los rayos tienen la misma radiancia que el rayo que atraviesa el eje de la fibra, o sea que $L(\omega, t)$ y $\bar{L}(\omega, t)$ son funciones de los rayos pertenecientes al CRS. Esto también implica que:

$$\bar{L}(\omega, t) = D(\phi)L(\omega, t)$$

Funciones de dispersión

El problema del sombreado de fibras, el cual es ejemplificado en la Figura 5.3, es definido por Zinke *et al.* (2007) de la siguiente manera:

¿Cuánta radiancia $d\bar{L}_o$ se podrá observar desde una porción infinitesimal de superficie de la fibra dA_o en dirección ω_o , si la radiancia \bar{L}_i incide desde la dirección ω_i en una porción infinitesimal de superficie dA_i ?

Sea entonces $\bar{L}_i = D(\phi_i)$ la radiancia de la curva incidente desde el ángulo sólido $d\omega_i$. Esto produce irradiancia diferencial de la curva $d\bar{L}_i = \bar{L}_i(\omega_i) \cos(\theta_i) d\omega_i$. La fibra dispersa esta irradiancia en una distribución de radiancia diferencial de la curva $d\bar{L}_o$ sobre el cono de direcciones salientes. Denotamos su valor en la dirección ω_o como $d\bar{L}_o(\omega_i \rightarrow \omega_o)$. La radiancia de la curva saliente a lo largo de la dirección ω_o , resultante de la distribución de radiancia de la curva incidente, está dada por (Khungurn 2017):

$$\bar{L}_o(\omega_o) = \int_{\omega_i \in \mathbb{S}^2} d\bar{L}_o(\omega_i \rightarrow \omega_o),$$

donde $d\bar{L}_o$ y $d\bar{L}_i$ están relacionadas por la función de distribución de dispersión bidireccional de la curva, o BCSDF (de sus siglas en inglés, *Bidirectional Curve Scattering Distribution Function*) (Zinke *et al.* 2007). Se denota como $S(\omega_i, \omega_o)$ y está definida como la relación entre la radiancia de la curva diferencial saliente en dirección ω_o y la irradiancia de la curva diferencial incidente desde la dirección ω_i :

$$S(\omega_i, \omega_o) = \frac{d\bar{L}_o(\omega_i \rightarrow \omega_o)}{d\bar{L}_i(\omega_i)} = \frac{d\bar{L}_o(\omega_i \rightarrow \omega_o)}{\bar{L}_i(\omega_i) \cos \theta_i d\omega_i} \quad (5.1)$$

Esta función y la suposición de fibra fina permiten reexpresar la radiancia saliente como (Khungurn 2017):

$$\begin{aligned} L_o(\omega_o) &= \frac{\bar{L}_o(\omega_o)}{D(\phi_o)} \\ &= \frac{1}{D(\phi_o)} \int_{\mathbb{S}^2} d\bar{L}_o(\omega_i \rightarrow \omega_o) \\ &= \frac{1}{D(\phi_o)} \int_{\mathbb{S}^2} S(\omega_i, \omega_o) \bar{L}_i(\omega_i) \cos \theta_i d\omega_i \\ &= \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_0^{2\pi} S(\omega_i, \omega_o) \frac{D(\phi_i)}{D(\phi_o)} L_i(\omega_i) \cos \theta_i d\phi_i d\theta_i \end{aligned} \quad (5.2)$$

ya que el área diferencial del conjunto de direcciones $d\omega_i$ se puede expresar como el producto de sus lados $\cos \theta_i d\theta_i$ y $d\phi_i$ ¹ (Pharr *et al.* 2017).

Dispersión factorizada

El paradigma de *lóbulos* o *dispersión factorizada*, presentado por Marschner *et al.* (2003), descompone la iluminación dispersada en diferentes *lóbulos* o *modos* de propagación S_p , basados en el número p de reflexiones internas dentro del cilindro ideal:

- reflexión a nivel de superficie ($R, p = 0$);
- luz transmitida hacia dentro del cilindro y luego al exterior ($TT, p = 1$);
- luz que se transmite, se refleja internamente y luego se transmite al exterior ($TRT, p = 2$);
- luz que se transmite, rebota dos veces internamente y luego se transmite al exterior ($TRRT, p = 3$);
- etcétera.

De este modo, la función de dispersión total S se descompone en una sumatoria de funciones de dispersión:

$$S(\omega_i, \omega_o) = \sum_{p=0}^{\infty} S_p(\omega_i, \omega_o) \quad (5.3)$$

¹Ésta es la clave para convertir integrales sobre ángulos sólidos a coordenadas esféricas.

Cada uno de estos lóbulos, a su vez, es modelado como el producto de dos funciones unidimensionales, una representando la *dispersión acimutal* M_p y la otra la *dispersión longitudinal* N_p :

$$S_p(\omega_i, \omega_o) = M_p(\theta_i, \theta_o)N_p(\theta, \phi_i, \phi_o) \quad (5.4)$$

donde, dependiendo del diseño de cada modelo, θ equivale al ángulo longitudinal incidente θ_i o al ángulo mitad θ_d .

5.3 Modelos de sombreado

Siguiendo los lineamientos propuestos por Guarnera *et al.* (2016), se agruparon los modelos en tres clases:

- Los *modelos fenomenológicos* (Subsección 5.3.1) aproximan las características de la fibra capilar real mediante fórmulas analíticas derivadas de forma *ad-hoc*.
- Los *modelos basados físicamente* (Subsección 5.3.2) surgen de la aplicación de la Física Óptica a una fibra capilar. La mayoría sigue el paradigma de dispersión factorizada propuesto por Marschner *et al.* (Sección 5.2.4).
- Los *modelos basados en datos* (Subsección 5.3.3) aproximan de forma eficiente datos de reflectancia obtenidos mediante medición de fibras reales, permitiendo así reconstruir la función de dispersión original con un costo de almacenamiento significativamente menor, a la vez que reducen el ruido introducido por el propio proceso de medición.

Un modelo físicamente correcto debe cumplir las siguientes condiciones²:

- *No negatividad*: para cualquier par de direcciones incidente y saliente (ω_i, ω_o) , $S(\omega_i, \omega_o) \geq 0$;
- *Reciprocidad*: el *principio de reciprocidad de Helmholtz* especifica que intercambiar los ángulos incidentes y salientes resultan en exactamente la misma cantidad de energía saliente:

$$S(\omega_i, \omega_o) = S(\omega_o, \omega_i)$$

Bajo el paradigma de dispersión factorizada, una dada función de dispersión acimutal es recíproca si, para todo θ_d , ϕ_i y ϕ_o , vale que (Khungurn 2017):

$$\frac{N_p(\theta_d, \phi_i, \phi_o)}{D(\phi_o)} = \frac{N_p(\theta_d, \phi_o, \phi_i)}{D(\phi_i)}; \quad (5.5)$$

²En el presente trabajo, nos limitaremos a asumir como verdaderas las apreciaciones realizadas por los autores de los modelos, a menos que exista un contraejemplo posterior en la literatura.

- *Conservación de la energía:* garantiza que la función distribuya la irradiancia de la curva incidente sin introducir energía adicional, o sea que para todo $\omega_i \in \mathbb{S}^2$, se verifica que

$$\int_{\mathbb{S}^2} S(\omega_i, \omega_o) \cos \theta_i d\theta_o \leq 1. \quad (5.6)$$

Bajo el paradigma de dispersión factorizada, las funciones de dispersión acimutales conservan la energía si, para todo θ y ϕ_i (Khungurn 2017):

$$\int_0^{2\pi} \sum_{p=0}^{\infty} N_p(\theta, \phi_i, \phi_o) \leq 1. \quad (5.7)$$

Las funciones de dispersión longitudinales conservan la energía si, para todo θ_i (Khungurn 2017):

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} M_p(\theta_i, \theta_o) \cos^2 \theta_o d\theta_o \leq 1. \quad (5.8)$$

- *Fresnel:* Las ecuaciones de Fresnel permiten obtener la cantidad de luz reflejada como solución de las ecuaciones de Maxwell (Pharr *et al.* 2017, págs. 516-518). El cabello, compuesto de queratina, es un material *dieléctrico* (Marschner *et al.* 2003) que transmite una porción de la luz incidente. Esto implica que un buen modelo de sombreado debe tomar en cuenta este comportamiento.
- *Muestreo por importancia:* Los algoritmos de Monte Carlo permiten evaluar la radiancia saliente (Ecuación 5.2) tomando muestras al azar. La desventaja principal es que requieren un gran número de muestras para reducir el error (ruido) a niveles aceptables. El muestreo por importancia es una técnica que permite minimizar el error al tomar las muestras de una distribución que aproxime las características del modelo de sombreado, a la vez que reduce la cantidad de muestras necesarias para obtener resultados aceptables.

Finalmente, se clasifican los modelos según cómo procesan la contribución de cada fibra individual:

- Los modelos *de campo lejano* se utilizan en situaciones donde las fibras no son perceptibles de forma individual (i.e. su diámetro en pantalla es menor a un pixel). Éstos explotan esta propiedad calculando la iluminación en una fibra guía dada y luego aproximando el valor correspondiente a las fibras más cercanas mediante interpolación.
- En cambio, si el diámetro visible de la fibra supera un pixel, se utilizan modelos conocidos como *de campo cercano*. Éstos simulan explícitamente la incidencia de la luz en cada fibra por separado.

Debe notarse que existen varias técnicas para simular o acelerar la representación de los fenómenos lumínicos en cabello, tales como mapas de opacidad (Yuksel *et al.* 2008) o armónicos

Figura 5.4: Comparación visual entre los modelos de Yan et al. (2015), Marschner et al. (2003), y Kajiya et al. (1989). (De Yan et al. (2015), reproducida con autorización.)



esféricos (Moon *et al.* 2008) Sin embargo, en este capítulo nos enfocamos únicamente en las funciones de dispersión y no en las técnicas de renderización propiamente dichas, por lo que no cubriremos dichas técnicas de simulación o aceleración en mayor profundidad.

Las Tablas 5.7 y 5.8 comparan la totalidad de los modelos relevados. Al igual que en capítulos previos, los modelos están agrupados por tipo y luego por año. Las características soportadas están denotadas con ✓, mientras que ✗ denota aquellas que explícitamente no lo son, y ⚠ que han sido utilizadas de manera no oficial o mediante extensiones adicionales. N/A denota que la característica mencionada es inaplicable en el contexto de la técnica propuesta.

5.3.1 Estado del arte: modelos fenomenológicos

Kajiya *et al.* (1989) presentaron el primer modelo de sombreado para pelo, diseñado en este caso específico para pelaje, y ejemplificado en la Figura 5.4. Similar al sombreado de Phong, divide la luz en un componente difuso y otro especular

$$S(\omega_i, \omega_o) = k_d + k_s \frac{\cos^p(\theta_o + \theta_i)}{\cos \theta_i} \quad (5.9)$$

siendo k_d el coeficiente difuso, k_s el especular, y p el exponente de Phong que modela la nitidez del reflejo especular. El componente difuso se obtiene suponiendo una superficie cilíndrica totalmente difusa e integrando su radiancia saliente a lo largo de la circunferencia del medio cilindro que apunta hacia la luz. Para el componente especular, argumentan que el reflejo especular ideal forma un cono con eje en ω_o y ángulo igual al de incidencia, y por lo tanto un reflejo no-ideal sería un lóbulo concentrado en dicho cono. Bajo este modelo, la iluminación es *isotrópica*: no depende de ω_o y, por lo tanto, los cabellos permanecen totalmente iluminados aún cuando la luz incida en dirección opuesta a la dirección de vista.

Una explicación con base geométrica fue provista por Banks (1994): la reflexión difusa es justificada iluminando una sección de fibra infinitesimal con un rayo cuya sección transversal es proporcional a $\cos \theta_i$. Como la reflexión difusa de la fibra es isotrópica, la fibra devuelve k_d de la radiancia incidente. Para la reflexión especular aplica el *principio de Fermat*, el cual requiere que la proyección de los rayos incidentes y salientes sobre la fibra sea idéntica.

En ambas justificaciones, queda claro que ni el máximo ni la longitud del reflejo especular dependen de θ_o o ϕ_o . La implementación de Goldman (1997), utilizada en *101 Dálmatas*, introduce varios refinamientos; entre ellos, pesa ambos términos del modelo por un *factor de atenuación direccional* f_{dir} que introduce la dependencia acimutal en el modelo:

$$f_{dir} = \frac{1 + \kappa}{2} \rho_R + \frac{1 - \kappa}{2} \rho_T,$$

de acuerdo con la formulación original, con $\kappa = \cos \phi$, y ρ_R , ρ_T dos coeficientes que controlan la cantidad de reflexión y transmisión. Factorizando, obtenemos:

$$\begin{aligned} f_{dir} &= \frac{\rho_R}{2} + \kappa \frac{\rho_T}{2} + \frac{\rho_T}{2} - \kappa \frac{\rho_T}{2} \\ &= \frac{\rho_R + \rho_T}{2} + \frac{\rho_R - \rho_T}{2} \kappa \\ &= \left(\frac{1}{2} (\rho_R + \rho_T) \right) \left(1 + \frac{\rho_R - \rho_T}{\rho_R + \rho_T} \kappa \right) \\ &= 1 + a \cos(\phi) \end{aligned} \quad (5.10)$$

subsumiendo $\frac{1}{2}(\rho_R + \rho_T)$ en los términos difuso y especular, y $a = \frac{\rho_R - \rho_T}{\rho_R + \rho_T}$. Este único coeficiente a sirve para sesgar la transmisión hacia atrás ($a < 0$) o hacia adelante ($a > 0$).

En su tesis doctoral, Kim (2002) propuso una extensión que también introduce la dependencia acimutal, la cual modela la reflexión y transmisión mediante dos lóbulos con forma de coseno. Su componente difuso asume reflexión perfecta con reflectancia constante (ignorando el efecto Fresnel), mientras que el componente especular está modelado empíricamente para obtener un lóbulo orientado hacia adelante. El factor de dependencia direccional está definido en dos términos, el primero para la reflexión y el segundo para la transmisión:

$$f_{dir} = a g\left(\frac{\phi}{2}\right) + g(k(\phi - \pi)). \quad (5.11)$$

De acuerdo con esta fórmula, a sesga la dispersión hacia detrás o hacia adelante (idéntico al de Goldman), $k > 1$ focaliza el lóbulo especular, y $g(\phi)$ modela la luz incidente a la sección transversal de cilindro:

$$g(\phi) = \begin{cases} \cos \phi & -\frac{\pi}{2} < \phi < \frac{\pi}{2} \\ 0 & \text{de lo contrario.} \end{cases}$$

5.3.2 Estado del arte: modelos basados físicamente

Marschner *et al.* (2003) introdujeron el primer modelo basado físicamente, también ejemplificado en la Figura 5.4, y cuyos parámetros están resumidos en la Tabla 5.2. Motivado por un análisis óptico-geométrico de la reflexión de una fibra capilar, su paradigma de *dispersión factorizada* (Sección 5.2.4) divide la función de dispersión en dos términos, uno longitudinal M y otro acimutal N , tomando los tres primeros eventos de dispersión:

$$S(\omega_i, \omega_o) = \sum_p \frac{M_p(\theta_h) N_p(\eta'; \phi)}{\cos^2 \theta_d}, \quad p \in \{R = 0, TT = 1, TRT = 2\}, \quad (5.12)$$

Figura 5.5: Esquema del modelo de iluminación de Marschner et al. (2003). (Adaptado de Marschner et al. (2003) y Yan et al. (2017b).)

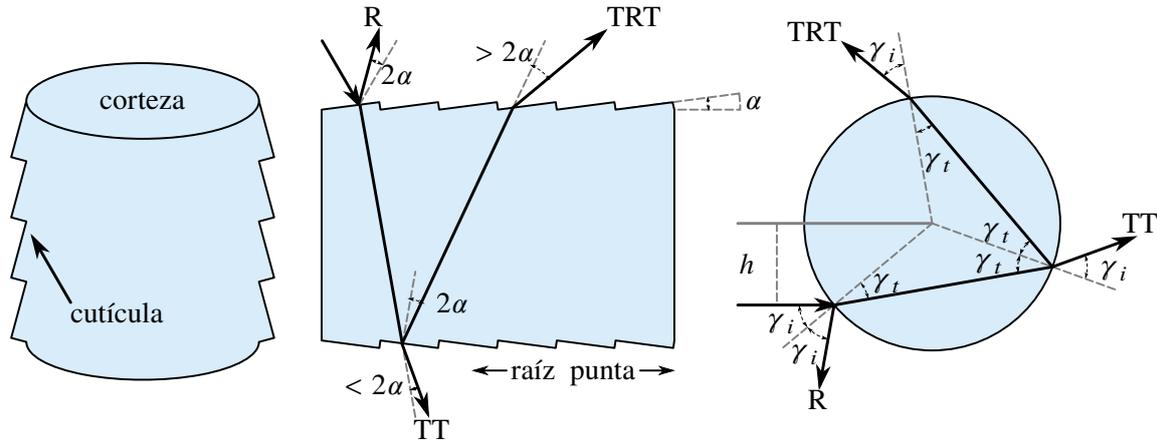


Tabla 5.2: Resumen de los parámetros del modelo de Marschner et al. (2003).

Símbolo	Descripción	Rango
η	IOR, índice de refracción	1,55
η', η'', η^*	Índices virtuales de refracción	N/A
σ_a	Índice de absorción por largo unitario	N/A
α_R	Desplazamiento longitudinal del lóbulo R	-10° a -5°
α_{TT}	Desplazamiento longitudinal del lóbulo TT	$-\alpha_R/2$
α_{TRT}	Desplazamiento longitudinal del lóbulo TRT	$-3\alpha_R/2$
β_R	Ancho (desv. estándar) del lóbulo R	5° a 10°
β_{TT}	Ancho (desv. estándar) del lóbulo TT	$\beta_R/2$
β_{TRT}	Ancho (desv. estándar) del lóbulo TRT	$2\beta_R$

donde η' es el *índice virtual de refracción* de la corteza, o índice Bravais. Éste permite tratar las secciones transversales elípticas surgidas de proyectar θ_i y θ_o en un plano que contiene la normal a la superficie como secciones circulares pero con su índice de refracción reemplazado por η' (Yan et al. 2017b):

$$\eta'(\theta_d) = \frac{\sqrt{\eta^2 - \sin^2 \theta_d}}{\cos \theta_d}$$

Su análisis también les permite trazar la forma en la cual un rayo de luz es desviado al entrar a la fibra capilar. Siendo $h \in (-1, 1)$ la desviación del rayo incidente con respecto al centro de un cilindro ideal (Figura 5.5), γ_i y γ_t son el ángulo de incidencia y transmisión respectivamente; usando la ley de Snell, $\eta \sin(\gamma_i) = \eta' \sin(\gamma_t) = h$. De este modo, el ángulo acimutal de salida $\phi(p, h)$ para un dado modo de propagación p resulta de la siguiente ecuación:

$$\phi(p, h) = 2p\gamma_t - 2\gamma_i + p\pi \quad (5.13)$$

El término longitudinal M es modelado con una distribución normal estándar:

$$M_p = g(\beta_p; \theta_h - \alpha_p) \quad (5.14)$$

$$g(\beta; \theta) = \frac{\exp\left(\frac{-\theta^2}{2\beta^2}\right)}{\sqrt{2\pi}\beta}$$

A su vez, el término acimutal N es modelado como el producto de tres factores: un *coeficiente de absorción absoluta* A , la atenuación Fresnel F , y la intensidad de la iluminación S :

$$N_p(\phi; \eta') = \sum_r A_p(\sigma_a, h) F_p(\eta', \eta'', \gamma_i) S_p(\phi, h(p, r, \phi)) \quad (5.15)$$

$$A_p(\sigma_a, h) = \exp\left(-2\frac{\sigma_a}{\cos\theta_t}(1 + \cos(2\gamma_t))\right)^p \quad (5.16)$$

$$F_p(\eta', \eta'', \gamma_i) = \begin{cases} F(\eta', \eta'', \gamma_i) & p = 0 \\ (1 - F(\eta', \eta'', \gamma_i))^2 F\left(\frac{1}{\eta'}, \frac{1}{\eta''}, \gamma_t\right)^{p-1} & \text{caso contrario} \end{cases} \quad (5.17)$$

$$S_p(\phi, h) = \left| 2 \frac{d\phi}{dh}(p, h(p, r, \phi)) \right|^{-1} \quad (5.18)$$

donde F (sin subíndice) representa las ecuaciones de Fresnel, r la cantidad de raíces $h(p, r, \phi)$ de la ecuación $\phi(p, h) - \phi = 0$, y $\eta'' = \frac{\eta^2}{\eta'}$ un nuevo índice virtual de refracción aplicable únicamente al componente paralelo de la reflectancia.

En la práctica, Marschner *et al.* calculan $h(p, r, \phi)$ con una aproximación polinómica sobre ϕ para evitar invertir la ley de Snell. Asimismo, sólo N_R y N_{TRT} son evaluados con la Ecuación 5.15; N_{TRT} es aproximada con un lóbulo normal para así evitar las singularidades (brillos de intensidad infinita) que se producen en este modo. Si la fibra no es circular, se reemplaza el índice de refracción η con un nuevo índice virtual $\eta^*(\phi_h)$, el cual simula el efecto de la excentricidad:

$$\eta^*(\phi_h) = \frac{1}{2} \left((\eta_1^* + \eta_2^*) + \cos(2\phi_h)(\eta_1^* - \eta_2^*) \right)$$

El modelo de Marschner *et al.* asume que tanto la fuente de iluminación como el observador están lejos de la fibra capilar. Esto no permite modelar el fenómeno de la dispersión múltiple, con resultados muy pobres en cabello de colores claros. Zinke *et al.* (2004) proponen una extensión que permite utilizarlo como modelo de campo cercano. Empiezan por encerrar la forma de la fibra con un cilindro de radio mínimo R y eje mayor \mathbf{u} . Entonces, si s_i y s_o son los puntos de entrada y salida de la luz con respecto al eje tangente del cilindro circunscripto (como fuese ejemplificado en la Figura 5.3), la desviación del rayo incidente respecto a este cilindro, h' , se expresa como $h' = R \cdot h = R \sin(\gamma'_i)$, con γ'_i la proyección del ángulo de incidencia en el cilindro circunscripto y h la desviación con respecto a la fibra real. Luego, reexpresan la función de dispersión S con respecto al cilindro circunscripto, quedando en función de la desviación h' y la distancia entre s_i y s_o :

$$\hat{S}(\omega_i, h'_i, \omega_o, h'_o, s_o - s_i) = \frac{dL_o(\omega_o, h'_o, s_o)}{dL_i(\omega_i, h'_i, s_i)} \quad (5.19)$$

La radiancia saliente se redefine de igual manera:

$$L_o(\omega_o, h'_o, s_o) = \int_{\omega_i \in \Omega} \int_{s \in \mathbb{R}} \int_{h'_i \in [-R, R]} \hat{S}(\omega_i, h'_i, \omega_o, h'_o, s_o - s_i)$$

$$\sqrt{1 - \frac{h'_o{}^2}{R} \cos \theta_i} dh'_i ds_i d\omega_i \quad (5.20)$$

La función de dispersión se factoriza en tres modos de propagación, al igual que en el trabajo de Marschner *et al.* (2003):

$$\hat{S}(\omega_i, h'_i, \omega_o, h'_o, s_o - s_i) = \sum_p M_p(\omega_i, \omega_o, s_o - s_i) N_p(\omega_i, h'_i, \omega_o, h'_o) \quad (5.21)$$

Los componentes acimutal y longitudinal son modelados a partir de cilindros dieléctricos perfectos, i.e. usan funciones delta de Dirac para determinar el punto de dispersión. El componente longitudinal M es definido por cada modo, donde θ_i^{-2} responde por el ángulo sólido proyectado del cono especular:

$$M_R(\omega_i, \omega_o, s_o - s_i) = \frac{\delta(\theta_i + \theta_o) \delta(s_o - s_i)}{\theta_i^2} \quad (5.22)$$

$$M_{TT}(\omega_i, \omega_o, s_o - s_i) = \frac{\delta(\theta_i + \theta_o) \delta(s_o - s_i + 2R \cos \gamma_t \tan \theta_t \operatorname{sgn} \omega_i)}{\theta_i^2} \quad (5.23)$$

$$M_{TRT}(\omega_i, \omega_o, s_o - s_i) = \frac{\delta(\omega_i + \omega_o) \delta(s_o - s_i + 4R \cos \gamma_t \tan \theta_t \operatorname{sgn} \omega_i)}{\theta_i^2} \quad (5.24)$$

Su componente acimutal N es factorizado de forma similar al de Marschner *et al.* Las Ecuaciones 5.15–5.18 se ajustan a este acercamiento como:

$$N_p(\omega_i, h'_i, \omega_o, h'_o) = A_p(\sigma_a, \eta', \theta_t, \gamma'_i) F_p(\eta', \eta'', \gamma_i) S'_p(\eta', h_i) \quad (5.25)$$

$$A_p(\sigma_a, \eta', \theta_t, \gamma'_i) = \exp\left(\frac{-2R \cos \gamma'_i}{\cos \theta_t}\right)^p \quad (5.26)$$

$$F_p(\eta', \eta'', \gamma_i) = \begin{cases} F(\eta', \eta'', \gamma_i) & p = 0 \\ (1 - F(\eta', \eta'', \gamma_i))^2 F\left(\frac{1}{\eta'}, \frac{1}{\eta''}, \gamma_t\right)^{p-1} & \text{caso contrario} \end{cases} \quad (5.27)$$

$$S'_p(\eta', h_i) \approx 2S_p(\eta', h_i) \quad (5.28)$$

Y de este modo definen el componente acimutal como³:

$$N_R = F_R(\eta', \eta'', \gamma'_i) S'_R(\eta', h_i) \delta(h'_i + h'_o) \delta(\phi_o - \phi_i - (2\gamma_t - 2\gamma_i + \pi)) \quad (5.29)$$

$$N_{TT} = A_{TT}(\sigma_a, \eta', \omega_t, \gamma'_i) F_{TT}(\eta', \eta'', \gamma'_i) S'_{TT}(\eta', h_i) \delta(h'_i + h'_o) \delta(\phi_o - \phi_i - (2\gamma_t - 2\gamma_i + \pi)) \quad (5.30)$$

$$N_{TRT} = A_{TRT}(\sigma_a, \eta', \omega_t, \gamma'_i) F_{TRT}(\eta', \eta'', \gamma'_i) S'_{TRT}(\eta', h_i) \delta(h'_i + h'_o) \delta(\phi_o - \phi_i - (4\gamma_t - 2\gamma_i)) \quad (5.31)$$

En la práctica, éstas aproximan N y N_{TRT} de la misma manera que lo hace Marschner *et al.*, con lóbulos normales y el método ad-hoc respectivamente.

³Seguimos la notación de Zinke *et al.* en lo que respecta a los subíndices; recuérdese la Ecuación 5.12.

El acercamiento sobre cilindros generalizados es la base de las funciones de distribución de dispersión de fibras bidireccionales, o BFSDF (de sus siglas en inglés, *Bidirectional Fiber Scattering Distribution Functions*) (Zinke *et al.* 2007). Bajo este formalismo, cualquier modelo de sombreado se puede expresar aproximando la radiancia incidente y saliente con una función de dispersión S sobre el cilindro circunscripto. Dadas (s, ξ) , coordenadas cilíndricas del parche de cilindro dA , y (α, β) , coordenadas esféricas de ω definidas sobre dA , calculamos S como:

$$S(s_i, \xi_i, \alpha_i, \beta_i, s_o, \xi_o, \alpha_o, \beta_o) = \frac{dL_o(s_i, \xi_i, \alpha_i, \beta_i, s_o, \xi_o, \alpha_o, \beta_o)}{dL_i(s_i, \xi_i, \alpha_i, \beta_i)}. \quad (5.32)$$

La radiancia saliente queda entonces expresada como:

$$L_o(s_o, \xi_o, \theta_o, \phi_o) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} S(s_i, \xi_i, \theta_i, \phi_i, s_o, \xi_o, \theta_o, \phi_o) L_i(s_i, \xi_i, \theta_i, \phi_i) \sin \phi_i \cos \phi_i d\phi_i d\theta_i d\xi_i ds_i \quad (5.33)$$

Si las propiedades ópticas de la fibra son constantes con respecto a s , es posible reducir en una las dimensiones de la BFSDF:

$$L_o(s_o, \xi_o, \alpha_o, \beta_o) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} S(\Delta s, \xi_i, \alpha_i, \beta_i, \xi_o, \alpha_o, \beta_o) L_i(s_i, \xi_i, \alpha_i, \beta_i) \sin \phi_i \cos \phi_i d\phi_i d\theta_i d\xi_i d\Delta s \quad (5.34)$$

También es posible expresarla en términos de s y h , siendo h la desviación del rayo con respecto al cilindro circunscripto. Esta forma es muy útil para iluminación distante:

$$L_o(s_o, \xi_o, \theta_o, \phi_o) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-1}^1 \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_0^{2\pi} S(\Delta s, h_i, \theta_i, \phi_i, h_o, \theta_o, \phi_o) L_i(s_i, h_i, \theta_i, \phi_i) \cos^2 \theta_i d\phi_i d\theta_i dh_i d\Delta s \quad (5.35)$$

Por defecto, una BFSDF conserva completamente la energía, y es recíproca si la fibra es circular y simétrica.

Zinke *et al.* proveen dos modelos de ejemplo, ambos derivados del modelo de Marschner *et al.* (2003). Sus parámetros se resumen en la Tabla 5.3, y se puede ver una comparación en la Figura 5.6. Comenzamos definiendo su A_p , i.e. el coeficiente de atenuación visto anteriormente, haciendo uso de la Ecuación 5.27:

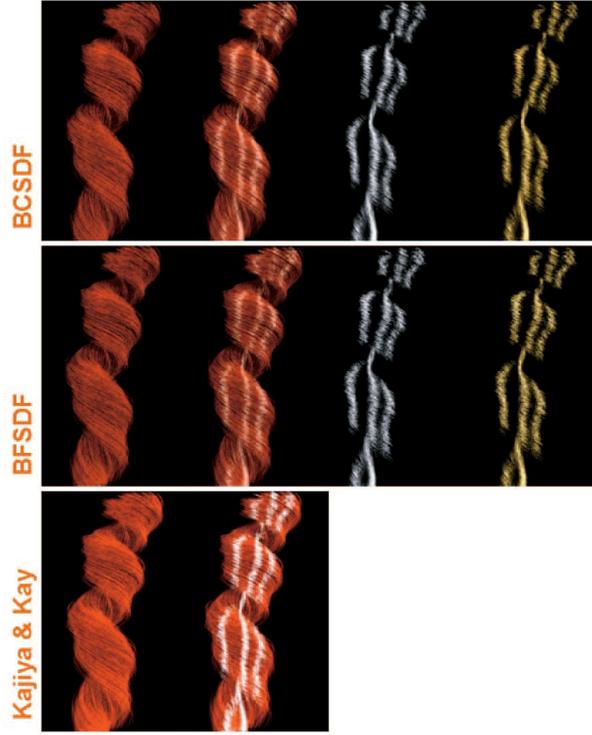
$$A_p = \begin{cases} F_R(\eta', \eta'', \gamma'_i) & p = R, \\ F_{TT}(\eta', \eta'', \gamma'_i) \exp(-\sigma l) & p = TT, \\ F_{TRT}(\eta', \eta'', \gamma'_i) \exp(-2\sigma l) & p = TRT, \end{cases} \quad (5.36)$$

con λ términos que parametrizan la geometría de la fibra real, a saber:

$$\lambda_p^s = s_p \quad (5.37)$$

$$\lambda_p^h = -h_o \quad (5.38)$$

Figura 5.6: Comparación entre los acercamientos de BCSDF y BFSDF de Zinke et al. (2007), y el modelo de Kajiya et al. (1989). Las fibras, de izquierda a derecha, demuestran: reflejo difuso; difuso y Fresnel; Fresnel para IOR del aluminio; Fresnel para IOR del oro. (Extraído de Zinke et al. (2007).)



$$\lambda_p^\phi = \begin{cases} \phi_o + 2 \arcsin h_o, & p = R \\ \phi_o + M \left[\pi + 2 \arcsin h_o - 2 \arcsin \left(\frac{h_o}{\eta'} \right) \right], & p = TT \\ \phi_o - 4 \arcsin \left(\frac{h_o}{\eta'} \right) + 2 \arcsin h_o, & p = TRT \end{cases} \quad (5.39)$$

s_p los puntos de salida de la luz:

$$s_p = \begin{cases} 0, & p = R \\ l_s \tan \theta_t, & p = TT \\ 2l_s \tan \theta_t, & p = TRT \end{cases} \quad (5.40)$$

l_s es la proyección de la longitud del camino recorrido por el rayo dentro del cilindro, equivalente a $2R \cos \gamma'_t$, y M un operador que mapea el acimut relativo ϕ al intervalo $(-\pi, \pi]$:

$$M[\phi] = \begin{cases} \phi, & -\pi < \phi \leq \pi \\ \phi - 2\pi, & \pi < \phi \leq 2\pi \\ \phi + 2\pi, & -2\pi \leq \phi < -\pi \end{cases} \quad (5.41)$$

Con base en las ecuaciones precedentes, el primer modelo presentado por Zinke *et al.* es una BFSDF para fibras elípticas no suaves, la cual integra un componente difuso para mayor fidelidad visual:

$$S(\Delta s, h_i, \theta_i, \phi_i, h_o, \theta_o, \phi_o) = k_d \delta(\Delta s) + \frac{g(1, h_o + h_i, \beta_h)}{\cos^2 \theta_d}$$

Tabla 5.3: Resumen de los parámetros de los modelos propuestos por Zinke et al. (2007), según Zinke (2008).

Símbolo	Descripción	Rango
η	IOR, índice de refracción	1,55
η', η'', η^*	Índices virtuales de refracción	N/A
σ_a	Índice de absorción por largo unitario (en cm^{-1})	> 5
r	Radio de la fibra capilar	0.0025 cm a 0.006 cm
k_d	Coefficiente difuso	$0.01 \exp(-3r\sigma)$
α_R	Desplazamiento longitudinal del lóbulo R	-10° a -5°
α_{TT}	Desplazamiento longitudinal del lóbulo TT	$-\alpha_R/2$
α_{TRT}	Desplazamiento longitudinal del lóbulo TRT	$-3\alpha_R/2$
β_R^θ	Ancho (desv. estándar) longitudinal del lóbulo R	5° a 10°
β_{TT}^θ	Ancho (desv. estándar) longitudinal del lóbulo TT	$\beta_R/2$
β_{TRT}^θ	Ancho (desv. estándar) longitudinal del lóbulo TRT	$2\beta_R$
β_R^ϕ	Ancho (desv. estándar) acimutal del lóbulo R	0.5° a 3°
β_{TT}^ϕ	Ancho (desv. estándar) acimutal del lóbulo TT	ídem β_R^ϕ
β_{TRT}^ϕ	Ancho (desv. estándar) acimutal del lóbulo TRT	ídem β_R^ϕ
β_s	Ancho (desv. estándar) aplicable a la posición del rayo s	N/A
β_h	Ancho (desv. estándar) aplicable a la desviación del rayo h	N/A

$$\begin{aligned}
& \left(A_R(\theta_d, h_i) g\left(\frac{\pi}{2}, \theta_o + \theta_i - \alpha_R, \beta_R^\theta\right) \right. \\
& g(\infty, \Delta s, \beta_s) g(\pi, \phi_i - \lambda_R^\phi, \beta_R^\phi) \\
& + A_{TT}(\theta_d, h_i) g\left(\frac{\pi}{2}, \theta_o + \theta_i - \alpha_{TT}, \beta_{TT}^\theta\right) \\
& g(\infty, \Delta s - \lambda_{TT}^s, \beta_s) g(\pi, \phi_i - \lambda_{TT}^\phi, \beta_{TT}^\phi) \\
& + A_{TRT}(\theta_d, h_i) g\left(\frac{\pi}{2}, \theta_o + \theta_i - \alpha_{TRT}, \beta_{TRT}^\theta\right) \\
& \left. g(\infty, \Delta s - \lambda_{TRT}^s, \beta_s) g(\pi, \phi_i - \lambda_{TRT}^\phi, \beta_{TRT}^\phi) \right) \quad (5.42)
\end{aligned}$$

El segundo modelo es una simplificación para el caso de iluminación localmente constante:

$$\begin{aligned}
S(\Delta s, h_i, \theta_i, \phi_i, h_o, \theta_o, \phi_o) &= 2k_d + \frac{1}{\cos^2 \theta_d} \\
& \left(A_R(\theta_d, h_o) g\left(\frac{\pi}{2}, \theta_o + \theta_i - \alpha_R, \beta_R^\theta\right) \right. \\
& g(\pi, \phi + 2 \arcsin h_o, \beta_R^\phi) \\
& + A_{TT}(\theta_d, h_o) g\left(\frac{\pi}{2}, \theta_o + \theta_i - \alpha_{TT}, \beta_{TT}^\theta\right) \\
& g\left(\pi, \phi + M \left[\pi + 2 \arcsin h_o - 2 \arcsin \left(\frac{h_o}{\eta'}\right) \right], \beta_{TT}^\phi \right) \\
& \left. + A_{TRT}(\theta_d, h_o) g\left(\frac{\pi}{2}, \theta_o + \theta_i - \alpha_{TRT}, \beta_{TRT}^\theta\right) \right)
\end{aligned}$$

Tabla 5.4: Resumen de los parámetros únicos a los modelos de doble dispersión, según Sadeghi et al. (2010b).

Símbolo	Descripción
Ψ	Función de dispersión múltiple
Ψ^G	Dispersión múltiple global
Ψ^L	Dispersión múltiple local
f_s	BCSDF del modelo a utilizar
ω_d	Dirección de la iluminación directa
T_f	Transmitancia de la dispersión hacia adelante
S_f	Distribución de la dispersión hacia adelante
\bar{S}_b	Distribución promedio de la dispersión hacia atrás
\bar{A}_b	Atenuación promedio de la dispersión hacia atrás
$\bar{\Delta}_b$	Desplazamiento longitudinal promedio de la dispersión hacia atrás
d_f, d_b	Densidad de cabello aplicable a la dispersión hacia adelante/atrás
\bar{a}_f, \bar{A}_b	Atenuación promedio hacia adelante/atrás
$\bar{\alpha}_f, \bar{\alpha}_b^2$	Desplazamiento promedio de la dispersión hacia adelante/atrás
$\bar{\beta}_f, \bar{\beta}_b^2$	Desviación estándar promedio de la dispersión hacia adelante/atrás
$\bar{\sigma}_f, \bar{\sigma}_b^2$	Desviación estándar total de la dispersión hacia adelante/atrás
$f_s^{\text{direct}}, f_s^{\text{indirect}}$	Dispersión simple para iluminación directa/indirecta
$f_{\text{back}}^{\text{direct}}, f_{\text{back}}^{\text{indirect}}$	Dispersión hacia atrás para iluminación directa/indirecta
M_p	Componente longitudinal del lóbulo p de la BCSDf
N_p	Componente acimutal del lóbulo p de la BCSDf
α_p	Desplazamiento longitudinal del lóbulo p de la BCSDf
β_p^θ	Ancho (desv. estándar) longitudinal del lóbulo p de la BCSDf
$\beta_{TRT, G}^\phi$	Ancho (desv. estándar) acimutal de los lóbulos TRT y $GLINT$
ϕ_G	Ángulo medio entre los glints

$$g \left(\pi, \phi_i + 4 \arcsin \left(\frac{h_o}{\eta'} \right) - 2 \arcsin h_o, \beta_{TRT}^\phi \right) \quad (5.43)$$

Zinke *et al.* (2008) también abordan el problema de la dispersión en cabellos de colores claros. Introducen el concepto denominado *doble dispersión*, que aproxima la dispersión múltiple dividiéndola en dos componentes: uno *local*, que contempla la contribución realizada por aquellos rayos de luz que se dispersan dentro del entorno de un punto x determinado, y otro *global*, que contempla la contribución realizada por la iluminación que atraviesa la fibra capilar y alcanzan el entorno de x .

Bajo este concepto⁴, la radiancia saliente en un punto x puede ser escrita como:

$$L_o(x, \omega_o) = \int_{\Omega} S(\omega_i, \omega_o) L_i(x, \omega_i) \cos \theta_i d\omega_i \quad (5.44)$$

La radiancia incidente se divide en dos componentes: la iluminación distante L_d desde la dirección ω_d , y la *función de dispersión múltiple* Ψ , que denota la iluminación incidente desde la dirección

⁴Seguimos las correcciones planteadas por Sadeghi *et al.* (2010b).

Figura 5.7: Comparación entre peinados cuya iluminación fue procesada por trazado de rayos a fuerza bruta, y los equivalentes mediante el modelo de doble dispersión de Zinke et al. (2008). (Del artículo respectivo.)

(a) Trazado de rayos por fuerza bruta



(b) Doble dispersión



ω_d , que luego es dispersada dentro de la fibra capilar y finalmente llega a x desde la dirección ω_i :

$$L_i(x, \omega_i) = \int_{\Omega} L_d(\omega_d)(\omega_i, \omega_o) \Psi(x, \omega_d, \omega_i) \cos \theta_i d\omega_i \quad (5.45)$$

Ψ es aproximada como la suma de la dispersión múltiple global y aquella global que a su vez es dispersada de forma local:

$$\Psi(x, \omega_d, \omega_i) = \Psi^G(x, \omega_d, \omega_i)(1 + \Psi^L(x, \omega_d, \omega_i)) \quad (5.46)$$

Ψ^G se compone de la *transmitancia de la dispersión hacia adelante* T_f y la *distribución de la dispersión hacia adelante* S_f :

$$\Psi^G(x, \omega_d, \omega_i) \approx T_f(x, \omega_d) S_f(x, \omega_d, \omega_i) \quad (5.47)$$

La transmitancia T_f describe la atenuación de un rayo de luz dispersado hacia adelante y que arriba a x . Aquí, n denota la cantidad de eventos de dispersión producidos en el camino del rayo de luz (i.e. la cantidad de cabellos que lo intersectan), y d_f es la densidad de cabello alrededor del punto x (en la práctica, se la trata como una constante en el rango 0.5 a 0.7):

$$T_f(x, \omega_d) = d_f(x, \omega_d) \prod_{k=1}^n \bar{a}_f(\theta_d^k), \quad (5.48)$$

donde \bar{a}_f es la atenuación promedio, que se calcula como:

$$\bar{a}_f(\theta_d) = \frac{1}{\pi} \int_{\Omega_f - \pi/2}^{\pi/2} \int f_s((\theta_d, \phi), \omega) \cos \theta_d d\phi d\theta, \quad (5.49)$$

donde f_s es la BCSDf del modelo elegido, θ_d^k la inclinación longitudinal en el k-ésimo evento de dispersión, y Ω_f el conjunto de direcciones sobre el hemisferio frontal. Por su parte, la función de distribución S_f aproxima la distribución angular de la luz dispersada hacia adelante para así averiguar la probabilidad de que se irradie luz a x desde la dirección ω_i . Como la radiancia dispersada hacia adelante se vuelve isotrópica acimutalmente luego de pocos eventos de dispersión, mientras que no lo hace en la dirección longitudinal, se la modela con un término acimutal constante \tilde{s}_f y con la distribución normal para la parte longitudinal:

$$S_f(x, \omega_d, \omega_i) = \frac{\tilde{s}_f(\phi_d, \phi_i)}{\cos \theta_d} g(\theta_h, \bar{\sigma}_f^2(x, \theta_d)), \quad (5.50)$$

con \tilde{s}_f igual a $\frac{1}{\pi}$ para direcciones hacia adelante y 0 para aquellas hacia atrás. $\bar{\sigma}_f^2$ es la desviación estándar total de la dispersión hacia adelante en la dirección longitudinal, estimada como la suma de todas las desviaciones producidas por los eventos de dispersión, y con $\bar{\beta}_f^2$ la desviación estándar promedio de la dispersión hacia adelante aplicable al k-ésimo evento de dispersión:

$$\bar{\sigma}_f^2(x, \theta_d) = \sum_{k=1}^n \bar{\beta}_f^2(\sigma_d^k) \quad (5.51)$$

Los rayos que forman parte de Ψ^L , a diferencia de Ψ_G , sufren un evento de dispersión hacia atrás ejecutado por la BCSDf f_s . Esta combinación se aproxima con un factor de densidad d_b (idéntico a d_f) y una función de dispersión hacia atrás f_{back} :

$$\Psi^L(x, \omega_d, \omega_i) f_s(\omega_i, \omega_o) \approx d_b(x, \omega_d) f_{\text{back}}(\omega_i, \omega_o) \quad (5.52)$$

f_{back} , a su vez, es el producto de una *función de atenuación promedio hacia atrás* \bar{A}_b y una *función de desplazamiento promedio hacia atrás* \bar{S}_b :

$$f_{\text{back}}(\omega_i, \omega_o) = \frac{2}{\cos \theta_d} \bar{A}_b(\theta_d) \bar{S}_b(\omega_i, \omega_o) \quad (5.53)$$

$$\bar{A}_b(\theta_d) = \frac{\bar{a}_b \bar{a}_f^2}{1 - \bar{a}_f^2} + \frac{\bar{a}_b^3 \bar{a}_f^2}{(1 - \bar{a}_f^2)^2} \quad (5.54)$$

\bar{S}_b es similar a \bar{S}_f :

$$\bar{S}_b(x, \omega_d, \omega_i) = \frac{\tilde{s}_b(\phi_i, \phi_o)}{\cos \theta_d} g(\theta_h - \bar{\Delta}_b(\theta_d), \bar{\sigma}_b^2(\theta_d)), \quad (5.55)$$

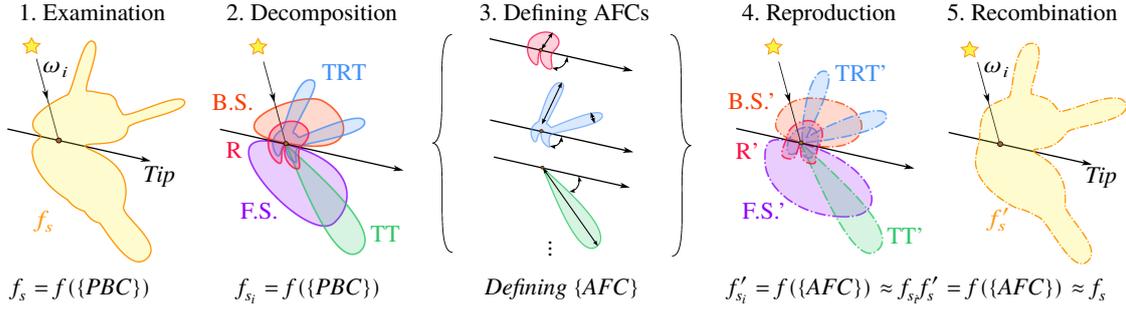
$\bar{\Delta}_b$ es el desplazamiento longitudinal promedio, aproximado en la práctica como:

$$\bar{\Delta}_b(\theta_d) \approx \bar{a}_b \left(1 - \frac{2\bar{a}_b^2}{(1 - \bar{a}_f^2)^2} \right) + \bar{a}_f \left(\frac{2(1 - \bar{a}_f^2)^2 + 4\bar{a}_f^2 \bar{a}_b^2}{(1 - \bar{a}_f^2)^3} \right), \quad (5.56)$$

y $\bar{\sigma}_b^2$ la desviación estándar total, aproximada como:

$$\bar{\sigma}_b \approx (1 + d_b \bar{a}_f^2) \frac{\bar{a}_b \sqrt{2\bar{\beta}_f^2 + \bar{\beta}_b^2} + \bar{a}_b^3 \sqrt{2\bar{\beta}_f^2 + \bar{\beta}_b^2}}{\bar{a}_b + \bar{a}_b^3 (2\bar{\beta}_f + 3\bar{\beta}_b)} \quad (5.57)$$

Figura 5.8: Esquema del proceso de definición del modelo de Sadeghi et al. (2010a). (De Sadeghi et al. (2010a), reproducida con autorización.)



Los desplazamientos promedio $\bar{\alpha}_f$ y $\bar{\alpha}_b$ son promedios ponderados de los desplazamientos longitudinales α_p sobre los hemisferios de dispersión frontal Ω_f y trasero Ω_b . Sadeghi *et al.* (2010b) los plantean como:

$$\bar{\alpha}_f(\theta_d) = \frac{\int_{\Omega_f} f_R \alpha_R + f_{TT} \alpha_{TT} + f_{TRT} \alpha_{TRT}(\theta_d)}{\int_{\Omega_f} f_R + f_{TT} + f_{TRT}(\theta_d)} \quad (5.58)$$

$$\bar{\alpha}_b(\theta_d) = \frac{\int_{\Omega_b} f_R \alpha_R + f_{TT} \alpha_{TT} + f_{TRT} \alpha_{TRT}(\theta_d)}{\int_{\Omega_b} f_R + f_{TT} + f_{TRT}(\theta_d)} \quad (5.59)$$

Idéntico procedimiento aplica para $\bar{\beta}_f^2$ y $\bar{\beta}_b^2$:

$$\bar{\beta}_f(\theta_d) = \frac{\int_{\Omega_f} f_R \beta_R + f_{TT} \beta_{TT} + f_{TRT} \beta_{TRT}(\theta_d)}{\int_{\Omega_f} f_R + f_{TT} + f_{TRT}(\theta_d)} \quad (5.60)$$

$$\bar{\beta}_b(\theta_d) = \frac{\int_{\Omega_b} f_R \beta_R + f_{TT} \beta_{TT} + f_{TRT} \beta_{TRT}(\theta_d)}{\int_{\Omega_b} f_R + f_{TT} + f_{TRT}(\theta_d)} \quad (5.61)$$

Durante la realización de la película *Enredados*, Sadeghi *et al.* (2010a) detectaron que el manejo de modelos de sombreado basados físicamente no es intuitivo para un artista; además, esta característica hace imposible lograr apariencias que no respeten las leyes de la Física. Su contribución es doble: para facilitar el uso y extensibilidad de los modelos de sombreado, proponen aproximar los parámetros del modelo mediante *funciones artista-amigables*, cuyo dominio de parámetros sea fácil de entender visualmente. Empiezan por consolidar todas las propiedades materiales del modelo en un set de *controles basados físicamente* $\{PBC\}$. De este modo, un modelo de sombreado se puede expresar como:

$$S(\omega_i, \omega_o, \sigma_a, \eta, \dots) = S(\omega_i, \omega_o, \{PBC\})$$

Es posible aproximar S mediante una pseudo-función de dispersión S' que esté definida sobre un conjunto de parámetros independientes e intuitivos para el artista. Éstos parámetros son denominados *controles artista-amigables* $\{AFC\}$:

$$S'(\omega_i, \omega_o, \{AFC\}) \approx S(\omega_i, \omega_o, \{PBC\})$$

La clave de S' es que al estar definida por fuera de las leyes de la Física, permite un rango mucho mayor de posibilidades visuales que el modelo original, sin perder la posibilidad de generar resultados físicamente plausibles. El procedimiento de generación de los $AFCs$ es subjetivo: por ejemplo, en el caso de Sadeghi *et al.*, los artistas de la película diseñaron 4 conjuntos, uno por cada modo de dispersión y uno adicional que modela únicamente los brillos cáusticos o *glints*. Éstos son:

- R : Color, intensidad, posición y ancho longitudinal.
- TT : Color, intensidad, posición y ancho longitudinal, ancho acimutal.
- TRT *excepto glints*: Color, intensidad, posición y ancho longitudinal.
- $Glints$: Color, intensidad y frecuencia de apariciones.

Finalmente, para cada uno de los lóbulos generan pseudo-funciones de dispersión que los aproximen. Para el caso de los componentes longitudinales M , los aproximan mediante la distribución normal estándar g :

$$M'_p(\theta_h) = g((\beta_p^\theta)^2, \theta_h - \alpha_p) \quad (5.62)$$

El caso de los componentes acimutales N es distinto. Para N_R usan el acercamiento de Kim (2002), con la opción de agregarle un término Fresnel de ser necesario:

$$N'_R(\phi) = \cos\left(\frac{\phi}{2}\right), 0 < \phi < \pi \quad (5.63)$$

Para N_{TT} también se usa la distribución normal estándar:

$$N'_{TT} = g(\beta_{TT}^\phi, \pi - \phi) \quad (5.64)$$

El caso de N_{TRT} es especial, debido a la presencia de los brillos cáusticos. Como sólo les interesa el impacto visual de los mismos, eligen modelarlos como dos picos de la misma intensidad alineados con ω_i , agregándoles un desplazamiento acimutal al azar para simular el efecto de la presencia de los cabellos individuales. Las fórmulas para simular este modo son:

$$N'_{TRT} = N'_{TRT-G} + N'_G \quad (5.65)$$

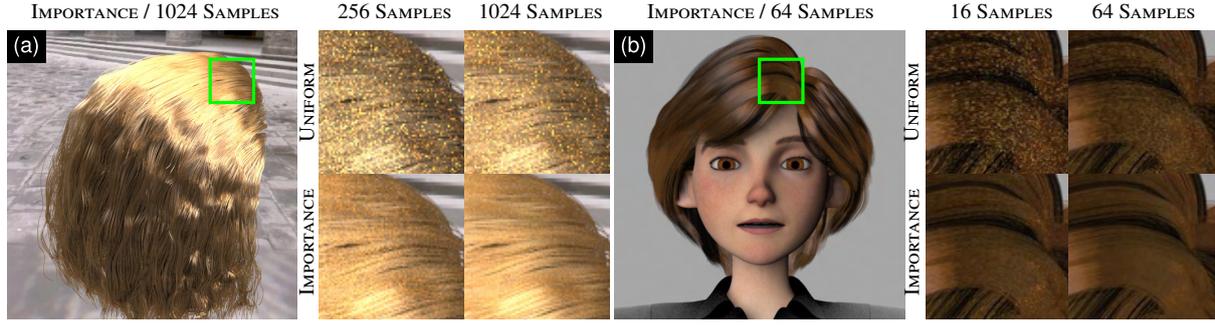
$$N'_{TRT-G} = \cos(\pi/2) \quad (5.66)$$

$$N'_G = I_G g((\beta_G^\phi)^2, \phi_G - \phi), \quad (5.67)$$

donde I_G es la intensidad de los brillos cáusticos relativa al lóbulo TRT , β_G^ϕ es el ancho acimutal de los brillos cáusticos, y ϕ_G es el ángulo medio entre dos brillos cáusticos, elegido al azar en el rango de 30° a 45°. El paso final es agregar los controles de color C_p e intensidad I_p :

$$S'_p = C_p I_p M'_p(\theta) N'_p(\phi) \quad (5.68)$$

Figura 5.9: Comparación entre el modelo de doble dispersión de Sadeghi et al. (2010a), muestreo estratificado, y la técnica propuesta por Ou et al. (2012b). (Del artículo respectivo.)



y combinar los modos en la función de dispersión S' :

$$S' = \frac{1}{\cos^2(\theta)} \sum_p S'_p \quad (5.69)$$

Para implementar la dispersión múltiple, usaron el modelo de doble dispersión de Zinke *et al.* (2008).

Ou *et al.* (2012b) extendieron el modelo de doble dispersión para soportar el muestreo por importancia, como se ilustra en la Figura 5.9. Como la distribución normal no tiene una inversa que pueda ser evaluada de forma analítica, en vez de recurrir a aproximaciones numéricas como la transformada de Box-Müller (Hery *et al.* 2012), la reemplazan por la distribución de Cauchy $f(\gamma, x - x_0)$, cuya integral sí se puede resolver de forma cerrada, con solución $P(x)$:

$$f(\gamma, x - x_0) = \frac{1}{\pi} \left[\frac{\gamma}{(x - x_0)^2 + \gamma^2} \right] \quad (5.70)$$

$$P(x) = \frac{1}{\pi} \tan^{-1} \left(\frac{x - x_0}{\gamma} \right) \quad (5.71)$$

El reemplazo se da de forma directa: $f(\gamma, x - x_0) \approx g(\beta, \alpha)$, con $x_0 = \alpha$ y $\gamma = \beta$. Para los términos longitudinales M , ignoran los términos coseno ya que M es la fuente principal de varianza. Luego, dada una variable aleatoria uniforme $x \in [0, 1)$, el ángulo incidente ω_i se muestrea como:

$$\theta_i = 2\beta_p^\theta \tan(x(A - B) + B) + 2\alpha_p - \theta_o \quad (5.72)$$

$$A = \tan^{-1} \left(\frac{\pi/4 + \theta_o/2 - \alpha_p}{\beta_p^\theta} \right)$$

$$B = \tan^{-1} \left(\frac{-\pi/4 + \theta_o/2 - \alpha_p}{\beta_p^\theta} \right)$$

donde p es el modo. Luego, éste es utilizado para calcular el valor de la PDF:

$$pdf(\theta_i) = \frac{1}{2 \cos(\theta_i)} \frac{\beta_p^\theta}{(\theta_h - \alpha_p)^2 + (\beta_p^\theta)^2} \quad (5.73)$$

En el caso de los términos acimutales N' , el muestreo se hace modo a modo. Dada una variable aleatoria uniforme $x \in [0, 1)$, para N'_R y N'_{TRT-G} , muestrean el acimut relativo ϕ como:

$$\phi = 2 \sin^{-1}(2x - 1) \quad (5.74)$$

y luego la PDF es:

$$pdf(\phi) = \frac{1}{4} \cos \frac{\phi - \phi_r}{2} \quad (5.75)$$

Para N'_{TT} , ϕ se muestrea como:

$$\phi = \beta_{TT}^\phi \tan \left[C_{TT} \left(x - \frac{1}{2} \right) \right] + \pi \quad (5.76)$$

$$C_{TT} = 2 \tan^{-1} \left(\frac{\pi}{\beta_{TT}^\phi} \right) \quad (5.77)$$

y la PDF es:

$$pdf(\pi) = \frac{1}{C_{TT}} \left[\frac{\beta_{TT}^\phi}{(\phi - \pi)^2 + (\beta_{TT}^\phi)^2} \right] \quad (5.78)$$

Recordemos que N'_G modela los brillos cáusticos causados por el pelo mediante dos brillos cáusticos simétricos sobre el eje $\phi = 0$ (Ecuación 5.67). Para muestrearlos, se elige uno de los dos (denotado mediante el signo de ϕ) y se mapean las variables de manera acorde. Los autores especifican que para $x < 1/2$, ϕ se considera positivo y $x \leftarrow 2x$; mientras que si $x \geq 1/2$, ϕ es negativo y por lo tanto $x \leftarrow 2(1 - x)$. Luego, ϕ se muestrea como:

$$\phi = \beta_G^\phi \tan (x(C_G - D_G)) + \phi_G \quad (5.79)$$

$$C_G = \tan^{-1} \left(\frac{\pi/2 - \phi_G}{\beta_G^\phi} \right)$$

$$D_G = \tan^{-1} \left(\frac{-\phi_G}{\beta_G^\phi} \right) \quad (5.80)$$

y la PDF como:

$$p(\phi) = \frac{1}{2(C_G - D_G)} \left[\frac{\beta_G^\phi}{(|\phi_o \pm \phi| - \phi_G)^2 + (\beta_G^\phi)^2} \right] \quad (5.81)$$

Finalmente, se deben distribuir las muestras a cada modo. El estimador para cada uno de ellos es:

$$E_R = 4\sqrt{2\pi} \beta_R^\theta I_R \quad (5.82)$$

$$E_{TT} = 2\pi \beta_{TT}^\theta \beta_{TT}^\phi I_{TT} \quad (5.83)$$

$$E_{TRT-G} = 4\sqrt{2\pi} \beta_{TRT}^\theta I_{TRT} \quad (5.84)$$

$$E_G = 4\pi \beta_{TRT}^\theta \beta_{TRT}^\phi I_{TRT} I_g \quad (5.85)$$

donde I_p es la intensidad (en color) de cada modo.

El modelo de Marschner *et al.* es recíproco. Sin embargo, d'Eon *et al.* (2011) probaron que M no conserva la energía por varias razones. Ellos proponen un nuevo componente longitudinal

recíproco, surgido de la convolución gaussiana de un círculo de Dirac en la superficie de una esfera:

$$M_p(v, \theta_i, \theta_o) = \frac{\operatorname{csch} \frac{1}{v}}{2v} \exp\left(\frac{\sin(-\theta_i) \sin(\theta_o)}{v}\right) I_0\left[\frac{\cos(-\theta_i) \cos \theta_o}{v}\right] \quad (5.86)$$

donde $v = \beta^2$ es la *varianza de la rugosidad* e I_0 la función modificada de Bessel del primer tipo. Asumiendo una distribución normal de las desviaciones de la superficie en el plano normal, para el componente acimutal integran las desviaciones posibles sobre la totalidad de la fibra:

$$N_p(\phi) = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 A_p(h) D_p(\phi - \Phi(p, h)) dh \quad (5.87)$$

donde D_p es un tipo de distribución normal denominada *detector gaussiano*, el cual modela todas las reflexiones posibles dentro de la fibra:

$$D_p(\phi) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} g(\beta_p; \phi - 2\pi k) \quad (5.88)$$

y $\Phi(p, h)$ es el cambio en la dirección acimutal previsto por el análisis de Marschner *et al.*:

$$\Phi(p, h) = 2p\gamma_t - 2\gamma_i + p\pi \quad (5.89)$$

También cambian los coeficientes de atenuación:

$$A_p(h) = \begin{cases} F(\eta, \frac{1}{2} \arccos(\omega_i \cdot \omega_o)) & p = 0 \\ (1-f)^2 f^{p-1} T(\mu_a, h)^p & p \geq 1 \end{cases} \quad (5.90)$$

donde f representa la evaluación de las ecuaciones de Fresnel F ((d'Eon *et al.* 2011, ecuación 14)):

$$f = F(\eta, \arccos(\cos(\theta_d) \cos(\arcsin(h)))) \quad (5.91)$$

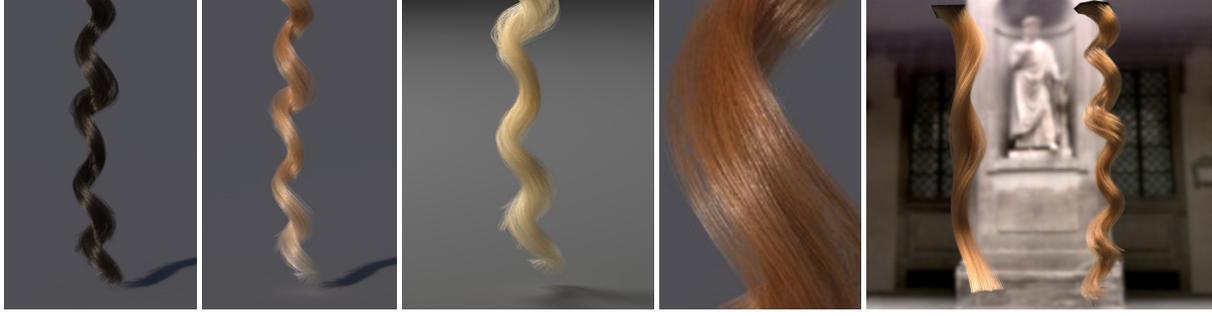
y $T(\mu'_a, h)$ es un término de absorción:

$$T(\mu_a, h) = \exp\left(-2 \frac{\mu_a}{\cos \theta_t} (1 + \cos(2\gamma_t))\right) \quad (5.92)$$

Pharr (2017) explica en sus notas de implementación que este modelo no es recíproco; a su vez, Khungurn *et al.* (2017) verificaron que no conserva la energía cuando hay desviaciones longitudinales. Otro punto débil de este modelo es el costo computacional: d'Eon *et al.* (2011) proponen evaluar la Ecuación 5.87 con cuadratura de Gauss de 35 puntos, y d'Eon *et al.* (2013) con 70 puntos. Esto lo hace impracticable en contextos de producción (Chiang *et al.* 2016).

Hery *et al.* (2012), proponen un método de muestreo por importancia para el modo R del modelo de Marschner *et al.*, el cual fue utilizado en la película *Monsters University*. Para el caso de utilizar métodos de Monte Carlo, como desconocen la dirección incidente ω_i , aplican la *transformada de Box-Müller* para muestrear la distribución normal en el componente longitudinal

Figura 5.10: Ejemplos del modelo de iluminación propuesto por d'Eon et al. (2013). (Del artículo respectivo.)



M , limitando el dominio de la distribución normal para garantizar una forma aproximada de conservación de la energía. También simplifican el componente acimutal a:

$$N_p(\phi) = \frac{\cos \phi}{2}, \quad (5.93)$$

cuya PDF es:

$$pdf(\phi) = \frac{\cos(\phi/2)}{4} \quad (5.94)$$

Finalmente, la PDF aplicable al modelo completo es:

$$pdf(\omega_i) = \frac{M(\theta_h)N(\phi)}{8\sqrt{1-\theta_i^2}} \quad (5.95)$$

La técnica de Box-Müller no es necesaria en renderizadores donde se realice muestreo de la iluminación; sin embargo, el resto de las optimizaciones siguen siendo de utilidad.

El trabajo de d'Eon *et al.* (2013), ilustrado en la Figura 5.10, provee una técnica de muestreo por importancia para los términos del modelo de d'Eon *et al.* Su método empieza por muestrear al azar la desviación del rayo $h \in [-1, 1]$. Luego calculan las atenuaciones $A(p, h)$ (Ecuación 5.90) para cada modo de dispersión asumiendo que no hay desviación de los lóbulos especulares. Para elegir el modo a muestrear, se obtiene el peso w_p correspondiente a cada uno,

$$w_p = \frac{A(p, h)}{\sum_p A(p, h)} \quad (5.96)$$

y luego un número al azar $\xi_p \in [0, 1)$ permite elegirlo de forma proporcional. Una vez seleccionado el modo, se puede muestrear el término longitudinal M correspondiente. Para ello, proponen una PDF que utiliza dos variables aleatorias $\xi_i \in [0, 1)$. Sean entonces los ángulos de cono especular θ_{cone} :

$$\theta_{\text{cone}} = \begin{cases} -\theta_i + 2\alpha_R & \text{modo R} \\ -\theta_i - \alpha_{TT} & \text{modo TT} \\ -\theta_i + 4\alpha_{TRT} & \text{modo TRT} \end{cases}, \quad (5.97)$$

definen la PDF de M como:

$$\begin{aligned}
 pdf(\omega_i, \omega_o) &= M_p(v, \theta_{\text{cone}}, \theta_o) \cos^2 \theta_o & (5.98) \\
 \theta_o(\xi_1, \xi_2, v, \theta_{\text{cone}}) &= \arcsin \left(u(\xi_1) \cos \theta' + \sqrt{1 - u(\xi_1)^2} \cos(2\pi \xi_2) \sin \theta' \right) \\
 u(\xi) &= v \log \left(\exp \left(\frac{1}{v} - 2\xi \sinh \left(\frac{1}{v} \right) \right) \right) \\
 \theta' &= \pi/2 - \theta_{\text{cone}}
 \end{aligned}$$

Para el término acimutal N , eligen una desviación $h = 2\xi_h - 1$, siendo $\xi_h \in [0, 1)$ una variable aleatoria uniforme. Si la fibra es suave, $\theta_o = \theta_{\text{cone}_p}(\theta_i)$ y de aquí se obtiene θ_d . Si el modelo no tiene desviaciones longitudinales, se puede utilizar como técnica de muestreo el conjunto de direcciones $\phi(p, 2\xi_h - 1)$ (Ecuación 5.13), cada una con peso $A(p, 2\xi_h - 1)$. Caso contrario, se usa como PDF la Ecuación 5.87 con $A(p, h) = 1$, y se usan los acimuts relativos

$$\phi = \phi(p, 2\xi_h - 1) + g(\sqrt{v_{p,N}}) \quad (5.99)$$

siendo g una variable aleatoria distribuida según la distribución normal con desviación estándar 1.

d'Eon *et al.* (2014) proponen un modelo de *lóbulos no separables*. Ellos realizaron un análisis comprensivo de la derivación del modelo de Marschner *et al.*, el cual reveló que la desviación y el ancho del cono especular dependen significativamente de la inclinación de la dirección incidente y también varía alrededor del mismo. Para simular este efecto, proponen tres lóbulos R , TT , y TRT nuevos basados en su trabajo previo (d'Eon *et al.* 2013). En su análisis, contemplan la dirección ω_i en un sistema de coordenadas nuevo, como vectores unitarios alineados con la *macronormal* (la normal a la superficie del cabello como cilindro ideal) o la *micronormal* (luego de ser perturbada por la inclinación de la cutícula), quedándose solamente con los componentes perpendiculares, x paralelo al eje de la fibra, e y perpendicular a la misma. Bajo este sistema, $\omega_i = (x_i, y_i) = (\sin \theta_i, h \cos \theta_i)$. Luego, el progreso del rayo se puede calcular mediante la composición de dos transformaciones en (x, y) . La primera es la rotación sobre el eje y , con $z = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$ factor que convierte entre coordenadas de la micro y de la macronormal:

$$Q(\alpha_p, x, y) = (x \cos \alpha_p - z \sin \alpha_p, y) \quad (5.100)$$

La segunda transformación permite relacionar las coordenadas de la dirección transmitida desde un dado punto y la dirección incidente en el siguiente punto:

$$P(x, y) = -(x, y) \quad (5.101)$$

Ahora, podemos describir la propagación de cada modo. Por ejemplo, la reflexión de un rayo incidente a la fibra se describe como:

$$R[\alpha_p](x, y) = Q(\alpha_p, -Q(-\alpha_p, x, y)), \quad (5.102)$$

mientras que la reflexión de un rayo hacia el exterior de la misma es:

$$R'[\alpha_p](x, y) = Q(-\alpha_p, -Q(\alpha_p, x, y)). \quad (5.103)$$

La refracción (transmisión) de un rayo incidente a la fibra es:

$$T[\alpha_p](x, y) = Q\left(-\alpha_p, \frac{-Q(-\alpha_p, x, y)}{\eta}\right), \quad (5.104)$$

en tanto que la de uno que sale de la fibra es:

$$T'[\alpha_p](x, y) = Q(\alpha_p, -Q(-\alpha_p, x, y)\eta). \quad (5.105)$$

Con estas herramientas podemos expresar cómo cada modo transforma las direcciones incidentes en las salientes:

$$F_R(\alpha_1, x, y) = (x_R, -y) = R[\alpha_1](x_i, y) \quad (5.106)$$

$$F_{TT}(\alpha_1, \alpha_2, x, y) = (x_{TT}, -y) = (T'[\alpha_2] \circ P \circ T[\alpha_1])(x_i, y) \quad (5.107)$$

$$F_{TRT}(\alpha_1, x, y) = (x_{TRT}, -y) = (T'[\alpha_3] \circ P \circ R'[\alpha_2] \circ P \circ T[\alpha_1])(x_i, y). \quad (5.108)$$

Para este modelo de sombreado, los autores reemplazan θ_{cone} (Ecuación 5.97) por:

$$\theta_{\text{cone}} = \begin{cases} -\arcsin\left(\sin\theta_i - 2\sin\alpha\left(\cos\left(\frac{\phi}{2}\right)\cos\alpha\cos\theta_i + \sin\alpha\sin\theta_i\right)\right) & \text{modo R} \\ \arcsin x_{TT}(\theta_i, \alpha, h) & \text{modo TT} \\ \arcsin x_{TRT}(\alpha, \sin\theta_i, \cos\theta_i) & \text{modo TRT} \end{cases}, \quad (5.109)$$

siendo x_{TT} y x_{TRT} evaluables mediante las Ecuaciones 5.107 y 5.108), y los detectores gaussianos D_p por:

$$\begin{aligned} x &= \sin\theta_d \\ y &= \cos\theta_d \\ D_{TT} &= \frac{-2\sqrt{1-x^2-y^2} - \eta\sqrt{-\left(\frac{-\eta^2+x^2+y^2}{\eta^2}\right)}}{\cos\theta_d} \end{aligned} \quad (5.110)$$

$$D_{TRT} = \frac{-2\cos\theta_d + 4\eta\sqrt{1 - \frac{(\sin\theta_d)^2}{\eta^2}}}{\cos\theta_d}, \quad (5.111)$$

y reemplazan las varianzas v_p por:

$$\sqrt{v_R} = \beta_R\sqrt{2}\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) \quad (5.112)$$

$$v_{TT} = \frac{1}{2}\beta_{TT}D_{TT} \quad (5.113)$$

$$v_{TRT} = \frac{1}{4}\beta_{TRT}^2D_{TRT}^2 \quad (5.114)$$

También proveen un algoritmo empírico para muestrear por importancia las funciones M y N .

El modelo propuesto por Pekelis *et al.* (2015) evita tratar los problemas asociados a la distribución normal simplemente reemplazándola por la distribución logística. Al igual que Sadeghi *et al.* (2010a), extraen los lóbulos especulares en un nuevo modo *GLINT*. El componente longitudinal es redefinido como:

$$M_p(\theta|\omega_o, \beta) = l(\theta_h; \alpha_p, \lambda_p) \quad (5.115)$$

$$l(\theta_h; \mu, \sigma) = \frac{\exp\left(\frac{\theta_h - \mu}{\sigma}\right)}{\sigma \left(1 + \exp\left(\frac{\theta_h - \mu}{\sigma}\right)\right)^2}$$

donde α_p es el desplazamiento longitudinal, λ_p el ancho del cono, β vector de parámetros definidos por el usuario y $|\cdot|$ denota condicionamiento. Por su parte, el componente acimutal es definido en cuatro casos, uno por cada modo:

$$N_R(\phi|\sigma_R) = \frac{1}{4\sigma_R} \cos\left(\frac{\phi}{2\sigma_R}\right) \quad (5.116)$$

$$N_{TT}(\phi|\theta_d, \sigma_{TT}) = l(\phi; \pi, s(\theta_d)\sigma_{TT}) \quad (5.117)$$

$$N_{TRT}(\phi|\beta_{TRT}) = \sum_{d=1}^5 a_{TRT,d}(\beta_{TRT}) p_{TRT,d}(\phi|b_d(\beta_{TRT})) \quad (5.118)$$

$$N_{GLINT}(\phi|\beta_{GLINT}) = \sum_{d=1}^3 a_{GLINT,d}(\beta_{GLINT}) p_{GLINT,d}(\phi|b_d(\beta_{GLINT})) \quad (5.119)$$

donde $a_{p,d}$ son pesos no-negativos, uno para cada d y p ; $p_{p,d}$ son *densidades base* (qué distribución usar para este término, monomial o logística asimétrica) y b_d son parámetros de la distribución elegida. Su modelo también modifica el término de absorción para lograr un efecto más suave:

$$T_p(\theta, \phi) = \exp(-p_{\#}\zeta(C)) \left| \frac{\cos \gamma}{\cos \theta_D} \right|, \quad (5.120)$$

siendo $p_{\#}$ un término de ajuste para la longitud del camino de la luz en modos de propagación superiores ($R = 0$, $TT = 1$, $TRT = 2$, $GLINT = 2$), $\zeta(C)$ ajusta la longitud de onda de la reflectancia a un color RGB dado (C) y $\gamma = \gamma(\phi)$ es una aproximación del ángulo acimutal de reflexión interna dado los ángulos incidente y saliente. Este modelo también contempla el efecto de la excentricidad y de la torsión:

$$\phi_o(l; e) = 2\pi C_l = \frac{2l}{CD(e)} \pmod{2\pi}, \quad (5.121)$$

siendo l la distancia desde la raíz y $CD(e)$ el tipo de torsión del cabello, calculado con regresión de acuerdo a los datos de Robbins (2012). Este modelo es compatible con el muestreo por importancia; según los autores, las mejoras realizadas les permite reducir en 30% el costo de inicialización con respecto a la distribución normal y en 25% el costo de muestreo on respecto a una implementación de Box-Müller. En particular, implementaron muestreo por importancia adaptable para optimizar los modos *TRT* y *GLINT*, ya que éstos suelen dividirse en múltiples

lóbulos y tener muchas singularidades (además de ser asimétricos si la fibra es elíptica). Este modelo es el utilizado en *Buscando a Dory* y *Un Gran Dinosaurio*, y es provisto por defecto en Renderman (Fascione *et al.* 2017).

La mayoría de los modelos de sombreado se basan en el análisis de iluminación de cilindros con sección transversal circular, lo cual no se condice con la forma real del cabello. Khungurn *et al.* (2017) plantean un nuevo análisis de la iluminación en cilindros de sección elíptica. Como parte del mismo, verifican que la corrección realizada por d'Eon *et al.* (2011) no es perfectamente energía-conservante. El modelo presentado por ellos define el componente acimutal como:

$$M_p(\theta_i, \theta_o) = \frac{g(\theta_o; \mu(\theta_i), \beta_p)}{G(\mu(\theta_i), \beta_p)} \quad (5.122)$$

donde g es la distribución normal, y μ permite desviar la distribución por α_p centrándola:

$$\mu(\theta_i) = \text{clamp}(-\theta_i + \alpha_p, [-\pi/2, \pi/2]),$$

G es un factor que garantiza pesar con un coseno la normalización sobre la esfera:

$$\begin{aligned} G(\mu, \sigma) &= \int_{-\pi/2}^{\pi/2} g(\theta; \mu, \sigma) Q(\theta) d\theta \\ &\approx \int_{-\pi/2}^{\pi/2} g(\theta; \mu, \sigma) \cos^2(\theta) d\theta \\ Q(\theta) &= 0.002439\theta^8 - 0.04301\theta^6 + 0.3322\theta^4 - 0.999745\theta^2 + 1.0001 \\ &\geq \cos^2 \theta \end{aligned}$$

y Q es un polinomio que aproxima por arriba $\cos^2 \theta$. Por el lado del componente acimutal, eligen expresarlo de una forma que garantiza fácilmente la conservación de la energía a cambio de una versión más débil de reciprocidad, llamada *relativa a diámetro desenfocado*:

$$N_p(\phi_i, \phi_o) = \frac{R_p(\phi_i, \phi_o)}{D^{\gamma_p}(\phi_i)} \quad (5.123)$$

donde $D^{\gamma_p}(\phi)$ es la *función de diámetro desenfocado*:

$$D^{\gamma_p}(\phi) = \int_0^{2\pi} D(\phi') K^{\gamma_p}(\phi - \phi') d\phi',$$

y R es denominada *función de respuesta desenfocada* (la cual sí es recíproca):

$$R_p(\phi_i, \phi_o) = \int_0^{2\pi} K^{\gamma_p}(\phi - \phi') \left(\int_{-D(\phi'_o)/2}^{D(\phi'_o)/2} K^{\gamma_p}(\phi - \phi') \right) d\phi'$$

En este caso, K es una *función de ponderación angular*; aquí particularmente los autores utilizaron una distribución normal unidimensional, $K^{\gamma_p} = g(\phi; 0, \gamma_p)$. Adicionalmente, realizaron mediciones exhaustivas sobre muestras de cabello, las cuales revelaron características adicionales

Tabla 5.5: Resumen de los parámetros del modelo de Yan et al. (2015).

Símbolo	Descripción
κ	Índice medular (con respecto al diámetro de la fibra capilar)
η_c, η_m	IOR de la corteza y médula, respectivamente
α	Inclinación (desplazamiento longitudinal) de las escamas de la cutícula
β	Rugosidad (desviación estándar) de la cutícula
$\sigma_{c,a}$	Índice de absorción de la cutícula
$\sigma_{m,s}$	Índice de dispersión de la médula
g	Factor anisotrópico para la dispersión en la médula
l	Número de capas de la cutícula

en los lóbulos R , TT , y TRT , y un lóbulo adicional llamado *pico equiangular*, E . Su modelo implementa algunas de estas características, pero otras tales como este lóbulo adicional no fueron previstas por la simulación. También proveen una técnica eficiente de muestreo por importancia, pero ésta no tiene en cuenta la radiancia incidente.

El modelo de d'Eon et al. (2011), aunque no diseñado para contemplar los efectos de la médula, también se puede utilizar para simular pelaje. Chiang et al. (2016) y Pharr (2017) diseñaron varias optimizaciones para hacerlo más compatible con ray tracing, las cuales fueron probadas en la película *Zootopia*. La primera modificación evita la necesidad de utilizar cuadratura de Gauss, moviendo la integral dentro del componente acimutal N (Ecuación 5.87) directamente a la integral de iluminación:

$$N_p(\phi, h) = A(p, h)D_p(\phi - \Phi(p, h)) \quad (5.124)$$

El detector gaussiano D_p es reemplazado por una sola distribución logística, normalizada y reparametrizada para coincidir con el pico de la distribución normal:

$$D(\phi) = l_g(\phi, s; -\pi, \pi) \quad (5.125)$$

$$l_g(x, s; a, b) = l_f(x, s\sqrt{\pi/8}; a, b)$$

$$l_f(x, s; a, b) = \frac{1}{\frac{1}{1+\exp(a/w)} \frac{1}{1+\exp(b/w)}} l(x, s)$$

$$l(x, s) = \frac{\exp(-x/s)}{s(1 + \exp(-x/s))^2}$$

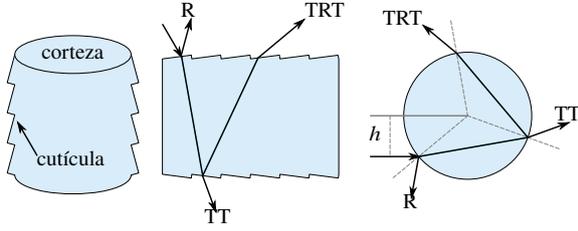
Además, agregan un cuarto lóbulo que representa la totalidad de los eventos de dispersión más allá de TRT mediante una serie geométrica. Sólo agregan un término de atenuación específico,

$$A_{TRRT+} = \frac{(1-f)^2 f^2 T^3}{1-fT} \quad (5.126)$$

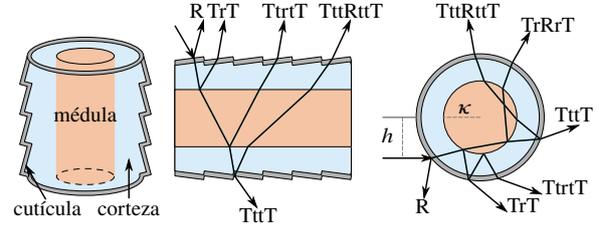
donde f es el componente Fresnel (Ecuación 5.91) y T el término de absorción (Ecuación 5.92). Para aproximar el efecto de la médula y la lana animal, en vez de modelarla explícitamente, ellos proponen simularla a través de α y β .

Figura 5.11: Comparación de los modelos de dispersión de cabello humano y animal, según Yan et al. (2017b). En cada ilustración, de izquierda a derecha: corte transversal de fibra capilar, y representación factorizada longitudinal y acimutal.

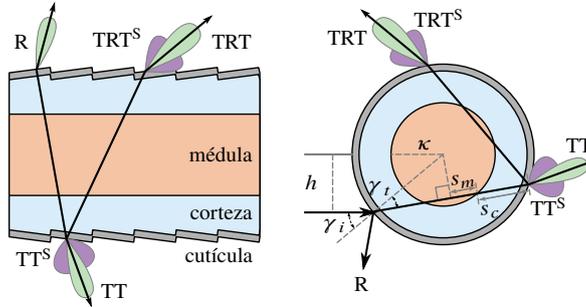
(a) Marschner et al. (2003) modelan el cabello con un solo cilindro, contemplando los tres primeros eventos de dispersión para sus cálculos.



(b) Yan et al. (2015) implementan la médula explícitamente generando 5 modos nuevos. Al atravesar la médula, 3 de ellos generan modos adicionales.



(c) El modelo simplificado de Yan et al. (2017b) asume que la médula y el resto de la fibra capilar tienen el mismo índice de refracción. Esto les permite reducir sensiblemente el número de lóbulos, implementando la dispersión de la médula solamente en los modos TT y TRT.



El trabajo de Yan *et al.* (2015), introducido previamente en la Figura 5.4, es el primero que contempla explícitamente la presencia física de la médula en el pelaje animal. Ellos agregan un cilindro adicional al modelo de la fibra, con sus respectivos parámetros físicos (Tabla 5.5). De este modo, introducen nuevas posibilidades de caminos según la interacción de la iluminación con la médula, esquematizados en la Figura 5.11b. La función de dispersión de este modelo es la siguiente:

$$S(\omega_i, \omega_o, h) = \frac{\sum_p M_p^u(\theta_i, \theta_o) N_p^u(h, \phi)}{\cos^2 \theta_i} + M^s(\theta_i, \theta_o, \phi) \frac{\sum_p N_p^s(h, \phi)}{\cos^2 \theta_i}, \quad (5.127)$$

$$p \in \{R, TT, TRT, TrT, TttT, TtrtT, TrRrT, TttRttT\}.$$

Aquellos caminos que entran a la médula y son *dispersados* por ella son denotados con el superíndice s ; éste es el caso de $TttT$, $TtrtT$ y $TttRttT$. En cambio, u denota aquellos que sólo rebotan o nunca interactúan con la médula, como R , TT , TRT , TrT y $TrRrT$. Para este último caso, el componente longitudinal M_p^u se corresponde directamente con aquel propuesto por d'Eon *et al.* (2011) y Marschner *et al.* (2003):

$$M_p^u = g(\theta_o; -\theta_i + \alpha_p, \beta_p). \quad (5.128)$$

El componente acimutal N_p^u es el producto de dos términos, la *atenuación* A_p y la distribución de la dispersión D_p :

$$N_p^u(h, \phi) = A_p(h) D_p^u(h, \phi) \quad (5.129)$$

$$A_p(h) = \prod_{i=1}^n F(p_i) \prod_{i=2}^n \exp(-\sigma_t(p_{i-1}p_i) |p_{i-1}p_i|) \quad (5.130)$$

$$D_p^u(h) = g \left(\Phi_p(h), \sqrt{\sum_{i=1}^n \beta^2(p_i)} \right), \quad (5.131)$$

donde F es el término de Fresnel, extendido para contemplar el efecto de la cutícula:

$$F(\theta_i, 1) = \frac{1}{2} \left\{ F_s(\theta_i) + \frac{[1 - F_s(\theta_i)]^2 F_s(\theta_i)}{1 - F_s^2(\theta_i)} \right\} \quad (5.132)$$

$$+ \frac{1}{2} \left\{ F_p(\theta_i) + \frac{[1 - F_p(\theta_i)]^2 F_p(\theta_i)}{1 - F_p^2(\theta_i)} \right\} \quad (5.133)$$

$$F(\theta_i, l) = \frac{lF(\theta_i, 1)}{1 + (l-1)F(\theta_i, 1)} \quad (5.134)$$

$$F_s(\theta_i) = \frac{\eta_t \cos \theta_i - \eta_i \cos \theta_t}{\eta_t \cos \theta_i + \eta_i \cos \theta_t} \quad (5.135)$$

$$F_p(\theta_i) = \frac{\eta_i \cos \theta_i - \eta_t \cos \theta_t}{\eta_i \cos \theta_i - \eta_t \cos \theta_t}, \quad (5.136)$$

y los parámetros α_p y β_p equivalen a:

$$\alpha_p = \begin{cases} \alpha & p = R \\ -\alpha/2 & p \in \{TT, TrT, TttT, TtrtT\} \\ -3\alpha/2 & p \in \{TRT, TrRrT, TttRttT\} \end{cases} \quad (5.137)$$

$$\beta_p = \begin{cases} \beta & p \in \{R, TrT, TtrtT\} \\ \beta/2 & p \in \{TT, TttT\} \\ 2\beta & p \in \{TRT, TrRrT, TttRttT\} \end{cases} \quad (5.138)$$

Para el caso de que la médula disperse la iluminación, los autores precaculan los perfiles de dicha dispersión en dos tablas $C^N(\phi'; h', \sigma_{m,s}, g)$ y $C^M(\theta'_o; \theta'_i, \sigma_{m,s}, g)$. La fórmula de la dispersión acimutal, en este caso, es muy parecida a la dada en la Ecuación 5.129, sólo que el último término de atenuación es reemplazado por una simple aproximación sobre el tamaño de la corteza (aquí ejemplificado sobre $TttT$):

$$N_{TttT}^s(h, \phi) = A_{Tt}(h)A'_{tT}(h)D_p^s(h, \phi) \quad (5.139)$$

$$= A_{Tt}(h) \exp(-\sigma_{c,a}(1 - \kappa))D_p^s(h, \phi). \quad (5.140)$$

D , por su parte, es simplemente recuperado y normalizado de las tablas previamente generadas, donde Ω_p es el ángulo de incidencia de la luz sobre la médula:

$$D_p^s(h, \phi) = C^N(\phi - \Omega_p(h); h'/\kappa, \sigma_{m,s}/\kappa, g). \quad (5.141)$$

Una fórmula similar a la dada previamente aplica para el componente longitudinal:

$$M^s(\phi_i, \phi_o) = \mu F_t C^M(\theta'_o; \theta'_i, \sigma_{m,s}/\kappa, g) \quad (5.142)$$

Tabla 5.6: Resumen de los parámetros del modelo de Yan et al. (2017b).

Símbolo	Descripción
κ	Índice medular (con respecto al diámetro de la fibra capilar)
η	IOR unificado de la corteza y médula
α	Inclinación (desplazamiento longitudinal) de las escamas de la cutícula
β_m	Rugosidad longitudinal (desviación estándar) de la cutícula
β_n	Rugosidad acimutal (desviación estándar) de la cutícula
$\sigma_{c,a}$	Índice de absorción de la cutícula
$\sigma_{m,s}$	Índice de dispersión de la médula
$\sigma_{m,a}$	Índice de absorción de la cutícula
g	Factor anisotrópico para la dispersión en la médula
l	Número de capas de la cutícula

$$F_t = (1 - F(\theta_o + \alpha, l))(1 - F(\theta'_o)), \quad (5.143)$$

donde μ es un factor de normalización que depende del tipo de pelaje a simular.

El modelo presentado anteriormente, debido a que simula explícitamente la médula, posee dos grandes desventajas: genera una excesiva cantidad de lóbulos (11 en total), y requiere 600 MB de datos precalculados. Yan *et al.* (2017b) plantean una mejora basada en la *unificación de los IOR* de la corteza y de la médula, cuyos resultados se pueden observar en la Figura 5.12. Esto resulta en sólo dos lóbulos adicionales denominados TT^s y TRT^s , mientras que los ya conocidos R , TT y TRT sólo reciben el efecto de la atenuación por parte de la médula. La BCSDf de este modelo, similar a la Ecuación 5.127, es la siguiente:

$$S(\omega_i, \omega_o, h) = \frac{\sum_p S_p + S_p^s}{\cos^2 \theta_i} \quad (5.144)$$

$$S_p = M_p(\theta_i, \theta_o) N_p(h, \phi) \quad (5.145)$$

$$S_p^s = \begin{cases} 0 & p = R \\ M^s(\theta_i, \theta_o, \phi) N_p^s(h, \phi) & \text{caso contrario.} \end{cases} \quad (5.146)$$

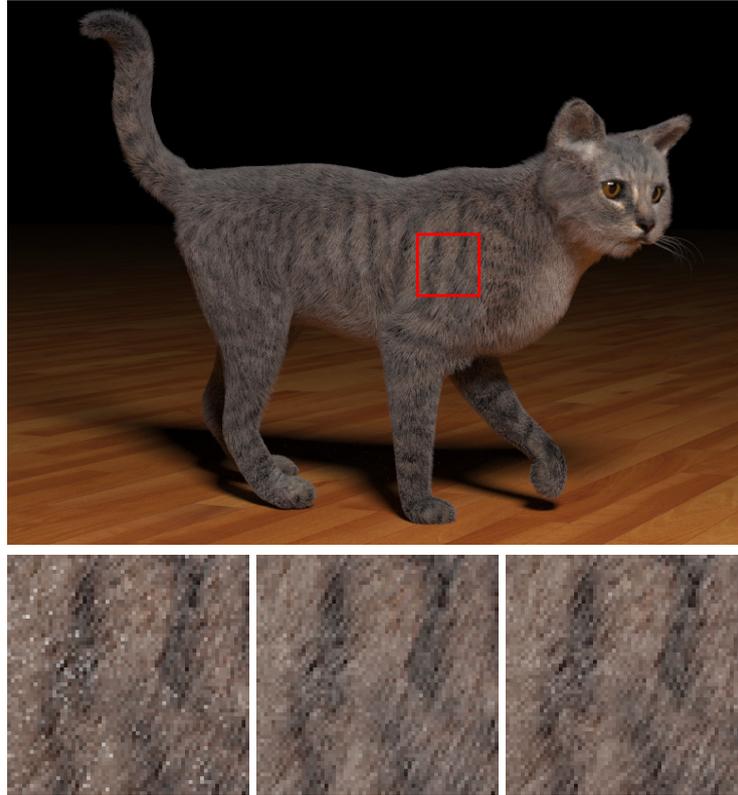
Los términos longitudinal (sin dispersar) M_p y acimutal N_p son los ya conocidos en las Ecuaciones 5.128 y 5.129; además reemplazan β_p (Ecuación 5.138) para el modo TRT por:

$$\beta_p = \begin{cases} \beta_m & p \in \{R\} \\ \beta_m/2 & p \in \{TT\} \\ 3\beta_m/2 & p \in \{TRT\} \end{cases} \quad (5.147)$$

La unificación de la corteza y médula les permite introducir fórmulas completas para los coeficiente de atenuación A_p (Ecuación 5.130) y de distribución de dispersión D_p (Ecuación 5.131):

$$A_p(h) = \begin{cases} F(\eta, \frac{1}{2} \arccos(\omega_i \cdot \omega_o)) & p = 0 \\ (1-f)^2 f^{p-1} T(\mu_a, h)^p & p \geq 1 \end{cases} \quad (5.148)$$

Figura 5.12: Comparación, a igual tiempo y calidad, entre los modelos de Yan et al. (2015) y Yan et al. (2017b). Este último es 6 × más rápido. (Extraído de Yan et al. (2017b).)



(a) Yan et al. (2015) **(b)** Yan et al. (2017b) **(c)** Yan et al. (2015)
 I.T., 60 spp, 3.5s (multi-niveles) I.C., 380 spp, 21.2s
 RMSE: 0.0280 64 spp, 3.5s RMSE: 0.0130
 RMSE: 0.0129

$$T_c = \exp\left(\frac{-2ps_c\sigma_{c,a}}{\cos\theta_d}\right) \quad (5.149)$$

$$T_m = \exp\left(\frac{-2ps_m(\sigma_{m,a} + \sigma_{m,s})}{\cos\theta_d}\right) \quad (5.150)$$

$$D_p(h, \phi) = g(\Phi_p(h) - \phi; \beta_p) \quad (5.151)$$

$$\beta_p^2 = (p + 1)\beta_n^2 \quad (5.152)$$

donde $f = F(\eta', \gamma_i, l)$ es la evaluación del Fresnel para l capas de la cutícula (Ecuación 5.134); T_c y T_m son términos de atenuación para la corteza y médula, respectivamente (similar a la Ecuación 5.92); y Φ es el término definido en la Ecuación 5.89. Para el caso de los dos lóbulos con dispersión adicional, TT^s y TRT^s , simplifican los términos acimutal M^s y longitudinal N^s de Yan et al. (2015) a:

$$M^s(\theta_i, \theta_o, \phi) = \mu F_t \text{lerp}_\phi \left(C_{\phi=0}^M(\theta_i, \theta_o) C_{\phi=\pi}^M(\theta_i, \theta_o) \right) \quad (5.153)$$

$$N_p^s(h, \phi) = A_p^s(h) D_p^s(h, \phi). \quad (5.154)$$

Los términos de absorción y distribución $A_p^s(h)$ y D_p^s son similares a sus contrapartes sin

dispersión, pero tienen en cuenta la atenuación provocada por la médula:

$$A_p^s(h) = (1 - F)F^{p-1}T_aT_b \quad (5.155)$$

$$T_a = \exp\left(-\frac{(2p-1)s_c\sigma_{c,a} + 2(p-1)s_m(\sigma_{m,a} + \sigma_{m,s})}{\cos\theta_d}\right) \quad (5.156)$$

$$T_b = \exp\left(-\frac{\kappa\sigma_{m,a} + (1-\kappa)\sigma_{c,a}}{\cos\theta_d}\right) \quad (5.157)$$

$$D_p^s(h, \phi) = C^N(\Phi_p^s(h) - \phi) \quad (5.158)$$

En este caso, la dirección Φ^s está dada por:

$$\Phi_p^s(h) = (\gamma_t - \gamma_i) + (p-1)(\pi + 2\gamma_t) \quad (5.159)$$

La principal mejora de este modelo es la compresión de las tablas C^M y C^N . Para ello, consideran dichos datos como tensores en 4D y aplican la *descomposición de tensores* para reducir el espacio necesario a menos de 1 MB. Finalmente, además del modelo de campo cercano demostrado anteriormente, Yan *et al.* proveen dos versiones adicionales. Para transformar de campo cercano a campo lejano, explotan la simetría de h en la ecuación del perfil acimutal (ej. Ecuación 5.87), obteniendo:

$$N(\phi) = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 A(h)D(h, \phi)dh \quad (5.160)$$

$$= \frac{1}{2} \int_{-1}^0 A(h)D(h, \phi)dh \int_0^1 A(h)D(-h, -\phi)dh \quad (5.161)$$

$$\triangleq N^+(\phi)N^-(\phi) \quad (5.162)$$

$$N_p^\pm(\phi) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \int_{h_{i-1}}^{h_i} Q_1(h) \exp(Q_2(h))dh \quad (5.163)$$

$$N_p^{s\pm}(\phi) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n-1} \int_{h_{i-1}}^{h_i} C(h) \exp(L(h))dh \quad (5.164)$$

donde Q_1 y Q_2 son polinomios cuadráticos en $(1-F)^2$, F^{p-1} , s_c y s_m ; $C(h)$ es un polinomio cúbico sobre $(1-F)$, F^{p-1} y D_p^s ; y L es una función lineal sobre T_a y T_b . La versión denominada *de escala múltiple* permite aprovechar la calidad visual del método de campo cercano sin perder la rapidez del método de campo lejano. Mediante este método, el perfil acimutal es limitado al área del cabello cubierta por un pixel, demarcada por $h \in [h_1, h_2]$:

$$N(\phi) = \frac{1}{h_2 - h_1} \int_{h_1}^{h_2} A(h)D(h, \phi)dh \quad (5.165)$$

El trabajo de Yan *et al.* (2017a) es el primero que implementa explícitamente la iluminación global, simulando la dispersión entre fibras mediante dispersión en subsuperficies. En este modelo, la función de dispersión se compone de la ya conocida BCSDf (modela la luz no dispersada) y la BSSRDF (función de distribución de reflectancia bidireccional de subsuperficie,

de sus siglas en inglés, *bidirectional subsurface reflectance distribution function* (Pharr *et al.* 2017, pág. 351)), que modela la luz a dispersar en la subsuperficie:

$$S(\omega_i, \omega_o) = S_{BCSDF} + S_{BSSRDF} \quad (5.166)$$

$$S_{BCSDF}(\omega_i, \omega_o) = S_c(\omega_i, \omega_o) + S_{ds}(\omega_i, \omega_o) \quad (5.167)$$

$$S_{BSSRDF}(\omega_i, \omega_o) = S_{ss}(x_i, \omega_i, x_o, \omega_o) \quad (5.168)$$

S_{BCSDF} , a su vez, se divide en dos componentes. S_c corresponde a la iluminación local a cada fibra individual (en el caso de los autores, utilizan la BCSDF definida por Yan *et al.* (2017b)), mientras que S_{ds} simula la dispersión de los lóbulos R , TT y TRT mediante el modelo de doble dispersión (Zinke *et al.* 2008). Por su parte, S_{BSSRDF} implementa la dispersión de subsuperficie, con los siguientes parámetros materiales: σ_a y σ_s coeficientes de absorción y dispersión respectivamente, $\sigma_t = \sigma_a + \sigma_s$ coeficiente de extinción y $\alpha = \sigma_s/\sigma_t$, albedo; si la subsuperficie es anisotrópica, $g \in [-1, 1]$ modela dicho efecto, resultando en coeficientes modificados $\sigma'_s = (1 - g)\sigma_s$, $\sigma'_t = \sigma_a + \sigma'_s$ y $\alpha' = \sigma'_s/\sigma'_t$. Los autores utilizan el método de dipolo propuesto por Jensen *et al.* (2001) para calcular la BSSRDF. En este método, la dispersión en el «medio» es aproximada mediante dos fuentes puntuales de luz, una real ubicada debajo del punto de incidencia x_i , y otra virtual sobre el mismo que descuenta la porción de iluminación que sale del medio y no sufre más dispersión. Luego, la contribución difusa R_d a la iluminación en el punto de salida x_o está dada por:

$$R_d(r) = \frac{\alpha' z_r (1 + \sigma_{tr} d_r) \exp(-\sigma_{tr} d_r)}{4\pi d_v^3} - \frac{\alpha' z_v (1 + \sigma_{tr} d_v) \exp(-\sigma_{tr} d_v)}{4\pi d_v^3}, \quad (5.169)$$

donde $z_r = 1/\sigma'_t$ y $z_v = (1 + 4A/3)$ son las coordenadas en Z de cada fuente de luz, $A = (1 + F_{dr})/(1 - F_{dr})$, $d_r = \sqrt{r^2 + z_r^2}$ y $d_v = \sqrt{r^2 + z_v^2}$ distancias desde x_o hasta las fuentes, y $\sigma_{tr} = \sqrt{3\sigma_a\sigma'_t}$ coeficiente de extinción efectiva. Luego, la BSSRDF completa está dada por:

$$S_{BSSRDF}(x_i, \omega_i, x_o, \omega_o) = S_d(x_i, \omega_i, x_o, \omega_o) + S^{(1)}(x_i, \omega_i, x_o, \omega_o) \quad (5.170)$$

$$S_d(x_i, \omega_i, x_o, \omega_o) = \frac{1}{\pi} F_t(\eta, \omega_i) R_d(\|x_i - x_o\|) F_t(\eta, \omega_o), \quad (5.171)$$

donde F_t es la transmisión de Fresnel. En este modelo, la parte de dispersión simple $S^{(1)}$ ya es modelada por la BCSDF, por lo que sólo se utiliza la parte de dispersión múltiple S_d . Como puede observarse, los parámetros de la BCSDF y de la BSSRDF de este modelo no son intercambiables. Para lograr una conversión plausible, los autores entrenaron una red neuronal (más específicamente, un perceptrón de dos capas con 10 nodos cada una) sobre 1000 imágenes de una misma escena, variando los parámetros κ , $\sigma_{c,a}$, $\sigma_{m,s}$, η y l .

5.3.3 Estado del arte: modelos basados en datos

A diferencia del modelado de apariencia de materiales (Guarnera *et al.* 2016), la inmensa mayoría de los modelos basados en datos fueron diseñados a partir de modelos fenomenológicos

o basados físicamente. Paris *et al.* (2008) implementan un sistema para reconstruir la geometría y reflectancia de un peinado a partir de varias fotografías del mismo; para interpolar la iluminación, asumen que la misma sigue el modelo de Kajiyi *et al.* sin cambios adicionales. Zinke *et al.* (2009), en cambio, siguen un proceso de aproximación de dos pasos. Primero, se obtiene la función de distribución de reflectancia bidireccional de la muestra, o BRDF (de sus siglas en inglés, *bidirectional reflectance distribution function* (Pharr *et al.* 2017, págs. 349-350)) como la combinación de iluminación directa e indirecta:

$$S_{\text{fit}} = S_{\text{dir}} + S_{\text{indir}} \quad (5.172)$$

La contribución directa de la iluminación está dada por el modelo de Marschner *et al.*, salvo el modo *TRT*, que emplea una aproximación empírica sobre ϕ , siendo s un factor de escala empleado para el proceso de optimización:

$$S_{\text{dir}}(\omega_i, \omega_o) = (1 - d) \left(s_R S_R^{\text{Marschner}} + S_{TT}^{\text{Marschner}} + \tilde{N}_{TRT} M_{TRT}^{\text{Marschner}} + d \frac{r_d}{\pi^2} \right) \quad (5.173)$$

$$\tilde{N}_{TRT}(\omega_i, \omega_o) = \frac{s}{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} N_{TRT}^{\text{Marschner}} d\phi_i \quad (5.174)$$

La contribución indirecta se compone de un factor difuso para contemplar la dispersión simple y emplea el modelo de doble dispersión de Zinke *et al.* para la dispersión múltiple:

$$S_{\text{indir}}(\omega_i, \omega_o) = S_{\text{Dual Scattering}} + S_{\text{diffuse}} \quad (5.175)$$

$$S_{\text{diffuse}} = \frac{dr_d}{2} \left(\frac{3}{4} \exp(-2\sigma_a) + \frac{1}{4} \exp(-11\sigma_a) \right) \quad (5.176)$$

El segundo paso también utiliza el modelo de Marschner *et al.*, con el agregado de un componente difuso adicional para aproximar mejor los colores claros. Considerando que $d \in [0, 1]$ es un factor de peso cuyos valores típicos están en el rango $0.01 < d < 0.1$ es la fracción de iluminación difusa dispersada, r_d es la reflectancia esférica, y $s_R \in [0, 1]$ es un factor de peso, la BCSDf resultante es:

$$S(\omega_i, \omega_o) = (1 - d)S' + d \frac{r_d}{\pi^2} \quad (5.177)$$

$$S'(\omega_i, \omega_o) = s_R S_R^{\text{Marschner}} + S_{TT}^{\text{Marschner}} + S_{TRT}^{\text{Marschner}} \quad (5.178)$$

En lo que se refiere al pelaje, Ogaki *et al.* (2010) proponen un modelo empírico para uso en videojuegos. Dada una estructura capilar diseñada de forma procedural o mediante un software de animación 3D, y un material arbitrario para el cabello, ellos discretizan la función de dispersión resultante y luego utilizan la técnica de *photon casting* para muestrearla:

$$L_o(\omega_o) = \sum_{j=0}^{N-1} \int_{\Omega} S_j(\omega_i, \omega_o) L_i(\omega_i) \cos \theta_i d\omega_i, \quad (5.179)$$

$$S_j(\omega_i, \omega_o) = \begin{cases} S(\omega_i, \omega_o) & j = \left\lfloor N \frac{\arccos(\langle \omega_i, \text{fur tangent} \rangle)}{\pi} \right\rfloor, \\ 0 & \text{de lo contrario.} \end{cases} \quad (5.180)$$

El resultado S es guardado en N mapas unicúbicos, donde N es la cantidad máxima de reflexiones o refracciones permitidas.

5.4 Desafíos

El modelado de cabello y pelaje es un área activa de investigación. Sin embargo, los constantes avances en el área requieren, en algunos casos, grandes cantidades de recursos computacionales. En general, mejoras posibles para reducirlos podrían incluir el uso de la distribución logística (Chiang *et al.* 2016) o aproximaciones más especializadas a la distribución de Gauss, y la compresión de datos (Yan *et al.* 2017b) para aquellos modelos que requieren precalcular datos.

Una consecuencia natural del desarrollo de estos modelos es su utilización en aplicaciones de tiempo real. En este sentido, sería útil investigar si es posible obtener aproximaciones razonables, tales como las propuestas por Xu *et al.* (2011).

Asimismo, la prevalencia de la animación por computadora en la industria cinematográfica hace imperioso que los modelos sean fáciles de usar para el artista. En este sentido, sería interesante aplicar las técnicas propuestas por Sadeghi *et al.* (2010a) al estado del arte (Chiang *et al.* 2016; Pekelis *et al.* 2015).

Por el lado de la precisión, Khungurn *et al.* (2017) detectó la existencia de un modo adicional no previsto por ningún modelo previo, el cual debería ser analizado en el contexto de otras propuestas. También es de interés ver cómo modelar la excentricidad de las fibras, ya que la inmensa mayoría de los modelos hacen uso de la suposición de fibra circular de Marschner *et al.* (2003).

Finalmente, sería muy útil para desarrollos futuros tener un conjunto de datos de referencia de cabello, similar al provisto por Yan *et al.* (2015) para el pelaje. Como trabajo a futuro, sería beneficioso implementar la totalidad del estado del arte para verificar los recursos necesarios y la exactitud alcanzada con respecto a dichos conjuntos de datos.

5.5 Conclusiones

En este capítulo, hemos presentado un análisis de la literatura sobre modelos de sombreado de cabello. Se han descrito varios métodos de distribución de la iluminación, tanto *ad-hoc* como con base física y en mediciones de datos, y se los ha comparado con base en trabajos anteriores. Finalmente, discutimos los desafíos y problemas actuales en el área.

Tabla 5.7: Comparación de características de los modelos de sombreado fenomenológicos y basados en datos.

Nombre	Cabello	Pelaje	Recíproco	Conserva energía	Fresnel	Muestreo por importancia	Campo cercano	Campo lejano	Descripción
MODELOS FENOMENOLÓGICOS									
Kajiya <i>et al.</i> (1989)	⚠	✓	✗	✗	✗	✓		✓	Modelo ad-hoc basado en la reflexión de Phong. Puede ser usado para cabello.
Goldman (1997)	✗	✓	✗	✗	✗	✓		✓	Permite que la iluminación de la fibra dependa del acimut relativo ϕ .
Kim (2002)	✓	✓	✗	✗	✗	✓		✓	Introduce la dependencia acimutal con base en apreciaciones geométricas. Factor de dispersión más personalizable.
Ogaki <i>et al.</i> (2010)	⚠	✓	✗	✗	✗	✗		✓	Shader empírico de pelaje para secciones transversales y materiales arbitrarios.
MODELOS BASADOS EN DATOS									
Paris <i>et al.</i> (2008)	⚠	✓	✗	✗	✗	✓		✓	Usan el modelo de Kajiya <i>et al.</i> para interpolar el perfil de iluminación del cabello.
Bonneel <i>et al.</i> (2009)	✓	⚠	✓	⚠	✓	✓		✓	Renderizan los datos muestrados usando los modelos de Zinke <i>et al.</i> y Marschner <i>et al.</i>
Zinke <i>et al.</i> (2009)	✓	⚠	✓	⚠	✓	✓		✓	Interpolan los datos muestrados mediante los modelos de Zinke <i>et al.</i> y Marschner <i>et al.</i> junto con un componente difuso.

Tabla 5.8: Comparación de características de los modelos de sombreado basados físicamente.

Nombre	Cabello	Pelaje	Recíproco	Conserva energía	Fresnel	Muestreo por importancia	Campo cercano	Campo lejano	Descripción
MODELOS BASADOS FÍSICAMENTE									
Marschner <i>et al.</i> (2003)	✓	⚠	✓	✗	✓	✗		✓	Primer modelo basado en Física y Óptica. Lóbulos modelados mediante distribución normal.
Zinke <i>et al.</i> (2004)	✓	✗	✓	✗	✓	✓	✓		Extensión de Marschner <i>et al.</i> (2003). Ejemplo primitivo del formulismo sobre cilindros generalizados.
Zinke <i>et al.</i> (2007) (BFSDF)	✓	✗	✗	✓	✓	✓	✓		Modelo de campo cercano basado en la BFSDF para Marschner <i>et al.</i>
Zinke <i>et al.</i> (2007) (BCSDF)	✓	✗	✓	✓	✓	✓	✓		Simplificación del modelo anterior utilizada para fibras circulares.
Zinke <i>et al.</i> (2008)	✓	⚠	✓	⚠	✓	✓		✓	Introduce el paradigma de doble dispersión. Se aplica sobre una BCSDF preexistente.
Sadeghi <i>et al.</i> (2010a)	✓	⚠	✓	⚠	✓	✓		✓	Implementación artista-amigable del modelo de doble dispersión.
d'Eon <i>et al.</i> (2011)	✓	⚠	✗	✗	✓	✓		✓	Intenta corregir conservación de la energía de Marschner <i>et al.</i> Usa cuadratura de Gauss de 35 puntos.
Ou <i>et al.</i> (2012a)	✓	⚠	✓	⚠	✓	✓		✓	Extiende el modelo de doble dispersión para usar muestreo por importancia.
Hery <i>et al.</i> (2012)	✓	⚠	✓	⚠	✓	✓		✓	Introduce muestreo por importancia para el modelo de Marschner <i>et al.</i> Usa la transformada de Box-Müller.
d'Eon <i>et al.</i> (2013)	✓	⚠	✗	✗	✓	✓		✓	Introduce muestreo por importancia para el modelo de d'Eon <i>et al.</i> Impracticable en producción, usa cuadratura de Gauss de 70 puntos.
d'Eon <i>et al.</i> (2014)	✓	⚠	✗	✗	✓	✓		✓	Modelo de lóbulos no separables basado en el de d'Eon <i>et al.</i>
Pekelis <i>et al.</i> (2015)	✓	⚠	✓	✓	✓	✓		✓	Primer modelo que usa la distribución logística. Modelo por defecto en RenderMan.
Yan <i>et al.</i> (2015)	✗	✓	✗	✗	✓	✓	✓	✓	Primer modelo de pelaje que contempla explícitamente la médula. Impracticable en producción.
Chiang <i>et al.</i> (2016)	✓	⚠	✓	✓	✓	✓		✓	Modelo de pelaje animal que usa la distribución logística.
Khungurn <i>et al.</i> (2017)	✓	⚠	✓	✓	✓	✓		✓	Nuevo análisis de la dispersión en fibras capilares.
Yan <i>et al.</i> (2017b)	✓	⚠	✓	✓	✓	✓		✓	Unifica el cabello y el pelaje basándose en el modelo de Yan <i>et al.</i>

6

Implementación de un modelo de sombreado

6.1 Introducción

En los estudios presentados en capítulos previos, se han analizado los aspectos teóricos del modelado de cabello y pelaje virtual. En este capítulo se reseña la implementación de uno de los modelos analizados que, como enunciamos en el Capítulo 1, fue realizado en el año 2018 como parte del certamen Google Summer of Code.

Este capítulo final está estructurado en tres partes. Empezamos por delinear el marco de realización de nuestro proyecto: en la Sección 6.2 se describirá la suite Blender, mientras que la Sección 6.3 describirá el certamen en sí. Luego desarrollamos nuestra propuesta de proyecto (Sección 6.4), abordamos su implementación (Sección 6.5) y la *anatomía* del producto terminado (Sección 6.6). Finalmente, presentamos los resultados y las conclusiones obtenidas, en las Secciones 6.7 y 6.8 respectivamente.

6.2 Blender

Blender (Stichting Blender Foundation 2018) es una suite de creación 3D gratis y de código abierto, publicada bajo la licencia GNU General Public License. Es desarrollada por colabora-

dores de todo el mundo bajo el auspicio de la fundación holandesa sin fines de lucro, Stichting Blender Foundation.

Su objetivo es soportar la totalidad del pipeline 3D – modelado, *rigging*, animación, simulación, renderización, composición y *motion tracking* incluyendo también la creación de juegos y edición de video. La suite es multiplataforma, soportando los sistemas operativos Linux, Windows y MacOS, y utiliza la API gráfica OpenGL para proveer una interfaz y experiencia de uso consistente.

Blender es adecuada para personas y estudios pequeños que pueden beneficiarse de su pipeline unificado y proceso de desarrollo responsivo. Para aquellos usuarios avanzados que necesiten mayor funcionalidad, Blender provee una API de scripting en Python que posibilita personalizar la aplicación y crear herramientas especializadas. Éstas pueden ser incluidas en ediciones futuras de la suite.

6.3 Google Summer of Code

Google Summer of Code, fundado por el buscador epónimo en 2005, es un certamen mundial cuyo objetivo es introducir a los estudiantes universitarios al desarrollo de software de código abierto. Cada estudiante participante trabaja en un proyecto de programación durante 3 meses, junto a una organización que desarrolle productos de software de código abierto, a cambio de un estipendio.

Según los organizadores (Google 2018a), hasta la fecha, el certamen ha unido a más de 14 000 estudiantes con 12 000 mentores de más de 125 países de todo el mundo, produciendo más de 35 000 000 líneas de código para 651 organizaciones participantes.

Como parte del certamen, cada estudiante es asignado a un mentor de la organización participante, y de este modo ganan experiencia sobre técnicas y desarrollo de software en el mundo real. Esto permite a las organizaciones identificar y atraer nuevos desarrolladores que implementen funcionalidades nuevas, y posiblemente continúen su aporte luego de finalizar el certamen.

6.3.1 Programa del certamen

Google Summer of Code está estructurado en varios períodos o hitos (Google 2018b), que podemos dividir en dos etapas generales. La primera está relacionada con la presentación y aceptación de las solicitudes:

1. *Organization Application* (4 al 23 de enero): aquellas organizaciones que deseen tutorear estudiantes durante el certamen pueden presentar sus aplicaciones.
2. *Organizations Announced* (12 de febrero): se anuncia qué organizaciones han sido aceptadas. Desde este momento, los estudiantes que estén interesados en participar pueden contactarlas y discutir propuestas de proyecto.

3. *Student Application Period* (12 al 27 de marzo): los estudiantes que desean participar deben registrarse y enviar sus propuestas.
4. *Application Review Period* (27 de marzo al 23 de abril): las organizaciones participantes analizan las propuestas recibidas y seleccionan aquellas de su interés.
5. *Students Project Announced* (23 de abril): Google y las organizaciones participantes anuncian los estudiantes y proyectos elegidos, y quiénes serán los mentores de cada uno. En este momento, los estudiantes pueden empezar a delinear el plan de trabajo.

Aquellos estudiantes cuyos proyectos han sido seleccionados reciben una certificación de aceptación de su proyecto, y pasan a la segunda etapa:

1. *Community Bonding* (23 de abril al 14 de mayo): los estudiantes participantes se insertan en la comunidad de la organización mentora. Durante este período, se pueden evaluar expectativas y opiniones sobre el proyecto, además de preparar el entorno de desarrollo.
2. *Coding* (14 de mayo al 6 de agosto – ver abajo): los estudiantes desarrollan, depuran y documentan sus proyectos.

Durante la etapa de Coding, los estudiantes y mentores se evalúan entre sí en tres oportunidades. La aprobación de cada evaluación permite recibir la cuota correspondiente del estipendio y continuar con el proyecto; de desaprobado, el proyecto es cancelado.

1. Una primera evaluación se desarrolla entre el 11 y 15 de junio.
2. Una segunda evaluación se desarrolla entre el 9 y 13 de julio.
3. La evaluación final se realiza luego de terminar el Coding (entre el 6 y el 14 de agosto). Los estudiantes envían el producto de software terminado, documentación del proyecto, y evaluaciones de los mentores.

Los mentores evalúan los entregables entre el 14 y el 21 de agosto. Aquellos estudiantes cuyos proyectos aprueben esta evaluación final son anunciados como aprobados por Google, y reciben:

- el remanente del estipendio;
- una carta y certificado de aprobación del certamen;
- un souvenir por correo (para Argentina, una remera y un sticker).

6.4 Presentación y comunicación de la propuesta

Como se dijo previamente, nuestro proyecto fue desarrollado durante la edición 2018 del Google Summer of Code. Para esta ocasión, la Stichting Blender Foundation solicitó propuestas que apuntaran a deficiencias existentes en Blender (Blender 2018b). La suite ya soportaba el modelado, animación y sombreado de cabello; sin embargo, la implementación existente del sombreado no estaba basada en la Física, y era conocida en la comunidad artística por su dificultad de uso.

Por estas razones, una de las ideas-proyecto sugeridas fue la implementación del sistema de sombreado propuesto por Chiang *et al.* (2016) dentro del motor de renderización Cycles, basándose en la implementación publicada por Pharr (2017). Considerando esta idea, los objetivos de nuestra propuesta fueron los siguientes:

1. implementar el sistema de sombreado propuesto en el motor Cycles;
2. desarrollar el enlace necesario entre el nuevo sistema y la UI de Blender;
3. implementar las pruebas de regresión y verificación necesarias;
4. escribir la documentación de desarrollador y manual de usuario.

Nuestra propuesta fue aceptada por Blender en abril de 2018 (Veldhuizen 2018), y fue tutelada por los desarrolladores Brecht van Lommel y Lukas Stockner (Segovia 2018; Blender 2018a).

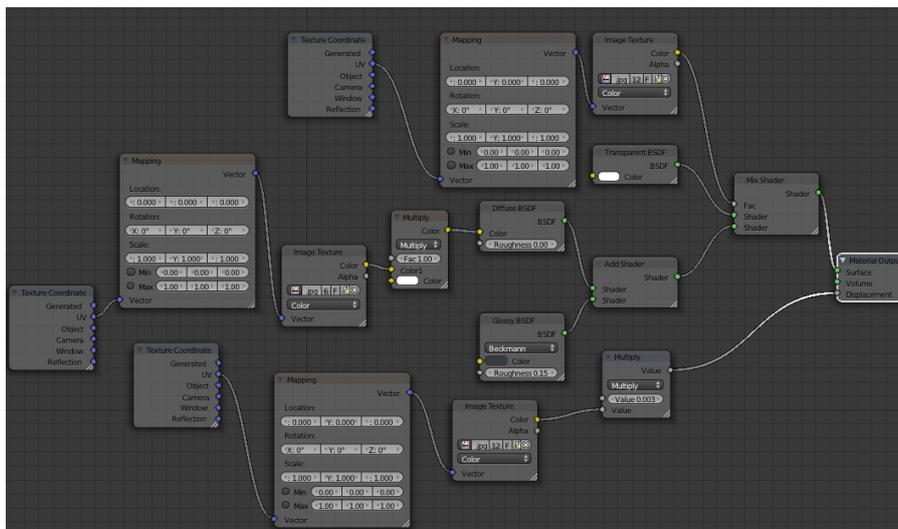
6.4.1 Métodos de comunicación

Para el desarrollo de los proyectos de Google Summer of Code, la fundación especificó los siguientes métodos de comunicación:

1. La lista de correos del proyecto, `soc-2018-dev@blender.org`, a la cual se enviaron reportes semanales de progreso. También fueron copiados a la wiki de Blender.
2. El canal IRC del motor Cycles en la red Freenode, `#cycles`, para mantener comunicación diaria con los mentores y desarrolladores.
3. Finalmente, los entregables fueron revisados mediante el sistema Phabricator en `developer.blender.org`.

En nuestro caso, también mantuvimos un hilo en el foro BlenderArtists. Allí documentamos los avances realizados, publicamos las versiones de prueba y medimos las expectativas del proyecto.

Figura 6.1: Ejemplo de shader de cabello de la comunidad, realizado por el usuario PickledPapaya en el foro Renderosity.



6.5 Desarrollo del proyecto

En esta sección, detallaremos cómo transcurrieron las etapas del certamen, desde la óptica de nuestro proyecto.

6.5.1 Community Bonding

Para esta etapa, nuestros objetivos fueron los siguientes:

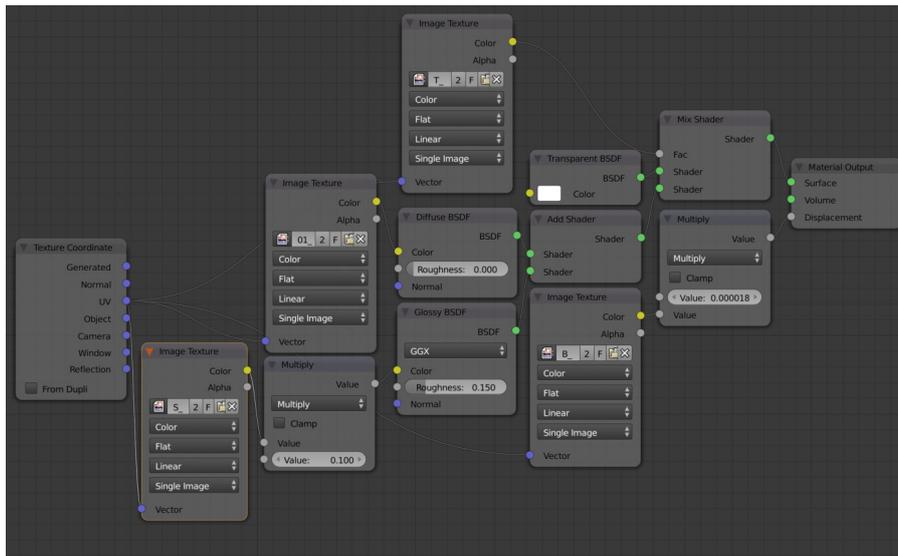
- encuestar las opiniones de la comunidad sobre el sistema existente;
- determinar las expectativas de mentores y usuarios; (puntos a favor y en contra, posibilidades de mejora, etc.);
- configurar el entorno de desarrollo y documentar el proceso.

La encuesta se realizó enteramente en el hilo de BlenderArtists, y el resultado principal fue el total descontento con el sistema de sombreado existente. Según la comunidad artística, no sólo es muy poco intuitivo, sino que requiere complejas redes de nodos para lograr un resultado aceptable. Dos ejemplos de estas redes pueden observarse en las Figuras 6.1 y 6.2. Por otro lado, las expectativas de la comunidad estaban claramente definidas en tres puntos:

- parámetros intuitivos;
- la posibilidad de separar los modos de dispersión (Sección 5.2);
- resultados físicamente plausibles.

Con respecto al entorno de desarrollo, el desarrollo general del proyecto se realizó en una MacBook Pro (13 pulgadas, inicio de 2015) con MacOS Sierra 10.12.6, bajo Xcode 9.3; los

Figura 6.2: Otro ejemplo de shader de cabello en Blender. Éste fue realizado por el usuario Androz en el foro BlenderArtists.



renders de prueba y depuración de CUDA se realizaron en una computadora de escritorio con Windows 7 x64, NVIDIA GTX 1080 Ti, con el SDK de CUDA 8.3 y Microsoft Visual Studio 2017. Esta última requirió de configuración manual, ya que el procedimiento especificado en la wiki de Blender imposibilitaba obtener un ejecutable de 64 bits. Estas dificultades fueron consignadas en el reporte correspondiente.

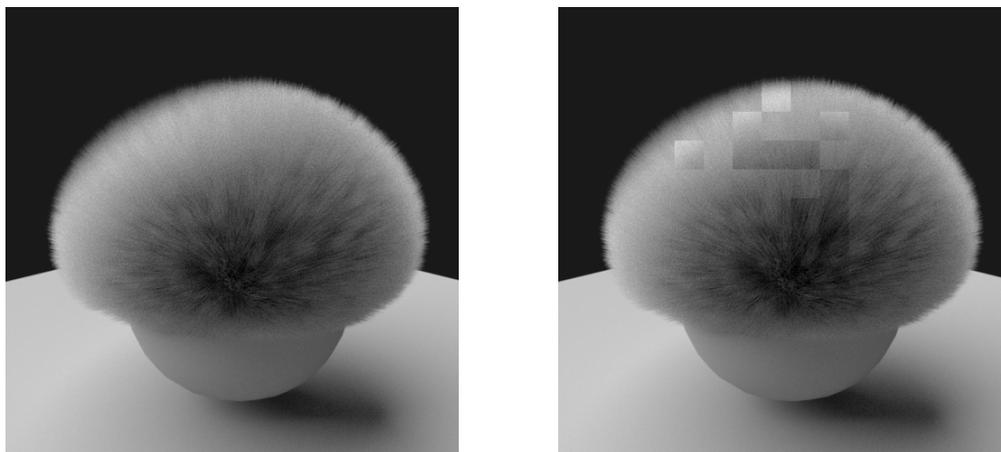
También se convino publicar versiones de prueba cada semana para atraer el interés de la comunidad artística. Blender provee un sistema de construcción a tal efecto (*buildbot*). Sin embargo, era necesario mantener un link estable a las mismas; atento el peso de cada una (más de 200MB por versión) y a la imposibilidad de subir un archivo de ese tamaño de forma fiable desde Argentina, convenimos con Lukas Stockner y otros usuarios que el lunes posterior al envío de cada reporte ellos compilarían y subirían la versión respectiva de prueba, actualizándola en caso de existir errores.

6.5.2 Coding

Durante la semana 1, investigamos el proceso de registración de un nodo en Blender, cuyos resultados son reseñados aquí en la Sección 6.6. En lo que concierne al código original, determinamos los aspectos de copyright (licencia y autoría). También determinamos que el parche de Stockner no funcionaba correctamente (renderizaba cabello negro); con una traza del flujo de ejecución de Cycles, determinamos que el shader era considerado como de tipo difuso (*Diffuse*, i.e. reflectancia lambertiana).

En la semana 2 pudimos determinar la causa del problema *Diffuse*: la versión de Stockner no definía en ningún momento el tipo de nodo (nodo de sombreado) y su clasificación (nodo transmisor). Se agregó un *fallback* para renderizar el cabello como difuso si la primitiva de geometría no era una curva. Esto fue debido a que en ese momento se utilizaban funciones

Figura 6.3: Error de renderizado de nuestro shader durante la semana 5. La diferencia entre los renders (GPU sola y CPU+GPU, de izquierda a derecha) radica en cómo el compilador de cada motor obtiene los valores aleatorios utilizados por el shader. Este error fue arreglado obteniendo los valores de forma determinística. (Imágenes obtenidas por Zanzio en el foro BlenderArtists.)



específicas de dicha primitiva para determinar el punto de intersección de los rayos de luz con el cabello. Este *fallback*, más una compilación en modo de depuración, revelaron que la implementación tenía muchos errores de punto flotante (*NaN*), además de renderizar con mucho ruido y *fireflies* (puntos brillantes de luz).

Realizamos varias mejoras al nodo durante la semana 3. Además de encontrar la raíz del problema de ruido – una optimización incorrecta a la función de distribución logística que usa el shader – introdujimos compatibilidad con OSL, la posibilidad de renderizarlo con la arquitectura OpenCL, la funcionalidad de *Filter Glossy* y la inicialización con valores por defecto. También introdujimos el modificador de *Primary Reflection Roughness*, lo cual nos forzó a incrementar el número de clausuras utilizadas por el nodo de 1 a 2. van Lommel quitó la dependencia que teníamos con el uso de curvas intersectando manualmente el rayo con el centro del cabello.

Durante la semana 4, agregamos más funcionalidad. Inspirados en el shader recientemente publicado por Chaos Group, añadimos la posibilidad de teñir el cabello mediante un color de *Tint*. Además, introdujimos *Random Color* y *Random Roughness*, para agregar mayor realismo a los cortes de cabello. Esta versión inicial requería especificar una fuente de números al azar de forma manual, uniendo el socket *Random* del nodo *Hair Info* u otro socket numérico. También documentamos el modificador de *Primary Reflection Roughness*, y definimos nuevos sockets de forma de poder configurar los parámetros de cada sistema de color de forma separada.

En la semana 5, encontramos dos errores referentes a la renderización simultánea en CPU y GPU. El primero resultaba de una normalización incorrecta de los vectores base del sistema de coordenadas local a la intersección, lo que resultaba en alta varianza en puntos cercanos del cabello. El segundo y más grave, ilustrado en la Figura 6.3, era causado por un reordenamiento de los números al azar que usa el nodo, y resultaba en una diferencia abismal entre bloques adyacentes renderizados en diferentes plataformas. También analizamos con los mentores y la comunidad el progreso realizado, introduciendo las siguientes mejoras:

Figura 6.4: Cuadro del manual de nuestro shader, introducido en la semana 9. Muestra los colores que puede adquirir el cabello si utilizamos la parametrización por color RGB. Los números arriba de cada cabeza indican el valor correspondiente.



- un renombre y reordenamiento general de parámetros, para hacerlos más intuitivos;
- un remapeo de los diferentes parámetros de melanina y randomización a un rango porcentual (implementado como intervalo unitario);
- remoción del requerimiento de socket para utilizar randomización, y así facilitar su uso por parte del usuario.

Las mejoras mencionadas anteriormente fueron implementadas en la semana 6. Adicionalmente, encontramos y arreglamos dos errores de *NaN*. Con respecto a la experiencia de los usuarios, aquí se detectó que el shader no era muy estable en vistas de campo extremadamente cercano, sin poder encontrar una razón aparente.

En las semana 7 y 8, introdujimos la primera versión de la documentación del manual de Blender. El código fue autodocumentado, y se agregaron al manual varios cuadros ilustrando el efecto de los parámetros. Además, empezamos el proceso de adaptación de las escenas existentes en la suite de prueba de Cycles al nuevo nodo, en tanto que van Lommel obtuvo el permiso necesario para los modelos masculinos ilustrados en la Figura 6.9.

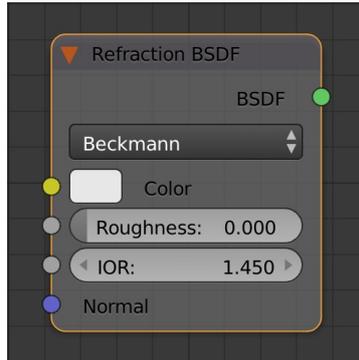
La semana 9 fue destinada a una revisión y verificación profundas del código, unificándose las convenciones de edición utilizadas. En este punto, se introdujo la linealización de los coeficientes de melanina, y un rediseño del conjunto de cuadros para los manuales, un ejemplo de los cuales puede observarse en la Figura 6.4. Además, se configuró el socket Random para remarcar al usuario que es un parámetro de entrada no necesario.

En la semana 10, se subieron los cuadros faltantes del manual, se introdujeron modificaciones cosméticas al nodo y se realizó una limpieza final, permitiendo su publicación al repositorio maestro de Blender. Se sugirieron algunas funcionalidades adicionales, que no fueron agregadas ya que facilitarían obtener resultados que violen las leyes de la Física (aunque sí fueron implementadas y verificadas localmente).

Durante la semana 11, perfilamos el uso de recursos por parte del nodo. No se detectaron puntos apreciablemente mejorables. van Lommel ingresó las escenas correspondientes a la suite de prueba.

En la última semana del proyecto, verificamos y removimos código de prueba, cerrando así el período de codificación del certamen.

Figura 6.5: Shader de refracción de Blender. Los puntos a izquierda y derecha del nodo son sockets, de entrada y salida respectivamente; el menú corresponde a un enumerado.



6.6 Anatomía del shader

Al finalizar el proyecto, pudimos obtener una comprensión cabal de cómo Blender expresa los diferentes componentes lumínicos de una escena.

6.6.1 Arquitectura

Desde una óptica arquitectónica, Blender expresa materiales, luces y fondos mediante *redes de nodos*. Nuestro shader pertenece a la categoría de nodos de sombreado, o *shading node*: describe cómo interactúa la luz en el punto de intersección del rayo con la superficie (o volumen) del objeto.

Visualmente, cada nodo es un bloque con entradas y salidas denominadas *sockets*, como puede verse en la Figura 6.5. Cada bloque debe tener al menos un parámetro de entrada y uno de salida. En el caso de los shaders, éstos reciben como mínimo el *color* del material y devuelven una *función de sombreado* (i.e. BSDF). Los parámetros también pueden ser *enumerados* (sólo unos pocos valores posibles), representados en la interfaz como menús deslizables sin un socket asociado.

Para el motor Cycles, cada nodo es representado por una clausura o *closure*, que contiene su estado interno. Ésta es utilizada en cuatro etapas del proceso de renderización, para la cual se debe programar la función respectiva:

- *inicialización* del shader,
- *muestreado* en el punto de intersección del rayo con el objeto,
- *filtrado* (*blur*, opcional)
- y *evaluación* del shader.

El motor da dos alternativas para codificar estas funciones, denominadas *sistemas de sombreado*:

Open Shading Language OSL es un lenguaje definido por Sony Imageworks que permite codificar de manera sencilla en un script `.osl`, las entradas y salidas del nodo y la función

de sombreado. La principal ventaja es que permite que el usuario intercepte y manipule el resultado de la red de nodos con casi total libertad; la desventaja es que, actualmente, sólo es posible ejecutarlos en CPU.

Shader Virtual Machine Es el *backend* «interno» de Blender. Requiere programar el shader dentro del código fuente de Blender, lo que posibilita acceder directamente a las APIs del motor Cycles. Los shaders programados en OSL pueden ser ejecutados en GPU casi sin ningún tipo de cambios; como desventaja, no es modificable por el usuario (a menos que se codifique un enlace con OSL), además de requerir muchas más líneas de código.

6.6.2 Código

Para comprender cómo se implementa un shader, empezaremos por listar la estructura del código fuente de Blender. Éste está estructurado en varios directorios, de los cuales tres son relevantes para estos propósitos¹:

1. `source` es el directorio maestro del código fuente de la aplicación. En particular, nos interesan:
 - a) `source/blender/blenkernel`, que contiene las estructuras de datos de bajo nivel pertenecientes al núcleo de Blender;
 - b) `source/blender/nodes`, que contiene la implementación de cada nodo disponible;
 - c) `source/blender/editors`, que contiene el código de la interfaz gráfica.
2. `intern`, el cual contiene el código de cada librería componente de Blender. En particular, el motor Cycles reside en `intern/cycles`.
3. `releases/scripts`, el cual contiene el código Python de la interfaz gráfica de Blender.

El núcleo del shader propuesto está definido en `intern/cycles/kernel/closure/bsdf_hair_principled.h`, donde se definen la clausura y las cuatro funciones de etapa.

La clausura está ejemplificada en el Snippet 6.1, Dependiendo del sistema de sombreado, ésta es inicializada mediante un procedimiento particular. Para el caso de SVM, se reciben y procesan los parámetros del shader íntegramente en `intern/cycles/kernel/svm/svm_closure.h`. En el caso de OSL, el shader implementa este sistema mediante un enlace con SVM, por lo que se divide la lógica en tres partes:

- el procesamiento de parámetros es implementado en `intern/cycles/kernel/shaders/node_principled_hair_bsdf.osl`, desde donde se invoca una *función de inicialización* que envía los datos a la clausura dentro del *backend* SVM;

¹Una reseña más completa puede encontrarse en la wiki de Blender, https://wiki.blender.org/wiki/Source/File_Structure.

Snippet 6.1: Estructura de datos de la clausura de nuestro shader.

```
typedef ccl_addr_space struct PrincipledHairExtra {
    /* Geometry data. */
    float4 geom;
} PrincipledHairExtra;

typedef ccl_addr_space struct PrincipledHairBSDF {
    SHADER_CLOSURE_BASE;

    /* Absorption coefficient. */
    float3 sigma;
    /* Variance of the underlying logistic distribution. */
    float v;
    /* Scale factor of the underlying logistic distribution. */
    float s;
    /* Cuticle tilt angle. */
    float alpha;
    /* IOR. */
    float eta;
    /* Effective variance for the diffuse bounce only. */
    float m0_roughness;

    /* Extra closure. */
    PrincipledHairExtra *extra;
} PrincipledHairBSDF;
```

- la función de inicialización mencionada arriba se define en los archivos `intern/cycles/kernel/shaders/stdosl.h` (signatura de la función en el lenguaje OSL) y `intern/cycles/kernel/osl/osl_closures.h` (definición de la función nativa), y es implementada más tarde en `intern/cycles/kernel/osl/osl_closures.cpp`.

En ambos casos, los datos recibidos de los sockets deben ser guardados y enviados al *backend* respectivo. El archivo `intern/cycles/render/nodes.h` define una *interfaz socket-backend* (Snippet 6.2), estructura intermedia que almacena los valores de los sockets. En `intern/cycles/render/nodes.cpp` se guarda los valores en la estructura y remite esta última al *backend* respectivo.

Con respecto a las funciones de etapa, sus signaturas pueden observarse en el Snippet 6.3. Una vez definidas, estas funciones son invocadas en `intern/cycles/kernel/closure/bsdf.h`.

La siguiente etapa es permitir que el usuario haga uso del shader. Para ello, se debe añadir el nodo a la parte nativa de Blender, y luego en la interfaz de usuario, implementada en Python.

La interfaz de usuario lista todos los nodos, agregados por tipo, en el archivo `release/scripts/startup/nodeitems_builtins.py`; añadir un nuevo nodo es tan sencillo como insertar una línea en la sección correspondiente. En cambio, registrar el nodo en Blender es mu-

Snippet 6.2: *Interfaz socket-backend de nuestro shader.*

```

class PrincipledHairBsdfNode : public BsdfBaseNode {
public:
    SHADER_NODE_CLASS(PrincipledHairBsdfNode)
    void attributes(Shader *shader, AttributeRequestSet *attributes);

    /* Longitudinal roughness. */
    float roughness;
    /* Azimuthal roughness. */
    float radial_roughness;
    /* Randomization factor for roughnesses. */
    float random_roughness;
    /* Longitudinal roughness factor for only the diffuse bounce
     ↪ (shiny undercoat). */
    float coat;
    /* Index of reflection. */
    float ior;
    /* Cuticle tilt angle. */
    float offset;
    /* Direct coloring's color. */
    float3 color;
    /* Melanin concentration. */
    float melanin;
    /* Melanin redness ratio. */
    float melanin_redness;
    /* Dye color. */
    float3 tint;
    /* Randomization factor for melanin quantities. */
    float random_color;
    /* Absorption coefficient (unfiltered). */
    float3 absorption_coefficient;

    float3 normal;
    float surface_mix_weight;
    /* If linked, here will be the given random number. */
    float random;
    /* Selected coloring parametrization. */
    NodePrincipledHairParametrization parametrization;
};

```

cho más complicado. Este proceso se realiza en `source/blender/blenkernel/intern/node.c`, donde se invocan las funciones de registración de cada nodo disponible. Estas funciones se definen en el archivo `source/blender/nodes/NOD_shader.h`; la correspondiente a nuestro nodo se implementa en `source/blender/nodes/shader/nodes/node_shader_bsdf_hair_principled.c`.

Este archivo especifica:

Snippet 6.3: *Signatura de nuestras funciones de etapa.*

```

/* Inicialización de la clausura */
ccl_device int bsdf_principled_hair_setup(ShaderData *sd,
PrincipledHairBSDF *bsdf);

/* Evaluación del shader. */
ccl_device float3 bsdf_principled_hair_eval(KernelGlobals *kg,
const ShaderData *sd, const ShaderClosure *sc,
const float3 omega_in, float *pdf);

/* Muestreo del shader. */
ccl_device int bsdf_principled_hair_sample(KernelGlobals *kg,
const ShaderClosure *sc, ShaderData *sd, float randu,
float randv, float3 *eval, float3 *omega_in,
float3 *domega_in_dx, float3 *domega_in_dy, float *pdf);

/* Implementación de Filter Glossy limitando la rugosidad efectiva.
↳ */
ccl_device void bsdf_principled_hair_blur(ShaderClosure *sc,
float roughness);

```

- los sockets y sus propiedades (cantidad, tipo, nombre, y rango de valores), como por ejemplo en el Snippet 6.4;
- enumerados, como el de la Figura 6.5;
- las propiedades visuales de nuestro nodo (nombre, tamaño, sockets), como en el Snippet 6.7.

Cada nodo que hace uso de parámetros especiales debe utilizar una *estructura RNA*², ubicada en `source/blender/makesrna/intern/rna_nodetree.c`. Éstas son utilizadas dentro de la función de registración del nodo para enumerar los valores posibles del parámetro. Luego, el parámetro debe ser inicializado y enlazado con la interfaz *socket-backend* en `intern/cycles/blender/blender_shader.cpp`. El último paso para completar la registración es añadir el nodo y la función RNA correspondiente a `source/blender/nodes/NOD_static_types.h`. También es posible agregar en este punto lógica extra para (in)visibilizar parámetros sin usar; ésta es agregada en `node_shader_bsdf_hair_principled.c`, y luego es llamada desde `source/blender/editors/space_node/drawnode.c`.

²Las estructuras RNA serializan las propiedades utilizadas en los archivos `.blend`. Se puede encontrar mayor información en <https://www.blendernation.com/2008/12/01/blender-dna-rna-and-backward-compatibility/> y https://en.blender.org/index.php/Dev:Doc/FAQ#What_is_this_DNA_and_RNA_stuff.3F.

Snippet 6.4: *Ejemplos representativos de sockets del shader. Cada socket se compone, de izquierda a derecha, de: tipo, cantidad, nombre, valor por defecto (uno por cada canal), mínimo y máximo por canal, tipo de propiedad (opcional).*

```

static bNodeSocketTemplate sh_node_bsdf_hair_principled_in[] = {
  /* Ejemplo de socket RGBA. */
  { SOCK_RGBA,      1, N_("Color"),
    ↪ 0.017513f, 0.005763f, 0.002059f, 1.0f, 0.0f, 1.0f},
  /* Ejemplo de socket de punto flotante con cotas. */
  { SOCK_FLOAT,     1, N_("Melanin"),          0.8f,
    ↪ 0.0f, 0.0f, 0.0f, 0.0f, 1.0f, PROP_FACTOR},
  // ..snip..
  /* Ejemplo de socket de triplete. */
  { SOCK_VECTOR,    1, N_("Absorption Coefficient"), 0.245531f,
    ↪ 0.52f, 1.365f, 0.0f, 0.0f, 1000.0f},
  // ..snip..
  /* Ejemplo de socket de punto flotante que usa radianes. */
  { SOCK_FLOAT,     1, N_("Offset"),
    ↪ 2.f*((float)M_PI)/180.f, 0.0f, 0.0f, 0.0f, -M_PI_2, M_PI_2,
    ↪ PROP_ANGLE},
  // ..snip..
  /* Ejemplo de un socket escondido. */
  { SOCK_FLOAT,     1, N_("Random"),          0.0f,
    ↪ 0.0f, 0.0f, 0.0f, 0.0f, 1.0f, PROP_NONE, SOCK_HIDE_VALUE},
  /* Esta entrada marca el fin de la plantilla. */
  { -1, 0, "" },
};

static bNodeSocketTemplate sh_node_bsdf_hair_principled_out[] = {
  /* Ejemplo de socket de salida (BSDF). */
  { SOCK_SHADER, 0, N_("BSDF") },
  /* Esta entrada marca el fin de la plantilla. */
  { -1, 0, "" }
};

```

6.7 Resultados

Nuestro proyecto finalizó de forma exitosa en agosto de 2018, acreditando la totalidad de los objetivos propuestos. Los entregables fueron integrados en los repositorios maestros de Blender en julio y septiembre de 2018³. A continuación, describiremos las características del trabajo entregado.

³El código fuente del shader fue incluido en el repositorio de Blender en la revisión rB5078b9d2d08a34ae3786100c2301ea960165e7f2 y en la versión standalone de Cycles en rC61883b042cdda791b8264cf42e9b127f18baba91. La documentación fue incluida en la revisión rBM4368, y las escenas de prueba en rBL62073.

Snippet 6.5: *Definición formal de un enumerado. Cada valor posible debe definir, de izquierda a derecha: valor, identificador, icono (opcional), nombre legible, descripción (opcional).*

```
static const EnumPropertyItem node_principled_hair_items[] = {
{SHD_PRINCIPLED_HAIR_DIRECT_ABSORPTION,      "ABSORPTION", 0,
  ↳ "Absorption coefficient",  "Directly set the absorption
  ↳ coefficient sigma_a. This is not the most intuitive way to color
  ↳ hair."},
{SHD_PRINCIPLED_HAIR_PIGMENT_CONCENTRATION, "MELANIN", 0, "Melanin
  ↳ concentration",  "Define the melanin concentrations below to
  ↳ get the most realistic-looking hair. You can get the
  ↳ concentrations for different types of hair online."},
{SHD_PRINCIPLED_HAIR_REFLECTANCE,          "COLOR", 0, "Direct
  ↳ coloring",          "Choose the color of your preference, and the
  ↳ shader will approximate the absorption coefficient to render
  ↳ lookalike hair."},
{0, NULL, 0, NULL, NULL}
};
```

6.7.1 Características del shader

El shader, denominado «Principled Hair BSDF», posee las siguientes características (Pharr 2017):

- tres sistemas de color posibles para el cabello: por color RGB, por coeficientes de *concentración y distribución* de melanina, o utilizando directamente el *coeficiente de absorción* del material σ_a ;
- permite modificar la rugosidad longitudinal y acimutal, el índice de refracción del material o IOR, y el ángulo de inclinación de la cutícula;
- implementa el modificador de rugosidad para pelaje (*primary reflection roughness*) propuesto por Chiang *et al.* (2016).

Nuestra versión agrega las funciones adicionales que se detallan a continuación:

Coefficientes lineales de melanina Esto permite abstraer al artista de la concentración específica de cada pigmento, y permite pensarlos como simples porcentajes en el rango [0, 1] mediante un simple mapeo logarítmico y posterior conversión a σ_a :

$$Melanina_{efectiva} = -\log(\max(1.0 - Melanin, 0.0001)) \quad (6.1)$$

$$Eumelanina = Melanina_{efectiva} \times (1.0 - MelaninRedness) \quad (6.2)$$

$$Feomelanina = Melanina_{efectiva} \times MelaninRedness \quad (6.3)$$

$$\sigma(Eumelanina, Feomelanina) = Eumelanina \begin{bmatrix} 0.506 \\ 0.841 \\ 1.653 \end{bmatrix} + Feomelanina \begin{bmatrix} 0.343 \\ 0.733 \\ 1.924 \end{bmatrix} \quad (6.4)$$

Snippet 6.6: *Definición formal de una estructura RNA.*

```
static void def_hair_principled(StructRNA *srna)
{
    PropertyRNA *prop;

    /* Nombre y tipo de la propiedad. */
    prop = RNA_def_property(srna, "parametrization", PROP_ENUM,
        ↪ PROP_NONE);
    /* Nombre del socket (invisible) que la representa. */
    RNA_def_property_enum_sdna(prop, NULL, "custom1");
    /* Nombre y descripción de la propiedad. */
    RNA_def_property_ui_text(prop, "Color parametrization", "Select
        ↪ the shader's color parametrization");
    /* Rango de valores posibles. */
    RNA_def_property_enum_items(prop, node_principled_hair_items);
    /* Valor por defecto. */
    RNA_def_property_enum_default(prop,
        ↪ SHD_PRINCIPLED_HAIR_REFLECTANCE);
    /* Actualizar la apariencia del nodo ante agregado o edición. */
    RNA_def_property_update(prop, NC_NODE | NA_EDITED,
        ↪ "rna_ShaderNode_socket_update");
}
```

Modificador inverso de rugosidad Esto permite pensar a *primary reflection roughness* como un porcentaje de suavidad: 0 para aplicar en su totalidad la rugosidad y 1 para generar una apariencia satinada, debajo de la cual se puede apreciar la rugosidad del cabello.

Tintura Reutilizamos el mapeo definido por Chiang *et al.* (2016) para el coloreo RGB,

$$\sigma(R, G, B) = \left(\frac{\ln(R, G, B)}{5.969 - 0.215\beta_N + 2.532\beta_N^2 - 10.73\beta_N^3 + 5.574\beta_N^4 + 0.245\beta_N^5} \right)^2 \quad (6.5)$$

y lo utilizamos para agregar un tinte al efecto de la melanina en el cabello:

$$\sigma_a = \sigma(Eumelanina, Feomelanina) + \sigma(Tinte) \quad (6.6)$$

Aleatorización Añadimos mayor naturalidad al aspecto del cabello al permitir que color y rugosidad varíen dentro de un rango especificado.

Filtrado El shader permite utilizar la funcionalidad de *Filter Glossy*, que permite a Blender incrementar adaptativamente la rugosidad del cabello y así remover ruido de la imagen.

Para soportar estas funcionalidades, el nodo permite a los artistas manipular los parámetros especificados en la Tabla 6.1:

Snippet 6.7: *Definición de la apariencia visual del nodo.*

```

void register_node_type_sh_bsdf_hair_principled(void)
{
    static bNodeType ntype;

    /* Definición de la apariencia base: es un shader. */
    sh_node_type_base(&ntype, SH_NODE_BSDF_HAIR_PRINCIPLED,
        ↪ "Principled Hair BSDF", NODE_CLASS_SHADER, 0);
    /* Es un nodo nuevo. */
    node_type_compatibility(&ntype, NODE_NEW_SHADING);
    /* Tiene estos sockets. */
    node_type_socket_templates(&ntype,
        ↪ sh_node_bsdf_hair_principled_in,
        ↪ sh_node_bsdf_hair_principled_out);
    /* Tamaño grande. */
    node_type_size_preset(&ntype, NODE_SIZE_LARGE);
    /* Si utiliza sockets enumerados, esta función los inicializa. */
    node_type_init(&ntype, node_shader_init_hair_principled);
    /* Si utiliza almacenamiento, esta función lo guarda. */
    node_type_storage(&ntype, "", NULL, NULL);
    /* Si el nodo cambia según el valor del enumerado, esta función
        ↪ lo actualiza. */
    node_type_update(&ntype, node_shader_update_hair_principled,
        ↪ NULL);

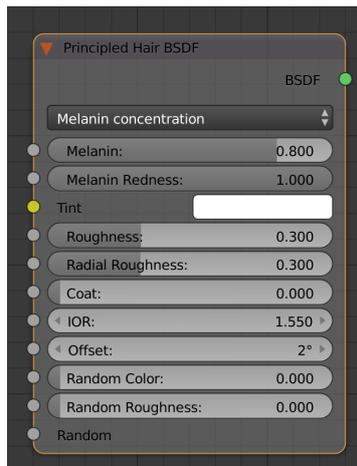
    nodeRegisterType(&ntype);
}

```

- *Color parameterization* especifica el sistema de color para el cabello (RGB, melanina o por coeficiente σ_a);
- *Color* permite seleccionar el color RGB del cabello;
- *Melanin* y *Melanin Redness* permiten seleccionar el porcentaje de pigmento en el cabello y su distribución entre eumelanina pura (0.0) y feomelanina (1.0);
- *Tint* es el color RGB a aplicar como tintura. Éste es aplicado de forma aditiva, por lo que el color blanco preserva el color original del cabello;
- *Absorption coefficient* permite especificar el coeficiente de absorción σ_a ;
- *Roughness* y *Radial Roughness* son la rugosidad longitudinal y acimutal, respectivamente;
- *Coat* especifica el *primary reflection roughness* de forma inversa: 0.0 para aplicar la totalidad de la rugosidad al modo *R*, 1.0 para desactivarla y así generar una capa brillante sobre el cabello;
- *IOR* para el índice de refracción;

Tabla 6.1: *Parámetros de «Principled Hair BSDF».*

Nombre	Rango	Valor por defecto
Color parameterization	Direct coloring, Melanin concentration, o Absorption coefficient	Direct
Color	$(R, G, B) \in [0.0, 1.0]^3$	(0.017513, 0.005763, 0.002059)
Melanin	0.0 a 1.0	0.8
Melanin Redness	0.0 a 1.0	1.0
Tint	Ídem Color	(1.0, 1.0, 1.0)
Absorption coefficient	$(R, G, B) \in \mathbb{R}_{\geq 0}^3$	(0.245531, 0.52, 0.365)
Roughness	0.0 a 1.0	0.3
Radial Roughness	0.0 a 1.0	0.3
Coat	0.0 a 1.0	0.0
IOR	$\mathbb{R}_{\geq 0}$	1.55
Offset	0° a 90°	2°
Random Color	0.0 a 1.0	0.0
Random Roughness	0.0 a 1.0	0.0
Random	0.0 a 1.0	RNG de Blender

Figura 6.6: *Apariencia visual de «Principled Hair BSDF», según cada modo de coloreado.***(a)** *RGB.***(b)** *Coefficientes de melanina.***(c)** *Coefficiente de absorción.*

- *Offset* es el ángulo de inclinación de la cutícula;
- *Random color* y *Random Roughness* para introducir una variación aleatoria de *Melanin* y de *Roughness*, respectivamente. El rango es $0.0 = x \pm 0\%$ a $1.0 = x \pm 50\%$, donde x es el parámetro a variar.

La apariencia final del mismo puede observarse en la Figura 6.6.

6.7.2 Opiniones de los usuarios

El shader fue muy bien recibido por la comunidad artística. La inmensa mayoría de las opiniones agradecieron el aporte realizado, por su facilidad de uso y adaptabilidad; sin embargo, algunas voces resaltaron la imposibilidad de romper las leyes de la Física para obtener resultados

Figura 6.7: Comparación entre el shader original de Blender y nuestro shader. Nótese cómo, ante igual modelo e iluminación, el pelaje facial de Judy se muestra de forma más acabada con nuestro shader. (Imágenes generadas por el usuario de BlenderArtists Tomboz.)

(a) Antes



(b) Después



Figura 6.8: Otra comparación entre el shader original de Blender y nuestro shader. Nótese cómo, ante igual modelo e iluminación, el pelaje facial del cobayo tiene mucho más detalle en los reflejos. (Imágenes generadas por el usuario de BlenderArtists BlueGuineaPig.)

(a) Antes



(b) Después



personalizados⁴. Como parte de la integración del shader al código de Blender, los desarrolladores subieron un video a YouTube⁵ para promocionar este desarrollo. A noviembre de 2018, este video tiene más de 30 000 visitas y 1700 “me gusta”.

Uno de los puntos fuertes del shader presentado es la calidad de la iluminación. Como puede observarse en la Figura 6.7, el pelaje de color claro se renderiza con un mayor nivel de precisión física que con el shader anterior. Idéntico efecto puede observarse también en cabellos oscuros, como por ejemplo el cobayo de la Figura 6.8. Para cerrar esta sección, presentamos los renders utilizados como demostración, en la Figura 6.9.

⁴Esta funcionalidad no fue añadida por decisión de los desarrolladores de Blender.

⁵<https://www.youtube.com/watch?v=xNIGsmZ6osk>

Figura 6.9: Resultados obtenidos con nuestro shader. Los modelos masculinos y respectivos cortes de cabello son cortesía de Chris Kuipka, renderizados por Brecht van Lommel. El modelo símil Judy es cortesía del usuario de BlenderArtists Tomboz.



6.8 Conclusiones

Este capítulo describió el proceso de desarrollo del shader descrito por Chiang *et al.* (2016), en el contexto de un certamen internacional y bajo la tutela de un conocido proyecto open-source. Durante este proyecto, aprendimos cómo llevar a cabo un proceso de desarrollo de software en contacto continuo con líderes del área en Europa y Estados Unidos.

El desarrollo de este proyecto nos deja en claro varias líneas de trabajo para futuros desarrolladores de Blender. Por ejemplo, podría investigarse el comportamiento del shader ante cabello de diámetros muy pequeños ($30\ \mu\text{m}$), ya que actualmente presenta resultados con ruido excesivo. En lo que concierne al proceso de prueba, sería ideal formalizar algún sistema e.g. Travis CI para generar versiones de prueba de forma automatizada y que éstas puedan ser guardadas de forma fiable. Existen alternativas de la comunidad como, por ejemplo, GraphicAll.org, pero obviamente no están integradas a la infraestructura de Blender.

En conclusión, el proyecto fue completamente exitoso. Se entregó un shader completamente funcional que cumple con y extiende las especificaciones del utilizado en *Zootopia*. Asimismo, también documentamos la utilización del mismo y, desde una óptica de desarrollador, el proceso de implementación de un shader para Blender, y las dificultades encontradas.

7

Conclusiones y trabajo futuro

La representación virtual de pelo y pelaje es un área de la Computación Gráfica que ha visto una gran cantidad de avances en la última década, no solamente de la mano de la Ley de Moore – el abaratamiento del poder de cómputo – sino también por la aparición de numerosos desarrollos para representar distintas características tanto físicas como ópticas.

Al principio de este trabajo, hemos planteado que el mismo está motivado por el lanzamiento en 2012 de la película ganadora del Academy Award®, *Valiente*. Nuestra pregunta central fue *¿cómo lo hicieron?*, para lo cual determinamos que una respuesta digna de tal logro cinematográfico debería seguir los lineamientos identificados por d'Eon *et al.* (2011): debíamos analizar los aspectos del *modelado*, la *animación*, y el *sombreado*. El lanzamiento de la película *Zootopia* en 2016 reveló que esta respuesta también debía cubrir la representación del pelaje animal.

En conclusión, responder a la pregunta planteada nos condujo a la realización de las siguientes contribuciones al área:

1. Un estudio del arte de las técnicas de modelado, animación, y sombreado de pelo y pelaje, consolidando y actualizando los trabajos previos realizados por Bao *et al.* (2018), Magnenat-Thalmann *et al.* (2000) y Ward *et al.* (2007a), junto con el estudio de las características físicas y ópticas de las fibras capilares desarrollado en francés por Bertails (2006).
2. Para cada aspecto de la simulación de pelo y pelaje (modelado, animación, sombreado), hemos integrado tablas que no solamente organizan las técnicas analizadas en grupos de

Tabla 7.1: *Técnicas de animación utilizadas en producciones cinematográficas.*

Autores	Uso en
Hadap (2006)	<i>Madagascar</i> (2005)
Petrovic <i>et al.</i> (2006)	<i>Los Increíbles</i> (2006)
Iben <i>et al.</i> (2013)	<i>Valiente</i> (2012)
Gornowicz <i>et al.</i> (2015)	<i>Home</i> (2015)

Tabla 7.2: *Técnicas de sombreado utilizadas en producciones cinematográficas.*

Autores	Uso en
Goldman (1997)	<i>101 Dálmatas</i> (1997)
Sadeghi <i>et al.</i> (2010a)	<i>Enredados</i> (2010)
Hery <i>et al.</i> (2012)	<i>Monsters University</i> (2013)
Pekelis <i>et al.</i> (2015)	<i>Buscando a Dory</i> (2015)
Chiang <i>et al.</i> (2016)	<i>Un Gran Dinosaurio</i> (2015)
	Modelo por defecto en Renderman
	<i>Zootopia</i> (2016)
	El presente trabajo (Capítulo 6)
	Modelo por defecto en Blender

acuerdo a tipo y año, sino que también detallan en cada aspecto las características que determinan la correctitud física de un modelo, y su aplicación a cada una de las técnicas analizadas. Asimismo, hemos enumerado aquellos modelos con uso en producciones cinematográficas; éstos son aquí resumidos en las Tablas 7.1 y 7.2.

3. Diseño y desarrollo de un shader completamente funcional que cumple con y extiende las especificaciones del utilizado en *Zootopia*, para la suite de desarrollo 3D Blender; además, también documentamos la utilización del mismo y, desde una óptica de desarrollador, el proceso de implementación de un shader para Blender, así como también las dificultades encontradas.

A lo largo del presente trabajo, hemos detallado distintas alternativas de investigación y posible mejoras. En lo que respecta al modelado,

- La principal dificultad del modelado es actualmente la imposibilidad de representar o reconstruir características específicas del peinado. En particular, rulos, ondas y rizos requieren propuestas específicas como la de Luo *et al.* (2013a). Las técnicas basadas en redes neurales son un caso particular, ya que es imposible probarlas si las bases de datos no contienen modelos con estas características. Asimismo, no existen técnicas que soporten la representación de peinados estructuralmente complejos, salvo la propuesta de Hu *et al.* (2014a) aplicable a trenzas.
- Otro punto a mejorar en el aspecto del modelado es la reusabilidad y editabilidad de las representaciones virtuales. Es de vital importancia la especificación de una metodología

para convertir la geometría de las fibras a una forma que admita simulación. Exceptuando a Hu *et al.* (2017b), Vanakittistien *et al.* (2016) y Yu *et al.* (2014), y aquellos trabajos basados en Super-Hélices, la mayoría de los trabajos no hace mención específica a este punto.

- Con respecto al diseño de las fibras virtuales, dos puntos calientes son la distribución de los folículos pilosos y la coherencia a nivel de fibras. Por una parte, las propuestas reseñadas suelen asumir una distribución estadísticamente uniforme, que no necesariamente se corresponde con el original físico.
- Por otra parte, los métodos suelen diseñarse para la reconstrucción de características globales del peinado; de este modo, son incapaces de representar las particularidades de las fibras individuales, lo cual es crítico para darle al peinado final un efecto realista.

El segundo aspecto de la representación virtual de pelo y pelaje es la animación, a nuestro juicio, una de las partes más interesantes del área. Esto es debido a la falta de consenso sobre un modelo que implemente completamente su dinámica.

- En primer lugar, sería interesante la aplicación en cinematografía de las Super-Hélices propuestas por Bertails (2006), quien logró una representación unificada de cabellos lacio, rizado y con rulos. En este mismo sentido, sería interesante ver avances en su integración con métodos basados en pelos guía.
- Otro requisito clave para la utilización cinematográfica de los modelos es lo que Sadeghi *et al.* (2010a) llaman la *artista-amigabilidad*. Sería interesante que desarrollos posteriores posean como uno de sus principales objetivos este requisito. En este sentido, nos preguntamos si desarrollos posteriores podrían alcanzar el nivel de detalle sobre los parámetros físicos que posee la propuesta de Hadap (2006).
- Finalmente, y considerando la dificultad de obtener imágenes libres que representen el efecto dinámico de cada uno de los modelos, sería muy útil para desarrollos futuros tener un conjunto de datos de referencia de movimiento de pelo e implementaciones de cada uno de los modelos, de forma tal de poder compararlos automáticamente.

El sombreado de pelo es otro sector caliente en la Computación Gráfica, ya que sus avances encuentran aplicación inmediata tanto en películas como en aplicaciones de tiempo real. Sin embargo, los avances en el área requieren, en algunos casos, grandes cantidades de recursos computacionales.

- Con respecto a la distribución de la iluminación, mejoras posibles para reducir su costo de cómputo podrían incluir el uso de la distribución logística (Chiang *et al.* 2016) o aproximaciones más especializadas a la normal, y la compresión de datos (Yan *et al.* 2017b) para aquellos modelos que requieren precómputo previo.

- Sería útil investigar si es posible obtener aproximaciones razonables, tales como las propuestas por Xu *et al.* (2011), para aplicar modelos de uso cinematográfico a aplicaciones de tiempo real.
- Asimismo, la prevalencia de la animación por computadora en la industria cinematográfica hace imperioso que los modelos sean fáciles de usar para el artista. En este sentido, sería interesante aplicar las técnicas propuestas por Sadeghi *et al.* (2010a) al estado del arte Chiang *et al.* (2016) y Pekelis *et al.* (2015).
- Por el lado de la precisión, Khungurn *et al.* (2017) detectó la existencia de un modo adicional no previsto por ningún modelo previo, el cual debería ser analizado en el contexto de otras propuestas. También es de interés ver cómo modelar la excentricidad de las fibras, ya que la inmensa mayoría de los modelos hacen uso de la suposición de fibra circular de Marschner *et al.* (2003).
- Finalmente, la creación de un conjunto de datos de referencia de fibras capilares, similar al provisto por Yan *et al.* (2015) para pelajes, sería muy provechoso para desarrollos futuros. En esta misma línea, sería muy útil implementar la totalidad del estado del arte para verificar los recursos necesarios y la exactitud alcanzada con respecto a las referencias existentes.

Hemos descrito, como aplicación de los conocimientos adquiridos durante el desarrollo de la tesis, la implementación del modelo de sombreado presentado por Chiang *et al.*, en el contexto de una pasantía del certamen Google Summer of Code, y bajo la tutela de la Blender Foundation. Este desarrollo nos dejó en claro varias líneas de trabajo para futuros colaboradores:

- Podría investigarse el comportamiento del shader ante fibras de diámetro muy pequeño (30 μm), ya que actualmente presenta resultados con ruido excesivo.
- En lo que concierne al proceso de prueba, sería ideal formalizar algún sistema e.g. Travis CI para generar versiones de prueba de forma automatizada y que éstas puedan ser guardadas de forma fiable. Existen alternativas de la comunidad como, por ejemplo, el sitio GraphicAll.org, pero no están integradas a la infraestructura de Blender.

« Algunos dicen que nuestra suerte está más allá de nuestro control. Que no somos dueños del destino. Pero yo sé que no es así. Nuestro destino vive dentro de nosotros. Sólo hay que ser valiente para verlo.»

—Princesa Mérida, Valiente

Bibliografía

- Anjyo, K.-i. *et al.* (1992). «A Simple Method for Extracting the Natural Beauty of Hair». En: *Proceedings of the 19th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques*. SIGGRAPH '92. New York, NY, USA: ACM, págs. 111-120. ISBN: 0-89791-479-1. DOI: 10.1145/133994.134021 (vid. págs. 19, 35, 36, 44).
- Audoly, B. *et al.* (2010). *Elasticity and Geometry: From Hair Curls to the Non-Linear Response of Shells*. Oxford, UK: Oxford University Press. ISBN: 978-0-1985-0625-6 (vid. págs. 3, 34, 45).
- Bando, Y. *et al.* (2003). «Animating Hair with Loosely Connected Particles». En: *Computer Graphics Forum* 22.3, págs. 411-418. ISSN: 1467-8659. DOI: 10.1111/1467-8659.00688 (vid. págs. 14, 52).
- Banks, D. C. (1994). «Illumination in Diverse Codimensions». En: *Proceedings of the 21st Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques*. SIGGRAPH '94. New York, NY, USA: ACM, págs. 327-334. ISBN: 0-89791-667-0. DOI: 10.1145/192161.192246 (vid. pág. 69).
- Bao, Y. *et al.* (ago. de 2014). «A Lagrange Equations-Based Hair Simulation Method». En: *2014 International Conference on Virtual Reality and Visualization*, págs. 226-230. DOI: 10.1109/ICVRV.2014.21 (vid. págs. 41, 46, 51).
- Bao, Y. *et al.* (2016). «Realistic hair modeling from a hybrid orientation field». En: *The Visual Computer* 32.6, págs. 729-738. ISSN: 1432-2315. DOI: 10.1007/s00371-016-1240-1 (vid. págs. 25, 27).
- (2017). «An Adaptive Floating Tangents Fitting with Helices Method for Image-based Hair Modeling». En: *Proceedings of the Computer Graphics International Conference*. CGI '17. Yokohama, Japan: ACM, págs. 26:1-26:5. ISBN: 978-1-4503-5228-4. DOI: 10.1145/3095140.3095166 (vid. págs. 25, 27).
- (23 de mar. de 2018). «A Survey of Image-Based Techniques for Hair Modeling». En: *IEEE Access* 6, págs. 18670-18684. ISSN: 2169-3536. DOI: 10.1109/ACCESS.2018.2818795 (vid. págs. 3, 13, 15, 19, 21, 121).

- Beeler, T. *et al.* (ago. de 2012). «Coupled 3D reconstruction of sparse facial hair and skin». En: *ACM Trans. Graph.* 31.4. ISSN: 0730-0301. DOI: 10.1145/2185520.2185613 (vid. págs. 25, 27).
- Bender, J. *et al.* (2017). «A Survey on Position Based Dynamics, 2017». En: *EG 2017 - Tutorials*. Ed. por Bousseau, A. *et al.* EG '17. Lyon, France: The Eurographics Association. DOI: 10.2312/egt.20171034 (vid. pág. 41).
- Bergou, M. *et al.* (2008). «Discrete Elastic Rods». En: *ACM SIGGRAPH 2008 Papers*. SIGGRAPH '08. Los Angeles, CA, USA: ACM, págs. 63:1-63:12. ISBN: 978-1-4503-0112-1. DOI: 10.1145/1399504.1360662 (vid. págs. 31, 41, 45, 46).
- Bergou, M. *et al.* (2010). «Discrete Viscous Threads». En: *ACM SIGGRAPH 2010 Papers*. SIGGRAPH '10. Los Angeles, CA, USA: ACM, págs. 116:1-116:10. ISBN: 978-1-4503-0210-4. DOI: 10.1145/1833349.1778853 (vid. pág. 55).
- Bertails, F. *et al.* (2003). «Adaptive Wisp Tree: A Multiresolution Control Structure for Simulating Dynamic Clustering in Hair Motion». En: *Proceedings of the 2003 ACM SIGGRAPH/Eurographics Symposium on Computer Animation*. SCA '03. San Diego, California: The Eurographics Association, págs. 207-213. ISBN: 1-58113-659-5. DOI: 10.2312/SCA03/207-213. OAI: hal.inria.fr:inria-00519007 (vid. pág. 54).
- Bertails, F. (jun. de 2006). «Simulation de chevelures virtuelles». Tesis doctoral. Grenoble, FR: Institut National Polytechnique de Grenoble - INPG. OAI: tel.archives-ouvertes.fr:tel-00105799 (vid. págs. 1-3, 6, 9-11, 13, 40, 56, 121, 123).
- (2009). «Linear Time Super-Helices». En: *Computer Graphics Forum* 28.2, págs. 417-426. ISSN: 1467-8659. DOI: 10.1111/j.1467-8659.2009.01381.x. OAI: hal.inria.fr:inria-00384727 (vid. págs. 41, 46).
- Bertails, F. *et al.* (ago. de 2005). «Predicting Natural Hair Shapes by Solving the Statics of Flexible Rods». En: *Eurographics Short Papers*. Ed. por Dingliana, J. *et al.* Dublin, Ireland: The Eurographics Association. DOI: 10.2312/egs.20051029. OAI: hal.inria.fr:inria-00402611 (vid. págs. 22, 40, 45, 46, 48, 51, 54).
- Bertails, F. *et al.* (2006). «Super-helices for Predicting the Dynamics of Natural Hair». En: *ACM SIGGRAPH 2006 Papers*. SIGGRAPH '06. Boston, Massachusetts: ACM, págs. 1180-1187. ISBN: 1-59593-364-6. DOI: 10.1145/1179352.1142012. OAI: hal.inria.fr:inria-00384718 (vid. págs. 9, 11, 28, 31, 40, 41, 46, 51, 52).
- Bertails, F. *et al.* (2008). «Realistic Hair Simulation: Animation and Rendering». En: *ACM SIGGRAPH 2008 Classes*. SIGGRAPH '08. Los Angeles, CA, USA: ACM, págs. 89:1-89:154. DOI: 10.1145/1401132.1401247. OAI: hal.inria.fr:inria-00520270 (vid. págs. 3, 34).
- Bonneel, N. *et al.* (2009). «Single Photo Estimation of Hair Appearance». En: *Computer Graphics Forum* 28.4, págs. 1171-1180. ISSN: 1467-8659. DOI: 10.1111/j.1467-8659.2009.01494.x (vid. pág. 99).

- Cani, M.-P. *et al.* (sep. de 2006). «Hair Interactions». En: *Eurographics Tutorial*. Vienna, Austria. OAI: hal.inria.fr:inria-00520150 (vid. pág. 11).
- Carrlee, E. *et al.* (2011). «The Alaska Fur ID Project: A virtual resource for material identification». En: *Objects Specialty Group Postprints* 18. Ed. por Balachandran, S. *et al.*, págs. 149-171. URL: <http://resources.conservation-us.org/osg-postprints/postprints/v18/carrlee/> (vid. págs. 6, 7).
- Casati, R. *et al.* (jul. de 2013). «Super Space Clothoids». En: *ACM Trans. Graph.* 32.4, págs. 48:1-48:12. ISSN: 0730-0301. DOI: 10.1145/2461912.2461962. OAI: hal.inria.fr:hal-00840335 (vid. págs. 41, 46).
- Chai, M. *et al.* (jul. de 2012). «Single-view Hair Modeling for Portrait Manipulation». En: *ACM Trans. Graph.* 31.4, págs. 116:1-116:8. ISSN: 0730-0301. DOI: 10.1145/2185520.2185612 (vid. págs. 21-23).
- Chai, M. *et al.* (jul. de 2013). «Dynamic Hair Manipulation in Images and Videos». En: *ACM Trans. Graph.* 32.4, págs. 75:1-75:8. ISSN: 0730-0301. DOI: 10.1145/2461912.2461990 (vid. págs. 20-23, 25, 28-30).
- Chai, M. *et al.* (jul. de 2014). «A Reduced Model for Interactive Hairs». En: *ACM Trans. Graph.* 33.4, págs. 124:1-124:11. ISSN: 0730-0301. DOI: 10.1145/2601097.2601211 (vid. págs. 33, 48).
- Chai, M. *et al.* (oct. de 2015). «High-quality Hair Modeling from a Single Portrait Photo». En: *ACM Trans. Graph.* 34.6, págs. 204:1-204:10. ISSN: 0730-0301. DOI: 10.1145/2816795.2818112 (vid. pág. 22).
- Chai, M. *et al.* (jul. de 2016). «AutoHair: Fully Automatic Hair Modeling from a Single Image». En: *ACM Trans. Graph.* 35.4, págs. 116:1-116:12. ISSN: 0730-0301. DOI: 10.1145/2897824.2925961 (vid. págs. 20, 23, 24).
- Chang, J. T. *et al.* (2002). «A Practical Model for Hair Mutual Interactions». En: *Proceedings of the 2002 ACM SIGGRAPH/Eurographics Symposium on Computer Animation*. SCA '02. San Antonio, Texas: ACM, págs. 73-80. ISBN: 1-58113-573-4. DOI: 10.1145/545261.545273 (vid. págs. 33, 39, 45, 50, 51, 55).
- Chen, H. *et al.* (jul. de 2006). «A generative sketch model for human hair analysis and synthesis». En: *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 28.7, págs. 1025-1040. ISSN: 0162-8828. DOI: 10.1109/TPAMI.2006.131 (vid. pág. 17).
- Chen, L.-H. *et al.* (1999). «A system of 3D hair style synthesis based on the wisp model». En: *The Visual Computer* 15.4, págs. 159-170. ISSN: 1432-2315. DOI: 10.1007/s003710050169 (vid. págs. 15, 16, 47, 48).
- Chen, Y. *et al.* (2018). «Capture of hair geometry using white structured light». En: *Computer-Aided Design* 96, págs. 31-41. ISSN: 0010-4485. DOI: 10.1016/j.cad.2017.10.006 (vid. pág. 26).

- Chiang, M. J.-Y. *et al.* (2016). «A Practical and Controllable Hair and Fur Model for Production Path Tracing». En: *Computer Graphics Forum* 35.2, págs. 275-283. ISSN: 1467-8659. DOI: 10.1111/cgf.12830 (vid. págs. 2, 6, 84, 90, 98, 100, 104, 115, 116, 120, 122-124).
- Choe, B. *et al.* (mar. de 2005a). «A statistical wisp model and pseudophysical approaches for interactive hairstyle generation». En: *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics* 11.2, págs. 160-170. ISSN: 1077-2626. DOI: 10.1109/TVCG.2005.20 (vid. págs. 14-16, 19).
- Choe, B. *et al.* (2005b). «Simulating Complex Hair with Robust Collision Handling». En: *Proceedings of the 2005 ACM SIGGRAPH/Eurographics Symposium on Computer Animation*. Ed. por Terzopoulos, D. *et al.* SCA '05. Los Angeles, CA, USA: ACM, págs. 153-160. ISBN: 1-59593-198-8. DOI: 10.1145/1073368.1073389 (vid. págs. 15, 39, 45, 48).
- d'Eon, E. *et al.* (2011). «An Energy-Conserving Hair Reflectance Model». En: *Computer Graphics Forum* 30.4, págs. 1181-1187. ISSN: 1467-8659. DOI: 10.1111/j.1467-8659.2011.01976.x (vid. págs. 83-85, 89-91, 100, 121).
- d'Eon, E. *et al.* (2013). «Importance Sampling for Physically-based Hair Fiber Models». En: *SIGGRAPH Asia 2013 Technical Briefs*. SA '13. Hong Kong, Hong Kong: ACM, págs. 25:1-25:4. ISBN: 978-1-4503-2629-2. DOI: 10.1145/2542355.2542386 (vid. págs. 84-86, 100).
- (2014). «A Fiber Scattering Model with Non-separable Lobes». En: *ACM SIGGRAPH 2014 Talks*. SIGGRAPH '14. Vancouver, Canada: ACM, págs. 46:1-46:1. ISBN: 978-1-4503-2960-6. DOI: 10.1145/2614106.2614161 (vid. págs. 86, 100).
- Daldegan, A. *et al.* (1993). «An Integrated System for Modeling, Animating and Rendering Hair». En: *Computer Graphics Forum* 12.3, págs. 211-221. ISSN: 1467-8659. DOI: 10.1111/1467-8659.1230211 (vid. págs. 37, 43, 44, 47, 48).
- De la Mettrie, R. *et al.* (jun. de 2007). «Shape variability and classification of human hair: a worldwide approach». En: *Human biology* 79.3, págs. 265-281. ISSN: 0018-7143. DOI: 10.1353/hub.2007.0045 (vid. pág. 8).
- Deedrick, D. W. *et al.* (ene. de 2004a). «Microscopy of Hair Part 1: A Practical Guide and Manual for Human Hairs». En: *Forensic Science Communications* 6.1. URL: https://archives.fbi.gov/archives/about-us/lab/forensic-science-communications/fsc/jan2004/research/2004_01_research01b.htm (vid. págs. 6, 7).
- (jul. de 2004b). «Microscopy of Hair Part II: A Practical Guide and Manual for Animal Hairs». En: *Forensic Science Communications* 6.3. URL: https://archives.fbi.gov/archives/about-us/lab/forensic-science-communications/fsc/july2004/research/2004_03_research02.htm (vid. págs. 6, 7).
- Derouet-Jourdan, A. *et al.* (nov. de 2013). «Inverse Dynamic Hair Modeling with Frictional Contact». En: *ACM Trans. Graph.* 32.6, págs. 159:1-159:10. ISSN: 0730-0301. DOI: 10.1145/2508363.2508398. OAI: hal.inria.fr:hal-00857559 (vid. pág. 31).

- Ding, Z. *et al.* (sep. de 2016). «Single-View Hair Modeling Based on Orientation and Helix Fitting». En: *2016 International Conference on Virtual Reality and Visualization (ICVRV)*. 16, págs. 286-291. ISBN: 978-1-5090-5188-5. DOI: 10.1109/ICVRV.2016.54 (vid. pág. 22).
- Echevarria, J. I. *et al.* (jul. de 2014). «Capturing and Stylizing Hair for 3D Fabrication». En: *ACM Trans. Graph.* 33.4, págs. 125:1-125:11. ISSN: 0730-0301. DOI: 10.1145/2601097.2601133 (vid. pág. 26).
- Fascione, L. *et al.* (2017). «Path Tracing in Production - Part 1: Production Renderers». En: *ACM SIGGRAPH 2017 Courses*. SIGGRAPH '17. Los Angeles, CA, USA: ACM, págs. 13:1-13:39. ISBN: 978-1-4503-5014-3. DOI: 10.1145/3084873.3084904. URL: <http://jo.dreggn.org/path-tracing-in-production/part1.pdf> (vid. pág. 89).
- Fei, Y. (*et al.* (jul. de 2017). «A Multi-scale Model for Simulating Liquid-hair Interactions». En: *ACM Trans. Graph.* 36.4, págs. 56:1-56:17. ISSN: 0730-0301. DOI: 10.1145/3072959.3073630 (vid. pág. 55).
- Fu, H. *et al.* (2007). «Sketching hairstyles». En: *Proceedings of the 4th Eurographics workshop on Sketch-based interfaces and modeling*. SBIM07. Riverside, CA, USA: Association for Computing Machinery, págs. 31-36. DOI: 10.1145/1384429.1384439 (vid. pág. 18).
- Geng, J. (jun. de 2011). «Structured-light 3D surface imaging: a tutorial». En: *Adv. Opt. Photon.* 3.2, págs. 128-160. DOI: 10.1364/AOP.3.000128 (vid. pág. 26).
- Goldman, D. B. (1997). «Fake Fur Rendering». En: *Proceedings of the 24th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques*. SIGGRAPH '97. New York, NY, USA: ACM Press/Addison-Wesley Publishing Co., págs. 127-134. ISBN: 0-89791-896-7. DOI: 10.1145/258734.258807 (vid. págs. 70, 99, 122).
- Google LLC (2018a). *About | Google Summer of Code*. URL: <https://summerofcode.withgoogle.com/about/> (vid. pág. 102).
- (2018b). *How it works | Google Summer of Code*. URL: <https://summerofcode.withgoogle.com/how-it-works/> (vid. pág. 102).
- Gornowicz, G. *et al.* (2015). «Efficient and Stable Approach to Elasticity and Collisions for Hair Animation». En: *Proceedings of the 2015 Symposium on Digital Production*. DigiPro '15. Los Angeles, CA, USA: ACM, págs. 41-49. ISBN: 978-1-4503-3718-2. DOI: 10.1145/2791261.2791271 (vid. págs. 41, 45, 46, 122).
- Grabli, S. *et al.* (2002). «Image-Based Hair Capture by Inverse Lighting». En: *Proceedings of Graphics Interface (GI)*. Calgary, Alberta, Canada, págs. 51-58. OAI: hal.inria.fr:inria-00510036 (vid. pág. 25).
- Guarnera, D. *et al.* (2016). «BRDF Representation and Acquisition». En: *Computer Graphics Forum* 35.2, págs. 625-650. ISSN: 1467-8659. DOI: 10.1111/cgf.12867 (vid. págs. 57, 67, 96).

- Hadap, S. (2006). «Oriented Strands - Dynamics of Stiff Multi-Body System». En: *ACM SIG-GRAPH / Eurographics Symposium on Computer Animation*. Ed. por Cani, M.-P. et al. SCA '06. Aire-la-Ville, Switzerland, Switzerland: The Eurographics Association. ISBN: 3-905673-34-7. DOI: 10.2312/SCA/SCA06/091-100 (vid. págs. 39, 44, 45, 49, 56, 122, 123).
- Hadap, S. et al. (2000). «Interactive Hair Styler based on Fluid Flow». En: *Computer Animation and Simulation 2000*. Ed. por Magnenat-Thalmann, N. et al. Vienna: Springer Vienna, págs. 87-99. ISBN: 978-3-7091-6344-3. DOI: 10.1007/978-3-7091-6344-3_7 (vid. pág. 19).
- (2001). «Modeling Dynamic Hair as a Continuum». En: *Computer Graphics Forum* 20.3, págs. 329-338. ISSN: 1467-8659. DOI: 10.1111/1467-8659.00525 (vid. págs. 38, 39, 43, 45, 49, 50, 55).
- Han, D. et al. (2012). «Real-time Hair Simulation with Efficient Hair Style Preservation». En: *Workshop on Virtual Reality Interaction and Physical Simulation*. Ed. por Bender, J. et al. The Eurographics Association. ISBN: 978-3-905673-96-8. DOI: 10.2312/PE/vriphys/vriphys12/045-051 (vid. págs. 42, 47).
- (2013). «Tridiagonal Matrix Formulation for Inextensible Hair Strand Simulation». En: *Workshop on Virtual Reality Interaction and Physical Simulation*. Ed. por Bender, J. et al. The Eurographics Association. ISBN: 978-3-905674-57-6. DOI: 10.2312/PE.vriphys.vriphys13.011-016 (vid. págs. 43, 47).
- Hernandez, B. et al. (jun. de 2004). «Hair Paint». En: *Proceedings of the Computer Graphics International*. CGI '04. Washington, DC, USA: IEEE Computer Society, págs. 578-581. ISBN: 0-7695-2171-1. DOI: 10.1109/CGI.2004.1309267 (vid. pág. 15).
- Herrera, T. L. et al. (nov. de 2012). «Lighting Hair from the Inside: A Thermal Approach to Hair Reconstruction». En: *ACM Trans. Graph.* 31.6, págs. 146:1-146:9. ISSN: 0730-0301. DOI: 10.1145/2366145.2366165 (vid. págs. 25, 27).
- Hery, C. et al. (jun. de 2012). «Importance Sampling of Reflection from Hair Fibers». En: *Journal of Computer Graphics Techniques* 1.1, págs. 1-17. URL: <http://jcgt.org/published/0001/01/01/> (vid. págs. 82, 84, 100, 122).
- Hu, L. et al. (nov. de 2014a). «Capturing Braided Hairstyles». En: *ACM Trans. Graph.* 33.6, págs. 225:1-225:9. ISSN: 0730-0301. DOI: 10.1145/2661229.2661254 (vid. págs. 21, 28, 31, 122).
- Hu, L. et al. (jul. de 2014b). «Robust Hair Capture Using Simulated Examples». En: *ACM Trans. Graph.* 33.4, págs. 126:1-126:10. ISSN: 0730-0301. DOI: 10.1145/2601097.2601194 (vid. págs. 28, 31).
- (jul. de 2015). «Single-view Hair Modeling Using a Hairstyle Database». En: *ACM Trans. Graph.* 34.4, págs. 125:1-125:9. ISSN: 0730-0301. DOI: 10.1145/2766931 (vid. pág. 23).

- Hu, L. *et al.* (nov. de 2017a). «Avatar Digitization from a Single Image for Real-time Rendering». En: *ACM Trans. Graph.* 36.6, págs. 195:1-195:14. ISSN: 0730-0301. DOI: 10.1145/3130800.1310887 (vid. págs. 23, 24).
- Hu, L. *et al.* (2017b). «Simulation-Ready Hair Capture». En: *Computer Graphics Forum* 36.2, págs. 281-294. DOI: 10.1111/cgf.13126 (vid. págs. 29, 31, 123).
- Iben, H. *et al.* (2013). «Artistic Simulation of Curly Hair». En: *Proceedings of the 12th ACM SIGGRAPH/Eurographics Symposium on Computer Animation*. SCA '13. Anaheim, California, USA: ACM, págs. 63-71. ISBN: 978-1-4503-2132-7. DOI: 10.1145/2485895.2485913. URL: <http://graphics.pixar.com/library/CurlyHairB/> (vid. págs. 33, 37, 44, 51, 122).
- Jakob, W. *et al.* (2009). «Capturing Hair Assemblies Fiber by Fiber». En: *ACM SIGGRAPH Asia 2009 Papers*. SIGGRAPH Asia '09. Yokohama, Japan: ACM, págs. 164:1-164:9. ISBN: 978-1-60558-858-2. DOI: 10.1145/1661412.1618510 (vid. págs. 25, 26).
- Jensen, H. W. *et al.* (2001). «A Practical Model for Subsurface Light Transport». En: *Proceedings of the 28th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques*. SIGGRAPH '01. New York, NY, USA: ACM, págs. 511-518. ISBN: 1-58113-374-X. DOI: 10.1145/383259.383319 (vid. pág. 96).
- Kajiya, J. T. *et al.* (1989). «Rendering Fur with Three Dimensional Textures». En: *Proceedings of the 16th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques*. SIGGRAPH '89. New York, NY, USA: ACM, págs. 271-280. ISBN: 0-89791-312-4. DOI: 10.1145/74333.74361 (vid. págs. 2, 26, 57, 69, 75, 97, 99).
- Kang, L. *et al.* (sep. de 2013). «Level-of-Detail Modeling with Artist-Defined Constraints for Photorealistic Hair Rendering». En: *2013 International Conference on Virtual Reality and Visualization*, págs. 225-228. DOI: 10.1109/ICVRV.2013.43 (vid. págs. 53, 54).
- Khungurn, P. (2017). «Modeling and Rendering Appearance of Hair and Textile Fibers». Tesis doctoral. Ithaca, NY, USA: Cornell University. URL: <http://www.cs.cornell.edu/~pramook/papers/phdthesis.pdf> (vid. págs. 58, 59, 62-68).
- Khungurn, P. *et al.* (abr. de 2017). «Azimuthal Scattering from Elliptical Hair Fibers». En: *ACM Trans. Graph.* 36.2, págs. 13:1-13:23. ISSN: 0730-0301. DOI: 10.1145/2998578 (vid. págs. 63, 84, 89, 98, 100, 124).
- Kim, J.-H. *et al.* (2017). «Robust handling of clumping and stiffness in wet hair animation». En: *Computer Animation and Virtual Worlds* 28.6, e1796. DOI: 10.1002/cav.1796 (vid. pág. 55).
- Kim, T.-Y. (2002). «Modeling, Rendering and Animating Human Hair». AAI3093778. Tesis doctoral. Los Angeles, CA, USA: University of Southern California. URL: https://sites.google.com/site/taeyongkimshomepage/tyk_thesis.pdf?attredirects=0 (vid. págs. 6, 7, 70, 81, 99).

- Kim, T.-Y. *et al.* (2002). «Interactive Multiresolution Hair Modeling and Editing». En: *Proceedings of the 29th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques*. SIGGRAPH '02. San Antonio, Texas: ACM, págs. 620-629. ISBN: 1-58113-521-1. DOI: 10.1145/566570.566627 (vid. págs. 14-16, 18).
- Kleppner, D. *et al.* (2013). *An Introduction to Mechanics*. 2ª ed. Cambridge, UK: Cambridge University Press. ISBN: 978-0-521-19811-0. DOI: 10.1017/CBO9781139013963 (vid. pág. 34).
- Koh, C. K. *et al.* (2000). «Real-Time Animation of Human Hair Modeled in Strips». En: *Computer Animation and Simulation 2000*. Ed. por Magnenat-Thalmann, N. *et al.* Vienna, Austria: Springer Vienna, págs. 101-110. ISBN: 978-3-7091-6344-3. DOI: 10.1007/978-3-7091-6344-3_8 (vid. pág. 16).
- (2001). «A Simple Physics Model to Animate Human Hair Modeled in 2D Strips in Real Time». En: *Computer Animation and Simulation 2001: Proceedings of the Eurographics Workshop in Manchester, UK, September 2–3, 2001*. Ed. por Magnenat-Thalmann, N. *et al.* Vienna: Springer Vienna, págs. 127-138. ISBN: 978-3-7091-6240-8. DOI: 10.1007/978-3-7091-6240-8_12 (vid. pág. 16).
- Kong, W. M. *et al.* (14 de nov. de 1996). «Generation of 3D hair model from 2D image using image processing». En: *Proc. SPIE, Applications of Digital Image Processing XIX*. Vol. 2847. 96, págs. 303-311. ISBN: 0-8194-2235-5. DOI: 10.1117/12.258237 (vid. pág. 22).
- Kugelstadt, T. *et al.* (2016). «Position and Orientation Based Cosserat Rods». En: *Proceedings of the ACM SIGGRAPH/Eurographics Symposium on Computer Animation*. Ed. por Kavan, L. *et al.* SCA '16. Zurich, Switzerland: Eurographics Association, págs. 169-178. ISBN: 978-3-905674-61-3. DOI: 10.2312/sca.20161234 (vid. págs. 43, 47).
- Kurihara, T. *et al.* (1993). «Hair Animation with Collision Detection». En: *Models and Techniques in Computer Animation*. Ed. por Thalmann, N. M. *et al.* Tokyo: Springer Japan, págs. 128-138. ISBN: 978-4-431-66911-1. DOI: 10.1007/978-4-431-66911-1_12 (vid. págs. 35, 44, 47).
- Lansink, M. (jun. de 2010). «Hair Simulation and Rendering». Tesis de maestría. Enschede, the Netherlands: University of Twente. URL: <http://essay.utwente.nl/59598/> (vid. pág. 6).
- Lee, D.-W. *et al.* (2001). «Natural Hairstyle Modeling and Animation». En: *Graphical Models* 63.2, págs. 67-85. ISSN: 1524-0703. DOI: 10.1006/gmod.2001.0547 (vid. pág. 55).
- Lee, M. *et al.* (mar. de 2019). «A Skinned Tetrahedral Mesh for Hair Animation and Hair-Water Interaction». En: *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics* 25.3, págs. 1449-1459. ISSN: 2160-9306. DOI: 10.1109/TVCG.2018.2808972 (vid. pág. 55).
- Li, L. *et al.* (jul. de 2016). «A mass spring based 3D virtual hair dynamic system for straight and curly hair». En: *2016 35th Chinese Control Conference (CCC)*, págs. 6982-6987. DOI: 10.1109/ChiCC.2016.7554457 (vid. págs. 36, 44).

- Liang, S. *et al.* (dic. de 2018). «Video to Fully Automatic 3D Hair Model». En: *ACM Trans. Graph.* 37.6, págs. 206:1-206:14. ISSN: 0730-0301. DOI: 10.1145/3272127.3275020 (vid. págs. 29, 31).
- Liang, W. *et al.* (oct. de 2003). «An Enhanced Framework for Real-Time Hair Animation». En: *Proceedings of the 11th Pacific Conference on Computer Graphics and Applications*. PG '03, págs. 467-471. ISBN: 0-7695-2028-6. DOI: 10.1109/PCCGA.2003.1238296 (vid. pág. 16).
- Lin, W.-C. (2014). «Coupling Hair with Smoothed Particle Hydrodynamics Fluids». En: *Workshop on Virtual Reality Interaction and Physical Simulation*. Ed. por Bender, J. *et al.* The Eurographics Association. ISBN: 978-3-905674-71-2. DOI: 10.2312/vrphys.20141229 (vid. pág. 55).
- (2015). «Boundary handling and porous flow for fluid–hair interactions». En: *Computers & Graphics* 52, págs. 33-42. ISSN: 0097-8493. DOI: 10.1016/j.cag.2015.06.005 (vid. pág. 55).
- Ling, H. *et al.* (mayo de 2007). «An Efficient Earth Mover's Distance Algorithm for Robust Histogram Comparison». En: *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 29.5, págs. 840-853. ISSN: 0162-8828. DOI: 10.1109/TPAMI.2007.1058 (vid. pág. 24).
- Luo, L. *et al.* (ago. de 2011). *Dynamic Hair Capture*. Informe técnico TR-907-11. Princeton University. URL: https://gfx.cs.princeton.edu/pubs/Luo_2011_DHC/index.php (vid. págs. 29, 30).
- Luo, L. *et al.* (jun. de 2012). «Multi-view hair capture using orientation fields». En: *2012 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. 12, págs. 1490-1497. DOI: 10.1109/CVPR.2012.6247838 (vid. págs. 26, 27).
- Luo, L. *et al.* (2013a). «Structure-aware Hair Capture». En: *ACM Trans. Graph.* 32.4, págs. 76:1-76:12. ISSN: 0730-0301. DOI: 10.1145/2461912.2462026 (vid. págs. 27, 28, 30, 31, 122).
- Luo, L. *et al.* (jun. de 2013b). «Wide-Baseline Hair Capture Using Strand-Based Refinement». En: *2013 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. 13, págs. 265-272. DOI: 10.1109/CVPR.2013.41 (vid. págs. 25, 26).
- Magnenat-Thalmann, N. *et al.* (2000). «State of the art in hair simulation». En: *International workshop on human modeling and animation*. Korea Computer Graphics Society, págs. 3-9 (vid. págs. 2, 3, 34, 121).
- Malik, S. (2005). «A Sketching Interface for Modeling and Editing Hairstyles». En: *Eurographics Workshop on Sketch-Based Interfaces and Modeling*. Ed. por Jorge, J. A. P. *et al.* The Eurographics Association. ISBN: 3-905673-30-4. DOI: 10.2312/SBM/SBM05/185-194 (vid. pág. 17).
- Mao, X. *et al.* (jun. de 2005). «Sketchy hairstyles». En: *International 2005 Computer Graphics*, págs. 142-147. DOI: 10.1109/CGI.2005.1500404 (vid. págs. 14, 16, 17, 26).

- Marschner, S. *et al.* (2003). «Light Scattering from Human Hair Fibers». En: *ACM SIGGRAPH 2003 Papers*. SIGGRAPH '03. San Diego, California: ACM, págs. 780-791. ISBN: 1-58113-709-5. DOI: 10.1145/1201775.882345 (vid. págs. 40, 57, 58, 62, 64, 66-74, 83, 84, 86, 91, 97-100, 124).
- Marschner, S. *et al.* (2016). *Fundamentals of Computer Graphics*. 4^a ed. Boca Raton, FL, US: CRC Press. ISBN: 978-1-4822-2939-4 (vid. pág. 1).
- McAdams, A. *et al.* (2009). «Detail Preserving Continuum Simulation of Straight Hair». En: *ACM SIGGRAPH 2009 Papers*. SIGGRAPH '09. New Orleans, Louisiana: ACM, págs. 62:1-62:6. ISBN: 978-1-60558-726-4. DOI: 10.1145/1576246.1531368 (vid. págs. 34, 49, 50).
- Michels, D. L. *et al.* (2015). «A physically based approach to the accurate simulation of stiff fibers and stiff fiber meshes». En: *Computers & Graphics* 53, págs. 136-146. ISSN: 0097-8493. DOI: 10.1016/j.cag.2015.10.001 (vid. págs. 38, 44).
- Moon, J. T. *et al.* (2006). «Simulating Multiple Scattering in Hair Using a Photon Mapping Approach». En: *ACM SIGGRAPH 2006 Papers*. SIGGRAPH '06. Boston, Massachusetts: ACM, págs. 1067-1074. ISBN: 1-59593-364-6. DOI: 10.1145/1179352.1141995 (vid. pág. 12).
- Moon, J. T. *et al.* (2008). «Efficient Multiple Scattering in Hair Using Spherical Harmonics». En: *ACM SIGGRAPH 2008 Papers*. SIGGRAPH '08. Los Angeles, CA, USA: ACM, págs. 31:1-31:7. ISBN: 978-1-4503-0112-1. DOI: 10.1145/1399504.1360630 (vid. pág. 69).
- Müller, M. *et al.* (2012). «Fast Simulation of Inextensible Hair and Fur». En: *Workshop on Virtual Reality Interaction and Physical Simulation*. Ed. por Bender, J. *et al.* The Eurographics Association. ISBN: 978-3-905673-96-8. DOI: 10.2312/PE/vriphys/vriphys12/039-044 (vid. págs. 43, 47, 49, 50).
- Newcombe, R. A. *et al.* (oct. de 2011). «KinectFusion: Real-time dense surface mapping and tracking». En: *2011 10th IEEE International Symposium on Mixed and Augmented Reality*, págs. 127-136. ISBN: 978-1-4577-2185-4. DOI: 10.1109/ISMAR.2011.6092378 (vid. pág. 29).
- Noble, P. *et al.* (jun. de 2004). «Modelling and Animating Cartoon Hair with NURBS Surfaces». En: *Proceedings of the Computer Graphics International*. CGI '04, págs. 60-67. ISBN: 0-7695-2171-1. DOI: 10.1109/CGI.2004.1309193 (vid. pág. 16).
- Ogaki, S. *et al.* (2010). «An Empirical Fur Shader». En: *ACM SIGGRAPH ASIA 2010 Sketches*. SA '10. Seoul, Republic of Korea: ACM, págs. 16:1-16:2. ISBN: 978-1-4503-0523-5. DOI: 10.1145/1899950.1899966 (vid. págs. 97, 99).
- Ou, J. *et al.* (2012a). «ISHair: Importance Sampling for Hair Scattering». En: *ACM SIGGRAPH 2012 Talks*. SIGGRAPH '12. Los Angeles, CA, USA: ACM, págs. 28:1-28:1. ISBN: 978-1-4503-1683-5. DOI: 10.1145/2343045.2343084 (vid. pág. 100).
- (2012b). «ISHair: Importance Sampling for Hair Scattering». En: *Computer Graphics Forum* 31.4, págs. 1537-1545. ISSN: 1467-8659. DOI: 10.1111/j.1467-8659.2012.03150.x (vid. págs. 59, 82).

- Pai, D. K. (2002). «STRANDS: Interactive Simulation of Thin Solids using Cosserat Models». En: *Computer Graphics Forum* 21.3, págs. 347-352. ISSN: 1467-8659. DOI: 10.1111/1467-8659.00594 (vid. págs. 40, 43, 45, 46, 48).
- Paris, S. *et al.* (2004). «Capture of Hair Geometry from Multiple Images». En: *ACM SIGGRAPH 2004 Papers*. SIGGRAPH '04. Los Angeles, CA, USA: ACM, págs. 712-719. DOI: 10.1145/1186562.1015784 (vid. págs. 25, 26).
- Paris, S. *et al.* (2008). «Hair Photobooth: Geometric and Photometric Acquisition of Real Hairstyles». En: *ACM SIGGRAPH 2008 Papers*. SIGGRAPH '08. Los Angeles, CA, USA: ACM, págs. 30:1-30:9. ISBN: 978-1-4503-0112-1. DOI: 10.1145/1399504.1360629 (vid. págs. 25, 26, 30, 97, 99).
- Patrick, D. *et al.* (2003). «A Lightwave 3D Plug-in for Modeling Long Hair on Virtual Humans». En: *Proceedings of the 2Nd International Conference on Computer Graphics, Virtual Reality, Visualisation and Interaction in Africa*. AFRIGRAPH '03. Cape Town, South Africa: ACM, págs. 161-187. ISBN: 1-58113-643-9. DOI: 10.1145/602330.602360 (vid. págs. 14, 17).
- Pekelis, L. *et al.* (2015). *A Data-Driven Light Scattering Model for Hair*. Technical Memo 15-02. Emeryville, CA, USA: Pixar Animation Studios. URL: <http://graphics.pixar.com/library/DataDrivenHairScattering/> (vid. págs. 58, 88, 98, 100, 122, 124).
- Petrovic, L. *et al.* (2006). *Volumetric Methods for Simulation and Rendering of Hair*. Technical Memo 06-08. Emeryville, CA, USA: Pixar Animation Studios. URL: <http://graphics.pixar.com/library/Hair/index.html> (vid. págs. 33, 49-51, 122).
- Pharr, M. (2017). «The Implementation of a Hair Scattering Model». En: *Physically Based Rendering: From Theory to Implementation*. 3ª ed. Boston, MA, USA: Morgan Kaufmann. ISBN: 978-0-1280-0645-0. URL: <http://www.pbrt.org/hair.pdf> (vid. págs. 84, 90, 104, 115).
- Pharr, M. *et al.* (2017). *Physically Based Rendering: From Theory to Implementation*. 3ª ed. Boston, MA, USA: Morgan Kaufmann. ISBN: 978-0-1280-0645-0 (vid. págs. 58, 59, 66, 68, 96, 97).
- Plante, E. *et al.* (sep. de 2001). «A Layered Wisp Model for Simulating Interactions inside Long Hair». En: *Computer Animation and Simulation 2001: Proceedings of the Eurographics Workshop in Manchester, UK, September 2–3, 2001*. Ed. por Magnenat-Thalmann, N. *et al.* EUROGRAPHICS. Vienna, Austria: Springer Vienna, págs. 139-148. ISBN: 978-3-7091-6240-8. DOI: 10.1007/978-3-7091-6240-8_13. OAI: hal.inria.fr:inria-00537500 (vid. pág. 15).
- (ene. de 2002). «Capturing the Complexity of Hair Motion». En: *Graphical Models* 64.1, págs. 40-58. DOI: 10.1006/gmod.2002.0568. OAI: hal.inria.fr:inria-00537496 (vid. págs. 47, 48).

- Preisendorfer, R. W. (1965). «Radiative Transfer on Discrete Spaces». En: *International Series of Monographs on Pure and Applied Mathematics*. Vol. 74. Oxford, UK: Pergamon Press. ISBN: 978-0-08-010592-5. DOI: 10.1016/B978-0-08-010592-5.50001-5 (vid. pág. 59).
- Real Academia Española (23 de oct. de 2020). *Diccionario de la lengua española*. Versión 23.3 en línea. URL: <https://dle.rae.es> (vid. pág. 5).
- Robbins, C. R. (2012). *Chemical and Physical Behavior of Human Hair*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg. ISBN: 978-3-642-25611-0. DOI: 10.1007/978-3-642-25611-0 (vid. págs. 6, 7, 10, 54, 88).
- Rosenblum, R. E. *et al.* (1991). «Simulating the structure and dynamics of human hair: Modelling, rendering and animation». En: *The Journal of Visualization and Computer Animation* 2.4, págs. 141-148. ISSN: 1099-1778. DOI: 10.1002/vis.4340020410 (vid. págs. 14, 22, 36, 37, 43, 44).
- Rungjiratananon, W. *et al.* (2012). «Wetting Effects in Hair Simulation». En: *Computer Graphics Forum* 31.7, págs. 1993-2002. ISSN: 1467-8659. DOI: 10.1111/j.1467-8659.2012.03191.x (vid. pág. 55).
- Rungjiratananon, W. *et al.* (2010). «Elastic Rod Simulation by Chain Shape Matching with Twisting Effect». En: *ACM SIGGRAPH ASIA 2010 Sketches*. SA '10. Seoul, Republic of Korea: ACM, págs. 27:1-27:2. ISBN: 978-1-4503-0523-5. DOI: 10.1145/1899950.1899977 (vid. págs. 42, 43, 45, 47, 55).
- Sadeghi, I. *et al.* (2010a). «An Artist Friendly Hair Shading System». En: *ACM SIGGRAPH 2010 Papers*. SIGGRAPH '10. Los Angeles, CA, USA: ACM, págs. 56:1-56:10. ISBN: 978-1-4503-0210-4. DOI: 10.1145/1833349.1778793 (vid. págs. 80-82, 88, 98, 100, 122-124).
- Sadeghi, I. *et al.* (2010b). *Efficient Implementation of the Dual Scattering Model in RenderMan*. Informe técnico. Walt Disney Animation Studios. URL: http://graphics.ucsd.edu/~iman/efficient_implementation_of_the_dual_scattering_model_in_renderman.php (vid. págs. 77, 80).
- Saito, S. *et al.* (dic. de 2018). «3D Hair Synthesis Using Volumetric Variational Autoencoders». En: *ACM Trans. Graph.* 37.6, págs. 208:1-208:12. ISSN: 0730-0301. DOI: 10.1145/3272127.3275019 (vid. págs. 23, 24).
- Salvi, J. *et al.* (2004). «Pattern codification strategies in structured light systems». En: *Pattern Recognition* 37.4. Agent Based Computer Vision, págs. 827-849. ISSN: 0031-3203. DOI: 10.1016/j.patcog.2003.10.002 (vid. pág. 26).
- Salvi, J. *et al.* (2010). «A state of the art in structured light patterns for surface profilometry». En: *Pattern Recognition* 43.8, págs. 2666-2680. ISSN: 0031-3203. DOI: 10.1016/j.patcog.2010.03.004 (vid. pág. 26).

- Sánchez-Banderas, R. M. *et al.* (2015). «Real-time Inextensible Hair with Volume and Shape». En: *Spanish Computer Graphics Conference (CEIG)*. Ed. por Sbert, M. *et al.* The Eurographics Association. doi: 10.2312/ceig.20151194 (vid. págs. 43, 47, 50).
- Schmidt, T.-W. *et al.* (2016). «State of the Art in Artistic Editing of Appearance, Lighting and Material». En: *Computer Graphics Forum* 35.1, págs. 216-233. ISSN: 1467-8659. DOI: 10.1111/cgf.12721 (vid. pág. 58).
- Segovia, L. E. (23 de abr. de 2018). *Implementing a Hair Shader for Cycles*. Ed. por Lommel, B. van *et al.* Stichting Blender Foundation. URL: <https://summerofcode.withgoogle.com/archive/2018/projects/6280192850919424/> (visitado 26-02-2020) (vid. pág. 104).
- Selle, A. *et al.* (2008). «A Mass Spring Model for Hair Simulation». En: *ACM SIGGRAPH 2008 Papers*. SIGGRAPH '08. Los Angeles, CA, USA: ACM, págs. 64:1-64:11. ISBN: 978-1-4503-0112-1. DOI: 10.1145/1399504.1360663 (vid. págs. 30, 34, 35, 37, 38, 43, 44, 48).
- Shao, F. *et al.* (oct. de 2015). «Modeling Curly Hair Based on Static Super-Helices». En: *2015 International Conference on Cyberworlds (CW)*, págs. 306-313. DOI: 10.1109/CW.2015.49 (vid. págs. 41, 46).
- Sobottka, G. *et al.* (2008). «Stable Integration of the Dynamic Cosserat Equations with Application to Hair Modeling». En: *Journal of WSCG* 16, págs. 73-80. ISSN: 1213-6972. URL: http://wscg.zcu.cz/wscg2008/Papers_2008/journal/C43-full.pdf (vid. págs. 41, 45, 46).
- Spillmann, J. *et al.* (2007). «CoRdE: Cosserat Rod Elements for the Dynamic Simulation of One-dimensional Elastic Objects». En: *Proceedings of the 2007 ACM SIGGRAPH/Eurographics Symposium on Computer Animation*. Ed. por Metaxas, D. *et al.* SCA '07. San Diego, California, USA: Eurographics Association, págs. 63-72. ISBN: 978-1-59593-624-0. DOI: 10.2312/SCA/SCA07/063-072 (vid. págs. 40, 41, 45, 46).
- Stichting Blender Foundation (2018). *About – blender.org*. URL: <https://www.blender.org/about/> (vid. pág. 101).
- (2018a). *Dev:Ref/GoogleSummerOfCode/2018*. URL: <https://en.blender.org/index.php/Dev:Ref/GoogleSummerOfCode/2018> (vid. pág. 104).
- (2018b). *Dev:Ref/GoogleSummerOfCode/2018/Ideas*. URL: <https://en.blender.org/index.php/Dev:Ref/GoogleSummerOfCode/2018/Ideas> (vid. pág. 104).
- Umetani, N. *et al.* (2014). «Position-based Elastic Rods». En: *Proceedings of the ACM SIGGRAPH/Eurographics Symposium on Computer Animation*. Ed. por Koltun, V. *et al.* SCA '14. Copenhagen, Denmark: Eurographics Association, págs. 21-30. ISBN: 978-3-905674-61-3. DOI: 10.2312/sca.20141119 (vid. págs. 43, 47).

- Vanakittistien, N. *et al.* (2016). «3D Hair Model from Small Set of Images». En: *Proceedings of the 9th International Conference on Motion in Games*. MIG '16. Burlingame, California: ACM, págs. 85-90. ISBN: 978-1-4503-4592-7. DOI: 10.1145/2994258.2994283 (vid. págs. 25, 26, 31, 123).
- Veldhuizen, B. (25 de abr. de 2018). «Google Summer of Code: 6 Blender Projects Awarded». En: *BlenderNation*. URL: <https://www.blendernation.com/2018/04/25/google-summer-of-code-6-blender-projects-awarded/> (vid. pág. 104).
- Volino, P. *et al.* (2004). «Animating Complex Hairstyles in Real-Time». En: *Proceedings of the ACM Symposium on Virtual Reality Software and Technology*. VRST '04. Hong Kong: Association for Computing Machinery, págs. 41-48. ISBN: 1581139071. DOI: 10.1145/1077534.1077544 (vid. págs. 48, 52).
- Wang, T. *et al.* (2004). «Hair Design Based on the Hierarchical Cluster Hair Model». En: *Geometric Modeling: Techniques, Applications, Systems and Tools*. Ed. por Sarfraz, M. Dordrecht: Springer Netherlands, págs. 329-359. ISBN: 978-94-017-1689-5. DOI: 10.1007/978-94-017-1689-5_17 (vid. pág. 18).
- Ward, K. *et al.* (oct. de 2003a). «Adaptive Grouping and Subdivision for Simulating Hair Dynamics». En: *Proceedings of the 11th Pacific Conference on Computer Graphics and Applications*. PG '03, págs. 234-243. DOI: 10.1109/PCCGA.2003.1238265 (vid. págs. 36, 44, 53, 54).
- Ward, K. *et al.* (mayo de 2003b). «Modeling hair using level-of-detail representations». En: *Proceedings 11th IEEE International Workshop on Program Comprehension*, págs. 41-47. DOI: 10.1109/CASA.2003.1199302 (vid. págs. 36, 43, 44, 53, 54).
- Ward, K. *et al.* (2004). «Modeling Hair Influenced by Water and Styling Products». En: *Proc. of Computer Animation and Social Agents*. URL: <http://gamma.cs.unc.edu/HAIRWS/> (vid. págs. 54, 56).
- Ward, K. *et al.* (mar. de 2006). «A Simulation-based VR System for Interactive Hairstyling». En: *IEEE Virtual Reality Conference (VR 2006)*, págs. 257-260. DOI: 10.1109/VR.2006.17 (vid. pág. 56).
- Ward, K. *et al.* (mar. de 2007a). «A Survey on Hair Modeling: Styling, Simulation, and Rendering». En: *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics* 13.2, págs. 213-234. ISSN: 1077-2626. DOI: 10.1109/TVCG.2007.30. OAI: hal.archives-ouvertes.fr:hal-00171407 (vid. págs. 2, 3, 13, 33, 34, 45, 55, 58, 121).
- Ward, K. *et al.* (1 de jun. de 2007b). «Interactive Virtual Hair Salon». En: *Presence: Teleoperators and Virtual Environments* 16 (3), págs. 237-251. ISSN: 1054-7460. DOI: 10.1162/pres.16.3.237 (vid. págs. 53, 54).

- Watanabe, Y. *et al.* (ene. de 1992). «A trigonal prism-based method for hair image generation». En: *IEEE Computer Graphics and Applications* 12.1, págs. 47-53. ISSN: 0272-1716. DOI: 10.1109/38.135883 (vid. págs. 46, 48, 49).
- Watkins, A. (2012). *Getting Started in 3D with Maya*. Focal Press. ISBN: 978-0-240-82042-2 (vid. pág. 1).
- Wei, Y. *et al.* (2005). «Modeling Hair from Multiple Views». En: *ACM SIGGRAPH 2005 Papers*. SIGGRAPH '05. Los Angeles, CA, USA: ACM, págs. 816-820. DOI: 10.1145/1186822.1073267 (vid. págs. 20, 25, 26, 30).
- Wither, J. *et al.* (jun. de 2007). «Realistic Hair from a Sketch». En: *IEEE International Conference on Shape Modeling and Applications 2007 (SMI '07)*, págs. 33-42. ISBN: 0-7695-2815-5. DOI: 10.1109/SMI.2007.31 (vid. pág. 18).
- Xu, K. *et al.* (2011). «Interactive Hair Rendering and Appearance Editing Under Environment Lighting». En: *Proceedings of the 2011 SIGGRAPH Asia Conference*. SA '11. Hong Kong, China: ACM, págs. 173:1-173:10. ISBN: 978-1-4503-0807-6. DOI: 10.1145/2024156.2024207 (vid. págs. 63, 98, 124).
- Xu, Z. *et al.* (nov. de 2014). «Dynamic Hair Capture Using Spacetime Optimization». En: *ACM Trans. Graph.* 33.6, págs. 224:1-224:11. ISSN: 0730-0301. DOI: 10.1145/2661229.2661284 (vid. págs. 20, 21, 29, 30).
- Xu, Z. *et al.* (mayo de 2001). «V-HairStudio: an interactive tool for hair design». En: *IEEE Computer Graphics and Applications* 21.3, págs. 36-43. ISSN: 0272-1716. DOI: 10.1109/38.920625 (vid. págs. 16, 17).
- Yamaguchi, T. *et al.* (2009). «Video-Based Modeling of Dynamic Hair». En: *Advances in Image and Video Technology*. Ed. por Wada, T. *et al.* Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, págs. 585-596. ISBN: 978-3-540-92957-4. DOI: 10.1007/978-3-540-92957-4_51 (vid. págs. 29, 30).
- Yan, L.-Q. *et al.* (oct. de 2015). «Physically-accurate Fur Reflectance: Modeling, Measurement and Rendering». En: *ACM Trans. Graph.* 34.6, págs. 185:1-185:13. ISSN: 0730-0301. DOI: 10.1145/2816795.2818080 (vid. págs. 6, 57, 69, 90, 91, 94, 98, 100, 124).
- Yan, L.-Q. *et al.* (nov. de 2017a). «A BSSRDF Model for Efficient Rendering of Fur with Global Illumination». En: *ACM Trans. Graph.* 36.6, págs. 208:1-208:13. ISSN: 0730-0301. DOI: 10.1145/3130800.3130802 (vid. pág. 95).
- Yan, L.-Q. *et al.* (jul. de 2017b). «An Efficient and Practical Near and Far Field Fur Reflectance Model». En: *ACM Trans. Graph.* 36.4, págs. 67:1-67:13. ISSN: 0730-0301. DOI: 10.1145/3072959.3073600 (vid. págs. 58, 71, 91, 93-96, 98, 100, 123).
- Yang, X. D. *et al.* (2000). «The Cluster Hair Model». En: *Graphical Models* 62.2, págs. 85-103. ISSN: 1524-0703. DOI: 10.1006/gmod.1999.0518 (vid. pág. 16).

- Yu, X. *et al.* (2014). «A Hybrid image-CAD Based System for Modeling Realistic Hairstyles». En: *Proceedings of the 18th Meeting of the ACM SIGGRAPH Symposium on Interactive 3D Graphics and Games*. I3D '14. San Francisco, California: ACM, págs. 63-70. ISBN: 978-1-4503-2717-6. DOI: 10.1145/2556700.2556715 (vid. págs. 13, 27, 28, 31, 123).
- Yu, Y. (2001). «Modeling Realistic Virtual Hairstyles». En: *Proceedings of the 9th Pacific Conference on Computer Graphics and Applications*. PG '01, págs. 295-304. ISBN: 0-7695-1227-5. DOI: 10.1109/PCCGA.2001.962885 (vid. págs. 14, 19).
- Yuksel, C. *et al.* (2008). «Deep Opacity Maps». En: *Computer Graphics Forum* 27.2, págs. 675-680. ISSN: 1467-8659. DOI: 10.1111/j.1467-8659.2008.01165.x (vid. pág. 68).
- Zhang, M. *et al.* (jul. de 2017). «A Data-driven Approach to Four-view Image-based Hair Modeling». En: *ACM Trans. Graph.* 36.4, págs. 156:1-156:11. ISSN: 0730-0301. DOI: 10.1145/3072959.3073627 (vid. pág. 28).
- Zhang, M. *et al.* (nov. de 2018a). «Hair-GANs: Recovering 3D Hair Structure from a Single Image». En: arXiv: 1811.06229 [cs.GR] (vid. pág. 24).
- Zhang, M. *et al.* (dic. de 2018b). «Modeling Hair from an RGB-D Camera». En: *ACM Trans. Graph.* 37.6, págs. 205:1-205:10. ISSN: 0730-0301. DOI: 10.1145/3272127.3275039 (vid. págs. 23, 28, 29).
- Zhang, Q. *et al.* (2012). «Simulation Guided Hair Dynamics Modeling from Video». En: *Computer Graphics Forum* 31.7, págs. 2003-2010. ISSN: 1467-8659. DOI: 10.1111/j.1467-8659.2012.03192.x (vid. págs. 20, 29, 30, 37).
- Zhou, Y. *et al.* (2018). «HairNet: Single-View Hair Reconstruction Using Convolutional Neural Networks». En: *Computer Vision – ECCV 2018*. Ed. por Ferrari, V. *et al.* Cham: Springer International Publishing, págs. 249-265. DOI: 10.1007/978-3-030-01252-6_15 (vid. págs. 23, 24).
- Zinke, A. (2008). «Photo-Realistic Rendering of Fiber Assemblies». Tesis doctoral. Bönn, Germany: Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität Bönn. URL: <http://hss.ulb.uni-bonn.de/2008/1319/1319.htm> (vid. págs. 65, 76).
- Zinke, A. *et al.* (nov. de 2004). «Photo-Realistic Rendering of Blond Hair». En: *Vision, Modeling, and Visualization 2004*. Ed. por Girod, B. *et al.* Akademische Verlagsgesellschaft Aka GmbH, Berlin, págs. 191-198. ISBN: 3-89838-058-0. URL: <http://cg.cs.uni-bonn.de/project-pages/hairmodeling/documents/HairRendering.pdf> (vid. págs. 72, 73, 100).
- Zinke, A. *et al.* (mar. de 2007). «Light Scattering from Filaments». En: *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics* 13.2, págs. 342-356. ISSN: 1077-2626. DOI: 10.1109/TVCG.2007.43 (vid. págs. 57, 58, 65, 66, 74-76, 100).

- Zinke, A. *et al.* (2008). «Dual Scattering Approximation for Fast Multiple Scattering in Hair». En: *ACM SIGGRAPH 2008 Papers*. SIGGRAPH '08. Los Angeles, CA, USA: ACM, págs. 32:1-32:10. ISBN: 978-1-4503-0112-1. DOI: 10.1145/1399504.1360631 (vid. págs. 77, 78, 82, 96, 97, 99, 100).
- Zinke, A. *et al.* (2009). «A Practical Approach for Photometric Acquisition of Hair Color». En: *ACM SIGGRAPH Asia 2009 Papers*. SIGGRAPH Asia '09. Yokohama, Japan: ACM, págs. 165:1-165:9. ISBN: 978-1-60558-858-2. DOI: 10.1145/1661412.1618511 (vid. págs. 97, 99).

Esta página está intencionalmente en blanco

©2020 Lic. Leonardo Emanuel Segovia

Typeset with Visual Studio Code in TeX Gyre Termes, Fira Sans, Source Code Pro, and Font Awesome 5 using L^AT_EX under T_EX Live 2021

The template was homegrown, but based on the Harvard template from Dissertate.io. It meets the regulations of the Biblioteca Central of the Universidad Nacional del Sur for postgraduate theses

This work is licensed under the Creative Commons Attribution-NonCommercial-NonDerivatives 4.0 International License. To view a copy of this license, visit <https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>.



©2020 Lic. Leonardo Emanuel Segovia

Compuesto con Visual Studio Code en TeX Gyre Termes, Fira Sans, Source Code Pro, y Font Awesome 5 usando L^AT_EX bajo T_EX Live 2021.

La plantilla utilizada es de elaboración propia, basada en la plantilla para Harvard de Dissertate.io. Cumple con las regulaciones de la Biblioteca Central de la Universidad Nacional del Sur para tesis de postgrado.

Esta obra está sujeta a la licencia Reconocimiento-NoComercial-SinObraDerivada 4.0 Internacional de Creative Commons. Para ver una copia de esta licencia, visite <https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>.

