Nivelación en Física

Teoría y Práctica

Año 2019

Freije, M. Lujan
Luna, C. Romina
Sandoval, Mario G.

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL SUR (UNS)

HTTP://WWW.UNS.EDU.AR/INGRESO/NIVELACION/NIVELACION_CUADERNILLOS

EDICIÓN DE IMÁGENES: HERNANDEZ ARNESÓN, C. MAGALÍ

Mayo de 2019

Índice general

Parte I

Teoría

Nivelación en física

Universidad Nacional del Sur

1. Introducción

1.1 Magnitudes Físicas y Unidades de medida

Las medidas representan a uno de los mejores dialectos para entender el mundo. Desde la antigüedad el ser humano necesitó traducir su entorno, caracterizando por ejemplo las propiedades de los objetos que poseían o los fenómenos que observaban, en unidades de masa, longitud, intervalos de tiempo, etc. Pero ¿qué es medir? ¿qué son los ***valores***, las ***magnitudes***, las ***unidades de medida*** y los ***patrones***?

1.1.1 Magnitudes Físicas

Se denominan ***magnitudes*** a los atributos de un cuerpo o sustancia que pueden distinguirse de manera cualitativa y determinarse de manera cuantitativa. Es decir, es toda aquella propiedad de un cuerpo que puede ser medida en una determinada escala.

Por ejemplo la belleza de una pintura no sería una magnitud física, ya que no se le puede asignar un valor objetivo de medida. Sin embargo, el peso de un cuerpo tiene que ver con su masa; a este atributo mensurable lo llamamos ***magnitud*** y a la cantidad asociada a la magnitud se la denomina ***valor***. Como ejemplos de magnitudes físicas pueden citarse: masa, peso, longitud, velocidad, tiempo, temperatura, presión y fuerza, entre otras.

Si bien una magnitud no puede convertirse en otra, es posible relacionarlas a través de leyes físicas expresadas como fórmulas matemáticas. Por ejemplo:

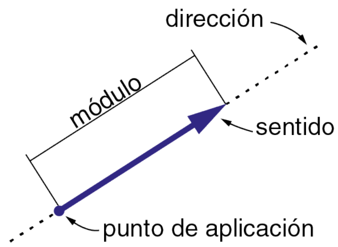
$$Rapidez = \frac{Distancia}{Tiempo}$$

Algunas magnitudes físicas pueden ser representadas por un escalar (un número), como por ejemplo la longitud. Otras magnitudes necesitan más información, como la velocidad que además de indicar “cuán rápido va” debe indicar la dirección sobre la que se desplaza y hacia dónde lo hace; entonces la velocidad es una magnitud vectorial. Una magnitud escalar o vectorial debe tener siempre asociada una unidad de medida, que nos dá noción de la escala con la que se la está comparando. Por ejemplo, el tiempo puede ser representado por un escalar t y su unidad puede ser segundos, minutos, años, etc..

Magnitud escalar es aquella que queda completamente definida por un número y por una unidad de medida.

Ejemplo: Es fácil estar familiarizados con un valor de temperatura y con la información que nos brinda. Entonces al escuchar que la temperatura del día está alcazando los 35° sabremos que "hace calor". Si alguien nos dice que nos pasará a buscar en 30 minutos, también estaremos familiarizados con esta cantidad. Ambas quedan definidas al conocer un número y su unidad de medida, sin necesidad de más información. Otras cantidades que tienen igual particularidad, como ya mensionamos, son la longitud (una cuadra, 100 metros, 1 centímetro, etc.), la masa (1 kilogramos, 100 gramos, etc.), el volúmen de un cuerpo (1 litro, 350 centímetros cúbicos, etc.), entre otras.

Magnitud vectorial está definida por una cantidad vectorial y su unidad de medida. La mejor forma de representar a una magnitud vectorial es por medio de una *flecha*. El largo de la misma estará asociado al módulo, su dirección estará sobre la recta que la contiene, el sentido será hacia donde apunta dicha *flecha* y su punto de aplicación es donde está situado su origen.



Ejemplo: Un atomóvil que se mueve a $30\,km/h$ (*módulo*), al cabo de una hora éste estará a $30\,km$ del punto de partida pero no se puede conocer en que dirección, por lo que puede estar en cualquier punto dentro de un círculo de $30\,km$ de radio centrado en el punto de partida. Hace falta más información para comprender el movimiento. Debería adicionarse, por ejemplo, que estamos sobre la Avenida Alem (*dirección*) y en el *sentido* que va desde la Universidad Nacional del Sur (UNS) hacia el Teatro Municipal para, de ésta forma, tener toda la información que define a la velocidad (en este caso el *punto de aplicación* sería el mismo automóvil).

1.1.2 Unidades de medida

El valor de una magnitud carece de sentido si no tiene ***unidad*** con la que pueda compararse. Es decir, si quedamos con alguien en encontrarnos en un tiempo $t = 15$, no nos dará lo mismo que sean minutos, horas o días. La unidad de medida permite que distintos valores mensurables puedan compararse con esta referencia, que se determina por convención y se diferencia mediante nombres y símbolos. Por ejemplo, si una persona mide 1.73 m desde la planta del pie hasta el extremo superior de su cabeza, es decir 1.73 veces la longitud de referencia llamada ***metro***.

Desde la antigüedad se han elegido las unidades de medida de forma arbitraria. Varias de éstas han sido derivadas de eventos naturales y causales. A continuación se mencionan algunas magnitudes físicas y como éstas han cambiado de acuerdo a diferentes necesidades.

- ***Tiempo:*** Antiguamente, una manera sencilla de calcular el tiempo era a través de los cuerpos celestes. El día era el tiempo que transcurre entre amanecer y amanecer; el mes el tiempo que transcurría entre una cierta fase lunar y su recurrencia.

- ***Masa:*** Se medía por comparación con objetos conocidos como plumas, granos de cereal, etc.

- ***Volúmenes:*** Tazas y tazones eran utilizados para medir la capacidad de recipientes.

- ***Peso:*** Para determinar el peso de objetos de valor como el oro o la plata, se utilizaban el equivalente en peso en granos de trigo o cebada.

- ***Longitud:*** En la antiguedad se usó el tamaño del hueso cúbito del Rey o Faraón como unidad patrón. Las distancias cortas eran medidas por el número de pasos necesarios para recorrerla, mientras que las distancias largas eran medidas por el número de días de travesía.

Los ejemplos anteriores nos ayudan a ver cómo las unidades de medida son originadas de manera arbitraria según la época y necesidad de la humanidad.

Cuando las personas dejaron de trabajar en comunidades aisladas, fue necesario una unificación de las mediciones para poder establecer un criterio común, a través del cual las unidades de medida tuvieran el mismo significado en las diferentes comunidades, pudiendo mejorar acuerdos y comercios entre éstas. Por ejemplo, en 1791 se estableció una unidad común: el ***metro patrón*** (equivalente a $1/10^7$ veces la distancia desde el polo hasta el Ecuador).

1.1.3 Sistemas de unidades

Para efectuar una medición es necesario escoger una unidad para cada magnitud. El establecimiento de unidades reconocidas internacionalmente es fundamental en el comercio y en el intercambio entre países.

¿Tan importantes son las unidades de medida?

Veamos algunos casos donde el mal uso de sistema de unidades causó grandes problemas

- Un vuelo de Air Canadá en 1983 volaba sobre el pueblo de Gimli cuando se quedó sin conbustible. El inconveniente fué debido a un error en la conversión de unidades. Este hecho se debió a que Canadá había cambiado hacía tan solo unos 13 años su sistema de unidades de medidas y el avión había sido el primero de Air Canada en adaptarse a este nuevo sistema de medidas. fue así que los operarios sin notarlo, confundieron libras por kilogramos. Por fortuna de todos sus pasajeros, el piloto logró aterrizarlo sobre una carretera del pueblo.
  En 1983 un vuelo de la compañía Air Canadá se quedó sin combustible cuando volaba sobre el pueblo Gimli en la provincia de Manitoba. Canadá había cambiado al sistema métrico decimal en 1970, y el avión había sido el primero de Air Canadá en usar medidas métricas. La falla fue que los operarios convirtieron mal el peso del combustible. Los números estaban bien pero usaron mal la conversión de unidades, ya que confundieron libras con kilogramos. Como resultado el avión llevaba alrededor de la mitad de combustible que creían. Por suerte, el piloto fue capaz de aterrizar la aeronave en la carretera de Gimli.

- Mars Climate fue diseñado como el primer satélite meteorológico para orbitar en Marte. Dicho satélite se perdió en 1999 debido a que el equipo de la NASA utilizó el sistema de referencia anglosajón de unidades (el cual utiliza millas, pulgadas o galones), mientras que uno de los contratistas utilizó el sistema métrico decimal (el cual utiliza metro, kg o litro). Esta incompatibilidad llevó a que el Mars Climate se acercara demasiado a Marte y se cree que se destruyó al entrar en contacto con la atmósfera del planeta. El costo de esta pérdida fue de unos 125 millones de dólares aproximadamente.

En un sistema de unidades, en general, se definen unas pocas unidades de medida a partir de las cuales se deriva el resto. En la siguiente tabla se muestran los sistemas más utilizados.

Magnitud	**Sistema**	
	MKS	**CGS**
Masa	kilogramo (kg)	gramo (g)
Longitud	metro (m)	centímetro (cm)
Tiempo	segundo (s)	segundo (s)
Velocidad	m/s	cm/s
Aceleración	m/s^2	cm/s^2
Fuerza	Newton ($N = kg\,m/s^2$)	Dyna ($dyn = g\,cm/s^2$)

1.1.4 Cambio de unidades

Sabemos que $1000\,g$ equivalen a $1\,kg$, entonces si tenemos $750\,g$ de harina $750\,g = 0.75\,kg$. Así, la conversión de unidades puede entenderse como una transformación del valor numérico de una dada magnitud física expresada en una unidad de medida, en otro valor numérico equivalente pero expresado en otra unidad de medida de la misma naturaleza.

El uso de factores y/o de tablas de conversión de unidades suele facilitar este proceso, aunque simplemente basta multiplicar por una fracción (conocida como **factor de conversión**) y el resultado es otra medida equivalente, en la que han cambiado las unidades. Cuando el cambio implica la transformación de varias unidades, es posible utilizar mas de un factor de conversión, de forma tal que el resultado final será la medida equivalente en las unidades deseadas.

- $Tiempo \longrightarrow 1\,h = 60\,min = 3600\,s$
- $Distancia \longrightarrow 1\,km = 1000\,m$
- $Longitud \longrightarrow 1\,m = 10\,dcm = 100\,cm$
- $Masa \longrightarrow 1\,kg = 1000\,g$

Ejemplo: Efectuar los siguientes cambios de coordenadas:

a) ***Distancia***, pasar $1.5\,km$ a $metros$:

$$1.5\,\cancel{km}\,\underbrace{\frac{1000\,m}{1\,\cancel{km}}}_{\text{F.C. dist.}} = 15000\,m \qquad \text{o, regla de 3 simple:} \quad \begin{cases} 1.0\,km & \rightarrow \quad 1000\,m \\ 1.5\,km & \rightarrow \quad\ \ ?\ \ m \end{cases}$$

b) ***Tiempo***, pasar $360\,s$ a horas:

$$360\,\cancel{s}\,\underbrace{\frac{1\,h}{3600\,\cancel{s}}}_{\text{F.C. tiempo}} = 0.1\,h$$

c) ***Velocidad***, pasar $100\,km/h$ a m/s:

$$100\,\frac{\cancel{km}}{\cancel{h}}\,\underbrace{\frac{10\cancel{00}\,m}{1\,\cancel{km}}}_{\text{F.C. dist.}}\,\overbrace{\frac{1\,\cancel{h}}{36\cancel{00}\,s}}^{\text{F.C. tiempo}} = 27.\hat{7}\,\frac{m}{s}$$

donde *F.C. dist.* significa *factor de conversión para la unidad de distancia* y *F.C. tiempo* significa *factor de compresión para la unidad de tiempo*.

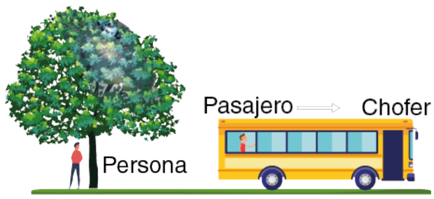
2. Cinemática

La cinemática es una parte de la mecánica que estudia el movimiento de los cuerpos, sin tener en cuenta las causas que lo producen. En cinemática los cuerpos son tratados como cuerpos puntuales.

¿A qué nos referimos cuando hablamos cuerpo puntual?

Físicamente es una idealización de un objeto, el cual se considera como un punto sin dimensiones. Esto significa que el objeto puede ser considerado como una partícula, independiente de su tamaño, considerando su masa concentrada en el punto que lo representa. Por ejemplo, una piedra que cae desde una altura es considerada como un punto, no interesa su dimensiones ni su forma.

2.1 Sistemas de referencia



En general todo movimiento es relativo y deberá siempre estar referido a otro cuerpo. Analicemos la siguiente situación. Para entender esto, analicemos la situación mostrada en la figura: un pasajero sentado en un asiento de un colectivo que viaja a velocidad constante, puede afirmar que el chofer no se mueve, ya que éste no cambia su posición respecto a la suya. Por otro lado, un observador sentado en el parque que ve pasar al mismo colectivo por la calle, diría que el conductor está en movimiento ya que éste cambia su posición respecto a la de él. En la Tabla 2.1 se muestran los distintos observadores y como cada uno nota el movimiento del resto.

Entonces necesitamos definir desde donde vamos a ver y estudiar nuestro problema, es decir, se necesita definir quien va a ser el observador, o el sistema de referencia.

Tabla 2.1: Distintos observadores planteados para estudiar el problema de la figura anterior y cómo ven el movimiento del resto de las personas.

Observador	**Persona 1**	**Pasajero**	**Chofer**
Pasajero	Movimiento	-	Reposo
Persona 1	-	Movimiento	Movimiento

Observador: También llamado *sistema de referencia* (S.R.), es el lugar geométrico del espacio desde donde se describen los fenómenos físicos y en el cual se ubica al sistema de coordenadas que permite asociar valores, direcciones y sentidos a las magnitudes involucradas. Para estudiar el movimiento, nuestro sistema de referencia siempre estará en reposo o moviéndose con velocidad constante.

2.2 Sistema de coordenadas cartesiano

Históricamente uno de los sistemas de referencia que con mayor frecuencia se emplea es el sistema cartesiano. Éste debe su nombre a René Descartes (matemático francés y filósofo del siglo XVII).

2.2.1 Sistema cartesiano en una dimensión (1D)

El sistema cartesiano en una dimensión se trata simplemente de una línea recta compuesta por un punto origen O y una unidad de longitud, lo que equivale a definir la recta de los números reales (ver Figura 2.1). Este punto O (u origen) nos permite dividir la línea en dos mitades, una negativa y otra positiva. Por convención asumimos que la mitad izquierda es la negativa y la derecha es la positiva. De allí definimos que cada punto p se encuentra ubicado a una distancia d del punto O, donde d es cualquier número real y su signo depende de la mitad donde se encuentre ubicado. Así el punto p_1 que se encuentra a derecha de O tiene su coordenada $x_1 = d_1$ positiva, mientras que p_2 está a la izquierda de O y su coordenada $x_2 = -d_2$ será entonces negativa.

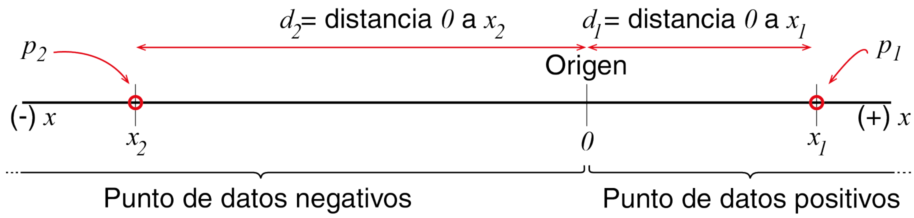


Figura 2.1: Sistema cartesiano en una dimensión (1D).

Imaginemos que tenemos dos cintas métricas, una normal y otra con los valores negativos ($-1\,cm$, $-2\,cm$, ...), y que las colocamos a la primera desde el punto O hacia la derecha y a la segunda desde el mismo punto O pero hacia la izquierda, como se muestra en la Figura 2.2. Aquí vemos que las coordenadas de los puntos p_1 y p_2 son $x_1 = d_1 = 2$ y $x_2 = -d_2 = -4$ respectivamente.

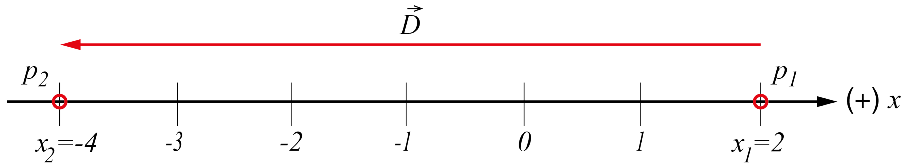


Figura 2.2: Sistema cartesiano en una dimensión (1D), graduado en centímetros.

Observe que en la Figura 2.2 sólo se indica el sentido positivo, esta notación se mantendrá a lo largo de todo el texto. La distancia entre dos puntos de una recta se obtiene restando sus coordenadas, de esta manera la distancia $d_{\bar{p_1 p_2}}$ medida desde p_1 hasta p_2 será:

$$d_{\bar{p_1 p_2}} = \text{distancia desde } p_1 \text{ hasta } p_2 = |\text{ coordenada de } p_2 - \text{coordenada de } p_1\,|$$

$$d_{\bar{p_1 p_2}} = |d_2 - (d_1)| = |(-4) - (2)| = |-6| = 6$$

2.2.2 Sistema cartesiano en dos dimensiones (2D)

El sistema cartesiano en dos dimensiones se encuentra conformado por dos rectas reales como la anteriormente descrita. Ambas rectas son perpendiculares entre sí (es decir que su intersección forma un ángulo de 90°) y se cortan en el punto O denominado origen (siendo el origen de referencia de ambas rectas). De esta forma, cada punto en el plano puede ser definido por dos coordenadas que marcan la distancia que hay a tal origen de referencia, medida a lo largo de cada recta: una sobre el eje horizontal, denominado x o de las abscisas, y otra sobre el eje vertical, denominado y o de las ordenadas. Estas coordenadas representan las distancias ortogonales que existen desde el punto a los ejes cartesianos (ver Figura 2.3).

Los ejes del sistema de coordenadas cartesiano dividen el plano en cuatro regiones infinitas que llamamos *cuadrantes*, cada uno compuesto por dos medios ejes. Para numerarlos, se asume del primero al cuarto en números romanos y en sentido anti-horario, partiendo del cuadrante superior derecho los demás cuadrantes. Es así como el primer cuadrante (esquina superior derecha del plano, ***I***) exhibe abscisas positivas y ordenadas positivas, el segundo cuadrante (esquina superior izquierda del plano, ***II***) abscisas negativas y ordenadas positivas, el tercero (esquina inferior izquierda del plano, ***III***) abscisas negativas y ordenadas negativas, y por el último el cuarto cuadrante (esquina inferior derecha del plano, ***IV***) de abscisas positivas y ordenadas negativas.

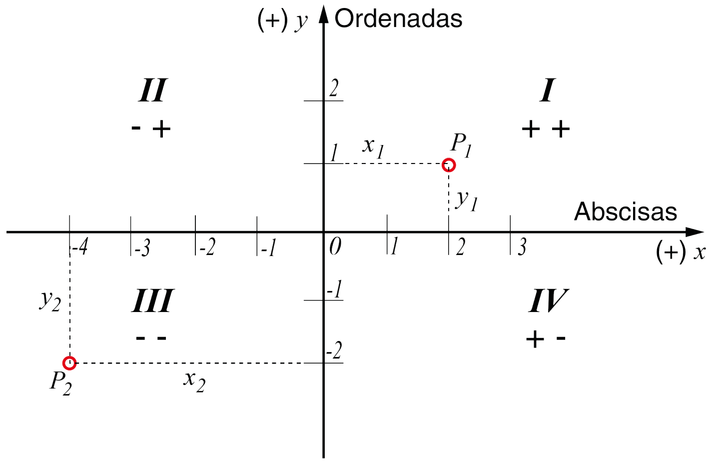


Figura 2.3: Sistema cartesiano en dos dimensiones (2D).

Las coordenadas de un punto p pueden ser obtenidas dibujando una línea perpendicular a cada eje. Supongamos al punto p_1 de la sección anterior, que se encontraba a una distancia d_1 del punto O, si esta distancia está sobre el eje de las abscisas, entonces su coordenada, sobre el eje x, será $x_1 = d_1$, y supongamos además que p_1 se encuentra también a una distancia y_1 sobre el y, entonces sus coordenadas vienen dadas por (x_1, y_1). De la misma forma, el punto p_2 tendrá coordenadas (x_2, y_2) donde $x_2 = -d_2$, como se observa en la Figura 2.3.

2.3 Instante de tiempo - Posición

Existen dos conceptos claves para describir el movimiento de los cuerpos: el lugar en el que se encuentra el cuerpo (posición) y el momento en el que se encuentra en ese lugar (el instante de tiempo).

2.3.1 Instante de tiempo

Es uno de los parámetros usados para describir los movimientos en Física. Se representa por la letra t, en ocasiones acompañada por uno o varios subindices. Por ejemplo, para denotar dos instantes de tiempo consecutivos se pueden utilizar los subíndices 1 y 2, quedando la representación de los mismos como t_1 y t_2. En otras ocasiones para indicar un instante inicial y otro final se puede indicar por t_i y t_f , respectivamente. Su unidad de medida en el Sistema Internacional (S.I.) es el segundo (s). Para indicar el tiempo transcurrido entre dos instantes concretos se suele usar Δt.

$$\Delta t = t_f - t_i$$

Nota: Δ es la letra griega *delta mayúscula* que solemos usar en Física para indicar incrementos (o decrementos si es negativa) de una determinada magnitud.

2.3.2 Posición

Para determinar la posición de un cuerpo primero se tablece el sistema de referencia (S.R.), en una o dos dimensiones de acuerdo al problema en estudio. El observador se sitúa en el origen del S.R. y mediante un aparato de medida adecuado, o a través de relaciones matemáticas, se determina el valor de la posición del objeto. Dado que un vector cuenta con un origen, un módulo, una dirección y un sentido, es buen candidato para representar a la posición.

- ***Origen:*** Es el punto donde es aplicado el vector, el cual se construye desde tal origen hasta su extremo.
- ***Módulo:*** Representa la distancia al origen del sistema de referencia. Gráficamente se corresponde con el tamaño del vector.
- ***Dirección:*** Se trata de la recta que contiene al vector.
- ***Sentido:*** Es marcado por la punta de la flecha, dirigido desde el origen del S.R. hacia al objeto en movimiento.

Es así que tenemos al **vector posición**, el cual se denota como $\vec{r}$, donde la flecha sobre r hace referencia a que es vector. Esta variable básica del movimiento, en el S.I. se mide en metros (m).

Supongamos que estamos trabajando una dimensión y que a ésta la representamos por un sistema de coordenadas cartesiano 1D al que llamamos eje x. Si la posición de un dado objeto es tal que se encuentra a una distancia positiva A, medida respecto del origen de este sistema de coordenadas, entonces el vector posición estará dado por $\vec{r} = +A\hat{\imath}$, donde $\hat{\imath}$ indica que la cantidad A (***módulo***) está sobre el eje x (***dirección***), y el signo positivo indica que la cantidad A está posicionada sobre el lado positivo del eje x (***sentido***).

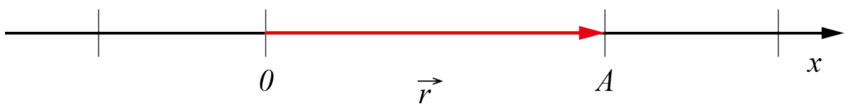


Figura 2.4: Vector posición ($\vec{r}$) en la dirección del eje x ($\hat{\imath}$).

La letra $\hat{\imath}$ corresponde a un vector de módulo igual 1, dirección en el eje x y sentido positivo, de forma tal que al multiplicar a la cantidad A no la modifica y solo le asigna la dirección del eje x. A éste vector se lo conoce como ***versor***. Para el eje y (perpendicular a x) el versor asociado se denota con la letra $\hat{\jmath}$.

Ejercicio 1: Represente gráficamente los siguientes vectores posición:

a) $\vec{r} = 2\hat{\imath}$ b) $\vec{r} = -5\hat{\imath}$ c) $\vec{r} = 2\hat{\jmath}$ d) $\vec{r} = -1/2\hat{\jmath}$

Ejercicio 2: En el ejercicio anterior indicar para cada vector su módulo, dirección y sentido.

2.4 Trayectoria - Distancia recorrida - Desplazamiento

Los siguientes conceptos son claves a la hora de resolver cualquier problema de cinemática y suelen traer confusión a la hora de diferenciarlos, sobre todo a la distancia recorrida del desplazamiento.

2.4.1 Trayectoria

Es una línea que se forma al unir las posiciones sucesivas que ocupa un objeto al moverse en el espacio, a medida que transcurre el tiempo (línea a trazos azul representada en la Figura 2.5). El vector posición $\vec{r}$ da la ubicación de tal objeto en cada punto de la trayectoria a cada instante de tiempo t.

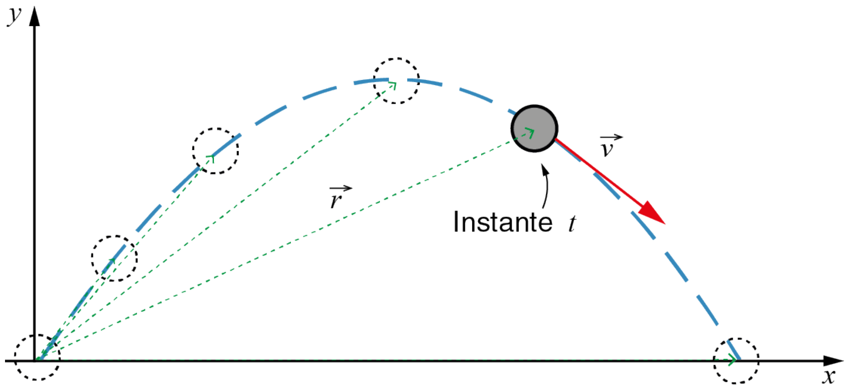


Figura 2.5: Representación de los vectores posición ($\vec{r}$) para distintos instantes de tiempo. La línea azul a trazos corresponde a la trayectoria y la flecha roja al vector velocidad ($\vec{v}$) en el instante t.

La velocidad $\vec{v}$, la cual será definida a partir de la sección 2.5, siempre será tangente a la trayectoria.

2.4.2 Distancia recorrida

Es una magnitud escalar, positiva, que representa a la distancia que recorre un cuerpo a lo largo de la trayectoria que describe, sin importar la dirección en la cual se hizo. Será denominada con la letra d. Una forma de calcularla es sumar todas las distancias recorridas en las cuales el sentido de movimiento no cambie.

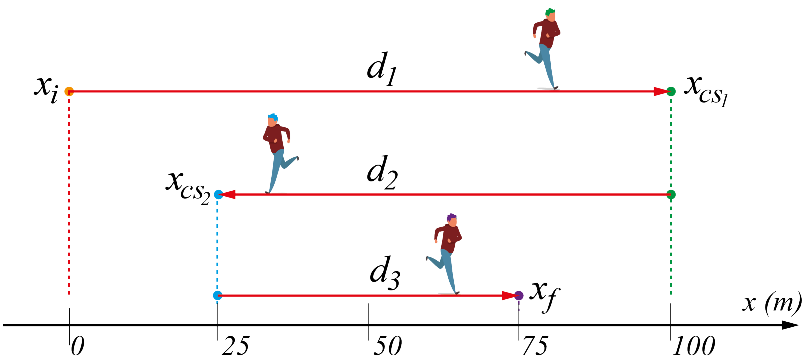


Figura 2.6: Ejemplo para identificar el concepto de distancia recorrida. Una persona corre en diferentes sentidos, recorriendo distancias de distinta magnitud.

Para poder entenderlo mejor veamos el ejemplo de la Figura 2.6. Primero hay que identificar cuáles son los puntos como x_{cs}, donde se invierte el movimiento -el subindice cs se refiere a *cambio de sentido*-, y la forma de resolver es sumar luego las distancias de *ida* y de *vuelta* como positivas. Se cuenta la primera distancia $d_1 = 100\,m$ que va desde la posición inicial, $x_i = 0\,m$, hasta el primer punto $x_{cs_1} = 100\,m$, luego la distancia $d_2 = 75\,m$ que va desde el primer punto x_{cs_1} al segundo $x_{cs_2} = 25\,m$ y la última distancia $d_3 = 50\,m$ que va desde x_{cs_2} hasta $x_f = 75\,m$. La distancia total recorrida será $d = d_1 + d_2 + d_3 = 100\,m + 75\,m + 50\,m = 225\,m$.

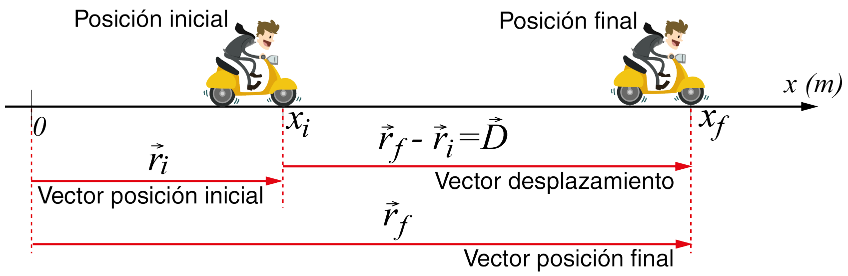
2.4.3 Desplazamiento

Es una magnitud vectorial, denominada $\vec{D}$, que corresponde a una distancia medida en una dirección particular entre dos posiciones, la de partida y la de llegada. Se calcula restando la posición final menos la posición inicial:

Vector desplazamiento = vector posición final – vector posición inicial

$$\vec{D} = \vec{r}_f - \vec{r}_i$$

Ejemplo: Un motociclista que avanza sobre una pista recta, se encuentra inicialmente en $x_i = 400\,m$ con respecto a su departamento, que es usado como punto de referencia. Si al final del recorrido está en una posición $x_f = 700\,m$ respecto de su departamento:



a) ¿Cuales son sus posiciones inicial y final?
Respuesta.: $\vec{r}_i = x_i\,\hat{i} = 400\,m\,\hat{i}$ y $\vec{r}_f = x_f\,\hat{i} = 700\,m\,\hat{i}$

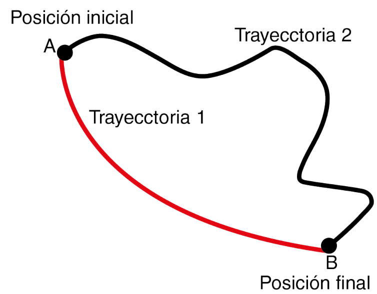
b) ¿Cuál ha sido la distancia recorrida?
Respuesta.: $d = x_f - x_i = 700\,m - 400\,m = +300\,m$

c) ¿Cuál fue su desplazamiento?
Respuesta.: $\vec{D} = \Delta\vec{r} = \vec{r}_f - \vec{r}_i = 700\,m\,\hat{i} - 400\,m\,\hat{i} = +300\,m\,\hat{i}$

Ejercicio 3: Dos personas salen del punto A y llegan al punto B, pero cada una lo hace siguiendo diferentes trayectorias, como se muestra en la figura.

a) Indicar quién recorrió más distancia.

b) ¿Cómo son los vectores desplazamientos?



Pensando en la diferencia existente entre distancia recorrida y desplazamiento:

¿Es posible afirmar que se recorrieron* 200 m *sin desplazarse ni un sólo metro?

Los conceptos de ***distancia*** y ***desplazamiento*** en el lenguaje cotidiano suelen ser usados como sinónimos, lo cual es incorrecto. La distancia es la longitud de la trayectoria seguida por un objeto y se trata de una magnitud escalar. El desplazamiento es un vector que resulta de la unión entre las posiciones inicial y final de la trayectoria.

A partir de ambas definiciones podemos ver que la afirmación planteada anteriormente *es verdadera*. Puede ser por ejemplo, como muestra la Figura 2.4.3 que alguien recorrió una cuadra (es decir $100\,m$ que van desde x_i hasta x_{cs}) y luego regresó al punto de partida (desde x_{cs} hasta x_f). En el regreso recorrió otros $100\,m$. Entonces la distancia recorrida es $200\,m$ pero su desplazamiento es nulo.

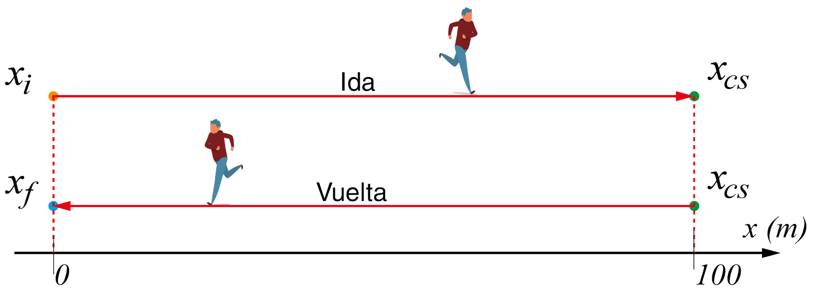


Figura 2.7: Ejemplo de la trayectoria seguida por un corredor, para diferenciar distancia recorrida y desplazamiento. La posición inicial es igual a la final, $x_i = x_f = 0\,m$, y $x_{cs} = 100\,m$ es la posición donde ocurre el cambio de sentido.

Para pensar:

¿En qué casos el módulo del vector desplazamiento coincidirá con la distancia recorrida?

2.5 Rapidez media - Velocidad media

A continuación hablaremos de dos conceptos que están relacionados pero nuevamente, suelen utilizarse en la vida cotidiana como sinónimos, cuando tienen entre sí diferencias sustanciales.

2.5.1 Rapidez media

La rapidez es una magnitud escalar que relaciona la distancia recorrida y el tiempo empleado en recorrerla:

Rapidez media = distancia recorrida / intervalo de tiempo

$$V = \frac{d}{\Delta t}$$

Por ejemplo, si un automóvil recorre 150 km en 3 horas, su rapidez media es:

$$V = \frac{150\ km}{3\ h} = 50\ \frac{km}{h}$$

¿Se podría calcular la distancia que recorrería el coche anterior en media hora, es decir en 0.5 h?

Despejando a d de la realción anterior, se tiene

distancia recorrida = rapidez media $\times$ ***tiempo***

es decir:

$$d = V\,t \Rightarrow (50\,km/h) \times 0.5\,h = 25\,km,$$

entonces en media hora recorre 25 km con una velocidad media de $50\,km/h$.

2.5.2 Velocidad media

La velocidad media ($\vec{v}_m$ o $\langle\vec{v}\rangle$) es una magnitud vectorial y, como sucede con todo vector, estará completamente definida cuando se conozcan su origen, módulo, dirección y sentido. La misma se obtiene del cociente entre el vector desplazamiento y el tiempo:

Velocidad media = desplazamiento / intervalo de tiempo

$$\vec{v}_m = \langle\vec{v}\rangle = \frac{\vec{D}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}_f - \vec{r}_i}{t_f - t_i}$$

Cuando se habla sobre distancia recorrida y desplazamiento se puede notar que el módulo del desplazamiento coincide con la distancia recorrida sólo en el caso de un movimiento rectilíneo sin retroceso (es decir, que no exista ningún punto x_{cs}). Entonces, ¿con la rapidez y velocidad media sucederá lo mismo?

En un movimiento en una trayectoria rectilínea, si se observa que el módulo de la velocidad varía conforme avanza el tiempo diremos que el movimiento es *acelerado* si su módulo aumenta o *desacelerado* si disminuye. A la variación del vector velocidad (sea en su módulo y/o dirección) en función del tiempo se la conoce como *aceleración* y será definida en la sección 2.7.

¡Cambio de dirección también implica cambio en la velocidad!

Resumiendo:

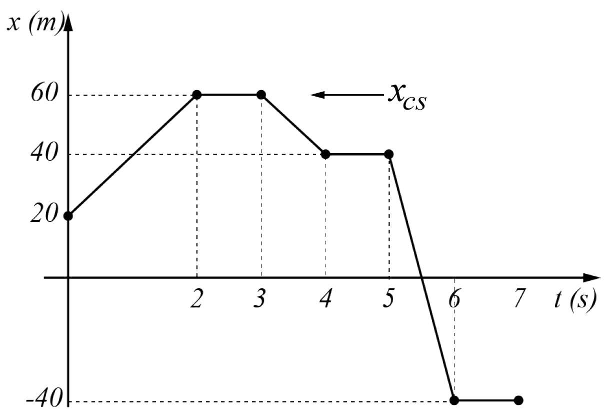
Tabla 2.2: Comparación entre velocidad y rapidez.

	Velocidad	**Rapidez**
Magnitud	Vectorial	Escalar
Definición	Desplazamiento/tiempo	Distancia/tiempo
Expresión	$\vec{D}/\Delta t$	$d/\Delta t$
Unidades	Longitud/tiempo (m/s)	Longitud/tiempo (m/s)

Puede verse claramente de la tabla 2.2 que rapidez y velocidad son magnitudes diferentes pero sus unidades de medida son iguales.

Ejemplo: El siguiente gráfico de posición en función del tiempo muestra el movimiento de un automóvil deportivo que se desplaza horizontalmente y en línea recta sobre una ruta, con respecto a un origen determinado. (*Nota:* Como referencia, una Ferrari F430 tiene una rapidez máxima de 320 km/h).

1. ¿Cuál fue el desplazamiento total del automóvil deportivo?
2. Describe su movimiento.
3. ¿Cuál fue la distancia total recorrida por el automóvil?
4. Hacer una tabla indicando distancia recorrida, desplazamiento, rapidez media y velocidad media del mismo para cada tramo.
   ¿En qué intervalo tiene la mayor rapidez media?
   ¿Corresponde a la velocidad máxima que puede alcanzar un automóvil deportivo?



Solución:

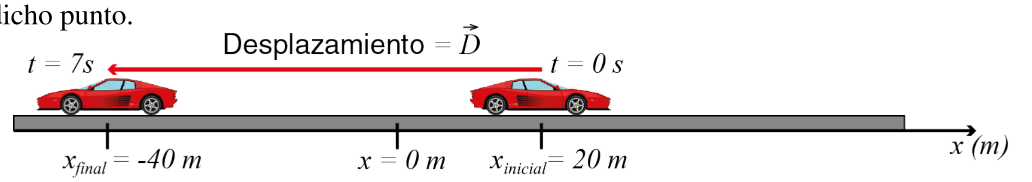
1. El desplazamiento total ($\vec{D} = D_x\,\hat{\imath} + D_y\,\hat{\jmath}$) del automóvil será la diferencia entre la posición final ($\vec{r}_f = x_f\,\hat{\imath} = x_{(7\,s)}\,\hat{\imath}$) e inicial ($\vec{r}_i = x_i\,\hat{\imath} = x_{(0\,s)}\,\hat{\imath}$) a los $7\,s$ y a los $0\,s$ respectivamente, entonces:

   Desplazamiento: $\vec{D} = D\,\hat{\imath} + D_y\,\hat{\jmath} = \vec{r}_f - \vec{r}_i = x_f\,\hat{\imath} - x_i\,\hat{\imath} = (x_{(7\,s)} - x_{(0\,s)})\,\hat{\imath}$

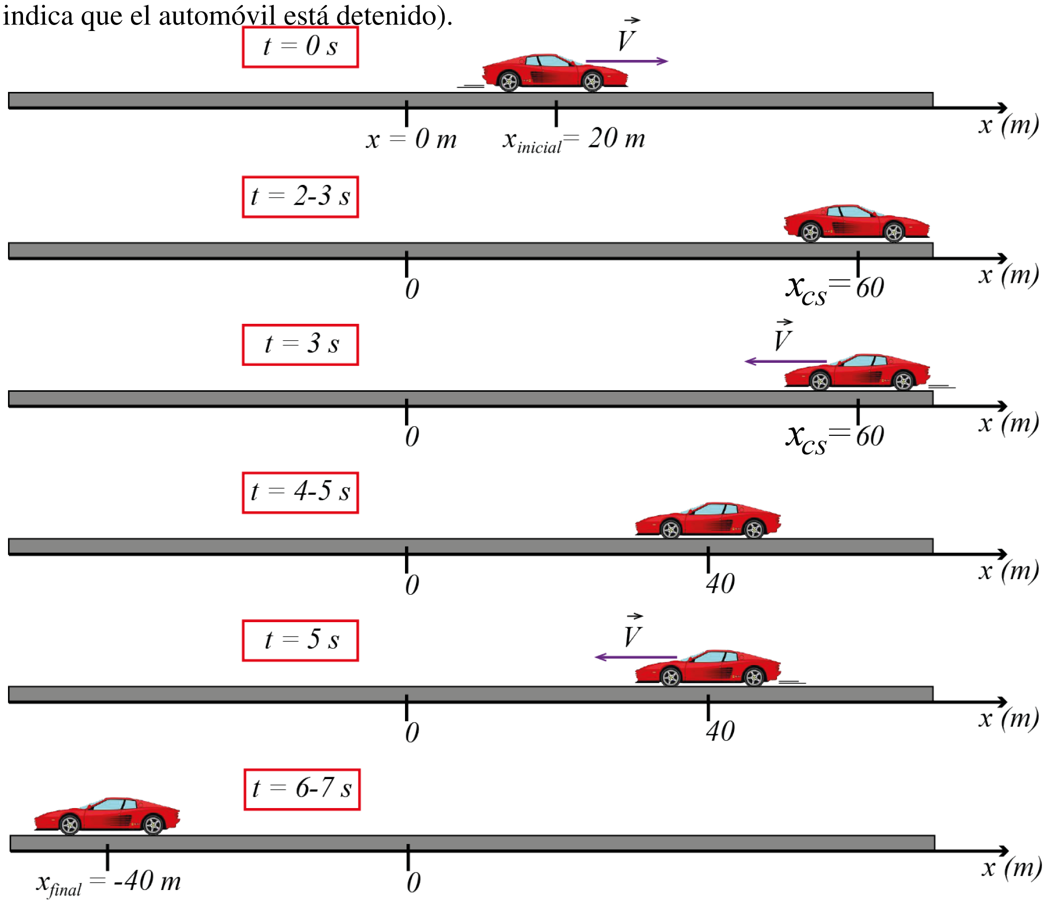
   Componente x de $\vec{D}$: $D_x = x_{(7\,s)} - x_{(0\,s)} = (-40\,m) - (20\,m) = -60\,m$

   Componente y de $\vec{D}$: $D_y = 0\,m$

   Esto significa que el automóvil terminó el recorrido a una distancia de $60\,m$ respecto desde el punto de partida ($x_0 = 20\,m$). El signo negativo indica que se encuentra a la izquierda de dicho punto.



2. A continuación se muestra la posición del automóvil en la calle. El vector velocidad ($\vec{V}$) indica el sentido de movimiento del mismo en los diferentes instantes (cuando no está, indica que el automóvil está detenido).



3. Para obtener la distancia total recorrida se procede de la siguiente manera:

   $$d = distancia\ (0\text{-}2\,s) + distancia\ (2\text{-}3\,s) + distancia\ (3\text{-}4\,s) + distancia\ (4\text{-}5\,s) + distancia\ (5\text{-}6\,s) + distancia\ (6\text{-}7\,s)$$

   En los intervalos de tiempo donde la posición no cambia con el tiempo, la distancia recorrida es cero, con lo cual nos quedará:

   $$d = distancia\ (0\text{-}2\,s) + distancia\ (3\text{-}4\,s) + distancia\ (5\text{-}6\,s)$$

   $$\text{d} = 40\,m + 20\,m + 80\,m = 140\,m$$

   La distancia total recorrida por el automóvil es $140\,m$.

4. A partir de la gráfica podemos construir la siguiente tabla:

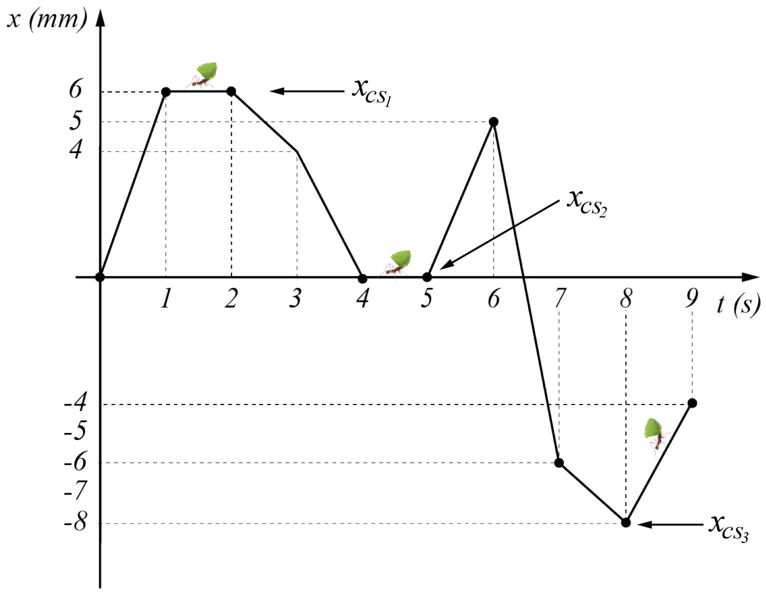
Δt ($t_{final} - t_{inicial}$) (s)	**$x_{inicial}$ (m)**	**x_{final} (m)**	**Distancia (m)**	**Desplazamiento (m)**	**Rapidez (m/s)**	**Velocidad (m/s)**
$2-0=2$	20	60	40	40	20	20
$3-2=1$	60	60	0	0	0	0
$4-3=1$	60	40	20	-20	20	-20
$5-4=1$	40	40	0	0	0	0
$6-5=1$	40	-40	80	-80	80	-80
$7-6=1$	-40	-40	0	0	0	0

La máxima rapidez del automóvil es en el intervalo de $5s$ a $6s$, y es $80m/s$.
Para saber si es mayor a la máxima que puede alcanzar ($320km/h$) debo pasar $80m/s$ a km/h, entonces:

$$80\,m/s = 80\cancel{m}/\cancel{s} \times (3600\,\cancel{s}/1\,h)\ (1\,km/1000\cancel{m}) = 288\,km/h$$

Con lo cual de $5s$ a $6s$ no corresponde al valor máximo de rapidez que puede alcanzar el automóvil deportivo.

Ejercicio: En el gráfico podemos observar la posición en función del tiempo del movimiento de una hormiga que se desplaza sobre el suelo en línea recta. Si el origen del sistema de coordenadas se encuentra ubicado en su hormiguero:



1. Describe el movimiento de la hormiga.
2. ¿Cuál fue el desplazamiento total de la hormiga?
3. ¿Cuál fue el espacio total recorrido por la hormiga?
4. Hacer una tabla indicando la rapidez y velocidad de la hormiga para cada tramo.
5. Calcular la rapidez y velocidad de todo el recorrido. ¿Qué puede concluir de los resultados?

¿Qué ocurre si queremos saber qué velocidad tiene en un instante de tiempo particular?

2.6 Rapidez instantánea - Velocidad instantánea

Si realizamos un viaje de $150\,km$ y tardamos dos horas en recorrer esa distancia, podemos decir que nuestra rapidez media ha sido de $75\,km/h$. Es posible que durante el viaje nos hayamos detenido a cargar combustible o a tomar un café, y al atravesar las zonas pobladas hemos reducido la rapidez de movimiento. Entonces nuestra rapidez no ha sido siempre de $75\,km/h$ sino que en algunos intervalos ha sido mayor y en otros menor, incluso ha sido de $0\,km/h$ mientras hemos estado detenidos.

El concepto de velocidad media no es especialmente útil, ya que solo nos informa del ritmo *promedio*. Un movimiento concreto puede hacerse de forma irregular y normalmente interesa definir la velocidad o la rapidez en un instante determinado, conocidas como *velocidad* y *rapidez instantáneas*. Hoy día, con la presencia de velocímetros en los automóviles, el concepto de rapidez instantánea es intuitivo y todos tenemos una experiencia directa de la magnitud. Se trata de precisar matemáticamente el concepto.

Determinar con exactitud la rapidez instantánea de un cuerpo es una tarea complicada, aunque tenemos métodos para aproximarnos a su valor. Curiosamente el velocímetro del automóvil no mide la velocidad instantánea sino la rapidez instantánea ya que no nos dice nada acerca de la dirección y sentido en los que se mueve el vehículo en ese instante.

¿Es posible aproximar al valor de la rapidez instantánea de un móvil calculando su rapidez media para tramo muy pequeño? ¿Qué tan pequeño puede ser ese tramo?

Imaginemos que salimos de viaje, 10 minutos después nos encontramos en la ruta (la cual es recta) y vemos que el velocímetro nos indica en ese instante $120\,km/h$, ¿qué información nos está dando exactamente? Evidentemente, NO podemos decir que durante la última hora se han recorrido $120\,km$, ya que sólo transcurrieron 10 minutos desde el comienzo del viaje. SI podríamos decir que durante el último minuto se han recorrido $2\,km$, ya que:

$$\frac{120\,km}{1\,h} = \frac{120\,km}{60\,min} == 2\,\frac{km}{min}$$

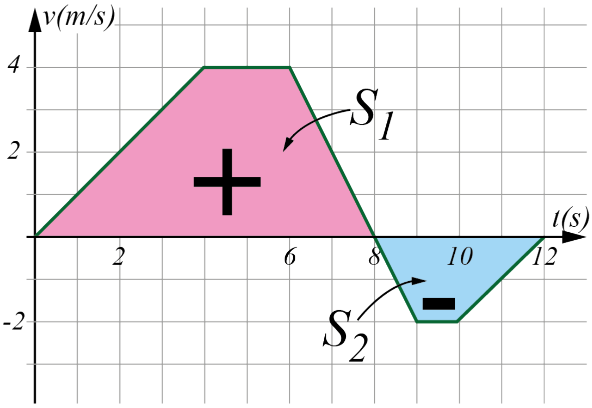
Esto es más preciso, pero aun no es del todo satisfactorio, ya que en un minuto hay tiempo suficiente como para que el conductor pueda haber acelerado y frenado, por ejemplo para adelantarse a otro vehículo que circulaba en la misma ruta en igua sentido, pero con menor rapidez. Una mejor aproximación sería afirmar que en el último segundo se han recorrido $(1/30)\,km = 33.3\,m$. O podríamos decir que en la última décima de segundo se han recorrido $3.33\,m$, y así:

$$120\,\frac{km}{1\,h} = 2\,\frac{km}{1\,min} = \frac{33.3\,m}{1\,s} = \frac{3.33\,m}{0.1\,s}$$

En todos los casos la rapidez es de $120\,km/h$, pero cuanto más pequeño es el intervalo de tiempo considerado, más nos acercamos al ideal de medir la rapidez en un instante dado, que sería la rapidez instantánea. Es decir, que podemos hacer que el tramo sea lo suficientemente pequeño como para aproximarnos satisfactoriamente a la rapidez instantánea.

Hasta ahora hemos analizado los gráficos de posición en función del tiempo. También es posible aplicar este mismo análisis a los gráficos de velocidad como función del tiempo. Veamos que se obtiene!!

Desplazamiento a partir de la gráfica de velocidad vs tiempo



- En un gráfico de velocidad *vs* tiempo, el área encerrada por la curva de velocidad y el eje del tiempo nos da el desplazamiento en la dirección de la velocidad.
- Gráficamente, el desplazamiento neto es la suma de todas las áreas. Las que están por encima del eje del tiempo, S_1, son consideradas positivas y las áreas que quedan por debajo del eje del tiempo, S_s, se las considera negativas:

$$\vec{D} = (S_1 - S_2)\hat{\imath}$$

- Si se suman todas las áreas como positivas obtendremos la distancia total recorrida:

$$d = |S_1| + |S_2|$$

Conocemos la velocidad en un determinado instante…
¿Y si ésta cambia con el tiempo?

2.7 Aceleración media

Al cambio del vector velocidad en el tiempo se lo conoce como *aceleración* o *vector aceleración*, ya que es una magnitud vectorial. La *aceleración media* ($\vec{a}_m$ o $\langle\vec{a}\rangle$) se define como el cociente entre la variación de la velocidad y el intervalo de tiempo en el que se produce esa variación:

Aceleración media = velocidad media / intervalo de tiempo

$$\vec{a}_m = \langle\vec{a}\rangle = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_f - \vec{v}_i}{t_f - t_i}$$

La aceleración tiene unidades de longitud sobre tiempo al cuadrado (m/s^2) y es una magnitud vectorial por depender de la velocidad. Una magnitud con dimensiones de aceleración que es especialmente importante, es la aceleración de la gravedad (g) en la superficie terrestre, cuya magnitud es aproximadamente $g = 9.81\,m/s^2$, y sus sentido y dirección son tales que siempre apunta hacia el centro del planeta Tierra. Muchas aceleraciones se expresan como múltiplos de g, por ejemplo un piloto de Fórmula 1 (F1) que entra en una curva está sometido a una aceleración cercana a 3 veces la de la gravedad, lo cual implica $3\,g = 29.42\,m/s^2$.

Ejemplo: Calcular la aceleración de un automóvil de F1 sabiendo que en 2.6 segundos pasa de 0 a $100\,km/h$ al realizar un movimiento horizontal y en linea recta.

Solución: Primero pasemos los $100\,km/h$ a m/s:

$$100\,\frac{\cancel{km}}{\cancel{h}}\,\left(\frac{1000\,m}{1\cancel{km}}\right)\left(\frac{1\,\cancel{h}}{3600\,s}\right) = 27.8\,m/s$$

Esta será nuestra rapidez final (v_f), mientras que la rapidez inicial es $v_i = 0\,m/s$ ya que inicialmente se encuentra detenido. Si se comienza a contar el tiempo desde el momento en que el F1 inicia el movimiento, los tiempos inicial y final serán $t_i = 0\,s$ y $t_f = 2.6\,s$ respectivamente. Entonces la aceleración media del F1, suponiendo que se desplaza en la dirección positiva del eje x del sistema cartesiano, será:

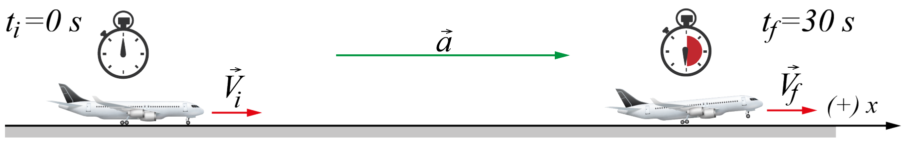
$$\vec{a}_m = \langle \vec{a} \rangle = \frac{(27.8-0)\,\frac{m}{s}}{2.6\,s - 0\,s}\,\hat{\imath} = 10.69\,\frac{m}{s^2}\,\hat{\imath} = 1.09\,g\,\hat{\imath}$$

En la gráfica de posición en función del tiempo la aceleración está asociada a la concavidad de la curva, hecho que analizaremos en detalle más adelante en las secciones 2.8.2 y 2.8.3. Cuando la aceleración es *positiva* la curva $x(t)$ es cóncava hacia *arriba* y cuando es *negativa* la concavidad es hacia *abajo*. En la gráfica de velocidad *vs* tiempo, $v(t)$, la aceleración es la pendiente de la recta.

La aceleración que aquí se define, es la responsable de cambiar solo el módulo de la velocidad (o rapidez), denominada también como aceleración *tangencial* (por ser la componente de la aceleración que apunta en la dirección tangencial a cada punto de la curva $x(t)$). Existe otro tipo de aceleración, denominada *normal*, la cual es responsable de cambiarle la dirección a la velocidad (y apunta siempre en la dirección normal a cada punto de la curva $x(t)$). En este curso solo veremos el primer tipo de aceleración mencionado, *aceleración media*, denominada $\langle \vec{a} \rangle$, la cual resulta ser constante y en la dirección del movimiento y el signo dará el sentido en el que estará dirigida.

¡El área bajo la curva aceleración vs tiempo da la velocidad media!

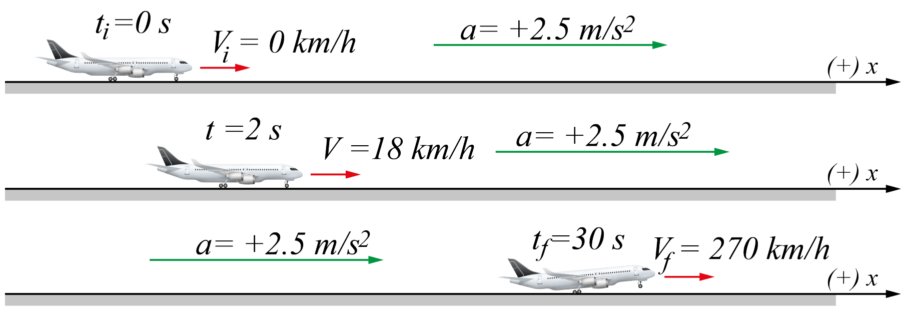
Ejemplo: Determinar la aceleración media que causa el incremento de la rapidez de un avión que parte del reposo y tarda $30\,s$ en alcanzar los $270\,km/h$ en línea recta.



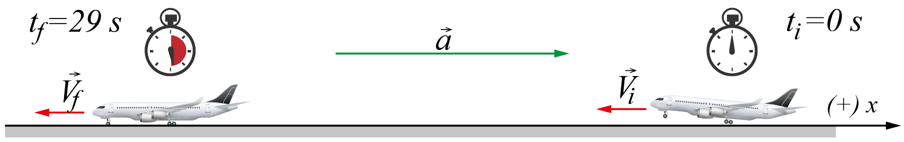
Solución: Dado que $V_f = 270\,\frac{\cancel{km}}{\cancel{h}}\,\frac{1\,\cancel{h}}{36\cancel{00}\,s}\,\frac{10\cancel{00}\,m}{1\,\cancel{km}} = 75\,m/s$, entonces:

$$V_i = 0\,m/s \qquad V_f = 75\,m/s \qquad t_i = 0 \qquad t_f = 30\,s$$

$$a = \frac{V_f - V_i}{t_f - t_1} = \frac{75\,m/s - 0\,m/s}{30\,s - 0\,s} = +2.5\,m/s^2$$



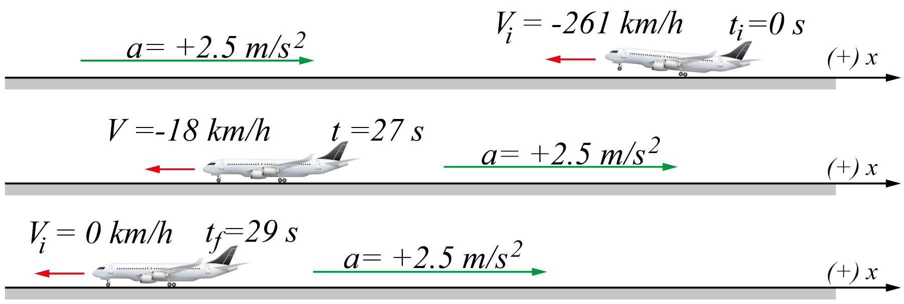
Ejemplo: Determinar la aceleración media que causa el decremento de la rapidez de un avión que aterriza con una rapidez de 261 km/h y tarda 29 s en detenerse completamente.



Solución: Dado que $V_i = 261 \frac{\cancel{km}}{\cancel{h}} \frac{1\cancel{h}}{3600s} \frac{1000m}{1\cancel{km}} = 72.5\,m/s$, y considerando el sentido de la misma:

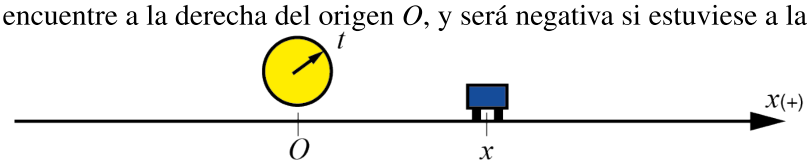
$$V_i = -72.5\,m/s \quad V_f = 0\,m/s \quad t_i = 0 \quad t_f = 29\,s$$

$$a = \frac{V_f - V_i}{t_f - t_1} = \frac{0\,m/s - (-72.5\,m/s)}{29\,s - 0\,s} = +2.5\,m/s^2$$

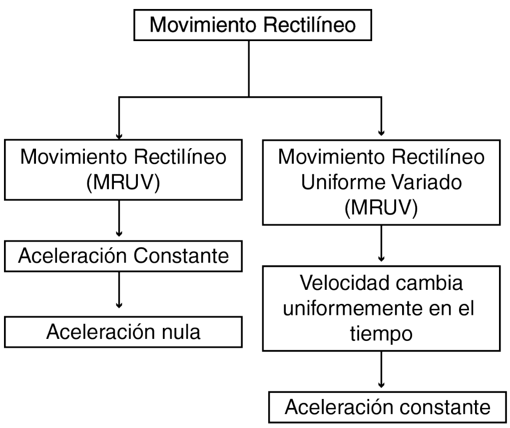


2.8 Movimiento Rectilíneo

Se denomina *movimiento rectilíneo* a aquel cuya trayectoria describe una línea recta. Sobre esta recta se situa al origen O donde estará un observador que medirá la posición, x, del móvil para cada instante de tiempo, t. Por convención las posiciones serán positivas cuando la posición del móvil se encuentre a la derecha del origen O, y será negativa si estuviese a la izquierda del mismo.



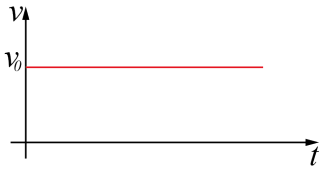
A pesar de que el movimiento es sobre una misma dirección, éste puede ocurrir de diferentes maneras. Es posible moverse siempre con la misma rapidez, en uno como en otro sentido, así como también presentar variaciones en la misma. En este primer contacto con la física del movimiento rectilíneo, nos concentraremos en dos casos: por un lado estudiaremos aquel donde el módulo de la velocidad es constante (Movimiento Rectilíneo Uniforme) y por otro, el caso donde el módulo de la velocidad cambia en el tiempo de manera uniforme (Movimiento Rectilíneo Uniforme Variado).

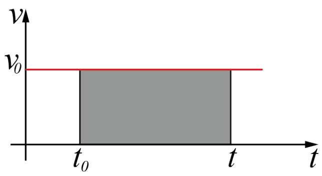


2.8.1 Movimiento Rectilíneo Uniforme (MRU)

Un *movimiento rectilíneo uniforme* es aquel movimiento rectilínea cuya velocidad es constante, con lo cual su aceleración es cero (velocidad final = velocidad inicial).

El gráfico de velocidad en función del tiempo será una recta horizontal en un determinado valor constante, v_0, como puede observarse en la figura de la derecha.





Consideremos un intervalo de tiempo $\Delta t = t - t_0$ (área gris bajo la velocidad v_0 en la figura a la izquierda).

Al instante t_0 le corresponde una posición x_0 y al instante t una posición x. Como la velocidad es constante, en cualquier instante t será igual a la velocidad media y puede ser expresada en función de estas posiciones y tiempos:

$$\langle\vec{v}\rangle = \langle v\rangle_x\, \hat{i} = \frac{x - x_0}{t - t_0}\, \hat{i} \quad \rightarrow \quad \langle v\rangle = \frac{x - x_0}{t - t_0} = v_0$$

Despejando x de esta ecuación obtendremos la posición en función de t:

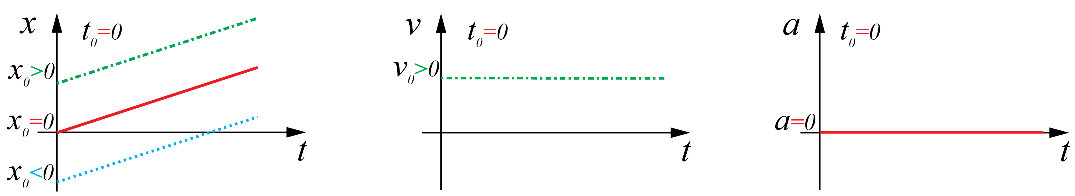
$$x = x_0 + v_0\,(t - t_0)$$

El comportamiento de x con el tiempo en este caso es lineal, siendo la pendiente igual a la velocidad v_0 y x_0 la ordenada al origen. Entonces, considerando que en $t_0 = 0\ s$ la posición es x_0, para un MRU la dependencia con el tiempo de la posición, velocidad y aceleración son las siguientes:

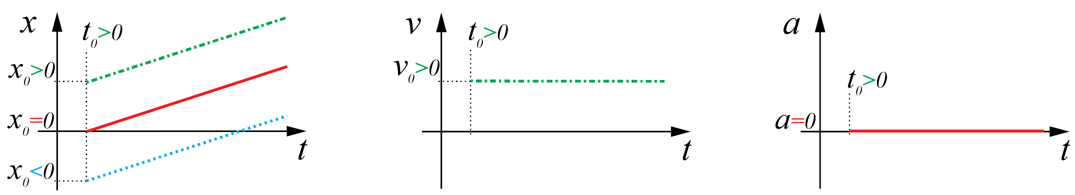
Ecuaciones de movimiento - MRU		
Posición	$x = x_0 + v_0(t - t_0)$	Recta de pendiente v_0 y ordenada x_0
Velocidad	$\langle v\rangle_x = v_0 = cte$	Recta horizontal en $v_x = v_0$
Aceleración	$a_x = 0$	Recta horizontal ubicada en el eje del tiempo

Ejemplo: Gráficas de posición, velocidad y aceleración en función del tiempo:

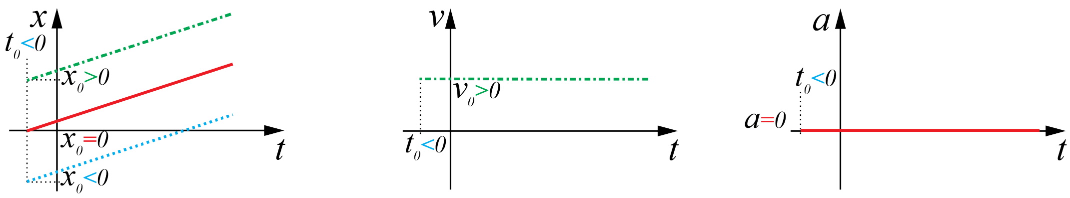
a) Velocidad es positiva, tiempo inicial nulo $t_0 = 0$ y el móvil parte del origen ($x_0 = 0$), de una posición inicial anterior al origen ($x_0 < 0$) o de una posición inicial posterior al origen ($x_0 > 0$):



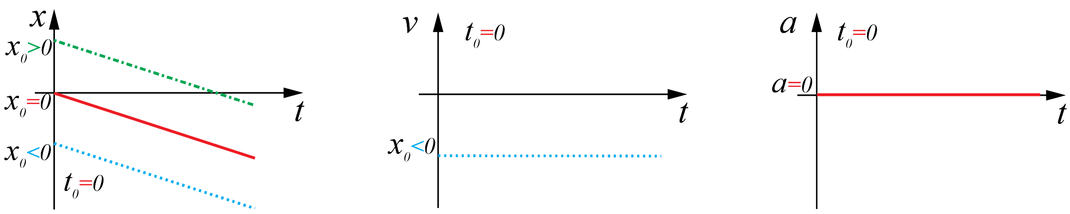
b) Velocidad es positiva, tiempo inicial nulo $t_0 > 0$ y el móvil parte del origen ($x_0 = 0$), de una posición inicial anterior al origen ($x_0 < 0$) o de una posición inicial posterior al origen ($x_0 > 0$):



c) Velocidad es positiva, tiempo inicial nulo $t_0 < 0$ y el móvil parte del origen ($x_0 = 0$), de una posición inicial anterior al origen ($x_0 < 0$) o de una posición inicial posterior al origen ($x_0 > 0$):

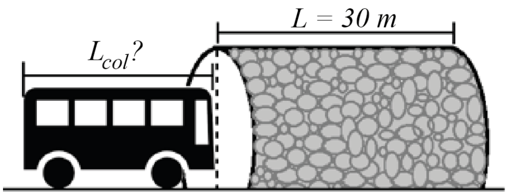


d) Velocidad es negativa, tiempo inicial nulo $t_0 = 0$ y el móvil parte del origen ($x_0 = 0$), de una posición inicial anterior al origen ($x_0 < 0$) o de una posición inicial posterior al origen ($x_0 > 0$):



Ejercicio: Realizar los gráficos de posición, velocidad y aceleración como funciones del tiempo, en el caso que la velocidad es negativa y parte de una posición x_0 positiva.

Ejemplo: Un colectivo tarda $10\,s$ en pasar un túnel de longitud $30\,m$ con una rapidez constante de $3.5\,m/s$. Calcular la longitud del colectivo.



Solución: Consideremos el instante en el que el colectivo ingresa al túnel. Si colocamos el origen del sistema de coordenadas en la parte delantera del colectivo, entonces:

$$x(t) = V_{colectivo}\, t = (3.5\; m/s)\; t$$

El colectivo atravesará el túnel cuando salga completamente, con lo cual:

$$x = L_{tunel} + L_{colectivo} \qquad \text{cuando} \qquad t = 10\; s$$

$$(L_{tunel} + L_{colectivo}) = V_{colectivo}\; t$$

$$30\; m + L_{colectivo} = 3.5\; m/s\; 10\; s$$

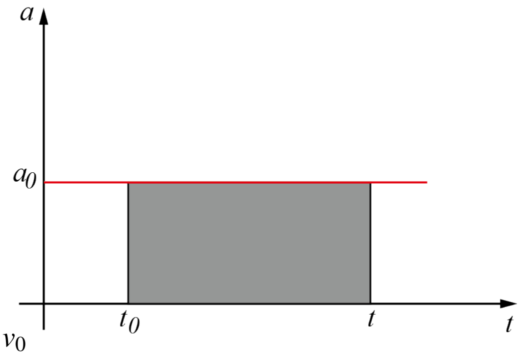
$$L_{colectivo} = 35\; m - 30\; m \;\rightarrow\; L_{colectivo} = 5\; m$$

obteniendo que la longitud del colectivo es de $5\; m$.

2.8.2 Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado (MRUV)

Este tipo de movimiento rectilíneo se presenta cuando la velocidad varía de manera uniforme con el tiempo, es decir que su aceleración es constante y diferente de cero.

El gráfico en función del tiempo para la aceleración será representado por una recta horizontal en un determinado valor (a_0) como se muestra en la figura de la derecha.



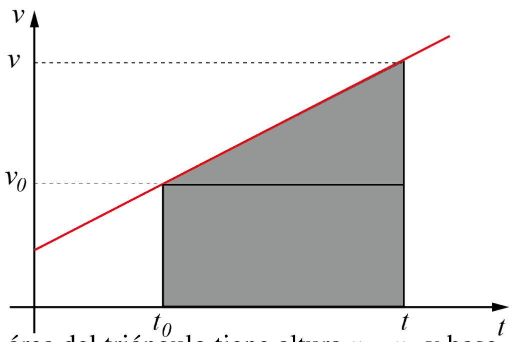
Dado que la aceleración es constante (y al igual que fue pensado para la velocidad constante) ésta será igual a su media ($\vec{a} = \langle \vec{a} \rangle = \langle a \rangle_x \,\hat{\imath} = a_0\,\hat{\imath}$), por lo que es posible obtener el cambio de velocidad desde v_0, al instante t_0, hasta v, en un instante cualquiera t, según la siguiente ecuación:

$$\langle a_0 \rangle = a_0 = \frac{v - v_0}{t - t_0}$$

Despejando obtenemos $v(t)$: $\quad v(t) = v_0 + a_0(t - t_0)$

Esta última ecuación muestra una dependencia lineal de la velocidad con el tiempo, donde la pendiente es la aceleración (a_0) y la ordenada al origen es la velocidad al instante t_0 (v_0).

La siguiente gráfica representa a la velocidad en función del tiempo cuando v_0 y a_0 son positivas entre un instante inicial, t_0, y su posterior, t.



En el instante t_0 el objeto tendrá una posición x_0, mientras que en instante t tendrá una posición x. El área bajo la curva velocidad *vs* tiempo (área sombreada en la figura) corresponde al desplazamiento, entonces:

$x - x_0 =$ *área rectángulo + área triángulo*

donde el área del rectángulo tiene lados v_0 y $t - t_0$ y el área del triángulo tiene altura $v - v_0$ y base $t - t_0$.

Escrita de otra manera:

$$x_{(t)} = x_0 \;+\; v_0\,(t - t_0) \;+\; (v - v_0)\,(t - t_0)/2 \tag{2.1}$$

Según lo visto antes: $\quad v_{(t)} = a_0\,(t - t_0) \;+\; v_0 \qquad (2.2)$

Remplazando la ecuación 2.1 en la ecuación 2.2

$$x_{(t)} = x_0 \;+\; v_0\,(t - t_0) \;+\; [a_0\,(t - t_0) \cancel{+v_0 - v_0}]\,(t - t_0)/2$$

$$x_{(t)} = x_0 + v_0\,(t - t_0) + \tfrac{1}{2}a_0\,(t - t_0)^2$$

Esta ecuación corresponde a una parábola en el gráfico x *vs* t.

Entonces, considerando que en t_0 la posición y la velocidad son x_0 y v_0, para un MRUV las dependencias con el tiempo de la posición, velocidad y aceleración son:

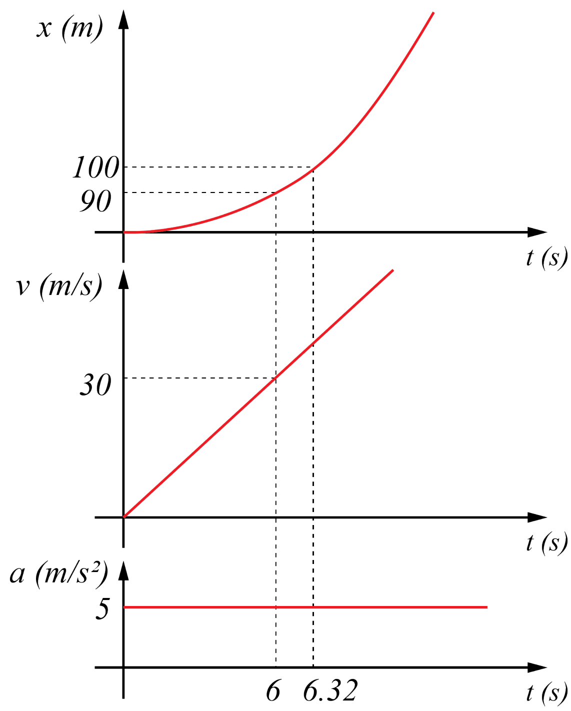
Ecuaciones de movimiento - MRUV		
Posición	$x = x_0 + v_0\,(t - t_0) + \frac{1}{2}a_0\,(t - t_0)^2$	Parábola
Velocidad	$v = v_0 + a_0\,(t - t_0)$	Recta de pendiente a_0 y ordenada v_0
Aceleración	$a = a_0 = constante$	Recta horizontal ubicada en $a_0 \neq 0$

Ejemplo: Un automóvil deportivo acelera al máximo de su capacidad, logrando pasar desde el reposo a tener una velocidad de 108 km/h en 6 s.

1. ¿Cuál es la aceleración en m/s^2?
2. ¿Qué distancia recorre en esos 6 segundos?
3. ¿Cuánto tiempo tarda en recorrer los primeros 100 m si mantiene esa aceleración?
4. Hacer las gráficas cualitativas de posición, velocidad y aceleración en función del tiempo.

Respuesta:

1. La aceleración se calcula de la siguiente manera: $a_0 = \frac{v-v_0}{t-t_0}$
   donde $v_0 = 0$ ya que parte del reposo y podemos considerar $t_0 = 0$. Además cuando $t = 6\ s$ la velocidad es $v = 108\ \frac{km}{h} = 30\ \frac{m}{s}$.
   Reemplazando estos valores:
   $$a_0 = \frac{(30\ \frac{m}{s})\ -\ (0\ \frac{m}{s})}{6\ s\ -\ 0\ s} = 5\ \frac{m}{s^2}$$
   La aceleración del automóvil es de 5 m/s^2.
2. Para hallar la distancia que recorre en los 6 segundos recurrimos a la ecuación de posición en función del tiempo:
   $$x = x_0 + v_0\, t + \tfrac{1}{2} a\, t^2$$
   Si ubicamos el origen del sistema de coordenadas en el punto donde parte el automovil, tenemos que $x_0 = 0\ m$, entonces:
   $$x = \tfrac{1}{2} a\, t^2 = (\frac{5\ \frac{m}{s^2}}{2})\ t^2 = 2.5\ \frac{m}{s^2}\ t^2$$
   Ahora reemplazamos $t = 6\ s \quad \rightarrow \quad x = 2.5\ \frac{m}{s^2}\ (6\ s)^2 = 2.5\ \frac{m}{\cancel{s^2}}\ 36\ \cancel{s^2} = 90\ m$
   En los 6 segundos recorrió 90 m. Ojo! La distancia recorrida es igual al módulo de la posición en $t = 6s$ porque el automóvil se movió todo el tiempo en el mismo sentido y partió desde el origen del sistema de coordenadas.
3. Ahora nos pregunta cuánto tarda en recorrer los primeros 100 m, para ello volvemos a utilizar la ecuación de posición en función del tiempo:
   $$x = \tfrac{1}{2} a\, t^2 \quad \rightarrow \quad 100m = \tfrac{1}{2} a\, t^2 \quad \rightarrow \quad \frac{100\ \cancel{m}}{(2.5\ \cancel{m}/s^2)} = t^2 \quad \rightarrow \quad \sqrt{40\ s^2} = t \quad \rightarrow \quad t = 6.32\ s$$
   El automóvil tarda 6.32 s en recorrer los primeros 100 m.
4. Gráficas cualitativas.



2.8.3 Rectas Secantes y Tangentes

Los siguientes conceptos nos ayudarán a la hora de comprender qué datos pueden extraerse de la gráfica de posición en función del tiempo, dentro de la cinemática de un cuerpo puntual en MRUV, así como también a aprender a realizar dicha gráfica.

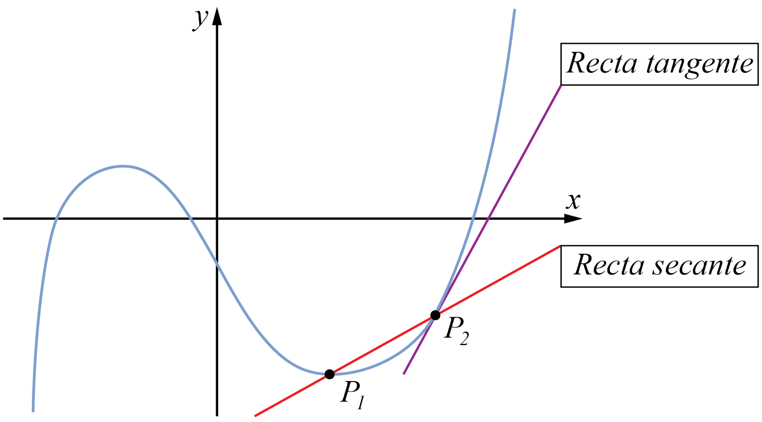


Figura 2.8: Gráfica de una función $y(x)$ cualquiera. La recta secante (línea roja), corta dicha curva en dos puntos. La recta tangente, en cambio, solo toca a la curva $y(x)$ en el punto P_2.

La *recta secante* es una recta que corta a una curva en 2 puntos (P_1 y P_2 en la Figura 2.8). Conforme estos puntos se acercan y su distancia se reduce a cero, la recta adquiere el nombre de *recta tangente*. Dados los puntos de intersección $P_1(x_1,y_1)$ y $P_2(x_2,y_2)$, puede calcularse la ecuación de la recta secante.

En cinemática, veremos la relación existente entre la pendiente de la recta secante y la velocidad media, y entre la pendiente de la recta tangente y la velocidad instantánea, a partir del análisis del gráfico de posición en función del tiempo.

2.8.4 Gráficos de posición en función del tiempo

En el gráfico posición *vs* tiempo, como puede verse en la Figura 2.9, la pendiente de una recta secante para un dado intervalo de tiempo, (t_1, t_2), durante el cual el cuerpo pasó de una posición x_1 a una posición x_2, corresponde a la *velocidad media* (v_m).

En la Figura 2.9 se evidencia nuevamente que si la velocidad media es nula en un dado intervalo de tiempo, no quiere decir que el cuerpo no se haya movido en dicho intervalo.

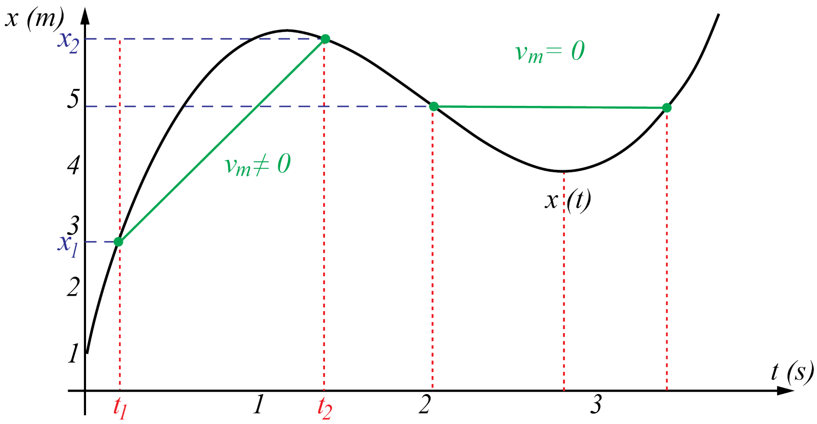


Figura 2.9: Ejemplo de gráfica de posición en función del tiempo. Las rectas secantes (líneas en verde) nos dan una noción de la velocidad media en ese intervalo de tiempo. En el primer caso $v_m > 0$ y en el segundo $v_m = 0$.

La pendiente de una recta tangente en un determinado instante de tiempo es la velocidad instantánea en dicho tiempo (ver Figura 2.10). La velocidad instantánea puede ser nula en un determinado instante, en ese caso se dice que la partícula se encuentra en un estado de reposo instantáneo. En ese momento la gráfica de posición en función del tiempo alcanza un máximo o un mínimo, y se produce una inversión en el sentido del movimiento. Esto quiere decir que, si el cuerpo se encontraba acercándose al origen del sistema de coordenadas, en ese tiempo comenzará a alejarse del mismo o viceversa.

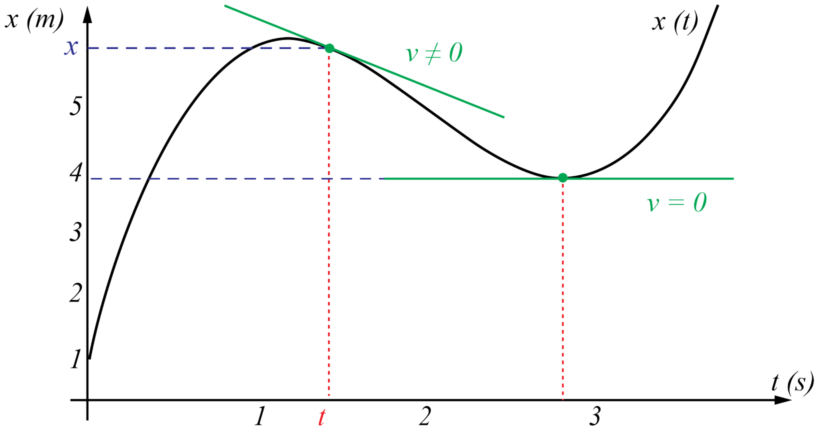
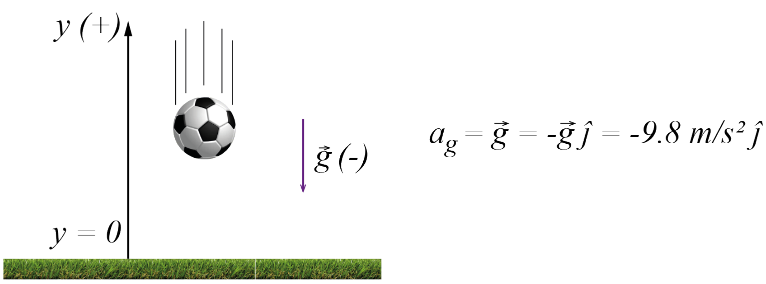


Figura 2.10: Variación de la posición en el tiempo. La recta tangente la curva de posición en un dado tiempo (recta de color verde) nos brinda información sobre la velocidad instantánea en ese punto. En el primer caso $v < 0$, pues la pendiente de la recta tangente es negativa, y en el segundo instante $v = 0$.

2.9 Caída libre - Tiro vertical

En las situaciones de caída libre y tiro vertical veremos que las ecuaciones de movimiento corresponden a las de un movimiento rectilíneo uniformemente variado; y el módulo de la aceleración es debido a la conocida *atracción gravitatoria* que estudiaremos más adelante. A esta magnitud se la suele denominar con la letra g y su valor a la altura de la superficie terrestre puede considerarse constante e igual a 9.8 m/s^2.

La aceleración gravedad, como toda aceleración, también es una magnitud vectorial, es decir tiene módulo dirección y sentido. La dirección y el sentido de $\vec{g}$ dependerán de cómo ubiquemos el sistema de coordenadas. Si el sistema lo ponemos creciente desde la Tierra hacia arriba en la vertical, como se muestra en la siguiente figura, entonces g tiene signo negativo porque se opone como vector a nuestro sentido creciente de la coordenada y.



Por ahora solo nos adelantaremos a contar que la aceleración de la gravedad se obtiene a partir de la Ley de Gravitación Universal, la cual veremos en detalle en dinámica. Dicha aceleración es proporcional a la masa e inversamente proporcional al cuadrado del radio del planeta donde estudiemos el problema. Veamos algunas aceleraciones en distintos planetas del sistema solar:

$g_{Luna} = 1.6\ m/s^2 \qquad g_{Urano} = 8.7\ m/s^2 \qquad g_{Saturno} = 10.4\ m/s^2 \qquad g_{Sol} = 274\ m/s^2$

¡Toda la teoría planteada a continuación no tiene en cuenta la fricción con el aire!

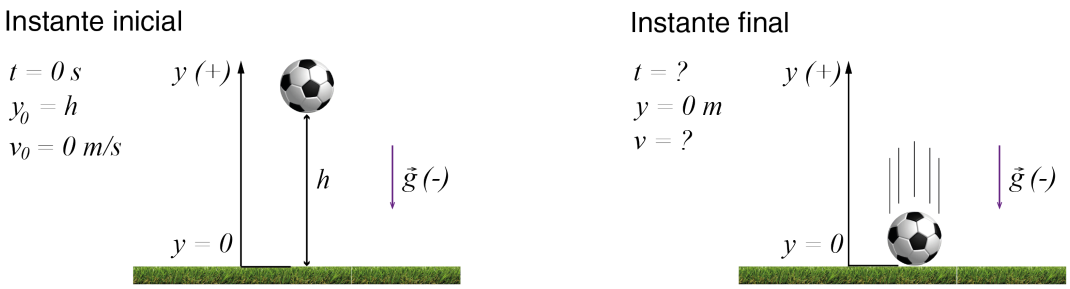
2.9.1 Caída libre

En física, se denomina *caída libre* al movimiento de un cuerpo bajo la acción exclusiva de un campo gravitatorio. Esta definición formal excluye a todas las caídas reales influenciadas en mayor o menor medida por la resistencia aerodinámica del aire, así como a cualquier otra que tenga lugar en el seno de un fluido. Sin embargo, es frecuente también referirse coloquialmente a éstas como *caídas libres*, aunque los efectos de la viscosidad del medio no sean, por lo general, despreciables.

El movimiento de los cuerpos en caída libre se describen con las ecuaciones de MRUV. Si despreciamos completamente la fricción con el aire, es equivalente a pensar que el movimiento de caída ocurre en el vacío, donde su aceleración es constante. Más aún, todos los cuerpos sometidos a la atracción de la Tierra, y bajo la misma consideración, tendrán la misma aceleración, independientemente de cuáles sean su forma y su masa.

Formalmente una caída libre es un MRUV en el cual deja caer el objeto desde una determinada altura h con velocidad inicial nula ($v_0 = 0$) y aceleración constante de módulo $g = 9.8\ m/s^2$.

Ejemplo: se deja caer una pelota desde el reposo y a una altura h, como se muestra en el siguiente esquema de la situación:



Ubicando el origen del sistema de coordenadas en el suelo, las ecuaciones de movimiento para la pelota son:

Caída libre		
Posición	$y(t) = h - (1/2)gt^2$	Parábola cóncava hacia abajo
Velocidad	$v = -gt$	Recta de pendiente $-g$ que pasa por el origen
Aceleración	$a = -g$	Recta horizontal ubicada en $-g$

a) ¿Cuánto tiempo tardó en llegar al suelo?

b) ¿Cuál fue la velocidad en dicho instante ?

Respuesta:

En el instante inicial la rapidez era $v_0 = 0\ m/s$ y la pelota se encontraba a una altura $y_0 = h$ respecto del suelo. Al llegar a su posición final, solo sabemos que la pelota se encuentra en el origen ($y = 0\ m$) de nuestro sistema de coordenadas. El tiempo que tardó en llegar hasta el suelo y la velocidad en dicho instante son incógnitas. Entonces $y = 0m$ cuando $t = t_{vuelo} = t_v$, si reemplazamos todo esto en la ecuación de posición:

$$y(t_v) = -\frac{1}{2}g\, {t_v}^2 + h = 0$$

y despejando t_v

$$-\frac{1}{2}g{t_v}^2 + h = 0$$

$$h = \frac{1}{2}g\, {t_v}^2$$

$${t_v}^2 = 2\frac{h}{g}$$

$$\boxed{t_v = \sqrt{2\frac{h}{g}} = (2\frac{h}{g})^{1/2}}$$

Este es el tiempo que tardó la pelota en llegar al suelo cuando cayó desde una altura $y_0 = h$ hasta una posición $y = 0$, con una velocidad inicial nula.

Ahora reemplazamos el tiempo de vuelo en la ecuación de velocidad, obteniendo de esta manera la velocidad en el instante en el que alcanzó el suelo:

$$v(t_v) = -g t_v$$

$$v(t_v) = -g\sqrt{2\frac{h}{g}}$$

$$\boxed{v(t_v) = -\sqrt{2gh}}$$

El signo menos en la velocidad indica el sentido de movimiento del objeto, y está en acuerdo con nuestro sistema de coordenadas. Una velocidad positiva indicaría que el objeto está subiendo, moviéndose en el sentido positivo de nuestro sistema de coordenadas.

Como puede verse de las expresiones antes obtenidas para un caso general de caída libre, **el tiempo de vuelo y la velocidad con la que llega al suelo dependen solamente de la altura de la cual se la deja caer el objeto.**

Si ahora se le da una velocidad inicial en sentido *hacia el suelo* significa que según nuestro sistema de coordenadas, esta velocidad inicial será negativa.

Caída libre desde una altura h y con velocidad inicial *negativa*		
Posición	$y(t) = h - v_0 t - (1/2)gt^2$	Parábola
Velocidad	$v = -v_0 - gt$	Recta de pendiente $-g$ y ordenada $-v_0$
Aceleración	$a = -g$	Recta horizontal ubicada en $-g$

En este caso el tiempo de vuelo, t_v, se obtiene de la misma manera que para la caída sin velocidad inicial, es decir que está en *el aire* hasta que $y = 0\ m$.

$$y(t_v) = -\frac{1}{2}g{t_v}^2 - v_0 t_v + h = 0$$

$$0 = -\frac{1}{2}g{t_v}^2 - v_0 t_v + h = 0$$

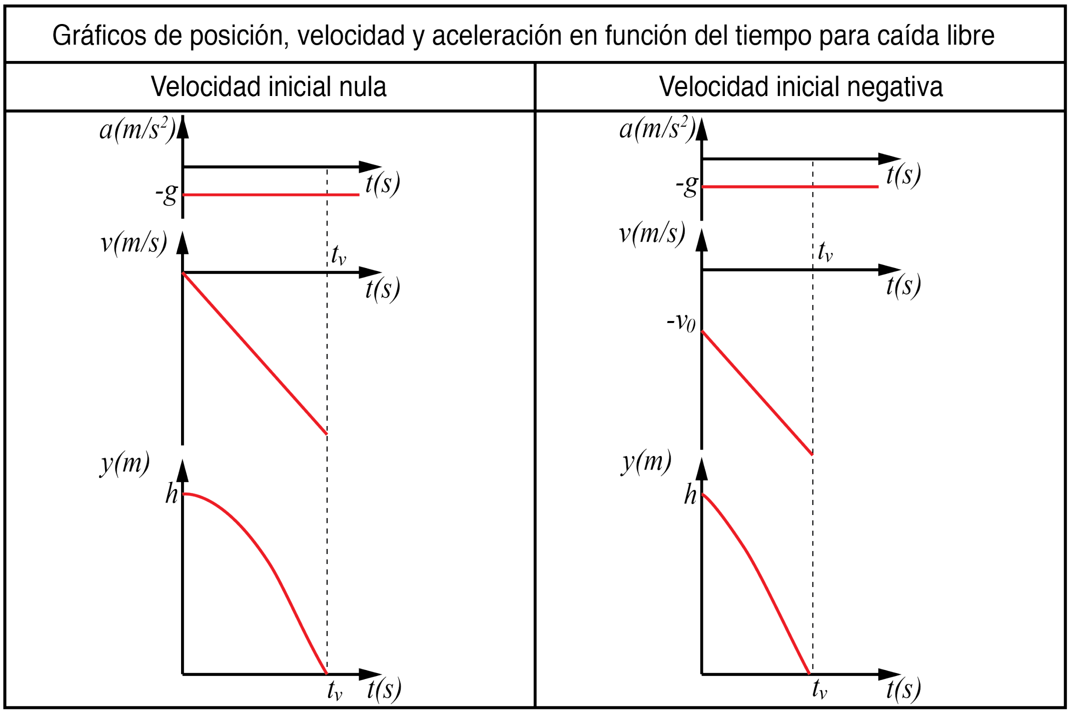
donde esta última ecuación se resuelve aplicando Bhaskara:

$$t_v = \frac{v_0 \pm \sqrt{v_0^2 + 2gh}}{-g}$$

a partir de la cual se obtendrán dos tiempos, de los cuales uno tiene sentido físico (el que resulte mayor a 0) y es el que se debe usar en la resolución del problema. Éste es reemplazado en la ecuación de velocidad para encontrar cuál es su valor cuando el objeto alcance el suelo (que para nosotros coincide con $y = 0$):

$$v_v = v(t_v) = -g\,t_v - v_0$$

La siguiente tabla muestra las gráficas de los dos casos discutidos hasta aquí.



Ejemplo: Se deja caer un cuerpo cae libremente (es decir que parte del reposo) desde una altura de 180 m. Calcular:

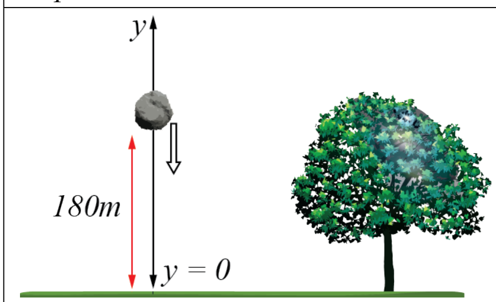
a) El tiempo que tarda en llegar al suelo y la velocidad en dicho instante.

b) La velocidad cuando el cuerpo se encuentra en la mitad de su recorrido.

c) ¿A qué altura la rapidez es la mitad de la calculada en el inciso ***a)***?

d) Hacer las gráficas cualitativas de posición, velocidad y aceleración en función del tiempo.

Resolución:

Esquema de la situación	*Datos del problema*
	*Ubicamos el origen del sistema de coordenadas en el suelo ($y = 0$) *$y_0 = 180\ m$ *$v_0 = 0$ *$a = -9.8\ m/s^2$

Como primer paso de resolución en cualquier problema de cinemática, una vez definido el sistema de coordenadas que va a utilizarse y la ubicación del origen del mismo, es necesario que escribamos las ecuaciones de movimiento del cuerpo válidas para todo tiempo. Esto nos permitirá organizarnos mejor con la información conocida del problema y nos ayudará en la resolución de lo que nos piden resolver en cada inciso.

Ecuaciones de movimiento	
Posición	$y(t) = 180\ m - (1/2)(9.8\ m/s^2)\,t^2$
Velocidad	$v = -(9.8\ m/s^2)\,t$
Aceleración	$a = -9.8\ m/s^2$

a) Para saber cuánto tarda en llegar al suelo vamos a utilizar la ecuación de posición. Sabemos que, de acuerdo a la elección de nuestro sistema de coordenadas, cuando el cuerpo llegue al suelo su posición es 0 m ($y = 0\ m$). Entonces:

$$0\ m = -(1/2)(9.8\ m/s^2)\,t^2 + 180\ m$$

$$(1/2)(9.8\ m/s^2)\,t^2 = 180\ m$$

$$t^2 = 180\ \cancel{m}\ 2/(9.8\ \cancel{m}/s^2)$$

$$t^2 = (360/9.8)\ s^2 = 36.7\ s^2$$

$$t = 6.06\ s$$

El tiempo que tarda el cuerpo en llegar al suelo es 6.06 s.

Para calcular la velocidad cuando llega al suelo, simplemente reemplazamos este tiempo de vuelo ($t_v = 6.06\ s$) en la ecuación de velocidad:

$$v = -(9.8\ m/s^2)\,(6.06\ s)$$
$$v = -59.39\ m/s$$

b) La mitad del recorrido corresponde a la posición $y = 90\ m$, entonces recurrimos a la ecuación de posición como función del tiempo para despejar en qué instante el cuerpo pasa por dicha posición. Esto es:

$$90\ m = -(1/2)(9.8\ m/s^2)\,t^2 + 180\ m$$

$$(1/2)\,(9.8\ m/s^2)\,t^2 = 180\ m - 90\ m$$

$$t^2 = 90\ \cancel{m}\ \ 2/(9.8\ \cancel{m}/s^2)$$

$$t^2 = (180/9.8)\ s^2 = 18.36\ s^2$$

$$t = 4.28\ s$$

El cuerpo se encuentra la mitad de su recorrido cuando trasncurrieron 4.28 segundos desde que se lo dejó caer. Si reemplazamos este tiempo en la ecuación de velocidad, sabremos con qué velocidad pasa por dicha posición:

$$v = -(9.8\ m/s^{\cancel{2}})\,(4.28\ \cancel{s})$$

$$v = -41.94\ m/s$$

c) Veamos en qué instante y a qué altura la velocidad es la mitad de la calculada en ***a)***, es decir, cuándo y dónde $v = -(59.39\ m/s)/2 = -29.69\ m/s$. Utilizamos la ecuación de velocidad:

$$-29.69\ m/s = -(9.8\ m/s^2)\,t$$

$$(-29.69\ \cancel{m}/\cancel{s})/(-9.8\ \cancel{m}/s^{\cancel{2}}) = t$$

$$3.03\ s = t$$

A los 3.03 segundos de iniciado el descenso la velocidad del cuerpo es de $-29.69\ m/s$. Para saber a qué altura corresponde reemplazamos 3.03 s en la ecuación de posición:

$$y = -(1/2)\,(9.8\ m/s^2)\,(3.03\ s)^2 + 180\ m$$

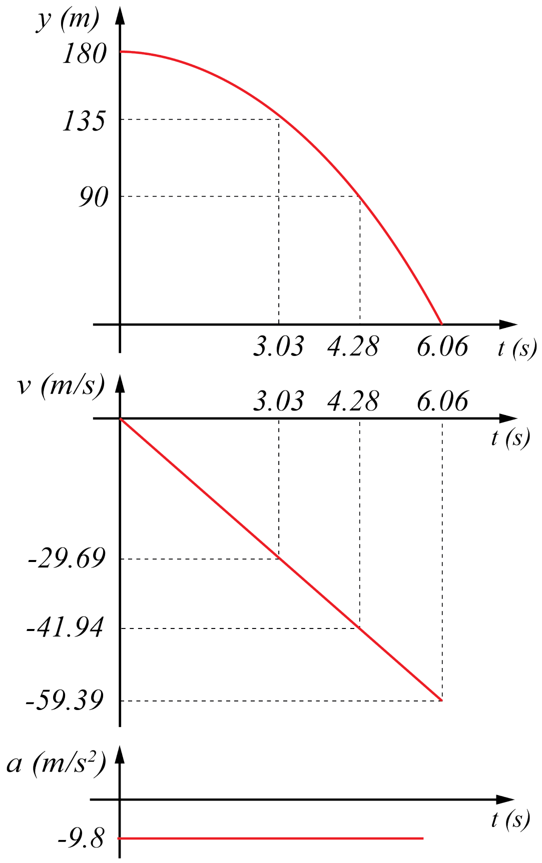
$$y = -(1/2)\,(9.8\ m/\cancel{s^2})\,(9.18\ \cancel{s^2}) + 180\ m$$

$$y = -45\ m + 180\ m$$

$$y = 135\ m$$

Entonces, a $3.03\,s$ de iniciado el movimiento, el cuerpo se encuentra en una posición $y = 135\,m$ con una velocidad de $-29.69\,m/s$.

d) Gráficas cualitativas



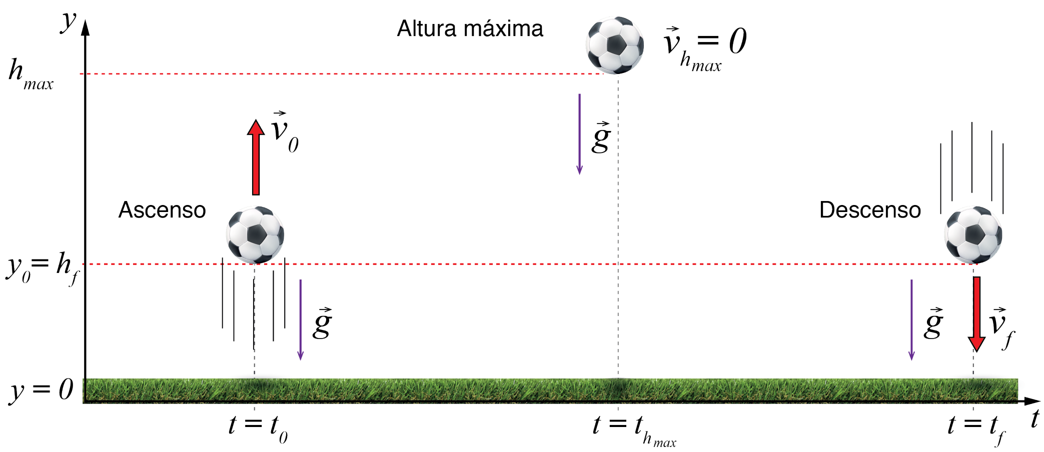
2.9.2 Tiro Vertical

Como su nombre lo indica, un *tiro vertical* se trata de arrojar un cuerpo *hacia arriba* en forma vertical. Es decir, por *tiro* entenderemos que para un cuerpo que en un dado instante inicia, $t = t_0$, está posicionado a una cierta altura inicial, $y = y_0$, se le dará una velocidad inicial *hacia arriba*, $\vec{v} = \vec{v}_0$. A partir de este momento, el cuerpo arrojado describirá un movimiento rectilíneo uniformemente variado, donde la aceleración apuntará siempre *hacia el suelo* y su valor será g. Mientras que la velocidad sea *hacia arriba* el cuerpo *subirá* y dado que la aceleración es *hacia abajo* (sentido opuesto al que tiene la velocidad), el objeto va a ir disminuyendo su rapidéz hasta alcanzar un instante en el que se detenga su ascenso ($v_{h_{max}} = 0$). Este instante ($t = t_{hmax}$) representa al momento en el que el cuerpo alcanza su *máxima altura*, h_{max}. Como su aceleración sigue siendo *hacia abajo*, comenzará a descender aumentando su rapidéz en sentido contrario al del ascenso.

¿Al alcanzar la misma altura que al inicio ($\mathbf{h_f = y_0}$), tendrá la misma rapidéz que se le dió al inicio, pero en sentido opuesto?

Notemos que en todo el recorrido LA ACELERACIÓN es la misma, NO CAMBIA, es siempre g, apuntando hacia Tierra. Dado que la aceleración representa, por deficinión, a la variación de la velocidad en función del tiempo, esta última cambiará (tanto en el ascenso como en el descenso) siempre en proporciones iguales. Es así que la rapidez a una dada altura del ascenso será igual pero en sentido opuesto a la rapidez que se tenga en el descenso a la misma altura.

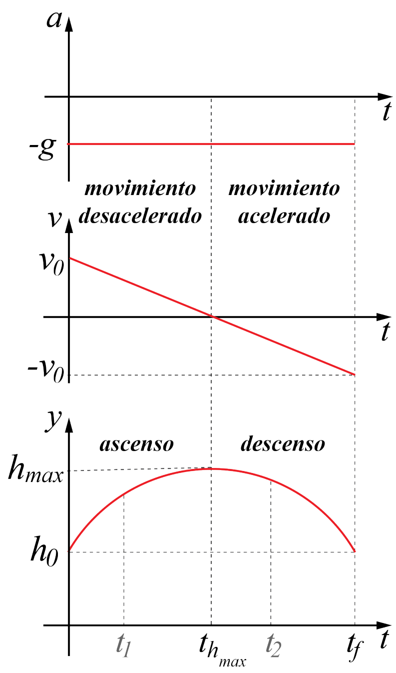
Ejemplo: Se arroja una pelota en tiro vertical con velocidad inicial de módulo v_0 hacia arriba, sentido positivo del eje y según el sistema de coordenadas mostrado en la figura a continuación. Supongamos al origen ($y = 0$) de dicho sistema en el suelo y concentrémonos en el movimiento de la pelota de fútbol.



Solución: La imagen muestra a izquierda a la pelota de fútbol partiendo inicialmente con una velocidad $\vec{v_0} = +v_0\hat{j}$ (donde $v_0 > 0\,m/s$), desde una altura inicial $y_0 \neq 0$ en el instante inicial $t = t_0$, según nuestro sistema de referencia. En la parte central de la imagen se muestra la situación en la que la pelota se encuentra en su altura máxima, donde la posición en $t = t_{h_{max}}$ es $y(t_{h_{max}}) = h_{max}$ y la velocidad $\vec{V}(t_{h_{max}}) = \vec{V}_{h_{max}} = \vec{0}$. A la derecha de la imagen se muestra cuando la pelota está a la misma altura $y(t_f) = h_f = y_0$ que la inicial, pero esta vez cuando se encuentra de regreso al suelo (aquí la velocidad será igual a la inicial, pero hacia abajo: $\vec{v_0} = -v_0\hat{j}$). Las ecuaciones de movimiento serán:

Tiro vertical		
Posición	$y(t) = -(1/2)gt^2 + v_0t + h_0$	Parábola cóncava hacia abajo
Velocidad	$v(t) = -gt + v_0$	Recta de pendiente $-g$ y ordenada $+v_0$
Aceleración	$a = -g = -9.8\ m/s^2$	Recta horizontal ubicada en $-9.8\ m/s^2$

Estas ecuaciones tienen en cuenta TODO el movimiento de un tiro vertical, es decir que son válidas tanto para el ascenso como para el descenso. Las gráficas de posición, velocidad y aceleración en función del tiempo, para la situación descripta, se muestran en las siguientes figuras:



Un instante de tiempo arbitrario t_1 perteneciente al intervalo de tiempo $t_0 \leq t_1 \leq t_{h_{max}}$, corresponde a la etapa de ascenso (*movimiento desacelerado*), donde se observa que en $t = t_{h_{max}}$ se llega a la altura máxima. Mientras que el instante de tiempo arbitrario t_2 perteneciente al intervalo de tiempo $t_{h_{max}} \leq t_2 \leq t_f$ corresponde a la etapa de descenso (*movimiento acelerado*).

¿Cómo determino la altura máxima h_{max}?

Sabemos que en este punto la velocidad es cero, entonces, de la ecuación de velocidad:

$$v(t_{h_{max}}) = v_0 - g\ (t_{h_{max}} - t_0) = 0$$

$$\boxed{t_{h_{max}} = \frac{v_0}{g} + t_0}$$

Este es el tiempo al que alcanza la altura máxima. Entonces reemplazamos este valor de tiempo en la ecuación de posición para obtener la altura máxima:

$$y(t_{h_{max}}) = -\tfrac{1}{2}g\ (t_{h_{max}} - t_0)^2 - v_0\,(t_{h_{max}} - t_0) + h_0 = h_{max}$$

$$h_{max} = -\tfrac{1}{2}g\,(t_{h_{max}} - t_0)^2 - v_0\ (t_{h_{max}} - t_0) + h_0$$

$$h_{max} = -\tfrac{1}{2}g\ (\tfrac{v_0}{g})^2 - v_0\,(\tfrac{v_0}{g}) + h_0$$

$$h_{max} = -\frac{1}{2}\frac{(v_0^2)}{g} - \frac{(v_0^2)}{g} + h_0$$

$$\boxed{h_{max} = \frac{1}{2}\frac{(v_0^2)}{g} + h_0}$$

Vemos que la altura máxima es proporcional al cuadrado de la velocidad con la que es arrojado el objeto hacia arriba.

Si ahora queremos saber a qué tiempo llegará a la misma altura inicial, debemos reemplazar en la ecuación de posición $y(t_f) = h_0$. Cabe aclarar que esto es de acuerdo a como planteamos nuestro sistema de coordenadas.

$$y_{(t_f - t_0)} = -\tfrac{1}{2}g\ (t_f - t_0)^2 - v_0\ (t_f - t_0) + \cancel{h_0} = \cancel{h_0}$$

igualdad que debemos resolver por Bhaskara:

$$t_f = \frac{-v_0\ \pm\sqrt{v_0^2}}{-g} - t_0$$

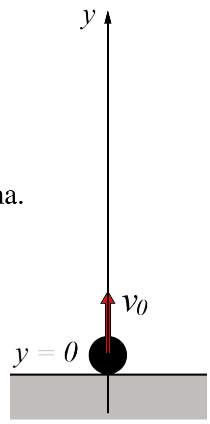
$$t_2 = \frac{2v_0}{g}$$

Ejercicio: Si $h_0 = 1\,m$, $t_0 = 0\,s$ y $v_0 = 5\,m/s$, encuentre el tiempo en el que llegará a la altura del suelo (teniendo en cuenta que el suelo se encuentra en el origen del sistema de referencia: $y = 0\,m$) y la velocidad con la que lo chocaría.

Ejemplo:

Un objeto es arrojado hacia arriba con una rapidez inicial 20 m/s, éste parte del origen de nuestro S.R y luego de un tiempo llega al mismo punto.

1. Escribir las ecuaciones de movimiento.
2. Calcular la altura máxima.
3. Calcular la velocidad cuando la posición es la mitad de la altura máxima.



Respuesta:

1. Datos: $V_0 = 20\ m/s$, $a = -g = -9.8\ m/s^2$, $h_0 = 0$

Ecuaciones de movimiento	
Posición	$y(t) = -(4.9\ m/s^2)\,t^2 + (20\ m/s)\,t$
Velocidad	$v = -(9.8\ m/s^2)\,t + 20\ m/s$
Aceleración	$a = -g = -9.8\ m/s^2$

2. En la altura máxima la velocidad es cero:

$$0 = 20\ m/s - 9.8\ m/s^2\ t$$

$$t = 2.04\ s$$

Este es el tiempo que tarda en alcanzar la altura máxima:

$$y(t_{h_{max}}) = -(4.9\ m/s^2)\,(2.04\ s)^2 + (20\ m/s)\,(2.04\ s) = h_{max}$$

$$h_{max} = -20.39\ m + 40.8\ m$$

$$h_{max} = 20.41\ m$$

La altura máxima alcanzada por el objeto es de 20.41 m.

3. Ahora tenemos que calcular la velocidad cuando la posición es $h_{max}/2 = 10.20\ m$, reemplazamos en la ecuación de posición:

$$10.20\ m = -(4.9\ m/s^2)\,t^2 + (20\ m/s)\,t$$

$$0 = -(4.9\ m/s^2)\,t^2 + (20\ m/s)\,t - 10.20\ m$$

Ahora resolvemos por Bhaskara:

$$t = \frac{-20\ m/s \pm \sqrt{(-20\ m/s)^2 - 99.96\ m^2/s^2}}{-9.8\ m/s^2} = \frac{-20\ m/s \pm 17.3\ m/s}{-9.8\ m/s^2}$$

$$t_1 = \frac{-20\ m/s + 17.3\ m/s}{-9.8\ m/s^2} = 0.27\ s \qquad t_2 = \frac{-20\ m/s - 17.3\ m/s}{-9.8\ m/s^2} = 3.81\ s$$

Se encuentran dos valores de tiempo para los cuales la posición es la mitad de la altura máxima. El primer valor obtenido de 0.27 s corresponde al ascenso, mientras que el segundo valor de 3.81 s corresponde a la etapa de descenso. Con lo cual tendremos dos valores de velocidad:

$$V(t_1) = -(9.8\ m/s^{\cancel{2}})\,(0.27\ \cancel{s}) + 20\ m/s = +17.35\ m/s$$

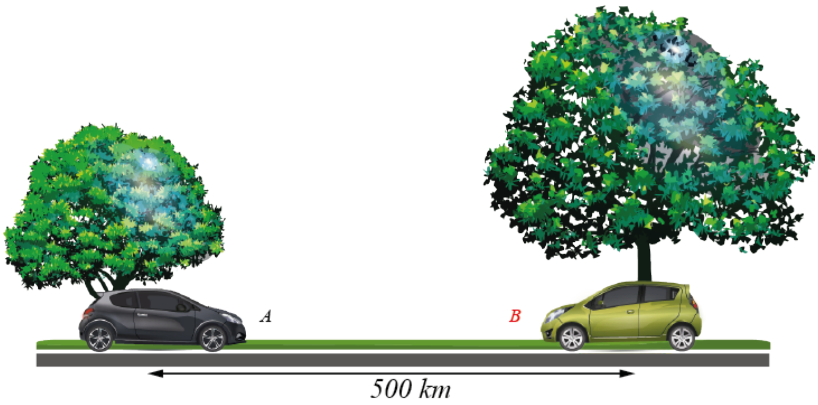
$$V(t_2) = -(9.8\ m/s^{\cancel{2}})\,(3.81\ \cancel{s}) + 20\ m/s = -17.35\ m/s$$

2.10 Encuentro

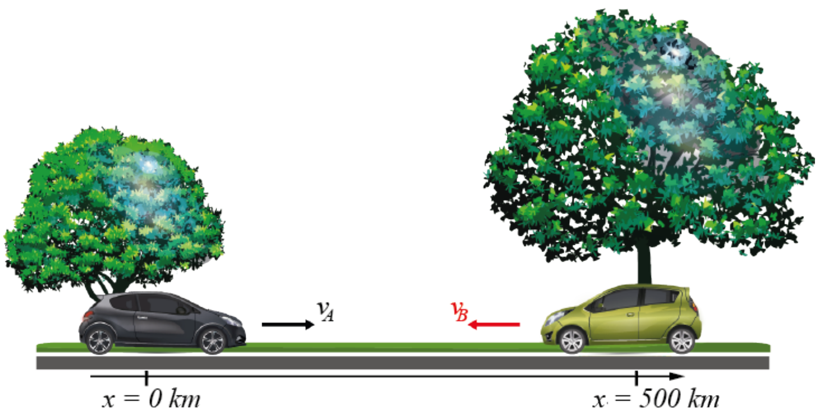
Dos objetos A y B se encuentran simplemente si se cumplen dos condiciones: estar en el mismo lugar (*posiciones iguales*) en el mismo instante (*a igual tiempo*). Estas dos condiciones de encuentro se reducen a igualar las ecuaciones de posición para un mismo instante, es decir:

$$\boxed{x_A(t_e) = x_B(t_e), \text{ donde } t_e \text{ es el tiempo de encuentro}}$$

Ejemplo: Dos automóviles A y B están a 500 km de distancia entre sí y se mueven con rapidez constante en sentidos opuestos y en línea recta. El móvil A tiene una velocidad de 80 km/h y B de 120 km/h. ¿Dónde y cuándo se produce el encuentro?



Solución: Lo primero que debemos hacer es ubicar el origen de nuestro sistema de referencia. Una opción es colocar el origen en la posición inicial de A, de forma tal que ésta sea igual a cero mientras que la posición inicial de B es de 500 km si contamos positiva el sentido hacia la derecha (ver figura).



Ahora repasemos los datos que conocemos:

- Ambos se mueven con velocidad constante, entonces $\vec{a}_A = \vec{a}_B = a\,\hat{i} = 0\,\hat{i} \rightarrow \mathbf{a = 0}$ (MRU)
- $\vec{v}_A = v_A\,\hat{i} = 80\ km/h\,\hat{i} \rightarrow \mathbf{v_A = 80\ km/h}$
- $\vec{v}_B = v_B\hat{i} = -120\ km/h\,\hat{i} \rightarrow \mathbf{v_B = -120\ km/h}$
- $x_{0,A} = 0\ km,\qquad x_{0,B} = 500\ km$

Con esta información podemos escribir las ecuaciones de movimiento para A y B.

Móvil A	Móvil B
$a = 0$ $v_A = 80\,km/h$ $x_A = (80\,km/h)\ t$	$a = 0$ $v_B = -120\,km/h$ $x_B = (-120\,km/h)\ t + 500\,km$

El encuentro se producirá cuando: $x_A = x_B$ en $t = t_e$
con lo cual

$$(80\,km/h)\ t_e = (-120\,km/h)\ t_e + 500\,km$$

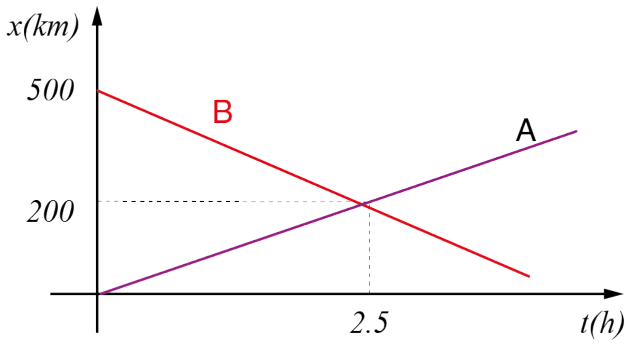
Despejando el tiempo, obtenemos:

$$t_e = (500\cancel{km})/(200\cancel{km}/h) = 2.5\,h$$

El encuentro se produce dos horas y media después. Ahora reemplazamos este valor en cualquiera de las ecuaciones de posición:

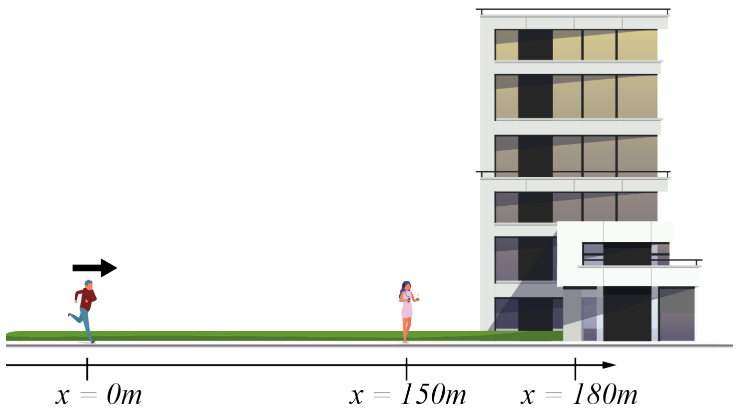
$$x_{encuentro} = x_A(t_e) = x_B(t_e) = 200\,km$$

El encuentro se produce a $200\,km$ del origen de nuestro sistema de referencia. Debajo se muestran las gráficas de posición en función del tiempo para este caso.

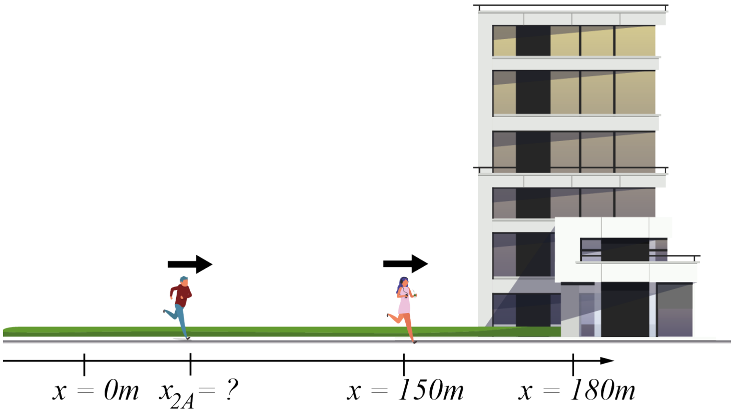


Ejemplo: Un chico decide salir a correr y lo hace a una velocidad constante de $6\,m/s$ en dirección Este. En la misma calle y $150\,m$ delante de él se encuentra su ex novia, la cual lo ve venir corriendo unos $2\,s$ después. Decidida a no encontrarse con él, sale a paso rápido con una aceleración de $0.1\,m/s^2$, tratando de llegar a su casa ubicada $30\,m$ más adelante. ¿Logrará evitarlo?

Solución: Hagamos un esquema de la situación, en el instante inicial el chico (A) se encuentra en el origen de nuestro sistema de referencia, la chica (B) a $150\,m$ a la derecha (sentido positivo) y por último la casa de ésta se encuentra a $150\,m + 30\,m = 180\,m$ del origen.



Dos segundos después la chica, que aún permanece en los $150\,m$, inicia su movimiento hacia la derecha con dirección a su casa. Mientras tanto el chico avanzó en esos dos segundos una posición x_{2A} que aún desconocemos.



Veamos qué datos tenemos:

- El chico en todo momento se mueve con MRU.
- Velocidad del chico $\vec{v_A} = 6\,\frac{m}{s}\,\hat{i} \quad \rightarrow \quad$ Rapidez del chico $v_A = 6\,m/s$
- La chica permanece en reposo los primeros $2\,s$.
- A partir de los $2\,s$ tiene MRUV : $a_B = 0.1\,m/s^2$ y $v_{0B} = 0\,m/s$.

Entonces las ecuaciones de movimiento son:

t de 0 a 2 s	
Chico (A)	**Chica (B)**
$a = 0$ $v_A = 6\ m/s$ $x_A = (6\ m/s)\ t$	$a = 0$ $v_B = 0$ $x_B = 150\ m$
t′ de 2 s en adelante	
Chico (A)	**Chica (B)**
$a = 0$ $v_A = 6\ m/s$ $x_A = (6\ m/s)\ t' + 12\ m$	$a = 0.1\ m/s^2$ $v_B = (0.1\ m/s^2)\ t'$ $x_B = 150\ m + (0.1\ m/s^2)/2\ t'^2$

Es importante remarcar que el tiempo t es diferente del tiempo t'. Mientras que el primero es cualquier valor de tiempo entre 0 y 2 s, el segundo es cualquier valor de tiempo mayor a 2 s de cuando se produce el encuentro, que obviamente es después de los 2 s:

$$x_A = x_B \text{ en } t' = t_e$$

$$(6\ m/s)\ t_e + 12\ m = \frac{1}{2}(0.1 m/s^2)\ t_e^2 + 150\ m$$

Agrupando

$$(0.05\ m/s^2)\ t_e^2 - (6\ m/s)\ t_e + 138\ m = 0$$

Por Bhaskara resultan dos tiempos de encuentro de 30 s y 90 s. Nos quedamos con el primer tiempo (30 s) y nos fijamos la posición en la cual ocurre el encuentro:

$$x_A(30\ s) = (6\ m/s)\,(30\ s) + 12\ m = 192\ m$$

Como la posición de encuentro es mayor a 180 m (casa de la chica), no se van a cruzar ya que la joven llegará primero a su casa.

3. Dinámica

En cinemática vimos cómo es posible describir el movimiento de un objeto en términos de su posición, su velocidad y su aceleración. Al cambio en la posición en función del tiempo lo llamamos *velocidad* y al cambio de la velocidad en función del tiempo *aceleración*. Pero hasta aquí no nos hemos preguntamos qué es lo que causa esa aceleración, qué es lo que provoca cada tipo de movimiento o cómo podemos lograr mantener a un cuerpo en equilibrio.

En esta sección vamos a investigar la razón por la cual los objetos se mueven de la manera en que lo hacen. Esta comprensión es importante no solamente desde el punto de vista del conocimiento básico de la naturaleza, sino también desde el punto de vista de la ingeniería y las aplicaciones prácticas.

La ***dinámica*** es la rama de la mecánica que se encarga de estudiar aquello que produce cambios en el estado movimiento de un objeto, aquello que nos hará entender cómo se produce una aceleración. Así llegaremos al concepto de ***fuerza***.

Durante 2000 años, las leyes físicas estuvieron gobernadas por ideas enunciadas por Aristóteles (384 A.C. - 322 A.C.), las cuales resumimos en los siguientes enunciados:

- La rapidez con la cae un objeto depende de su composición, su forma y su peso, viendo que en condiciones normales caen primero los cuerpos más pesados.
- No puede existir el vacío.
- Distinguía entre lo que llamaba *movimientos naturales* como por ejemplo el agua bajando por un río, y *movimientos violentos*, como el de disparar una flecha con un arco, por ejemplo.
- En los movimientos violentos consideraba que debía estar actuando una fuerza en todo momento. En el caso de la flecha, la fuerza inicial la producía el arquero, pero luego creía que lo que mantenía la flecha en movimiento era la fuerza del aire que la empujaba constantemente desde atrás.

Varios de estos conceptos fueron derribados con las teorías elaboradas por Galileo y Newton. Las *leyes de Newton* constituyen los tres principios básicos que explican el origen y el cambio del movimiento de los cuerpos, según la mecánica clásica. Isaac Newton (1643-1727) fue quien las formula por primera vez en 1687, aunque la primera de ellas ya había sido enunciada por Galileo (1565-1643).

3.1 Primera Ley de Newton

Al examinar históricamente cómo se construyó el estudio del movimiento mecánico de los cuerpos, encontramos que Galileo Galilei fue el primero en examinarlo y describirlo en base a la experimentación, estableciendo leyes cuantitativas que caracterizan el movimiento. Todos estos conceptos y evidencias experimentales fueron vinculados entre sí por Isaac Newton, quien elabora tres grandes leyes que gobiernan la mecánica clásica.

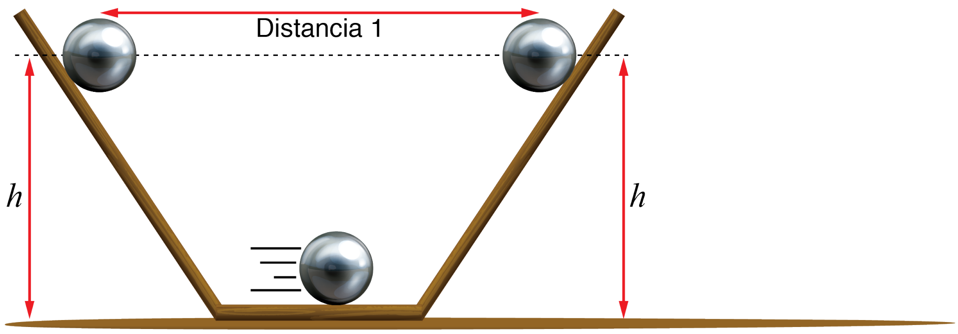
La **primera ley de Newton**, también conocida como **ley de inercia**, dice:

TODO OBJETO CONTINÚA EN ESTADO DE REPOSO O DE MOVIMIENTO RECTILINEO UNIFORME, A MENOS QUE SEA OBLIGADO A CAMBIAR DE ESTADO POR FUERZAS QUE ACTUEN SOBRE ÉL

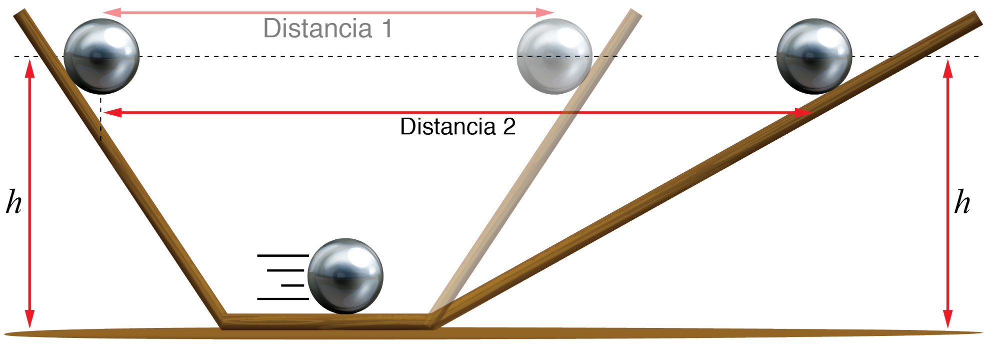
¿Cómo llegaron Galileo y Newton a esta conclusión?

3.1.1 Plano inclinado de Galileo

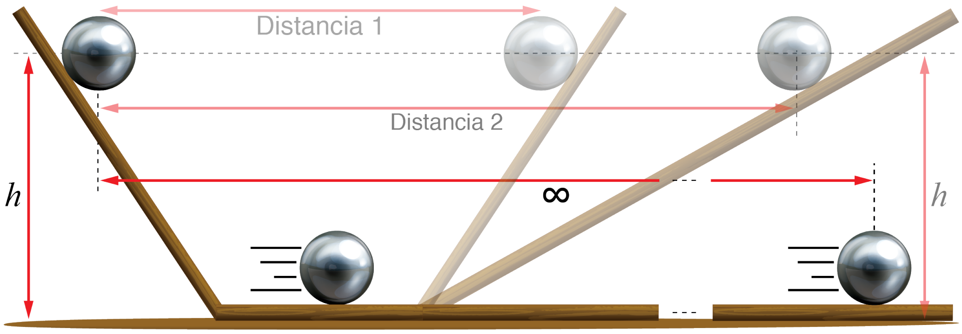
Una bolilla metálica sobre un plano inclinado se suelta desde una altura h (velocidad inicial $0m/s$). Luego de soltarla, la bolilla desciende por el plano, donde el rozamiento se considera despreciable, y finalmente asciende sobre un segundo plano inclinado llegando al nivel inicial (h). En este caso a la distancia horizontal recorrida la llamamos Distancia 1.



¿Qué pasa si se cambia el ángulo de inclinación del segundo plano? Al disminuir el ángulo de inclinación de la segunda rampa, el bloque llegará a la misma altura h, pero para ello debe recorrer una mayor distancia horizontal como se ejemplifica en el siguiente esquema (Distancia 2).



Luego Galileo se planteó lo siguiente: ¿qué ocurre si a la segunda rampa la ubicamos en posición horizontal y la consideramos infinita?. Entonces la bolilla al deslizar sobre la parte horizontal avanza *indefinidamente sin perder su movimiento, ya que no hay rozamiento ni interacción que cambie su estado*, es decir experimentará un MRU continuo. A esta propiedad del bloque se le denomina ***inercia***.



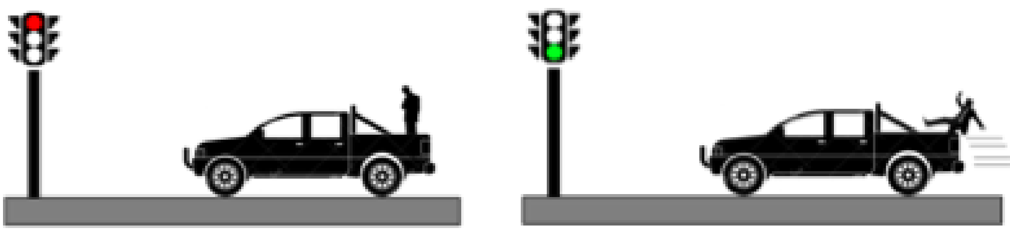
Newton tuvo en cuenta que los cuerpos en movimiento están siempre sometidos a fuerzas de roce o fricción, que los frena de forma progresiva, algo novedoso respecto de concepciones anteriores que entendían que el movimiento o la detención de un cuerpo se debía exclusivamente a si se ejercía sobre ellos una fuerza externa, pero nunca pensando en la fricción o rozamiento.

En consecuencia, un cuerpo con movimiento rectilíneo uniforme implica que no existe ninguna fuerza externa neta o, dicho de otra forma, un objeto en movimiento no se detiene de forma natural si no se aplica una fuerza sobre él. En el caso de los cuerpos en reposo, se entiende que su velocidad es cero, por lo que si ésta cambia es porque sobre ese cuerpo se ha ejercido una fuerza neta.

En conclusión, la primera ley postula que: ***un cuerpo no puede cambiar por sí solo su estado inicial, ya sea de reposo o movimiento rectilíneo uniforme, a menos que se aplique una fuerza neta sobre él***.

Ejemplo: Marta está usando una patineta y se mueve a velocidad constante. ¿Qué pasa si no ve que hay un escalón por delante en su camino? Este obstáculo va a interrumpir el movimiento de la patineta mientras que Marta, por inercia, va a tender a seguir avanzando.

Ejemplo: Una persona se encuentra en la parte trasera de una camioneta que espera en el semáforo a que encienda la luz verde, es decir, están ambos en reposo. Al cambiar la luz del semáforo a verde la camioneta avanza. Sin embargo, la persona ubicada detrás se resiste a cambiar su estado de reposo, por inercia, y tiende a permanecer en el lugar en el que está, por lo que acaba por caer de la camioneta.



3.2 Segunda Ley de Newton

La primera ley de Newton dice que para que un cuerpo altere su estado de movimiento es necesario que exista *algo* que provoque dicho cambio. Ese *algo* es se conoce como ***fuerza*** y es la **segunda ley de Newton** la cual nos brinda una herramienta para cuantificar este concepto:

> ***LA FUERZA NETA ($\vec{\mathbf{F}}_{\mathbf{neta}}$) APLICADA SOBRE UN CUERPO ES PROPORCIONAL A LA ACELERACIÓN ($\vec{\mathbf{a}}$) QUE ADQUIERE DICHO CUERPO. LA CONSTANTE DE PROPORCIONALIDAD ES LA MASA (m) DEL CUERPO.***

Las fuerzas son magnitudes vectoriales. Entonces, la fuerza neta corresponde a la suma vectorial de todas las fuerzas que estén actuando sobre un cuerpo. Matemáticamente es posible expresar esta ley de la siguiente manera:

$$\vec{F}_{neta} = \sum \vec{F} = m\vec{a}$$

recordando que el símbolo $\sum$ representa la sumatoria de.

La unidad de medida de la fuerza en el sistema internacional (SI) es el Newton y se representa como N. Así, $1\,N$ es la fuerza necesaria que hay que ejercer sobre un cuerpo de $1\,kg$ de masa para que adquiera una aceleración de $1\,m/s^2$.

$$1\ N = 1\ kg\,m/s^2$$

3.3 Tercera Ley de Newton

La tercera ley enunciada por Newton, también conocida como ***principio de acción y reacción***, dice que:

> ***SI UN CUERPO A EJERCE UNA ACCIÓN SOBRE OTRO CUERPO B, ÉSTE REALIZA SOBRE EL CUERPO A OTRA ACCIÓN DE IGUAL INTENSIDAD PERO CON SENTIDO OPUESTO, CONOCIDA COMO REACCIÓN***

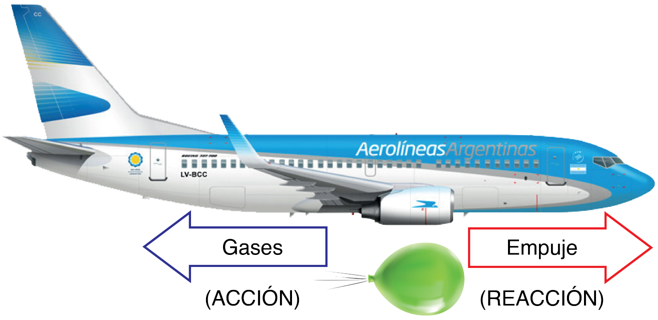
A las fuerzas que surgen de la interacción entre diferentes cuerpos se las conoce como *pares de acción y reacción*, ya que forman pares de fuerzas donde una es la que realiza la acción sobre otro cuerpo y la otra es la que reacción que recibe el primer cuerpo. Estos pares de fuerzas deben cumplir con las siguientes condiciones:

- Mismo módulo.
- Misma dirección.
- Sentido opuesto.
- Actúan en cuerpos distintos.

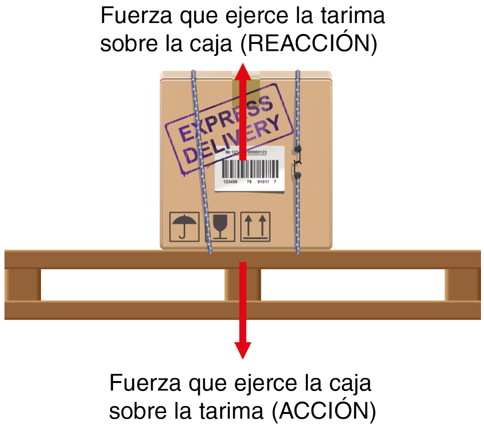
La última condición es quizás la más importante. El producto de la acción de una fuerza no puede ser una consecuencia en el propio cuerpo que aplicó dicha fuerza. Con lo cual, en los ejercicios que debamos identificar pares de acción y reacción tendremos que poner especial atención en ver que las fuerzas que elijamos no estén ambas en el mismo diagrama de cuerpo libre.

Ejemplos:

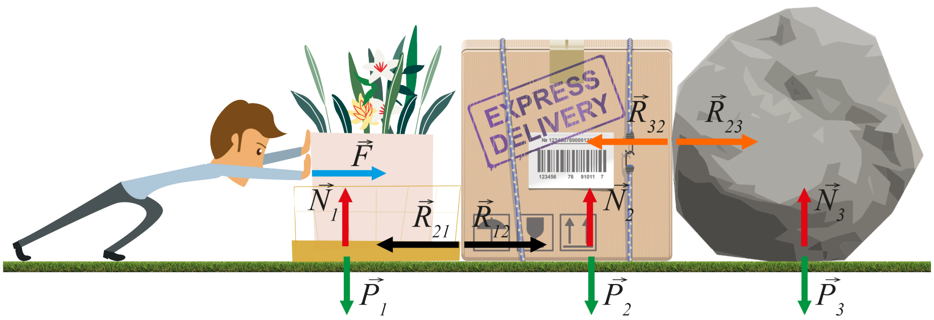
a) Una turbina en un avión funciona tomando una masa de aire y presurizándola hacia atrás. Para que ésto suceda, la turbina debe ejercer una fuerza sobre el aire. Por lo tanto, el aire reacciona aplicándole a la turbina una fuerza de igual magnitud pero de sentido contrario. Con lo cual, el aire sale impulsado hacia atrás y la turbina logra ir hacia delante. Este es básicamente el funcionamiento de un motor de reacción: éste efectúa una *acción* sobre el aire, el cual ejerce una *reacción* impulsando al motor hacia adelante. Esto se aplica también al despegue de los cohetes o cuando un globo se desinfla suelto en el aire y vemos que sale despedido hacia delante.



b) Cuando un cuerpo es apoyado en una superficie ejerce una *acción* sobre la misma, a lo cual la superficie le responde con una *reacción*, a la cual se la llama generalmente ***fuerza o reacción normal***. Veremos más adelante las propiedades de esta fuerza, que siempre es perpendicular a la superficie de contacto entre los dos cuerpos, de donde recibe el nombre de *normal*.



c) El cuerpo pequeño (m_1) de la izquierda es empujado hacia la derecha por una fuerza F y ejerce una *acción*, R_{12}, sobre el cuerpo mediano (m_2) quien ejerce una *reacción*, R_{21}, sobre el cuerpo m_1. Al mismo tiempo, el cuerpo m_2 ejerce una *acción*, R_{23} sobre el cuerpo mayor (m_3) de la derecha, el cual ejerce una *reacción*, R_{32}, sobre m_2. Observe que los pares de *acción* y *reacción* R_{12} y R_{21} entre m_1 y m_2, y R_{23} y R_{23} entre m_2 y m_3, pero que no se forma ningun par de *acción* y *reacción* entre m_1 y m_3.



3.4 Tipos de Fuerzas

3.4.1 Ley de Gravitación Universal - Fuerza de la Gravedad

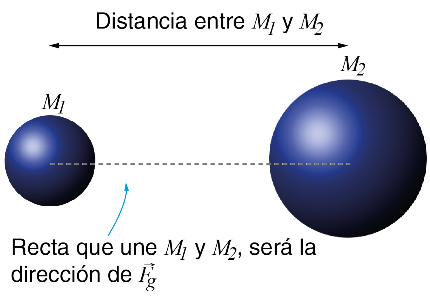
Isaac Newton no sólo propuso las tres grandes leyes del movimiento de los cuerpos en la mecánica clásica, que son la base para el estudio de la dinámica. También concibió otra ley importante para describir una de las fuerzas fundamentales en la naturaleza como es la *gravitación*. Esta ley sirvió para entender el movimiento de los planetas y es conocida como *Ley de gravitación universal*.

Para el desarrollo de dicha ley Newton se preguntó qué fuerza mantiene a la Luna orbitando alrededor de la Tierra y por qué los objetos que caen en las proximidades de la Tierra se aceleran hacia la misma. Sabía que si ninguna fuerza estuviera actuando sobre la Luna o el objeto cayendo, éstos se moverían en línea recta y con una velocidad constante (primera y segunda leyes de Newton). De la observación de que la Luna describe un movimiento circular uniforme alrededor de la Tierra, concluyó que tiene que existir una fuerza sobre la Luna dirigida hacia el centro de la Tierra. La naturaleza de esta fuerza debería ser la misma que la que hace que los cuerpos caigan. Fue la primera vez que se pensó en la acción de una fuerza atractiva a distancia, ya que hasta ese entonces se creía que para aplicar una fuerza sobre un objeto se tenía que tener contacto directo con el mismo. Sin embargo Newton se dio cuenta que no sucedía esto con la Luna y los objetos que caen, y entonces esta fuerza que mantiene a la Luna orbitando o que hace caer a los objetos es una fuerza que actúa a distancia.

La ley de gravitación universal establece que:

LOS OBJETOS, POR EL SIMPLE HECHO DE TENER MASA, SE ATRAEN ENTRE SÍ MEDIANTE UNA FUERZA, DENOMINADA FUERZA GRAVITATORIA O GRAVITACIONAL ($\vec{\mathbf{F}}_\mathbf{g}$)

Esta fuerza es proporcional al producto de las masas de los objetos, con lo cual, si aumento la masa de los objetos aumenta su fuerza de atracción gravitatoria. $\vec{F}_g$ también depende inversamente de la distancia entre ambos objetos: cuanto más lejos se encuentren los objetos entre sí, menor es la fuerza $\vec{F}_g$. Más aun, el módulo de $\vec{F}_g$ varía inversamente con el cuadrado de la distancia. Entonces, matemáticamente su módulo está dado por:

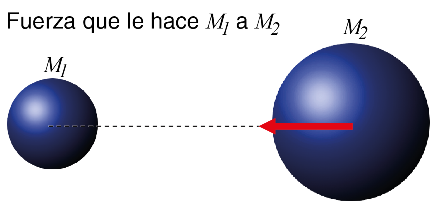


$$|\vec{F}_g| = F_g = G\frac{M_1 M_2}{d^2} \tag{3.1}$$

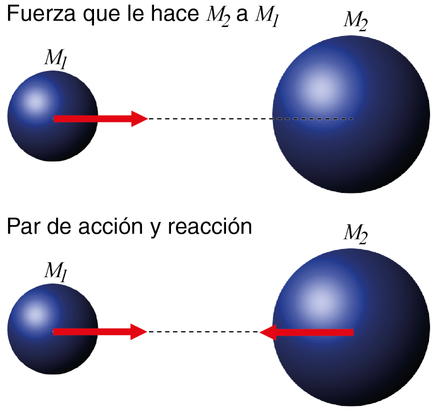
donde M_1 y M_2 son las masas de los cuerpos, d es la distancia de separaión entre los centros de masas de ambos y G es una constante de proporcionalidad, denominada ***constante de gravitación universal*** cuyo valor en el Sistema Internacional es:

$$G = 6.67 \times 10^{-11}\frac{Nm^2}{kg^2}$$

La dirección de la fuerza gravitacional está determinada por la recta que une los centros de los cuerpos M_1 y M_2. Su sentido es de forma tal que los cuerpos sean atraídos entre sí. La figura muestra dos cuerpos donde sus centros se encuentran a una determinada distancia. Entonces según la ley de gravitación M_1 le hace una fuerza $\vec{F}_g$ a M_2.



Si M_1 le hace una fuerza a M_2 (acción) entonces, aplicando la tercera ley de Newton, M_2 le hará una fuerza de igual módulo y dirección, pero de sentido opuesto a M_1 (reacción).

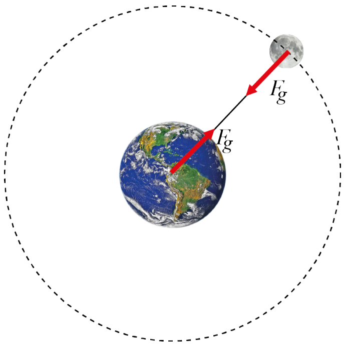


Ejemplo:

Sabiendo que la masa de la Tierra es $5.972 \times 10^{24}\, kg$, la masa de la Luna es igual a $7.349 \times 10^{22}\ kg$ y que la distancia Tierra-Luna (incluyendo sus radios) es $384.4 \times 10^{3}\, km$, calcular la fuerza que la Luna le hace a la Tierra.

Resolución:

Según lo visto, el módulo de la fuerza de atracción gravitatoria entre la Tierra y la Luna es:



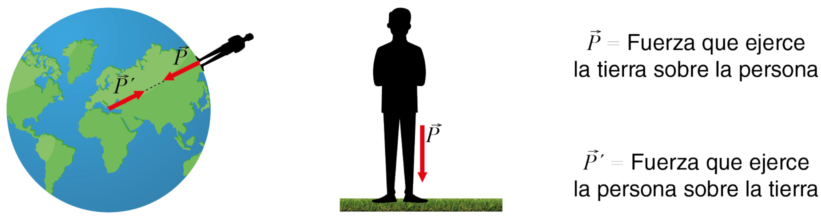
$$|\vec{F}_g| = G\frac{M_{Tierra}\, M_{Luna}}{d^2_{TierraLuna}}$$

$$|\vec{F}_g| = (6.67 \times 10^{-11}\, \tfrac{Nm^2}{kg^2})\frac{(5.972 \times 10^{24} kg)(7.349 \times 10^{22} kg)}{(384.4 \times 10^{3} km)^2}$$

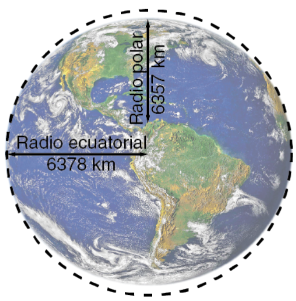
$$|\vec{F}_g| = 1.94 \times 10^{20}\, N$$

Entonces obtenemos que $1.94 \times 10^{20} N$ es el módulo de la fuerza que la Luna le hace a la Tierra y el que la Tierra le hace al Luna. La Tierra a la Luna le ejerce una fuerza de igual módulo y dirección pero de sentido opuesto, como ilustra la figura.

El ***peso*** de un objeto es la fuerza que la Tierra ejerce sobre el mismo. Es decir, que el peso de una persona es la fuerza gravitacional entre la persona y la Tierra.



Curiosidad!



La Tierra no es completamente esférica, con lo cual la fuerza peso no tendrá el mismo módulo en cualquier punto de la superficie terrestre. El radio ecuatorial (R_e) es levemente mayor al radio polar (R_p), siendo la relación entre ambos:

$$R_e/R_p = 1.003$$

Ejemplo:

Calcular el peso de una persona de masa M en el Ecuador y en los polos, sabiendo que el radio terrestre en el Ecuador y en los polos es 6378 km y 6357 km respectivamente.

Resolución:

El módulo de la fuerza de atracción gravitatoria en el Ecuador y en los polos viene dado por:

$$|\vec{F}_g|_{Ecuador} = Peso_{Ecuador} = G\frac{M_{Tierra}M_{Persona}}{R_e^2}$$

$$|\vec{F}_g|_{Polo} = Peso_{Polo} = G\frac{M_{Tierra}M_{Persona}}{R_p^2}$$

reemplazamos los valores

$$|\vec{F}_g|_{Ecuador} = Peso_{Ecuador} = (6.67\times 10^{-11}\frac{Nm^2}{kg^2})\frac{(5.972\times 10^{24}kg)\ M_{Persona}}{(6378\times 10^3 m)^2}$$

$$Peso_{Ecuador} = (6.67\times 10^{-11}\frac{Nm^2}{kg^{\cancel{2}}})\frac{(5.972\times 10^{24}\cancel{kg})\ M_{Persona}}{(6.378\times 10^6 m)^2}$$

$$Peso_{Ecuador} = (39.83\times 10^{13}\frac{N\cancel{m^2}}{kg})\frac{M_{Persona}}{4.068\times 10^{13}\cancel{m^2}}$$

$$Peso_{Ecuador} = (39.83\times \cancel{10^{13}}\frac{N}{kg})\frac{M_{Persona}}{4.068\times \cancel{10^{13}}}$$

Dado que $1\,N = 1\,kgm/s^2$, entonces

$$Peso_{Ecuador} = (9.79\tfrac{m}{s^2})\ M$$

utilizando el mismo procedimiento en los polos se obtiene

$$Peso_{Polo} = (9.85\tfrac{m}{s^2})\ M$$

Los valores $9.79\,m/s^2$ y $9.85\,m/s^2$ corresponden a las magnitudes de la aceleración de la gravedad en el Ecuador y en los polos respectivamente.

Para pensar!

¿Por qué la aceleración de la gravedad en el ecuador es levemente menor que la de los polos?

A la aceleración de la gravedad, o simplemente *gravedad*, se la denota con la letra g, siendo:

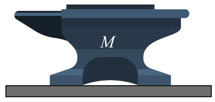
$$\boxed{g_{Tierra} = G\frac{M_{Tierra}}{R^2_{Tierra}} \quad\rightarrow\quad \approx \quad 9.8\ \frac{m}{s^2}}$$

Ejercicio: A continuación se listan masas y radios de diferentes cuerpos celestes, calcular su valor g en cada caso.

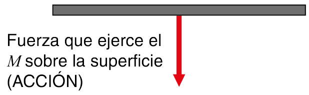
Cuerpo	Masa (kg)	Radio (km)	$g\ (m/s^2)$	g_{cuerpo}/g_{Tierra}
Luna	7.349×10^{22}	1.737×10^3		
Marte	6.419×10^{23}	3.389×10^3		
Sol	1.989×10^{30}	6.96×10^6		

3.4.2 Fuerza o Reacción Normal ($\vec{N}$)

La figura muestra un cuerpo de masa M en reposo sobre una superficie horizontal.



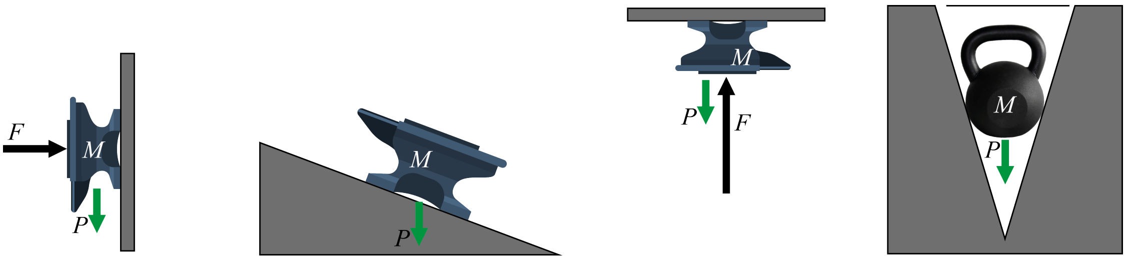
Como ya vimos anteriormente, el cuerpo apoyado sobre la superficie ejerce sobre la misma una fuerza, es decir una acción.



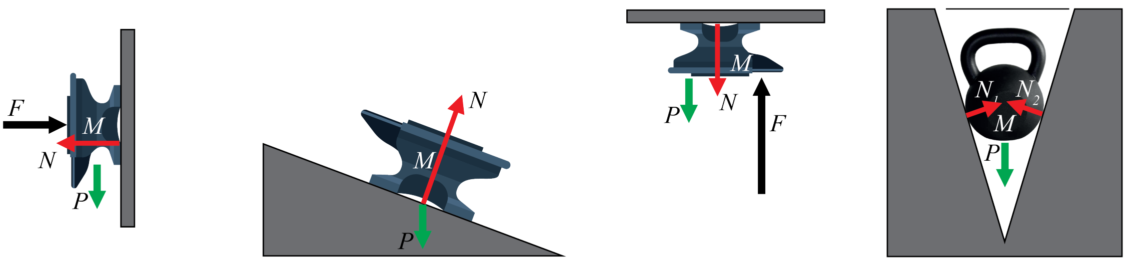
De acuerdo a la tercera ley de Newton, la superficie va a hacer sobre el cuerpo una fuerza de igual magnitud y dirección pero de sentido opuesto a la acción realizada por el cuerpo.

A esta reacción se la denomina *fuerza normal* o *reacción normal*. Solo existe cuando un cuerpo está en contacto con la superficie de otro cuerpo, sin importar la orientación de ninguno de los dos. Entonces, *la normal* es la fuerza que ejerce la superficie sobre la cual se apoya un objeto, siempre perpendicular a la misma. Se la suele denotar como $\vec{N}$ o $\vec{F_N}$.

Ejemplos:
Indicar en cada sistema las reacciones normales entre el cuerpo y las superficies con las que esté en contacto.



Resolución:
Se representan con la letra N las reacciones normales. Se tienen tantas reacciones como superficies de contacto se tengan, y siempre serán estas fuerzas perpendiculares a las superficies de apoyo.



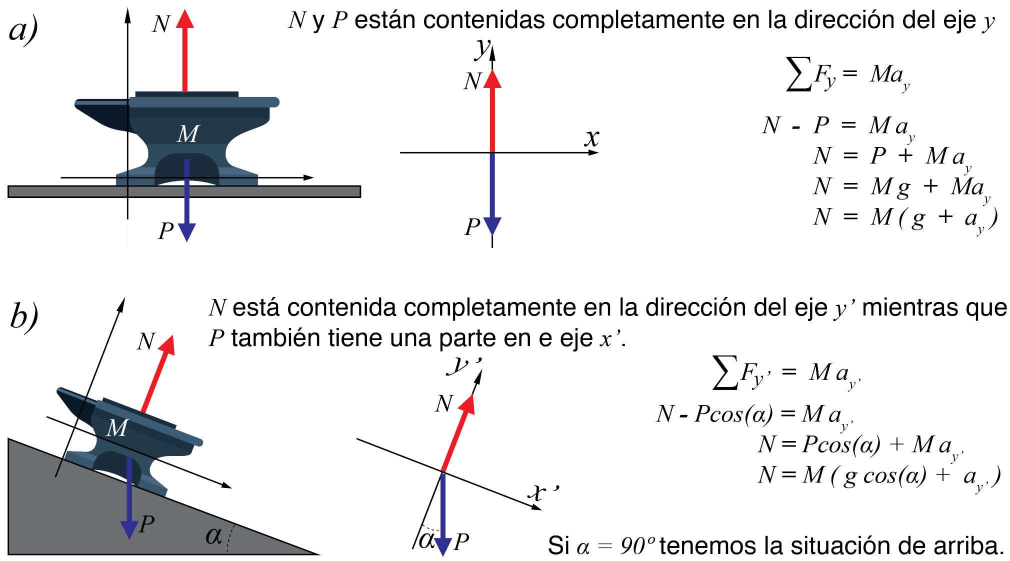
En base a lo mencionado y ejemplificado hasta el momento, podemos notar que la fuerza normal cumple con las siguientes características:

- Es una fuerza de contacto.
- La dirección es *SIEMPRE* perpendicular a la superficie.
- Su sentido es hacia fuera de la superficie sobre la cual apoya el cuerpo.
- Es independiente del área de contacto entre el cuerpo y la superficie.
- NO necesariamente el módulo de $\vec{N}$ es igual al peso del objeto.
- No hay una única *fórmula* o expresión general para hallar su módulo. Su magnitud va a depender del sistema en estudio.

Ejemplos: Veamos el comportamiento la fuerza normal ($\vec{N}$) en un cuerpo, M, que se encuentra apollado sobre:

a) un plano horizontal
b) sobre un plano inclinado.

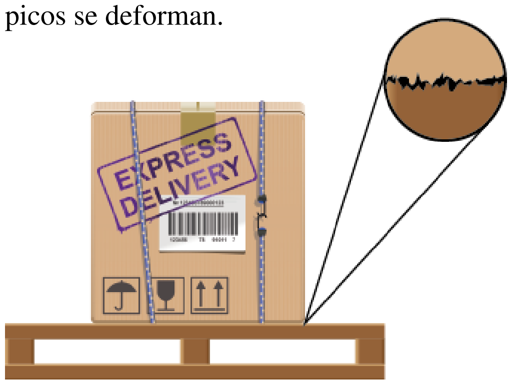
Solución: Sobre el plano horizontal, a), la fuerza normal, $\vec{N}$, a la superfície estará sobre la misma dirección que la fuerza peso, $\vec{P}$, pero apuntando en sentidos opuestos. Sobre le plano inclinado, b), $\vec{N}$ estará sobre la dirección perpendicular (normal) al plano inclinado, mientras que $\vec{P}$ seguirá apuntando en dirección al centro de la tierra.



Es claro ver que la magnitud de la fuerza normal en el caso b), será mayor que la correspondiente al caso a), a menos que $\alpha = 0°$.

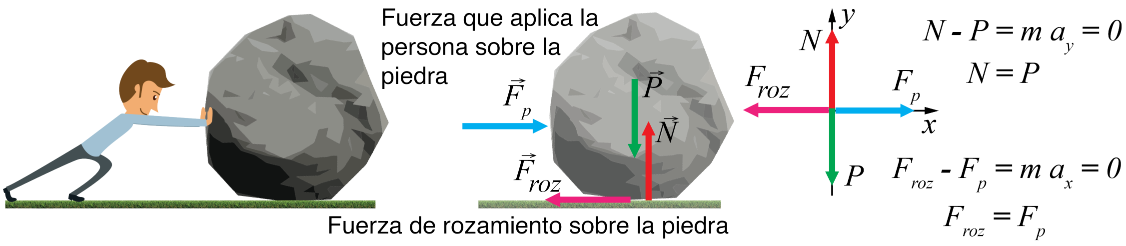
3.4.3 Fuerza de rozamiento ($\vec{F}_r$)

La mayoría de las superficies, aun las que se consideran pulidas, son extremadamente rugosas a escala microscópica. Los *picos* o irregularidades de las dos superficies que se ponen en contacto, determinan que el área real de contacto es una pequeña proporción del área aparente de contacto (el área de la base del bloque). El área real de contacto aumenta cuando aumenta la presión (la fuerza normal) ya que los picos se deforman.

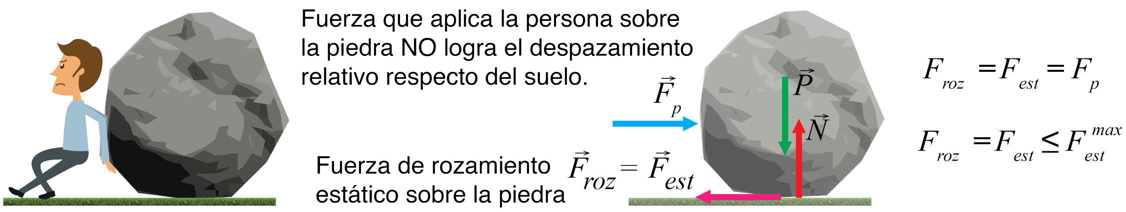


Si la fuerza de rozamiento no estuviese presente no podríamos caminar, y aunque nos pusiésemos en movimiento, según el principio de inercia, tan sólo podríamos parar a base de *choques* con otros cuerpos. Sería horroroso y doloroso al mismo tiempo. La fuerza de rozamiento es la responsable de que caminemos y de que los vehículos puedan circular por las calles. Sin embargo, aunque se trata de una fuerza necesaria, en ocasiones es la responsable de que ciertos sistemas pierdan eficiencia y que su vida útil se reduzca considerablemente. Se estima que si se le prestase mayor atención se podría ahorrar muchísima energía y recursos económicos.

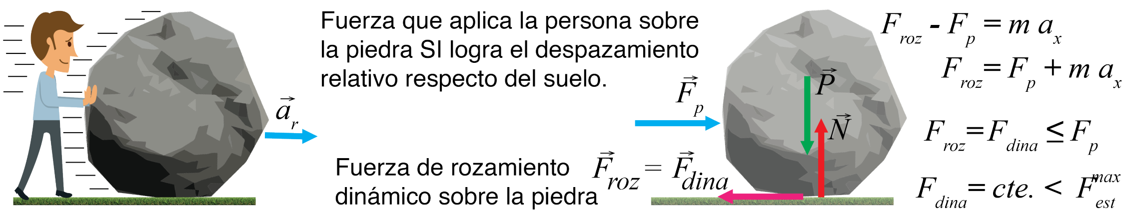
Dado que la fuerza de rozamiento, no es un concepto sencillon se realizará el siguiente experimento a fin de poner en evidencia sus características esenciales y describir su comportamiento: Un cuerpo (piedra) con base plana, de forma tal que no consiga rodar, se encuentra apoyado sobre una superficie horizontal (pasto) y es empujada por una persona que le ejerce una fuerza $\vec{F}_p$ horizontal la cual va aumentando en forma gradual.



Al principiola persona no conseguirá mover a la piedra. Este hecho solo puede darse si existe una interacción que contrarreste a la fuerza $\vec{F}_p$ en igual medida. Centrando la atención en la piedra, además de la interacción de ésta con la persona que la empuja, está la interacción de contacto con el suelo y la de la gravedad. La piedra es atraída hacia el suelo (fuerza $\vec{P}$) y éste la sostiene con una fuerza normal que apunta en la dirección opuesta ($\vec{N}$), pero aún así, ambas están sobre la dirección perpendicular a la fuerza aplicada por la persona, de forma tal que no pueden anularla. Es necesario que exita otra fuerza actuando en la dirección horizontal y en sentido opuesto al de la aplicada por la persona. Ésta es la fuerza de rozamiento producto de la interacción de la piedra con el piso, pero esta vez en la dirección horizontal. Dicho rozamiento se opone a la intención de deslizamiento relativo entre la piedra y el pasto.

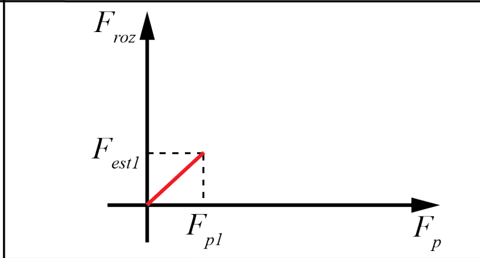
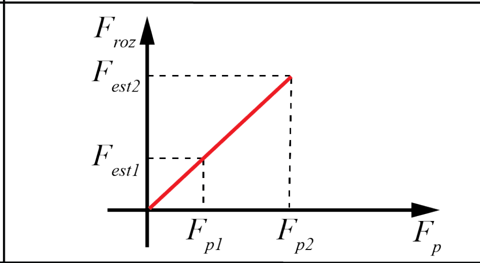
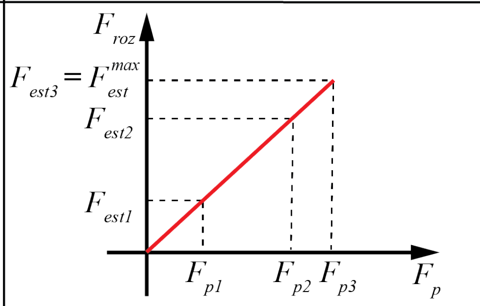
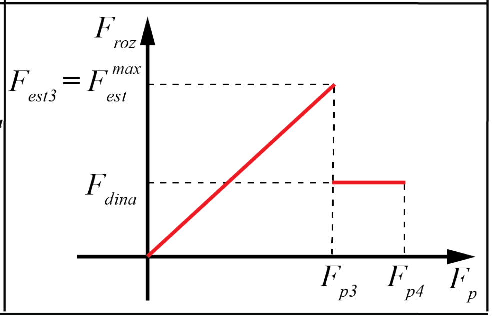


Al aumentar la fuerza que se le aplica a la piedra, aumentará en iguales proporciones la fuerza que el rozamiento hace, manteniendo las superfices en contacto *quietas* una respecto de la otra. Esto sucederá hasta un dado momento en el que la fuerza de rozamiento no podrá más aumentar su magnitud. A ésta situación se la conoce como *condición inminente*.

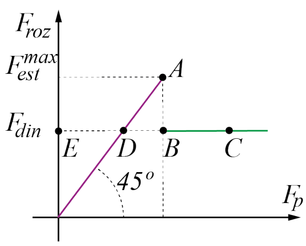


Una vez superada esta situación, la piedra comenzará a deslizarse respecto al suelo, pero la fuerza necesária para arrastrarla será menor (en pocos casos igual, pero nunca mayor) a la máxima que se alcanzo en el momento justo antes de romper el movimiento (condición inminente). Durante el deslizamiento relativo entre las superfícies en contacto, la fuerza de rozamiento se opondrá al mismo y será de magnitud constante.

Existen muchos modelos físico-matemáticos que describen este tipo de comportamiento, aquí se describirá un modelo símple en el cual se pueden distinguir dos fases, una que se produce antes de empezar el movimiento relativo (*rozamiento estático*) y otra cuando las superfícies en contacto se encuentra en movimiento entre sí (*rozamiento dinámico*). A continuación se muestra una tabla con las diferentes etapas del movimiento de la piedra y la fuerza de rozamiento.

Estado de movimiento de la piedra respecto al suelo		**Fuerza aplicada por la persona**	**Tipo de fuerza de rozamiento**	**Gráfico fuerza de rozamiento en función de la fuerza aplicada**
En reposo respecto del suelo	***Rozamiento estático***	F_{p1}	**Estática** F_{est1} **de módulo igual a** F_{p1}	
		$F_{p2} > F_{p1}$	**Estática,** $F_{est2} > F_{est1}$ **de módulo igual a** F_{p2}	
	Rozamiento estático en condición de movimiento inminente	$F_{p3} > F_{p2}$	**Estática máxima** $F_{est3} > F_{est2}$ **de módulo igual a** $\mu_{est} N$	
En movimiento relativo respecto del suelo	***Rozamiento dinámico***	$F_{p4} > F_{p3}$	**Dinámica** $F^{max}_{est} > F_{dina}$ **de módulo igual a** $\mu_{din} N$	

A partir de la tabla anterior, podemos discutir el comportamiento de la fuerza de rozamiento en términos de la fuerza aplicada sobre la piedra, centrándonos en la figura que se muestra a continuación, donde el camino lo recorreríamos de A hasta E.



Desde el origen hasta el punto A la fuerza aplicada, F_P, sobre la piedra no es lo suficientemente grande como para moverla. Estamos en una situación de equilibrio estático, donde la fuerza de rozamiento tendrá el valor de la fuerza aplicada F_P, el cual será menor al de la fuerza de rozamiento estática máxima. En el punto A, la fuerza de rozamiento estático alcanza su máximo valor, F^{max}_{est}.

Si la fuerza F_P aplicada se incrementa apenas por encima del valor F^{max}_{est}, la piedra comienza a moverse. La fuerza de rozamiento disminuye rápidamente a un valor menor e igual a la fuerza de rozamiento por deslizamiento (desde el punto B en adelante).

Si la fuerza F_P no cambia, punto B, y permanece igual a F^{max}_{est} el bloque comienza a moverse con una aceleración de módulo:

$$a = (F_p - F_{din})/M_{piedra}$$

Si incrementamos la fuerza F_P, punto C, la fuerza neta sobre el bloque $F_P - F_{din}$ se incrementa y también se incrementa la aceleración.

En el punto D, la fuerza aplicada es igual a F_{din} por lo que la fuerza neta sobre la piedra será cero. Esto quiere decir que la piedra se moverá con velocidad constante. En el punto E, se anula la fuerza aplicada F_P, la fuerza que actúa sobre la piedra es $-F_{din}$, la aceleración es negativa y la velocidad decrece hasta que la piedra se frena por completo.

Resumiendo, la fuerza de rozamiento tiene un valor desconocido, salvo en dos situaciones:

1. *Cuando el cuerpo va a empezar a deslizar (movimiento inminente), que su módulo adquiere un valor máximo,* $\mu_{est}N \rightarrow F_{est}^{max} = \mu_{est}N$
2. *Cuando está deslizando, que su módulo tiene un valor constante, igual a* $\mu_{din}N$*, es decir* $\rightarrow F_{din} = \mu_{din}N$

donde en ambos casos N es el módulo de la fuerza que ejerce la superficie sobre la piedra. Los coeficientes de rozamiento μ_{est} y μ_{din} son números reales positivos menores a 1, sin dimensiones (no tienen unidad de medida) y $\mu_{est} > \mu_{din}$. Se los denomina *coeficiente de rozamiento estático* y *dinámico* o *cinético*, respectivamente.

Ejemplo:

Una caja de $60kg$ de masa se encuentra en reposo sobre un suelo horizontal que posee coeficientes de rozamiento estático y dinámico de 0.6 y 0.25, respectivamente. Calcular:

a) La fuerza mínima necesaria para comenzar a mover la caja.

b) La fuerza de rozamiento y la aceleración de la caja si se aplica una fuerza horizontal de $400N$.

Resolución:

a) Datos: $m = 60kg$, $\mu_{est} = 0.6$, $\mu_{din} = 0.25$.

La fuerza mínima con la que la caja se empezará a mover coincide exactamente con la fuerza de rozamiento estática máxima, cuya expresión matemática es:

$$F = F_{est}^{max} = \mu_{est}N$$

En nuestro caso, como la se encuentra sobre un plano horizontal, y no se mueve verticalmente $(a_y = 0)$:

$$\sum F_y = ma_y \Rightarrow N - P = 0 \Rightarrow N = P \Rightarrow N = mg$$

Por tanto:

$$F = \mu_{est}N = \mu_{est}mg$$

Sustituyendo los valores que conocemos, obtenemos que la fuerza necesaria es:

$$F = (0.6)(60kg)(9.8m/s^2) \Rightarrow F = 352.8N$$

b) Datos: $m = 60kg$, $\mu_{est} = 0.6$, $\mu_{din} = 0.25$, $F = 400N$.

Como la fuerza que se aplica es mayor que la fuerza de rozamiento estático, la caja estará en movimiento (estaríamos en el punto C de la gráfica vista anteriormente) en la dirección x, y por tanto la fuerza de rozamiento en este estado es la fuerza de rozamiento dinámica. Sin embargo en la dirección y no se mueve, la fuerza normal sigue siendo la calculada en el punto anterior:

$$F_{din} = \mu_{din}N \Rightarrow F_{din} = \mu_{din}mg$$

$$F_{din} = (0.25)(60kg)(9.8m/s^2) \Rightarrow F_{din} = 147N$$

Una vez que conocemos la fuerza de rozamiento, podemos determinar cuál es la aceleración que adquiere el cuerpo en la dirección x. En principio, como no nos indican el sentido de la fuerza, vamos a suponer que se aplica hacia el semieje x positivo, por tanto la fuerza de rozamiento se orientará hacia el semieje x negativo (ya que es siempre contraria al deslizamiento relativo). Aplicando la segunda ley de Newton:

$$\sum F_x = ma_x \Rightarrow F - F_{cin} = ma_x \Rightarrow 400N - 147N = (60kg)a_x \Rightarrow a_x = 4.21m/s^2$$

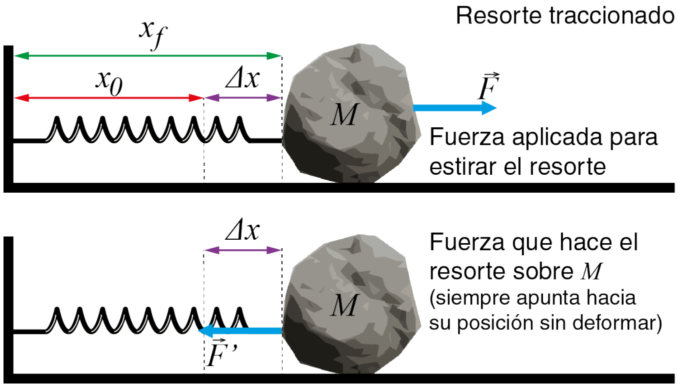
La caja adquiere una aceleración de $4.21m/s^2$.

3.4.4 Fuerza elástica ($\vec{F}_e$)

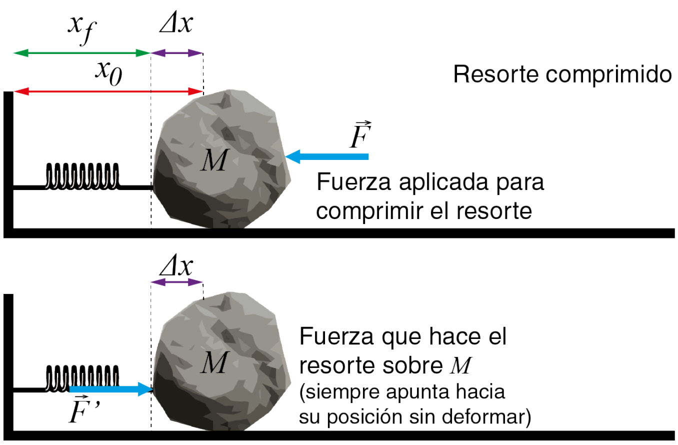
Cuando a un resorte (también llamado muelle), o a un material elástico, se lo mantiene fijo de uno de sus extremos y se aplica una fuerza sobre el otro extremo libre, en sentido contrario a donde se encuentra fijado, probablemente éste se deforme estirándose. Si la fuerza es lo suficientemente grande como para sobrepasar su límite de elasticidad, podemos deformarlo permanentemente, pero si no es así se cumplirá lo que se conoce como la *ley de Hooke* y una vez que cese la aplicación de la fuerza, el resorte volverá a su longitud original. Cabe observar que los materiales elásticos como una banda de goma, no tiene una forma rígida propia, con lo cual sólo experimenta un proceso de estiramiento cuando se tiende a tirar de sus extremos en sentidos contrarios, pero no tiene la capacidad de comprimirse. Para un resorte, si al extremo libre se le aplica una fuerza en sentido hacia el extremo fijo, este sufrirá una compresión y la ley de Hooke nos dirá que al cesar la fuerza el mismo se estirará hasta recuperar finalmente su longitud sin deformar.

Supongamos que tenemos un resorte de longitud x_o como muestra la figura, colocado en posición horizontal y unido en uno de sus extremos a una pared. Le incorporamos luego un cuerpo de masa M unido al extremo libre, procurando que el resorte no sufra ninguna variación en su longitud inicial x_0.

Luego aplicamos una fuerza a M, de manera tal que resorte se estire o traccione. El resorte va a sufrir una deformación, de elongación, Δx y va a ejercer una fuerza sobre el cuerpo cuyo sentido es hacia la posición del resorte sin deformar. En este caso, distinguimos primero la fuerza $\vec{F}$ hacia la derecha que se aplica a la piedra para estirar el resorte, y por debajo se visualiza la fuerza que ejerce el resorte sobre la piedra para volver a su posición sin deformar (es un vector que apunta hacia la izquierda). Notar que x_f es la longitud del resorte una vez que está deformado (elongado o comprimido) y x_o es la longitud sin deformar.



Ahora aplicamos una fuerza a M hacia la izquierda, de manera tal que resorte se comprime una longitud Δx. La situación es la inversa a la explicada anteriormente. Aparece sobre M una fuerza $\vec{F}$ hacia la derecha, dado que el resorte va a empujarla hasta recuperar su longitud natural.



Robert Hooke fue quien cuantificó la fuerza elástica. Encontró en sus experimentos que el módulo de la fuerza restauradora que aparece en los cuerpos elásticos es proporcional a la deformación Δx que sufren. A la constante de proporcionalidad que se la denomina *constante elástica* (k) y es una propiedad del resorte o material elástico. Su unidad de medida es Newton/metro (N/m).

$$\vec{F}_e = -k\Delta x = -k(x_f - x_o)$$

El signo menos corresponde al hecho que la fuerza que ejerce el resorte *apunta* siempre hacia su posición sin deformar, de ahí su nombre de fuerza *restauradora*.

Ejemplo:
Un resorte al que se le aplica una fuerza $\vec{F} = 500N\,\hat{\imath}$ sufre una deformación $\vec{\Delta x} = 2m\,\hat{\imath}$. ¿Cuál es su constante de elasticidad?

Resolución:
Aplicando la ley de Hooke, podemos determinar la constante de elasticidad del resorte. Si bien el problema no nos dice si se comprime o se estira, la situación es indistinta ya que el módulo será el mismo en ambos casos:

$$|\vec{F}_e| = k\Delta x \Longrightarrow 500N = k\,2m \Longrightarrow k = \frac{500N}{2m} = 250N/m$$

Con lo cual, la constante elástica del resorte en consideración es de $250N/m$.

3.4.5 Diagrama de Cuerpo Libre

En un *diagrama de cuerpo libre (DCL)* o *diagrama de cuerpo aislado* se muestran todas las fuerzas externas que actúan sobre un cuerpo en estudio. Es fundamental que el diagrama de cuerpo libre esté correctamente realizado, de lo contrario los resultados obtenidos del problema en estudio serán erróneos. Habrá que hacer tantos diagramas de cuerpo aislado como cuerpos en estudio tengamos. Éstos DCL se construyen de la siguiente forma:

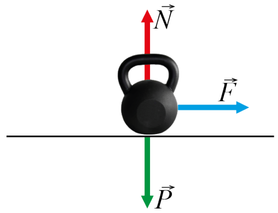
1. Se define un sistema de referencia asociado a cada cuerpo puntual en estudio, sobre el cuál se monta un sistema de ejes coordenados, como por ejemplo el sistema cartesiano.
2. Por cada cuerpo puntual, se colocan todas las fuerzas que actúan sobre éste en el sistema seleccionado, ubicando el origen de las mismas en el origen de referencia.
3. La descomposición y suma de los vectores fuerza del DCL permite encontrar las componentes de la fuerza neta aplicada sobre cada cuerpo puntual. Si se elige el sistema de coordenadas cartesianas existirán dos sumatorias de fuerzas, una por cada componente del sistema (una para la componente x y una para la y).

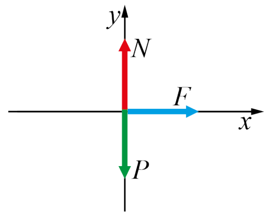
4. Se realizará un DCL para cada cuerpo presente en el sistema bajo estudio, por separado. Es decir, si el problema bajo estudio está compuesto por dos cuerpos, por ejemplo, se harán dos DCL donde en cada uno se analicen las fuerzas que actúan sobre ese cuerpo en particular.

Ejemplos: En cada uno de los siguientes casos se realizarán tanto el diagrama de cuerpo libre como la sumatoria de fuerzas correspondiente, indicándose el sistema de coordenadas elegido, con su orientación.

a) Un cuerpo (pesa rusa) de masa m apoyado sobre un plano horizontal liso:

Además de la fuerza peso ($\vec{P}$, de módulo P) y la reacción normal por estar apoyado sobre el suelo ($\vec{N}$, de módulo N), hay una fuerza $\vec{F}$ (de módulo F) actuando sobre el mismo como se muestra en la figura.

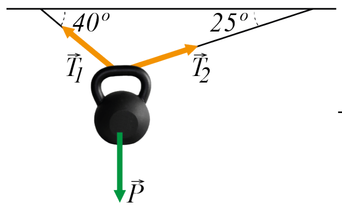


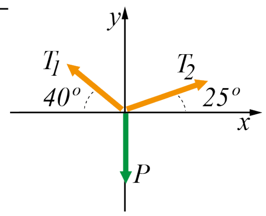


$$\begin{aligned} &\text{eje } x) \quad & F &= m\,a_x \\ &\text{eje } y) \quad & N - P &= m\,a_y \end{aligned}$$

b) Una pesa rusa es sostenida por dos cuerdas inextensibles de masas despreciables:

Las fuerzas actuando en la pesa en este caso son su propio peso $\vec{P}$, de módulo P) y las dos tensiones con diferentes ángulos ($\vec{T}_1$ y $\vec{T}_2$, de módulos T_1 y T_2 respectivamente).

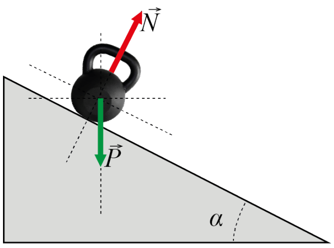




$$\begin{aligned} &\text{eje } x) \quad & T_2\,cos(25°) - T_1\,cos(40°) &= m\,a_x \\ &\text{eje } y) \quad & T_2\,sen(25°) + T_1\,sen(40°) - P &= m\,a_y \end{aligned}$$

c) Ahora la pesa rusa se encuentra apoyada sobre un plano inclinado liso:

En este caso se presentan dos diagramas posibles. En el diagrama I el eje x' es paralelo al plano y el eje y' perpendicular a éste, copiando la orientación del plano inclinado. En el diagrama II se trazan los ejes cartesianos con las orientaciones habituales. Se verá más adelante que, si se utiliza el diagrama I el problema se simplifica matemáticamente; ya que solo tenemos movimiento en el eje x'. Mientras que en el segundo caso tenemos movimiento en ambas direcciones. La física del problema es la misma en ambos sistemas. Por ejemplo, el tiempo que tarda en caer el cuerpo es igual en ambos casos independientemente de cómo ubiquemos los ejes cartesianos.



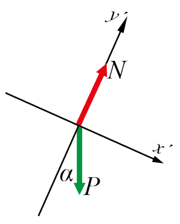


Diagrama I

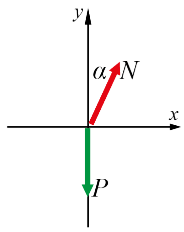


Diagrama II

Diagrama I

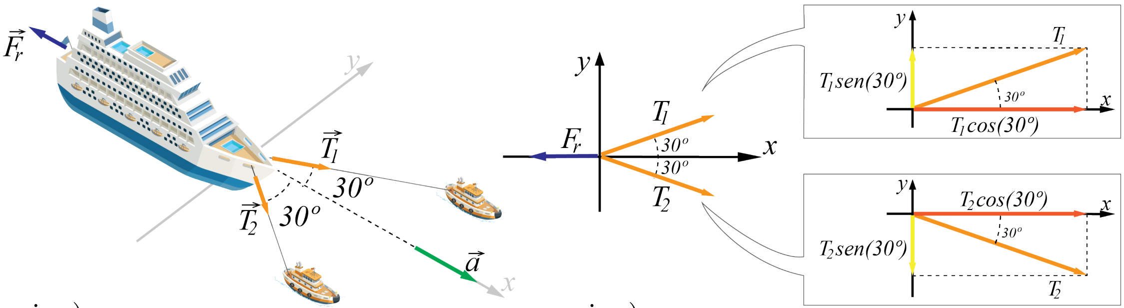
$$\begin{aligned} &\text{eje } x') \quad & P\,sen(\alpha) &= m\,a_{x'} \\ &\text{eje } y') \quad & N - P\,cos(\alpha) &= m\,a_{y'} \end{aligned}$$

Diagrama II

$$\begin{aligned} &\text{eje } x) \quad & N\,sen(\alpha) &= m\,a_x \\ &\text{eje } y) \quad & N\,cos(\alpha) - P &= m\,a_y \end{aligned}$$

d) Un crucero es remolcado con sogas por dos embarcaciones, que se encuentran equidistantes respecto del crucero, formando ángulos de 30° hacia ambos lados de la línea imaginaria formada por la dirección en la que avanza dicho crucero.

Las tensiones que empujan al crucero van en las direcciones de las sogas que unen a los remolcadores con el crucero. La fuerza $\vec{F}_r$ representa la resistencia que siente el casco del barco producto del agua de mar que se opone al desplazamiento que lleva el mismo. Observe que aquí estamos dibujando la fuerza neta ($\vec{R}$) que es resultante de sumar todas las fuerzas, por lo cual no es una fuerza aplicada. Si se escoge al eje x en la dirección de avance del crucero y al eje y en la dirección perpendicular, el diagrama de cuerpo aislado y las proyecciones de las tensiones viene representado por:



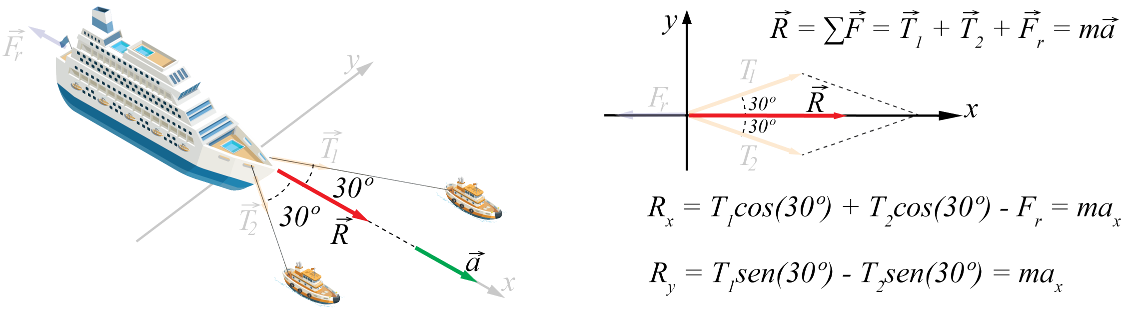
eje x)

$$F_r - T_1\,cos(30°) - T_2\,cos(30°) = m\,a_x$$

eje y)

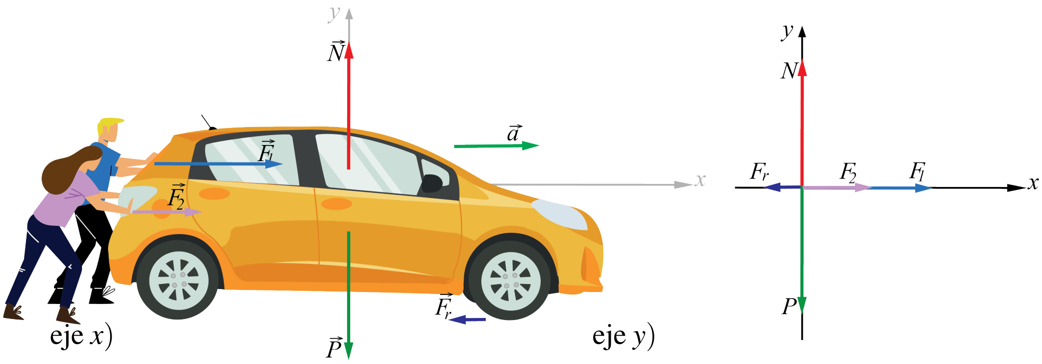
$$T_1\,sen(30°) - T_2\,sen(30°) = m\,a_y$$

Desde el DCL se despliegan dos cuadros donde se individualizan las tensiones para realizar sus proyecciones sobre los ejes del sistema coordenado.



e) Felipe y Renata empujan un auto aplicando sobre éste fuerzas $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_2$ respectivamente.

La fuerza $\vec{F}_r$ representa la oposición por la fricción del rodamiento del vehículo, $\vec{P}$ su peso, $\vec{N}$ la reacción normal de contacto entre el automóvil y el asfalto y $\vec{R}$ es la fuerza neta, resultante de sumar todas las fuerzas aplicadas al cuerpo. El diagrama de cuerpo libre viene dado por:



eje x)

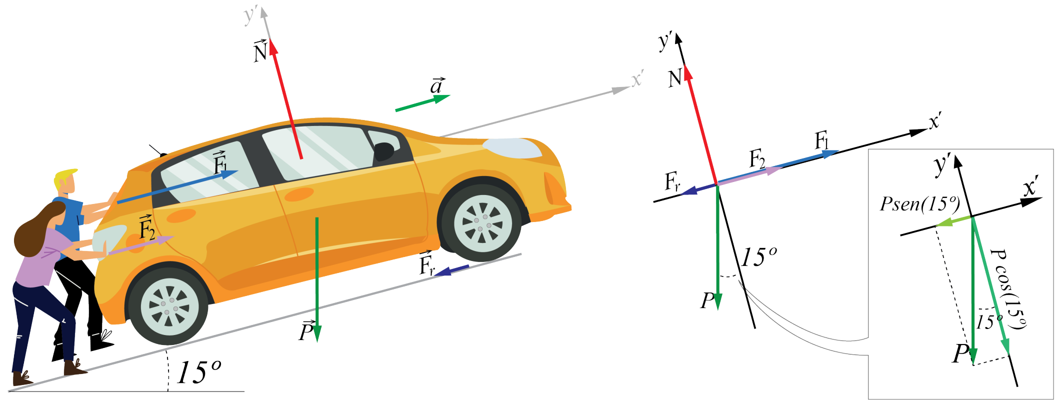
$$R = F_1 + F_2 - F_r = m\,a_x$$

eje y)

$$N - P = m\,a_y$$

f) Ahora Felipe y Renata deben empujar cuesta arriba al mismo vehículo por una calle con pendiente de 15°.

Puede verse que todas las fuerzas que actúan sobre éste parecen ser las mismas, pero inclinadas según la pendiente, a excepción del peso, que siempre apuntará hacia *abajo* por la atracción gravitatoria, que es siempre hacia el centro de la Tierra.



eje x')

$$R = F_1 + F_2 - P\,sen(15°) = m\,a_{x'}$$

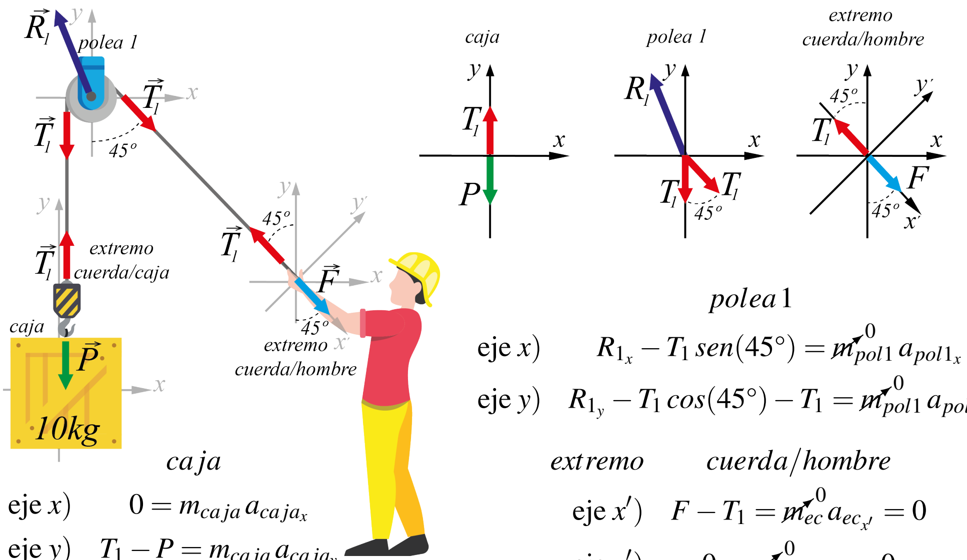
eje y')

$$N - P\,cos(15°) = m\,a_{y'}$$

Si se compara este caso con el del ejemplo ***e)***, es posible ver que hay una componente del peso del vehículo estará oponiendose al movimiento, por lo que la fuerzan neta, $\vec{R}$, será de menor tamaño.

g) Un obrero intenta levantar una caja realizando una fuerza $\vec{F}$ en uno de los extremos de una cuerda ideal que pasa por una polea ideal fija hasta llegar su otro extremo a una caja de peso $\vec{P}$.

En un caso así, la cuerda transmite tensiones como resultado de las interacciones que existan en sus extremos. Estas tensiones pueden ir variando según las propiedades de la cuerda, y conforme la posición que consideremos de la misma. Al trabajar bajo la condición de que la cuerda es ideal, despreciaremos su peso (como si fuese nulo) y diremos que no es elástica, por lo que su papel será únicamente el de transmitir el mismo valor de tensión en la dirección en la que esté cada tramo de la cuerda. De la misma forma, diremos que una polea es ideal cuando se desprecia su peso y cualquier fenómeno de rozamiento, de forma tal que la única función de una polea fija ideal será la de cambiar la dirección a la cuerda.



caja

eje x) $\quad 0 = m_{caja}\,a_{caja_x}$

eje y) $\quad T_1 - P = m_{caja}\,a_{caja_y}$

polea 1

eje x) $\quad R_{1_x} - T_1\,sen(45°) = \cancelto{0}{m_{pol1}}\,a_{pol1_x}$

eje y) $\quad R_{1_y} - T_1\,cos(45°) - T_1 = \cancelto{0}{m_{pol1}}\,a_{pol1_y}$

extremo cuerda/hombre

eje x') $\quad F - T_1 = \cancelto{0}{m_{ec}}\,a_{ec_{x'}} = 0$

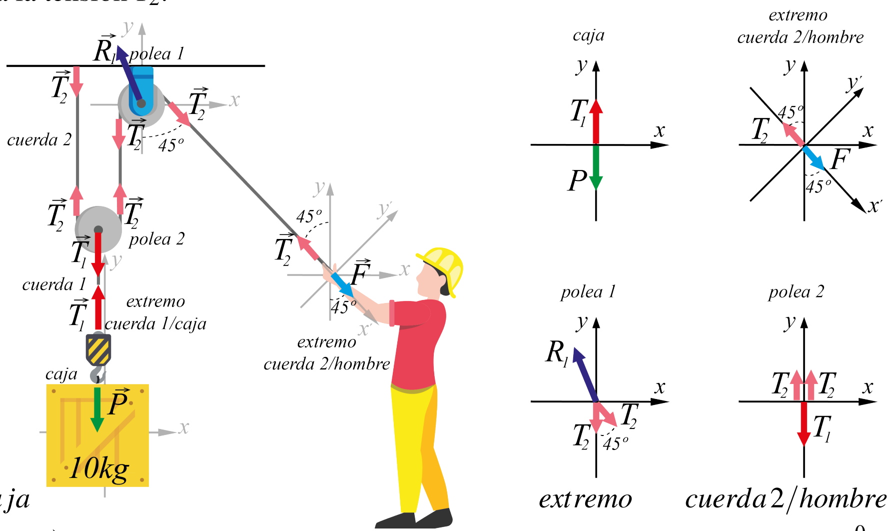
eje y') $\quad 0 = \cancelto{0}{m_{ec}}\,a_{ec_{y'}} = 0$

Como en este caso tenemos varios cuerpos (la caja, la polea y el extremo de la soga donde el obrero aplica la fuerza $\vec{F}$), realizaremos cada diagrama de cuerpo libre por separado. $\vec{T}_1$ representa la tensión a lo largo de la cuerda y $\vec{R}_1$ la fuerza de reacción con el soporte que mantiene a la polea fija. Observe que las fuerzas $\vec{T}_1$ y $\vec{F}$, aplicada por el obrero, son iguales en módulo, por lo que la cuerda estará aplicando una fuerza para levantar la caja de igual magnitud a la que el obrero realiza.

La reacción de la polea con el soporte que la mantiene fija, $\vec{R}_1$, es un vector que forma un ángulo desconocido respecto de los ejes de coordenadas utilizados. Con lo cual, se trabaja en la sumatoria de fuerzas correspondiente con sus componentes R_{1x} y R_{1y}.

h) En este caso, el obrero decide levantar la caja con la misma soga, pero haciendo uso de una polea ideal fija (representada como *polea 1*) y una segunda polea ideal (llamada *polea 2*) *móvil*. Es decir, esta segunda polea tiene la libertad de moverse conforme la caja suba o baje.

La cuerda ideal (*cuerda 2*) sobre la que el obrero realiza su fuerza $\vec{F}$, luego de pasar por la polea ideal fija, pasa por la polea ideal móvil y sube hasta un punto donde su otro extremo que se encuentra fijo. Del centro de la *polea 2* se ata una segunda cuerda ideal (*cuerda 1*), que sujeta en su extremo inferior a la caja. A lo largo de la *cuerda 1* se tendrá a la tensión $\vec{T}_1$ y a lo largo de *cuerda 2* a la tensión $\vec{T}_2$.



$caja$

eje y) $\quad T_1 - P = m_{caja}\, a_{caja_y}$

$extremo \quad cuerda2/hombre$

eje x') $\quad F - T_2 = \cancel{m_{ec}}^{0}\, a_{ec_{x'}} = 0$

$polea\,1$

eje x) $\quad R_{1_x} - T_2\, sen(45°) = \cancel{m_{pol1}}^{0}\, a_{pol1_x}$

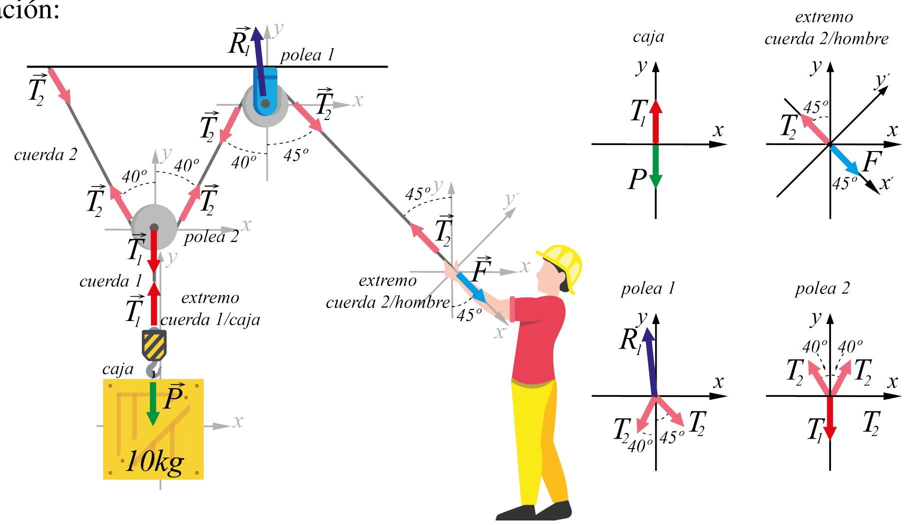
eje y) $\quad R_{1_y} - T_2\, cos(45°) - T_2 = \cancel{m_{pol1}}^{0}\, a_{pol1_y}$

$polea\,2$

eje y) $\quad T_2 + T_2 - T_1 = \cancel{m_{pol2}}^{0}\, a_{pol2_y}$

En la figura anterior se muestran los DCLs para el extremo de la *cuerda 2* y el obrero, para las poleas ideales fija y móvil y para la caja. Siguiendo un razonamiento similar al del sistema anterior, la fuerza que realiza el hombre sobre la *cuerda 2* tiene igual magnitud que la tensión sobre esta cuerda ($F = T_2$). Si ahora miramos el DCL de la *polea 2*, vemos que hay dos tensiones T_2 apuntando hacia arriba y solo una T_1 hacia abajo. Como se considera que la polea es de masa despreciable, podremos concluir que la magnitud de tensión T_2 es la mitad de la magnitud que tiene T_1, con lo cual, el obrero realizará la mitad del esfuerzo que debería aplicar en el sistema del ejemplo anterior. Esta es la gran ventaja de utilizar una polea móvil. Las poleas fijas sólo cambian la dirección de una fuerza, las móviles nos ayudan a poder acelerar a los cuerpos de una manera más simple.

i) El siguiente ejemplo es idéntico al anterior, salvo que exite un angulo de inclinación de las tensiones aplicadas sobre la polea ideal móvil. Los DCL correspondientes se muestran a continuación:



$caja$

eje y) $\quad T_1 - P = m_{caja}\, a_{caja_y}$

$extremo \quad cuerda\, 2/hombre$

eje x') $\quad F - T_2 = \cancelto{0}{m_{ec}}\, a_{ec_{x'}} = 0$

$polea\, 1$

eje x) $\quad R_{1_x} + T_2\, sen(45°) - T_2\, sen(40°) = \cancelto{0}{m_{pol1}}\, a_{pol1_x}$

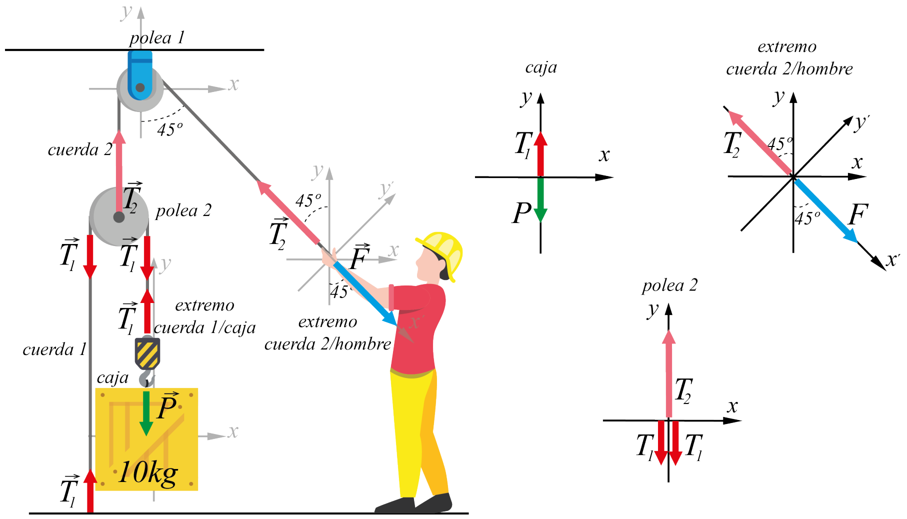
eje y) $\quad R_{1_y} - T_2\, cos(45°) - T_2\, cos(40°) = \cancelto{0}{m_{pol1}}\, a_{pol1_y}$

$polea\, 2$

eje y) $\quad 2\, T_2\, cos(40°) - T_1 = \cancelto{0}{m_{pol2}}\, a_{pol2_y}$

El resultado de este nuevo sistema, respecto del anterior, es que la magnitud de la fuerza F que realiza el obrero deberá ser mayor (aunque menor comparandolo con el sistema del ejemplo ***g)***). dependiendo de la proyección de las tensiones T_2 en el DCL de la polea ideal 2, en la dirección del eje y.

j) En este sistema, la *cuerda 2* de un estremo es tensionada por el obrero y del otro, luego de pasar por la *polea 1*, se une al centro de la *polea 2*. Mientras que la *cuerda 1* pasa por esta última polea, estando uno de sus extremos fijo al piso y el otro a la caja.



caja

eje y) $\quad T_1 - P = m_{caja}\, a_{caja_y}$

extremo cuerda 2/*hombre*

eje x') $\quad F - T_2 = \cancelto{0}{m_{ec}}\, a_{ec_{x'}} = 0$

*polea*2

eje y) $\quad T_2 - 2\,T_1 = \cancelto{0}{m_{pol2}}\, a_{pol2_y}$

A partir del análisis de las sumatorias de fuerzas anteriores puede notarse que la fuerza que deberá realizar el obrero para levantar la caja es mayor al propio peso de la misma. Al observar el DCL de la *polea 2* se ve que la tensión que se transmite a lo largo de la cuerda de la cual tira el obrero es el doble que la tensión que se distribuye a lo largo de la cuerda que se encuentra unida a la caja y la eleva.

Parte II

Práctica: Guías de problemas

Nivelación en física

Universidad Nacional del Sur

4. Guía introductória

4.1 Guía 0: Magnitudes escalares y vectoriales y sus unidades de medida

Problema 1

¿En qué se diferencia una magnitud *vectorial* de una *escalar*?
Si conoce, mencione ejemplos de ambos tipos de magnitudes.

Problema 2

Dibujar un vector cualquiera. Identificar gráficamente que entiende por *sentido*, *dirección* y *módulo* de esta magnitud vectorial. ¿Qué signifíca que una magnitud vectorial tenga *origen*?

Problema 3

¿Qué persona es más alta: Juan que mide 180 *cm* o Pedro, cuya altura es de $5.74\,pies$? $(1\,pie = 30.84\,cm)$

Problema 4

En una zona donde la velocidad máxima permitida para circular es de $60\,km/h$, ¿a cuál/es motociclista/s le/s haría la multa? $(1\,milla = 1.61\,km)$

Moto 1: Su velocímetro indica que está viajando a $40\,millas/h$.

Moto 2: Su velocímetro marca $0.6\,millas/min$.

Moto 3: Su velocímetro indica una rapidez de $0.012\,millas/s$.

Problema 5

Dadas las siguientes expresiones de las rapideces con las que los planetas se mueven alrededor del Sol, ordenar los planetas de mayor a menor rapidez. Se sugiere expresar todos los módulos de las velocidades en la misma unidad, por ejemplo, en km/h o m/s.

$V_{Mercurio} = 172404\,km/h$	$V_{Marte} = 86868000\,m/h$	$V_{Urano} = 681000\,cm/s$
$V_{Venus} = 2101.8\,km/min$	$V_{Jupiter} = 783600\,m/min$	$V_{Neptuno} = 32580000\,cm/min$
$V_{Tierra} = 29.29\,km/s$	$V_{Saturno} = 9640.278\,m/s$	

Problema 6

Realizar los siguientes cambios de unidades indicando en cada caso a que magnitud física corresponde:

a - $1.55\,h \rightarrow s$	b - $2.4\,h \rightarrow min$	c - $700\,m \rightarrow km$	d - $2.9\ km \rightarrow m$
e - $1.33\,m/s \rightarrow km/h$	f - $26\,m/s \rightarrow km/h$	g - $110\,km/h \rightarrow m/s$	h - $2\,m/s^2 \rightarrow km/h^2$
i - $180\,g \rightarrow kg$	j - $10.9\,kg \rightarrow gr$	k - $16000\,cm \rightarrow km$	l - $2\,km^2 \rightarrow m^2$

Problema 7

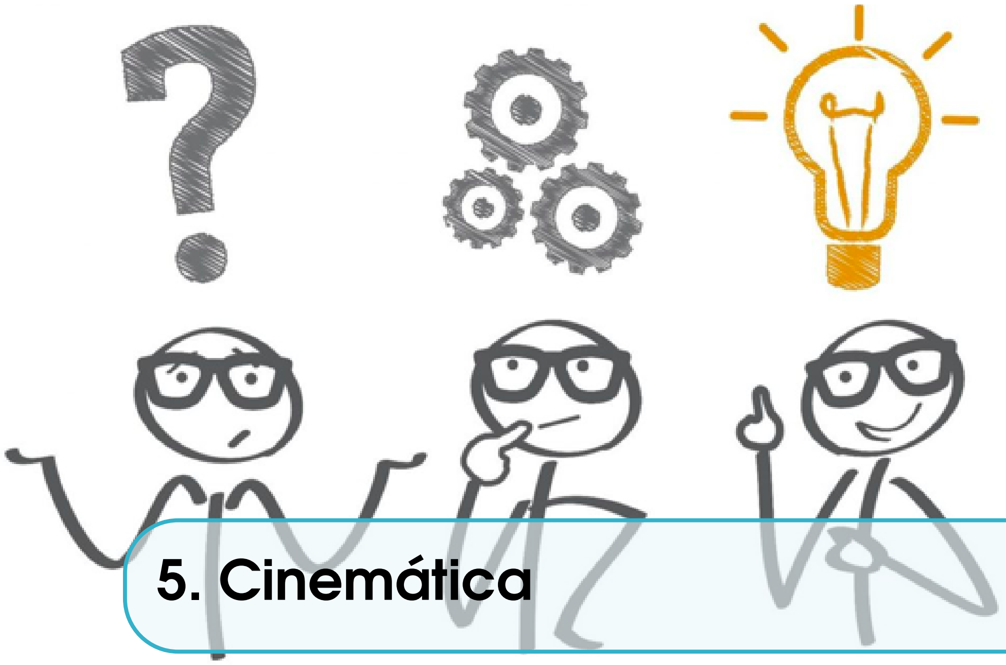
En un cubo de $10\,cm$ de lado ($1\,l = 10\,cm \times 10\,cm \times 10\,cm$) cabe un litro de líquido. Determinar el volúmen de un litro en centímetros cúbicos (cm^3) y en metros cúbicos (m^3).

Problema 8

El consumo de un automóvil se estima que es de 8 litros cada $100\,m$. ¿Cuántos centímetros cúbicos de combustible necesitará para recorrer 7.4×10^5 metros?

Problema 9

A una persona se le rompe el auto en un camino vecinal y necesita pedir auxilio. Cuando lee los carteles en la ruta ve que se encuentra a $20\,km$ de distancia de un pueblo A, y que otro pueblo B se encuentra a $11.5\,millas$ de distancia. ¿A qué población le recomienda que vaya a pedir auxilio?



5. Cinemática

5.1 Guía 1: Distancia y Rapidez - Desplazamiento y Velocidad

Problema 1

Si un móvil recorre $290\,km$ en $180\,min$, ¿cuál es su rapidez media en m/s?

Problema 2

¿Qué distancia recorrerá un ciclista en $2.5\,h$ a lo largo de un camino recto, si su rapidez promedio es de $15\,km/h$?

Problema 3

El velocímetro de un auto que va hacia el Este marca $80\,km/h$, se cruza con otro auto que va hacia el Oeste cuyo velocímetro también marca $80\,km/h$. ¿Viajan los autos con igual velocidad? ¿Es igual la rapidez de estos dos autos?

Problema 4

¿El desplazamiento de un viajero puede ser cero, aunque la distancia recorrida por el mismo en el viaje no sea cero? ¿Y la situación inversa es posible? Justificar.

Problema 5

La posición de un motor de propulsión a chorro, que se mueve en una pista recta, en función del tiempo está dada por la ecuación $x = At^2 + B$, siendo $A = 2.1\,m/s^2$ y $B = 2.8\,m$.

a) Determinar el desplazamiento del motor durante el intervalo de tiempo de $t_1 = 3\,s$ a $t_2 = 5\,s$.

b) Determinar la rapidez promedio durante este mismo intervalo de tiempo.

Problema 6

Para ir de A a C, un avión necesita realizar una escala técnica. El avión vuela primero $400\,km$ directamente hacia el Norte, del aeropuerto A al aeropuerto B. Desde B, vuela $300\,km$ en línea recta hacia el Este hasta su destino final, el aeropuerto C.

a) ¿Cuál es el desplazamiento total del avión desde su punto de partida?

b) Si el primer tramo del trayecto lo recorrió en 30 min y el segundo en 20 min, ¿cuál fue la velocidad promedio del viaje? ¿Y la rapidez promedio del viaje?

Problema 7

Un caballo se aleja de su entrenador galopando en línea recta una distancia de $116\,m$ en $14\,s$. Luego regresa abruptamente y recorre la mitad de la distancia en $4.8\,s$. Calcular:

a) La distancia recorrida por el caballo y su desplazamiento, desde que sale hasta $t = 18.8\,s$.

b) La rapidez promedio que llevó mientras se alejaba del entrenador, aquella con la que se movió mientras se acercaba y la rapidez promedio de todo el movimiento.

Problema 8

Cada uno de los siguientes automóviles viajó durante una hora. Se considera que la dirección x positiva es hacia el Este.

i) El automóvil A se desplazó $50\,km$ al Este.
ii) El automóvil B viajó $50\,km$ al Oeste.
iii) El automóvil C se movió $60\,km$ al Este, luego dió vuelta y viajó $10\,km$ al Oeste.
iv) El automóvil D se desplazó $70\,km$ al Este.
v) El automóvil E recorrió $20\,km$ hacia el Oeste, luego dió vuelta y viajó $20\,km$ al Este.

a) Clasificar los cinco viajes en orden de velocidad media, de positivo a negativo y de mayor a menor.

b) ¿Cuáles viajes, si es que hay, tienen la misma rapidez media?

c) ¿Para cuál viaje, si hay, la velocidad media fue igual a cero?

Problema 9

Un niño camina desde su hogar hacia la casa de su amigo, que vive en la misma calle a $500\,m$ al Este. Luego de estar un rato con el amigo decide pasar por el kiosco, que se encuentra doblando la esquina otros $500\,m$ hacia el Norte. Por último, para acortar camino, toma una diagonal que lo lleva directo de regreso a su hogar.

a) Representar gráficamente el vector posición del niño respecto de su hogar, en el instante en el que está en lo de su amigo y en el instante en el que está en el kiosco.

b) Representar gráficamente el vector posición del niño respecto de la casa de su amigo, en el instante en el que se encuentra en el kiosco y en el instante en que ya regresó a su hogar.

c) Representar gráficamente el vector posición del niño respecto del kiosco, en el instante en que él ya regresó a su casa.

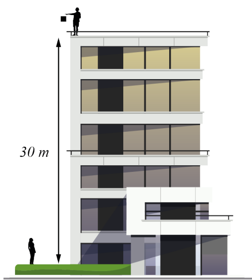
d) Indicar los vectores desplazamiento correspondientes a cada uno de los diferentes intervalos en que el niño camina. ¿Cuál fue el desplazamiento total?

e) ¿Qué distancia recorre en cada intervalo? y ¿cuál fue la distáncia total recorrida?

f) Determinar las componentes cartesianas los vectores de los incisos ***a)***, ***b)*** y ***c)***

Problema 10

Una muchacha ubicada en la terraza de un edificio deja caer un paquete al suelo desde el reposo. El cartero, ubicado justo debajo, observa el paquete. Sabiendo que la altura de la cual cae el paquete es de $30\,m$, completar la primera tabla.



Origen del S.R.	*Posición inicial del paquete*	*Posición final del paquete*
En el suelo		
En los $30\,m$		

Indicar ahora si la rapidez y el tiempo, para las situaciones y orígenes del sistema de referencia, son nulos o no. Es decir, sin hacer ningún tipo de cálculo, escribir si es nula o no cada una de las variables a continuación:

Origen del S.R.	*Rapidez inicial del paquete*	*Rapidez final del paquete*	*Tiempo en llegar al suelo*
En el suelo			
En los $30\,m$			

Problema 11

Julieta sale de su casa y camina en línea recta hasta la esquina que está a $5\,m$ a su derecha. Recuerda entonces que olvidó su tarea y regresa siguiendo una trayectoria inversa. El camino de ida fue completado en el mismo tiempo que el camino de regreso, siendo cada uno de $3.5\,s$ y siguiendo una rapidez constante.

a) Realizar un gráfico cualitativo de posición *vs* tiempo.

b) Calcular la distancia total recorrida y el desplazamiento total.

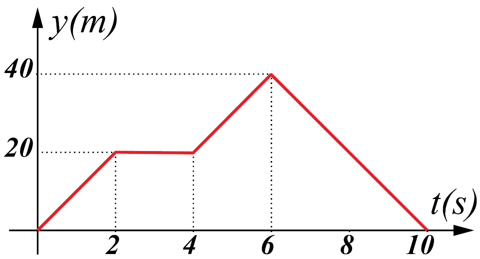
c) ¿Cuáles fueron la velocidad media y la rapidez media de ida?

d) ¿Cuáles fueron la velocidad y la rapidez media de regreso?

e) ¿Cuáles fueron la velocidad y la rapidez media en todo el recorrido?

Problema 12

En la gráfica se representan las diferentes posiciones que toma un móvil en el tiempo ($\vec{r}(t) = y(t)\,\hat{j}$). A partir del análisis gráfico:



a) ¿Qué distancia total recorrió?

b) ¿Cuál fue el desplazamiento del móvil en dicho intervalo?

c) Hacer una descripción general del movimiento: en qué intervalos avanzó, en cuáles se detuvo, en cuáles retrocedió y durante cuánto tiempo estuvo detenido.

d) ¿Qué distancia recorrió en cada intervalo de tiempo marcado?

e) Indicar en qué intervalo el móvil tuvo mayor rapidez. ¿Puede decir si la velocidad se mantiene constante todo el movimiento? ¿Y para en el intervalo de mayor rapidez?

f) ¿En qué intervalos la velocidad es positiva y en qué intervalos es negativa? ¿Qué indica este signo?
(***Ayuda:*** pensar al problema en forma vectorial).

Problema 13

A continuación se presentan los gráficos posición, $\vec{r_A}(t) = y_A(t)\,\hat{j}$ y $\vec{r_B}(t) = x_B(t)\,\hat{i}$, en función del tiempo, para dos móviles A y B.

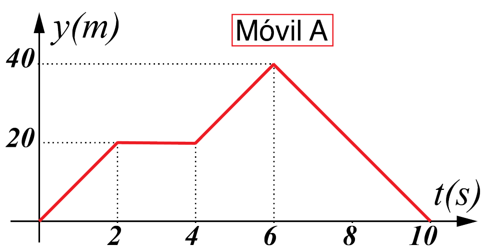
a) Realizar un esquema de la situación física en el instante inicial y $2\,s$ después. En cada caso indicar el sentido de movimiento.

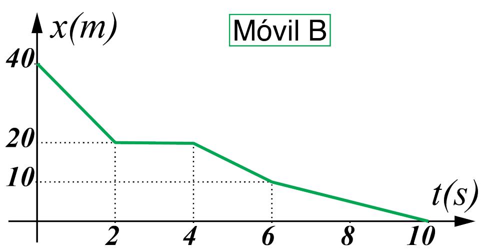
b) Sólo con ayuda de los gráficos ¿puede asegurar que los objetos se encuentran en algún momento? Justificar la respuesta.

c) ¿Quién recorre mayor distancia?

d) ¿Cuánto se desplazó en total cada uno? Indicar dirección y sentido de cada desplazamiento.

e) Describir el movimiento para el móvil B.





Problema 14

Dos trenes viajan por vías paralelas y se cruzan en cierto instante de sus recorridos. El tren A se mueve hacia el Norte con rapidez de $20\,m/s$, mientras que el tren B viaja hacia el Sur con una rapidez de $15\,m/s$.

a) ¿Con qué velocidad (magnitud y dirección) viajan los pasajeros del tren A?

b) ¿Con qué velocidad (magnitud y dirección) viajan los pasajeros del tren B?

Problema 15

En una carrera de relevos, cada competidora debe correr $25\,m$ con un huevo duro apoyado en una cuchara y regresar nuevamente al punto de partida. Laura corre los primeros $25\,m$ en $20\,s$. Al regresar se siente más confiada y tarda sólo $15\,s$.

a) ¿Cuál es la distancia total recorrida por Laura en $35\,s$? ¿Y su desplazamiento?

b) ¿Qué magnitud tiene su velocidad media en los primeros $25\,m$? ¿Y en el regreso?

c) ¿Cuál es su velocidad media para todo el viaje? ¿Y su rapidez media para todo el recorrido?

5.2 Guía 2 : Movimiento rectilíneo Uniforme (MRU)

Problema 1

En promedio, el cabello de una persona crece a razón de $2\,cm$ cada mes. Un estudiante se corta el cabello para dejarlo de un largo de $2.5\,cm$, pensando en cortárselo de nuevo cuando mida $3.5\,cm$. ¿Cuánto tiempo transcurrirá hasta que vuelva al peluquero?

Problema 2

Un perro corre $120\,m$ alejándose de un árbol en línea recta, en $8.4\,s$. Determinar:

a) La rapidez del perro, suponiendo que corre con velocidad constante.

b) La posición del perro en $t = 2\,s$ y en $t = 5\,s$, tomando como referencia al árbol.

c) Si el perro dejó una pelota en la base del árbol y regresa corriendo con una rapidez de $10\,m/s$ a buscarla, ¿cuánto tiempo después llegará a agarrar la pelota?.

d) ¿Cuál fue la distancia total recorrida por el perro, desde que salió del árbol y hasta que agarró la pelota? ¿Y el desplazamiento total?

Problema 3

Un avión se mueve en línea recta con una rapidez uniforme de $900\,km/h$ hacia el Oeste, tardando en todo su recorrido 1.5 horas.

a) Realizar un esquema de la situación planteada, indicando origen, dirección y sentido para el movimiento rectilíneo. Plantear las ecuaciones que describen a las componentes de los vectores velocidad y posición, en función del tiempo.

b) ¿Qué distancia total recorrió el avión en ese tiempo?

c) Si la rapidez del sonido es aproximadamente igual a $330\,m/s$, calcular si el avión supera la rapidez con la que viaja el sonido?

Problema 4

Un disparo de un arma de fuego se produce a $2.03\,km$ de donde se encuentra un policía. ¿Cuánto tarda el policía en oírlo? (considerar la rapidez del sonido igual a $330\,m/s$)

Problema 5

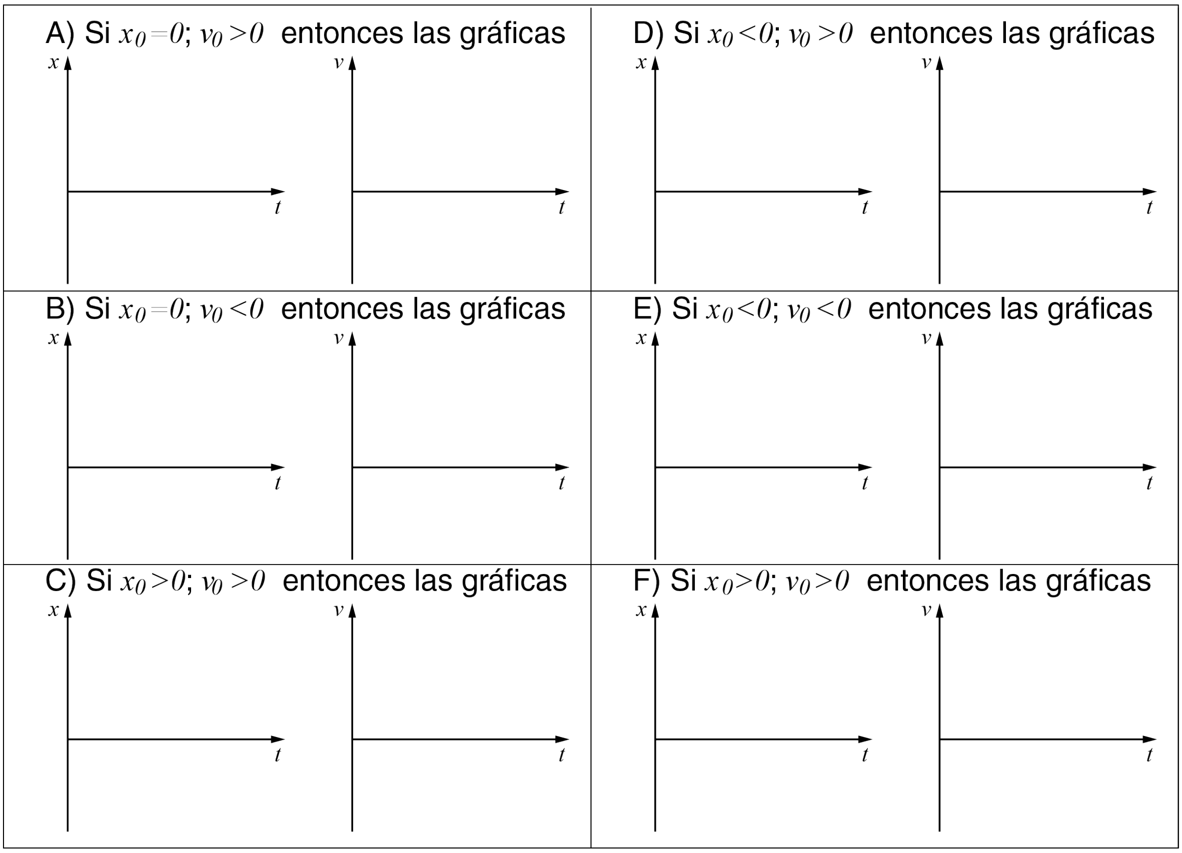
Durante una tormenta eléctrica, un niño observa el cielo a través de su ventana. En un momento ve la luz de un rayo y cuenta $7\,s$ hasta que el estruendo resuena en su ventana. Considerando que la luz alcanza al niño casi instantáneamente ¿a qué distancia respecto del niño *cayó* el rayo? (asumir que la velocidad de la luz es de $300000\,km/s$)

Problema 6

Una familia viaja en auto, recorriendo una distancia de $60\,km$ a una velocidad media de $40\,km/h$ en dirección Norte. El viaje consiste en tres etapas: Los primeros $15\,km$ el auto se mueve a una rapidez constante de $25\,km/h$. Luego viajan a $62\,km/h$ en los siguientes $32\,km$. Sabiendo la distancia total recorrida y la velocidad media a la que viajó la familia, ¿qué velocidad constante llevó el auto durante los últimos $13\,km$ de viaje?

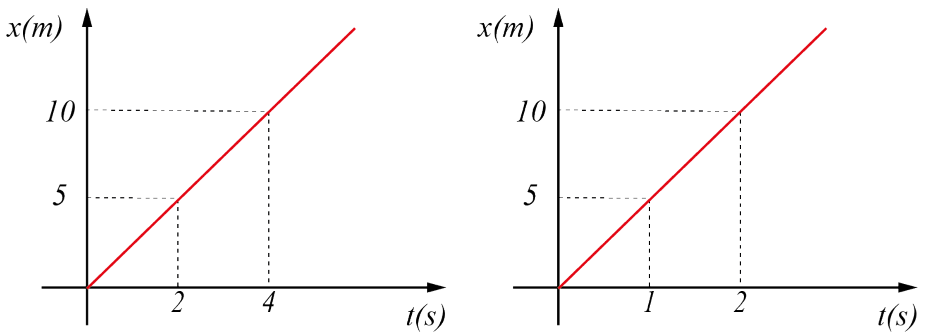
Problema 7

Completar la siguiente tabla para un MRU y hacer los gráficos correspondientes de manera cualitativa. En cada caso describa con sus palabras que está sucediendo físicamente.



Problema 8

A partir de los siguientes gráficos de la componente x del vector posición *vs* tiempo, indicar quién (el móvil A) o el B)) tiene mayor rapidez, justificando la respuesta.

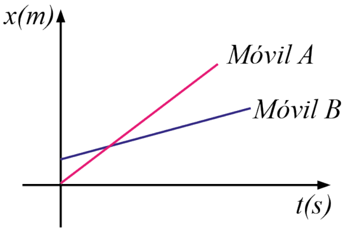


A) B)

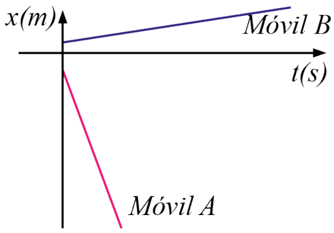
Problema 9

Las siguentes gráficas muestran la variación de la posición en función del tiempo, para dos móviles A y B, en tres situaciones diferentes. Para cada caso (I, II y III) indicar:

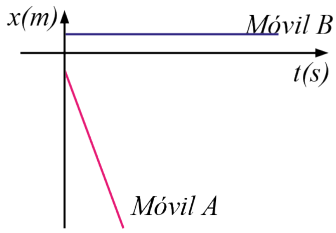
a) El móvil que tuvo mayor rapidez.
b) El sentido de movimiento para cada móvil.
c) Si las posición y velocidad iniciales son positivas, negativas o nulas.
d) Realizar el gráfico de la velocidad *vs* tiempo en cada caso.



(I)



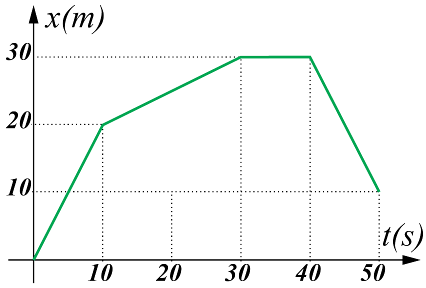
(II)



(III)

Problema 10

La variación de la componente x del vector posición en el tiempo para un determinado objeto en movimiento, se muestra en la figura.



a) Realizar de manera cualitativa el gráfico de la componente x del vector velocidad en función del tiempo. ¿Podría corresponder a una situación real? Justificar.

b) Escribir las ecuaciones de movimiento válidas para cada intervalo de tiempo.

c) Hallar la componente x del vector posición del objeto a los $5\,s$, $20\,s$, $35\,s$ y $45\,s$.

Problema 11

Dos jóvenes corren por el parque con diferentes velocidades. La muchacha se dirige hacia el Oeste con una rapidez de $15\,km/h$ mientras que el muchacho va hacia el Norte con una rapidez de $18\,km/h$. Escriba las componentes cartesianas de los vectores velocidad de los jóvenes y las componentes de los vectores posición en función del tiempo, suponiendo que ambos se encontraban en un punto común cuando comenzó a contarse el tiempo.

Problema 12

Padre e hija salen a dar un paseo. La niña va en su bicicleta, trasladándose con una rapidez constante de $10\,km/h$, mientras su padre camina $50\,m$ delante de ella, sobre la misma dirección y en el mismo sentido con una rapidez de $1.5\,m/s$.

a) ¿Cuánto tiempo le llevará a la niña alcanzar a su padre?

b) ¿Qué distancia habrá recorrido cada uno después de 30 segundos, de 3 minutos y de 0.3 horas de iniciado el paseo?

Problema 13

Un automóvil viaja a $95\,km/h$ por una ruta paralela a las vías del tren. Un tren de $1.1\,km$ de largo viaja en el mismo sentido que el automóvil. Si la rapidez del tren es de $75\,km/h$:

a) ¿qué tiempo le tomará al automóvil pasar completamente al tren?

b) ¿Qué distancia habrá viajado el auto en este tiempo?

c) ¿Qué resultados se obtienen si el tren y el automóvil viajan ambos en sentidos opuestos?

Problema 14

Dos trenes se acercan entre sí sobre vías paralelas. Los maquinistas leen el velocímetro de sus locomotoras y ven que cada una tiene una rapidez de $95\,km/h$. Si inicialmente están separados entre sí $8.5\,km$, ¿cuánto tiempo pasará antes de que se encuentren?

Problema 15

Un maratonista de 50 años puede completar un recorrido de $10\,km$ con una rapidez promedio de $4.27\,m/s$. Otro maratonista de 18 años puede cubrir la misma distancia con una rapidez promedio de $15.77\,km/h$. ¿Cuánto más tarde debe comenzar a correr el maratonista más joven con el propósito de terminar el recorrido al mismo tiempo que el de mayor edad?

Problema 16

Un patrullero parte a $40\,km/h$ a las $12:00\,hs$ en dirección Oeste-Este por una ruta rectilínea. A la misma hora, otro patrullero que se encuentra a $80\,km$ adelante del primero parte en sentido contrario, con una rapidez constante de $50\,km/h$. ¿A qué hora y dónde se encuentran?

Problema 17

En una carrera de autos en una pista recta, una persona ve como el auto 1 pasa a una rapidez constante de $20\,m/s$ por el punto de largada. Diez segundos después, el auto 2 pasa por el mismo punto, persiguiéndolo a $30\,m/s$. Considerando que ambos mantienen su rapidez constante, resolver:

a) ¿A qué distancia de la largada, el auto 2 alcanza al auto 1?

b) ¿En qué instante se produce el encuentro?

Problema 18

Dos motos se acercan entre sí. Inicialmente, están separadas por una distancia d. La moto 1 se mueve con una rapidez constante de $5\,m/s$ y la moto 2 lo hace a $3\,m/s$ de manera uniforme. Se encuentran $62.5\,s$ después de estar separadas esa distancia d. Determine:

a) La distancia inicial d que separa a las motos.

b) La distancia recorrida por cada moto desde el instante inicial hasta que se produce el encuentro.

Problema 19

En un cumpleaños se hace una suelta de globos. Uno de los globos de helio asciende verticalmente con una velocidad constante de módulo $10\,m/s$. Un paracaidista, que lleva la bandera de "Feliz cumpleaños", viene descendiendo a rapidez constante en la misma dirección y se cruza con el globo cuando ambos se hallan a $150\,m$ del piso. El paracaidista toca tierra 25 segundos después del cruce.

a) Elegir un sistema de coordenadas e indicarlo mediante un esquema.

b) Escribir las ecuaciones de posición en función del tiempo para el globo y para el paracaidista.

c) ¿A qué altura, medida respecto del suelo, se hallaba el paracaidista cuando se soltó el globo? (considerar que el globo salió desde el piso)

5.3 Guía 3: Movimiento rectilíneo uniformemente variado (MRUV)

Problema 1

En un movimiento rectilíneo uniformemente variado (MRUV) ¿Cuál es la magnitud que varía uniformemente?

a) La velocidad ***b)*** La aceleración ***c)*** La posición
d) El desplazamiento ***e)*** El tiempo

El MRUV se caracteriza por ser un tipo de movimiento rectilíneo en el que permanece constante el módulo de:

a) Velocidad ***b)*** Rapidez ***c)*** Desplazamiento
d) Distancia ***e)*** Aceleración

Problema 2

Si en un movimiento rectilíneo uniformemente variado se tiene una aceleración negativa, responder si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas y justificar las respuestas:

a) La rapidez aumenta.
b) La rapidez disminuye.
c) Sus vectores aceleración y velocidad tienen sentidos opuestos.
d) No se puede saber si está aumentando o disminuyendo la rapidez.

Problema 3

Indicar si las siguientes afirmaciones son verdaderas (V) o falsas (F). Justificar en cada caso la respuesta.

a) La aceleración es una magnitud vectorial.
b) En un MRUV la aceleración y la velocidad siempre forman un ángulo de $0°$.
c) Cuando un objeto está frenando sus vectores velocidad y su aceleración tienen igual dirección y sentidos opuestos (forman entre sí un ángulo de $180°$).
d) Si un objeto está frenando, entonces la aceleración debe tener si o si signo negativo y la velocidad debe ser positiva.

Problema 4

Un delfín se mueve en línea recta con una rapidez de $10m/s$ en la dirección x positiva, y se detiene a descansar a $20m$ de la orilla de la playa, donde se ubica el origen del sistema de referencia.

a) Escribir las ecuaciones de movimiento para el delfín.
b) Hallar la aceleración y el tiempo que tarda el delfín en detenerse.
c) Realizar los gráficos de posición, velocidad y aceleración en función del tiempo.

Problema 5

Un canguro rojo que se mueve con una rapidez de $15m/s$ en linea recta decide frenar súbitamente, logrando detenerse por completo 3 segundos después.

a) Hallar la aceleración y la distancia recorrida por el canguro en ese intervalo de tiempo.
b) Hacer los gráficos de posición, velocidad y aceleración en función del tiempo.

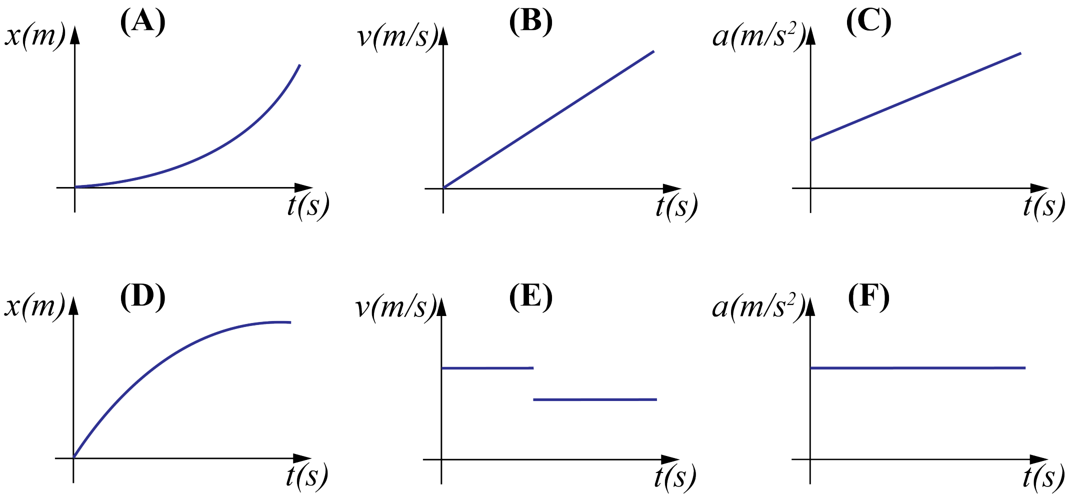
Problema 6

Un motociclista parte del reposo y tarda $10s$ en recorrer $20m$ por una ruta recta.

a) Escribir las ecuaciones de movimiento que permitan ubicar al motociclista en todo tiempo y decir cuál es su velocidad.
b) ¿En qué instante el motociclista alcanza una rapidez de $40km/h$?
c) Hallar la aceleración que lleva la moto.
d) Realizar los gráficos cualitativos de posición y velocidad como funciones del tiempo.

Problema 7

Indicar cuáles de los siguientes gráficos se corresponden con un MRUV.



☐ **A, B y C** ☐ **D, E y F** ☐ **A, E y C** ☐ **D, B y F** ☐ **A, B y F**

Problema 8

Para despegar, un avión parte del reposo e incrementa su rapidez de forma uniforme, carreteando $2000\,m$ por la pista, logrando despegar a los 52.6 segundos. ¿Con qué rapidez abandona la pista?

Problema 9

Un colectivo se encuentra viajando a $60\,km/h$ y aumenta su rapidez a razón de $2\,m/s$ por cada segundo transcurrido.

a) Calcule la distancia recorrida por el colectivo en los primeros $6\,s$.

b) ¿Qué distancia recorre el colectivo si la rapidez de $60\,km/h$ disminuye a razón de $2\,m/s$ cada segundo?

c) Para el caso planteado en ***b)***, calcule el tiempo que tardará el colectivo en detenerse.

d) Grafique cualitativamente la aceleración, la velocidad y la posición del ómnibus en función del tiempo, suponiendo que en $t = 0\,s$ se encuentra en $x = 0\,m$, para ambos casos.

Problema 10

La tortuga de la canción camina en línea recta sobre lo que llamaremos eje x, considerando la dirección positiva hacia la derecha. La ecuación que permite conocer la posición de la tortuga para todo tiempo es $x(t) = 50\,cm + 2\,cm/s\,t - 0.0625\,\frac{cm}{s^2}\,t^2$.

a) A partir de la ecuación dada, distinga los valores de la rapidez inicial, posición inicial y aceleración de la tortuga.

b) ¿En qué instante t la tortuga invierte su sentido de movimiento?

c) ¿Cuánto tiempo después de ponerse en marcha la tortuga regresa al punto de partida?

d) ¿En qué instantes la tortuga se encuentra a $10\,cm$ de su punto de partida? ¿Qué velocidad (magnitud y dirección) tiene la tortuga en cada uno de esos instantes?

Problema 11

Un atún que nada con aceleración constante cubre una distancia de $70\,m$ entre dos piedras del fondo del mar en $7\,s$. En el instante $t = 0\,s$ su rapidez es V_0 y su rapidez al pasar por la segunda piedra es $15\,m/s$.

a) Escriba las ecuaciones de velocidad y posición del atún como funciones del tiempo, tomando como origen de coordenadas a la primera piedra en el camino.

b) ¿Qué rapidez tenía en la primera piedra? Es decir, ¿cuál es el valor de V_0?

c) ¿Con qué aceleración nadó?

Problema 12

Un chico en patineta parte del reposo con una aceleración constante de $0.2\,m/s^2$, patina en línea recta, y transcurridos 20 segundos deja de acelerar para continuar con velocidad constante.

a) Hacer los gráficos de posición, velocidad y aceleración en función del tiempo, de manera cualitativa.

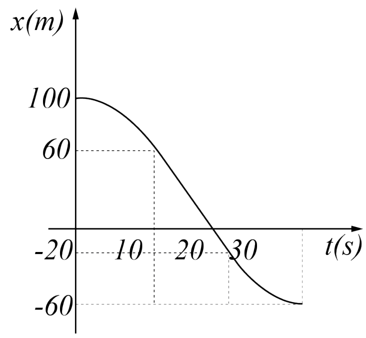
b) Escribir las ecuaciones de movimiento del chico.

c) Hallar la distancia que recorrió en 20 segundos.

d) ¿Qué distancia recorrió 30 segundos después de iniciado el movimiento?

Problema 13

Dada la gráfica de la posición *vs* tiempo, $x(t)$, para un cuerpo en MRUV que se mueve sobre el eje x, y sabiendo que el mismo parte del reposo:

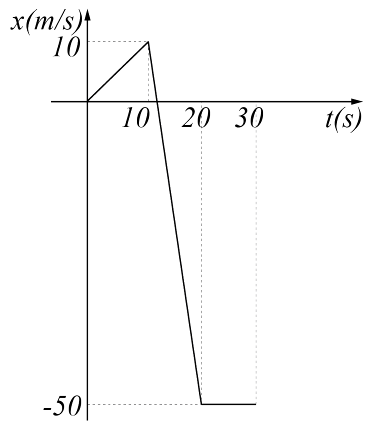


a) Escribir las ecuaciones de movimiento válidas para todo tiempo t.

b) Realizar las gráficas cualitativas de las componentes de los vectores velocidad y aceleración en función del tiempo.

Problema 14

A partir de la gráfica de la velocidad *vs* tiempo, $v(t)$, para un cuerpo que se desplaza en la dirección x, y dado que se sabe que el mismo se encuentra en el origen ($x_0 = 0\ m$) cuando $t = 0\ s$:



a) Escribir las ecuaciones de movimiento válidas para todo tiempo t.

b) Realizar las gráficas cualitativas de las componentes de los vectores velocidad y aceleración en función del tiempo.

Problema 15

Un maratonista acelera del reposo hasta $5\,m/s$ en $3\,s$ para mantener luego la rapidez constante para los $42\,km$ que debe recorrer en el total de la carrera. Un auto es capaz de acelerar cambiando su rapidez de 38 a $42.5\,m/s$ en $3\,s$.

a) Encontrar la magnitud de la aceleración del maratonista.

b) Determinar la magnitud de la aceleración del auto.

c) ¿Cuál de los dos recorre mayor distancia en $3\,s$?

Problema 16

Un subte parte del reposo de la estación Constitución y acelera a razón de $1.6\,m/s^2$ durante $14\,s$, luego viaja con rapidez constante $70\,s$ y por último frena a $3.5\,m/s^2$, hasta parar en la siguiente estación (San Juan).

a) Escriba las ecuaciones de movimiento para el primer intervalo de movimiento ($0\,s \leqslant t \leqslant 14\,s$).

b) Calcule la posición y la rapidez que alcanza el subte a los 14 segundos de iniciado el movimiento.

c) Escriba las ecuaciones de movimiento válidas para el intervalo $14\,s \leqslant t \leqslant 84\,s$.

d) Calcule la posición y la rapidez del subte en $t = 84\,s$.

e) Escriba las ecuaciones de movimiento válidas desde $t = 84\,s$ y hasta detenerse.

f) Calcule la distancia total recorrida. ¿Por qué puede asegurar en este caso que la distancia total recorrida coincide en magnitud con la posición final del subte?.

g) Represente gráficamente en forma cualitativa la aceleración y la rapidez del subte, como funciones del tiempo.

Problema 17

Supongamos que se deja caer una maceta desde una altura desconocida para caer en un cantero. Después de transcurridos 6 segundos la maceta toca el suelo. ¿Desde qué altura se soltó la maceta? ¿Con que velocidad (magnitud en km/h, dirección y sentido) llegó al cantero?

Problema 18

Charly García salta desde un edificio de $25\,m$ de altura a una pileta ubicada justo por debajo de su balcón. Tomando el origen del sistema de coordenadas en el borde del agua de la pileta y suponiendo que no existió resistencia con el viento, calcule:

a) ¿Cuánto tardó Charly en entrar al agua?

b) ¿Con que velocidad (magnitud en km/h, dirección y sentido) llegó al agua?

c) ¿En qué instante su rapidez fue de $1.5\,m/s$?

d) Hacer las gráficas de posición, velocidad y aceleración de Charly en función del tiempo.

Problema 19

Un estudiante deja caer su carpeta desde la terraza de un edificio alto. La carpeta tarda $2.8\,s$ en llegar al suelo.

a) ¿Qué rapidez tenía la carpeta justo antes de tocar el suelo?

b) ¿Qué altura tiene el edificio?

c) Con los datos obtenidos anteriormente, realice gráficas cualitativas para la aceleración, la velocidad y la posición como funciones del tiempo.

Problema 20

Un ascensor de una obra en construcción cae desde el reposo cuando se rompe la soga que lo une al techo, a unos $15\,m$ de altura.

a) ¿Con qué velocidad el ascensor golpea al piso?

b) ¿Cuánto tiempo transcurrió en la caída?

c) ¿Cuál era su velocidad cuando pasó por el punto intermedio de su recorrido?

d) ¿Cuánto tiempo tardó en recorrer la mitad del recorrido?

Problema 21

Un paquete se deja caer desde cierta altura. En un punto A de su trayectoria tiene una rapidez de $30\,m/s$, y en un punto B, ubicado debajo de A, es de $79\,m/s$. ¿Cuánto tardó el paquete en recorrer la distancia $A-B$ y cuál es esta distancia?

Problema 22

Suponga que una linterna se lanza hacia abajo con una velocidad inicial de $3\,m/s$ desde la torre de un faro $70\,m$ de altura.

a) ¿Cuál sería su posición después de $1\,s$ y a los $2\,s$?

b) ¿Cuál sería su rapidez después de de $1\,s$ y a los $2\,s$?

c) ¿Con qué rapidez la linterna impacta con el suelo?

Problema 23

Un niño parado sobre un puente lanza una flecha verticalmente hacia abajo con una velocidad inicial de $14.7\,m/s$, hacia el río que pasa por abajo. Si la flecha choca contra el agua $2\,s$ después, ¿a qué altura está el puente sobre el agua?

Problema 24

El sonajero de un bebé cae accidentalmente desde un balcón. El hermano, deja caer su peluche $1.5\,s$ después. ¿Qué separación hay entre el sonajero y el peluche cuando este último alcanza una rapidez de $12\,m/s$?

Problema 25

Un bolso es arrojado hacia arriba y alcanza una altura máxima de $6\,m$. ¿A qué altura la velocidad del bolso es la mitad de su valor inicial?

Problema 26

Una jabalina se lanza verticalmente hacia arriba con una rapidez de $24 m/s$.

a) ¿Qué velocidad tiene cuando alcanza una altura de $13 m$?

b) ¿Cuánto tiempo requiere para alcanzar esta altura?

c) En el inciso ***b)*** se obtienen dos tiempos posibles. ¿Qué significado tienen cada uno de ellos?

Problema 27

Un aula de la universidad tiene el techo a $3.75 m$ del piso. Un estudiante lanza una tiza verticalmente hacia arriba, soltándola a $1 m$ sobre el piso. Calcule la rapidez inicial máxima que puede darse a la tiza sin que toque el techo.

Problema 28

Haciendo uso de una gomera se lanza una cereza verticalmente hacia arriba con una rapidez inicial de $12.5 m/s$ desde el borde de un acantilado de $75 m$ de altura.

a) ¿Cuánto tiempo le toma a la cereza llegar al fondo del acantilado?

b) ¿Cuál es su rapidez justo antes de tocar el fondo?

c) ¿Cuál es la distancia total recorrida por la cereza desde que sale de la gomera hasta que alcanza el fondo?

d) Realice gráficas cualitativas de la aceleración, la velocidad y la posición de la cereza como funciones del tiempo.

Problema 29

Miguelito lanza una bola verticalmente hacia arriba con una rapidez 1.5 veces mayor que Facu. ¿Cuántas veces más alto subirá la bola de Miguelito en comparación con la de Facu?

Problema 30

Supongamos que arrojamos una piedra hacia arriba:

a) ¿Con qué velocidad (magnitud, dirección y sentido) la tenemos que lanzar para que alcance una altura máxima de $22 m$?

b) ¿En que instante o instantes la rapidez $2 m/s$?

c) ¿Cuánto tiempo tarda en llegar altura máxima?

d) ¿Cuál es su velocidad (magnitud, dirección y sentido) al llegar al suelo?

e) Hacer las gráficas de posición, velocidad y aceleración en función del tiempo.

Problema 31

Dos proyectiles son disparados simultáneamente del borde de un acantilado. La velocidad inicial de ambos es de $30 m/s$. El proyectil A es lanzado hacia arriba, el B directamente hacia abajo. ¿Cuánto tiempo después de que el proyectil B llegue al suelo impactará el proyectil A?

Problema 32

Se lanza una bolilla verticalmente hacia arriba con una rapidez de $12 m/s$. Un segundo después, desde el mismo lugar que salió la bolilla, se lanza una pelota verticalmente con una rapidez de $18 m/s$.

a) ¿En qué tiempo chocarán ambas entre sí?

b) ¿A qué altura tendrá lugar el choque?

Problema 33

A un anciano se le caen los lentes desde una ventana del último piso de un edificio y lanza una almohada verticalmente hacia abajo $1 s$ después de la salida del primero, con una rapidez inicial de $20 m/s$.

a) ¿Cuánto tiempo después de que se le cayeron los lentes éstos son alcanzados por la almohada?

b) ¿A qué altura del suelo debe estar el balcón del anciano con el fin de que ambos cuerpos toquen el piso simultáneamente y pueda salvar la integridad de sus lentes?

Problema 34

A un globo aerostático que se encuentra elevándose en el aire con una rapidez de $13\,m/s$, se le desprende una bolsa de arena cuando está a $150\,m$ del suelo. Determinar:

a) La altura máxima alcanzada por la bolsa de arena.

b) El tiempo que tarda la bolsa en caer al suelo.

Problema 35

Batman se encuentra viajando en su batimóvil a una rapidez constante de $95\,km/h$, cuando un sospechoso lo sobrepasa en su auto con una rapidez de $135\,km/h$. Un segundo después del sobrepaso ve en el cielo la batiseñal y comienza a acelerar para atrapar al sospechoso. Si la aceleración del batimóvil es de $2\,m/s^2$, ¿cuánto tiempo le tomará alcanzar al sospechoso?

Problema 36

Dos autos van sobre la misma vía recta y en el mismo sentido. El auto 1 se mueve a $20\,m/s$ y se mantiene con rapidez constante, mientras que el de atrás (auto 2) inicialmente marcha a $10\,m/s$. Cuando el auto 2 está $1000\,m$ detrás del auto 1 decide alcanzarlo, lo cual ocurre 40 segundos más tarde. Después de esquematizar y elegir un sistema de coordenadas adecuado, resuelva:

a) ¿Cuál fue la aceleración del auto 2, suponiendo que fue constante?

b) ¿Cuál es su velocidad en el instante que alcanza al auto 1?

c) ¿Qué distancia recorrió cada auto hasta el encuentro?

d) Realice graficas cualitativas para posición, velocidad y aceleración para los dos autos, utilizando el mismo sistema de ejes en cada caso.

Problema 37

Un camión de mudanza viaja por el tramo de ruta recta de Río Colorado a Choele Choel, a una rapidez constante de $10\,m/s$. En el instante en que se encuentra a $100\,m$ por delante de un auto, éste último parte del reposo con una aceleración de $1\,m/s^2$, y mantiene ese movimiento durante 50 segundos, para luego detenerse modificando su rapidez de manera uniforme durante 10 segundos. Tomando la posición inicial del auto como origen del sistema de coordenadas, determine:

a) ¿Dónde se cruzan el auto y el camión?

b) ¿Qué velocidad tiene el auto en el encuentro?

c) ¿Cuál es la aceleración del auto después de los primeros 50 segundos?

d) ¿Cuánto tarda el camión en volver a alcanzar el auto?

e) Realizar las gráficas cualitativas para $x(t)$, $v(t)$ y $a(t)$ para ambos móviles.

Problema 38

Un colectivo y un camión se encuentran en una avenida recta. Ambos se encuentran detenidos esperando el semáforo, separados una distancia de $200\,m$. Los semáforos se ponen en verde al mismo tiempo. El colectivo comienza a acelerar a razón de $2.5\,m/s^2$, mientras que el camión lo hace con una aceleración de $1.5\,m/s^2$, ambos en el mismo sentido:

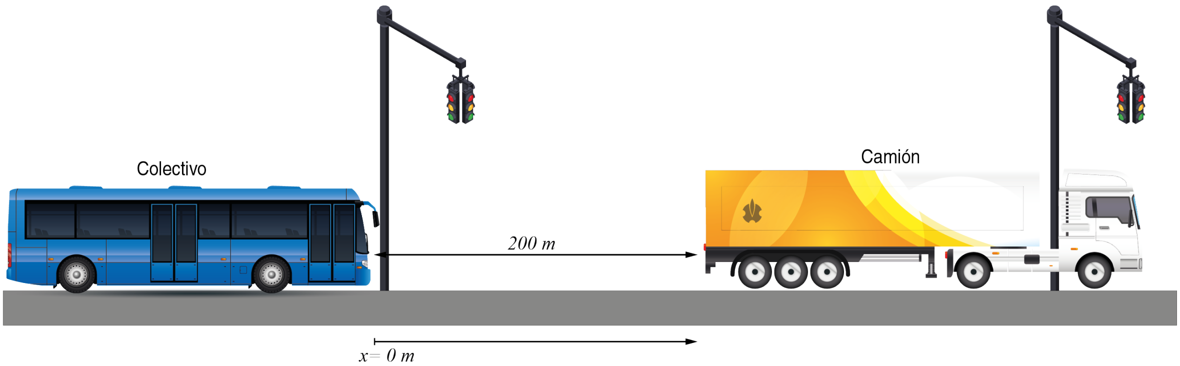
a) Escribir las ecuaciones de movimiento para ambos vehículos.

b) Calcular instante y posición de encuentro sobre la dirección en que se mueven.

c) Calcular la velocidad (magnitud en km/h, dirección y sentido) de cada vehículo en el instante en que se encuentran.

d) Calcular la distancia recorrida por cada vehículo desde que el semáforo se pone en verde hasta el instante de encuentro.

e) Hacer las gráficas de posición, velocidad y aceleración en función del tiempo en la dirección en que se desplazan.



Problema 39

Dos jugadores de fútbol parten del reposo, separados entre sí por $48\,m$. Ellos corren directamente uno hacia el otro, acelerando. El primer jugador tiene una aceleración de magnitud $0.5\,m/s^2$. El segundo jugador tiene una aceleración cuya magnitud es de $0.3\,m/s^2$.

a) Realice un esquema que represente la situación inicial, identificando en el mismo el sistema de coordenadas que utilizará para resolver el problema.

b) Escriba las ecuaciones de movimiento de cada jugador.

c) ¿Cuánto tiempo pasa hasta que los jugadores se encuentran?

d) En el instante de encuentro, ¿qué velocidad lleva cada uno? ¿Y con qué rapidez se encuentran?

e) Realice las gráficas correspondientes a la aceleración, velocidad y posición de los jugadores, en función del tiempo.

f) Si la pelota se encuentra a $15\,m$ del segundo jugador, ¿cuál logra hacerse de la pelota primero?

Problema 40

Dos ciclistas parten simultáneamente y en el mismo sentido desde los extremos A y B de una pista recta, siendo $A - B = 15\,m$. El que parte de A, lo hace con rapidez inicial de $50\,cm/s$ y una aceleración de $35\,cm/s^2$. El que sale de B lo hace con una rapidez inicial de $75\,cm/s$ y una aceleración de $-20\,cm/s^2$. ¿En qué instante y a qué distancia de A, el primer ciclista alcanza al segundo?

Problema 41

Una jirada y una cebra se acercan uno hacia el otro por un sendero recto a $50\,km/h$ y $60\,km/h$ respectivamente. Cuando se encuentran separados por $120\,m$ deciden ambos frenar para no chocarse. Llegan al reposo al mismo tiempo, justo antes de chocar. Suponiendo una desaceleración constante para los dos:

a) Realice un esquema representativo de la situación, donde consten las posiciones y velocidades iniciales de cada uno de los animales en un sistema de coordenadas apropiado.

b) Realice gráficas cualitativas en función del tiempo para la aceleración, velocidad y posición de ambos animales. Se recomienda confeccionar una única gráfica de cada magnitud para la cebra y la jirafa, diferenciándolos, por ejemplo, con colores distintos.

c) Halle el tiempo necesario para que los animales se detengan.

d) Calcule la aceleración que tuvo cada animal.

e) Encuentre la distancia recorrida por cada animal.

Problema 42

Dos motos de agua A y B, situadas a $2\,km$ de distancia entre sí, salen simultáneamente del reposo en igual sentido, una en persecución de la otra. Ambas marchan con movimiento acelerado, siendo la aceleración de B igual a $32\,cm/s^2$. Deben encontrarse a $3.025\,km$ de distancia del punto de partida de B.

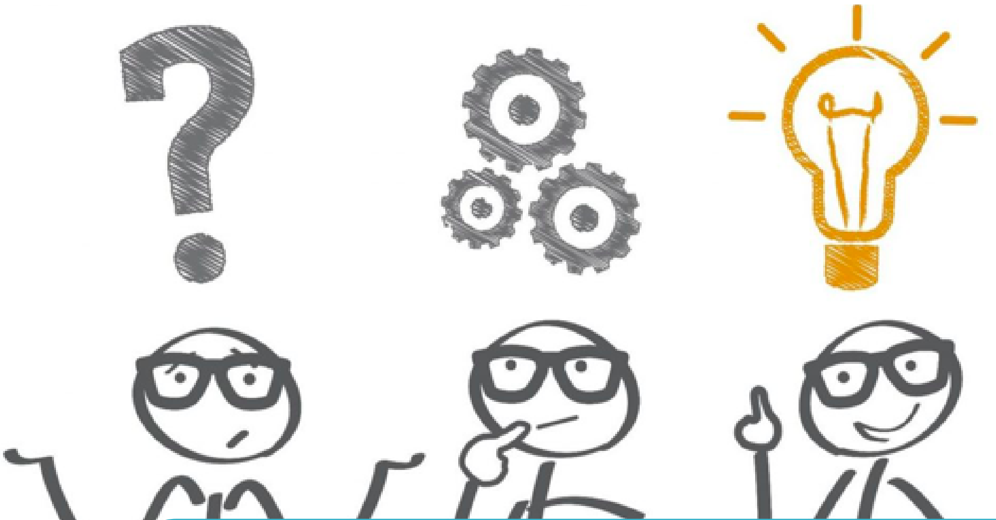
a) Escriba las ecuaciones de movimiento para cada moto, indicando claramente cuál de las motos se encuentra por delante de la otra.

b) Calcule el tiempo que tardan en encontrarse.

c) Obtenga la aceleración que debe tener A para que se produzca el encuentro en la posición prevista.

d) Determine las velocidades que llevan las motos de agua en el momento del encuentro.

e) ¿Cuál/es de los datos obtenidos serían distintos si se invierten las posiciones iniciales de las motos?



6. Dinámica

6.1 Guía 4: Dinámica

Problema 1

Una fuerza $\vec{F_1}$ de módulo 100 Newtons (N) apunta hacia el Este, mientras que otra fuerza $\vec{F_2}$ que apunta hacia el Norte se le suma a $\vec{F_1}$ de forma tal que su resultante tiene una magnitud de $300N$.

a) Represente las fuerzas en un sistema cartesiano.

b) Encuentre el módulo de $\vec{F_2}$ y la dirección y sentido de la fuerza resultante.

Problema 2

Tres fuerzas actúan sobre un objeto. La primera, de modulo $150N$, apunta formando un ángulo de $60°$ por encima de la dirección positiva de x. La segunda, de modulo $300N$, apunta formando un ángulo de $30°$ por encima de la dirección negativa de x. La tercer fuerza es tal que la resultante es un vector nulo:

a) Realice el diagrama de cuerpo libre para el cuerpo.

b) Calcule la magnitud, dirección y sentido de la tercer fuerza.

Problema 3

Una persona que pedalea en su bicicleta, y pesan $83kg$ en su conjunto, se mueve con una rapidez constante de $10km/h$:

a) ¿Cuál es la fuerza resultante que actúa sobre la persona en bicicleta?

Si aplica los frenos de forma tal que se detiene en 4 segundos:

b) ¿Cuál es la fuerza resultante que actúa sobre la persona en bicicleta?

Problema 4

Dos bloques están uno al lado del otro y en contacto sobre una mesa sin rozamiento. Si se aplica una fuerza horizontal hacia la derecha, y de modulo $F = 6N$, al bloque que esta ubicado a izquierda. Suponga: $m_{izquierda} = 7kg$, $m_{derecha} = 5kg$.

a) Entonces el módulo de la fuerza de contacto entre los dos bloques es:

i) $2.5N$ ***ii)*** $5N$ ***iii)*** $6N$ ***iv)*** $7N$ ***v)*** $10N$

b) Represente gráficamente todas las fuerzas que actúan sobre cada cuerpo.

c) Represente en componentes cartesianas todas las fuerzas que actúan sobre cada cuerpo.

Problema 5

Indique cuál de los siguientes enunciados es el correcto y justifique:

a) La fuerza normal es siempre igual a la fuerza peso.

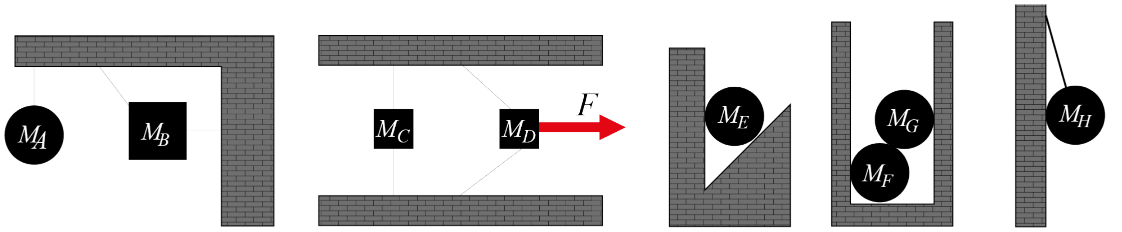
b) La fuerza normal siempre tiene sentido opuesto a la fuerza peso.

c) La fuerza normal y la fuerza peso forman un par acción-reacción, de acuerdo a la tercera ley de Newton.

d) La fuerza normal y la fuerza peso no forman un par acción-reacción, de acuerdo a la tercera ley de Newton.

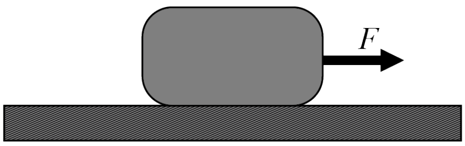
Problema 6

Realizar el diagrama de cuerpo libre para cada cuerpo (suponer que todas las superficies son lisas).



Problema 7

Una persona empuja una caja imprimiéndole una fuerza $\vec{F}$ de módulo $20N$, como se muestra en la figura. Nos informan que el módulo de la fuerza de rozamiento estática máxima entre la caja y el piso es de $23N$ y el de la fuerza de rozamiento dinámica es de $15N$. Si la caja inicialmente está en reposo, la opción verdadera es:



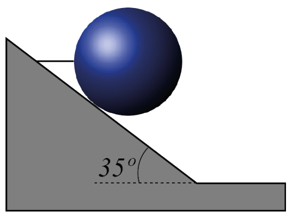
a) La caja permanecerá en reposo y el módulo de la fuerza de rozamiento es $23N$.

b) La caja permanecerá en reposo y el módulo de la fuerza de rozamiento es $20N$.

c) La caja comenzará a moverse en la dirección y sentido de la fuerza aplicada $\vec{F}$, y el módulo de la fuerza de rozamiento es $15N$.

d) Ninguna de las afirmaciones anteriores es correcta.

Problema 8



Un alambre horizontal sostiene una esfera uniforme sólida de masa m, sobre una rampa inclinada que se eleva $35°$ por arriba de la horizontal. La superficie de la rampa está libre de rozamiento y el alambre se coloca en el centro de la esfera como se indica en la figura. Considerando que la esfera permanece en reposo:

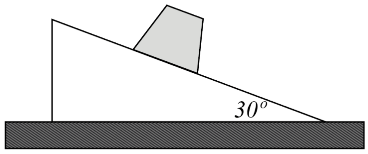
a) Elabore el diagrama de cuerpo libre para la esfera.

b) Plantee las ecuaciones de Newton.

c) Calcule la fuerza de interacción entre la esfera y la rampa (magnitud, dirección y sentido).

d) Calcule la tensión del alambre (magnitud, dirección y sentido).

Problema 9



Un cuerpo de masa m se encuentra apoyado sobre un plano inclinado un ángulo 30° sobre la horizontal. Los módulos de las fuerzas de rozamiento estática máxima y dinámica son $150N$ y $80N$ respectivamente.

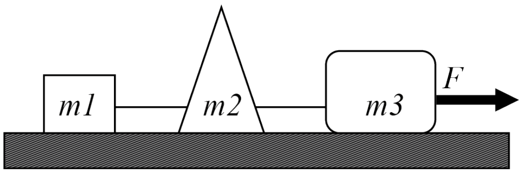
a) Hacer el diagrama de cuerpo libre para m.

b) ¿Cuál es el máximo valor que debe tener m para que permanezca en reposo sobre el plano?

c) Hallar los valores de los coeficientes de rozamiento estático y dinámico.

Problema 10

Tres cuerpos de masas $m_1 = 5kg$, $m_2 = 12kg$ y $m_3 = 15kg$, se encuentran unidos mediante cuerdas ideales como muestra la figura. Sobre m_3 actúa una fuerza $\vec{F}$ paralela al suelo, y hacia la derecha, la cual le provoca una aceleración al sistema de $5m/s^2$ en la misma dirección y sentido. Despreciando el rozamiento:



a) Hacer el diagrama de cuerpo libre para cada cuerpo.

b) Escribir las ecuaciones de Newton para cada cuerpo.

c) Determinar el módulo de la fuerza F.

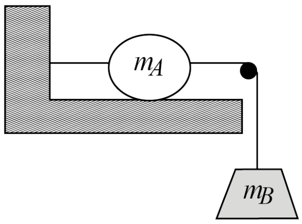
d) Hallar el valor de las tensiones en cada cuerda.

Si ahora la fuerza F aplicada forma un ángulo de 30° por encima de la horizontal y su módulo es el hallado en el inciso b), calcular:

e) El vector aceleración de cada cuerpo y el módulo de la tensión que actúa en cada cuerda.

f) La reacción normal entre cada cuerpo y el suelo.

Problema 11



Dos cuerpos A y B están dispuestos como muestra la figura. Despreciando el rozamiento y considerando las cuerdas como ideales:

a) Hacer el diagrama de cuerpo libre para A y B.

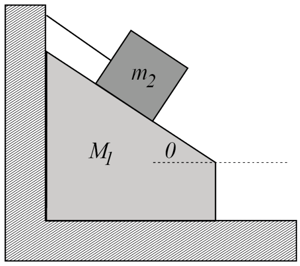
b) Hallar las tensiones de cada cuerda si $m_B = 10kg$.

En un determinado momento se corta la cuerda que une al cuerpo A con la pared. Si los coeficientes de rozamiento estático y dinámico entre A y el suelo son 0.5 y 0.3 respectivamente:

c)Hallar que valor de m_A mantiene al sistema en equilibrio y la tensión de la cuerda que une a A con B. Usar $m_B = 10kg$.

d) Si se reduce a la mitad la masa de A calculada en el punto anterior, ¿cuál es el vector aceleración de cada cuerpo? ¿Cambia el valor del módulo de la tensión respecto al inciso anterior? En caso afirmativo calcular su valor.

Problema 12



En la figura se muestran dos cuerpos de masa $M_1 = 25kg$ y $m_2 = 5kg$. El cuerpo m_2 se encuentra unido a la pared por medio de una cuerda ideal (inextensible y de masa despreciable) y apoyado sobre un plano inclinado, el cual tiene una pendiente $\theta = 60°$. Entre M_1 (plano inclinado) y m_2 hay rozamiento, siendo la fuerza de rozamiento estática máxima igual a $30N$ y la dinámica a $15N$. Entre M_1 y el resto de las superficies el rozamiento es despreciable.

a) Realice los diagramas de cuerpo libre de M_1 y m_2 e identifique los pares de acción y reacción.

b) Escriba las ecuaciones de Newton para ambos cuerpos.

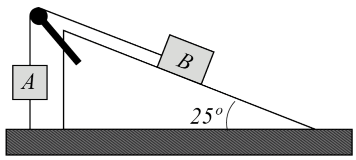
c) Determine los valores del módulo de la tensión de la cuerda, y de las reacciones del suelo y de la pared sobre M_1.

Si ahora se corta la cuerda:

d) ¿Qué valor debe tener m_2 para no descender sobre el plano, es decir para que m_2 permanezca en reposo sobre el mismo?

e) Si se duplica el valor de m_2 hallado en el inciso anterior, encuentre el vector aceleración de m_2.

Problema 13



Dos cuerpos A y B se encuentran unidos por cuerdas ideales tal como ilustra la figura. Las masas del A y B son $m_A = 2kg$ y $m_B = 10kg$ respectivamente. Despreciando el rozamiento:

a) Dibuje el diagrama de cuerpo libre para A y B.

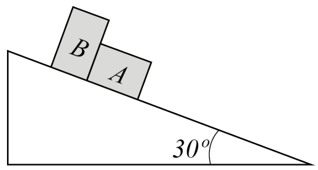
b) Calcular la tensión de cada cuerda.

En un determinado momento se corta la cuerda que une al cuerpo A con el suelo. Considerando el rozamiento entre el cuerpo B y la superficie del plano inclinado:

c) Calcular el coeficiente de rozamiento dinámico sabiendo que el cuerpo B está descendiendo por el plano con una aceleración de módulo $0.5m/s^2$.

d) Si el coeficiente de rozamiento estático es el doble del coeficiente de rozamiento dinámico ($\mu_e = 2\mu_d$), calcular el mínimo valor de la masa de A que mantiene al sistema en equilibrio. Esto significa el valor de m_A para el cual el cuerpo B tiende a deslizar hacia abajo pero el sistema está en reposo.

Problema 14



Sobre un plano inclinado, el cual forma un ángulo de 30° sobre la horizontal, se colocan dos cuerpos A y B. El coeficiente de rozamiento dinámico entre el bloque A y el plano inclinado es 0.4, y entre el bloque B y dicho plano 0.2. Si $M_B = 4kg$ y ambos cuerpos se encuentran descendiendo con una aceleración de $2m/s^2$.

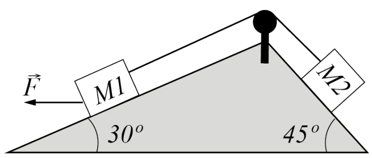
a) Hacer diagrama de cuerpo libre para A y B.

b) Escribir las ecuaciones de Newton para cada cuerpo.

c) Hallar el valor de la masa de A para que ambos cuerpos desciendan juntos y con la misma aceleración.

e) Si se saca el cuerpo B del plano, ¿cuánto vale la fuerza de rozamiento que mantiene al cuerpo A en reposo sobre el plano?

Problema 15



Dos cuerpos de masas M1 y M2 se encuentran unidos por una cuerda inextensible y de masa despreciable, la cual pasa por una polea ideal. La masa M1 es de $15kg$ y sobre ésta actúa una fuerza F de $2N$ de módulo, tal como muestra la figura. Entre el cuerpo M1 y la superficie del plano hay rozamiento, el módulo de la fuerza de rozamiento estática máxima es $8.5N$, mientras que el módulo de la fuerza de rozamiento dinámica es $4.3N$. Suponiendo que el sistema se encuentra en un estado de movimiento inminente, con M1 descendiendo:

a) Realizar el diagrama de cuerpo libre para cada una de las masas.

b) Plantear las ecuaciones de Newton para cada uno de los cuerpos.

c) Calcular el valor de la masa M2 para que el sistema se mantenga bajo esta condición de movimiento inminente.

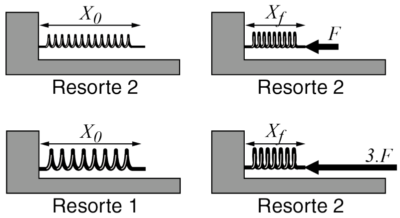
d) Calcular el módulo de la tensión de la cuerda.

Si ahora se reduce a la mitad el valor de la masa hallada en el inciso ***c)***,

e) hallar el módulo, dirección y sentido de la aceleración de cada cuerpo.

Problema 16

Dos resortes tienen la misma longitud inicial Xo. Al resorte 1, cuya constantes elástica es k_1, se le aplica una fuerza de módulo F de forma tal que se lo comprime una longitud $\Delta X = Xf - Xo$. Al resorte 2, de constante elástica k_2, se lo comprime la misma longitud $\Delta X = Xf - Xo$, aplicando sobre éste una fuerza tres veces mayor a la del resorte 1. Entonces la relación entre las constantes elásticas es:



i) $k_2 = 3k_1$ ***ii)*** $k_1 = 3k_2$ ***iii)*** $k_1 = k_2$

iv) No se puede hallar una relación entre ambas constantes

Problema 17

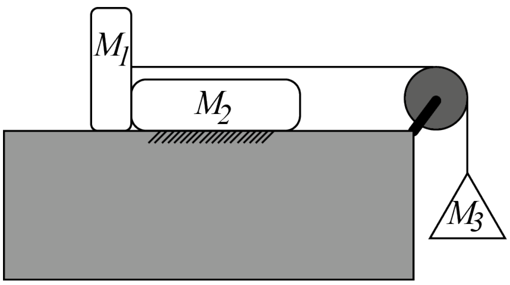
La ley de Hooke permite cuantificar la fuerza elástica $F_e = -k\Delta x$, indicar cuál de las siguientes afirmaciones es correcta, justifique:

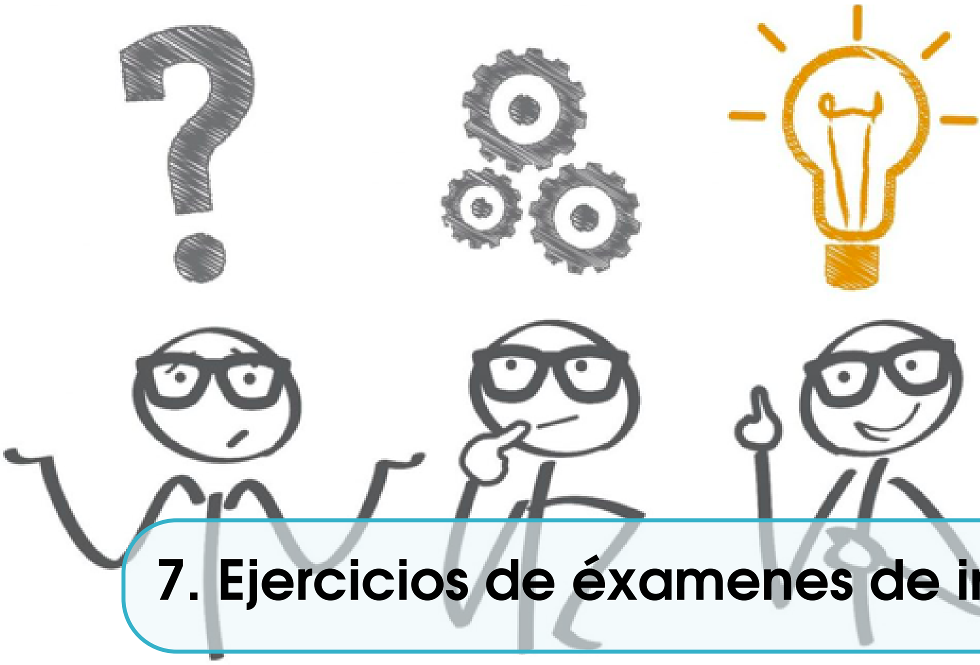
a) La unidad de medida de F_e es N/m.
b) A mayor de deformación el módulo de F_e es disminuye.
c) La fuerza elástica es una fuerza que actúa a distancia y además es restauradora.
d) El signo menos que aparece en ley de Hooke se debe a la naturaleza restauradora de F_e.

Problema 18

La figura muestra tres cuerpos M_1, M_2 y M_3. Las masas de M_1 y M_2 son $10kg$ y $20kg$ respectivamente. Suponiendo que existe rozamiento entre M_2 y la superficie horizontal, pero que es despreciable entre M1 y la superficie:

a) Realizar el diagrama de cuerpo libre para M_1, M_2 y M_3. Indicar, si existen, pares de acción y reacción.
b) Escribir las ecuaciones de Newton para cada cuerpo.
c) Si la fuerza de rozamiento estática máxima (F_{est}) entre M2 y la superficie es $78.4N$, determinar el valor máximo de M3 que mantiene al sistema aún en equilibrio.
d) Si el modulo de la fuerza de rozamiento dinámica es la mitad que F_{est} ($F_{din} = F_{est}/2$) y M3 es el doble del valor obtenido en el punto ***b)***, calcular los vectores aceleración de cada cuerpo.
d) Indicar el valor de la tensión en la cuerda y la fuerza de interacción entre M1 y M2.





7. Ejercicios de exámenes de ingreso

7.1 Guía 5: Ejercicios de exámenes de ingreso previos

Problema 1

Elegir en cada caso la opción que corresponda. Justifique su respuesta:

a) Dos pequeñas esferas tienen el mismo diámetro, pero una pesa el doble que la otra. Las esferas se sueltan desde el balcón de un segundo piso exactamente al mismo tiempo. El tiempo que tardan en llegar al suelo será:
☐ el doble para la esfera más ligera en comparación con la más pesada.
☐ mayor para la esfera más ligera, pero no del doble.
☐ el doble para la esfera más pesada en comparación con la más ligera.
☐ mayor para la esfera más pesada, pero no del doble.
☐ el mismo para ambas esferas.

b) Indicar en cuál de las siguientes opciones hay primero una magnitud escalar y en segundo lugar una vectorial.
☐ desplazamiento y rapidez.
☐ distancia y rapidez.
☐ posición y aceleración.
☐ masa y velocidad.

c) Un cuerpo A, se deja caer desde una terraza. En el mismo instante otro cuerpo B es lanzado hacia arriba desde el suelo, con tal velocidad que durante su vuelo de ascenso se produce el encuentro entre los mismos. Indicar cuál afirmación es la correcta:
☐ En el momento del encuentro ambos cuerpos tienen la misma aceleración.
☐ En el momento del encuentro ambos cuerpos recorrieron la misma distancia.
☐ En el momento del encuentro el módulo del vector desplazamiento es igual para ambos cuerpos.
☐ El encuentro se produce cuando ambos cuerpos poseen la misma velocidad.

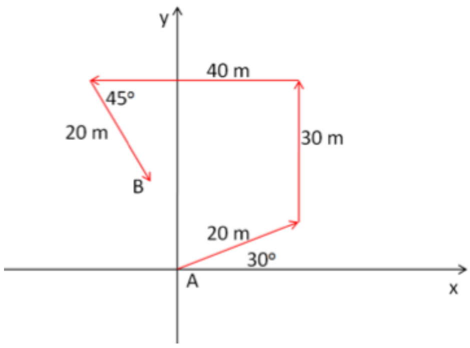
d) Un proyectil es lanzado verticalmente hacia arriba con cierta velocidad inicial que le permite alcanzar una altura máxima H. En el instante en que su velocidad sea la mitad de la velocidad inicial habrá alcanzado una altura h tal que:
☐ $h = \frac{1}{2}H$ ☐ $h = \frac{1}{4}H$ ☐ $h = \frac{3}{4}H$ ☐ $h = \frac{1}{3}H$ ☐ $h = \frac{4}{5}H$ ☐ $h = \frac{7}{8}H$

Problema 2

Indicar en cada la opción correcta justificando la respuesta.

a) Una persona se mueve desde el punto A hasta B siguiendo el camino mostrado en la figura. Entonces el desplazamiento de la persona es:

☐ $32\,m$
☐ $110\,m$
☐ $(-8.54\,m, 25.86\,m)$
☐ $(8.54\,m, -25.86\,m)$
☐ Ninguna de las anteriores.



b) Las magnitudes necesarias para determinar la velocidad media de un móvil son:

☐ Aceleración y tiempo.
☐ Velocidad y distancia recorrida.
☐ Desplazamiento y aceleración.
☐ Desplazamiento y tiempo.
☐ Distancia recorrida y tiempo.

c) Una persona camina a una velocidad de $1.5\,m/s$, esto quiere decir que: ☐ su aceleración es constante.

☐ la velocidad aumenta $1.5\,m/s$ por cada segundo que pasa.
☐ recorre $2\,m$ por cada segundo.

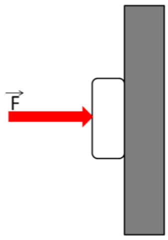
d) Un paracaidista salta de un helicoptero suspendido en el aire. Unos cuantos segundos después salta otro paracaidista y ambos caen a lo largo de la misma línea vertical. Si no se considera la resistencia con el aire, de modo que ambos caen con la misma aceleración, la diferencia en la rapidez de ambos paracaidistas:

☐ aumenta con el tiempo.
☐ permanece constante en el tiempo.
☐ disminuye con el tiempo.

e) Un arquero se encuentra practicando, dispara una flecha de forma recta hacia arriba dos veces. La primera vez la velocidad inicial es V_0 y la segunda vez aumenta la rapidez inicial a $4V_0$. ¿Cuál es la altura máxima alcanzada en el segundo lanzamiento comparada con la altura del primer intento?

☐ Dos veces mayor.
☐ Cuatro veces mayor.
☐ Ocho veces mayor.
☐ Dieciseis veces mayor.
☐ La misma.

f) Un bloque se comprime contra una pared vertical con una fuerza $\vec{F}$, como muestra la figura. Si el bloque permanece en reposo es porque la magnitud de la fuerza de rozamiento estática es:

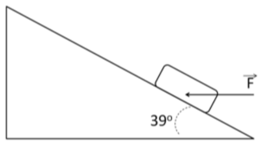


☐ mayor que la magnitud de la fuerza peso del bloque.
☐ igual al módulo de $\vec{F}$.
☐ igual al módulo de la fuerza peso del bloque.
☐ igual a la fuerza de rozamiento estática máxima.

g) Dos cuerpos idénticos se delizan por un plano horizontal sin rozamiento, con velocidades de magnitus $20m/s$ y $50m/s$. Para mantener dichas rapideces constantes el tiempo se necesita:
☐ ejercer más fuerza sobre el que tiene mayor rapidez.
☐ no ejercer ninguna fuerza.
☐ ejercer más fuerza sobre el que tiene menor rapidez.
☐ ejercer la misma fuerza sobre ambos cuerpos.

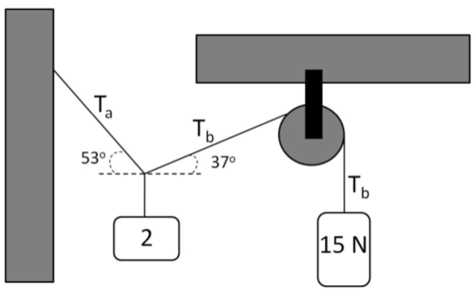
h) Un hombre sentado en un bote en reposo arroja una caja hacia la derecha y el bote se mueve hacia la izquierda. La Luna ejerce la misma fuerza sobre la Tierra que la Tierra sobre la Luna, aán cuando la Tierra tiene una masa 81 veces mayor que la Luna. Ambos son ejemplos de:
☐ la primera Ley de Newton.
☐ la segunda ley de Newton.
☐ la tercera ley de Newton.
☐ la ley de Hooke.

i) Un bloque de $4.8kg$ está apoyado sobre un plano inclinado de $39°C$ de pendiente. Sobre el bloque actúa una fuerza horizontal de $46N$ de magnitud. La fuerza de rozamiento dinámica es $21.6N$. Si inicialmente el bloque se encuentra subiendo con una velocidad inicial de $4.3m/s$ y una vez que se detiene deja de aplicarse la fuerza $\vec{F}$, indicar que le sucede al bloque:



☐ Comienza a descender.
☐ No desciende.
☐ Faltan datos para saber si comienza o no a moverse.
☐ Baja hasta que se le aplica una fuerza externa que vuelve a detenerlo.

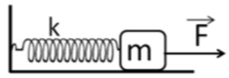
j) El sistema de la figura se encuentra en equilibrio. La tension T_a soportada por el segundo cable resulta:
☐ igual a $15N$.
☐ aproximadamente $19.9N$.
☐ aproximadamente $11.3N$.
☐ no se puede determinar si no se conoce el peso del cuerpo 2.



k) Un cuerpo en reposo sobre una superficie horizontal está sometido a dos fuerzas: su peso y la reacción normal de la superficie. ¿Constituyen estas fuerzas un par de acción y reacción?

☐ Si, tienen igual módulo y sentido opuesto.
☐ si porquee están en un plano horizontal.
☐ No, porque están aplicadas sobre el mismo cuerpo.
☐ No, dado que la normal depende de la masa del cuerpo.

l) Un resorte de masa despreciable se encuentra acoplado a un cuerpo de $10\,kg$ sobre un mesa horizontal sin rozamiento. Si se aplica una fuerza sobre el cuerpo de $30\,N$ dejando al sistema en equilibrio, el resorte se estira $5\,cm$. Entonces la constante elástica del resorte es:

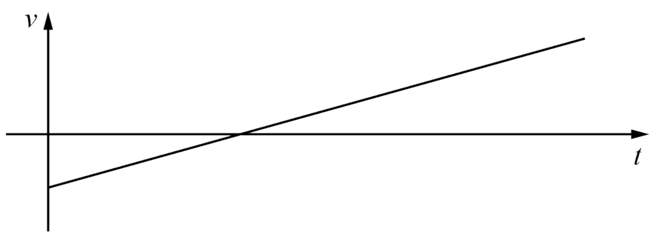


☐ $600\,N/m$.
☐ $300\,N/m$.
☐ $6\,N/m$.
☐ Ninguna de las anteriores.

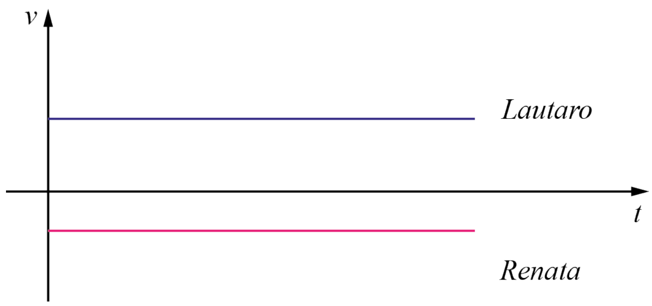
Problema 2

Responder *Verdadero* o *Falso*, justificando la respuesta:

☐ El módulo del vector desplazamiento siempre es mayor o igual a la distancia recorrida.
☐ Si un objeto tiene aceleración negativa se puede afirmar que éste se encuentra frenando.
☐ Si la velocidad de un móvil es positiva, entonces éste se aleja del origen de coordenadas.
☐ Un motociclista comienza a acelerar desde el reposo. Si su aceleración es negativa (izquierda) entonces podemos afirmar que el motociclista se mueve hacia la derecha.
☐ Para que dos cuerpos o partículas colisionen, es suficiente con que coincidan en su posición.
☐ A partir de una gráfica velocidad *vs* tiempo es posible obtener la magnitud del desplazamiento y la distancia recorrida de un objeto.
☐ Un automóvil se mueve en línea recta. Un observador nos dice que el auto está frenando y que su aceleración es positiva (derecha). Entonces podemos asegurar que el automóvil se mueve hacia la izquierda.
☐ El siguiente gráfico de velocidad vs tiempo corresponde a un caso caída libre:



☐ La altura máxima que alcanza un objeto en un tiro vertical es proporcional al cuadrado de la velocidad con la que es lanzado.
☐ A continuación se muestra la gráfica velocidad vs tiempo de dos amigos. Renata se encuentra $20\,m$ a la izquierda del origen de coordenadas, y Lautaro está $30\,m$ a la derecha de Renata. Si hacia la derecha del origen la posición es positiva, podemos asegurar que en un instante se encontrarán.



☐ La magnitud del vector desplazamiento es siempre menor o igual a la distancia recorrida por un cuerpo.

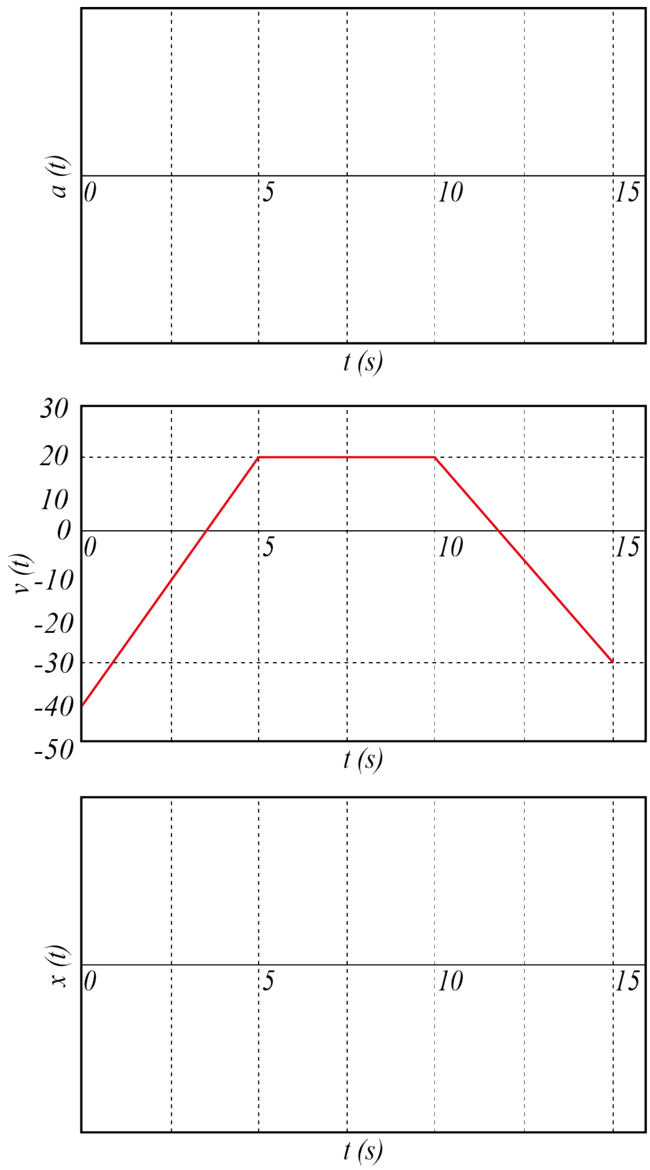
☐ Un automóvil A se mueve a una rapidez constante de $90 km/h$. Otro vehículo B ubicado $20 m$ detrás de A se mueve con una rapidez constante de $26 m/s$. B se desplaza en la misma dirección y sentido que A. Entonces podemos afirmar que en estas condiciones el auto B alcanza al móvil A en 20 segundos.

Problema 3

Se presenta el gráfico velocidad *vs* tiempo para un objeto que parte desde el origen del sistema de referencia.

a) Completar cualitativamente el gráfico de aceleración y posición.

b) Escribir las ecuaciones de movimiento para cada tramo de movimiento.

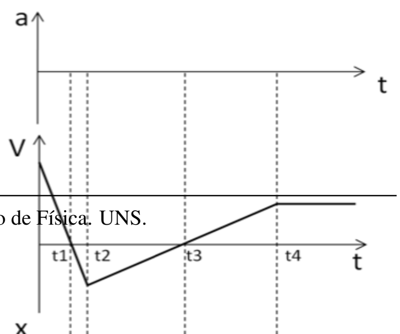


Problema 4

Se presenta el gráfico velocidad *vs* tiempo para un objeto que parte desde origen del sistema de referencia:

a) Completar cualitativamente el gráfico de aceleración en función del tiempo.

b) Completar cualitativamente el gráfico de posición en función del tiempo.



c) Indicar cuantas veces invierte el sentido de movimiento:

....

d) Indicar el o los instantes en el cual la velocidad es nula:

....

e) Dados los siguientes intervalos de tiempo indicar si el movimiento es MRU o $MRUV$. Para cada caso escribir si la aceleración es positiva, negativa o nula.

i) de 0 a t_1: .... aceleración:......................

ii) de t_2 a t_4: .... aceleración:......................

iii) de t_4 en adelante: .... aceleración:......................

Problema 5

Un cuerpo se arroja hacia arriba desde el techo de un edificio a una altura de $20m$ y con una rapidez de $5m/s$. Si el cuerpo se mueve en una trayectoria rectilinea, determinar:

a) La altura a la que se encuentra el cuerpo respecto de la base del edificio cuando tiene una rapidez de $10m/s$.

b) ¿Cuál es la aceleración que necesita para tener una velocidad nula cuando llega al piso, si comienza a perder velocidad de manera uniforme, cuando se encuentra a $5m$ del piso?

c) Realizar de manera cualitativa las gráficas: posición, velocidad y aceleración en función del tiempo.

d) ¿Cuánto tiempo transcurre desde que se arroja el cuerpo hasta que llega al piso? (considerando que se cumplen los puntos anteriores).

Problema 6

Un proyectil A es lanzado desde el suelo verticalmente hacia arriba y dos segundos después otro proyectil B es lanzado de igual manera. El proyectil A, se arroja con una rapidez inicial de $50m/s$ y el segundo proyectil B con una rapidez inicial de $80m/s$.

a) Escribir las ecuaciones de posición, velocidad y aceleración válidas para todo tiempo para cada proyectil.

b) Calcular el instante y la altura en el que en encuentran A y B.

c) Hallar la altura máxima de cada proyectil.

d) Calcular en qué instantes la rapidez de A es $10m/s$.

e) Hacer las gráficas posición, velocidad y aceleración en función del tiempo para ambos proyectiles.

Problema 7

Una patrulla policial viaja haciendo un control rutinario a velocidad constante de $100km/h$, 5 segundos más tarde una camioneta moderna lo pasa a velocidad constante de $130km/h$. El patrullero lo detecta y en ese mismo instante la patrulla aplica una aceleración constante de $3m/s^2$ durante 5 segundos y luego mantiene su velocidad constante.

a) Escribir las ecuaciones de posición, velocidad y aceleración para el patrullero y para la camioneta moderna.

b) Calcular la velocidad a la que el patrullero llegará, luego de acelerar durante 5 segundos.

c) El tiempo para el cual el patrullero alcanza a la camioneta.

d) La posición en la que ambos vehículos se encuentran respecto del punto inicial al que se encontraba la patrulla cuando empezó el problema.

e) Realizar los gráficos de a, v y x en función del tiempo para ambos vehículos.

Problema 8

Un turista se encuentra sacando fotos desde en un globo aerostático que asciende con una velocidad constante de $10m/s$, a $30m$ de altura (medidos desde el suelo) por un descuido se le suelta la cámara de su mano. A partir de ese instante calcular:

a) Las ecuaciones de posición, velocidad y aceleración que describirá la cámara.

b) La altura máxima que alcanzará y el tiempo que tardará en llegar a esta altura.

c) El tiempo que de vuelo y la velocidad en km/h con la que impactará contra el suelo.

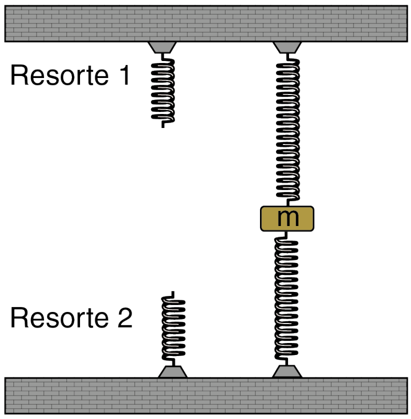
d) Para cuando la cámara impacte contra el suelo, ¿qué altura alcanza el globo aerostático?

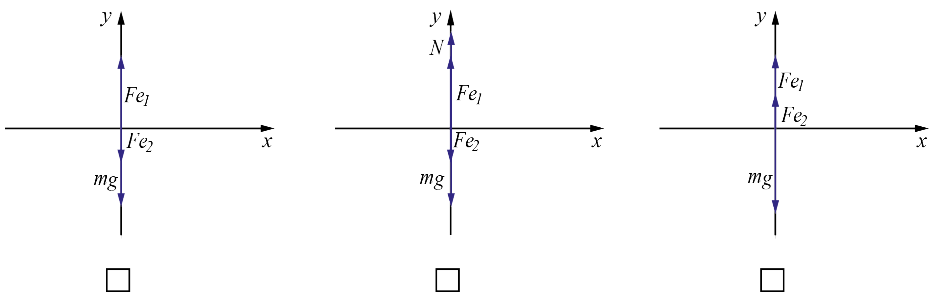
e) Realiza los gráficos de a, v y x en función del tiempo para la cámara fotográfica y para el globo aerostático.

Problema 9

Marque en cada caso con una "X" la opción que corresponda:

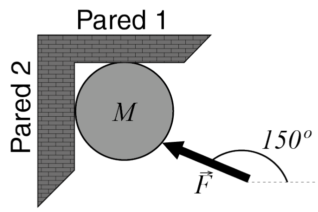
I. Una masa m se encuentra unida a dos resortes (resorte 1 y 2) como muestra en la figura de la derecha. En la imagen de la izquierda se muestran ambos resortes sin deformar, la masa ambos es despreciable. Indicar cuál de los siguientes diagramas de cuerpo libre corresponde a la situación planteada.

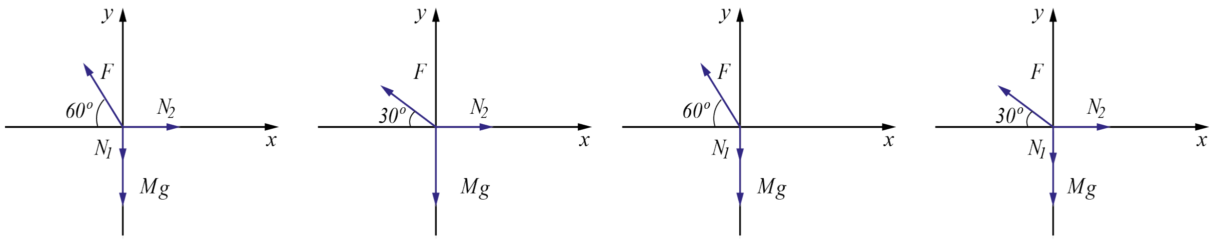




☐ Ninguna de la anteriores

II. Una pelota de masa M se encuentra entre dos paredes lisas tal como se muestra la figura. Una persona aplica una fuerza $\vec{F}$. Indicar cuál es el diagrama de cuerpo libre asociado para la pelota.

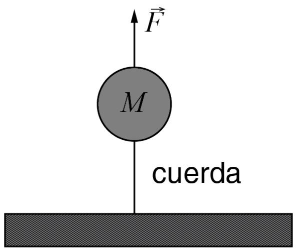


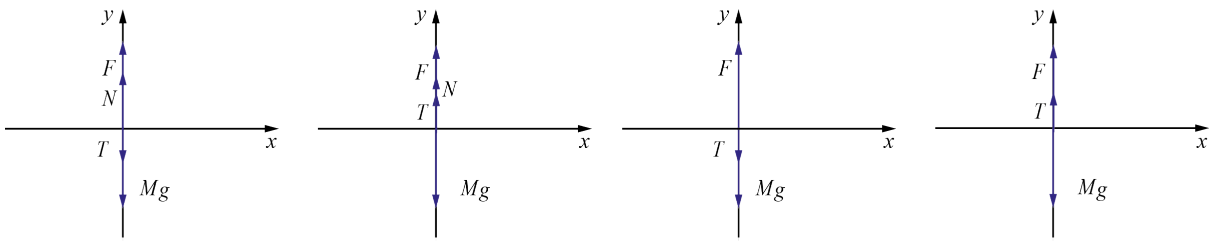


☐ ☐ ☐ ☐

☐ Ninguna de la anteriores

III. Un cuerpo de masa M se encuentra unido a una soga inextensible de masa despreciable. El cuerpo se encuentra sometido a fuerza $\vec{F}$ como muestra la figura. Indicar cuál es el diagrama de cuerpo libre asociado a esta situación.

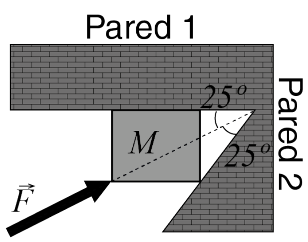


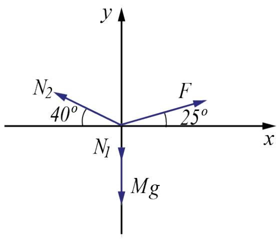


☐ ☐ ☐ ☐

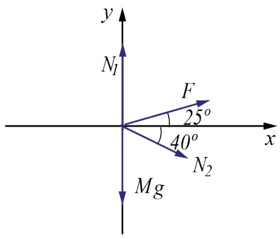
☐ Ninguna de la anteriores

IV. Un cuerpo de masa M se encuentra apoyado verticalmente sobre dos paredes lisas mientras que una persona aplica una fuerza $\vec{F}$, tal como se muestra la figura. Indicar cuál es el diagrama de cuerpo libre asociado a M.

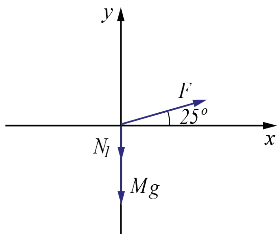




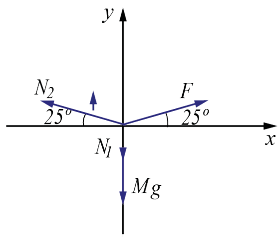
☐



☐



☐



☐

☐ Ninguna de la anteriores

V. Si la masa de la tierra (m_T) es 81 veces la de la masa de la Luna (m_L) y el radio de la Tierra (R_T) es 3.7 veces el radio de la Luna (R_L), entonces la relación de pesos para un cuerpo de masa m que se pesa en la superficie de la Tierra (P_T) y en la de la Luna (P_L) es:

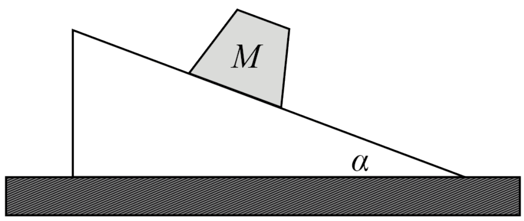
☐ No es posible dar una relación entre ambos pesos
☐ $P_L = P_T$
☐ $P_L = 5.9\ P_T$
☐ $P_T = 5.9\ P_L$

VI. La segunda ley de Newton dice que la aceleración de un cuerpo de masa m es:
☐ Inversamente proporcional a la fuerza neta.
☐ Constante.
☐ Proporcional a la fuerza neta e inversamente proporcional a la masa del cuerpo.
☐ La segunda ley de Newton no hace referencia a la aceleración.

VII. Nos dicen que sobre un objeto la fuerza neta es cero, entonces podemos afirmar que:
☐ No hay fuerzas aplicadas sobre dicho objeto.
☐ El objeto se encuentra sin duda en reposo.
☐ El objeto se encuentra sin duda en movimiento rectilíneo uniforme.
☐ El objeto puede estar en reposo o moviéndose a velocidad constante.

VII. De acuerdo a la fuerza gravitacional, indicar cuál de las siguientes afirmaciones es correcta:
☐ No existe cuando hay vacío.
☐ Es una fuerza de contacto y depende de la masa de los cuerpos.
☐ El peso de una persona es la fuerza gravitacional entre la persona y la Tierra.
☐ Entre objetos de masa pequeña no hay fuerza gravitacional.

IX. Un cuerpo de masa M se coloca sobre un plano inclinado, el cual forma un ángulo α con la horizontal. Si el rozamiento entre el cuerpo y el plano es despreciable, podemos afirmar que:



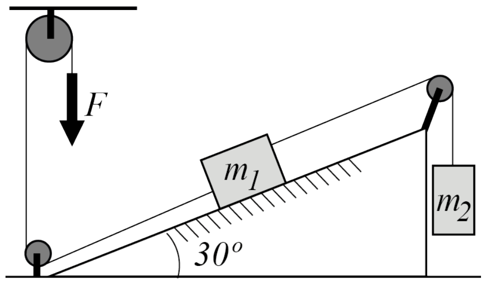
☐ El cuerpo sin duda permanece en reposo sobre el plano.
☐ El cuerpo comienza a descender con una aceleración de módulo $gsen(\alpha)$ cuya dirección es la del plano inclinado.

☐ El cuerpo comienza a descender con una aceleración de módulo $gcos(\alpha)$ cuya dirección es la del plano inclinado.

☐ No puede asegurarse si el cuerpo se mueve o permanece en reposo, faltan datos.

Problema 10

En la siguiente figura se muestra un plano inclinado, que forma un ángulo de $30\,deg$ con la horizontal, sobre el cual se apoya una masa $m_1 = 10\,kg$. Entre el plano inclinado y la masa m_1 existe una fuerza de rozamiento estática máxima igual a $14.7\,N$ y una fuerza de rozamiento dinámica de $9.8\,N$. La masa m_1 se conecta con la masa $m_2 = 30\,kg$ mediante una soga inextensible que pasa por una polea ideal fija, y del otro lado se aplica una fuerza F mediante un cable ideal que pasa por otras dos poleas ideales fijas. Si la fuerza F aplicada sobre el cable posee una magnitud de $292.2\,N$:



a) Realizar los diagramas de cuerpo libre de cada masa, indicando claramente el sistema de coordenadas utilizado para cada uno.

b) Calcular la aceleración que adquiere el sistema, indicando si la masa m_1 sube o baja por el plano inclinado.

c) Calcular la tensión en la soga que une a las masas m_1 y m_2.

d) Calcular el valor que debería tener la fuerza aplicada F para que los cuerpos se muevan a velocidad constante.

e) ¿Qué fuerza F se requiere para que la masa m_1 esté en reposo, justo antes de iniciar su movimiento hacia abajo por el plano inclinado?

El curso de Nivelación, más allá de brindar conocimiento académico, pretende ayudar al alumno a integrarse al ámbito universitario. Los cambios que deberán afrontar respecto a la escuela secundaria son varios. Por ello es muy importante que ante un fracaso, como por ejemplo desaprobar un examen, el alumno se sienta acompañado; estos "tropiezos"son también parte de la formación académica. Cada alumno es único y tiene su proceso de adaptación, por ello esperamos que no bajen los brazos y luchen por lo que quieren.

Este libro tiene los contenidos teórico-práctico necesarios para el curso de Nivelación en Física. El cual fue elaborado por docentes del Departamento de Física de la Universidad Nacional del Sur. Dicho material contiene herramientas necesarias para una primera la vinculación con las materias relacionadas con Física. El objetivo es “nivelar”a los alumnos, habrá a quienes les sirva como repaso de lo visto en el nivel medio; mientras que para otros sean conceptos nuevos.

Imagen: NASA, ESA, J. Hester and A. Loll (Arizona State University)