



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL SUR

TESIS DOCTOR EN INGENIERÍA

**Análisis y Diseño de Circuitos Integrados Mixtos  
para la Estimación de Retardos Temporales**

Ing. Guillermo H. Stuarts

BAHÍA BLANCA

ARGENTINA

2012



# Prefacio

Esta Tesis se presenta como parte de los requisitos para optar al grado Académico de Doctor en Ingeniería, de la Universidad Nacional del Sur y no ha sido presentada previamente para la obtención de otro título en esta Universidad u otra. La misma contiene los resultados obtenidos en investigaciones llevadas a cabo en el Laboratorio de Micro y Nano-Electrónica (LMNE), dependiente del Departamento de Ingeniería Eléctrica y Computadoras durante el período comprendido entre el 13 de Mayo de 2008 y el 15 de Diciembre de 2011, bajo la dirección del Dr. Pedro M. Julián del Departamento de Ingeniería Eléctrica y Computadoras de la Universidad Nacional del Sur y del Dr. Fortunato Carlos Dualibe de L'Université de Mons.

15 DE DICIEMBRE DE 2011

GUILLERMO H. STUARTS



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL SUR  
Secretaría General de Posgrado y Educación Continua

La presente tesis ha sido aprobada el ..../..../..... , mereciendo la calificación de .....(.....)



# Resumen

En esta tesis se presenta el análisis de la diferencia de retrasos temporales que sufren las señales de salida de dos filtros diseñados para ser idénticos, pero que presentan variaciones en algunos de sus parámetros. Se estudiará su impacto en sistemas de medición de alta precisión, como los sistemas de localización de fuentes sonoras mediante la estimación del ángulo de arribo de una señal acústica.

Se obtendrán expresiones que permitan al diseñador elegir la topología de filtros adecuada para la aplicación particular de su interés.

Se presentará además el análisis, diseño, implementación y los resultados experimentales de un circuito integrado que contiene dos canales de amplificación y filtrado para un *front-end* orientado a aplicaciones de localización de fuentes sonoras en el rango audible. El circuito propuesto utiliza una técnica de apareamiento dinámico con el objetivo de minimizar las diferencias de retrasos temporales espurias entre los canales.



# Abstract

In this thesis, the analysis of the time delay difference between the output signals of two filters, that are designed to be identical but show variations among some of their parameters, is presented. Its impact on high-precision measurement systems, such as acoustic source localization by bearing estimation will be studied.

Mathematical expressions will be obtained, that will allow the designer to choose the right filter topology for his particular application of interest.

The analysis, design, implementation and experimental results of an integrated circuit containing two amplification and filtering channels for acoustic source localization front-end will also be presented. The proposed circuit uses a dynamic matching technique that minimizes the spurious time delay differences between the channels.





# Índice general

<b>1. Introducción general</b>	<b>11</b>
1.1. Introducción . . . . .	11
1.2. Localización acústica . . . . .	12
1.3. Efectos del desapareamiento en filtros apareados . . . . .	14
<b>2. Resultados preliminares</b>	<b>17</b>
2.1. Desapareamiento paramétrico . . . . .	17
2.1.1. Desapareamiento aleatorio . . . . .	18
2.1.2. Desapareamiento sistemático . . . . .	18
2.2. Filtros Gm-C . . . . .	19
2.2.1. Ruido en filtros Gm-C . . . . .	20
2.3. Amplificadores tipo <i>chopper</i> . . . . .	21
2.4. Filtros SCT Gm-C . . . . .	24
<b>3. Retraso temporal en filtros</b>	<b>29</b>
3.1. Diferencia de fase en sistemas lineales . . . . .	30
3.2. Retrasos temporales relativos . . . . .	39
3.3. Señales de entrada generalizadas . . . . .	50
3.3.1. Correlación cruzada . . . . .	51
3.4. Resultados experimentales . . . . .	64
3.4.1. Técnica de medición . . . . .	65
3.4.2. Filtros RC pasaaltos . . . . .	68
3.4.3. Filtros RC pasabajos . . . . .	71
3.4.4. Filtros RC pasabandas . . . . .	73
3.4.5. Filtros pasabajos de segundo orden . . . . .	75
3.4.6. DTD individual grande comparado con $1/\omega_i$ . . . . .	78
3.5. Ejemplos de aplicación . . . . .	79
3.6. Conclusiones . . . . .	83

<b>4. Filtros SCTF conmutados</b>	<b>85</b>
4.1. Introducción . . . . .	85
4.2. Banco de filtros SCT apareados . . . . .	86
4.2.1. Diseño . . . . .	90
4.2.2. Verificación del CI . . . . .	100
4.2.3. Mediciones de retraso temporal relativo . . . . .	104
4.3. Conclusiones . . . . .	110
<b>5. Conclusiones</b>	<b>111</b>

# Capítulo 1

## Introducción general

### 1.1. Introducción

Los sistemas electrónicos de bajo y ultra-bajo consumo, surgen a partir de la necesidad de contar con sistemas de gran autonomía de funcionamiento y pequeñas dimensiones, lo cual restringe el tamaño y por ende la capacidad de las baterías asociadas. Uno de los primeros casos surgió con la aparición de los relojes electrónicos de pulsera, los cuales son capaces de funcionar por años con la carga proporcionada por una batería en miniatura. A raíz de esta necesidad se comenzó a investigar la operación de transistores MOS (*Metal Oxide Semiconductor*) en la región de ultra-bajas corrientes [1, 2, 3, 4], lo cual hizo necesario una extensión de los modelos existentes [5, 6]. Esta tarea de modelado es continua, y sigue desarrollándose a medida que los procesos de microfabricación evolucionan hacia tamaños de longitud de canal de transistor cercanos a las decenas de nanómetros. Como se describe en [2], para tensiones de compuerta menores que la tensión de umbral, el transistor MOS presenta una característica exponencial entre la tensión de control y la corriente de salida (similar al transistor bipolar), la cual puede aprovecharse para el diseño de circuitos analógicos. Utilizando este comportamiento se han propuesto una gran variedad de estructuras circuitales (por ejemplo, generadores de corrientes de referencia, amplificadores diferenciales y de transconductancia, osciladores, conversores de datos) y se han diseñado circuitos completos con consumos de corriente menores a  $1 \mu\text{A}$  [2].

Por otro lado, durante los últimos años se han popularizado las redes de sensores (RdS) inteligentes, donde cada sensor posee la capacidad de medir una o más variables ambientales (entre ellas, sonido), hacer un procesamiento de la señal, y por último, transmitir información por vía alámbrica o inalámbrica [7]. El auge de las RdS, en parte ha sucedido

por la posibilidad actual de integrar todos sus componentes en un mismo circuito integrado. El desarrollo y utilización de esta tecnología tiene un profundo impacto en medios urbanos y productivos a nivel nacional e internacional, dado que en algunos casos permite realizar en forma más eficiente un gran número de tareas, mientras que en otros casos brinda soluciones novedosas a problemas sin soluciones satisfactorias.

Estas redes pueden utilizarse por ejemplo para monitorear ambientes y condiciones en aplicaciones que van desde trazabilidad de ganado, hasta detección de patrones sísmicos. También permiten desarrollar funciones de alto nivel como el seguimiento y la detección de eventos de interés [7]. En particular, es posible integrar micrófonos junto a electrónica de acondicionamiento y procesamiento. Esto permite realizar redes de sensores acústicos, las cuales encuentran aplicaciones de interés dentro del ambiente nacional. Una de ellas es la detección de vehículos, donde una RdS permite identificar, localizar y seguir un determinado vehículo, en función del sonido que emite. Esto puede utilizarse en control de tráfico, tanto en rutas y caminos, como en parques cerrados. También puede utilizarse para seguridad anti-cuaterismo en campos de gran extensión, un problema que es de especial importancia en el sur de la provincia de Buenos Aires. En este caso, una red acústica permite detectar vehículos y/o personas, reportar su presencia y actividad en forma supervisada, durante el día y la noche. Otra aplicación es la detección de disparos, donde es posible identificar posición y dirección de los mismos, lo cual resulta de gran utilidad en sistemas de seguridad, tanto urbana como rural [8].

## 1.2. Localización acústica

En lo relacionado con la tarea de localización acústica, dentro del Grupo de Investigación de Sistemas Electrónicos y Electromecatrónicos (GISEE) de la UNS, se han desarrollado “*front-ends*” para sistemas de adquisición acústica de bajo consumo, y sistemas de localización en circuitos integrados basados en el método de correlación [9, 10, 11, 12].

En líneas generales, el problema de estimación de ángulo de arribo de una señal acústica consiste en la adquisición de la señal mediante un conjunto de elementos transductores del sonido (micrófonos o hidrófonos) que generan señales eléctricas de acuerdo a las variaciones de amplitud y frecuencia que cada uno de ellos percibe en el medio. Puede considerarse como ejemplo el sistema de la Fig. 1.1, donde dos pares de micrófonos se encuentran dispuestos en forma ortogonal sobre un círculo de diámetro  $d$ , sobre los vértices de un cuadrado imaginario.

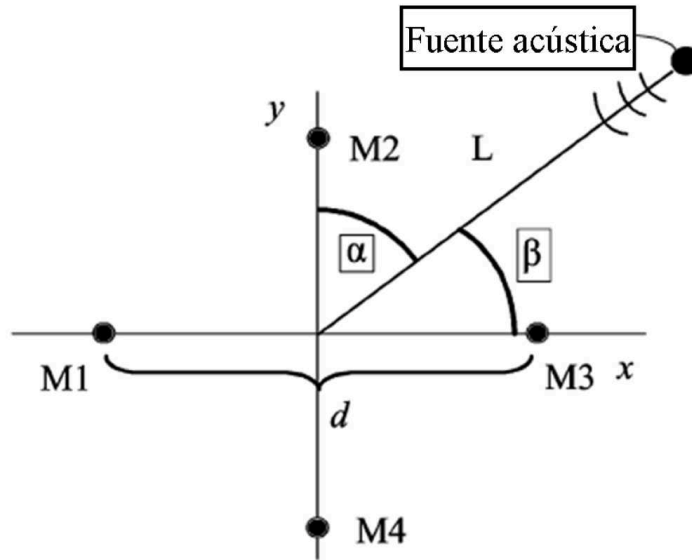


Figura 1.1: Disposición de un conjunto de micrófonos para la estimación del ángulo de arribo de una señal acústica.

También se puede ver en la figura que la dirección de la fuente acústica forma un ángulo  $\alpha$  con el eje de coordenadas determinado por el par de micrófonos M2-M4, y un ángulo  $\beta$  con el par M1-M3. El objetivo es la estimación del ángulo que forma la fuente de sonido respecto del eje de coordenadas que tiene como origen el centro del círculo. Se supone que la separación entre micrófonos es mucho menor que la distancia a la cual se encuentra la fuente sonora; esto permite considerar la onda acústica como una onda plana por lo que la diferencia de tiempo entre las señales que llegan a los micrófonos solamente depende del ángulo de arribo. De esta manera el problema de detección de ángulo de arribo se convierte en la estimación de un retraso temporal entre las señales acústicas que llegan a los micrófonos.

Si se considera el par de micrófonos M1-M3 y sus entradas  $x_1(t)$  y  $x_3(t)$  respectivamente:

$$\begin{aligned} x_1(t) &= s(t) + n_1(t) \\ x_3(t) &= s(t - T_D) + n_3(t) \end{aligned} \quad (1.1)$$

donde  $T_D$  es el retraso temporal a estimar, y  $n_1(t)$  y  $n_3(t)$  son fuentes de ruido no correlacionadas.

En la literatura se han reportado numerosos algoritmos para realizar la estimación de  $T_D$  [13, 14, 15, 16]. En particular, dentro del GISEE se han desarrollado tres circuitos

integrados diferentes con consumos de  $3.84 \mu\text{A}$ ,  $0.7 \text{ mA}$  y  $0.078 \mu\text{A}$  por unidad de celda de retardo. Estos esquemas se han probado en ensayos reales a campo abierto realizados por equipos de trabajo independientes [10], [17] y han mostrado precisiones menores a un grado, con fuentes de ruido a una distancia de hasta 300 m. Durante los múltiples ensayos se ha observado en las mediciones un gran contenido de ruido de baja frecuencia (o  $1/f$ ) que requiere de filtrado para obtener resultados válidos. Estos filtros por lo general presentan la dificultad de tener frecuencias de corte muy bajas, las cuales son difíciles de implementar en circuitos integrados en un área razonable. Existen, sin embargo varias alternativas que proponen esquemas activos para reducir la frecuencia de corte, sin recurrir al uso de capacitores grandes [18].

### 1.3. Efectos del desapareamiento en filtros apareados

La estimación del retraso de propagación de una señal entre sensores separados espacialmente juega un papel fundamental en muchas de las aplicaciones de localización acústica y seguimiento de objetivos, tales como comunicaciones, acústica, geofísica, sistemas de sonar y redes de sensores [15, 19, 20, 21]. El filtrado y acondicionamiento de señales es una parte importante e ineludible en la mayoría de éstos sistemas como primera etapa de su front-end analógico. La introducción de un filtro en el camino de la señal genera un corrimiento de fase que depende de los parámetros del filtro. Una variación entre los parámetros de dos filtros, aún siendo pequeña, introduce una diferencia de fase, dependiente de la frecuencia, que el sistema de procesamiento de las etapas posteriores interpretará como un movimiento de la fuente acústica, es decir, no podrá discriminarla del retraso temporal que intenta estimar [22].

En el Cap. 2 se introducen y se analizan brevemente los elementos que se desarrollarán a lo largo de la tesis. El concepto de desapareamiento paramétrico y su efecto en sistemas de señal mixta o de alta precisión, los filtros de tiempo continuo basados en amplificadores operacionales de transconductancia y capacitores (Filtros Gm-C), los amplificadores tipo “chopperz los filtros conmutados de tiempo continuo (SCTF)

Si bien es imposible implementar filtros exactamente iguales, existen diversas alternativas para diseñar filtros con un alto grado de apareamiento, desde estrategias de layout hasta topologías complejas que intentan cancelar o minimizar los errores paramétricos.

En el Cap. 3 se analiza particularmente la diferencia de retrasos temporales que sufre una señal al atravesar dos filtros que presentan ligeras variaciones paramétricas, cuando la

señal de excitación es la misma. El objetivo es obtener expresiones matemáticas cerradas para esta diferencia temporal en función de los parámetros del filtro, para poder elaborar estrategias de diseño que posibiliten la detección de los parámetros clave en cada filtro, y así proveer al diseñador de una herramienta que le permita minimizar los efectos del desapareamiento (“*mismatch*”) en sus filtros.

Luego se estudian casos típicos y se validan las expresiones teóricas obtenidas mediante resultados experimentales.

En el Cap. 4 se presenta el diseño, implementación y mediciones de un banco de filtros de bajo consumo con apareamiento dinámico, diseñado de manera que de minimizar el impacto del desapareamiento entre sus componentes.





# Capítulo 2

## Resultados preliminares

### 2.1. Desapareamiento paramétrico

Los componentes de circuitos integrados como transistores, resistencias y capacitores, son modelados y monitoreados durante el proceso de desarrollo y manufactura mediante mediciones paramétricas. Los parámetros resultantes, mayormente parámetros de corriente directa (DC), consisten en variables medibles directamente (tensiones y corrientes en condiciones específicas), o bien en modelos de parámetros derivados de tales mediciones, como resistencias, capacitores, tensiones de umbral, ganancias de corriente, etc... Estos parámetros y sus dispersiones determinan las especificaciones de comportamiento de todo bloque de un circuito electrónico integrado, incluyendo sus límites y variaciones de desempeño.

Muchos principios electrónicos para el procesamiento preciso de señales analógicas basan una parte sustancial de su funcionabilidad y desempeño en la disponibilidad de pares (o grupos mayores) de componentes idénticos. Estas aplicaciones abarcan desde pares diferenciales para amplificadores, donde se requieren componentes idénticos para cancelar el desplazamiento y obtener un funcionamiento balanceado ideal, hasta técnicas circuitales basadas en la utilización de múltiplos enteros de componentes iguales (capacitores, resistencias, fuentes de corriente) para conversores analógico-digital o digital-analógico y referencias de *bandgap* o en cocientes reales para coeficientes de filtros.

Las diferencias paramétricas entre componentes dentro de un mismo bloque son mucho menores que las especificaciones de dispersión del proceso. Como estos componentes experimentaron exactamente los mismos tratamientos tecnológicos, son en general mucho más parecidos entre si que aquellos componentes fabricados en diferentes *dies* y en diferentes tiempos. Sin embargo, aún entre componentes apareados se observan diferencias

paramétricas. Estas diferencias, denominadas desapareamiento paramétrico, se dividen en dos categorías: Desapareamiento aleatorio y desapareamiento sistemático.

### 2.1.1. Desapareamiento aleatorio

El desapareamiento aleatorio, según fue propuesto en [23] se define como aquellos efectos causados por variaciones aleatorias e independientes en el tiempo, de cantidades físicas de componentes diseñados idénticamente. Generalmente presenta una distribución normal, y es atribuible a fluctuaciones microscópicas en la arquitectura del componente, tales como fluctuaciones aleatorias del dopaje, asperezas en los bordes debidas a la litografía, o efectos de granulado [24]. Si las dimensiones de estos cambios paramétricos son pequeñas en comparación con las dimensiones del componente, e independientes entre sí, el desvío típico  $\sigma_{\Delta P}$  del desapareamiento de un parámetro eléctrico  $P$  es proporcional a la inversa de la raíz cuadrada del área del componente:

$$\sigma_{\Delta P} = A_{\Delta P} / \sqrt{W \times L} \quad (2.1)$$

donde  $W$  y  $L$  son las dimensiones efectivas del componente. El factor  $A$ , generalmente denominado factor-Pelgrom por [23], es una constante de proporcionalidad relacionada con la naturaleza y efectividad de la causa de la fluctuación microscópica en la arquitectura del componente. Una de las observaciones más importantes sobre estas fluctuaciones microscópicas es que, bajo las suposiciones de [23], este comportamiento se manifiesta en todos los tipos de componentes de circuitos integrados, y en la mayoría de sus variables o parámetros.

El factor-Pelgrom representa un parámetro característico de fluctuación de un componente, generalmente relacionado intrínsecamente al flujo del proceso de fabricación del circuito integrado. Algunos factores-Pelgrom típicos para las tecnologías actuales son  $0.5 \% \cdot \mu\text{m}$  a  $10 \% \cdot \mu\text{m}$  para desapareamiento en resistencias [25], algunos  $mV \cdot \mu\text{m}$  para el desapareamiento en la tensión umbral de un MOSFET ( $1 mV \cdot \mu\text{m}$  por  $nm$  de espesor de óxido de compuerta (*gate*) [26]),  $0.6 \% \cdot \mu\text{m}$  a  $3 \% \cdot \mu\text{m}$  para el desapareamiento en el factor de corriente de un espejo MOSFET [26], y  $0.3 \% \cdot \mu\text{m}$  a  $3 \% \cdot \mu\text{m}$  para desapareamiento en capacitores [27].

### 2.1.2. Desapareamiento sistemático

El desapareamiento sistemático esta asociado generalmente al diseño del circuito y a imperfecciones de dibujo (“*layout*”). Cuando se diseñan circuitos de alta precisión es fun-

damental prestar especial atención a la forma y disposición de los componentes apareados [28].

Además de los errores introducidos por el diseñador, ya sea en la parte de diseño o de dibujo, existen una serie de causas relacionadas con la tecnología del proceso que pueden generar desapareamiento sistemático. Estas causas están generalmente relacionadas con efectos de litografía y etching [29], efectos de proximidad al pozo (“*well*”) [25] y asimetrías por estrés local [30].

Los efectos de desapareamiento generados por la topografía o el estrés local están limitados generalmente a algunos  $mV$ , sin embargo, los efectos debidos a proximidad al pozo pueden ser sustancialmente mayores, en el orden de los cientos de  $mV$ .

El análisis, modelado y caracterización de los efectos de desapareamiento es fundamental en el diseño de circuitos de señal mixta o de alta precisión. Sin embargo, pierde su utilidad si no provee al diseñador de herramientas para dimensionar y polarizar los componentes de su circuito de modo de optimizar el compromiso entre el desapareamiento y algún otro parámetro de desempeño como por ejemplo el producto ganancia-ancho de banda (GBW). En [31] se presenta un modelo orientado al diseñador, que emplea las mismas variables y herramientas que se utilizan en el diseño, y además es válido para todo el rango de corrientes de polarización. Sin embargo, el modelo sólo optimiza el desapareamiento, sin tener en cuenta los compromisos con otros parámetros de diseño. En [32] se presenta un modelo de desapareamiento aplicado a la metodología de diseño basada en la relación  $G_m/I_D$  [33] que permite incorporar el desapareamiento a las demás restricciones de diseño.

En el capítulo 4 se presenta el análisis, diseño, implementación y resultados experimentales de dos bancos de filtros apareados, utilizando el método  $G_m/I_D$  e intentando minimizar el desapareamiento, manteniendo las condiciones de bajo consumo, ruido y ocupando el menor área de silicio posible.

## 2.2. Filtros Gm-C

Los filtros de tiempo continuo (CTF) basados en amplificadores operacionales de transconductancia (OTA) y capacitores (Filtros Gm-C) presentan soluciones apropiadas para varias aplicaciones de procesamiento de señales en un rango amplio de frecuencias. En los últimos años, estos filtros han recibido una atención considerable en áreas diversas como el filtrado de señales de video, controladores de discos rígidos, comunicaciones inalámbricas, circuitos biomédicos y sistemas de control e instrumentación [34, 35].

Las razones principales por las cuales estos filtros resultan atractivos son su simplicidad, su excelente desempeño a altas frecuencias, su bajo consumo y la posibilidad de implementarlos completamente dentro de un circuito integrado, entre otras. Además, recientemente han sido presentadas diversas topologías que permiten diseñar OTAs con transconductancias extremadamente bajas, permitiendo la implementación de filtros de muy baja frecuencia, anteriormente dominio de los filtros a capacitores conmutados [36, 37]. Algunas de sus propiedades presentan desventajas y deben ser tratadas con cuidado, como su dependencia a efectos parásitos, sus niveles de ruido y su bajo rango dinámico.

Los filtros Gm-C utilizan transconductancias y capacitores para lograr la función transferencia deseada para el filtro. En la Fig. 2.1 puede verse una topología simple de este tipo de filtros implementando un pasabajos de primer orden, cuya función transferencia tiene la siguiente forma:

$$H(\omega) = \frac{G_{m1}}{G_{m2}} \frac{1}{\left(1 + j\omega \frac{C}{G_{m2}}\right)} \quad (2.2)$$

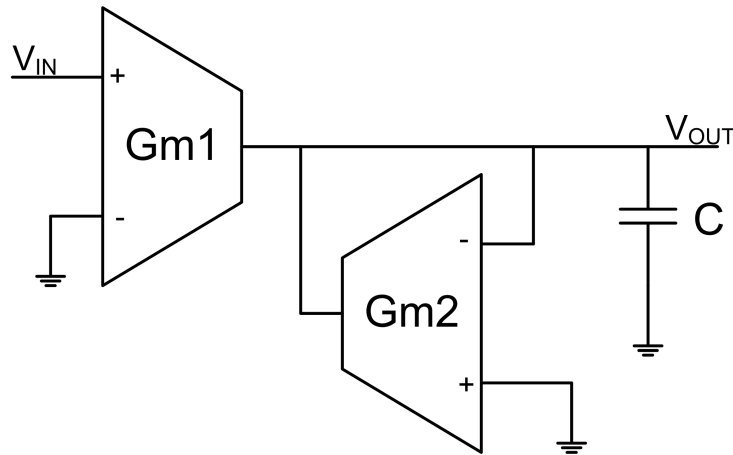


Figura 2.1: Arquitectura básica de Filtro Pasabajos Gm-C.

### 2.2.1. Ruido en filtros Gm-C

Uno de los principales problemas de las etapas de bajo consumo es su alto nivel de ruido, en particular en etapas de entrada y en bajas frecuencias. En [34] se realiza un análisis completo de los efectos del ruido en amplificadores Gm-C de orden y complejidad arbitrarios, y se presenta una herramienta para su cálculo numérico. En [38] se analiza en

detalle el ruido  $1/f$ , predominante a bajas frecuencias, y se concluye que cuando se utilizan como etapas de entrada de amplificadores de bajo ruido, las etapas Gm-C requieren la utilización de transistores de mucha área para reducir el ruido este tipo de ruido.

La utilización de amplificadores tipo “chopper” propuesta en [39] permite explotar las ventajas de los filtros Gm-C, cancelando el ruido  $1/f$  y el desplazamiento (“*offset*”) a la salida y preservando el área de silicio.

### 2.3. Amplificadores tipo *chopper*

Los amplificadores implementados en tecnología CMOS resultan atractivos debido a su capacidad de operar en ultra-bajo consumo, su alta densidad de integración y su bajo costo [40]. En muchas aplicaciones, y especialmente en aquellas que contienen interfaces con sensores, el desempeño del sistema queda limitado por el desplazamiento y el ruido del amplificador del *front-end*.

En un amplificador CMOS convencional, el espectro del ruido referido a la entrada presenta la forma típica de la Fig. 2.2. En altas frecuencias, el ruido puede ser considerado constante e independiente de la frecuencia, y es usualmente llamado *ruido térmico*. A bajas frecuencias, la potencia del ruido aumenta linealmente, en forma inversamente proporcional a la frecuencia, y por lo tanto es comúnmente llamado *ruido  $1/f$* . La frecuencia en la cual el ruido  $1/f$  se hace dominante se conoce como frecuencia de quiebre ( $f_{knee}$ ). A muy bajas frecuencias el desplazamiento determina el error dominante. Si bien generalmente se modela como una fuente de tensión invariante en el tiempo, puede cambiar debido al envejecimiento o a variaciones de temperatura. Esto implica que tiene un cierto ancho de banda, y puede considerarse también como una fuente de ruido de muy baja frecuencia.

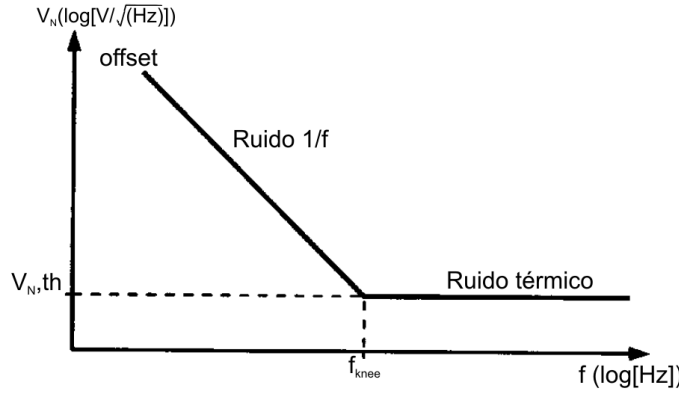


Figura 2.2: Potencia espectral del ruido característico en un amplificador operacional CMOS típico.

Actualmente existen tres técnicas básicas para la reducción del desplazamiento y del ruido  $1/f$  en los amplificadores; la técnica de autocero (AZ), el doble muestreo correlacionado (CDS) y la estabilización por choqueo (CHS) [41]. La diferencia fundamental entre ellas es que las técnicas de AZ y CDS son de muestreo, mientras que la CHS es una técnica de modulación. Esto significa que la señal de salida en un sistema de estabilización por choqueo es de tiempo continuo, propiedad por la cual se utiliza en esta tesis.

Básicamente, la CHS traspone la señal a una banda de frecuencia más alta, donde ya no hay ruido  $1/f$  y luego la demodula a su banda base después de ser amplificada. El principio de estabilización por choqueo se ilustra en la Fig. 2.3, donde  $V_{OS}$  y  $V_N$  son las señales de desplazamiento y ruido introducidos por el amplificador y referidos a su entrada.

Se supone que el espectro de la señal de entrada está limitado a la mitad de la frecuencia de choqueo ( $f_{chop}$ ) de modo de evitar el *aliasing*, y que el amplificador  $A(f)$  es ideal, es decir, no introduce ruido ni desplazamiento, efectos que están modelados por las fuentes  $V_N$  y  $V_{OS}$ . En la Fig. 2.3(b) la señal de entrada  $V_{IN}$  es multiplicada por una onda cuadrada y simétrica  $m(t)$ , de frecuencia  $f_{chop}$  y cuya transformada de Fourier es [42]:

$$m(t) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\text{sen}\left(\frac{k\pi}{2}\right)}{\left(\frac{k\pi}{2}\right)} \cos(2\pi f_{chop}kt) = \sum_{k=1}^{\infty} M_k \cos(2\pi f_{chop}kt) \quad (2.3)$$

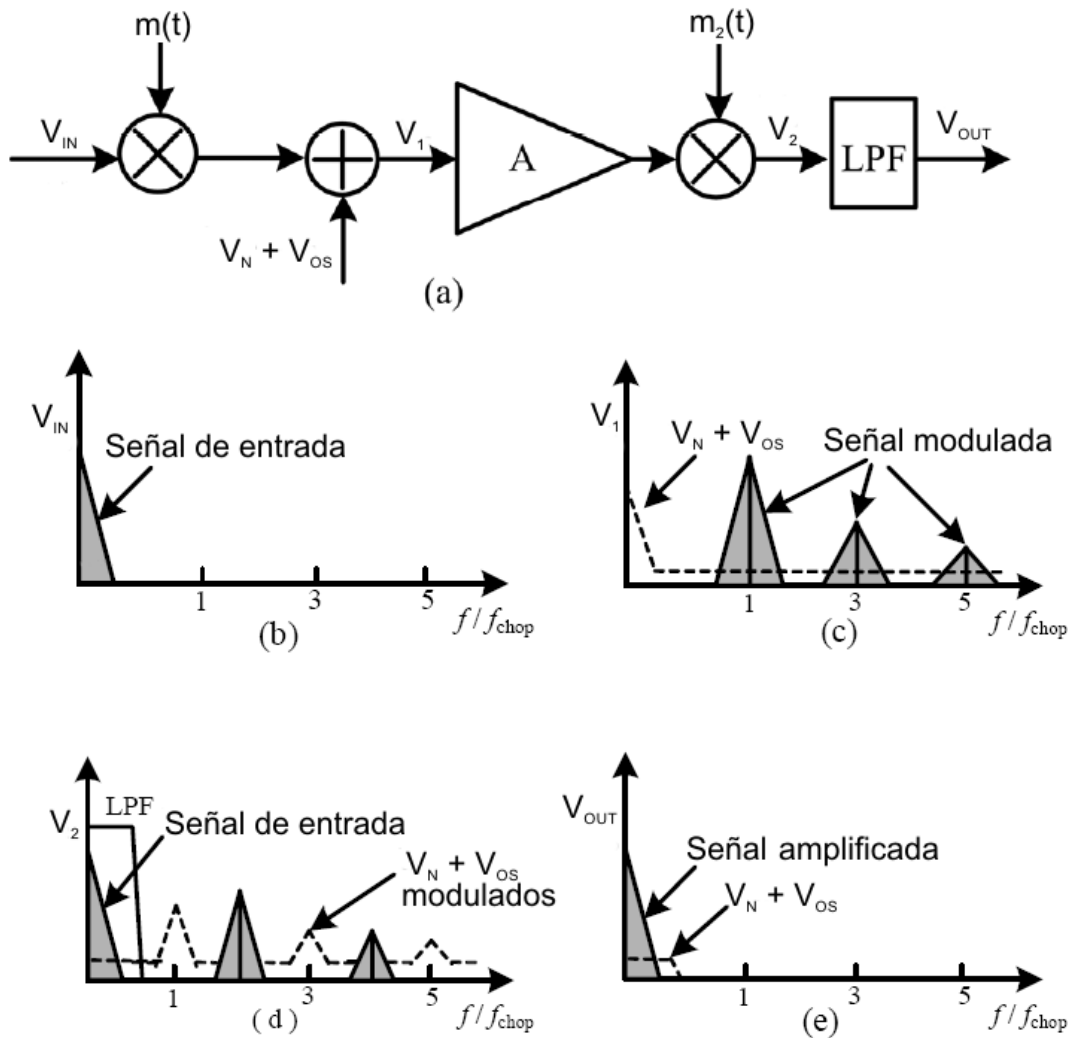
donde:

$$M_k = \frac{4}{k\pi} \text{sen}\left(\frac{k\pi}{2}\right)$$

Luego de esta modulación, como puede verse en la Fig. 2.3(b), la señal queda transpues-

ta a los armónicos impares de la frecuencia de modulación  $m(t)$ . Luego es amplificada por el amplificador ideal, que tiene una ganancia  $A$ , ancho de banda infinito y no introduce desfase, de modo que la señal puede ser amplificada sin degradar su rango dinámico. A la salida del amplificador, la señal es multiplicada nuevamente por una señal  $m_2(t)$  similar a  $m(t)$ . La señal  $V_2(t)$ , luego de la demodulación, queda:

$$V_{OUT}(t) = A \times V_{IN}(t) \sum_{k=1}^{\infty} M_k \cos(2\pi f_{chop} kt) \times \sum_{l=1}^{\infty} M_l \cos(2\pi f_{chop} lt) \quad (2.4)$$



De esta manera, la segunda multiplicación recupera la señal original (ahora amplificada) mediante su demodulación a la banda base, como se ilustra en la Fig. 2.3(d). Como el

desplazamiento y las componentes de ruido de baja frecuencia del amplificador, referidos a la entrada, sólo son afectados por la segunda multiplicación, su densidad de potencia espectral a la salida es:

$$S_{OUT}(f) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |M_{2n+1}|^2 S_N \left( f - \frac{2n+1}{T} \right) = \left( \frac{2}{\pi} \right)^2 \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} S_N \left( f - \frac{2n+1}{T} \right) \quad (2.5)$$

Como el ruido sufre una única modulación, queda finalmente desplazado a los armónicos impares de la frecuencia de choqueo, al igual que el desplazamiento. De esta manera, el espectro del ruido queda bien separado del de la señal original y puede ser eliminado por el filtro pasabajos en la salida, Fig. 2.3(e).

## 2.4. Filtros SCT Gm-C

En un filtro de tiempo continuo, el ruido a la salida se calcula sumando las contribuciones de ruido de cada elemento del filtro [38]. En el caso de un amplificador tipo “chopper” debe considerarse también que cada fuente de ruido sufre la modulación, lo que puede resultar en una alta contribución de ruido debido al *aliasing*. En el caso de diseñar filtros pasabajos, las señales de ruido son de ancho de banda limitado, reduciendo o eliminando el problema del *aliasing* [35].

Los filtros Gm-C de tiempo continuo, conmutados (SCTF) presentados en [35, 43, 44] combinan las ventajas de los filtros Gm-C con la técnica de choqueo para eliminar el desplazamiento y el ruido  $1/f$ . El circuito propuesto en [43] puede verse en la Fig. 2.4.

Como la señal de entrada es invertida en cada ciclo, y considerando que su evolución es muy lenta comparada con la frecuencia de choqueo, cada rama amplifica la misma señal, pero con distinto signo. La salida es luego restada, y filtrada por el el filtro LPF. Si se asume que su ganancia es unitaria, entonces los valores de tensión  $V_{out1}$  y  $V_{out2}$  pueden calcularse mediante la siguiente expresión:

$$V_{out}(f) = 2 \frac{G_{m1}}{G_{m2}} \frac{1}{\left( 1 + j2\pi f \frac{2C}{G_{m2}} \right)} V_{in}(f) \quad (2.6)$$



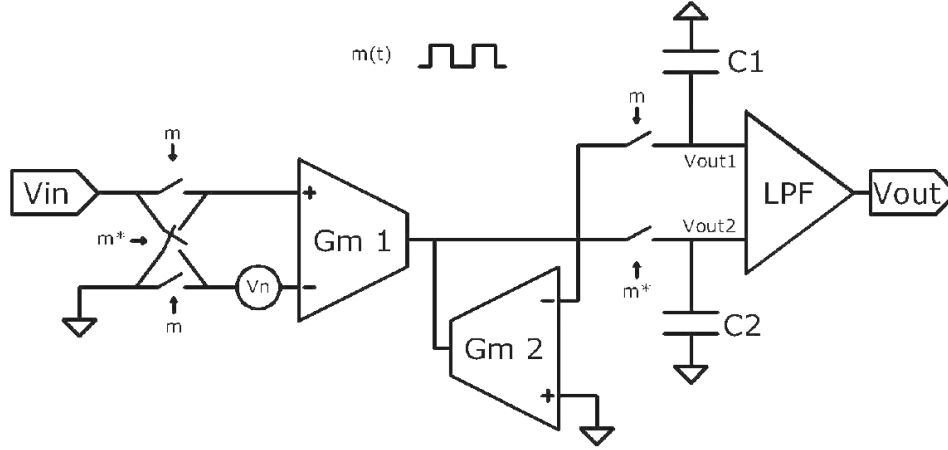


Figura 2.4: Topología de un amplificador Gm-C tipo “chopper”.  $m(t)$  es la señal de reloj y  $m^*(t)$  es la señal complementaria.

Por otra parte, el ruido y el desplazamiento referidos a la entrada y modelados mediante la fuente  $v_n$  se amplifican siempre con el mismo signo, y luego se eliminan al hacer la resta en el filtro LPF.

Para asegurar que el ruido sea eliminado mediante este mecanismo, se debe cumplir que la señal  $v_n(t)$  no varíe mucho entre cada fase de conmutación. Esto es cierto en el caso del desplazamiento y del ruido  $1/f$  pero desafortunadamente no en el caso del ruido térmico  $v_{th}$ , donde las contribuciones en cada fase de la conmutación son no correlacionadas.

Para calcular la contribución del ruido térmico es necesario evaluar la salida del filtro  $x_{out}(t)$  durante los intervalos de tiempo en los cuales se encuentra activo y en los que está en estado de *HOLD*. El estado activo se produce cuando la salida del amplificador de transconductancia se encuentra conectada al capacitor y su contribución en la señal de salida se denomina  $x_{outA}(t)$ . Cuando la llave desconecta el capacitor del amplificador de transconductancia se produce el estado de *HOLD* donde se supone que el capacitor no presenta pérdidas y mantiene constante el valor de la señal de salida. Su contribución a la señal de salida se denomina  $x_{outB}(t)$ . De esta manera:

$$x_{out}(t) = x_{outA}(t) + x_{outB}(t) \longleftrightarrow X_{out}(f) = X_{outA}(f) + X_{outB}(f) \quad (2.7)$$

donde  $X_{out}(f)$ ,  $X_{outA}(f)$  y  $X_{outB}(f)$  son los transformados al dominio frecuencial de las señales  $x_{out}(t)$ ,  $x_{outA}(t)$  y  $x_{outB}(t)$  respectivamente.

El detalle del cálculo analítico de  $X_{outA}(f)$  y  $X_{outB}(f)$  fue presentado en [44] y sus resultados se reproducen a continuación:

$$X_I(f) = \frac{\tau}{T_s} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[ \text{sinc} \left[ \left( -f \left( \frac{\tau}{T_s} - 1 \right) + n f_s \right) \tau \right] X \left( f \frac{\tau}{T_s} - n f_s \right) H(f) \right] \quad (2.8)$$

$$X_{outA}(f) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \text{sinc} (f (\tau - T_s) + n) X_I \left( f \frac{T_s}{\tau} - \frac{n}{\tau} \right) \quad (2.9)$$

$$X_{outB}(f) = \frac{T_s - \tau}{\tau} \text{sinc} ((T_s - \tau) f) \sum_{n=-\infty}^{\infty} (-1)^n X_I \left( \frac{T_s}{\tau} (f - n f_s) \right) \quad (2.10)$$

donde  $f_s$  es la frecuencia de la señal de choqueo,  $T_s = (f_s)^{-1}$  es su período y  $\tau$  representa el ancho del pulso.

La Fig. 2.5 muestra una simulación temporal de la contribución del ruido térmico a la salida de un filtro Gm-C choppeado. La amplitud de su densidad de potencia espectral (PSD) está normalizada con respecto a la contribución del ruido térmico en un filtro Gm-C equivalente pero sin conmutar.

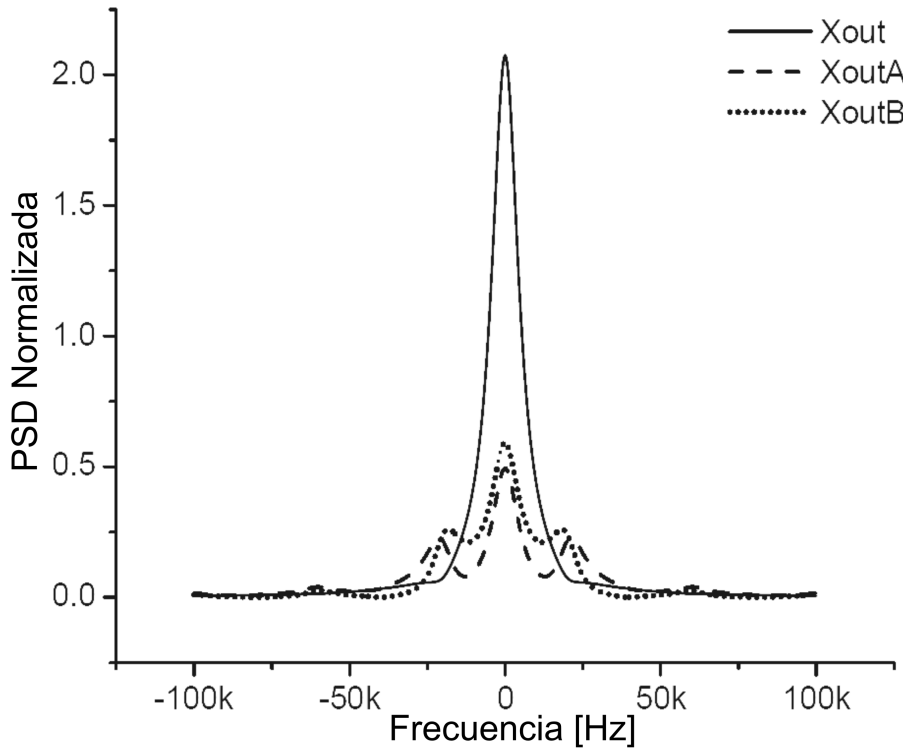


Figura 2.5: Contribución del ruido térmico a la salida de un filtro Gm-C tipo “chopper”, normalizada con respecto a un filtro equivalente sin conmutar.

De esta figura puede observarse que las contribuciones  $X_{outA}(f)$  y  $X_{outB}(f)$  están fuertemente correlacionadas, y que la densidad espectral del ruido a la salida es aproximadamente el doble que la de su equivalente sin conmutar. Por lo tanto, la técnica de chopeo para eliminar el desplazamiento y el ruido  $1/f$  puede utilizarse sin agregar una contribución excesiva de ruido térmico.



# Capítulo 3

## Retraso temporal en filtros

El filtrado y acondicionamiento de señales es una parte importante e ineludible en la mayoría de los sistemas que interactúan con variables físicas y, en un gran número de aplicaciones, el desapareamiento o *mismatch* en los filtros que componen el *front-end* puede resultar en errores inaceptables. Si bien es imposible implementar filtros exactamente iguales, existen diversas alternativas para diseñar filtros con un alto grado de apareamiento, desde estrategias de *layout* [28] hasta topologías complejas que intentan cancelar o minimizar los errores paramétricos [45, 46].

En aplicaciones de localización acústica mediante estimación de ángulo de arribo, por ejemplo, se busca medir la diferencia en el tiempo de arribo de una señal acústica a un par de micrófonos. El desapareamiento paramétrico en las etapas de filtrado y acondicionamiento de las señales de salida de los micrófonos introduce una diferencia temporal parásita que puede enmascarar el tiempo de arribo que se intenta medir.

En este capítulo se analizará particularmente la diferencia de retrasos temporales que sufre una señal al atravesar dos filtros que presentan ligeras variaciones paramétricas, cuando la señal de excitación es la misma.

Se obtendrán expresiones matemáticas para esta diferencia temporal en función de los parámetros del filtro, con el objetivo de elaborar estrategias de diseño que posibiliten la detección de los parámetros clave en cada filtro, y así proveer al diseñador de una herramienta que le permita minimizar el efecto del desapareamiento en sus filtros.

Luego se estudiarán casos típicos y se compararán las predicciones teóricas con mediciones experimentales.

### 3.1. Diferencia de fase en sistemas lineales

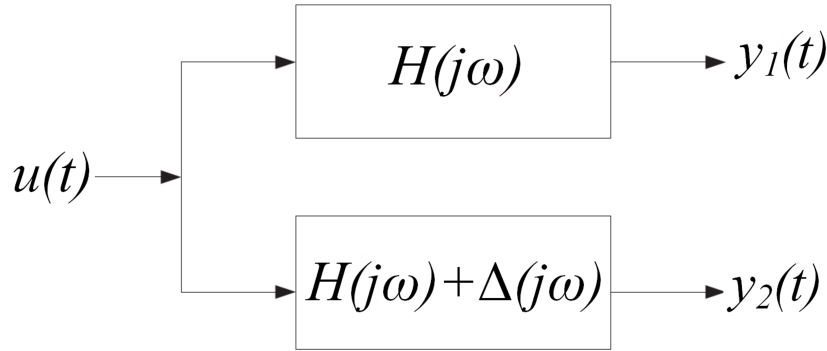


Figura 3.1: Caso de estudio, incluyendo un sistema nominal y uno perturbado.

En primera instancia es de interés calcular la diferencia de fase entre las señales de salida de dos filtros ligeramente diferentes. La figura 3.1 muestra el caso de estudio considerado, donde  $\Delta(j\omega)$  simboliza las variaciones en los parámetros de un filtro nominal  $H(j\omega)$ . Si la entrada a ambos filtros es la misma, el retraso temporal entre las señales de salida  $y_1(t)$  e  $y_2(t)$  se deberá únicamente a las variaciones  $\Delta(j\omega)$ . A continuación se introducen los conceptos de fase de un sistema, retraso temporal (*phase delay*) y retraso de grupo (*group delay*) [47].

Sea la señal de entrada  $u(t)$  a un sistema lineal cuya función transferencia es  $H(j\omega)$  de la forma

$$u(t) = g(t) \cos(\omega_0(t)), \quad (3.1)$$

donde  $g(t)$  es la envolvente de la señal portadora  $\cos(\omega_0(t))$ , y tal que  $g(t)$  varía lentamente con respecto a la frecuencia de la portadora  $\omega_0$ :

Fase del sistema: La fase  $\varphi(j\omega)$  del sistema se define como:

$$\varphi(j\omega) = \arctan \left( \frac{I_m [H(j\omega)]}{R_e [H(j\omega)]} \right). \quad (3.2)$$

Retraso temporal: El retraso temporal  $t_p$  se define como la diferencia entre los cruces

por cero de una señal de entrada y de su salida al atravesar un sistema, medida en estado estacionario.

$$t_p = -\varphi(j\omega)/\omega|_{\omega=\omega_0}. \quad (3.3)$$

Retraso de grupo: El retraso de grupo  $t_g$  se define como la derivada negativa de la fase respecto de la frecuencia.

$$t_g = -\left. \frac{\partial \varphi(j\omega)}{\partial \omega} \right|_{\omega=\omega_0}, \quad (3.4)$$

que afecta a la envolvente  $g(t)$  de la señal (3.1).

De esta manera, la salida  $y(t)$  del sistema puede expresarse como:

$$y(t) = A(\omega_0)g(t - t_g) \cos(\omega_0(t - t_p)), \quad (3.5)$$

donde  $A(\omega_0)$  representa la ganancia del sistema  $H(j\omega)$  a la frecuencia  $\omega_0$ .

Tanto  $t_g$  como  $t_p$  son medidas del retraso que genera un sistema, y su valor es el mismo cuando la fase es lineal. Como en esta tesis nos interesa evaluar principalmente el retraso sobre señales periódicas (sinusoides o suma de sinusoides de diferentes frecuencias y amplitudes), se utilizará el retraso temporal definido en (3.3) para los análisis que siguen.

**Ejemplo 1** *Retraso temporal para un filtro pasabajos de primer orden:*

Un filtro pasabajos de primer orden tiene la siguiente expresión:

$$H(j\omega) = \frac{a}{j\omega + \omega_c} = \frac{a\omega_c}{\omega^2 + \omega_c^2} + j\frac{-a\omega}{\omega^2 + \omega_c^2}, \quad (3.6)$$

donde  $a/\omega_c$  es la ganancia del filtro, y  $\omega_c$  es su frecuencia de corte.

Entonces, de acuerdo a las definiciones (3.2) y (3.3), la fase de  $H(j\omega)$  es

$$\varphi(j\omega) = \arctan\left(\frac{I_m[H(j\omega)]}{R_e[H(j\omega)]}\right) = \arctan\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right), \quad (3.7)$$

y el retraso temporal está dado por

$$t_p = -\frac{\varphi(j\omega)}{\omega} = -\frac{1}{\omega} \arctan\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right). \quad (3.8)$$

Las Fig. 3.2 y 3.3 muestran las curvas de fase y retraso temporal para este filtro, si se considera  $a = \omega_c$  y se normaliza el eje frecuencial con respecto a la frecuencia de corte.

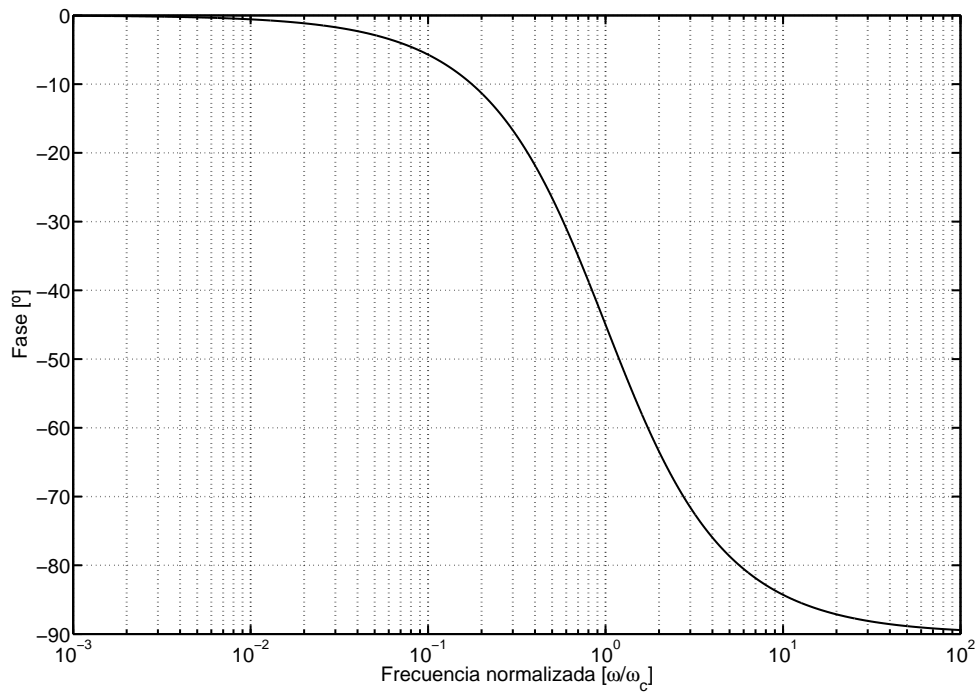


Figura 3.2: Fase de  $H(j\omega)$  en función de la frecuencia normalizada a la frecuencia de corte  $\omega_c$ .

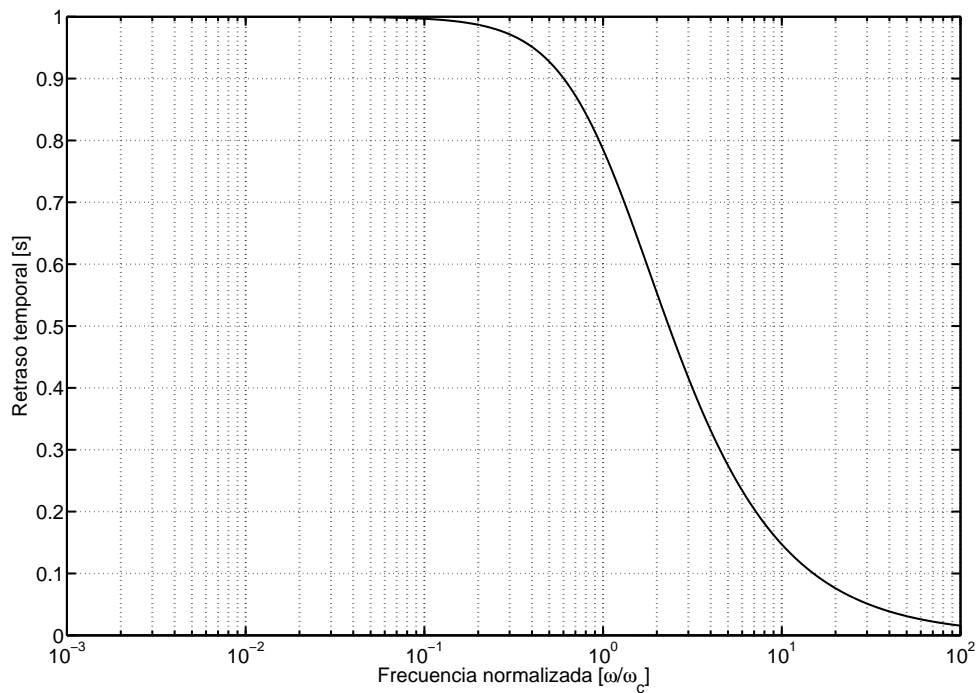


Figura 3.3: Retraso temporal de  $H(j\omega)$  en función de la frecuencia normalizada a la frecuencia de corte  $\omega_c$ .



Un sistema generalizado puede expresarse de la siguiente manera:

$$H(s) = \prod_{i=1}^N \frac{m_i s^2 + c_i s + d_i}{n_i s^2 + a_i s + b_i} = K \frac{\prod_{i=1}^n (s - z_i)}{\prod_{i=1}^m (s - p_i)}, \quad (3.9)$$

donde  $z_i$  representan los ceros del sistema,  $p_i$  sus polos y  $s$  es la variable compleja de Laplace. Su respuesta en frecuencia es

$$H(j\omega) = \prod_{i=1}^N \frac{-m_i \omega^2 + j c_i \omega + d_i}{-n_i \omega^2 + j a_i \omega + b_i} = \prod_{i=1}^N \frac{(-m_i \omega^2 + d_i) + j(c_i \omega)}{(-n_i \omega^2 + b_i) + j(a_i \omega)}. \quad (3.10)$$

Por lo tanto, la fase del sistema puede expresarse como

$$\begin{aligned} \varphi(j\omega) &= \arctan \left( \frac{I_m [H(j\omega)]}{R_e [H(j\omega)]} \right) \\ &= \sum_{i=1}^n \arctan \left( \frac{I_m [(j\omega - z_i)]}{R_e [(j\omega - z_i)]} \right) - \sum_{i=1}^m \arctan \left( \frac{I_m [(j\omega - p_i)]}{R_e [(j\omega - p_i)]} \right) \\ &= \sum_{i=1}^N \left[ \arctan \left( \frac{c_i \omega}{d_i - m_i \omega^2} \right) - \arctan \left( \frac{a_i \omega}{b_i - n_i \omega^2} \right) \right], \end{aligned} \quad (3.11)$$

y el retraso temporal resulta

$$t_p = -\frac{-\varphi(j\omega)}{\omega} = \frac{1}{\omega} \sum_{i=1}^N \left[ \arctan \left( \frac{c_i \omega}{d_i - m_i \omega^2} \right) - \arctan \left( \frac{a_i \omega}{b_i - n_i \omega^2} \right) \right]. \quad (3.12)$$

**Ejemplo 2** Retraso temporal en un filtro pasabajos de primer orden, calculado a partir de la expresión general.

Sea  $H(j\omega)$  un filtro pasabajos de primer orden, con ganancia unitaria y frecuencia de corte  $\omega_c = 1$  rad/s. Entonces, en la expresión (3.10):  $i = 1$ ;  $d = a = b = 1$ ;  $m = c = n = 0$ . La respuesta en frecuencia de este sistema y su retraso temporal en función de la frecuencia se ilustran en las Figs. 3.4 y 3.5 respectivamente.

El valor máximo del retraso temporal para una señal que atraviesa un filtro pasabajos de primer orden depende sólo del valor de la frecuencia de corte del filtro ( $\omega_c$ ) y puede aproximarse de la siguiente manera:

$$\text{máx}(t_p) = \text{máx} \left( \frac{\varphi(j\omega)}{\omega} \right) = \text{máx} \left( \frac{1}{\omega} \arctan \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right) \right) \underset{\omega \ll \omega_c}{\approx} \frac{1}{\omega_c}.$$

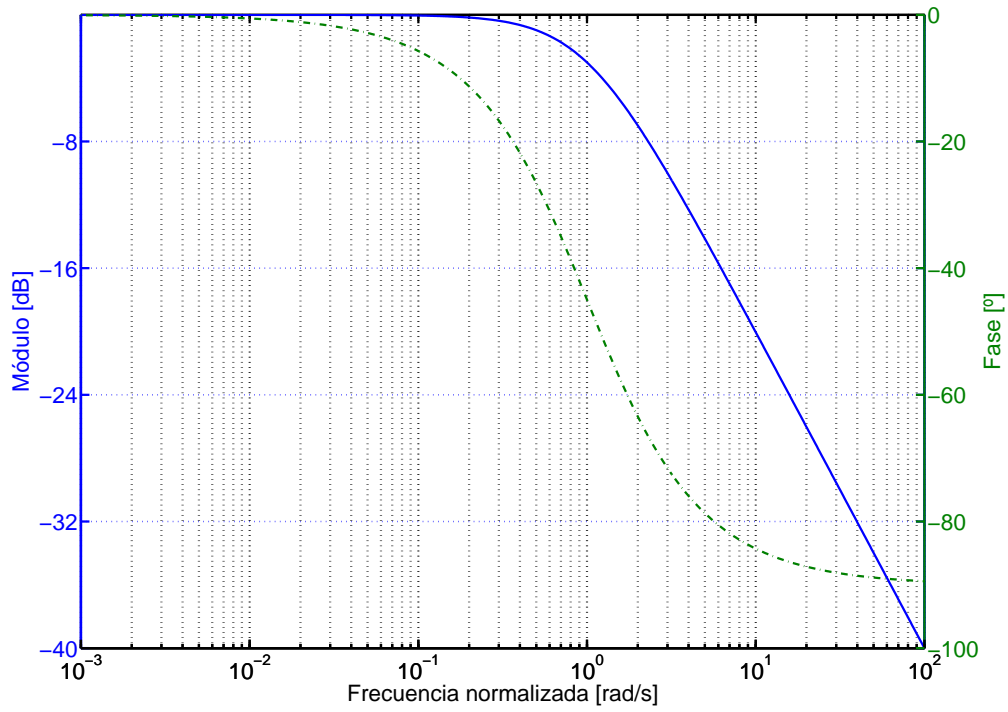
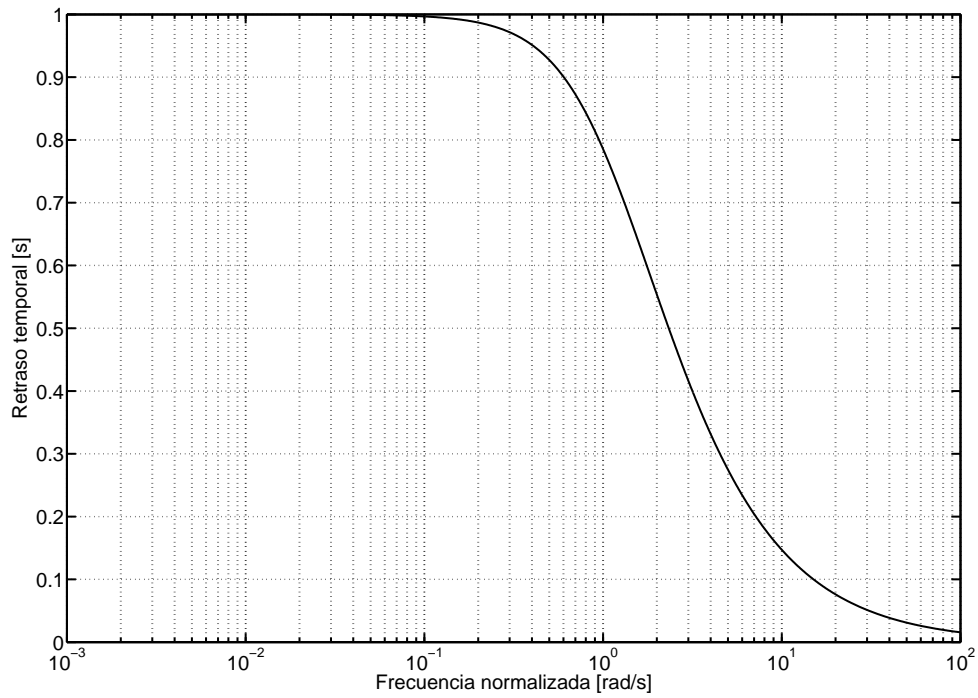


Figura 3.4: Respuesta en frecuencia.

Figura 3.5: Retraso temporal en función de la frecuencia normalizada a la frecuencia de corte  $\omega_c$ .

**Ejemplo 3** Retraso temporal en un filtro pasaaltos de primer orden, calculado a partir de la expresión general.

Sea  $H(j\omega)$  un filtro pasaaltos de primer orden, con ganancia unitaria y frecuencia de corte  $\omega_c = 1$  rad/s. En la expresión (3.10):  $i = 1$ ;  $c = a = b = 1$ ;  $m = d = n = 0$ , es decir

$$H(j\omega) = \frac{j\omega}{\omega_c + j\omega}. \quad (3.13)$$

La respuesta en frecuencia de este sistema y su retraso temporal en función de la frecuencia se ilustran en las Figs. 3.6 y 3.7 respectivamente.

Para un filtro pasaaltos de primer orden, el retraso temporal tiende a infinito cuando la frecuencia de la señal de entrada tiende a cero, y tiende a cero cuando la frecuencia tiende a infinito.

$$t_p = -\frac{\varphi(j\omega)}{\omega} = -\frac{1}{\omega} \arctan\left(\frac{\omega_c}{\omega}\right) \underset{\omega \ll \omega_c}{\simeq} \frac{\pi/2}{\omega} \underset{\omega \rightarrow 0}{\rightarrow} \infty$$

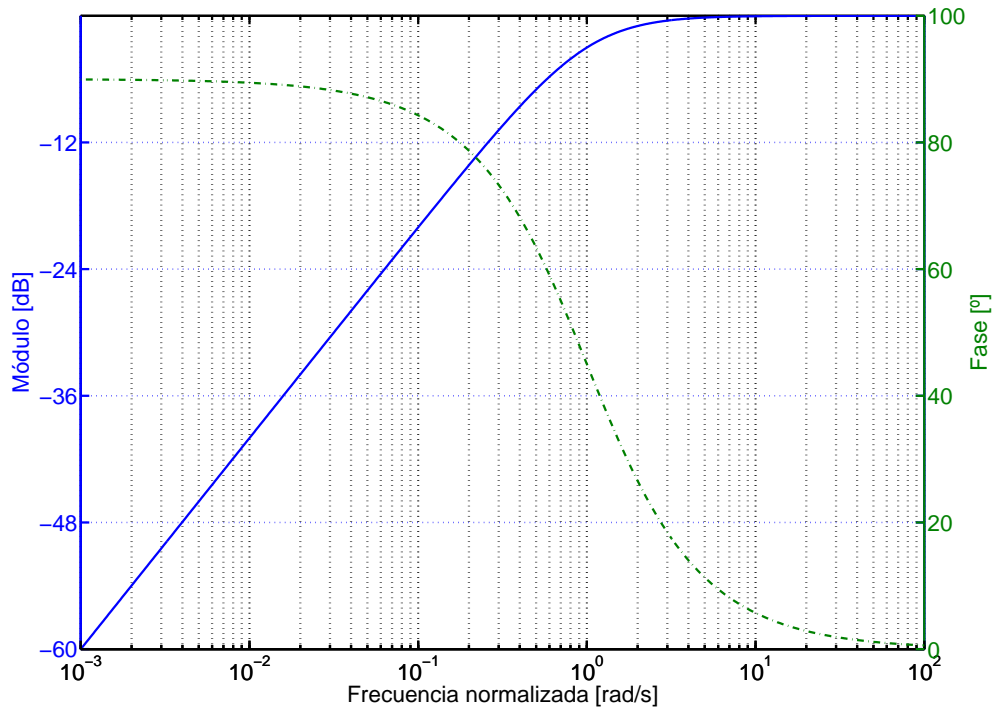


Figura 3.6: Respuesta en frecuencia.

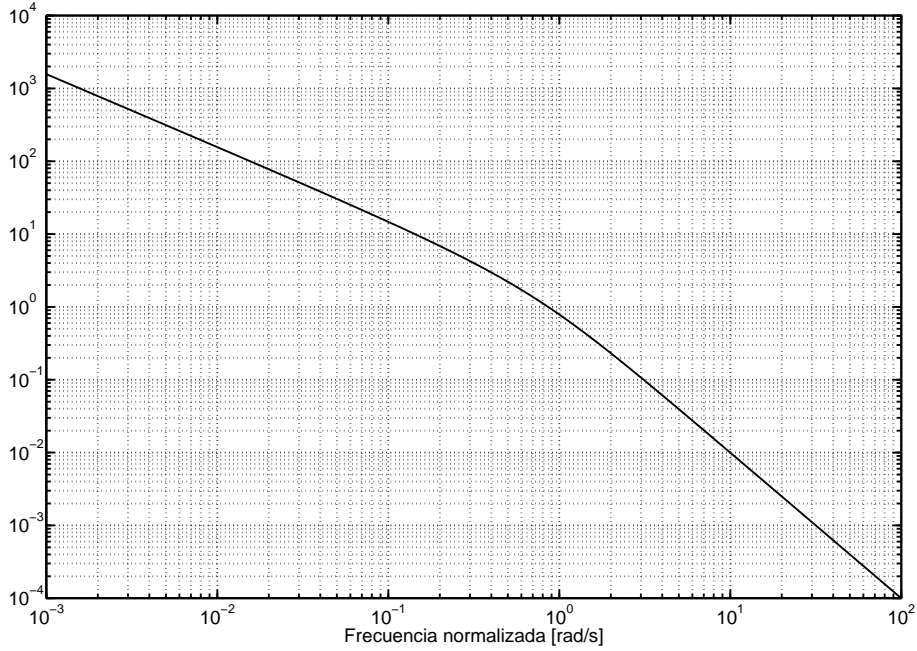


Figura 3.7: Retraso temporal en función de la frecuencia normalizada a la frecuencia de corte  $\omega_c$ .

**Ejemplo 4** Retraso temporal en un filtro pasabanda de primer orden, calculado a partir de la expresión general.

Sea  $H(j\omega)$  un filtro pasabanda con ganancia unitaria y frecuencias de corte inferior  $\omega_L$  y superior  $\omega_H$  determinadas por polos simples, y separados en frecuencia por cuatro décadas. En la expresión (3.10):  $i = 1$ ;  $c = \omega_H$ ;  $n = 1$ ;  $a = \omega_H + \omega_L$ ;  $b = \omega_H \times \omega_L$ ;  $m = d = 0$ . Es decir:

$$H(j\omega) = \frac{j\omega(\omega_L)}{(\omega_H\omega_L + \omega^2) + j\omega(\omega_H + \omega_L)}. \quad (3.14)$$

La respuesta en frecuencia de este sistema y su retraso temporal en función de la frecuencia se ilustran en las Figs. 3.8 y 3.9 respectivamente.

Como es de esperar, el retraso temporal que sufre una señal al atravesar un filtro pasabanda tiende a infinito para frecuencias cercanas a cero, y tiende a cero para altas frecuencias.

$$t_p = \frac{\varphi(j\omega)}{\omega} = \frac{1}{\omega} \arctan\left(\frac{\omega_L\omega_H - \omega^2}{\omega(\omega_L + \omega_H)}\right) \simeq \begin{cases} \frac{1}{\omega} \arctan\left(\frac{\omega_L\omega_H}{\omega(\omega_L + \omega_H)}\right) \simeq \frac{\pi/2}{\omega} & \text{si } \omega \ll \omega_c \\ \frac{1}{\omega} \arctan\left(\frac{\omega}{\omega_L + \omega_H}\right) \simeq \frac{\pi/2}{\omega} & \text{si } \omega \gg \omega_c, \end{cases}$$

donde  $\omega_c = \omega_L\omega_H/(\omega_L + \omega_H)$ .

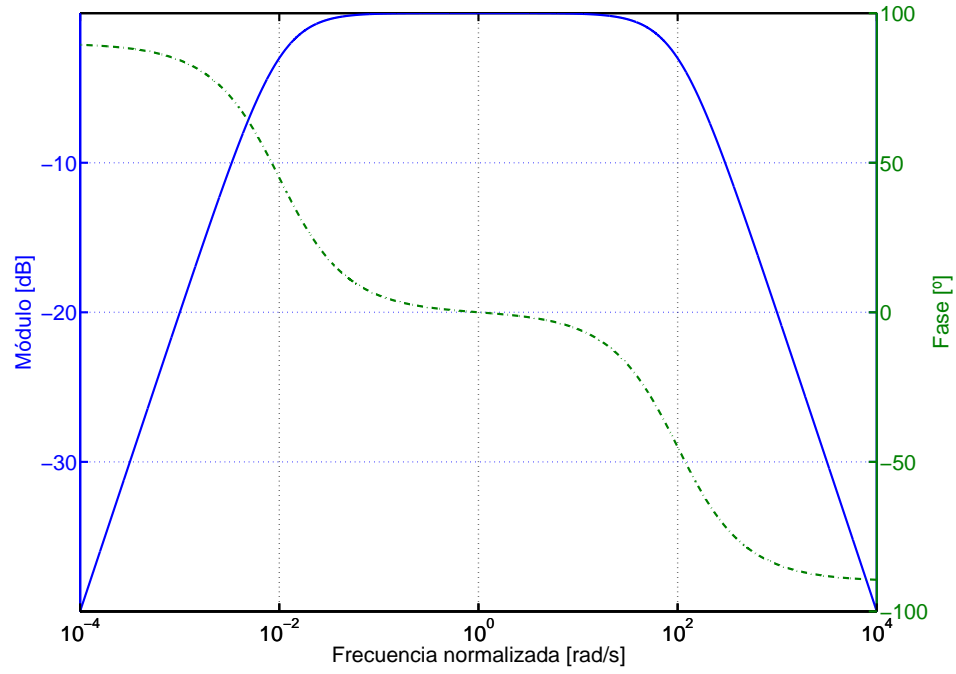
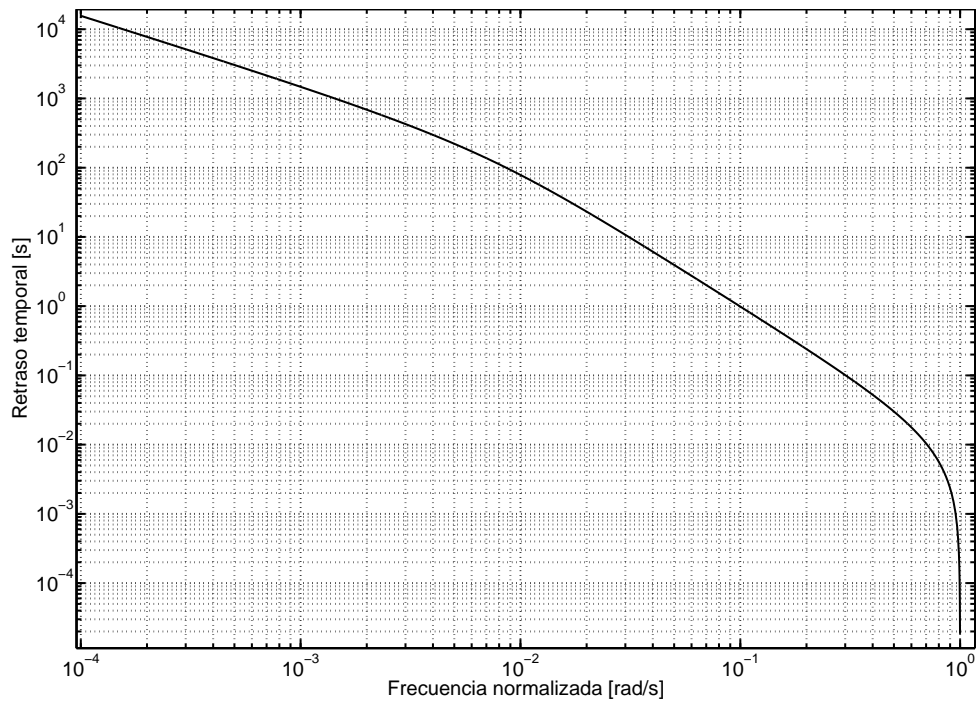


Figura 3.8: Respuesta en frecuencia.

Figura 3.9: Retraso temporal en función de la frecuencia normalizada a la frecuencia de corte  $\omega_c$ .

**Ejemplo 5** Retraso temporal en un filtro pasabajos de segundo orden, calculado a partir de la expresión general.

Sea  $H(j\omega)$  un filtro pasabajos de segundo orden, con ganancia unitaria y frecuencia de corte  $\omega_H$  determinada por un polo doble en  $\omega = 1$  rad/s. Entonces en la expresión (3.10):  $i = 2$ ;  $d = a = b = 1$ ;  $m = c = n = 0$ . De modo que su función transferencia es

$$H(s) = \prod_{i=1}^2 \frac{1}{s+1} = \frac{1}{s^2 + 2s + 1},$$

y su respuesta en frecuencia es

$$H(j\omega) = \prod_{i=1}^2 \frac{1}{j\omega + 1} = \frac{1 - \omega^2}{\omega^4 + 2\omega^2 + 1} - j \frac{2\omega}{\omega^4 + 2\omega^2 + 1}.$$

La respuesta en frecuencia de este sistema y su retraso temporal en función de la frecuencia se ilustran en las Figs. 3.10 y 3.11 respectivamente.

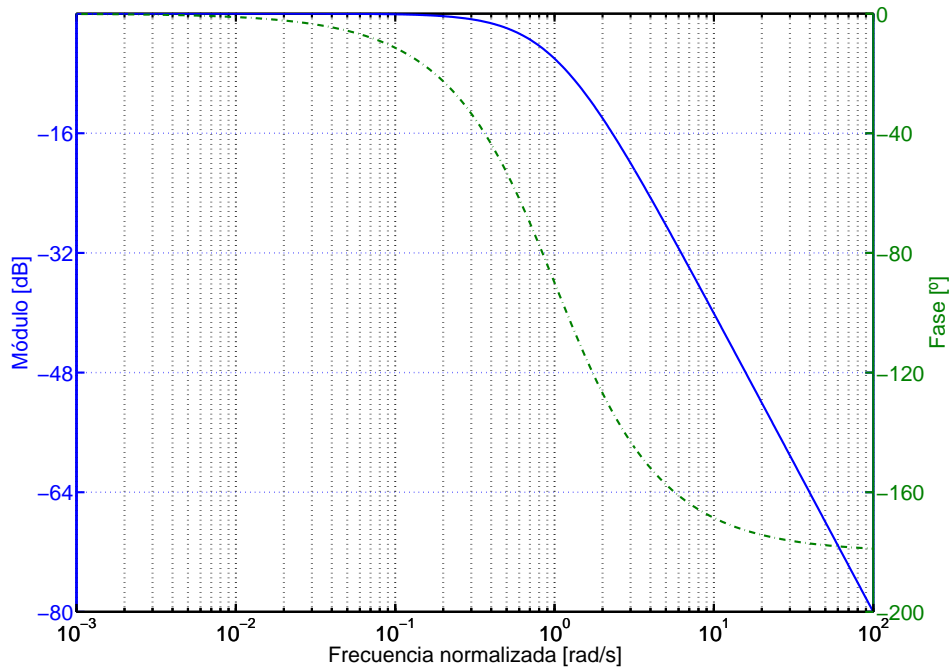


Figura 3.10: Respuesta en frecuencia.

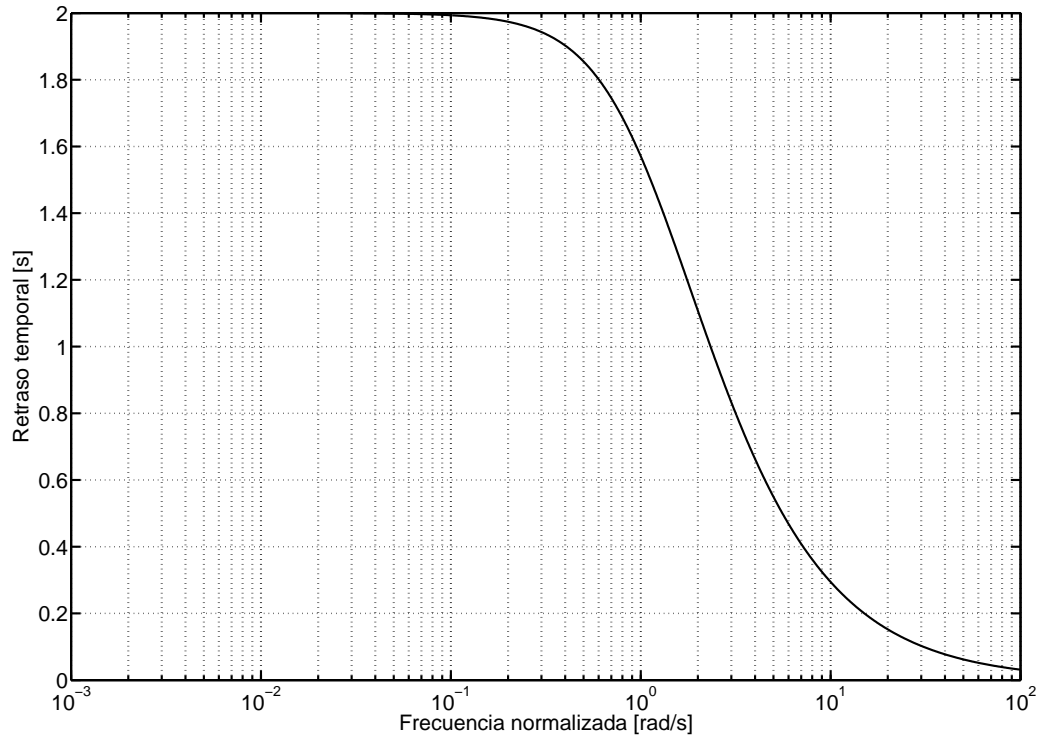


Figura 3.11: Retraso temporal en función de la frecuencia normalizada a la frecuencia de corte  $\omega_c$ .

El comportamiento del retraso temporal de un filtro pasabajos de segundo orden en función de la frecuencia es similar al del filtro de primer orden, con la diferencia que su magnitud se duplica.

$$t_p = \frac{\varphi(j\omega)}{\omega} = \sum_{i=1}^2 \left[ \frac{\arctan\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)}{\omega} \right] \underset{\omega \ll \omega_c}{\approx} \sum_{i=1}^2 \frac{1}{\omega_c} = \frac{2}{\omega_c}$$

## 3.2. Retrasos temporales relativos

En la sección anterior se desarrollaron expresiones para la fase y el retraso de fase propios de un sistema. En esta sección, utilizando esas expresiones, se desarrolla la diferencia temporal entre las señales de salida de dos sistemas, introducida por diferencias paramétricas en los mismos.

En primera instancia se realiza el análisis para una señal de entrada senoidal, y luego se extiende a señales periódicas arbitrariamente complejas. Por comodidad, se repite la Fig. 3.1.

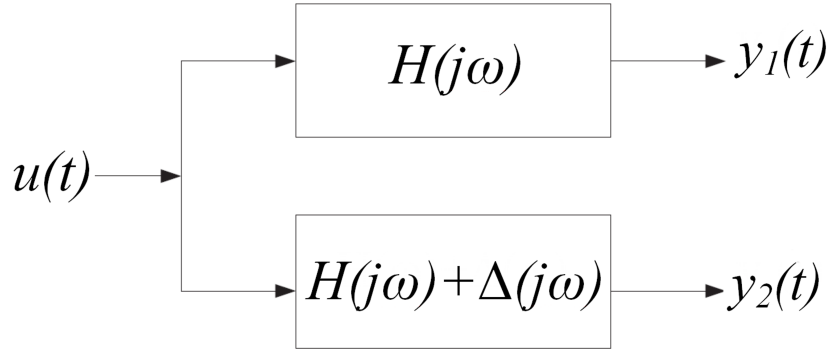


Figura 3.12: Caso de estudio, incluyendo un sistema nominal y uno perturbado.

Si la entrada es  $u(t) = \text{sen}(\omega_0 t)$ , las salidas en estado estacionario de los sistemas original y perturbado son

$$\begin{aligned} y_1(t) &= a_1 \text{sen}(\omega_0(t - t_{p1})), \\ y_2(t) &= a_2 \text{sen}(\omega_0(t - t_{p2})), \end{aligned} \quad (3.15)$$

donde  $a_i$  representa la función de atenuación del filtro para la frecuencia  $\omega_0$ . En general, y siempre que sea posible, se utilizan técnicas de *layout* para mejorar el apareamiento de componentes y así minimizar las diferencias paramétricas entre los filtros. De esta manera, las diferencias entre los coeficientes de atenuación  $a_i$  y entre los retrasos temporales  $t_{pi}$  son muy pequeñas.

La diferencia entre los retrasos temporales de las señales de salida (DTD, por *Differential Time Delay*) queda entonces definida como

$$\delta = t_{p2} - t_{p1}. \quad (3.16)$$

La diferencia entre los coeficientes de atenuación no afecta el DTD y por lo tanto se considera:  $a_1 = a_2 = a$ .

**Ejemplo 6** *DTD para filtros pasabajos de primer orden con un desapareamiento de 5%:*

Sean dos filtros pasabajos de primer orden, de la forma (3.6) con una diferencia del 5% en el valor de sus frecuencias de corte, por ejemplo:  $\omega_{c1} = 1 \text{ rad/s}$ ;  $\omega_{c2} = 0,95 \text{ rad/s}$ , se pueden evaluar las respuestas en frecuencia de ambos y sus diferencias. A continuación se considera, sin pérdida de generalidad, que el filtro con frecuencia de corte  $\omega_{c1}$  es la referencia, y el filtro con  $\omega_{c2}$  es el que presenta el 5% de desapareamiento, y se lo denomina filtro *perturbado*.



Para el análisis de los retrasos temporales, sólo es de interés evaluar la fase de la respuesta en frecuencia, que se ilustra en la Fig. 3.13. La Fig. 3.14 muestra la diferencia punto a punto de las curvas de fase, y evidencia claramente un máximo alrededor la frecuencia de corte de los filtros.

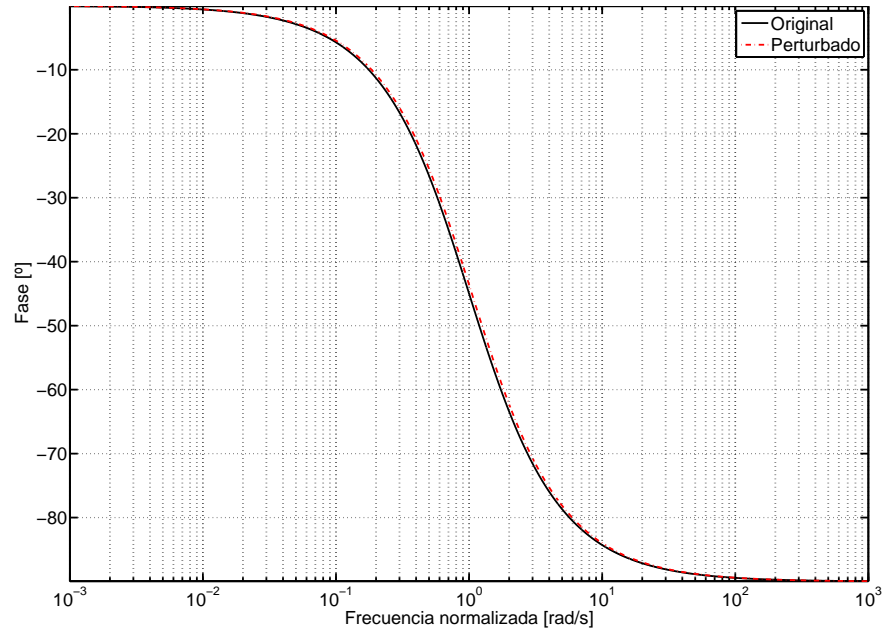


Figura 3.13: Fase del sistema de referencia y el perturbado, para dos filtros pasabajos con un 5% de desapareamiento en el valor de su frecuencia de corte.

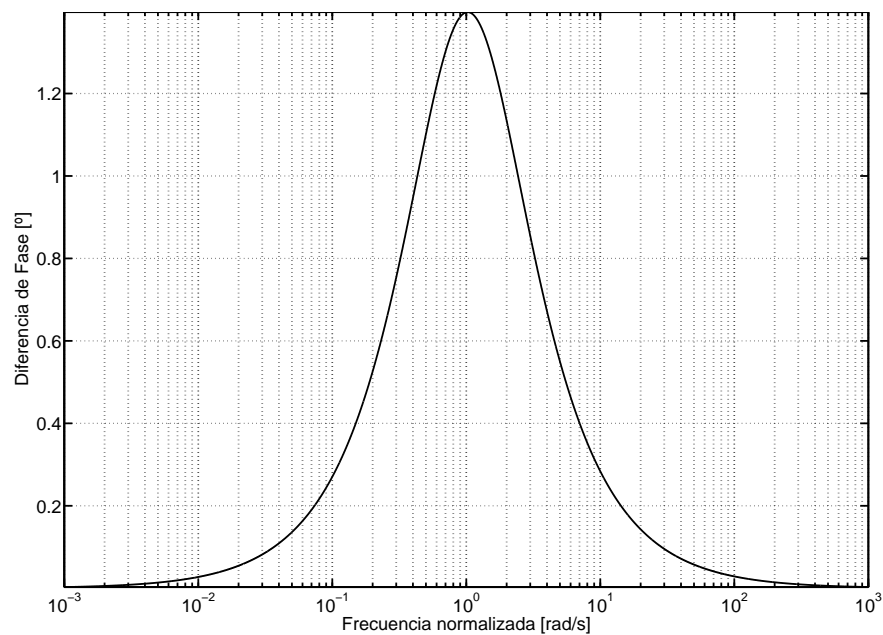


Figura 3.14: Diferencia de fase entre las salidas de los filtros pasabajos.

El retraso temporal para cada señal de salida de los filtros, evaluado según (3.3), puede verse en la Fig. 3.15. Finalmente, la Fig. 3.16 ilustra el DTD entre las señales de salida de los filtros calculado numéricamente mediante la expresión (3.16).

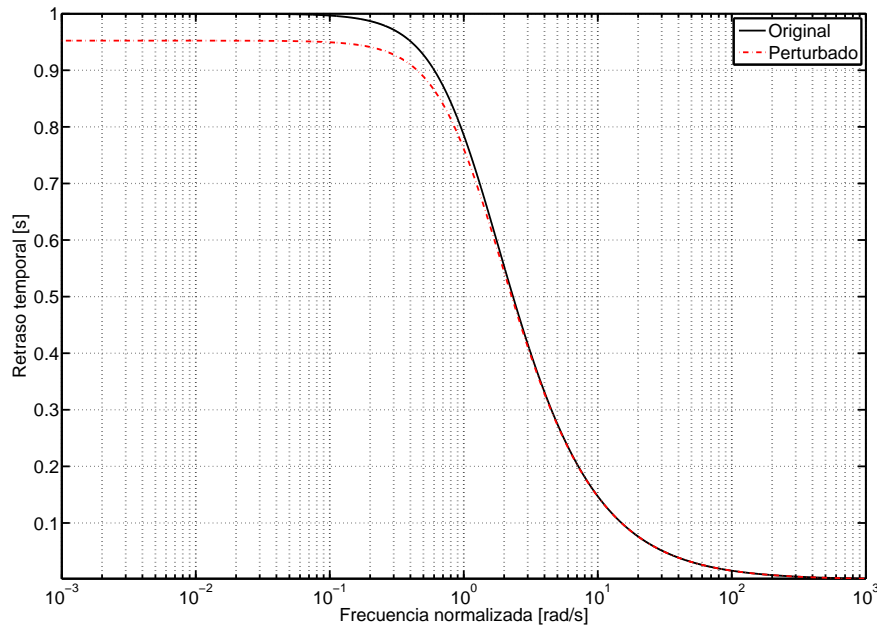


Figura 3.15: Retraso temporal para el filtro original y el perturbado.

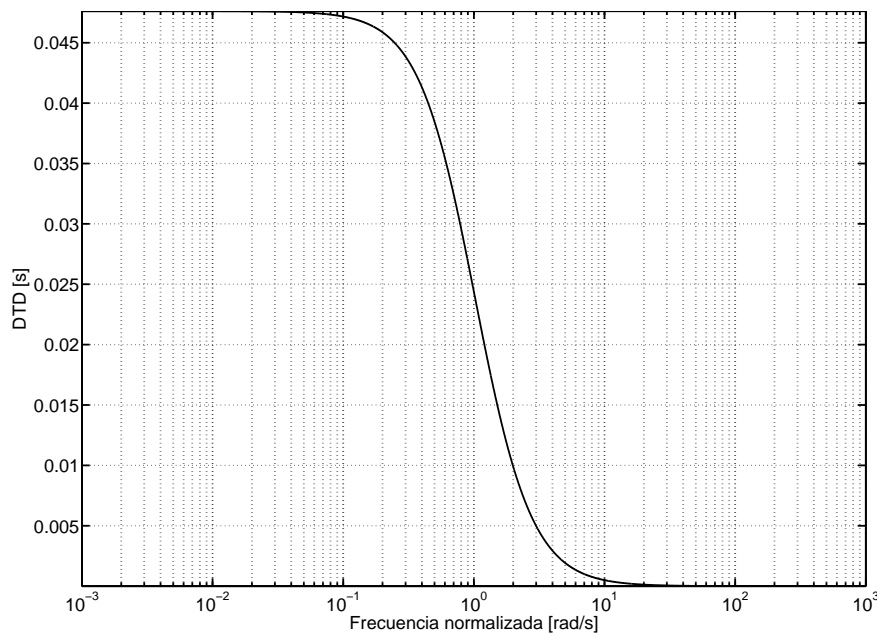


Figura 3.16: DTD para dos filtros pasabajos de primer orden con un 5% de desapareamiento en el valor de su frecuencia de corte.

**Ejemplo 7** DTD para filtros pasaaltos de primer orden con un desapareamiento de 5%:

Para este ejemplo se consideran dos filtros pasaaltos de primer orden, de la forma  $H(j\omega) = j\omega/(j\omega + \omega_c)$  con una diferencia del 5% en el valor de sus frecuencias de corte, es decir  $\omega_{c1} = 1$  rad/s ;  $\omega_{c2} = 0,95$  rad/s. Al igual que en el ejemplo anterior, se considera como referencia al filtro con frecuencia de corte  $\omega_{c1} = 1$  rad/s y como filtro perturbado al que presenta el polo en  $\omega_{c2} = 0,95$  rad/s.

Las curvas de fase y diferencia de fase pueden observarse en las Figs. 3.17 y 3.18 respectivamente, mientras que las curvas de retraso temporal y DTD se ilustran en las Figs. 3.19 y 3.20

En los dos últimos ejemplos puede observarse que la diferencia de fase entre las salidas de los filtros presenta un máximo en la frecuencia de corte. Sin embargo, la diferencia entre los retrasos temporales es máxima a frecuencias bajas, y tiende a cero en altas frecuencias. Para el caso de filtros de primer orden, tanto pasabajos como pasaaltos, puede considerarse que el DTD es máximo a frecuencias una década antes de la frecuencia de corte, y que es despreciable una década después.

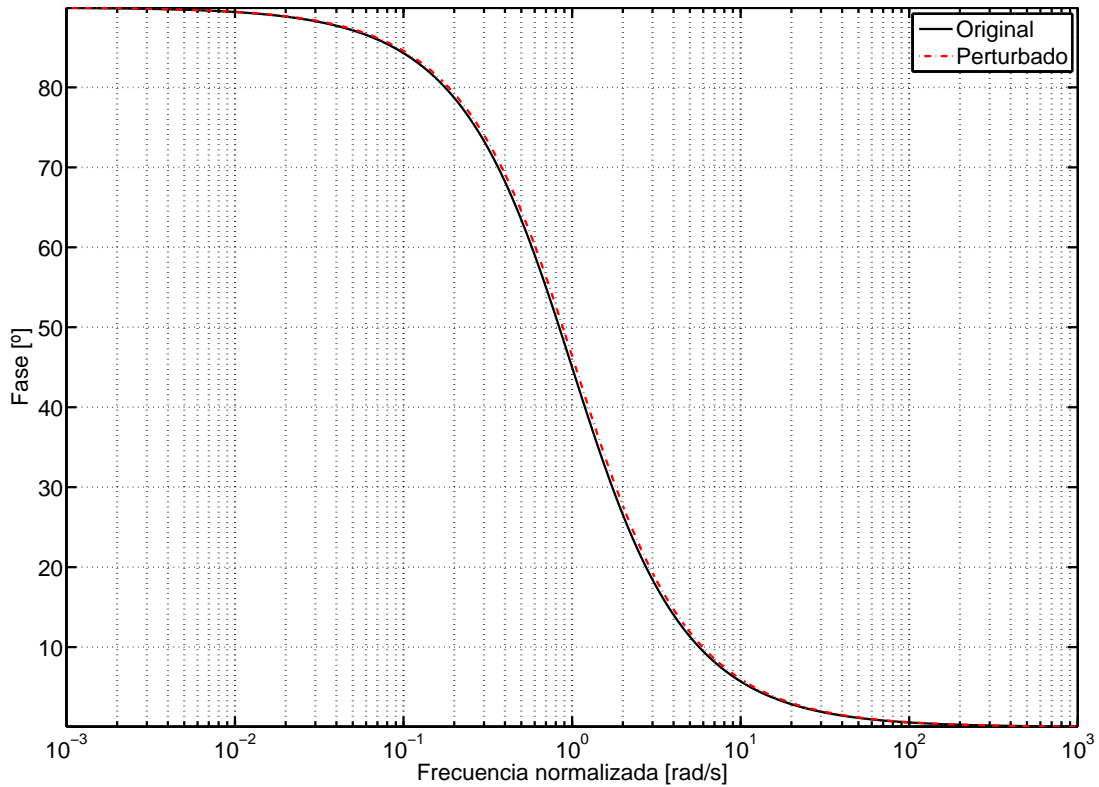


Figura 3.17: Fase del sistema de referencia y el perturbado, para dos filtros pasaaltos con un 5% de desapareamiento en el valor de su frecuencia de corte.

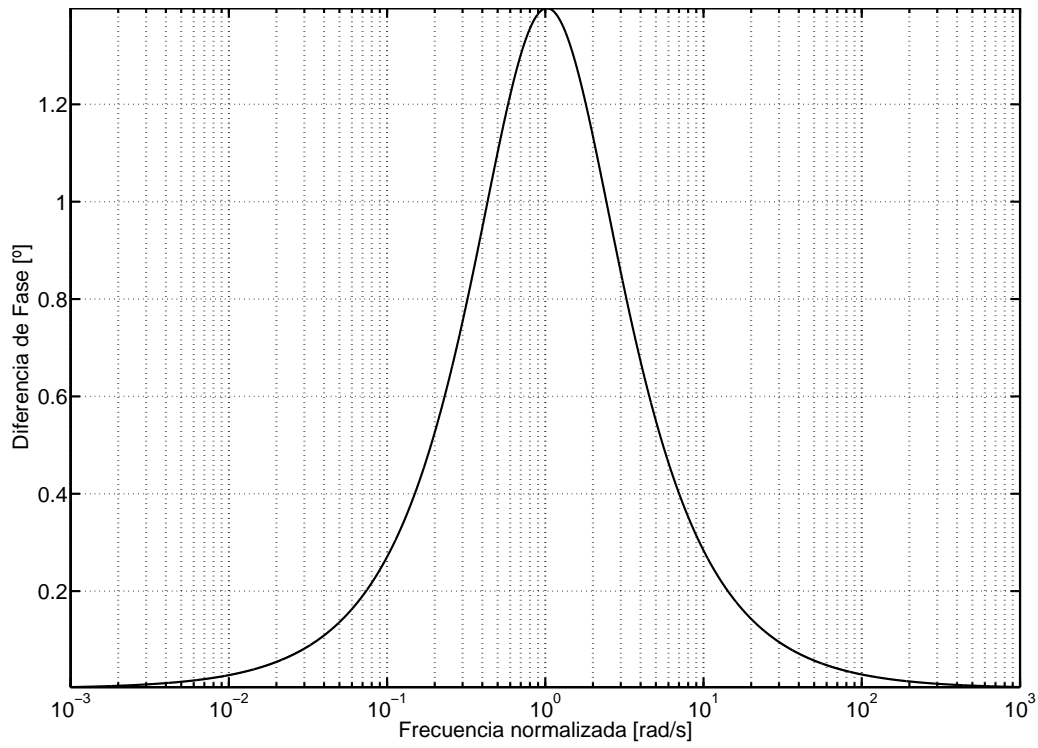


Figura 3.18: Diferencia de fase entre las salidas de los filtros pasaaltos.

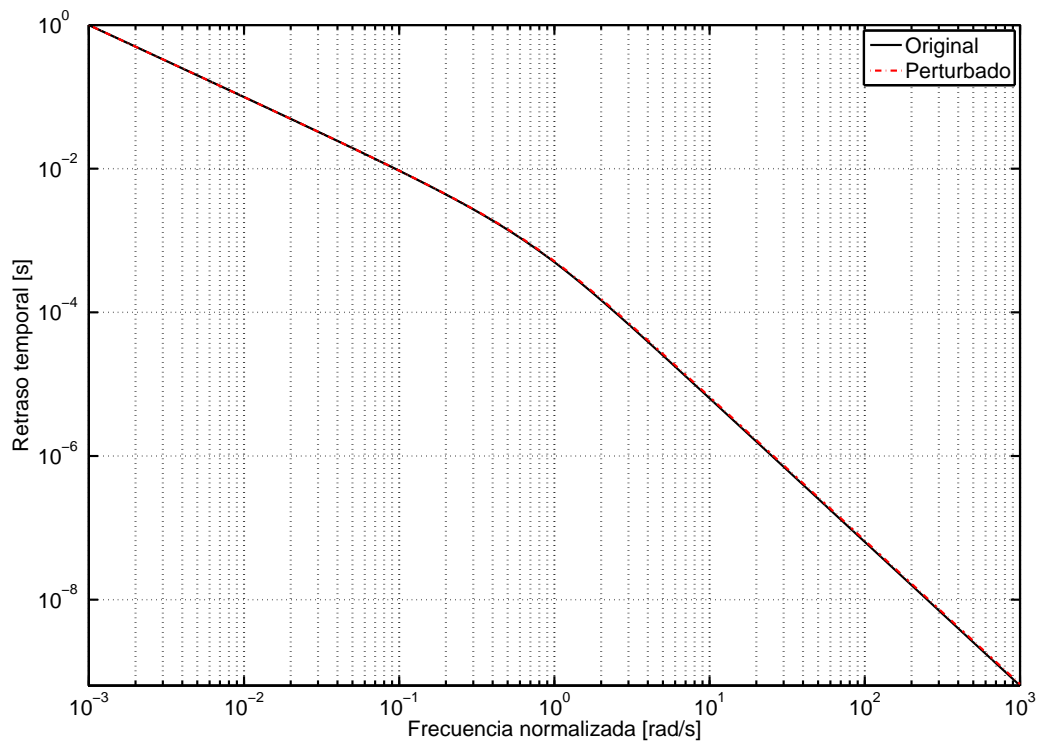


Figura 3.19: Retraso temporal para el filtro original y el perturbado.

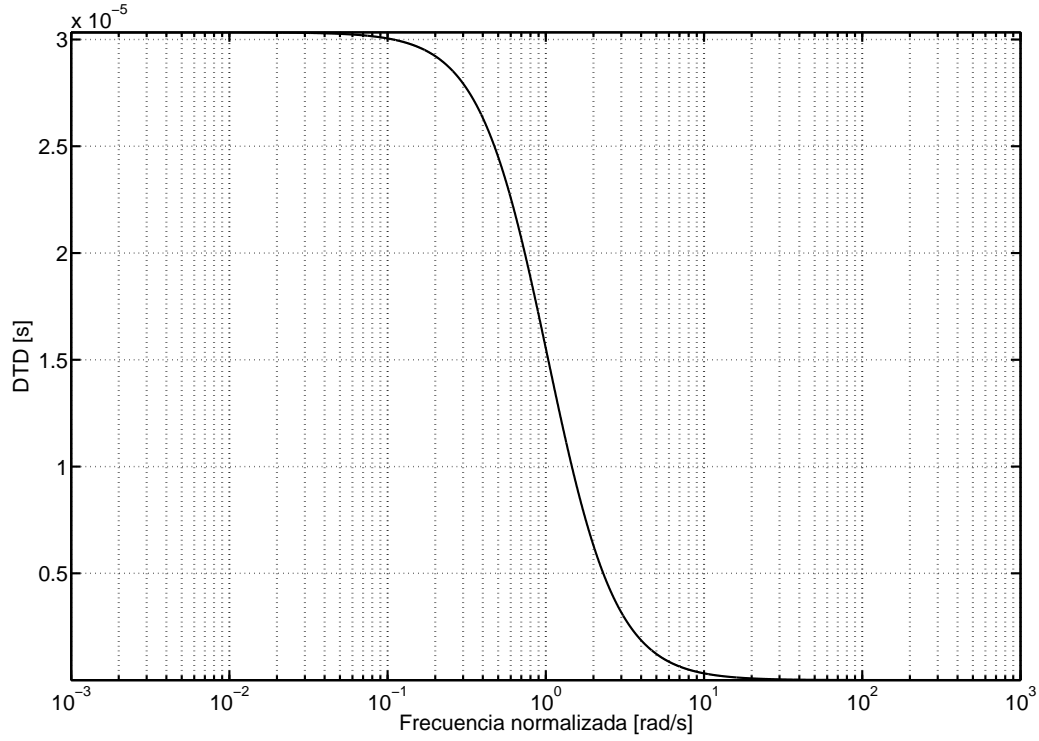


Figura 3.20: DTD para dos filtros pasaaltos de primer orden con un 5% de desapareamiento en el valor de su frecuencia de corte.

Mediante una técnica de linealización, es posible aproximar el valor del DTD. Por ejemplo, en el caso de dos filtros pasabajos de primer orden como en el Ej. 6, donde la fase del filtro de referencia es  $\varphi_1$ , la fase del filtro perturbado es  $\varphi_2$ , y considerando una variación en la frecuencia de corte del segundo filtro ( $\Delta\omega_c$ ), resulta:

$$\varphi_1(\omega) = \arctan\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right) ; \varphi_2(\omega) = \arctan\left(\frac{\omega}{\omega_c + \Delta\omega_c}\right)$$

Linealizando  $\varphi_2(\omega)$  en torno a  $\omega_c$ :

$$\begin{aligned} \varphi_2(\omega) &\simeq \arctan\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right) + \frac{\delta}{\delta\omega_c} \left( \arctan\left(\frac{\omega}{\omega_c + \Delta\omega_c}\right) \right)_{\omega_c} \Delta\omega_c \\ &\simeq \arctan\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right) + \frac{\omega}{\omega^2 + \omega_c^2} \Delta\omega_c \\ &\simeq \varphi_1(\omega) + \frac{\omega}{\omega^2 + \omega_c^2} \Delta\omega_c. \end{aligned} \quad (3.17)$$

Entonces, la diferencia de fase es

$$\varphi_2(\omega) - \varphi_1(\omega) \simeq \frac{\omega}{\omega^2 + \omega_c^2} \Delta\omega_c, \quad (3.18)$$

y en consecuencia el DTD resulta

$$\begin{aligned}\delta_{PB}(\omega) &= t_{p_2} - t_{p_1} \\ &= \frac{1}{\omega} [\varphi_2(\omega) - \varphi_1(\omega)] \\ &\simeq \frac{\Delta\omega_c}{\omega^2 + \omega_c^2}.\end{aligned}\tag{3.19}$$

Repitiendo el procedimiento para dos filtros pasaaltos de primer orden, como los planteados en el Ej. 7, se obtiene que

$$\delta_{PA}(\omega) = t_{p_2} - t_{p_1} \simeq \frac{\Delta\omega_c}{\omega^2 + \omega_c^2},\tag{3.20}$$

donde  $\delta_{PB}(\omega)$  y  $\delta_{PA}(\omega)$  representan el DTD para un pasabajos y un pasaltos de primer orden, respectivamente.

Para el caso de un sistema general, representado mediante la ecuación (3.9) se tiene que

$$\varphi(\omega) = \sum_{i=1}^N \left[ \arctan \left( \frac{c_i\omega}{d_i - m_i\omega^2} \right) - \arctan \left( \frac{a_i\omega}{b_i - n_i\omega^2} \right) \right]\tag{3.21}$$

y entonces el DTD resulta

$$\begin{aligned}\delta(\omega) = (t_{p_2} - t_{p_1}) &= \sum_{i=1}^N \frac{(d_i - m_i\omega^2)\Delta c_i - c_i\Delta d_i + c_i\omega^2\Delta m_i}{(c_i\omega)^2 + (d_i - m_i\omega^2)^2} \\ &\quad - \sum_{i=1}^N \frac{(b_i - n_i\omega^2)\Delta a_i - a_i\Delta b_i + a_i\omega^2\Delta n_i}{(a_i\omega)^2 + (b_i - n_i\omega^2)^2}.\end{aligned}\tag{3.22}$$

Estas expresiones permiten evaluar el DTD en función de los parámetros de los filtros, sin necesidad de realizar el cálculo numérico.

Como ejemplo de la utilización de esta técnica de linealización, la Fig. 3.21 muestra el DTD calculado numéricamente y mediante (3.22) para dos filtros pasabajos de segundo orden, con una diferencia en el valor de su frecuencia de corte del 5%. El cálculo numérico consiste en la evaluación de la expresión (3.12) para obtener el retraso temporal de cada señal de salida ( $t_{p_1}$  y  $t_{p_2}$ ) y luego se calcula el DTD resultante mediante (3.16). Puede observarse en la figura una muy buena concordancia entre el cálculo numérico y la aproximación mediante la linealización.

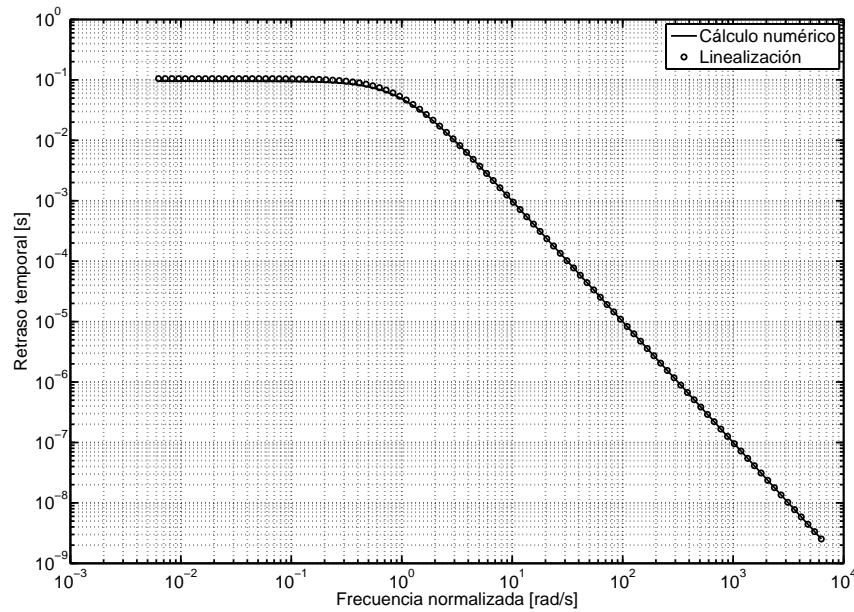


Figura 3.21: DTD para un filtro pasabajos de segundo orden, calculada numéricamente y mediante la linealización de la expresión general (3.22).

**Ejemplo 8** *DTD para filtros pasabanda con un desapareamiento de 5 % en el valor de la frecuencia de corte de cada polo, y para tres factores de calidad ( $Q$ ) distintos:*

Sean dos filtros pasabanda tales que el filtro referencia  $H_1(j\omega)$  presenta una frecuencia de corte inferior  $\omega_L$  y una frecuencia de corte superior  $\omega_H$  y el filtro perturbado presenta un desapareamiento del 5 % en el valor de cada polo, es decir:

$$H_1(j\omega) = \frac{j\omega(\omega_L)}{(\omega_H\omega_L + \omega^2) + j\omega(\omega_H + \omega_L)}; \quad (3.23)$$

$$H_2(j\omega) = \frac{j\omega(\omega_L + \Delta\omega_L)}{[(\omega_H + \Delta\omega_H)(\omega_L + \Delta\omega_L) + \omega^2] + j\omega[(\omega_H + \Delta\omega_H) + (\omega_L + \Delta\omega_L)]}. \quad (3.24)$$

El factor de calidad ( $Q$ ) de cada filtro depende de la separación entre los polos  $\omega_L$  y  $\omega_H$ , y se define como:

$$Q = \frac{\sqrt{\omega_L \times \omega_H}}{\omega_L + \omega_H}. \quad (3.25)$$

A continuación se ilustran las curvas de fase (Fig. 3.22), diferencia de fase (Fig. 3.23), retraso temporal (Fig. 3.24) y DTD (Fig. 3.25) para tres valores distintos de  $Q$

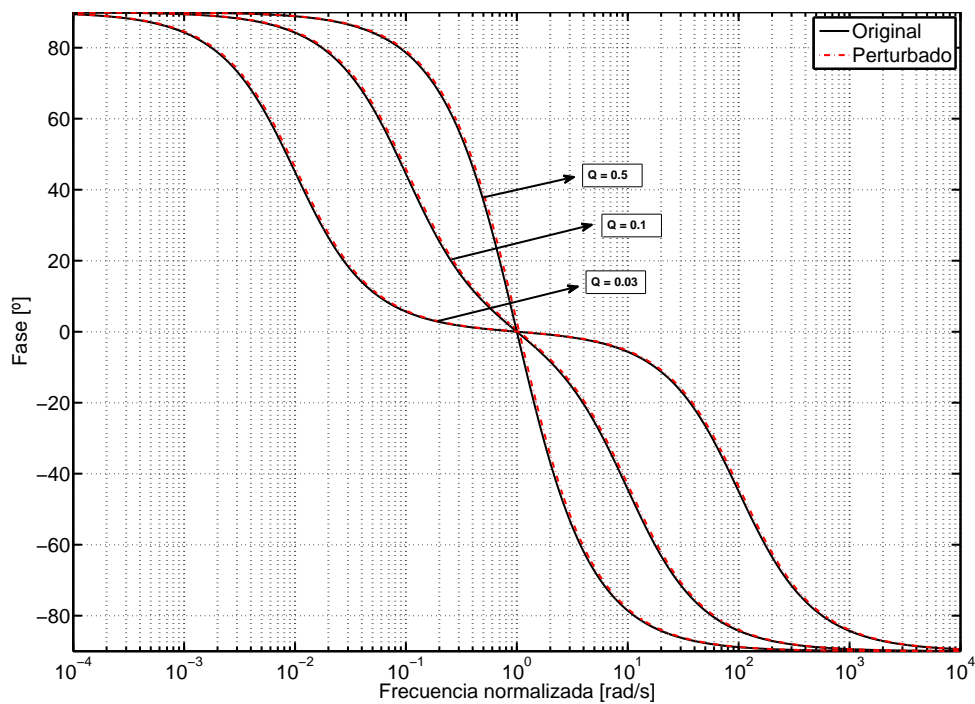


Figura 3.22: Fase del sistema de referencia y del sistema perturbado, para dos filtros pasabanda con un 5% de desapareamiento en el valor de sus frecuencias de corte superior e inferior, y para tres valores de  $Q$ .

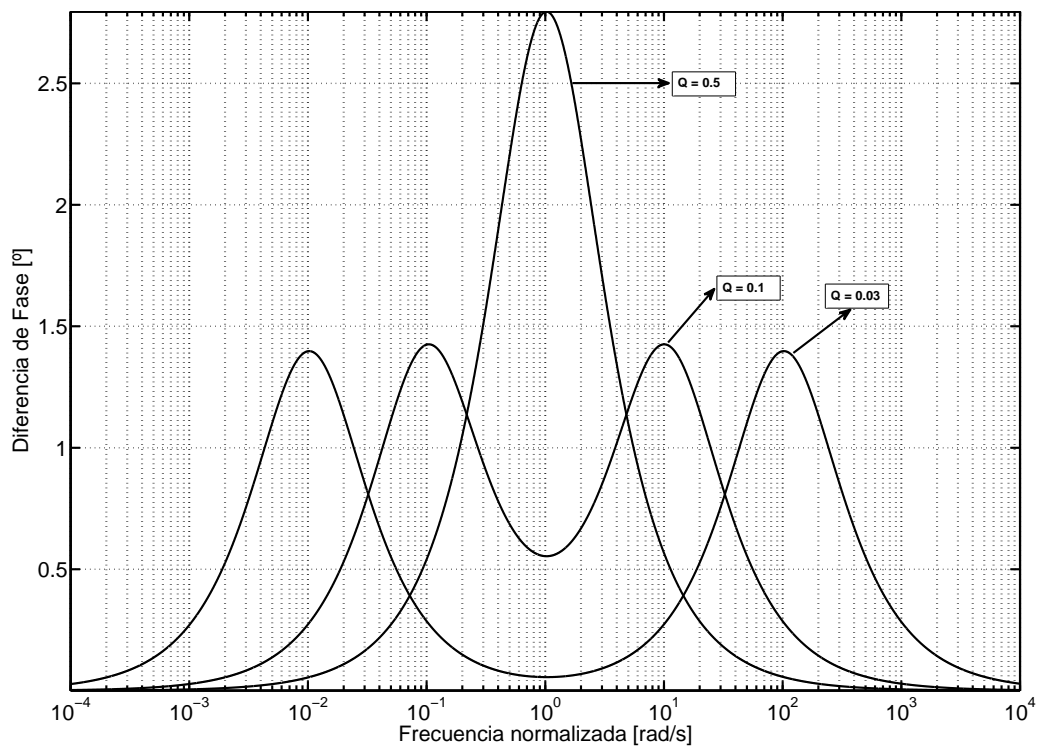


Figura 3.23: Diferencia de fase entre las salidas de los filtros pasabanda.



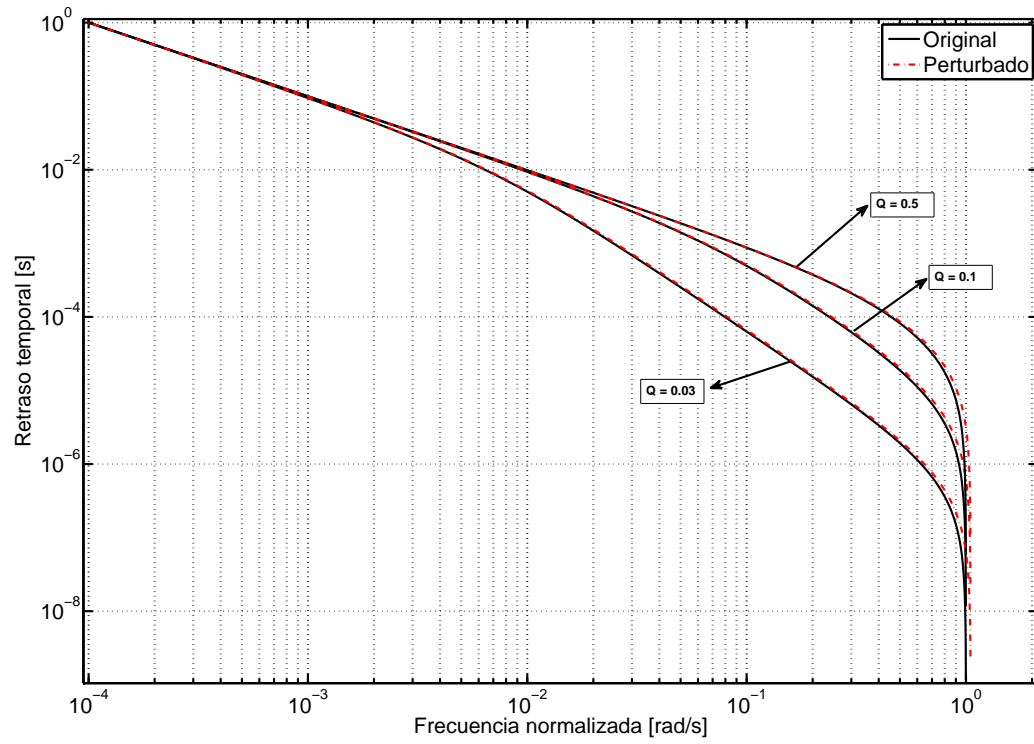


Figura 3.24: Retraso temporal para el filtro original y el filtro perturbado.

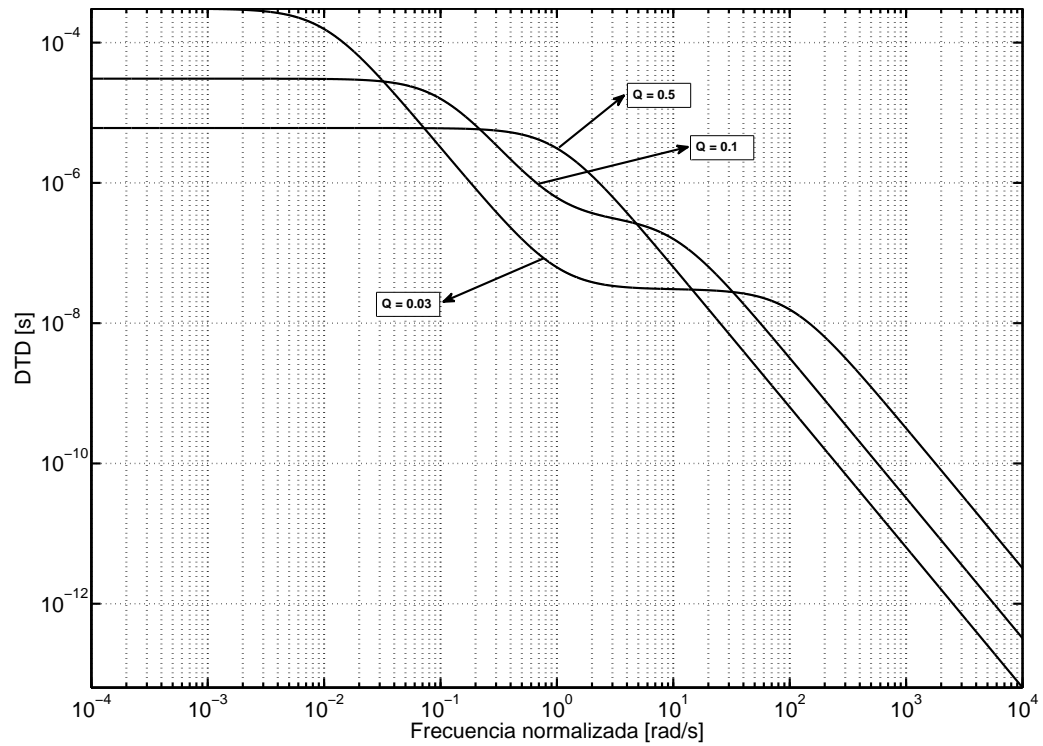


Figura 3.25: DTD resultante, calculado mediante la linealización (3.22).

De estas curvas es interesante notar que si bien el filtro de mayor  $Q$  presenta la menor diferencia de retrasos temporales entre las señales de salida para frecuencias bajas y altas, alrededor de la frecuencia central del filtro, el menor retraso relativo es el resultante del filtro con menor  $Q$ . Esto significa que mientras más separados estén los polos de baja y alta frecuencia, menor será el retraso temporal relativo para señales de frecuencias cercanas a la frecuencia central del filtro.

### 3.3. Señales de entrada generalizadas

Cuando la entrada al sistema es una señal general, compuesta por más de una componente frecuencial, cada componente sufrirá un retraso temporal distinto, y los filtros producirán señales de salida diferentes. Esto significa que no puede obtenerse el retraso temporal mediante la expresión (3.3), y debe introducirse un nuevo criterio para su análisis.

Se considera como ejemplo el sistema de la Fig. 3.26, integrado por dos filtros con ligeras variaciones paramétricas.

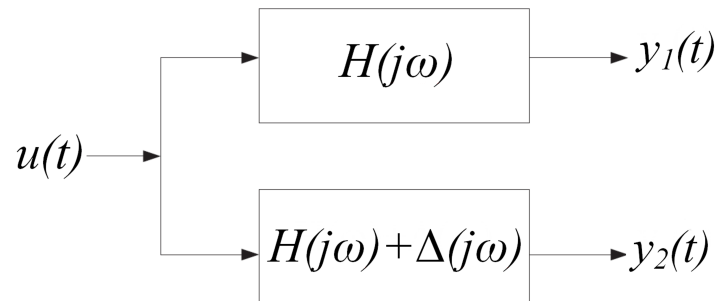


Figura 3.26: Caso de estudio, incluyendo un sistema nominal y uno perturbado.

Si ambos filtros son excitados por una misma señal, compuesta por la suma de  $n$  tonos de distinta frecuencia

$$u(t) = \sum_{i=1}^n \text{sen}(\omega_i t), \quad (3.26)$$

sus salidas tendrán la siguiente forma:

$$\begin{aligned} y_1(t) &= \sum_{i=1}^n a_i \text{sen}(\omega_i(t + t_{pi})) \\ y_2(t) &= \sum_{i=1}^n a'_i \text{sen}(\omega_i(t + t'_{pi})). \end{aligned} \quad (3.27)$$

En este trabajo se propone la correlación cruzada como herramienta para *estimar* la diferencia de retraso temporal entre las señales de salida de los filtros. Esta elección se basa en el amplio uso que se le ha dado a esta herramienta matemática para comparar señales estrechamente relacionadas, e inclusive para la estimación de retrasos temporales entre señales [15, 14, 16, 17, 19, 20].

### 3.3.1. Correlación cruzada

La correlación cruzada (*cross-correlation*) es una técnica estadística utilizada frecuentemente en procesamiento de señales, para medir la similaridad de dos formas de onda en función de un retraso temporal  $\tau$  aplicado a una de ellas. Sean dos señales  $s_1(t)$ ,  $s_2(t)$ , la correlación cruzada entre ellas se define de la siguiente manera:

$$R_{s_1, s_2}(\tau) = E[s_1(t), s_2(t - \tau)] = \int_{-\infty}^{\infty} s_1(t) s_2(t + \tau) dt \quad (3.28)$$

donde  $E[s_1(t), s_2(t - \tau)]$  representa la esperanza o valor esperado.

Para una ventana de tiempo  $T$ , el valor principal de la integral en (3.28) puede expresarse como:

$$R_{s_1, s_2}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T s_1(t) s_2(t + \tau) dt. \quad (3.29)$$

Una vez obtenida la función correlación, es posible encontrar el retraso temporal entre las señales  $s_1$  y  $s_2$  como el valor de  $\tau$  que la maximiza.

A continuación, dado el sistema de la Fig. 3.26, se considera que las variaciones paramétricas en los filtros son suficientemente pequeñas para que el efecto de las diferencias entre los coeficientes de atenuación sobre la diferencia de retrasos temporales de las señales de salida sea despreciable. Además se considera que el ruido presente en las señales de salida tiene valor medio cero, y es no correlacionado con las señales, ni mutuamente.

Por otra parte, se considera la salida  $y_1(t)$  en la expresión (3.27) como referencia y que la señal  $y_2(t)$  presenta un retraso temporal con respecto a la misma. De acuerdo a estas hipótesis, si se define  $\delta_i = t'_{pi} - t_{pi}$  en la expresión (3.27), puede enunciarse el siguiente teorema.

**Teorema 1** *Correlación de señales periódicas compuestas por la suma de  $n$  señales senoidales*

Sean dos señales  $y_1(t)$  e  $y_2(t)$ , donde  $y_1(t)$  está compuesta por la suma de  $n$  señales senoidales de amplitud  $a_k$  y frecuencia  $\omega_k$  ( $k = 1, 2, \dots, n$ ), e  $y_2(t)$  es tal que sus componentes presentan un retraso temporal  $\delta_k$  ( $k = 1, 2, \dots, n$ ) respecto a las componentes de  $y_1(t)$ , es decir:

$$y_1(t) = \sum_{k=1}^N a_k \operatorname{sen}(\omega_k t), \quad (3.30)$$

$$y_2(t) = \sum_{k=1}^N a_k \operatorname{sen}(\omega_k (t + \delta_k)). \quad (3.31)$$

Si la correlación cruzada entre ambas señales se define como

$$R_{y_1 y_2}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T y_1(t) y_2(t + \tau) dt \quad (3.32)$$

donde

$$y_1(t) y_2(t + \tau) = \sum_{k=1}^N a_k \operatorname{sen}(\omega_k t) \sum_{k=1}^N a_k \operatorname{sen}(\omega_k (t + \delta_k + \tau)), \quad (3.33)$$

entonces

$$R_{y_1 y_2}(\tau) = \sum_{k=1}^N \frac{a_k^2}{2} \cos(\omega_k (\tau + \delta_k)). \quad (3.34)$$

*Demostración:* Ver Anexo I.

A partir de este resultado, es posible estimar el retraso temporal entre las señales  $y_1(t)$  e  $y_2(t)$  como el valor de  $\tau$  que maximiza (3.34), es decir

$$\delta = \arg \max_{\tau \in [0, \infty)} R(\tau). \quad (3.35)$$

Si las componentes frecuenciales de la señal de entrada están en relación racional entre sí (es decir, si  $\omega_k/\omega_j = p/q$ , para  $k \neq j$ , donde  $p, q \in \mathbb{Z}$ ), entonces  $R(\tau)$  es una función periódica y tiene infinitos máximos. En cambio, si las frecuencias no presentan una relación racional, la correlación cruzada tiene infinitos extremos relativos, pero un sólo máximo. El valor del máximo se obtiene de la solución de  $dR(\tau)/d\tau = 0$  donde además  $d^2R(\tau)/d\tau^2 > 0$ , que está dada por:

$$\sum_{k=1}^N a_k^2 \omega_k \operatorname{sen}[\omega_k (\delta_k + \tau)] = 0 \quad (3.36)$$

Para obtener una mejor interpretación del resultado de este teorema es útil analizar el caso particular en que la señal de entrada está compuesta por la suma de dos señales senoidales, ya que permite obtener expresiones simples para la estimación del DTD del sistema, y elaborar ejemplos que pueden ser verificados experimentalmente. En este caso, las señales de salida del sistema de la Fig. 3.26 son

$$y_1(t) = a_1 \operatorname{sen}(\omega_1 t) + a_2 \operatorname{sen}(\omega_2 t);$$

$$y_2(t) = a_1 \operatorname{sen}(\omega_1(t + \delta_1)) + a_2 \operatorname{sen}(\omega_2(t + \delta_2)),$$

y, de acuerdo a (3.34), el resultado de la correlación entre ambas es

$$R(\tau) = a_1^2 \frac{\cos(\omega_1(\delta_1 + \tau))}{2} + a_2^2 \frac{\cos(\omega_2(\delta_2 + \tau))}{2}. \quad (3.37)$$

El valor del máximo de  $R(\tau)$  se obtiene de la solución de  $dR(\tau)/d\tau = 0$  donde además  $d^2R(\tau)/d\tau^2 > 0$ , que está dada por:

$$\frac{a_1^2 \omega_1 \operatorname{sen}(\omega_1(\delta_1 + \tau))}{2} = -\frac{a_2^2 \omega_2 \operatorname{sen}(\omega_2(\delta_2 + \tau))}{2} \quad (3.38)$$

En este punto se pueden considerar dos casos. Primero se examinará el caso donde los retrasos temporales individuales  $\delta_i$  y el retraso total entre las señales  $\tau$  son pequeños comparados con los períodos de las componentes de la señal de entrada, es decir:  $\omega_i(\tau + \delta_i) \ll 1$  para  $i = 1, 2$ .

1) *Retraso temporal individual pequeño comparado con  $1/\omega_i$  ( $i = 1, 2$ ):* En este caso es posible realizar la siguiente aproximación:  $\operatorname{sen}(\omega_i(\tau + \delta_i)) \cong \omega_i(\tau + \delta_i)$  de manera tal que (3.38) se reduce a:

$$a_1^2 \omega_1^2 (\delta_1 + \tau) = -a_2^2 \omega_2^2 (\delta_2 + \tau).$$

Luego de alguna manipulación algebraica, se obtiene una expresión para  $\delta$ :

$$\delta = -(\alpha \delta_1 + (1 - \alpha) \delta_2), \quad (3.39)$$

donde:

$$\alpha = \frac{\omega_1^2 a_1^2}{\omega_1^2 a_1^2 + \omega_2^2 a_2^2} \quad (3.40)$$

$$(1 - \alpha) = \frac{\omega_2^2 a_2^2}{\omega_1^2 a_1^2 + \omega_2^2 a_2^2}. \quad (3.41)$$

A partir de la expresión (3.39) pueden extraerse algunas conclusiones interesantes. En primer lugar, el DTD entre las señales de salida compuestas por la suma de dos tonos es la combinación convexa del DTD correspondiente a los tonos individuales, por lo tanto siempre tomará un valor intermedio, es decir, un valor dentro del siguiente rango:

$$\Lambda = [\text{mín}(\delta_1, \delta_2), \text{máx}(\delta_1, \delta_2)]$$

En segundo lugar, es interesante notar que si las amplitudes de los tonos que componen la señal de entrada son equivalentes, entonces el DTD entre las señales compuestas será similar al DTD individual correspondiente al tono de mayor frecuencia.

2) *DTD individual grande comparado con  $1/\omega_i$* : Para analizar este caso se considera que la frecuencia de uno de los dos tonos, por ejemplo,  $\omega_2$ , es alta, de modo que  $\omega_2(\delta_2 + \tau) \gg 1$  mientras que la frecuencia del otro tono todavía satisface que  $\omega_1(\delta_1 + \tau) \ll 1$ . En estas condiciones, el primer término de (3.37) puede aproximarse por un término constante mediante el teorema de Taylor, en un entorno de  $\tau = -\delta_1$  donde llega a su máximo valor, es decir:  $a_1^2 \frac{\cos(\omega_1(\delta_1 + \tau))}{2} \approx a_1^2/2$ . Por lo tanto:

$$R(\tau) \approx \frac{a_1^2}{2} + a_2^2 \frac{\cos(\omega_2(\delta_2 + \tau))}{2}. \quad (3.42)$$

El segundo término de (3.42) es periódico, y tiene su valor máximo en los puntos

$$(-\delta_2 + 2k\pi/\omega_2), \quad k \in Z. \quad (3.43)$$

Dado que  $R(\tau)$  quedó reducido a la suma de un término constante y una función cosenoidal, es claro que su valor máximo coincidirá con el máximo de la función cosenoidal que se encuentre más próximo a  $-\delta_1$ . Como  $k$  tiene que tomar valores enteros, la solución de (3.43) que coincide con  $\tau = -\delta_1$  es  $k = \omega_2(\delta_2 - \delta_1)/(2\pi)$ . Por lo tanto, la solución está dada por:

$$\delta = -\delta_2 + 2k\pi/\omega_2, \quad (3.44)$$

$$k = \lceil (\omega_2(\delta_2 - \delta_1)/(2\pi)) \rceil, \quad (3.45)$$

donde  $\lceil \cdot \rceil$  denota la función techo.

La aproximación del DTD compuesto dada por (3.44) es válida a partir del primer valor de frecuencia  $\omega_2$  para el cual existen dos máximos de la función cosenoidal a la misma distancia de  $-\delta_1$ . Este valor de frecuencia puede obtenerse de la siguiente expresión:

$$-\delta_1 = -\delta_2 + \frac{2k\pi}{\omega_2} - \frac{\pi}{\omega_2} \Rightarrow (\delta_2 - \delta_1) = \frac{2k\pi - \pi}{\omega_2} \Rightarrow \omega_2 = \frac{2k\pi - \pi}{(\delta_2 - \delta_1)}.$$

Entonces, el DTD compuesto puede expresarse de la siguiente manera:

$$\delta = \begin{cases} \frac{\omega_1^2 a_1^2 \delta_1 + \omega_2^2 a_2^2 \delta_2}{\omega_1^2 a_1^2 + \omega_2^2 a_2^2}, & \text{si } \omega_2 \leq \frac{2k\pi - \pi}{(\delta_2 - \delta_1)} \\ -\delta_2 + \frac{2\pi}{\omega_2} \times \left[ \left( \frac{1}{2\pi} \omega_2 (\delta_2 - \delta_1) \right) \right], & \text{si } \omega_2 > \frac{2k\pi - \pi}{(\delta_2 - \delta_1)} \end{cases} \quad (3.46)$$

**Ejemplo 9** DTD para filtros pasabajos de primer orden

Sean un sistema original y un sistema perturbado, caracterizados por las funciones transferencia  $H_1(s)$  y  $H_2(s)$  dadas por

$$H_1(s) = \frac{1}{s+1}, \quad H_2(s) = \frac{1}{s+1+\Delta},$$

respectivamente, las respuestas en frecuencia son

$$H_1(j\omega) = \frac{1}{j\omega+1}, \quad H_2(j\omega) = \frac{1}{j\omega+1+\Delta},$$

y en módulo y fase se expresan como

$$|H_1(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{\omega^2+1}}, \quad \arg \{H_1(j\omega)\} = -\arctan(\omega),$$

$$|H_2(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{\omega^2+(1+\Delta)^2}}, \quad \arg \{H_2(j\omega)\} = -\arctan\left(\frac{\omega}{1+\Delta}\right).$$

Si ambos sistemas son excitados con la misma señal  $u(t) = \text{sen}(\omega_1 t) + \text{sen}(\omega_2 t)$ , la salida en estado estacionario del sistema  $H_1$  es

$$\begin{aligned} y_1(t) &= \frac{1}{\sqrt{\omega_1^2+1}} \text{sen}(\omega_1 t - \arctan(\omega_1)) + \frac{1}{\sqrt{\omega_2^2+1}} \text{sen}(\omega_2 t - \arctan(\omega_2)) \\ &= \frac{1}{\sqrt{\omega_1^2+1}} \text{sen}(\omega_1(t-t_{p1})) + \frac{1}{\sqrt{\omega_2^2+1}} \text{sen}(\omega_2(t-t_{p2})) \end{aligned}$$

donde, de acuerdo a la expresión (3.3),

$$t_{p1} = \frac{\arctan(\omega_1)}{\omega_1}, \quad t_{p2} = \frac{\arctan(\omega_2)}{\omega_2}.$$

La salida en estado estacionario del sistema perturbado  $H_2$  es

$$\begin{aligned}
y_2(t) &= \frac{1}{\sqrt{\omega_1^2 + (1 + \Delta)^2}} \operatorname{sen} \left( \omega_1 t - \arctan\left(\frac{\omega_1}{1 + \Delta}\right) \right) + \frac{1}{\sqrt{\omega_2^2 + (1 + \Delta)^2}} \operatorname{sen} \left( \omega_2 t - \arctan\left(\frac{\omega_2}{1 + \Delta}\right) \right) \\
&= \frac{1}{\sqrt{\omega_1^2 + (1 + \Delta)^2}} \operatorname{sen} \left( \omega_1 (t - t'_{p1}) \right) + \frac{1}{\sqrt{\omega_2^2 + (1 + \Delta)^2}} \operatorname{sen} \left( \omega_2 (t - t'_{p2}) \right)
\end{aligned}$$

donde

$$t'_{p1} = \frac{1}{\omega_1} \arctan \left( \frac{\omega_1}{1 + \Delta} \right), \quad t'_{p2} = \frac{1}{\omega_2} \arctan \left( \frac{\omega_2}{1 + \Delta} \right).$$

Si se define

$$\begin{aligned}
\delta_1 &= t'_{p1} - t_{p1} = \frac{1}{\omega_1} \left[ \arctan \left( \frac{\omega_1}{1 + \Delta} \right) - \arctan(\omega_1) \right], \\
\delta_2 &= t'_{p2} - t_{p2} = \frac{1}{\omega_2} \left[ \arctan \left( \frac{\omega_2}{1 + \Delta} \right) - \arctan(\omega_2) \right].
\end{aligned}$$

entonces la correlación entre  $y_1(t)$  e  $y_2(t)$  es

$$\begin{aligned}
R(\tau) &= \frac{1}{2(\omega_1^2 + 1)} \cos(\omega_1(\tau + \delta_1)) + \frac{1}{2(\omega_2^2 + 1)} \cos(\omega_2(\tau + \delta_2)) \\
&= \frac{1}{2(\omega_1^2 + 1)} \cos \left( \omega_1 \tau + \arctan \left( \frac{\omega_1}{1 + \Delta} \right) - \arctan(\omega_1) \right) \\
&\quad + \frac{1}{2(\omega_2^2 + 1)} \cos \left( \omega_2 \tau + \arctan \left( \frac{\omega_2}{1 + \Delta} \right) - \arctan(\omega_2) \right).
\end{aligned}$$

Si  $\omega_1 = 1$  rad/s, se obtiene que

$$R(\tau) = \frac{1}{4} \cos \left( \tau + \arctan \left( \frac{1}{1 + \Delta} \right) - \frac{\pi}{4} \right) + \frac{1}{2(\omega_2^2 + 1)} \cos \left( \omega_2 \tau + \arctan \left( \frac{\omega_2}{1 + \Delta} \right) - \arctan(\omega_2) \right). \quad (3.47)$$

El DTD se obtiene hallando los valores  $\tau = \tau^*$  que maximizan  $R(\tau)$ , y que dependen de la frecuencia  $\omega_2$ . La expresión (3.47) no admite solución cerrada, pero se pueden establecer asíntotas cuando  $\omega_2 = 0$ , y cuando  $\omega_2 \rightarrow \infty$ .

- Si  $\omega_2 = 0$ , se tiene que

$$R(\tau)|_{\omega_2=0} = \frac{1}{4} \cos \left( \tau + \arctan \left( \frac{1}{1 + \Delta} \right) - \frac{\pi}{4} \right) + \frac{1}{2}$$

que es una función periódica de  $\tau$ , con infinitos máximos que ocurren cuando el



argumento del coseno es múltiplo de  $2\pi$ :

$$\tau + \arctan\left(\frac{1}{1+\Delta}\right) - \frac{\pi}{4} = 2k\pi$$

de donde se tiene que el valor de  $\tau = \tau^*$  que maximiza  $R(\tau)$  para  $\omega_2 = 0$  es

$$\tau^* = \frac{\pi}{4} - \arctan\left(\frac{1}{1+\Delta}\right) + 2k\pi.$$

Eligiendo arbitrariamente el valor más próximo al origen, se tiene que

$$\tau^* = \frac{\pi}{4} - \arctan\left(\frac{1}{1+\Delta}\right), \quad (3.48)$$

que naturalmente es nulo si  $\Delta = 0$  (es decir, cuando no hay desapareamiento en los filtros).

- Cuando  $\omega_2 \rightarrow \infty$ , la correlación toma el valor

$$R(\tau)|_{\omega_2 \rightarrow \infty} = \frac{1}{2\sqrt{2}} \cos\left(\tau + \arctan\left(\frac{1}{1+\Delta}\right) - \frac{\pi}{4}\right),$$

que también presenta infinitos máximos ubicados en los mismos valores de  $\tau = \tau^*$  que para el caso anterior.

- Otro caso particular se da cuando  $\omega_2 = \omega_1 = 1$ , para el cual

$$R(\tau)|_{\omega_2=1} = \frac{1}{2} \cos\left(\tau + \arctan\left(\frac{1}{1+\Delta}\right) - \frac{\pi}{4}\right)$$

y por lo tanto, el retraso es el mismo que en los casos anteriores.

- Para el resto de las frecuencias, el retraso debe calcularse numéricamente encontrado los puntos donde se anula la derivada de  $R(\tau)$ , es decir donde

$$\frac{\partial R(\tau)}{\partial \tau} = 0.$$

Este es un cálculo particularmente difícil debido a que cuando  $\omega_2$  crece, las oscilaciones del segundo término de (3.47) son de pequeña magnitud, pero de alta frecuencia, lo que resulta complicado para la mayoría de los métodos numéricos de cálculo de los ceros.

Si se utiliza la aproximación (3.39):

$$|\delta| = \alpha\delta_1 + (1 - \alpha)\delta_2,$$

donde

$$\delta_1 \cong \frac{\Delta}{\omega_1^2 + 1}, \quad \delta_2 \cong \frac{\Delta}{\omega_2^2 + 1}, \quad \alpha = \frac{\omega_1^2 a_1^2}{\omega_1^2 a_1^2 + \omega_2^2 a_2^2}$$

con  $a_i = 1/\sqrt{\omega_i^2 + 1}$ , se encuentra que

$$\delta \cong \frac{\omega_1^2 (\omega_2^2 + 1)^2 + \omega_2^2 (\omega_1^2 + 1)^2}{(\omega_1^2 + 1) (\omega_2^2 + 1) (\omega_1^2 + 2\omega_1^2\omega_2^2 + \omega_2^2)}, \quad (3.49)$$

Para el caso particular en que  $\omega_1 = 1$ , se tiene que:

- si  $\omega_2 = 0$ , resulta

$$\delta \cong \frac{\Delta}{2}$$

que coincide con la linealización de primer orden en  $\Delta$  de la ecuación (3.48).

- si  $\omega_2 \rightarrow \infty$ , se encuentra que

$$\delta \cong \frac{\Delta}{6},$$

y esto es muy diferente del resultado real. Esto es natural porque para  $\omega_2 \rightarrow \infty$  se viola la condición  $\omega(\delta + \tau) \ll 1$ .

- Finalmente, para  $\omega_2 = \omega_1 = 1$ ,

$$\delta \cong \frac{\Delta}{2},$$

que nuevamente coincide con el resultado teórico.

En la Fig. 3.27 se comparan el DTD calculado numéricamente en base a la expresión de la correlación y el calculado mediante las aproximaciones, para dos filtros pasabajos de primer orden con frecuencia de corte en 1 rad/s y un desapareamiento del 1%. La señal de entrada utilizada está compuesta por la suma de dos tonos  $u_1(t) = \text{sen}(\omega_1 t)$ ,  $u_2(t) = \text{sen}(\omega_2 t)$  donde  $\omega_1 = 1$  rad/s se mantiene constante y  $\omega_2$  varía dentro del rango  $[10^{-2}, 10^4]$ .

De acuerdo a (3.19), los DTD individuales para filtros pasabajos de primer orden tienen la forma  $\delta_i = \Delta/(\omega_i^2 + 1)$ . Como la frecuencia del primer tono es fija,  $\delta_1 = \Delta/(\omega_1^2 + 1)$  es constante e igual a 5 ms, mientras que  $\delta_2 = \Delta/(\omega_2^2 + 1)$ .

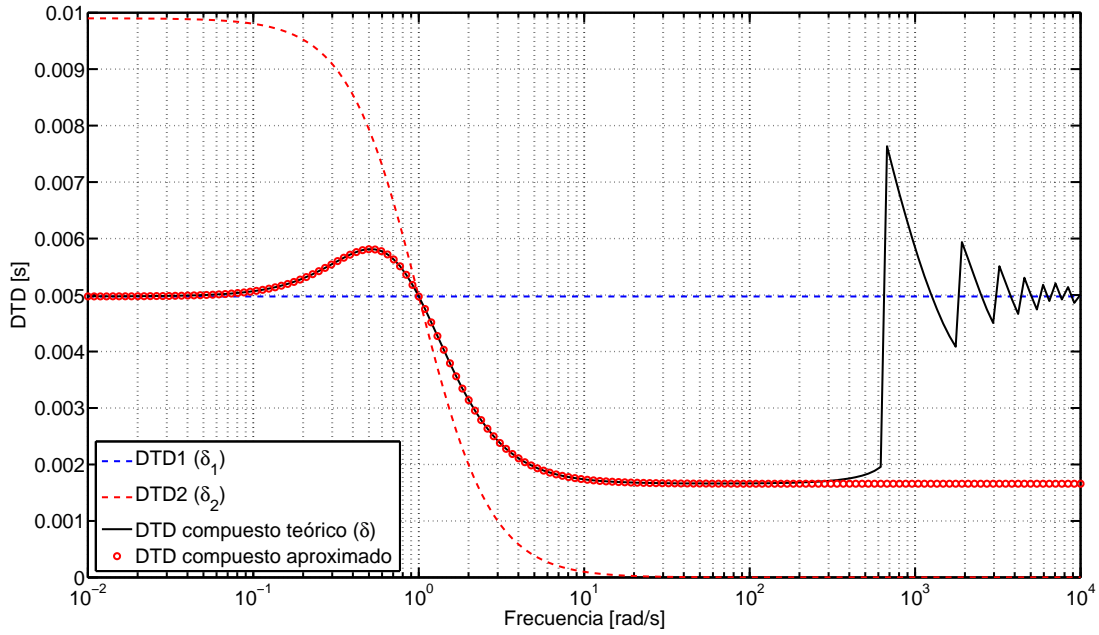


Figura 3.27: DTD individual y compuesto en función de la frecuencia para un pasabajos de primer orden.

En la figura puede verse que para frecuencias  $\omega_2 \ll \omega_1$ , si bien  $a_2 > a_1$  y  $\delta_2 > \delta_1$ , el valor de  $\alpha$  es muy cercano a la unidad y entonces el DTD compuesto  $\delta \approx \delta_1$ . Cuando  $\omega_2 = \omega_1 = 1$ ,  $a_2 = a_1$ ,  $\delta_2 = \delta_1$  y por lo tanto:  $\delta = \delta_1 = \Delta/2$ . A medida que  $\omega_2$  aumenta, su valor se hace predominante en (3.39), es decir,  $\delta_2$  domina el DTD compuesto aún cuando el valor de  $a_2$  sigue disminuyendo. Aproximadamente una década después de la frecuencia de corte del filtro, el aumento de  $\omega_2$  es compensado por la atenuación de  $a_2$ , de modo que  $\omega_2^2 a_2^2$  se mantiene constante y el DTD compuesto asume un valor constante con respecto a la frecuencia  $\delta \cong \Delta/6$ . Finalmente, cuando  $\omega_2$  es suficientemente grande, la aproximación deja de ser válida porque se viola la condición  $\omega(\delta + \tau) \ll 1$ . Para altas frecuencias, es notable la diferencia entre la curva teórica y la obtenida a partir de la aproximación, la primera tiende a  $\delta_1 = \Delta/2$ , como indica el cálculo de la asíntota, mientras que la aproximación se mantiene constante e igual a  $\Delta/6$ .

Si ahora se incorpora la aproximación (3.44), obtenida para valores de  $\omega_2$  tales que  $\omega_2(\delta_2 + \tau) \gg 1$ , se obtienen las curvas de la Fig. 3.28.

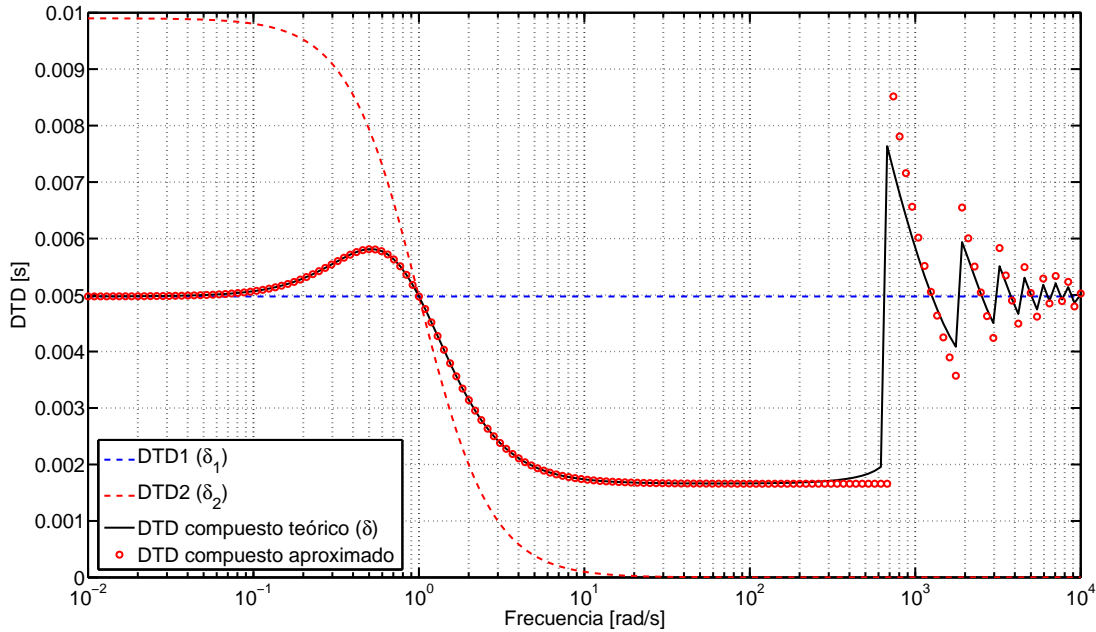


Figura 3.28: DTD individual y compuesto en función de la frecuencia para un pasabajos de primer orden.

Resulta evidente que la estimación para altas frecuencias no es tan buena como la obtenida para bajas frecuencias, y esto se debe a la aproximación del primer término de (3.37) por una constante. De todos modos, la expresión (3.44) permite completar la aproximación del DTD en función de la frecuencia, describiendo la forma en que  $\delta$  vuelve a converger a  $\delta_1 = \Delta/2$  cuando  $\omega_2 \rightarrow \infty$ , coincidiendo con el cálculo de la asíntota de la ecuación (3.47).

En síntesis, para filtros pasabajos de primer orden, la frecuencia de los tonos que componen las señales de salida tiene mayor influencia sobre el valor del DTD compuesto que su amplitud, y, para frecuencias cercanas a la frecuencia de corte de los filtros, el DTD compuesto queda dominado por el DTD individual correspondiente al tono de mayor frecuencia. Este resultado es interesante desde el punto de vista del diseño de filtros apareados, ya que el DTD individual correspondiente a tonos de mayor frecuencia es generalmente menor. Sin embargo, es necesario prestar especial atención a las potenciales señales externas de alta frecuencia ya que pueden introducir un DTD espurio de gran magnitud, como se evidencia en la Fig. 3.28. Este efecto no es apreciable en filtros de mayor orden.

#### Ejemplo 10 DTD para filtros pasaaltos de primer orden

Se considerarán dos filtros pasaaltos de la forma  $\|H_1(\omega)\| = aj\omega/(j\omega + b)$  y  $\|H_2(\omega)\| =$

$aj\omega/(j\omega + b + \Delta b)$  con  $a = 1$ ,  $b = 10$ ,  $\Delta b = -b/10$  y una señal de entrada compuesta por la suma de dos tonos  $u_1(t) = \text{sen}(\omega_1 t)$ ,  $u_2(t) = \text{sen}(\omega_2 t)$  donde  $\omega_1 = 5$  rad/s se mantiene constante y  $\omega_2$  varía dentro del rango  $[10^{-2}, 10^3]$ . Para este caso,  $a_i = \omega_i/\sqrt{\omega_i^2 + b^2}$ ,  $i = 1, 2$  de manera que para el tono de frecuencia constante,  $a_1 \approx \omega_1/b$  y  $a_2$  tiende a 1 para valores de frecuencia  $\omega_2$  grandes. La Fig. 3.29 muestra los DTD individuales  $\delta_1$  y  $\delta_2$ , y el DTD correspondiente a la señal compuesta por la suma de los dos tonos, en función de la frecuencia  $\omega_2$ . Puede verse que a bajas frecuencias  $\delta$  es similar a  $\delta_1$  y luego tiende a  $\delta_2$  a partir del punto en que  $\omega_2 > \omega_1$ .

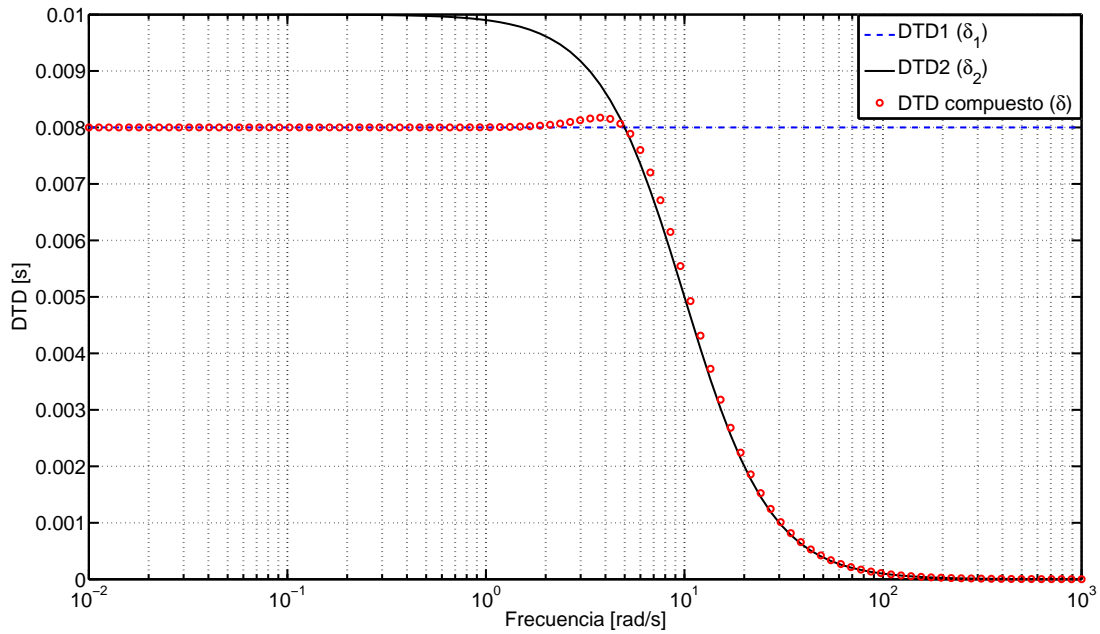


Figura 3.29: DTD individual y compuesto en función de la frecuencia para un pasabajas de primer orden.

En este caso, al no existir una atenuación por parte de los filtros sobre el módulo de la componente de alta frecuencia, el DTD compuesto queda dominado fuertemente por el DTD individual correspondiente al tono de mayor frecuencia, durante todo el barrido frecuencial.

### Ejemplo 11 *Filtros pasabajos Butterworth de segundo orden*

Sean dos filtros pasabajos Butterworth de segundo orden, tales que:

$$H_1(j\omega) = \frac{\omega_{c1}^2}{-\omega^2 + (\sqrt{2}\omega_{c1})j\omega + \omega_{c1}^2}$$

$$H_2(j\omega) = \frac{\omega_{c2}^2}{-\omega^2 + (\sqrt{2}\omega_{c2})j\omega + \omega_{c2}^2}$$

donde  $\omega_{c1} = 1$  rad/s y  $\omega_{c2} = 1,01$  rad/s son sus respectivas frecuencias de corte. Sea una señal de entrada común a ambos filtros, compuesta por la suma de dos tonos  $u_1(t) = \text{sen}(\omega_1 t)$ ,  $u_2(t) = \text{sen}(\omega_2 t)$  donde  $\omega_1 = 0,9$  rad/s se mantiene constante y  $\omega_2$  varía dentro del rango  $[10^{-2}, 10^3]$ . Las señales de salida de los filtros tienen la forma (3.3.1), (3.3.1). En este ejemplo, la amplitud de la señal  $u_1(t)$ , cuya frecuencia es igual a la frecuencia de corte del filtro, sufre una atenuación tal que  $a_1 \approx 0,78$ , mientras que  $a_2 = \|H(\omega_2)\|$ .

La Fig. 3.30 muestra los DTD individuales para el caso del ejemplo, y el DTD compuesto estimado mediante (3.39).

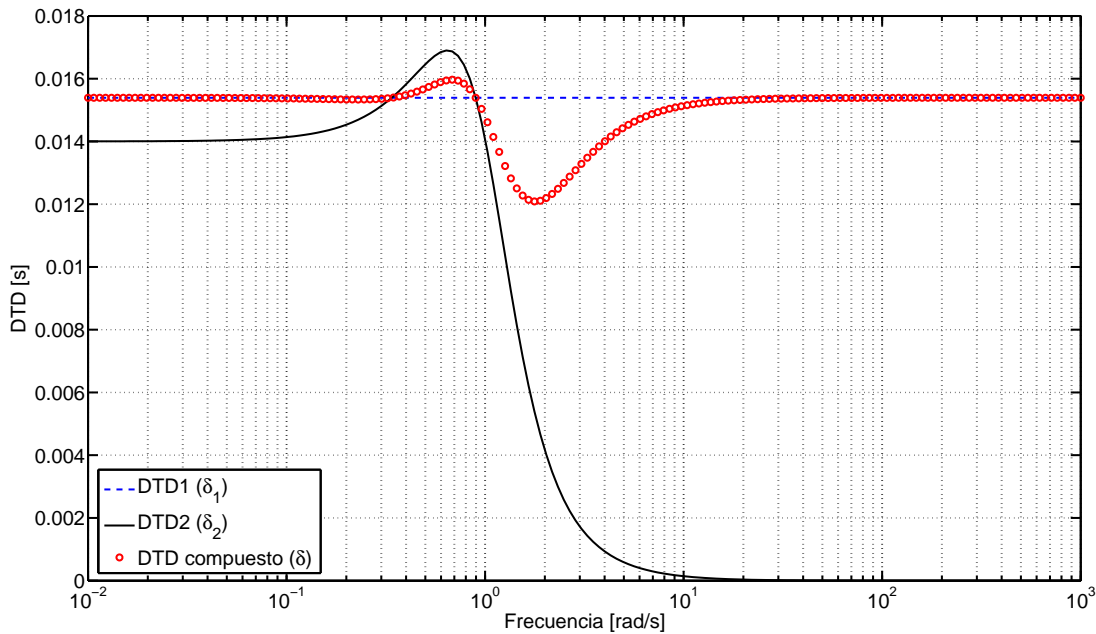


Figura 3.30: DTD individual y compuesto en función de la frecuencia para filtros pasabajos Butterworth de segundo orden.

Este ejemplo permite derivar interesantes conclusiones. En primer lugar, para frecuencias menores a la frecuencia de corte de los filtros, el DTD correspondiente al tono de mayor frecuencia domina el DTD compuesto, al igual que en el ejemplo de los filtros de primer orden, pero en este caso el DTD individual resulta de mayor magnitud en el tono de mayor frecuencia, es decir  $\delta_1 > \delta_2$ . Esto se debe a que la forma de onda del DTD en un par de filtros de segundo o mayor orden puede presentar un sobrepico alrededor de la frecuencia de corte, es decir, no es monótonamente decreciente como en los sistemas de primer orden. Como la señal  $u_1(t)$  tiene frecuencia constante  $\omega_1$  dentro del rango de frecuencias del sobrepico, su DTD es mayor que el DTD correspondiente a frecuencias menores que la frecuencia de corte.

En segundo lugar, para frecuencias  $\omega_2$  mayores a la frecuencia de corte,  $\delta_2$  sólo domina

el DTD compuesto en un pequeño entorno de la frecuencia de corte. El efecto de atenuación del filtro en este caso hace que la contribución de  $\delta_2$  al DTD compuesto sea despreciable para frecuencias a partir de una década mayores a la frecuencia de corte de los filtros.

Estas conclusiones resultan interesantes desde el punto de vista del diseño de filtros apareados, ya que aumentar el orden de los filtros de manera de obtener mayor atenuación sobre señales fuera del rango de frecuencias de interés, genera no sólo un mayor DTD espurio a bajas frecuencias, sino que además puede presentar sobrepicos y ser aproximadamente 2.5 veces mayor que el DTD del filtro pasabajos de primer orden estudiado en el Ejemplo 9.

**Ejemplo 12** *Filtros pasaaltos Butterworth de segundo orden*

Sean dos filtros pasaaltos Butterworth de segundo orden, tales que:

$$H_1(j\omega) = \frac{(j\omega)^2}{-\omega^2 + (\sqrt{2}\omega_{c1})j\omega + \omega_{c1}^2},$$

$$H_2(j\omega) = \frac{(j\omega)^2}{-\omega^2 + (\sqrt{2}\omega_{c2})j\omega + \omega_{c2}^2},$$

donde  $\omega_{c1} = 10$  rad/s y  $\omega_{c2} = 11$  rad/s son sus respectivas frecuencias de corte. Sea una señal de entrada común a ambos filtros, compuesta por la suma de dos tonos  $u(t) = u_1(t) + u_2(t)$  donde  $u_1(t) = \text{sen}(\omega_1 t)$ ,  $u_2(t) = \text{sen}(\omega_2 t)$  y donde  $\omega_1 = 5$  rad/s se mantiene constante y  $\omega_2$  varía dentro del rango  $[10^{-2}, 10^3]$ . Las señales de salida de los filtros tienen la forma (3.3.1), (3.3.1). En este ejemplo, la amplitud de la señal  $u_1(t)$ , cuya frecuencia es igual a la frecuencia de corte del filtro, sufre una atenuación tal que  $a_1 \approx 0,27$ , mientras que  $a_2 = \|H(\omega_2)\|$ .

La Fig. 3.31 muestra los DTD individuales para el caso del ejemplo, y el DTD compuesto estimado mediante (3.39).

Al igual que en el ejemplo anterior, en los filtros pasaaltos de orden 2 o mayor, es posible que se produzcan sobrepicos en la forma de onda del DTD, por lo que no necesariamente el DTD correspondiente al tono de mayor frecuencia presenta menor magnitud. En la Fig. 3.31 puede verse el DTD compuesto es siempre dominado por el DTD correspondiente al tono de mayor frecuencia,  $\delta_1$  cuando  $\omega_2 < \omega_{c1}$  y  $\delta_2$  para frecuencias  $\omega_2$  mayores a la frecuencia de corte de los filtros. Además se puede apreciar que el DTD compuesto a bajas frecuencias es el doble que en el filtro de primer orden.

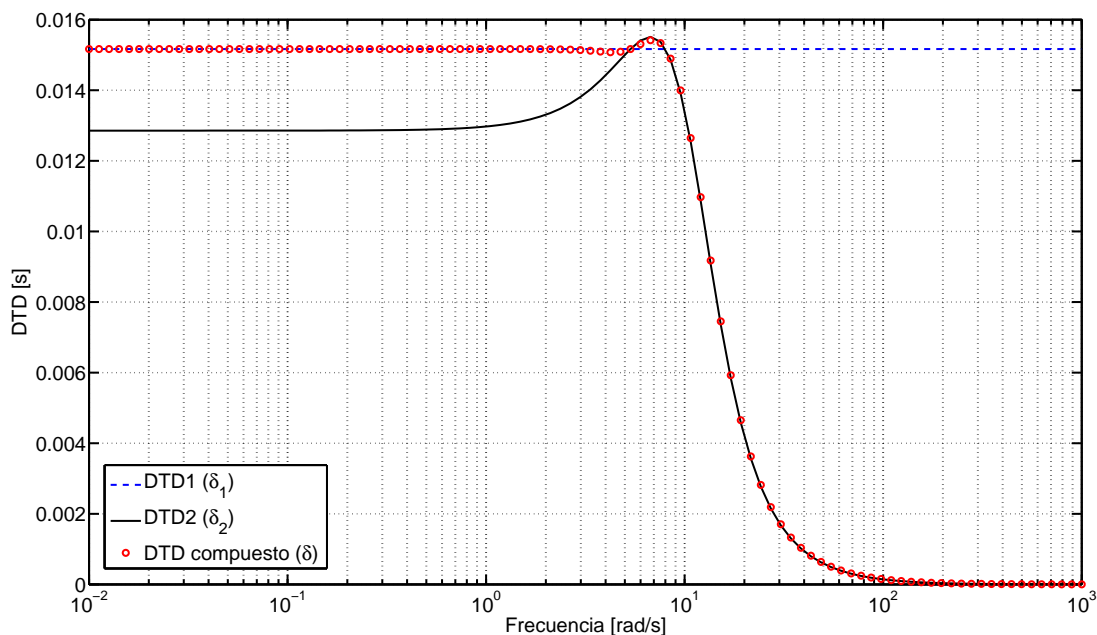


Figura 3.31: DTD individual y compuesto en función de la frecuencia para filtros pasaaltos Butterworth de segundo orden.

### 3.4. Resultados experimentales

Con el objetivo de validar las expresiones obtenidas en las secciones anteriores, se construyeron diferentes estructuras de filtros y se realizaron mediciones para la estimación del retraso temporal entre las salidas.

En primera instancia se construyeron filtros de primer orden, pasaltos y pasabajos, utilizando resistencias con tolerancia del 5% y capacitores cerámicos con tolerancia del 10%. Luego se utilizaron estos filtros para construir dos filtros pasabandas. Para realizar mediciones en filtros de mayor orden, se utilizaron filtros analógicos ajustables Stanford Research Systems (SRS), modelo SIM-965.

Las señales de entrada se construyeron con un generador de funciones SRS-DS360 de baja distorsión y bajo ruido, y las mediciones directas, así como la adquisición de formas de onda para procesamiento posterior, se realizaron con un osciloscopio LeCroy Waverunner 204 MXi-A.



### 3.4.1. Técnica de medición

#### Medición del DTD

Cuando la señal de excitación es una onda senoidal pura, es posible realizar una medición directa del DTD entre las señales de salida de dos filtros con ligeras variaciones paramétricas. De acuerdo a lo visto anteriormente, en un sistema como el de la Fig. 3.32, si la entrada es  $u(t) = \text{sen}(\omega_0 t)$ , las salidas en estado estacionario de los sistemas original y perturbado son

$$\begin{aligned} y_1(t) &= a_1 \text{sen}(\omega_0(t - t_{p1})), \\ y_2(t) &= a_2 \text{sen}(\omega_0(t - t_{p2})), \end{aligned} \quad (3.50)$$

donde  $a_i$  representa la función de atenuación del filtro para la frecuencia  $\omega_0$  y puede considerarse  $a_1 = a_2 = a$ . Además, de acuerdo a las expresiones (3.16) y (3.3), el DTD entre ellas es

$$\delta = t_{p2} - t_{p1} = - \left| \frac{\varphi_2(j\omega)}{\omega} \right|_{\omega=\omega_0} + \left| \frac{\varphi_1(j\omega)}{\omega} \right|_{\omega=\omega_0} = \frac{1}{\omega_0} (\varphi_1(j\omega_0) - \varphi_2(j\omega_0)). \quad (3.51)$$

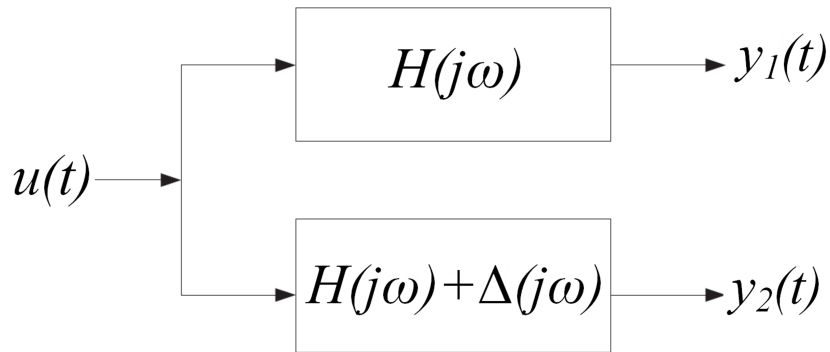


Figura 3.32: Caso de estudio, incluyendo un sistema nominal y uno perturbado.

Las curvas del DTD en función de la frecuencia se pueden construir entonces mediante la medición del desfase entre las señales de salida, dividido luego por la frecuencia de excitación.

Cuando la entrada al sistema es una señal general, compuesta por más de una componente frecuencial, cada componente sufrirá un retraso temporal distinto, y los filtros producirán señales de salida diferentes. Esto significa que no puede obtenerse el retraso temporal mediante la expresión (3.3), y debe utilizarse un método distinto para su medición. En esta tesis se propuso la correlación cruzada entre las señales de salida como herramienta para estimar el retraso temporal entre ellas. De acuerdo al Teorema 1, si se

define la correlación cruzada entre las señales  $y_1(t)$  e  $y_2(t)$  como

$$R_{y_1y_2}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T y_1(t)y_2(t + \tau)dt,$$

entonces el DTD será el valor de  $\tau$  que maximiza  $R_{y_1y_2}$ .

Como el tiempo de adquisición debe ser finito, sólo se podrá realizar una estimación de  $R_{y_1y_2}$  considerando un valor de  $T$  suficientemente grande. Se realizaron una serie de simulaciones en Matlab con el fin de evaluar las rutinas de correlación, y se llegó a la conclusión de que son necesarios al menos 15 ciclos de la componente de menor frecuencia de las señales a evaluar para que la rutina arroje resultado aceptables. Además se determinó que la relación entre el período de muestreo y el DTD a medir debe ser al menos 50 para que el error en la estimación sea menor al 1%. Esto puede complicar considerablemente las mediciones y el procesamiento, ya que implica el manejo de un volumen de datos muy grande. Por ejemplo, si se pretende construir la curva de DTD en función de la frecuencia comenzando el barrido frecuencial en 10 Hz, y el DTD a medir se encuentra en el orden del  $\mu s$ , es necesario adquirir al menos  $75 \times 10^6$  puntos por cada forma de onda.

Para las mediciones realizadas en este capítulo se adquirieron 20 ciclos de cada forma de onda, con una resolución de  $25 \times 10^6$  puntos por onda, que es la máxima permitida por la memoria del osciloscopio. Para obtener una buena señal de disparo en el osciloscopio, se utilizó la señal de sincronismo del generador. Como las señales adquiridas se encuentran desfasadas con respecto a la señal de entrada (por ser las salidas de los filtros), el primer paso del procesamiento es asegurarse que la onda que se considera referencia empiece y termine en un cruce por cero. En este procedimiento se descartan un gran número de puntos, y es por eso que se adquirieron 20 ciclos de cada onda en lugar de 15.

El siguiente paso en el procesamiento de las señales es la ejecución de la función *xcorr* de Matlab entre las señales adquiridas. Esta función genera un vector cuya longitud es el doble de la longitud final de las señales evaluadas y cuyo centro contiene el valor de la correlación para desplazamiento nulo. Luego, sabiendo al menos de forma aproximada el valor del DTD a medir, se extrae una ventana de datos de la señal resultante alrededor de su valor central, y se realiza una suavización mediante su ajuste a una función polinomial. Finalmente se busca el valor máximo de la forma de onda resultante y se calcula el DTD.

Para cada valor de frecuencia del barrido, este procedimiento se repitió 20 veces. Luego

se calculó la mediana de los valores obtenidos, a fin de eliminar los valores extremos que puedan deberse a algún error en la medición o en el procesamiento.

El sistema encargado del procesamiento de los datos adquiridos debe cumplir ciertos requerimientos mínimos, tanto en capacidad de almacenamiento como en velocidad de cálculo, ya que es el paso del proceso de medición que más tiempo consume. Por ejemplo, para las mediciones de este capítulo se utilizó como enlace con el osciloscopio una computadora con un procesador Athlon 3000+, un disco rígido de 320 GB y 2 GB de memoria RAM. Los vectores de datos generados por el osciloscio tienen un formato exclusivo dedicado al entorno Matlab que permite un cierto nivel de compresión. Sin embargo, cada punto de medición genera un archivo de 180 MB, y una medición completa ocupa entre 200 GB y 300 GB de información. La memoria RAM resultó insuficiente para cargar los vectores adquiridos en el entorno Matlab, por lo que debían ser transmitidos a un servidor compartido para su procesamiento. Todo el proceso, desde realizar la adquisición de datos hasta la evaluación de los resultados, significó una demora de 2 a 3 semanas para cada medición.

Para un segundo conjunto de mediciones, realizadas sobre un circuito integrado presentado en el capítulo 4, se adquirió una computadora con un procesador Intel I5 con cuatro núcleos, un disco rígido de 500 GB y 8 GB de memoria RAM. Este sistema permitió el procesamiento de los datos en paralelo con su adquisición, reduciendo el tiempo necesario para cada medición a 4 días, y permitiendo la caracterización completa del circuito integrado en 1 mes.

### **Respuesta en frecuencia**

Para poder generar las curvas teóricas del DTD en función de la frecuencia con el fin de compararlas con las obtenidas experimentalmente, es necesario conocer la ubicación de las frecuencias de corte de los filtros.

Los filtros RC pasaaltos y pasabajos de primer orden se implementaron con los mismos valores de resistencias y capacitores. Sin embargo, debido a las variaciones paramétricas propias de las tolerancias de sus componentes, los filtros no resultan idénticos. Para obtener el valor real de la frecuencia de corte de cada uno, se realizó una medición de su respuesta en frecuencia. Esta medición consistió en variar la frecuencia de la señal de entrada dentro de un rango apropiado, en 500 puntos espaciados logarítmicamente. En

cada paso de frecuencia se promediaron al menos 100 mediciones de la amplitud y la fase de cada filtro.

Utilizando el entorno Matlab, es posible programar el generador de funciones SRS-DS360 para realizar el barrido frecuencial de la señal de excitación, manteniendo su amplitud constante. Además, es posible programar el osciloscopio LeCroy Waverunner 204 MXi-A para medir la amplitud y la fase de las señales de salida, y almacenar variables estadísticas de las mismas, como su valor medio, máximo, mínimo y desvío típico. La automatización de las mediciones es fundamental para permitir una resolución en el rango de frecuencias a evaluar tan alta como sea necesario, de acuerdo a la proximidad entre las frecuencias de corte de los filtros. Una vez obtenidas las formas de onda, se utilizó una rutina de minimización por cuadrados mínimos relativos que permite obtener el valor de la frecuencia de corte de cada filtro que minimice el error entre la función teórica de su fase y la medición.

Para el caso de los filtros analógicos SIM-965 también se realizó la medición de su respuesta en frecuencia luego de ser programados, y se llegó a la conclusión de que el error en la frecuencia de corte establecida es menor que la precisión que puede obtenerse mediante el método de medición propuesto. Por lo tanto, se utilizaron directamente los valores de programación de las frecuencias de corte en la construcción de las curvas teóricas.

### 3.4.2. Filtros RC pasaaltos

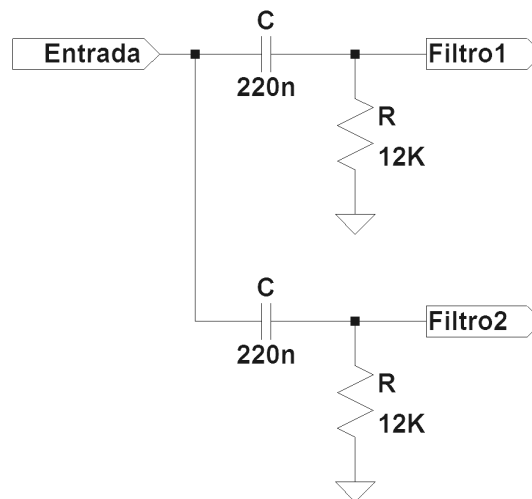


Figura 3.33: Filtros pasaaltos.

Los filtros se diseñaron para presentar una frecuencia de corte de 60 Hz. Sin embargo, debido a las variaciones paramétricas en las resistencias y los capacitores, propias de sus tolerancias, los filtros no resultan idénticos. Para obtener el valor real de la frecuencia de corte de cada uno, se realizó una medición de su respuesta en frecuencia. Esta medición consistió en variar la frecuencia de la señal de entrada entre 10 Hz y 1 KHz, en 500 puntos espaciados logarítmicamente. En cada paso de frecuencia se promediaron 100 mediciones de la amplitud y la fase de cada filtro. Los resultados de la respuesta en frecuencia de los filtros pasaaltos pueden verse en la Figs. 3.34 y 3.35.

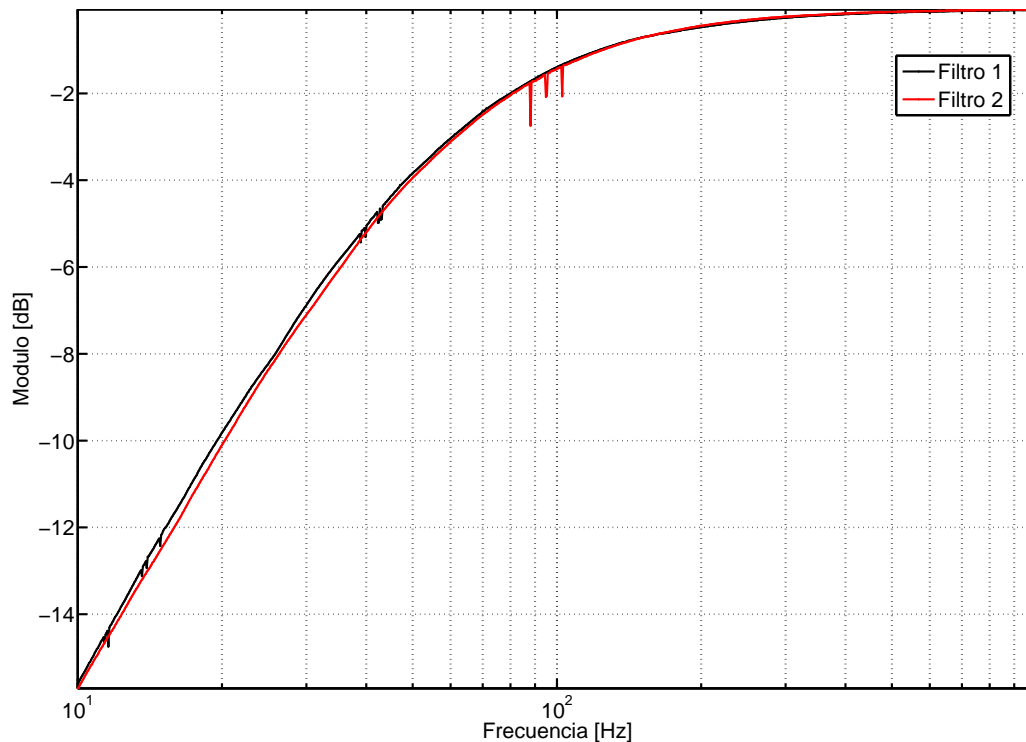


Figura 3.34: Respuesta en frecuencia de los filtros RC pasaaltos - Módulo.

Utilizando la rutina de minimización por cuadrados mínimos relativos, se obtuvo el valor de frecuencia de corte que mejor ajusta la curva de fase medida de cada filtro, y se obtuvo el siguiente resultado:

Frecuencia de corte del filtro 1: 57.81 Hz

Frecuencia de corte del filtro 2: 59.44 Hz

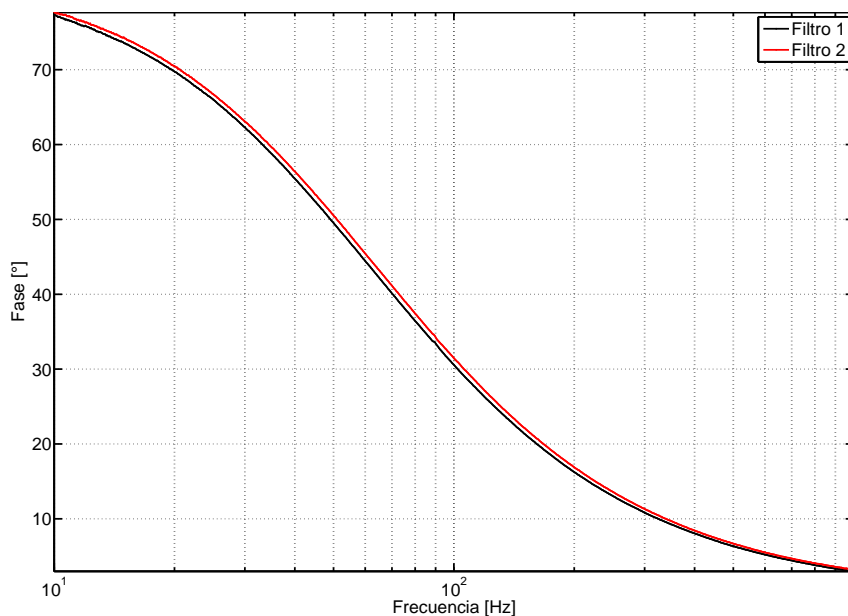


Figura 3.35: Respuesta en frecuencia de los filtros RC pasabajos - Fase.

Luego se realizó una serie de mediciones con el objetivo de validar la expresión teórica obtenida para la diferencia de retraso temporal entre las salidas de los filtros. La curva de DTD teórico se construyó mediante la expresión (3.22), a partir de los valores de frecuencia de corte de los filtros obtenidos anteriormente. Las curvas resultantes pueden verse en la Fig. 3.36.

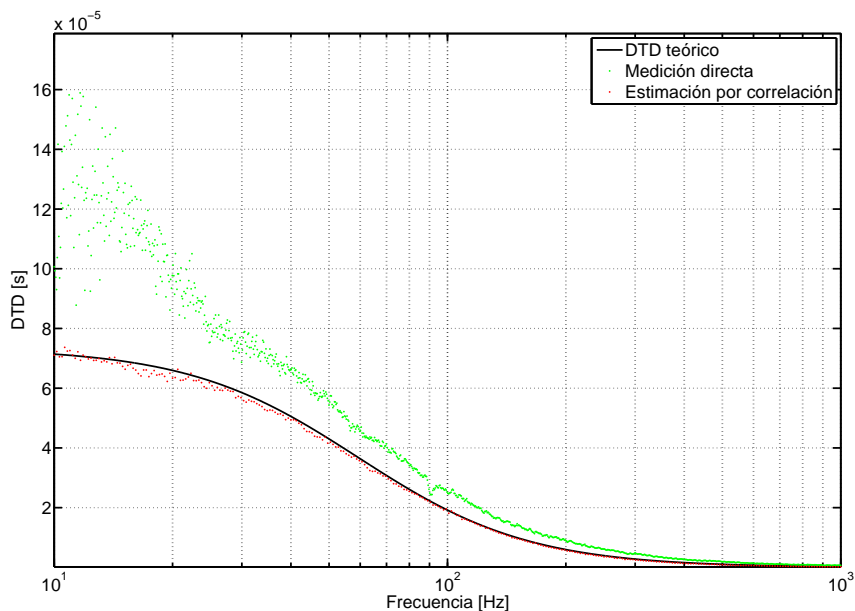


Figura 3.36: Filtros pasabajos de primer orden.

Es notable el error introducido por la medición directa, especialmente a bajas fre-

cuencias, y esto se debe a que la resolución temporal del método de adquisición de datos utilizado es insuficiente frente a la precisión necesaria para medir el DTD.

### 3.4.3. Filtros RC pasabajos

Los filtros pasabajos (Fig. 3.37) se diseñaron para presentar una frecuencia de corte de 20 KHz pero, al igual que en el caso de los filtros pasaaltos, las variaciones paramétricas en sus componentes generan diferencias en el lugar de los polos. Realizando una medición de su respuesta en frecuencia en el rango [100 Hz, 100 KHz] se obtuvieron las curvas representadas en las Figs. 3.38 y 3.39.

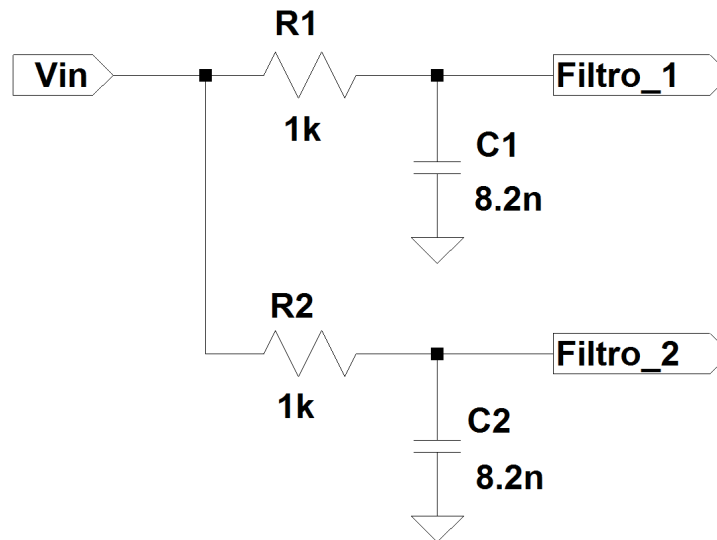


Figura 3.37: Filtros pasabajos.

Utilizando la rutina de minimización por cuadrados mínimos relativos, se calculó el valor de frecuencia de corte que mejor ajusta la curva de fase medida de cada filtro, y se obtuvo que el desapareamiento en la frecuencia de corte es de 5,5%. Los valores obtenidos para la ubicación de los polos son los siguientes:

Frecuencia de corte del filtro 1: 20988 Hz

Frecuencia de corte del filtro 2: 19827 Hz

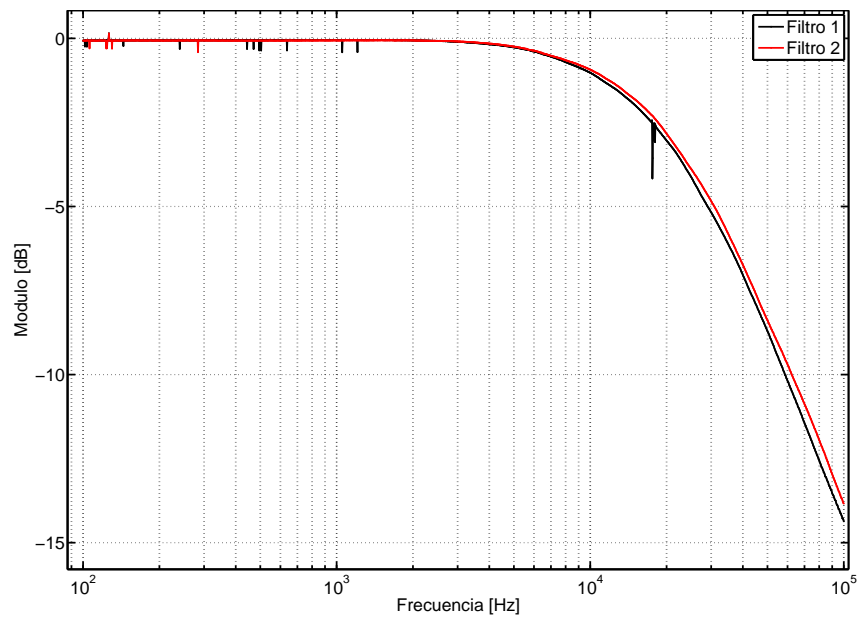


Figura 3.38: Respuesta en frecuencia de los filtros RC pasabajos - Módulo.

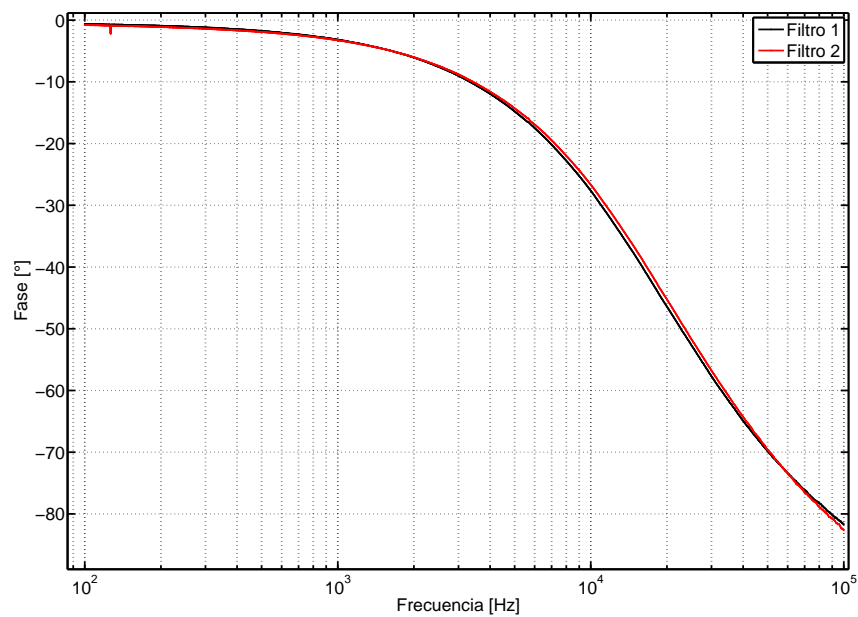


Figura 3.39: Respuesta en frecuencia de los filtros RC pasabajos - Fase.

Luego, al igual que en el caso anterior, se capturaron las señales de salida en función del tiempo, en un rango de frecuencias de 100 Hz a 100 KHz, y se realizó la correlación de las señales adquiridas mediante la función *xcorr* de Matlab. La Fig. 3.40 muestra la curva teórica para el DTD, construída mediante la expresión (3.22), y su estimación a partir de la correlación de las señales.



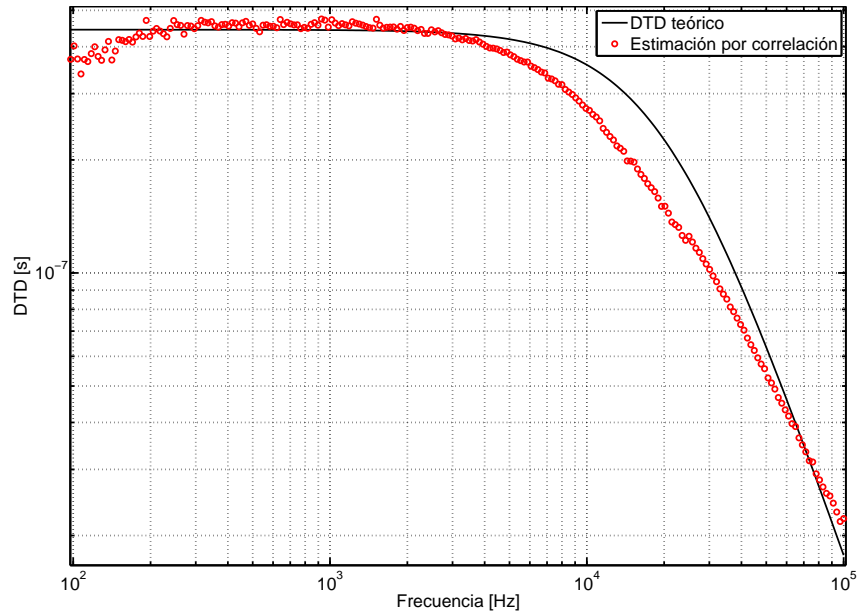


Figura 3.40: DTD en los filtros pasabajos de primer orden.

### 3.4.4. Filtros RC pasabandas

Utilizando los filtros pasaaltos y pasabajos de las secciones anteriores se contruyeron filtros pasabanda de la siguiente manera:

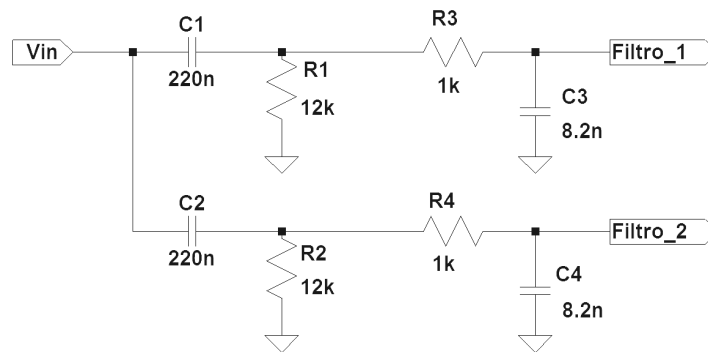


Figura 3.41: Filtros pasabandas.

Las Figs. 3.42 y 3.43 muestran la respuesta en frecuencia medida para los filtros, en el rango de frecuencia de 10 Hz a 100 KHz, y la rutina de minimización por cuadrados mínimos relativos arrojó los siguiente resultados:

Filtro 1: Frecuencia de corte inferior = 57.71 Hz

Frecuencia de corte superior = 19639 Hz

Filtro 2: Frecuencia de corte inferior = 59.44 Hz

Frecuencia de corte superior = 20810 Hz

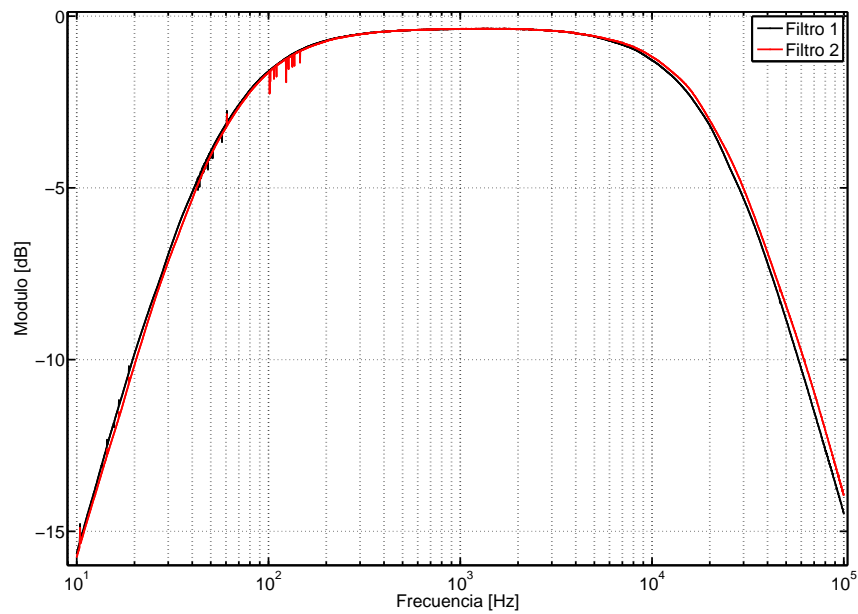


Figura 3.42: Respuesta en frecuencia de los filtros RC pasabanda - Módulo.

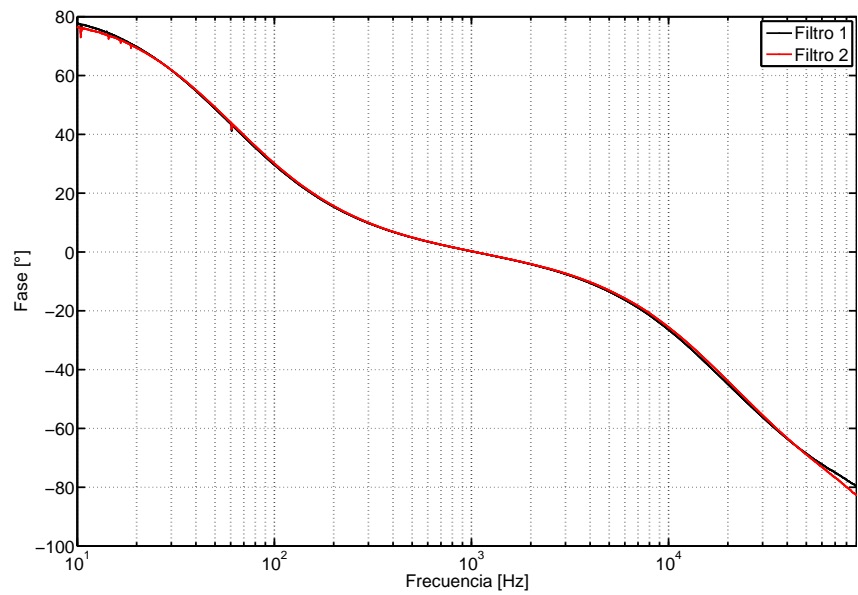


Figura 3.43: Respuesta en frecuencia de los filtros RC pasabanda - Fase.

Con los valores de los polos obtenidos se construyó la curva para el DTD teórico y luego se realizaron mediciones de las señales de salida de los filtros en función del tiempo

para estimar el DTD mediante la correlación.

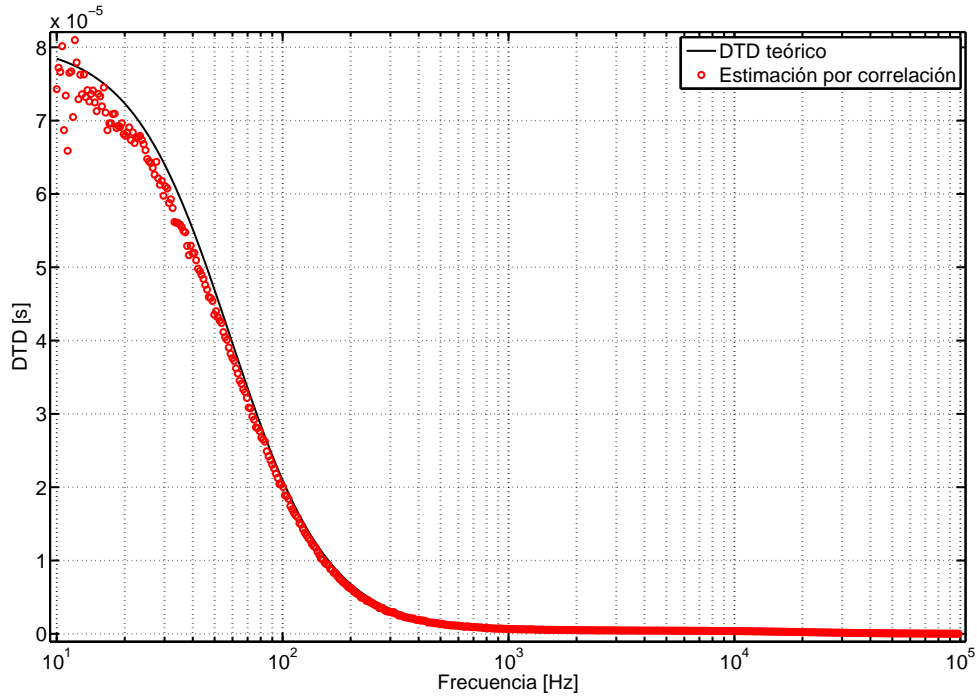


Figura 3.44: DTD para filtros pasabandas.

### 3.4.5. Filtros pasabajos de segundo orden

Con el objetivo de validar las expresiones obtenidas para filtros generales, se construyeron dos filtros pasabajos de segundo orden, con una diferencia en el valor de sus polos del 5%. Para realizar las mediciones se utilizó el sistema ilustrado en la Fig. 3.45.

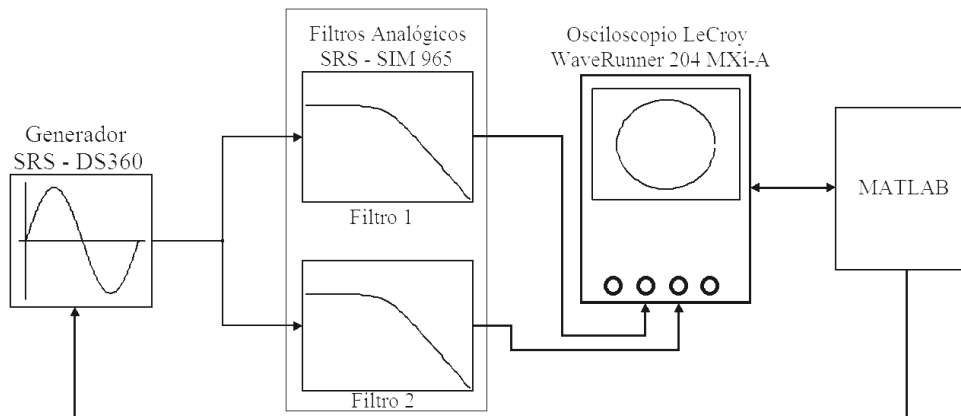


Figura 3.45: Sistema de medición para filtros generales.

Los filtros analógicos SRS-SIM965 se programaron en configuración pasabajos Butter-

worth de segundo orden. Las frecuencias de corte seleccionadas fueron de 1 KHz para el Filtro 1 y de 950 Hz para el Filtro 2. De esta manera, la función transferencia correspondiente a cada filtro es la siguiente:

$$H(j\omega) = \frac{\omega_p^2}{-\omega^2 + (\sqrt{2}\omega_p)j\omega + \omega_p^2}$$

donde  $\omega_p$  es el valor de la frecuencia de corte del filtro, expresado en radianes por segundo.

El generador SRS-DS360 fue programado para realizar un barrido en frecuencia en el rango 25 Hz a 10 KHz. Para realizar la correlación, se capturaron 20 ciclos de cada señal de salida, con una densidad de  $10^6$  puntos por ciclo, para cada valor de frecuencia. Además, cada medición se realizó 20 veces, y el resultado mostrado en la Fig. 3.46 representa la mediana de los resultados.

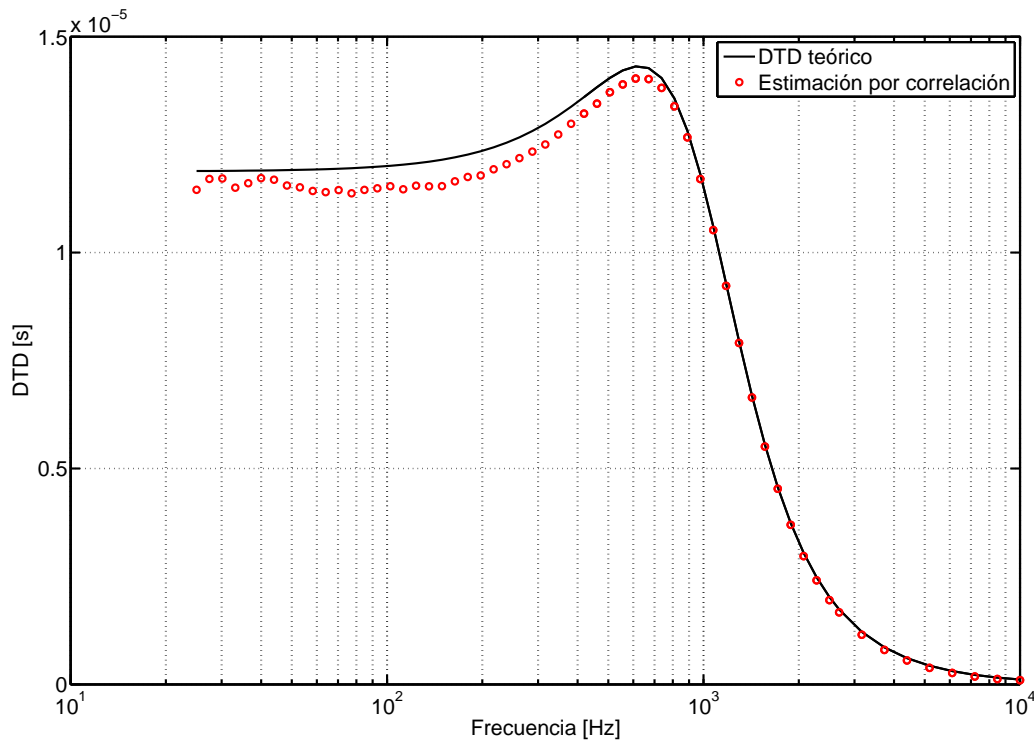


Figura 3.46: DTD para filtros pasabajos Butterworth de segundo orden.

### Entradas generales

La expresión (3.46) permite obtener una aproximación del DTD entre las señales de salida de dos filtros, cuando la señal de entrada es una suma de tonos. La misma configuración de la Fig. 3.45 se utilizó para validar éstas expresiones.

Para construir la señal de entrada se programó el generador de señales SRS-DS360, para generar la suma de dos tonos de igual amplitud, y sin diferencia de fase. Uno de los tonos se mantuvo a una frecuencia constante  $f_1 = 500$  Hz y con el segundo tono se realizó el barrido frecuencial entre 25 Hz y 10 KHz.

El procedimiento para obtener la estimación del DTD mediante la correlación fue el mismo que en el caso anterior.

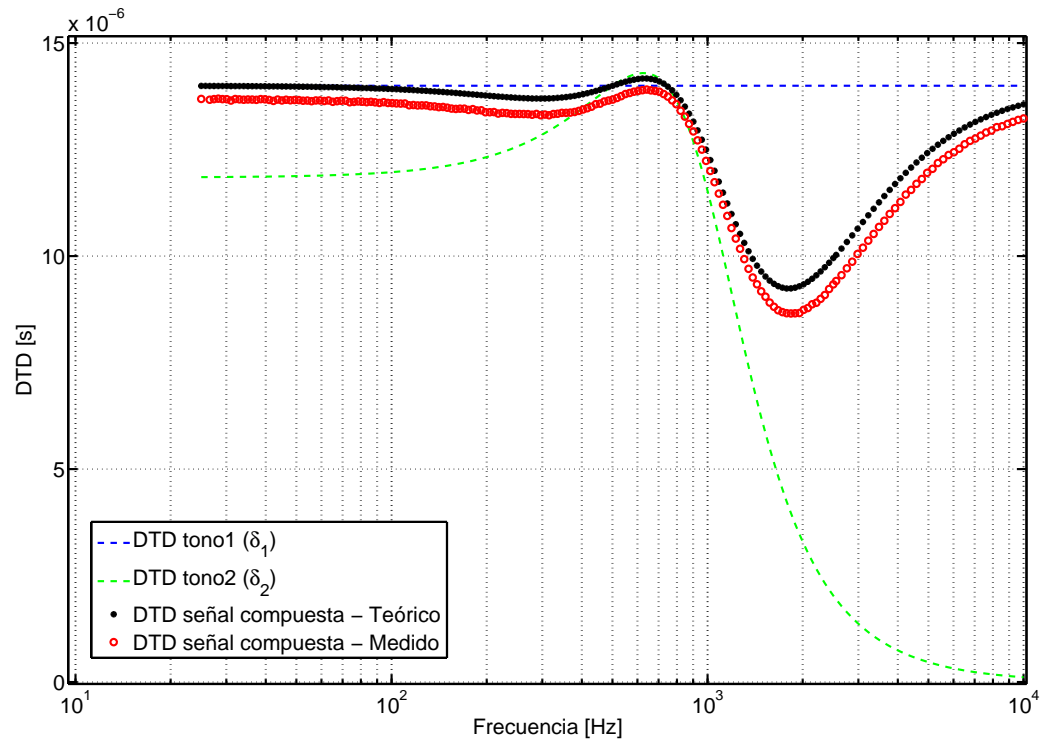


Figura 3.47: DTD calculado y estimado a partir de las mediciones de dos filtros pasabajos Butterworth de segundo orden, cuando la entrada es la suma de dos tonos.

La figura 3.47 muestra los resultados de las mediciones. Las líneas punteadas representan los DTD individuales correspondientes a los tonos que componen la señal de entrada. El tono 1 es constante en frecuencia y amplitud, por lo que genera un DTD constante de  $14 \mu\text{s}$ . El tono 2 es constante en amplitud pero realiza un barrido en frecuencia, por lo que genera un DTD dependiente de la frecuencia como el del ejemplo anterior, comenzando en un valor de  $12 \mu\text{s}$  a bajas frecuencias, y tendiendo a 0 para frecuencias mucho mayores a la frecuencia de corte del filtro. El DTD compuesto, como se vió en este capítulo, es dominado por el DTD correspondiente al tono de mayor frecuencia, tomando un valor cercano a  $14 \mu\text{s}$  cuando  $f_2 \ll f_1$ , y luego comienza a disminuir siguiendo al DTD del tono 2 cuando  $f_2 > f_1$ . Sin embargo, al estar programados los filtros SRS como pasabajos, a medida que su frecuencia siga aumentando, la amplitud del tono 2 será atenuada por el

filtro, y su influencia en el DTD compuesto será cada vez menor. En la Fig. 3.47 puede verse que una década después de la frecuencia de corte de los filtros, el DTD compuesto tiende nuevamente al DTD correspondiente al tono 1. Las mediciones realizadas mediante la estimación del DTD por la correlación de las señales de salida de los filtros concuerdan con las simulaciones realizadas en este capítulo (Fig. 3.30).

### 3.4.6. DTD individual grande comparado con $1/\omega_i$

Para analizar este caso se utilizó el mismo sistema de la Fig. 3.45 con los filtros SRS programados como pasaaltos Butterworth de segundo orden, con frecuencias de corte de 500 Hz para el Filtro 1 y 450 Hz para el Filtro 2. De esta manera, la función transferencia correspondiente a cada filtro es la siguiente:

$$H(j\omega) = \frac{-\omega^2}{-\omega^2 + (\sqrt{2}\omega_p)j\omega + \omega_p^2}$$

donde  $\omega_p$  es el valor de la frecuencia de corte del filtro, expresado en radianes por segundo.

La señal de entrada se construyó como la suma de dos tonos de igual amplitud. El primer tono, con una frecuencia  $f_1$  constante de 300 Hz, genera a la salida un retraso temporal  $\delta_1$ , y el segundo tono, de frecuencia  $f_2$  realizando un barrido frecuencial entre 10 Hz y 100 KHz, genera un retraso temporal  $\delta_2$  dependiente de la frecuencia  $f_2$ . Las curvas resultantes se ilustran en la Fig. 3.48.

Como en el caso anterior, cuando  $f_2$  es menor que  $f_1$ , el DTD individual  $\delta_1$  domina el DTD compuesto, que toma un valor de  $60 \mu\text{s}$ . Luego, a medida que  $f_2$  aumenta, el DTD compuesto tiende al DTD correspondiente al tono 2, es decir a  $\delta_2$ . Como en este caso no hay atenuación de la amplitud del tono 2, esta situación se mantiene hasta que  $f_2$  es tal que la aproximación utilizada para resolver la ecuación (3.38) deja de ser válida. A partir de ese punto, el DTD compuesto vuelve a tender a  $\delta_1$ , de manera alternada y respondiendo a la expresión (3.44), como puede verse en la Fig. 3.48.

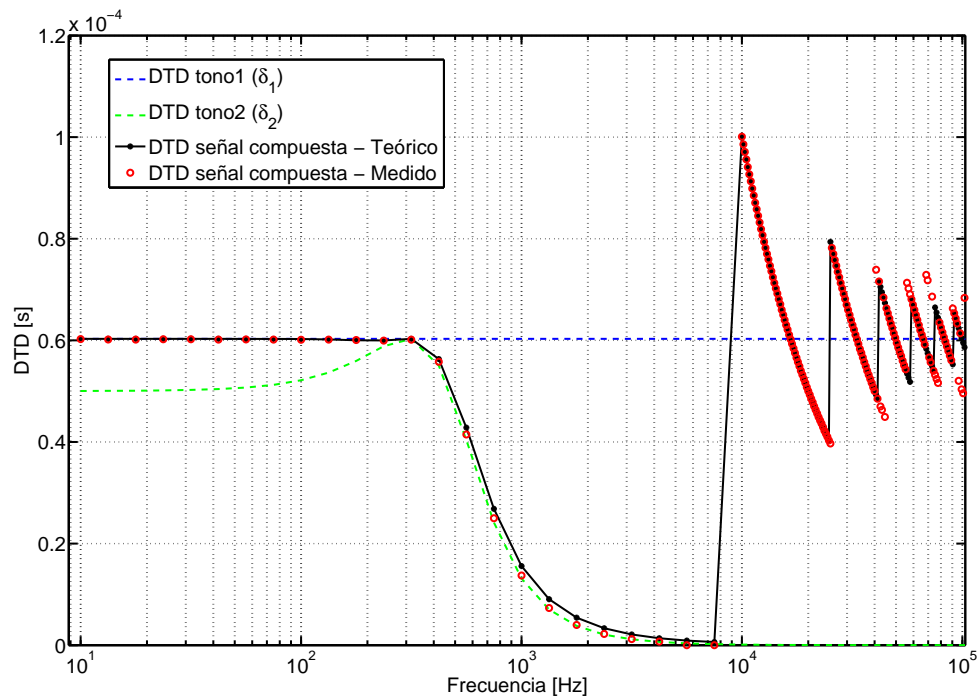


Figura 3.48: DTD calculada y estimada a partir de las mediciones de dos filtros pasaaltos Butterworth de segundo orden, cuando la entrada es una suma de dos tonos.

### 3.5. Ejemplos de aplicación

Las expresiones obtenidas en este capítulo, y verificadas experimentalmente en la sección anterior, permiten estimar el peor caso de DTD espurio que pueden presentar los filtros a diseñar, dada una cierta topología elegida y conociendo las posibles desviaciones del proceso. Por otra parte, permiten especificar de antemano el tipo de filtro y el mínimo desapareamiento a obtener en su implementación, dada una especificación de DTD espurio mínimo. Por ejemplo, en una aplicación donde se requiera medir una diferencia temporal entre las señales de entrada de dos micrófonos separados espacialmente, y para un rango de frecuencias dado, el DTD espurio será mínimo cuando los filtros pasabandas presentan polos simples. El diseñador deberá decidir si aumentar el orden de los polos con el objetivo de mejorar el rechazo a señales no deseadas justifica el aumento del DTD espurio.

**Ejemplo 13** *Localización de una fuente acústica mediante la estimación del retraso temporal:*

En el sistema de la Fig. 3.49 se desea estimar el ángulo de arribo  $\beta$  de una señal de 500 Hz proveniente de una fuente acústica. La distancia lineal entre los micrófonos M1 y

M3 es  $d = 15.9$  cm. Se supone además que la fuente acústica se encuentra a una distancia  $L$  del sistema tal que  $L \gg d$ , de modo que puede considerarse la señal acústica como una onda plana.

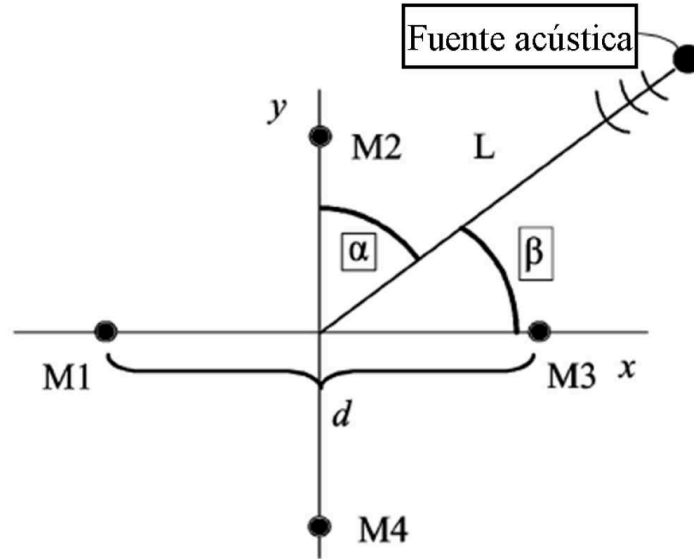


Figura 3.49: Disposición de un conjunto de micrófonos para la estimación del ángulo de arribo de una señal acústica.

Si sólo se desea utilizar el par de micrófonos M1 y M3, el retraso temporal  $T_D$  a medir sólo depende del ángulo de arribo  $\beta$  y se puede calcular mediante la siguiente expresión:

$$T_D = \frac{d}{c} \cos(\beta) = T_{Dmax} \cos(\beta) \quad (3.52)$$

donde  $c = 345$  m/s es la velocidad del sonido en el aire a temperatura ambiente, y  $T_{Dmax} = d/c = 460 \mu s$  es el máximo retraso a medir, que sucede cuando la fuente acústica se encuentra sobre el eje  $x$  y el ángulo de arribo es 0 grados. De la misma manera, el retraso entre las señales será 0 cuando la fuente acústica se encuentre ubicada sobre el eje  $y$ , y si se desea una precisión de 1 grado en la estimación, el mínimo retraso a medir será  $T_{Dmin} = T_{Dmax} \cos(89^\circ) \approx 8 \mu s$ .

Sabiendo que la frecuencia de la señal acústica a medir es de 500 Hz, el diseñador puede verse tentado a utilizar filtros pasabandas sintonizados a esa frecuencia, de manera de atenuar lo más posible las señales de ruido que puedan afectar la medición. A continuación se analiza el efecto en el DTD a medir que presentan 3 filtros pasabandas de distinto orden, donde su frecuencia de corte inferior  $f_L$  y superior  $f_H$  son tales que  $f_L = f_H = 500$  Hz, y cuando el desapareamiento en el lugar de los polos es del 1%. La Fig. 3.50 muestra el módulo de la respuesta en frecuencia de los 3 filtros.



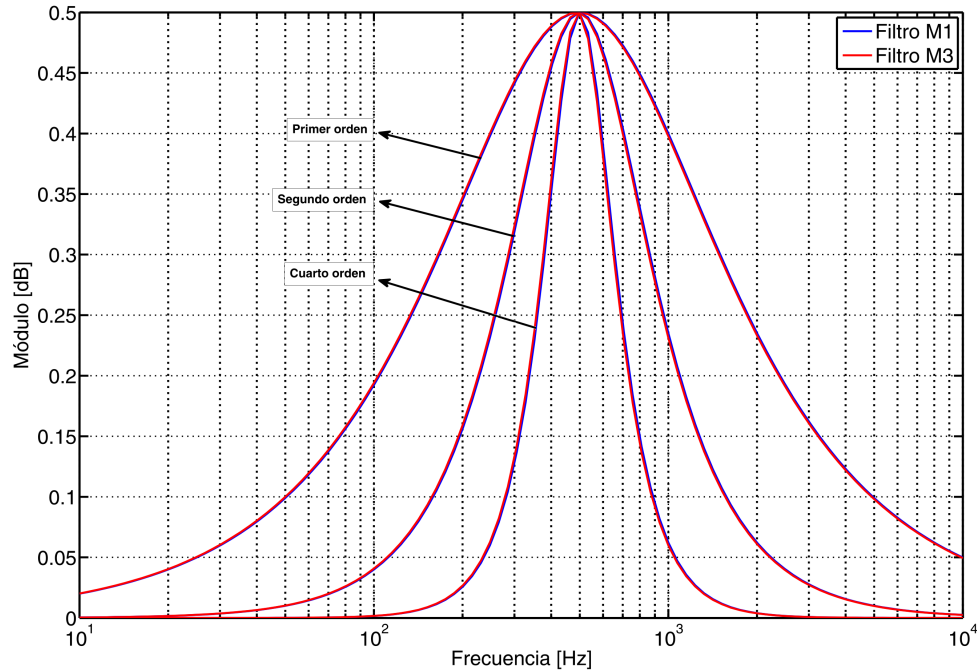


Figura 3.50: Módulo de la respuesta en frecuencia de los filtros propuestos.

Si la señal proveniente de la fuente acústica es la única recibida por los micrófonos, los filtros introducirán un DTD espurio producto de sus propias diferencias paramétricas y cuyos valores son:  $20.2 \mu\text{s}$  para los filtros de primer orden,  $57,1 \mu\text{s}$  para los filtros de segundo orden, y  $149 \mu\text{s}$  para los filtros de cuarto orden.

Si además se considera que puede existir una señal adicional, que por simplicidad se supone senoidal y de igual amplitud a la de la fuente acústica, el DTD espurio puede evaluarse mediante la expresión (3.46), y el resultado se muestra en la Fig. 3.51.

En la figura, DTD1 es el retraso temporal espurio que genera la señal de la fuente acústica, y DTD2 es el correspondiente a la señal externa, para el rango de frecuencias de 10 Hz a 10 KHz. En este ejemplo, el DTD compuesto no cambia considerablemente debido a la señal externa, lo cual es de esperar por la configuración de filtros pasabandas elegida, y en general lo que sucede es una disminución del DTD, lo cual es positivo para la detección del ángulo de arribo. Sin embargo, ninguno de los 3 filtros permite una discriminación de 1 grado.

Alternativamente, es posible utilizar la expresión (3.46) para determinar el máximo desapareamiento permitido en los filtros para una resolución en la detección del ángulo de arribo de 1 grado. En este ejemplo, resolviendo para  $\tau = 8 \mu\text{s}$  se obtiene que los filtros de primer orden permiten un desapareamiento máximo de  $0.4 \%$ ,  $0.14 \%$  para los filtros de segundo orden y  $0.054 \%$  para los de cuarto orden.

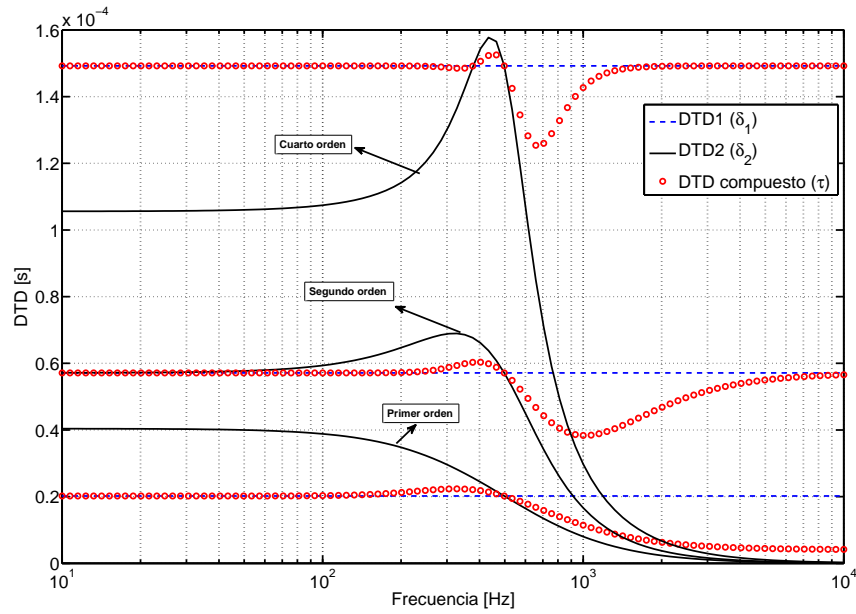


Figura 3.51: DTD para los filtros propuestos.

### Ejemplo 14

Dadas las mismas condiciones que en el ejemplo anterior, se analiza el efecto en el DTD que presentan 3 filtros pasabandas de distinto orden, cuando las frecuencias de corte inferior y superior se encuentran separadas al menos por una década. En este ejemplo:  $f_L = 100$  Hz,  $f_H = 1000$  Hz y el desapareamiento en el lugar de los polos es del 1 %. La Fig. 3.52 muestra el módulo de la respuesta en frecuencia de los 3 filtros.

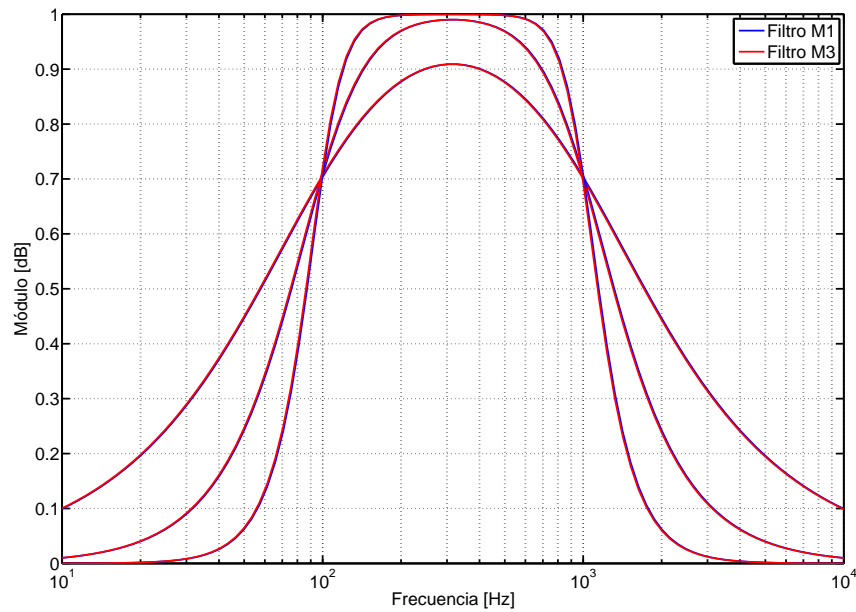


Figura 3.52: Módulo de la respuesta en frecuencia de los filtros propuestos.

En este caso los filtros introducen un DTD espurio cuyo valor es:  $11.9 \mu\text{s}$  para los filtros de primer orden,  $22.7 \mu\text{s}$  para los filtros de segundo orden, y  $40.8 \mu\text{s}$  para los filtros de cuarto orden. Si además se considera la señal externa, variando su frecuencia entre 10 Hz y 10 KHz, se obtiene la respuesta para el DTD compuesto que se muestra en la Fig. 3.53.

Es evidente que la separación de los polos genera un menor DTD espurio. Sin embargo, el DTD compuesto es más vulnerable al efecto de señales externas, especialmente si su frecuencia pertenece a la banda de paso.

Al igual que en el ejemplo anterior, es posible utilizar la expresión (3.46) para determinar el máximo desapareamiento permitido en los filtros para una resolución en la detección del ángulo de arribo de 1 grado. Resolviendo para  $\tau = 8 \mu\text{s}$  se obtiene que los filtros de primer orden permiten un desapareamiento máximo de 0.685 %, 0.35 % para los filtros de segundo orden y 0.2 % para los de cuarto orden.

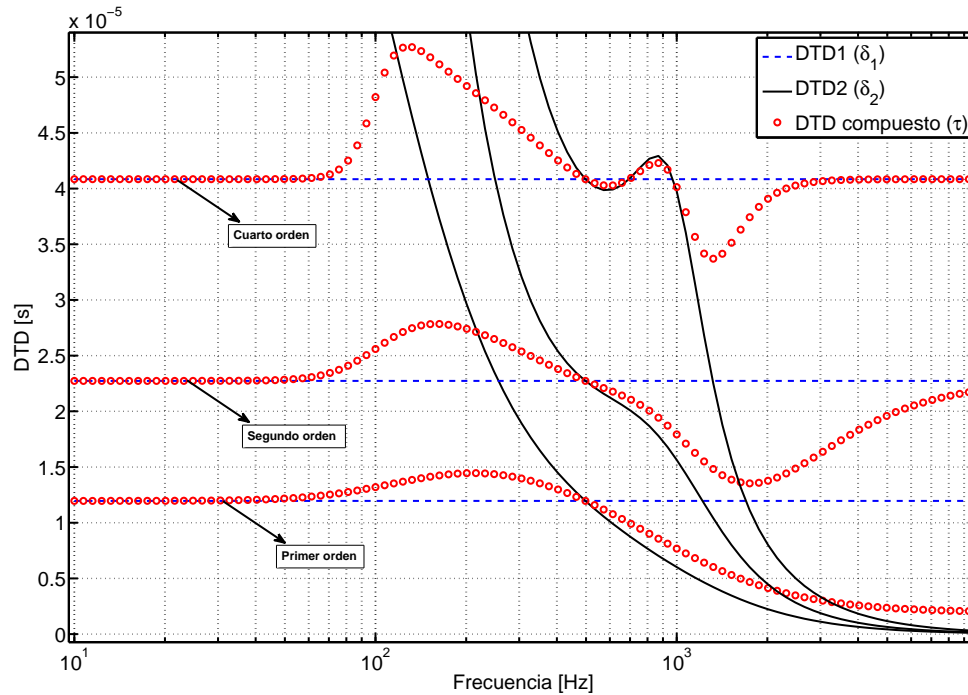


Figura 3.53: DTD para los filtros propuestos.

## 3.6. Conclusiones

En este capítulo se analizó en profundidad el retraso temporal introducido por un filtro en el camino de una señal y se obtuvieron expresiones matemáticas que permiten expresar dicho retraso temporal en función de los parámetros de un filtro de orden arbitrario.

Luego se estudió la diferencia de retrasos temporales entre dos señales de salida de filtros que presentan ligeras variaciones paramétricas, y su impacto en sistemas de estimación de retraso temporal, como la localización de fuentes acústicas. Se obtuvieron expresiones matemáticas, que luego fueron validadas mediante resultados experimentales, que permiten expresar el DTD en función de los parámetros de los filtros y del apareamiento entre ellos.

# Capítulo 4

## Filtros SCTF conmutados

### 4.1. Introducción

Una de las alternativas para realizar la localización de una fuente acústica basada en la estimación de su ángulo de arribo es la medición de la diferencia en el tiempo de arribo (TOA) de la señal a dos micrófonos separados espacialmente. Algunos sistemas basados en circuitos integrados han sido propuestos en la literatura [12, 48, 49, 50, 51]. Como se muestra en [52], el desapareamiento paramétrico en los filtros que componen el *front-end* del sistema produce un DTD dependiente de la frecuencia que puede enmascarar el DTD intrínseco de la señal que se desea medir, introduciendo un error, dependiente de la frecuencia, a la precisión de la localización acústica. Por ejemplo, los datos utilizados para evaluar tres arquitecturas diferentes [12, 48, 49] mediante el sistema propuesto en [11], fueron adquiridos utilizando un filtro preamplificador pasabajos de primer orden con frecuencia de corte  $f_c = 300$  Hz. El filtro se construyó con componentes discretos que presentan una tolerancia en sus parámetros de 5%. De acuerdo a los resultados presentados en [52], este sistema puede introducir un error de hasta  $26 \mu\text{s}$  de DTD a bajas frecuencias. Una mejora del sistema utilizando resistencias con 1% de tolerancia y capacitores con 2% de tolerancia reducen el DTD a un peor caso de  $7,9 \mu\text{s}$ . El error absoluto medio en las mediciones de TOA presentadas en [11] para un rango de ángulo de arribo de 10 grados y en mediciones a campo abierto es de  $65,8 \mu\text{s}$ .

Por otra parte, en [48] se reportan  $2 \mu\text{s}$  de precisión utilizando un generador con señales sintetizadas (eliminando los micrófonos) y canales apareados de amplificación realizados dentro del chip mediante capacitores conmutados. Para dar una idea del significado de estos números, un grado de ángulo de arribo se traduce en  $5 \mu\text{s}$  a  $8 \mu\text{s}$  (dependiendo del ángulo) en el setup desarrollado en [11]. Los búhos pueden orientarse con 1 ó 2 grados

de precisión, similar a los humanos [51]. Estos datos evidencian el significativo impacto que puede tener el DTD debido al desapareamiento cuando la aplicación requiere una precisión menor a 1 grado.

En este capítulo se presenta un circuito integrado con un preamplificador compuesto por dos filtros apareados para realizar mediciones de TOA en el rango audible, que provee amplificación y filtrado con un DTD espurio mínimo. El circuito propuesto presenta un DTD medio de  $0,125 \mu\text{s}$ , con un máximo de  $0,18 \mu\text{s}$ , en el rango de frecuencias de interés.

## 4.2. Banco de filtros SCT apareados

El circuito propuesto, que se ilustra en la Fig. 4.1, consiste en dos filtros SCTF como los presentados en [35, 43], pero con una etapa adicional de conmutación donde las señales de entrada se inyectan alternadamente en cada filtro con el objetivo de minimizar los efectos de desapareamiento en los componentes de los filtros.

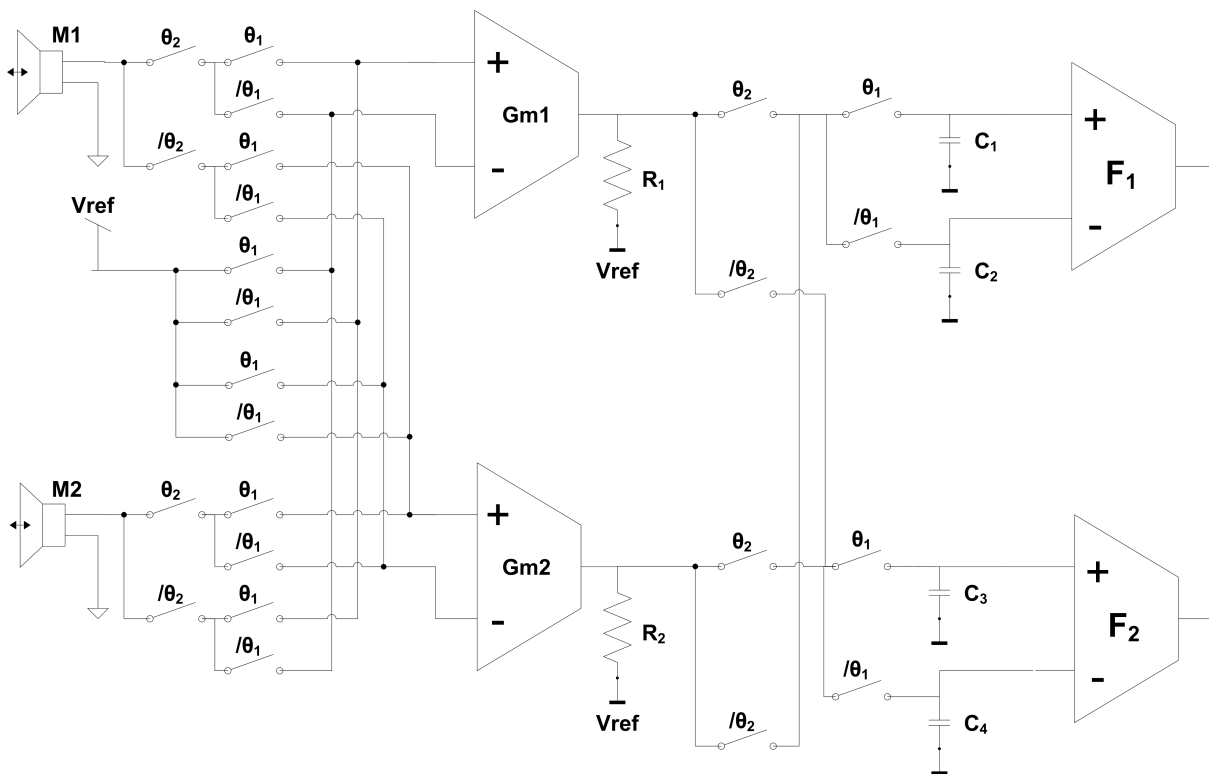


Figura 4.1: Banco de filtros conmutados.

Las señales  $M_1$  y  $M_2$  representan las salidas de dos micrófonos, y son las entradas del sistema.  $G_{m1}$  y  $G_{m2}$  son amplificadores de transconductancia apareados, que componen filtros Gm-C con las resistencias  $R_1$  y  $R_2$  y los capacitores de salida  $C_1$  a  $C_4$ . Las

señales  $\theta_1$  y  $\theta_2$  son ondas cuadradas y simétricas, tales que la frecuencia de  $\theta_1$  es el doble de la frecuencia de  $\theta_2$ , y  $/\theta_1$ ,  $/\theta_2$  son sus señales complementarias. De esta manera el comportamiento del circuito queda dividido en cuatro fases:

Durante la primera fase, cuando el valor lógico de  $\theta_1$  y  $\theta_2$  es 1, la señal  $M_1$  es inyectada a la entrada positiva del filtro compuesto por  $G_{m1}$ ,  $R_1$  y  $C_1$ , mientras que el capacitor  $C_2$  está en estado de HOLD. Análogamente, la señal  $M_2$  es inyectada a la entrada positiva del filtro  $G_{m2} - R_2 - C_3$ , como puede verse en la Fig. 4.2

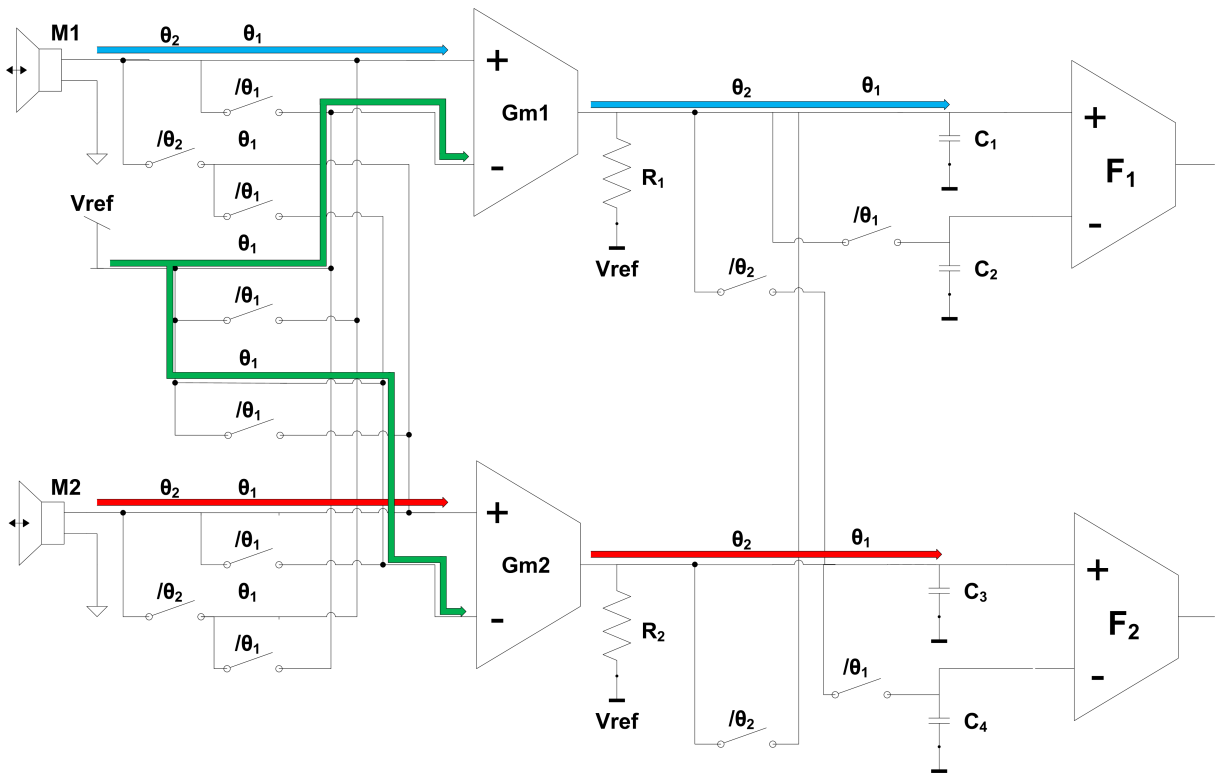


Figura 4.2: Fase 1:  $\theta_1 = \theta_2 = 1$ .

En la segunda fase  $\theta_2$  mantiene su valor lógico, pero  $\theta_1$  cambia a 0, con lo cual las entradas de los filtros se invierten y ahora la señal  $M_1$  entra al filtro  $G_{m1} - R_1 - C_2$  por la entrada negativa del OTA, mientras el capacitor  $C_1$  queda en estado de HOLD. De la misma manera, la señal  $M_2$  entra al filtro  $G_{m2} - R_2 - C_4$  por la entrada negativa de  $G_{m2}$ . El recorrido de las señales durante esta fase puede verse en la Fig. 4.3.

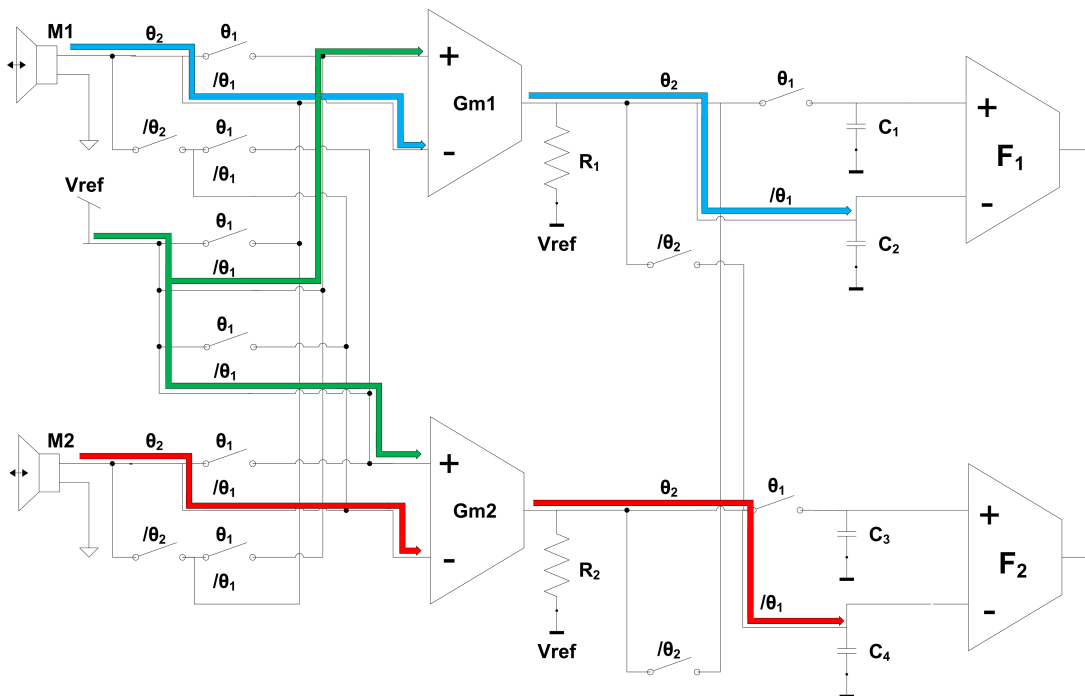


Figura 4.3: Fase 2:  $\theta_1 = 0$  ;  $\theta_2 = 1$ .

En la Fig. 4.4 puede verse que cuando  $\theta_1$  es 1 y  $\theta_2$  es 0, la señal  $M_1$  atraviesa el filtro compuesto por  $G_{m2}$ ,  $R_2$  y  $C_1$  mientras que  $M_2$  es inyectada a la entrada positiva de  $G_{m1}$ ,  $R_1$  y  $C_3$ .

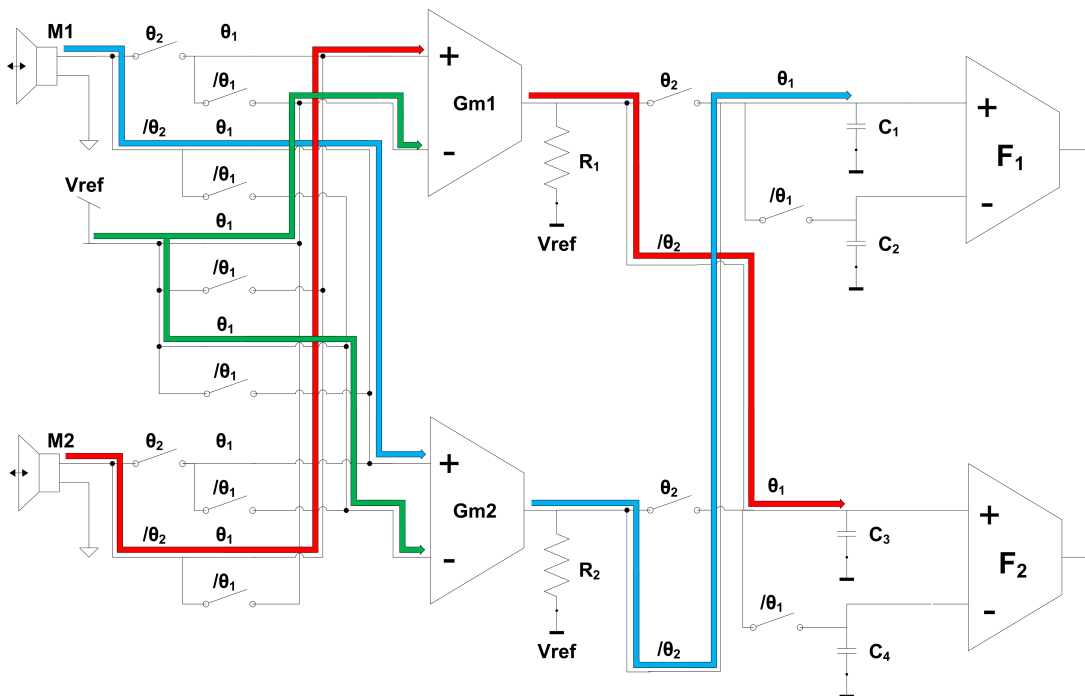


Figura 4.4: Fase 3:  $\theta_1 = 1$  ;  $\theta_2 = 0$ .



Finalmente, cuando el valor lógico de  $\theta_1$  y  $\theta_2$  es 0, los OTAs vuelven a invertir sus entradas y la señal  $M_1$  atraviesa el filtro  $G_{m2} - R_2 - C_3$ , mientras que  $M_2$  atraviesa el filtro  $G_{m1}, R_1$  y  $C_4$ , como puede verse en la Fig. 4.5.

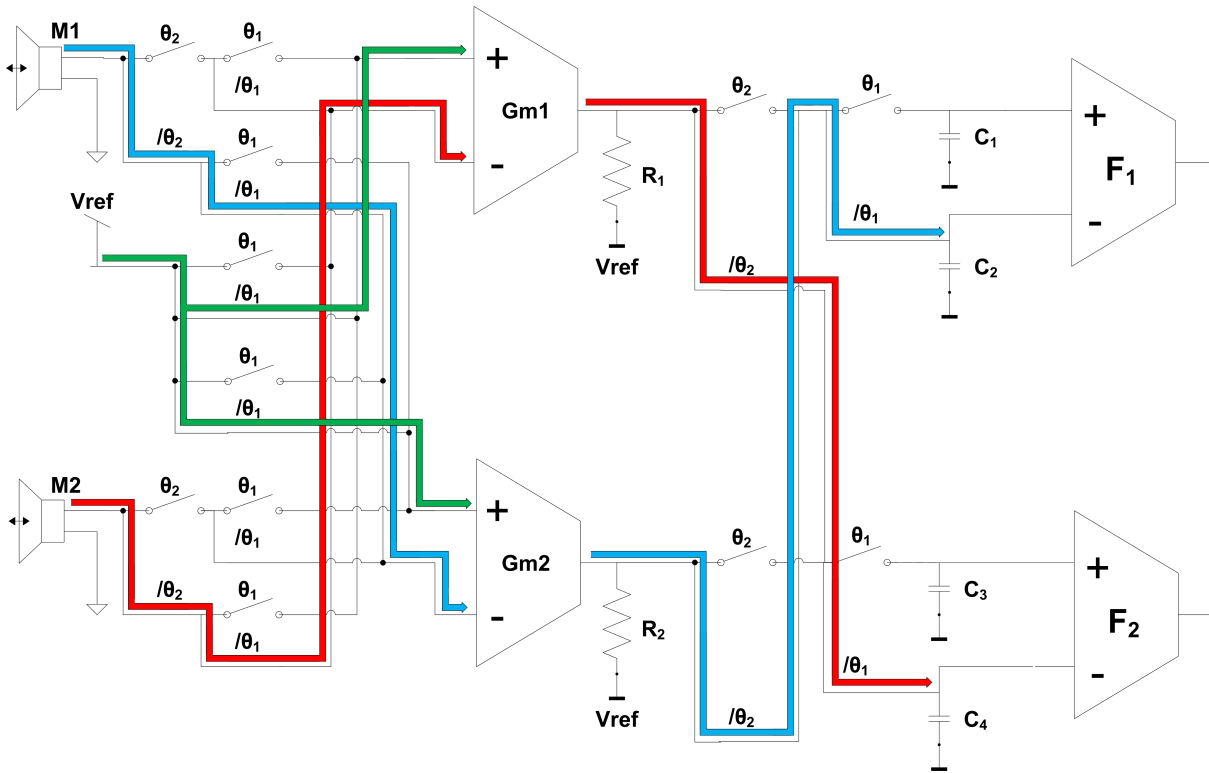


Figura 4.5: Fase 4:  $\theta_1 = 0$  ;  $\theta_2 = 0$ .

En el cuadro 4.1 puede verse el esquema de almacenamiento de señales en cada capacitor.

—	$\theta_1 = 1$	$\theta_1 = 0$	$\theta_1 = 1$	$\theta_1 = 0$
Cap	$\theta_2 = 1$	$\theta_2 = 1$	$\theta_2 = 0$	$\theta_2 = 0$
1	$M_1 \times G_{m1} R_1$	HOLD	$M_1 \times G_{m2} R_2$	HOLD
2	HOLD	$-M_1 \times G_{m1} R_1$	HOLD	$-M_1 \times G_{m2} R_2$
3	$M_2 \times G_{m2} R_2$	HOLD	$M_2 \times G_{m1} R_1$	HOLD
4	HOLD	$-M_2 \times G_{m2} R_2$	HOLD	$-M_2 \times G_{m1} R_1$

Cuadro 4.1: Señales almacenadas en los capacitores de salida, para cada fase de funcionamiento

De esta manera, al pasar las señales la mitad del tiempo por cada filtro, las diferen-

cias paramétricas en los amplificadores y en las resistencias quedan promediadas en los capacitores de salida.

Los filtros pasabajos  $F_1$  y  $F_2$  se encargan de reconstruir las señales filtradas, eliminando los tiempos de HOLD. Además, se diseñan de manera de filtrar el desplazamiento y ruido  $1/f$  introducido por los amplificadores, y que quedó modulado a la frecuencia de  $\theta_1$ , así como el efecto de *aliasing* de las señales. El desapareamiento en los capacitores de salida no es compensado por esta topología, por lo que es necesario prestar un cuidado especial en el layout de los mismos.

### 4.2.1. Diseño

Los filtros fueron diseñados para presentar una ganancia de 2 sobre señales con amplitud de hasta 500 mVp y frecuencias de hasta 3,5 KHz. La función transferencia de cada filtro es la siguiente:

$$H(j\omega) = \frac{Gm \times R}{1 + (2 \times C \times R) j\omega} \quad (4.1)$$

de donde la ganancia se puede obtener como  $A_V = Gm \times R$  y la frecuencia de corte del filtro está dada por:  $f_H[H_Z] = 1/(4\pi \times C \times R)$ . Los capacitores se diseñaron con un valor de 100 pF de manera que presenten una capacidad mucho mayor a la capacidad parásita de los pads analógicos de salida ( $\approx 5$  pF). Con el valor de capacidad fijo, el valor de las resistencias de los filtros quedó determinado en 227 K $\Omega$  y para luego cumplir la ganancia el valor de transconductancia de los pares diferenciales a diseñar fue de 8,8  $\mu$ S.

El diagrama esquemático de los amplificadores de transconductancia puede verse en la Fig. 4.6.

El par diferencial de entrada se diseñó con transistores PMOS trabajando en inversión moderada. Si bien el punto óptimo de performance para esta topología generalmente se logra en inversión débil [32], el rango lineal resultante en la entrada es muy bajo, del orden de las decenas de mV [37]. La elección de transistores PMOS responde a su mayor inmunidad al ruido  $1/f$  para el mismo área [53]. La relación de aspecto de cada transistor se obtuvo siguiendo el análisis propuesto en [33].

Así, para obtener una transconductancia de 8,8  $\mu$ S y un factor  $Gm/I_D = 10$ , la corriente de polarización necesaria es de 880 nA y la relación de aspecto de los transistores del par diferencial ( $M_1, M_2$ ) es de 1.5.

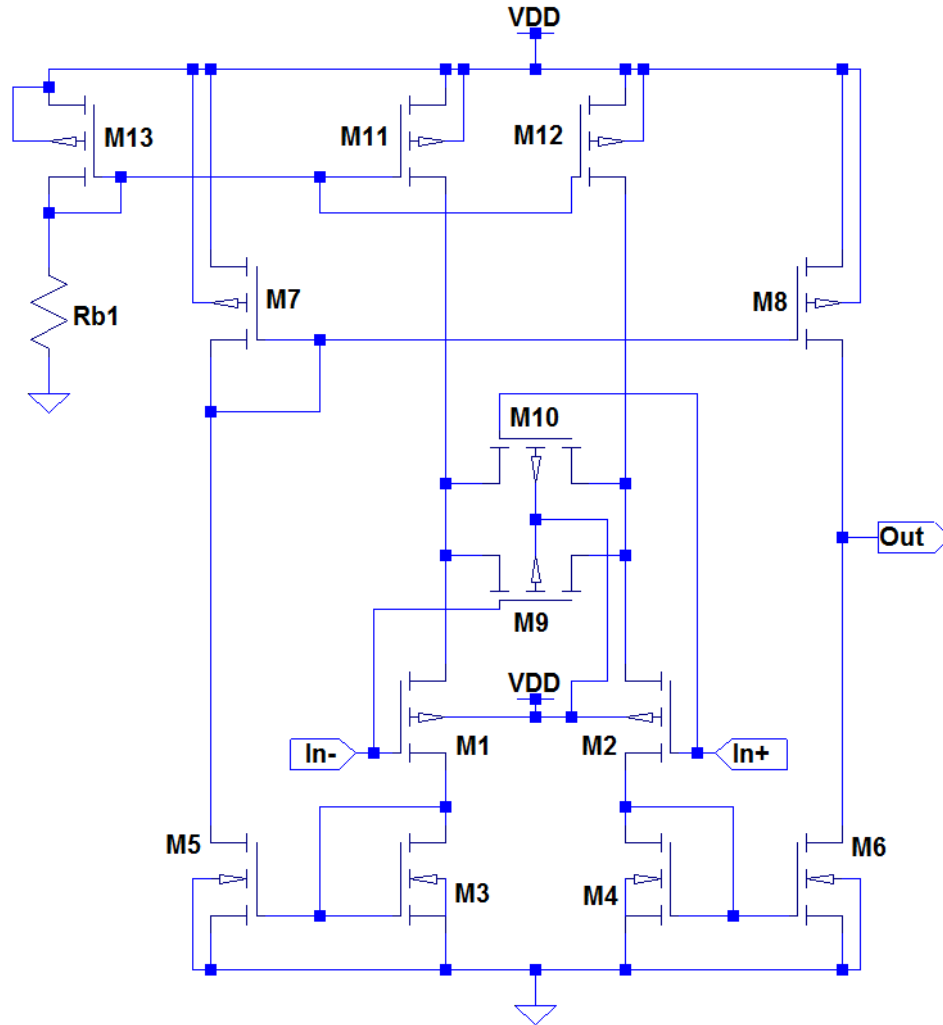


Figura 4.6: Amplificador de transconductancia implementado.

Los espejos de corriente NMOS ( $M_3$ ,  $M_4$ ,  $M_5$ ,  $M_6$ ) se diseñaron para operar en inversión fuerte, para mejorar su apareamiento [32]. Como la corriente es la misma que en el par diferencial, para obtener un factor de inversión  $i_f = 100$  resulta una relación de aspecto  $(W/L) = 0,14$ . De la misma manera, los espejos de corriente PMOS ( $M_7$ ,  $M_8$ ) se diseñaron con una relación de aspecto de 0.3.

Para aumentar el rango lineal del amplificador, se utilizó la técnica de degeneración de source [8]. A tal efecto, se agregaron los transistores ( $M_9$ ,  $M_{10}$ ) con una relación de aspecto de 0.2.

Finalmente, los transistores PMOS encargados de la polarización del circuito ( $M_{11}$ ,  $M_{12}$ ,  $M_{13}$ ) se diseñaron para operar en inversión fuerte, con un factor de inversión de 200, y su la relación de aspecto resultante fue 0.15. La resistencia de polarización  $R_{b1}$  es externa al circuito integrado.

El Cuadro 4.2 resume las características de los transistores que componen el OTA diseñado.  $M$  representa la relación de aspecto obtenida para los transistores,  $(W/L)$  representa el ancho y el largo de canal de cada transistor y se encuentran expresados en  $\lambda$ , que para el proceso utilizado es de  $0,3 \mu\text{m}$ .  $I_D$  es la corriente de drenaje de cada transistor,  $Gm$  es su transconductancia y finalmente  $i_f$  representa el nivel de inversión.

Transistores	$M$	$\frac{W}{L}[\lambda]$	$I_D [nA]$	$Gm [\mu S]$	$i_f$
$M_1 - M_2$	1.5	16/10	880	8.8	18.8
$M_3 - M_4 - M_5 - M_6$	0.14	16/110	880	4	100
$M_7 - M_8$	0.3	16/50	880	4,3	100
$M_9 - M_{10}$	0.2	16/80	—	—	—
$M_{11} - M_{12} - M_{13}$	0.15	16/100	880	3,16	200

Cuadro 4.2: Parámetros y dimensiones de los transistores del OTA.

Para mejorar el apareamiento entre los transistores se utilizó la técnica de entrelazado [28] entre los transistores de ambos filtros. Además se incluyeron guardas de aislamiento entre cada bloque, y componentes fantasmas (*dummy*). La Fig. 4.7 muestra el dibujo de los pares diferenciales de entrada donde están entrelazados los cuatro transistores de entrada de los filtros. Los transistores de polarización (Fig. 4.8) y los espejos de corriente (Figs. 4.9 y 4.10) se implementaron de manera similar. La Fig. 4.11 muestra el dibujo de los transistores  $M_9$  y  $M_{10}$  utilizados para aumentar el rango lineal de la tensión de entrada a  $500 \text{ mVp}$ .

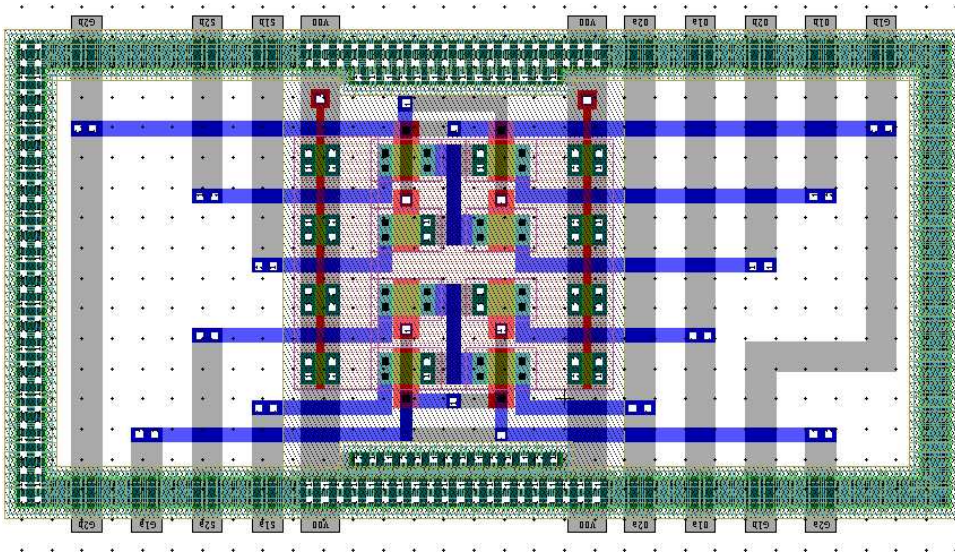


Figura 4.7: Dibujo de los pares diferenciales de entrada.

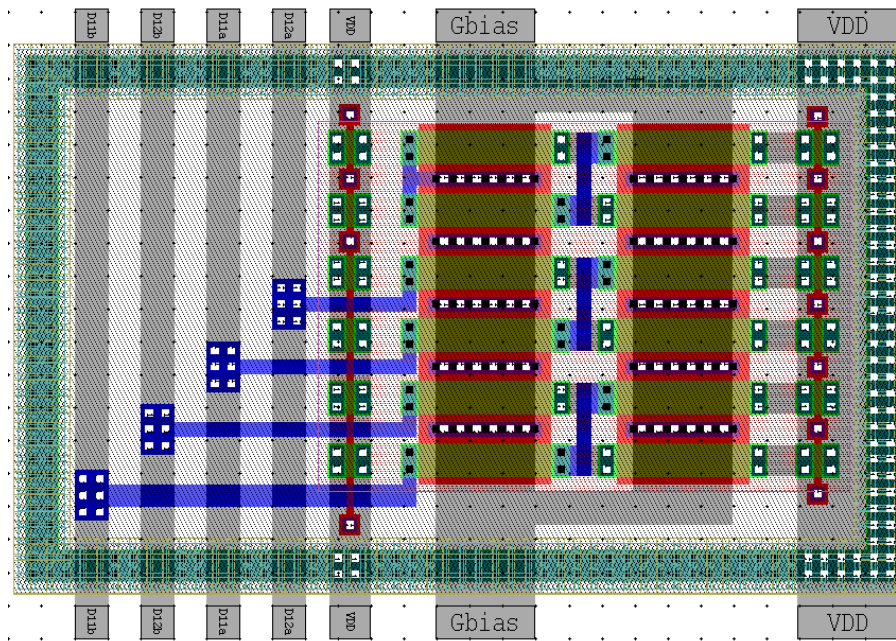


Figura 4.8: Dibujo de los transistores de polarización.

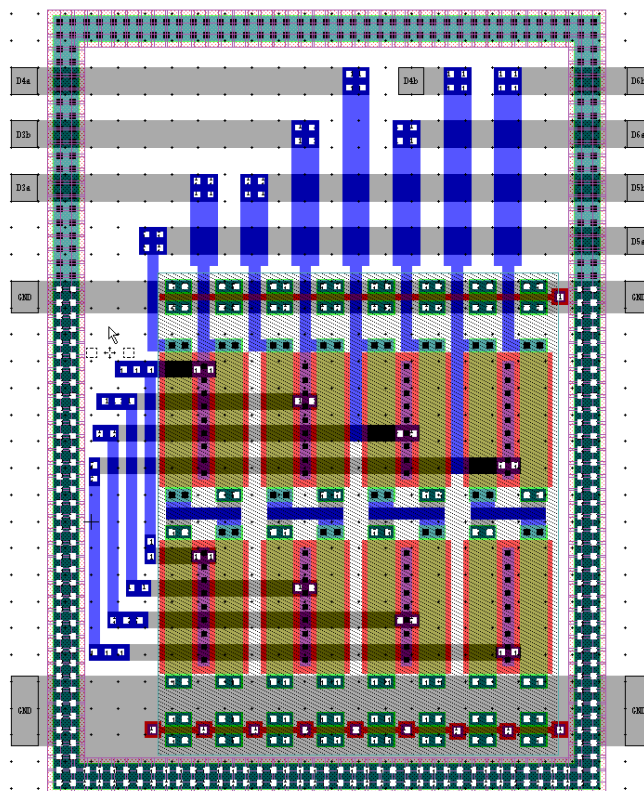


Figura 4.9: Dibujo de los espejos de corriente NMOS.

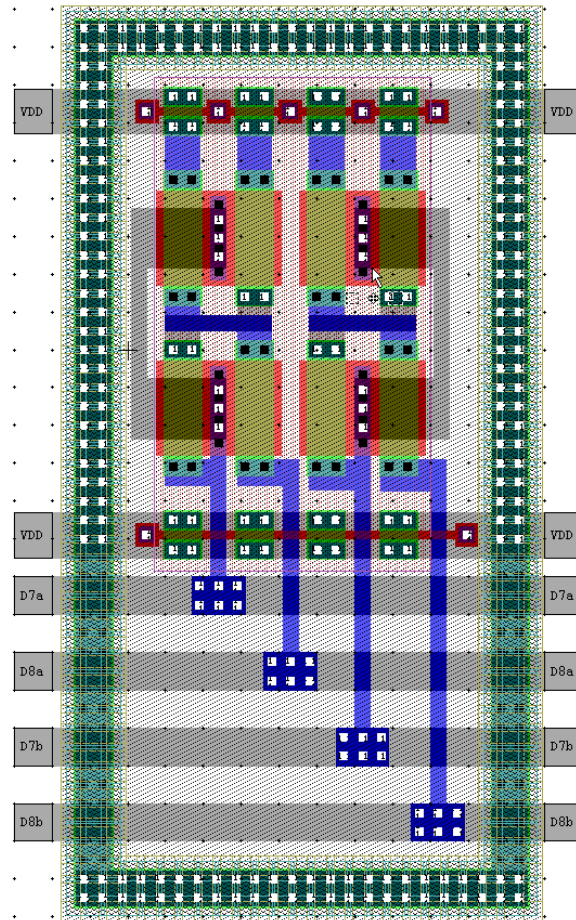


Figura 4.10: Dibujo de los espejos de corriente PMOS.

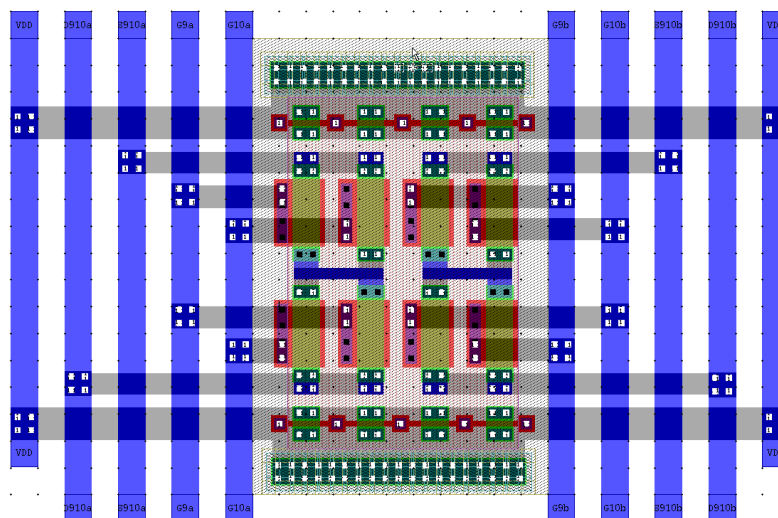


Figura 4.11: Dibujo de los transistores de linealización por degeneración de surtidor.

El dibujo completo del amplificador de transconductancia puede verse en la Fig. 4.12.

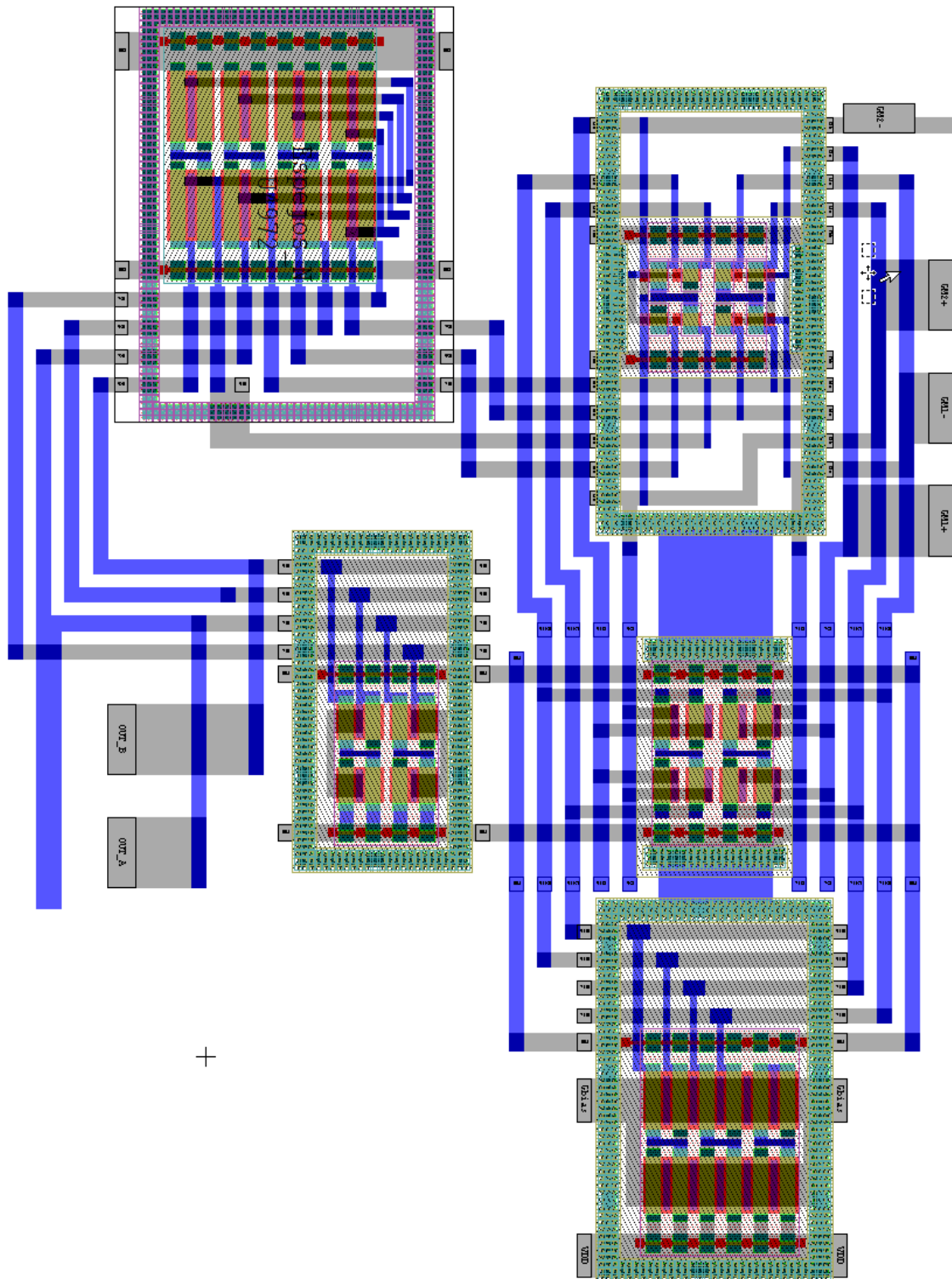


Figura 4.12: Dibujo del OTA.

Las resistencias de los filtros ( $R_1$  y  $R_2$ ) se implementaron en Poly2-HR, siguiendo la técnica de entrelazado [28] para lograr el máximo apareamiento posible. También se utilizaron guardas de aislación y resistencias fantasmas.

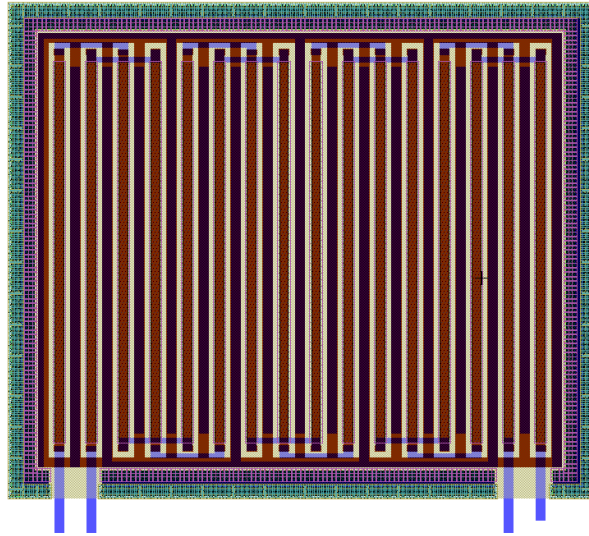


Figura 4.13: Dibujo de las resistencias de los filtros.

Los capacitores se implementaron entre las capas Poly1 y Poly2. Cada capacitor se dividió en cuatro capacitores de  $25 \mu\text{F}$  y luego se interconectaron como muestra la Fig. 4.14.

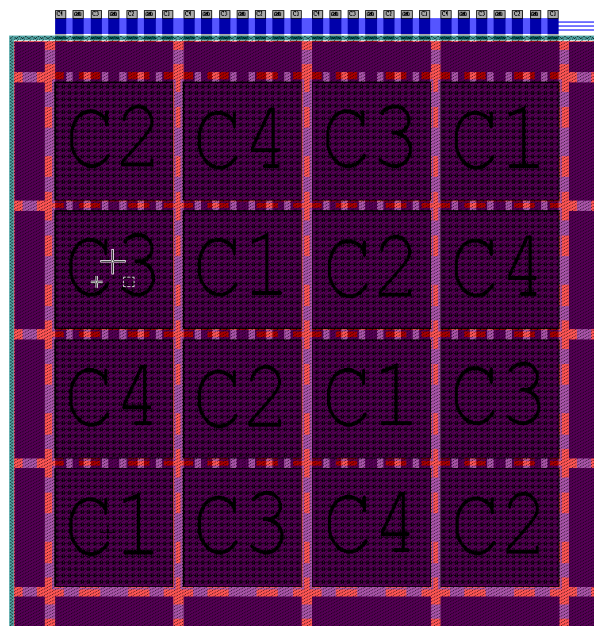


Figura 4.14: Dibujo de los Capacitores.



Luego de probar mediante simulaciones distintas topologías de llaves en función del desplazamiento residual debido a la inyección de cargas, y siguiendo las propuestas en [54], se implementó el sistema que puede verse en la Fig. 4.15 que consiste en una llave de transmisión compuesta de un transistor NMOS y uno PMOS, ambos del doble del tamaño mínimo permitido por la tecnología, una llave de transmisión fantasma de tamaño mínimo y dos cadenas de inversores que generan el retraso temporal necesario entre el encendido de la llave y el de la llave fantasma.

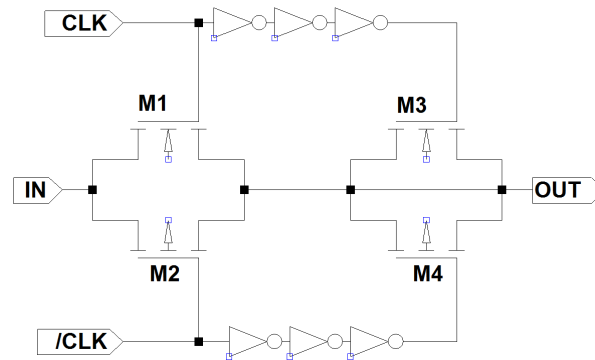


Figura 4.15: Circuito Esquemático de las llaves implementadas.

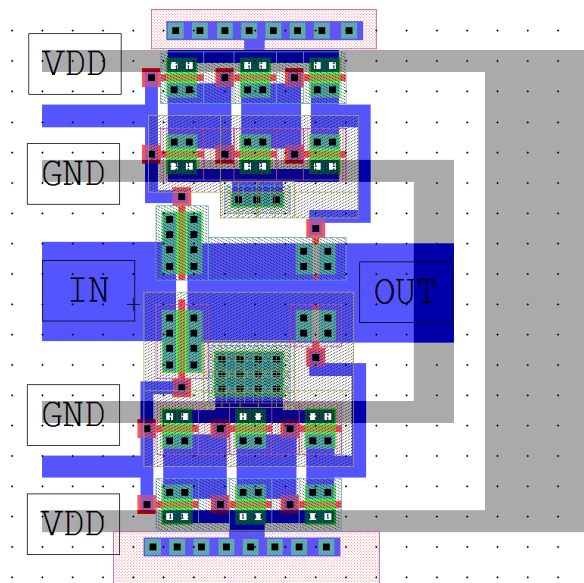


Figura 4.16: Dibujo de las llaves implementadas.

El diseño completo del circuito integrado, incluyendo los *pads* de entrada y salida, ocupó un área de  $1.5 \text{ mm} \times 1.5 \text{ mm}$ , y puede verse en la Fig. 4.17. En la Fig. 4.18 se muestra una fotografía del *die*. Los filtros  $F_1$  y  $F_2$  se implementaron externamente.

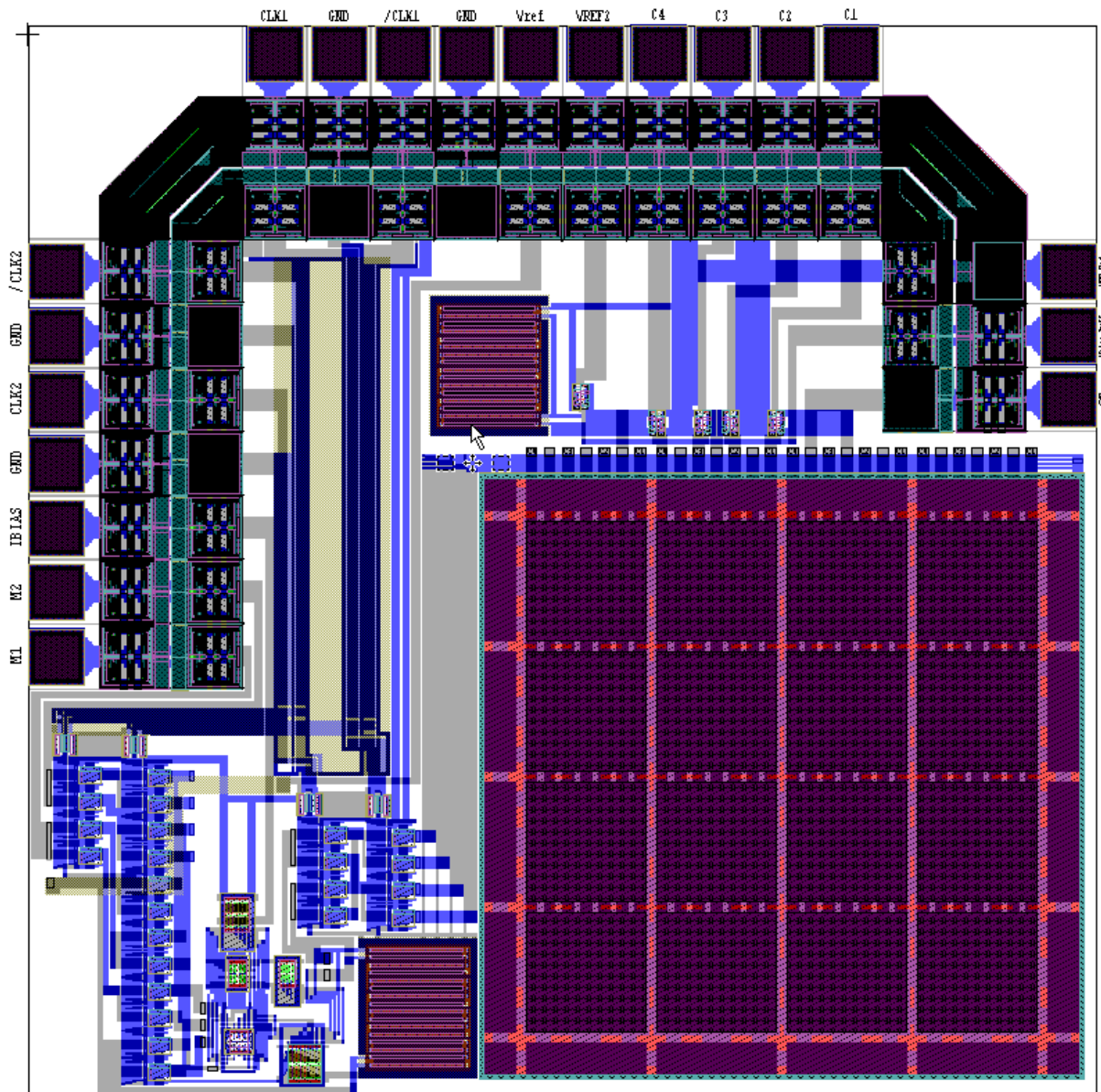


Figura 4.17: Dibujo del circuito integrado.

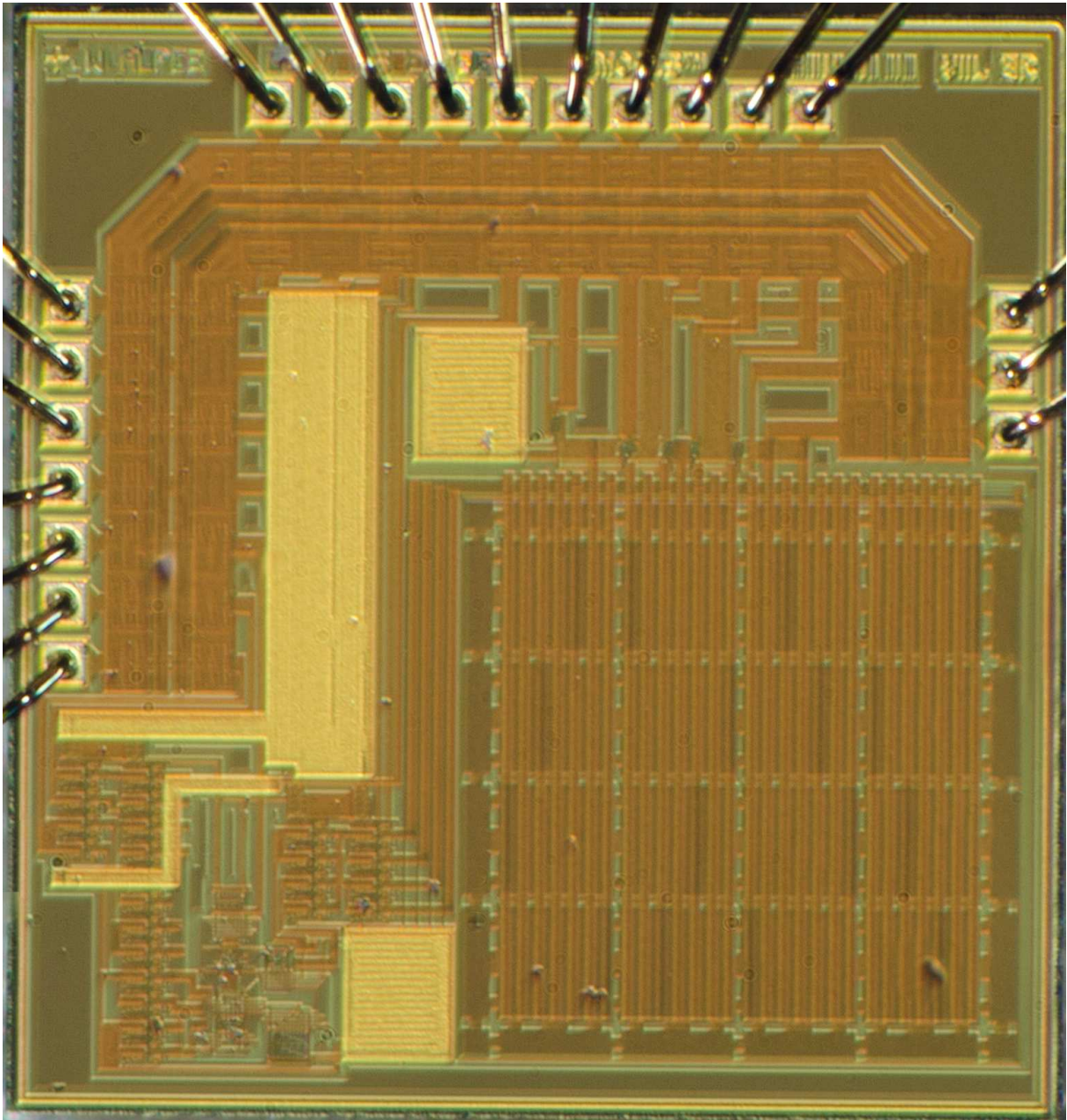


Figura 4.18: Fotografía del *die*.

### 4.2.2. Verificación del CI

El sistema de medición diseñado para verificar el funcionamiento del circuito integrado puede verse en la Fig. 4.19.

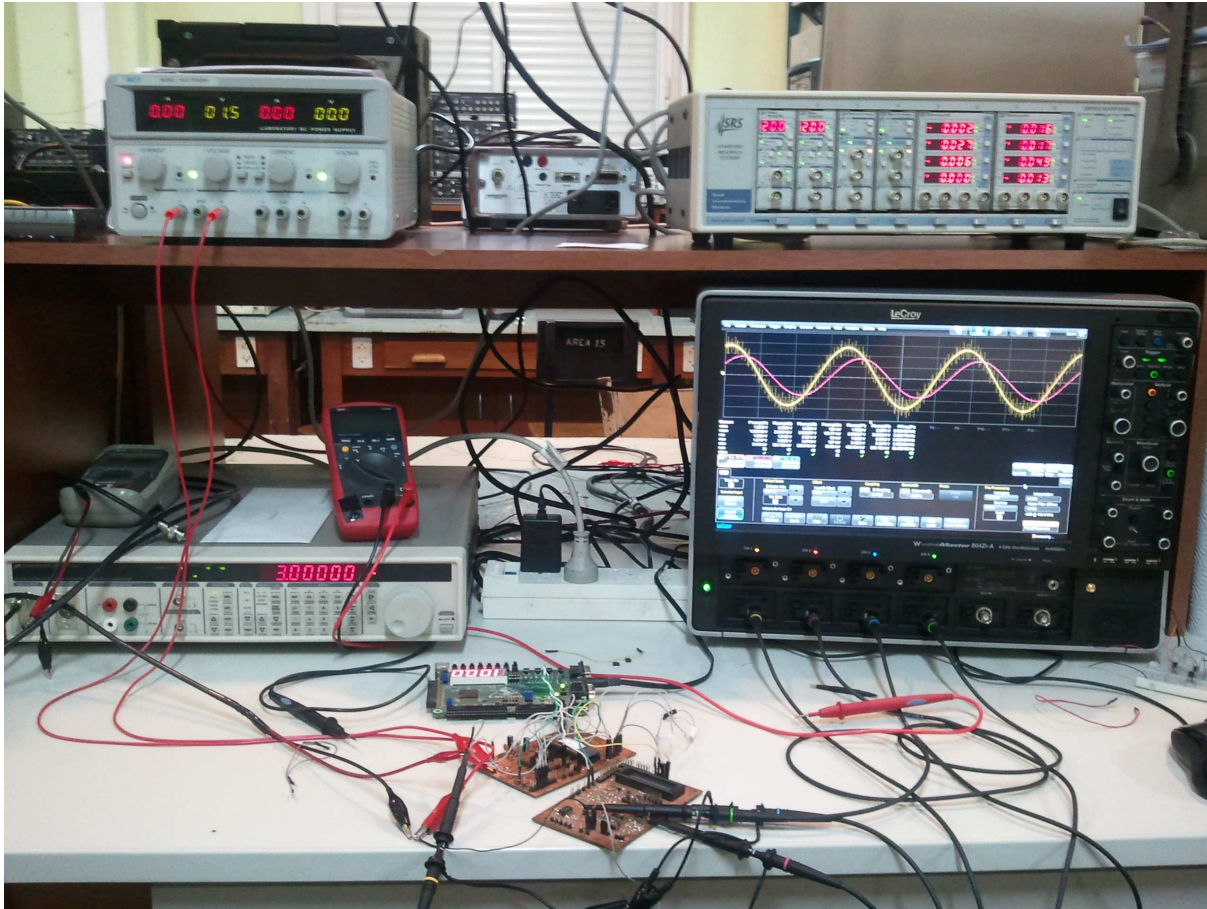


Figura 4.19: Fotografía del sistema de medición.

Las señales de reloj  $\theta_1$  y  $\theta_2$  se implementaron en una plaqueta Starter-Kit de Xilinx con un FPGA Spartan 3, con frecuencias programables entre 10 KHz y 100 KHz. La frecuencia de conmutación elegida para las mediciones fue de 50 KHz para  $\theta_1$  y 25 KHz para  $\theta_2$ .

El circuito integrado se alimentó con una tensión de 5 V mediante una fuente de alta precisión Agilent E5270B. El consumo de potencia estática total del chip es de  $2,5 \mu\text{W}$ .

Para la verificación del funcionamiento del chip en señal se utilizó un generador de funciones SRS DS-360 de ultra bajo ruido y ultra baja distorsión. Los filtros analógicos SRS SIM-965 utilizados como etapa de salida se configuraron como filtros pasabajos tipo Butterworth de 4to orden, con frecuencia de corte en 20 KHz. La adquisición de las

señales se realizó mediante un osciloscopio LeCroy WaveMaster 8, que permite la captura de  $20 \times 10^6$  muestras por señal, que luego fueron procesadas mediante Matlab.

En la Fig. 4.20 se muestra la forma de onda de las señales de salida de uno de los filtros. Las formas de onda C1 y C2 son las señales medidas en los capacitores  $C_1$  y  $C_2$ , que forman parte de uno de los filtros en la Fig. 4.1. La forma de onda C1-C2 es su diferencia punto a punto antes de pasar por el filtro pasabajos, y la señal F1 es la salida del filtro pasabajos, donde ya se encuentran atenuados el desplazamiento y el ruido  $1/f$ , modulados a la frecuencia de conmutación.

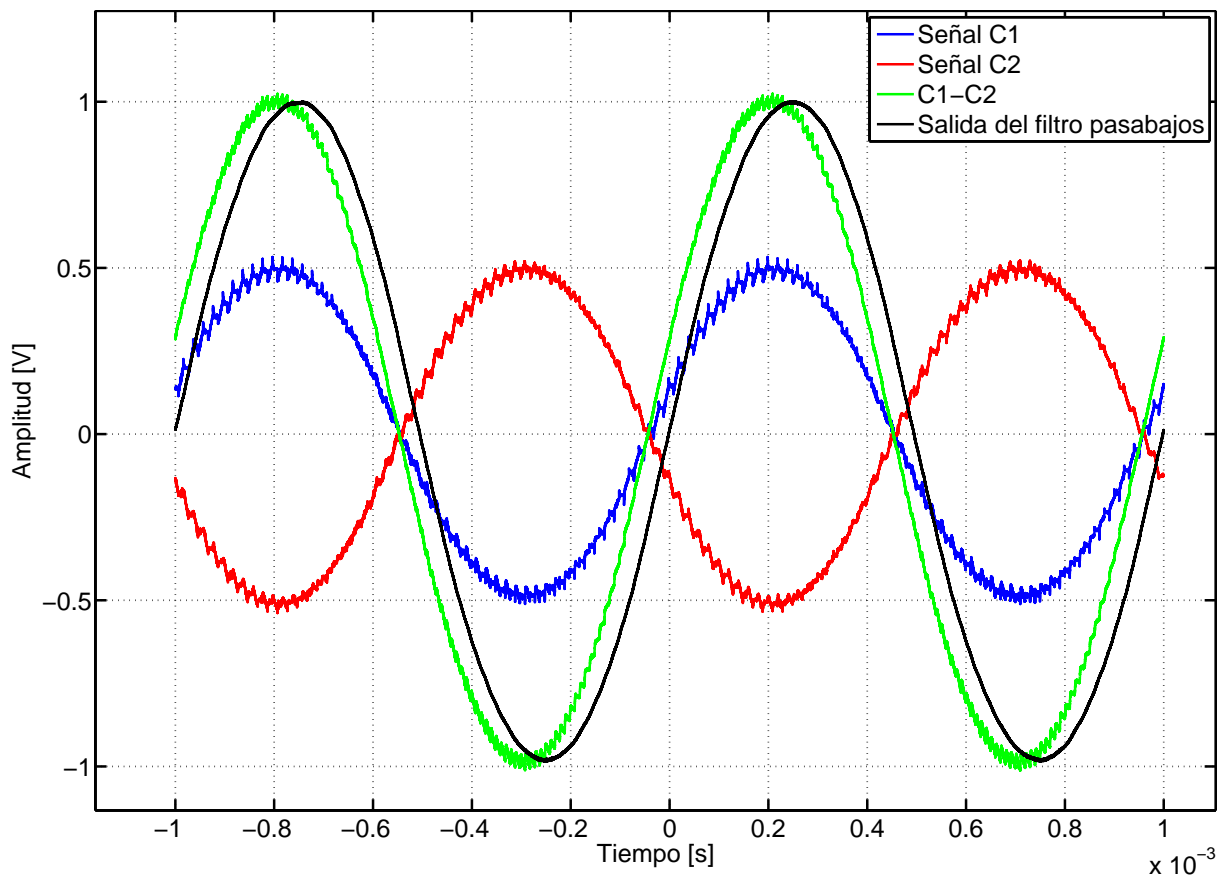


Figura 4.20: Formas de onda de las señales de salida de uno de los filtros.

En la Fig. 4.21 la frecuencia de la señal de entrada es mayor, y cercana a la frecuencia de conmutación. Pueden apreciarse claramente los períodos de adquisición y de HOLD resultantes de la conmutación. Como se suceden en períodos complementarios, los intervalos de HOLD quedan eliminados en las señales de salida de los filtros analógicos.

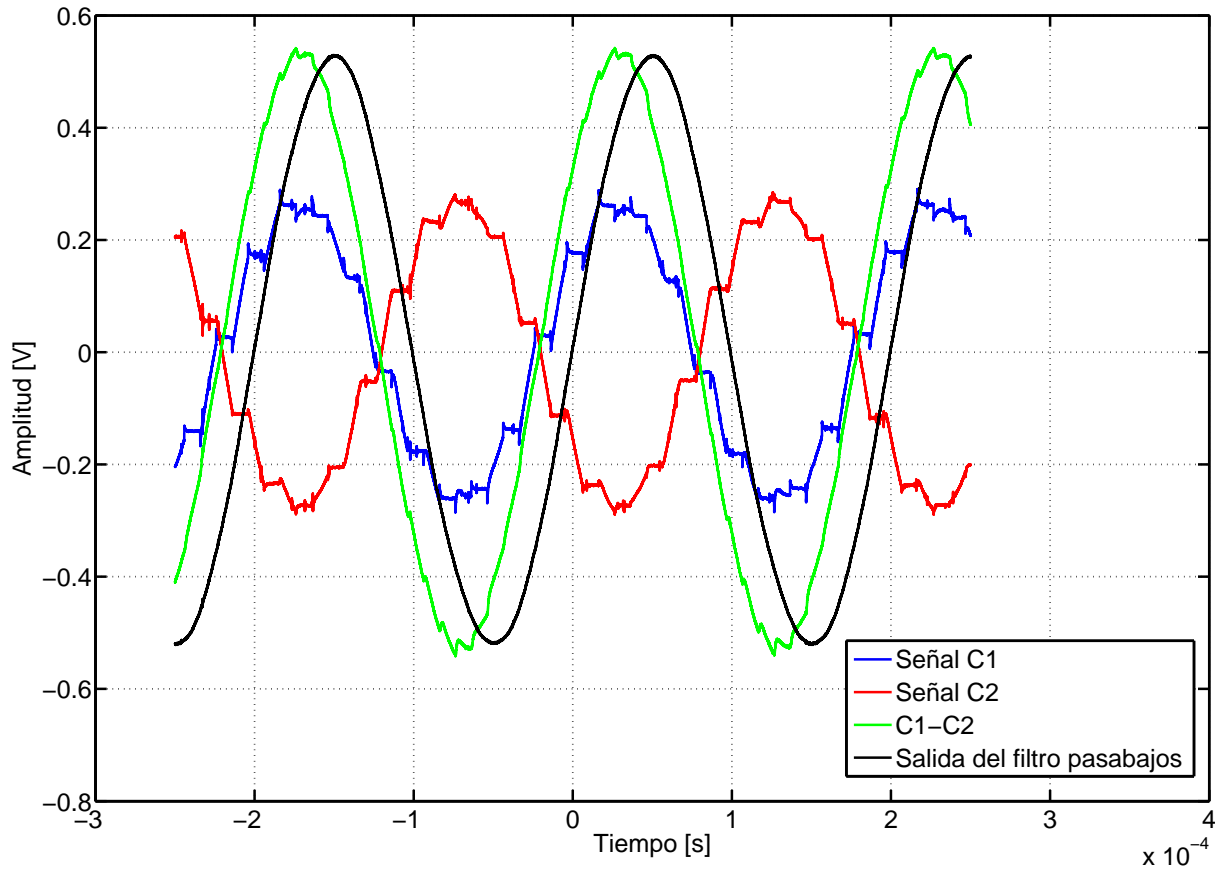


Figura 4.21: Formas de onda de las señales de salida de los filtros.

Las mediciones en señal realizadas consistieron en conectar el generador a la entrada de los dos filtros y realizar un barrido frecuencial entre 20 Hz y 20 KHz. En cada paso se calculó el valor de ganancia y fase entre la salida de cada filtro y la entrada; cada una de estas mediciones se repitió no menos de 100 veces.

En las Figs. 4.22 y 4.23 se muestra la respuesta en frecuencia obtenida de los filtros, evaluada a partir de las mediciones directas de amplitud y fase.

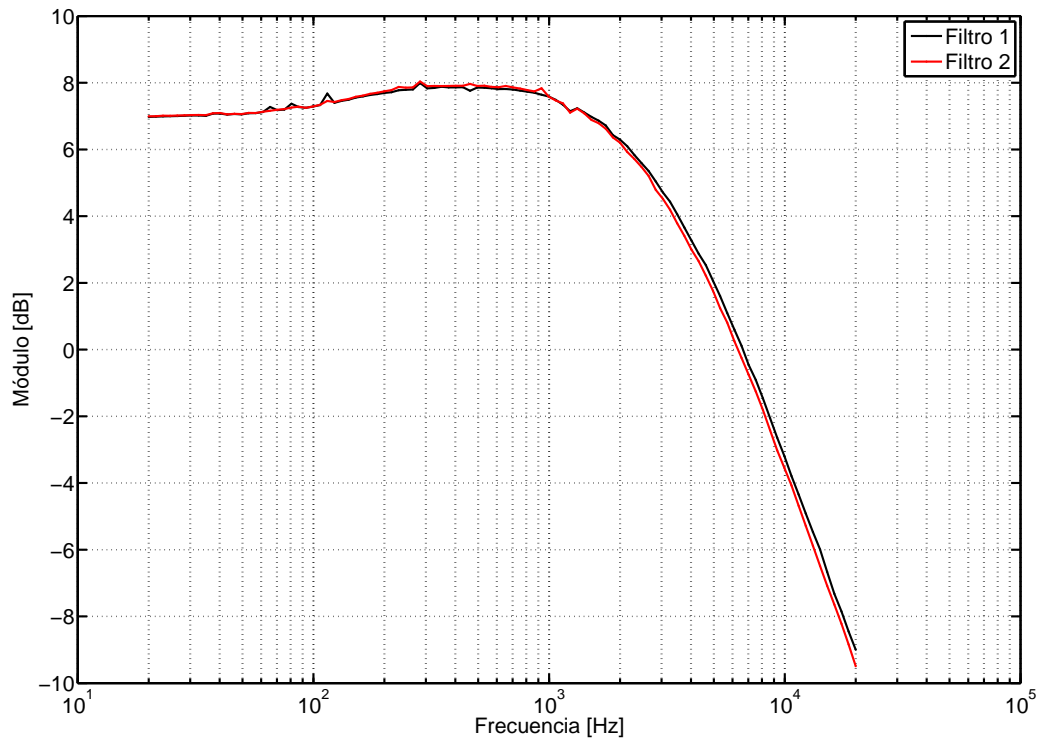


Figura 4.22: Respuesta en frecuencia de los filtros - Módulo.

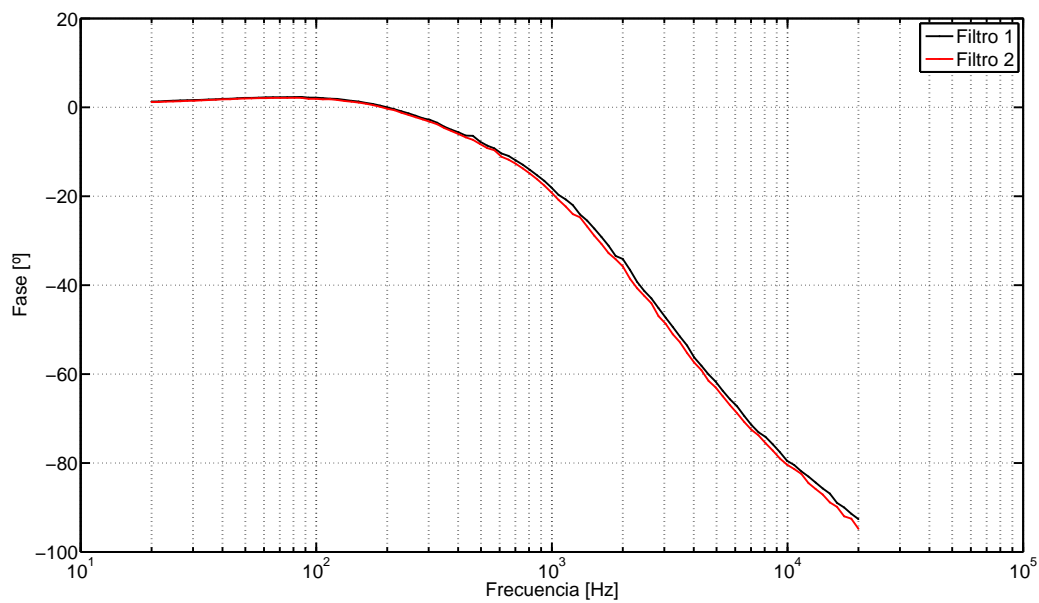


Figura 4.23: Respuesta en frecuencia de los filtros - Fase.

Utilizando la rutina de minimización por cuadrados mínimos relativos desarrollada en el Cap. 3, se obtuvieron las curvas de fase que mejor ajustan los datos adquiridos, y el valor de frecuencia de corte resultante para cada filtro es el siguiente:

Polo del Filtro 1: 3462 Hz

Polo del Filtro 2: 3434 Hz

Para la medición del rango lineal de los filtros se realizó un barrido en amplitud de la señal de entrada y se midió la salida de cada filtro. En la Fig. 4.24 puede verse que el circuito permite una inyección de señales de hasta 1 Vpp con una distorsión mínima.

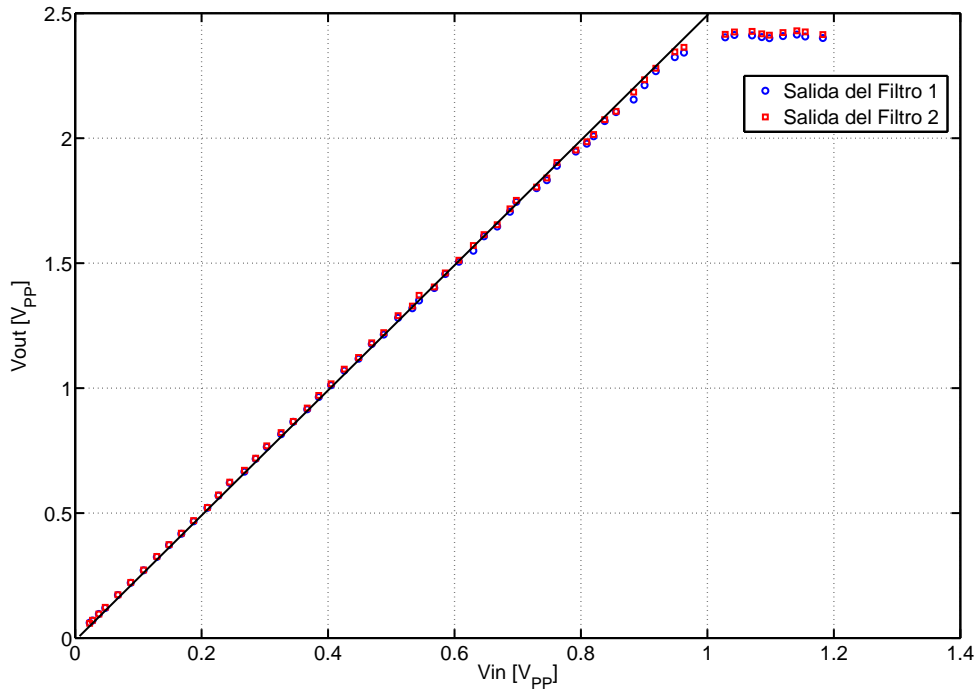


Figura 4.24: Rango lineal para la entrada de los filtros.

### 4.2.3. Mediciones de retraso temporal relativo

La respuesta en frecuencia medida de los filtros permite realizar una primera aproximación del desapareamiento en sus frecuencias de corte y, por lo tanto, del DTD que resulta entre sus señales de salida. La rutina de minimización aplicada sobre las curvas de fase determinó una diferencia en la ubicación de los polos de 28 Hz. Considerando el Filtro 1 como referencia y que el Filtro 2 presenta la perturbación en su frecuencia de corte, el desapareamiento resultante es de 0,8 %, y el DTD para filtros pasabajos de primer orden con ese grado de desapareamiento es de 370 ns.

La medición de un retraso temporal de una magnitud tan baja presenta un desafío para el sistema de adquisición y procesamiento. En primer lugar, las diferencias entre los canales del sistema de adquisición pueden generar un DTD espurio que enmascare el DTD a medir. Por otra parte, para lograr confiabilidad en la estimación del DTD como



el tiempo para el cual la función correlación entre las señales presenta un máximo, es necesario adquirir al menos 20 ciclos de las señales a correlacionar, y el paso de muestreo debe ser al menos 50 veces menor que el DTD a medir. Esto genera, especialmente a bajas frecuencias, un volumen de datos considerable.

Por ejemplo, si el DTD entre las salidas de los filtros es de 370 ns, y se quiere realizar la medición a 20 Hz, es necesario adquirir 1 s de cada señal (20 ciclos) a un paso de muestreo máximo de 7 ns ( $370/50$  ns), lo que equivale a  $134,5 \times 10^6$  puntos de cada señal, y luego realizar la correlación entre ellas.

El osciloscopio LeCroy WaveMaster 8 utilizado para adquirir las señales de salida de los filtros permite un paso mínimo de 20 ns cuando se intenta capturar 1 s de señal, por lo tanto la mínima frecuencia para la cual es posible estimar el DTD es de 200 Hz. Además, si el DTD real entre los filtros resulta menor a la primera aproximación de 370 ns (es decir, si el desapareamiento es menor al 0,8 %) entonces es de esperar que el error en la estimación, especialmente a bajas frecuencias, sea considerable.

### **Caracterización del sistema de adquisición**

El sistema de adquisición, como todo sistema real, presenta diferencias paramétricas entre sus canales, introduciendo un DTD espurio. Para evaluar su efecto en las mediciones, se realizó la caracterización del DTD entre los canales del osciloscopio, incluídas las puntas de prueba. El generador SRS-DS360 se conectó simultáneamente a las cuatro entradas del osciloscopio, y se realizó la estimación del DTD resultante para cada valor de frecuencia en el rango de interés. La Fig. 4.25 ilustra el DTD medido para cada par de canales.

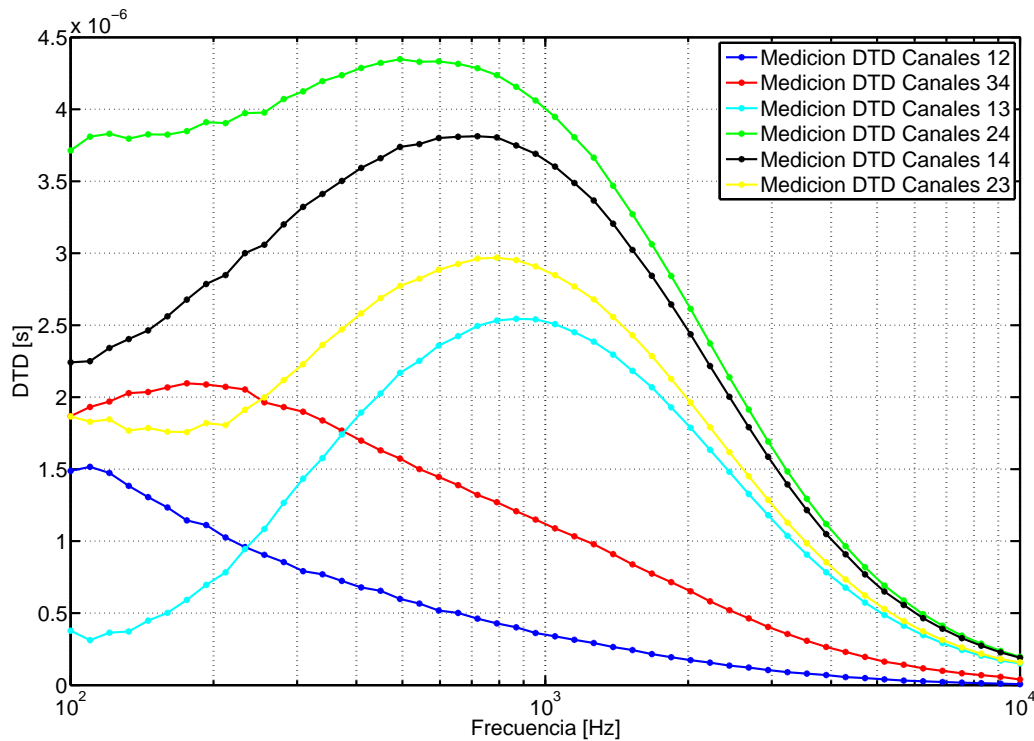


Figura 4.25: DTD medido entre los canales del osciloscopio, con las puntas incluídas.

El par de canales 1-2 presentó el menor DTD espurio, y fue utilizado para el resto de las mediciones. Para asegurar que el error introducido es sistemático, se repitió la medición del DTD en dos oportunidades, obteniendo el mismo resultado.

### Medición del DTD del circuito integrado

La estimación del DTD se realizó en el entorno Matlab, utilizando la función *xcorr* para obtener la correlación entre las señales de salida de los dos filtros. Los filtros F1 y F2 de la Fig. 4.1 se implementaron digitalmente, también en Matlab, para evitar que las diferencias entre los filtros SRS agreguen un DTD espurio a la medición.

El primer paso en la rutina desarrollada para la estimación del DTD es la búsqueda de los cruces por cero de la señal considerada referencia (salida del filtro *F1*) y el ajuste del vector de datos de manera que comience y termine en un cruce por cero. Los vectores de datos correspondientes al tiempo de adquisición y a la salida del filtro *F2* se ajustan de manera acorde. Este paso es fundamental para que las señales presenten una forma periódica, y la correlación genere resultados válidos.

El siguiente paso es la ejecución de la función *xcorr* de Matlab entre las señales adquiridas. En primera instancia se evaluó la correlación entre las señales construídas como la resta de las salidas de los capacitores, es decir, sobre las señales (C1-C2) en la Fig. 4.20

y (C3-C4). El resultado puede verse en la Fig. 4.26, y un acercamiento alrededor de su valor máximo se ilustra en la Fig. 4.27. La forma triangular de la función envolvente se debe a que las señales correlacionadas son de duración finita, y la herramienta de Matlab completa los vectores con ceros a medida que realiza el desplazamiento. Como puede verse en la Fig. 4.27, la correlación de estas señales es una función ruidosa, y puede presentar varios máximos, introduciendo error en la estimación del DTD.

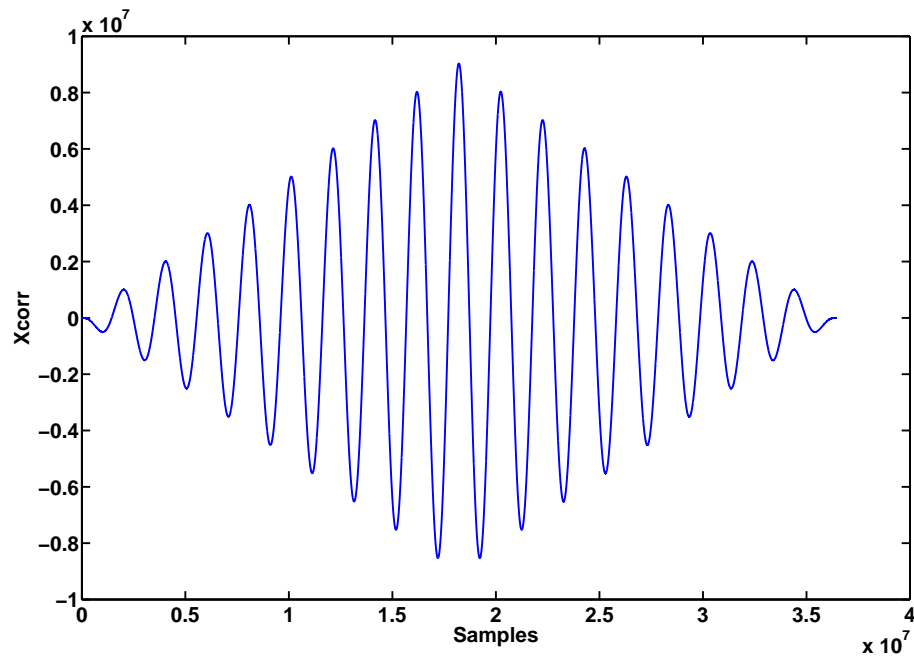


Figura 4.26: Correlación de las señales adquiridas de los capacitores.

Para poder encontrar un único máximo en la función correlación, se realizó un ajuste de los datos obtenidos alrededor del máximo por una función polinomial, y luego se evaluó el valor máximo de la señal ajustada. Por otra parte, se implementaron digitalmente los filtros F1 y F2 de la Fig. 4.1 y se ejecutó la función *xcorr* sobre las señales de salida de los filtros que, como puede verse en la Fig. 4.20, son más limpias. Además se volvió a realizar el ajuste mediante una función polinomial del resultado de la correlación sobre las señales filtradas, con el objetivo de comparar la calidad de la estimación del DTD con cada método.

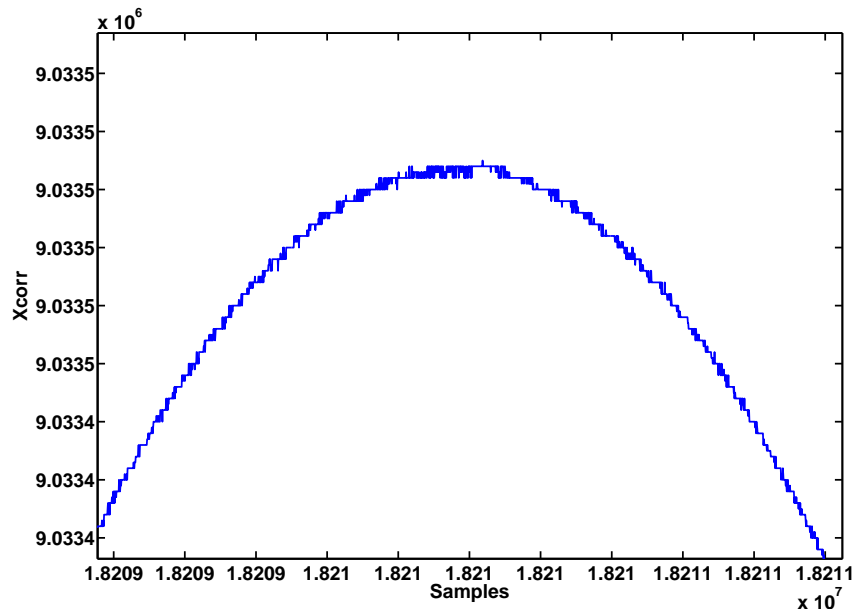


Figura 4.27: Acercamiento alrededor del valor máximo de la correlación.

Este proceso se realizó 20 veces para cada punto del barrido en frecuencia y luego se evaluó el valor medio de los resultados obtenidos, que se ilustran en la Fig. 4.28.

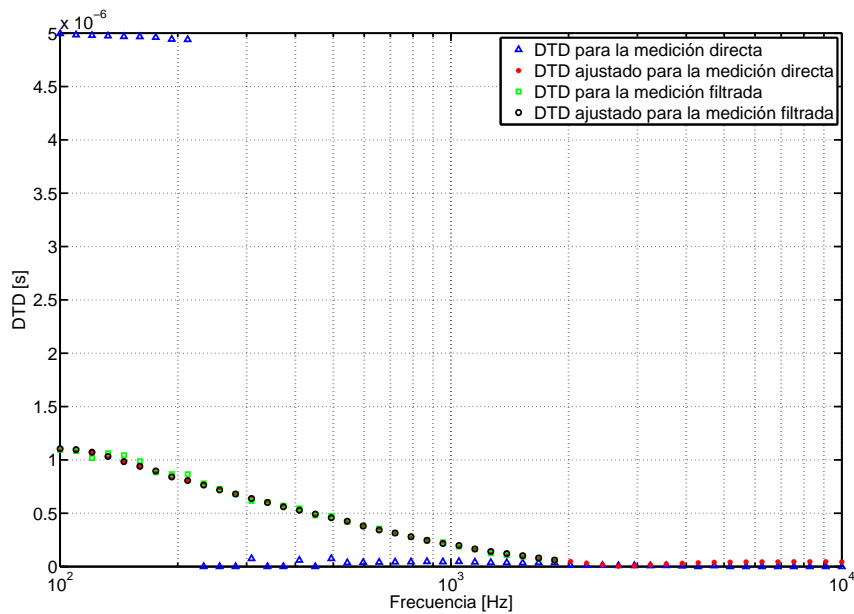


Figura 4.28: DTD medido para las señales adquiridas de los capacitores, antes y después de ser filtradas.

Resulta evidente de esta figura que la correlación de las señales sin filtrar no genera un resultado válido, pero que los tres métodos para mejorar la precisión de la medición presentan resultados muy similares.

Para obtener el DTD entre las señales de salida de los filtros del circuito integrado, se realizó la resta entre el DTD medido (Fig. 4.28) y la contribución del sistema de adquisición (Canales 1 y 2 en la Fig. 4.25). El resultado se muestra en la Fig. 4.29, donde se obtuvo un DTD de valor medio de  $0,125 \mu\text{s}$  (y un valor máximo de  $0,18 \mu\text{s}$ ) dentro del rango de frecuencias de interés, entre 300 Hz y 2KHz. La línea continua, correspondiente al DTD teórica, fue generada para un desapareamiento de 0.35 %.

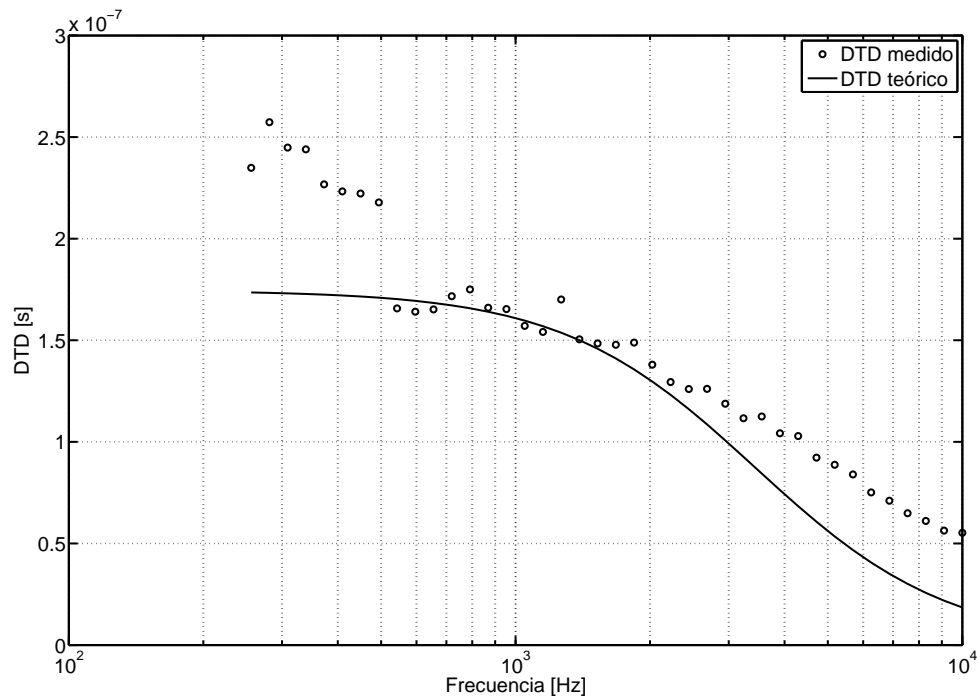


Figura 4.29: Retraso temporal entre las salidas de los filtros, estimado mediante la correlación de sus señales temporales, y luego de restarle la contribución del sistema de adquisición.

A fin de comparar el desempeño de los filtros diseñados, se construyeron dos filtros pasabajos Butterworth de segundo orden y frecuencia de corte  $f_c = 3,45 \text{ KHz}$  con los filtros analógicos SRS-SIM965 y se repitió el mismo procedimiento de medición, obteniéndose como resultado la curva mostrada en la Fig. 4.30.

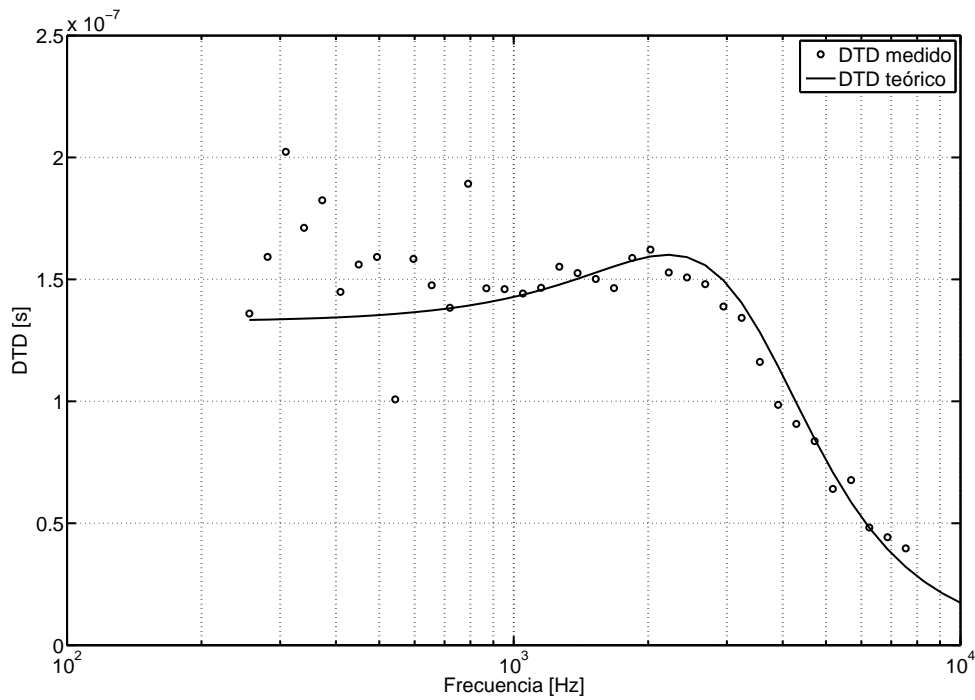


Figura 4.30: Retraso temporal entre las salidas de los filtros SRS, programados para presentar un polo doble en 3.45 KHz.

En este caso, la curva de DTD teórico corresponde a un desapareamiento de 0.26 %.

### 4.3. Conclusiones

En este capítulo se presentó el diseño, implementación y resultados experimentales de un circuito integrado que contiene dos canales de amplificación y filtrado para un *front-end* orientado a minimizar el DTD espurio. El circuito evidencia un DTD medio de  $0,125 \mu\text{s}$  entre sus canales, con un consumo de potencia de  $2,5 \mu\text{W}$ , mejorando todos los sistemas experimentales para mediciones de señales en el rango audible reportados en la literatura [11, 12, 48, 49]. Además el desempeño obtenido es similar al de un filtro analógico programable comercial de alto desempeño.

# Capítulo 5

## Conclusiones

La estimación del retraso de propagación de una señal entre sensores separados espacialmente juega un papel fundamental en muchas de las aplicaciones de localización acústica y seguimiento de objetivos. El filtrado y acondicionamiento de señales es una parte importante e ineludible en la mayoría de éstos sistemas como primera etapa de su *front-end* analógico. Una variación entre los parámetros de dos filtros, aún siendo pequeña, introduce una diferencia de fase, dependiente de la frecuencia, que el sistema de procesamiento de las etapas posteriores interpretará como un movimiento de la fuente acústica, es decir, no podrá discriminarla del retraso temporal que intenta estimar.

En esta tesis se analizó en profundidad la diferencia de retrasos temporales entre dos señales de salida de filtros diseñados para ser idénticos, pero que presentan variaciones en algunos de sus parámetros, debidas a errores de diseño o layout (desapareamiento sistemático) o bien a fluctuaciones propias del proceso de fabricación de los filtros (desapareamiento aleatorio).

En primera instancia se analizó el retraso temporal introducido por un filtro en el camino de una señal. En el Cap. 3 se obtuvieron expresiones matemáticas que permiten expresar dicho retraso temporal en función de los parámetros del filtro. Estas expresiones pueden utilizarse para filtros de cualquier tipo, y orden arbitrario.

Luego se analizó la diferencia entre dos señales que atraviesan filtros que presentan ligeras variaciones paramétricas, y su impacto en sistemas de estimación de retraso temporal, como la localización de fuentes acústicas. Se obtuvieron expresiones matemáticas, que luego fueron validadas mediante resultados experimentales, que permiten expresar el DTD en función de los parámetros de los filtros y del desapareamiento entre ellos.

Esta herramienta permite al diseñador estimar el peor caso de DTD espurio que pueden presentar los filtros diseñados, dada una cierta topología elegida y conociendo las posibles desviaciones del proceso. Por otra parte, permiten especificar de antemano el tipo de filtro y el máximo desapareamiento tolerable en su implementación, dada una especificación de DTD espurio mínimo.

En el Cap. 4 se presentó el diseño, implementación y resultados experimentales de un circuito integrado que contiene dos canales de amplificación y filtrado para un *front-end* que minimiza el DTD espurio. Los diagramas esquemáticos, máscaras de layout y chequeos necesarios para asegurar el correcto funcionamiento de los filtros se implementaron mediante la suite de herramientas de software *Tanner Tools* y su comportamiento se simuló en el entorno *Cadence*. El circuito integrado se fabricó en una tecnología de  $0,5 \mu\text{m}$  de ancho mínimo de canal, mediante la compañía The Mosis Service, y ocupó un área de  $1.5 \text{ mm} \times 1.5 \text{ mm}$

El circuito evidencia un DTD medio de  $0,125 \mu\text{s}$  entre sus canales, que se corresponde con un desapareamiento del  $0,35 \%$  en las frecuencias de corte de los filtros y con un consumo de potencia de  $2,5 \mu\text{W}$ , mejorando todos los setups experimentales para mediciones de señales en el rango audible reportados en la literatura. Además el desempeño obtenido es similar al de un filtro analógico programable comercial de alto desempeño.



# Agradecimientos

Es imposible realizar una lista de todas las personas que colaboraron a lo largo de mi formación profesional, pero quiero agradecer especialmente a Sol y a Jazmín por haberme apoyado en todo momento y haber aguantado conmigo los momentos más complicados. A mi familia: padres, hermanas, tíos y primos con quienes siempre pude contar. A mis compañeros de oficina, por fomentar un inmejorable lugar para trabajar y aprender, y en particular a Pedro, por su constante guía (y empuje). A todos ellos, les doy las gracias.



# Bibliografía

- [1] A. G. Andreou, K. A. Boahen, P. O. Pouliquen, A. Pavasovic, R. E. Jenkins, and K. Strohbehm, “Current-mode subthreshold MOS circuits for analog VLSI neural systems,” *IEEE Transactions on Neural Networks*, vol. 2, no. 2, pp. 205–213, 1991.
- [2] E. Vittoz and J. Fellrath, “CMOS analog integrated circuits based on weak inversion operations,” *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, vol. 12, no. 3, pp. 224–231, 1977.
- [3] C. Mead, “Neural computation in analog VLSI,” in *Proc. Twenty-Third Asilomar Conf. Signals, Systems and Computers*, vol. 1, 1989.
- [4] E. A. Vittoz, “The design of high-performance analog circuits on digital CMOS chips,” *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, vol. 20, no. 3, pp. 657–665, 1985.
- [5] C. Enz, F. Krummenacher, and E. A. Vittoz, “An analytical MOS transistor model valid in all regions of operation and dedicated to low-voltage and low-current applications,” *Analog Integrated Circuits and Signal Processing*, vol. 8, pp. pp. 83–115, 1995.
- [6] A. I. A. Cunha, O. C. Gouveia-Filho, M. C. Schneider, and C. Galup-Montoro, “A current-based model for the MOS transistor,” in *Proc. IEEE Int Circuits and Systems ISCAS '97. Symp*, vol. 3, 1997, pp. 1608–1611.
- [7] H. Gharavi and S. P. Kumar, “Special issue on sensor networks and applications,” *Proceedings of the IEEE*, vol. 91, no. 8, pp. 1151–1153, 2003.
- [8] A. Chacón Rodríguez, “Circuitos integrados de bajo consumo para detección y localización de disparos de armas de fuego,” Ph.D. dissertation, Universidad Nacional de Mar del Plata, 2009.
- [9] D. H. Goldberg, P. O. Pouliquen, A. G. Andreou, L. Riddle, P. Julian, and R. Rosasco, “A wake-up detector for an acoustic surveillance sensor network: algorithm and

- VLSI implementation,” in *Proc. Third Int. Symp. Information Processing in Sensor Networks IPSN 2004*, 2004, pp. 134–141.
- [10] P. Julian, A. G. Andreou, G. Cauwenberghs, M. Stanacevic, H. Goldberg, P. S. Mandolesi, L. Riddle, and S. Shamma, “Field test results for low power bearing estimator sensor nodes,” in *Proc. IEEE Int. Symp. Circuits and Systems ISCAS 2005*, 2005, pp. 4205–4208.
- [11] P. Julian, A. G. Andreou, L. Riddle, S. Shamma, D. H. Goldberg, and G. Cauwenberghs, “A comparative study of sound localization algorithms for energy aware sensor network nodes,” *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, vol. 51, no. 4, pp. 640–648, 2004.
- [12] P. Julian, A. G. Andreou, and D. H. Goldberg, “A low-power correlation-derivative CMOS VLSI circuit for bearing estimation,” *IEEE Transactions on Very Large Scale Integration (VLSI) Systems*, vol. 14, no. 2, pp. 207–212, 2006.
- [13] G. C. Carter, “Coherence and time delay estimation,” *Proceedings of the IEEE*, vol. 75, no. 2, pp. 236–255, 1987.
- [14] G. Carter, “Time delay estimation for passive sonar signal processing,” *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, vol. 29, no. 3, pp. 463–470, 1981.
- [15] C. Knapp and G. Carter, “The generalized correlation method for estimation of time delay,” *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, vol. 24, no. 4, pp. 320–327, 1976.
- [16] A. Piersol, “Time delay estimation using phase data,” *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, vol. 29, no. 3, pp. 471–477, 1981.
- [17] G. Cauwenberghs, A. G. Andreou, J. West, M. Stanacevic, A. Celik, P. Julian, T. Teixeira, C. Diel, and L. Riddle, “A miniature, low-power, intelligent sensor node for persistent acoustic surveillance,” in *Proc. of Int. Society for Optical Engineering (SPIE), Unattended Ground Sensor Technologies and Applications VII, Defense and Security Symposium*, vol. 5796, 2005, pp. pp. 294–305.
- [18] J. Silva-Martinez and J. Alcedo-Suner, “A CMOS preamplifier for electret microphones,” in *Proc. IEEE Int Circuits and Systems ISCAS '95. Symp*, vol. 3, 1995, pp. 1868–1871.

- [19] M. Azaria and D. Hertz, “Time delay estimation by generalized cross correlation methods,” *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, vol. 32, no. 2, pp. 280–285, 1984.
- [20] D. M. Goblirsch and D. T. Horak, “Error analysis of correlation methods for estimation of time delays in sensor signals,” in *Proc. American Control Conf*, 1985, pp. 526–529.
- [21] Q. Zou and Z. Lin, “Measurement time requirement for generalized cross-correlation based time-delay estimation,” in *Proc. IEEE Int. Symp. Circuits and Systems ISCAS 2002*, vol. 3, 2002.
- [22] G. H. Stuarts and P. M. Julian, “Sensibilidad parametrica en filtros apareados,” in *XV Workshop Iberchip, Vol. 2*, 2009.
- [23] M. J. M. Pelgrom, A. C. J. Duinmaijer, and A. P. G. Welbers, “Matching properties of MOS transistors,” *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, vol. 24, no. 5, pp. 1433–1439, 1989.
- [24] H. Tuinhout, N. Wils, and P. Andricciola, “Parametric mismatch characterization for mixed-signal technologies,” *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, vol. 45, no. 9, pp. 1687–1696, 2010.
- [25] H. P. Tuinhout, A. Bretveld, and W. C. M. Peters, “Measuring the span of stress asymmetries on high-precision matched devices,” in *Proc. Int. Conf. Microelectronic Test Structures ICMTS '04*, 2004, pp. 117–122.
- [26] H. Tuinhout, “Impact of parametric fluctuations on performance and yield of deep-submicron technologies,” in *Proc. Proceeding of the 32nd European Solid-State Device Research Conf*, 2002, pp. 95–102.
- [27] H. Tuinhout, F. van Rossem, and N. Wils, “High precision on-wafer backend capacitor mismatch measurements using a benchtop semiconductor characterization system,” in *Proc. IEEE Int. Conf. Microelectronic Test Structures ICMTS 2009*, 2009, pp. 3–8.
- [28] F. Maloberti, *Analog design for CMOS VLSI systems*. Kluwer Academic Publishers, 2001.

- [29] R. W. Gregor, “On the relationship between topography and transistor matching in an analog CMOS technology,” *IEEE Transactions on Electron Devices*, vol. 39, no. 2, pp. 275–282, 1992.
- [30] N. Wils, H. P. Tuinhout, and M. Meijer, “Characterization of STI edge effects on CMOS variability,” *IEEE Transactions on Semiconductor Manufacturing*, vol. 22, no. 1, pp. 59–65, 2009.
- [31] P. G. Drennan and C. C. McAndrew, “Understanding MOSFET mismatch for analog design,” *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, vol. 38, no. 3, pp. 450–456, 2003.
- [32] L. Vancaillie, F. Silveira, B. Linares-Barranco, T. Serrano-Gotarredona, and D. Flandre, “MOSFET mismatch in weak/moderate inversion: model needs and implications for analog design,” in *Proc. 29th European Solid-State Circuits Conf. ESSCIRC '03*, 2003, pp. 671–674.
- [33] F. Silveira, D. Flandre, and P. G. A. Jespers, “A gm/ID based methodology for the design of CMOS analog circuits and its application to the synthesis of a silicon-on-insulator micropower OTA,” *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, vol. 31, no. 9, pp. 1314–1319, 1996.
- [34] S. Koziel, R. Schaumann, and H. Xiao, “Analysis and optimization of noise in continuous-time OTA-C filters,” *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, vol. 52, no. 6, pp. 1086–1094, 2005.
- [35] M. Miguez, “Gm-C chopper amplifiers for implantable medical devices,” Ph.D. dissertation, Universidad Católica de Uruguay, 2008.
- [36] A. Arnaud, R. Fiorelli, and C. Galup-Montoro, “On the design of very small transconductance OTAs with reduced input offset,” in *Proc. 18th Symp. on Integrated Circuits and Systems Design*, 2005, pp. 15–20.
- [37] ———, “Nanowatt, sub-ns OTAs, with sub-10-mv input offset, using series-parallel current mirrors,” *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, vol. 41, no. 9, pp. 2009–2018, 2006.
- [38] A. Arnaud and C. Galup-Montoro, “A compact model for flicker noise in MOS transistors for analog circuit design,” *IEEE Transactions on Electron Devices*, vol. 50, no. 8, pp. 1815–1818, 2003.

- [39] A. Arnaud and M. Miguez, “Gm-C chopper amplifiers for implantable medical devices,” *Proc. Escuela Argentina de Microelectrónica, Tecnología y Aplicaciones EAM-TA 2007, Cordoba, Argentina*, vol. I, pp. pp.15–18, 2007.
- [40] C. Menolfi and Q. Huang, “A fully integrated, untrimmed CMOS instrumentation amplifier with submicrovolt offset,” *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, vol. 34, no. 3, pp. 415–420, 1999.
- [41] C. C. Enz and G. C. Temes, “Circuit techniques for reducing the effects of op-amp imperfections: autozeroing, correlated double sampling, and chopper stabilization,” *Proceedings of the IEEE*, vol. 84, no. 11, pp. 1584–1614, 1996.
- [42] X. Yang, Y. Zhang, W. wei Huang, and C. dong Ling, “Low power chopper amplifier without LPF,” in *Proc. IEEE Asia Pacific Conf. Circuits and Systems (APCCAS)*, 2010, pp. 17–19.
- [43] A. Arnaud, “An efficient chopper amplifier, using a switched Gm-C filter technique,” in *Proc. 18th Symp. on Integrated Circuits and Systems Design*, 2005, pp. 213–218.
- [44] A. Arnaud and M. R. Miguez, “On the evaluation of the exact output of a switched continuous-time filter and applications,” *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, vol. 55, no. 6, pp. 1421–1429, 2008.
- [45] A. Fornasari, P. Malcovati, F. Maloberti, and F. Tsay, “A technique for offset and gain mismatch cancellation in quadrature A/D converters,” in *Proc. IEEE Int. Symp. Circuits and Systems ISCAS 2002*, vol. 2, 2002.
- [46] Z. Zheng, U.-K. Moon, J. Steensgaard, B. Wang, and G. C. Temes, “Capacitor mismatch error cancellation technique for a successive approximation A/D converter,” in *Proc. IEEE Int. Symp. Circuits and Systems ISCAS '99*, vol. 2, 1999, pp. 326–329.
- [47] A. Papoulis, *Signal analysis*, ser. Electrical and electronic engineering series, McGraw-Hill, Ed. McGraw-Hill, 1977.
- [48] M. Stanacevic and G. Cauwenberghs, “Micropower gradient flow acoustic localizer,” *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, vol. 52, no. 10, pp. 2148–2157, 2005.
- [49] A. van Schaik and S. Shamma, “A neuromorphic sound localizer for a smart MEMS system,” in *Proc. Int. Symp. Circuits and Systems ISCAS '03*, vol. 4, 2003.

- [50] J. G. Harris, C. J. Pu, and J. C. Principe, “A neuromorphic monaural sound localizer,” in *Advances in Neural Information Processing Systems*, vol. 11, 1999.
- [51] T. Horiuchi, “An auditory localization and coordinate transform chip,” in *Advances in Neural Information Processing Systems*, vol. 7, 1995, pp. 787–794.
- [52] G. Stuarts and P. Julian, “Analysis of time delay difference due to parametric mismatch in matched filter channels,” in *2011 Argentine School of Micro-Nanoelectronics, Technology and Applications, EAMTA 2011*, Aug. 2011, pp. 95–101.
- [53] D. A. Johns and K. Martin, *Analog Integrated Circuit Design*. John Wiley & Sons, Inc., 1997.
- [54] C. Eichenberger and W. Guggenbuhl, “On charge injection in analog MOS switches and dummy switch compensation techniques,” *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, vol. 37, no. 2, pp. 256–264, 1990.



# Glosario

**aliasing** En estadística y procesamiento de señales, el aliasing es el efecto que causa que señales continuas distintas se tornen indistinguibles cuando se muestrean digitalmente. Cuando esto sucede, la señal original no puede ser reconstruida de forma unívoca a partir de la señal digital.. 22

**AZ** Autocero. 22

**CDS** Doble muestreo correlacionado. 22

**CHS** Estabilización por chopeo. 22

**CMOS** Es una de las familias lógicas empleadas en la fabricación de circuitos integrados (del inglés *Complementary Metal Oxide Semiconductor*). Su principal característica consiste en la utilización conjunta de transistores complementarios, logrando un consumo considerablemente bajo en estado de reposo. En la actualidad, la mayoría de los circuitos integrados que se fabrican utilizan la tecnología CMOS, incluyendo microprocesadores, memorias y procesadores digitales de señales entre otros. 21

**CTF** Filtro de tiempo continuo. 19

**DC** Corriente Directa. 17

**die** Pequeño bloque de silicio, sobre el que se fabrica un circuito integrado. Por lo general, los circuitos integrados se fabrican en grandes cantidades en una única oblea de silicio a través de procesos comerciales. La oblea es cortada en varias secciones, cada una conteniendo un circuito independiente. A cada una de estas secciones se les llama die. 17

**DTD** Diferencia de Retrasos Temporales. 39, 41, 42, 44, 45, 51, 62, 67, 71, 77, 104

**etching** Es una técnica utilizada en la microfabricación para remover químicamente alguna capa de la superficie de la oblea o *wafer*. 19

**FPGA** Es un dispositivo electrónico (del inglés Field Programmable Gate Array), que contiene bloques de lógica cuya interconexión puede ser configurada mediante un lenguaje de descripción de hardware. La lógica utilizada puede incluir desde funciones sencillas hasta complejos sistemas en chip. Las FPGAs se utilizan en aplicaciones similares a los ASICs. Sin embargo son más lentas, tienen un mayor consumo de potencia y no pueden abarcar sistemas tan complejos. A pesar de esto, tienen las ventajas de ser reprogramables y sus costos de desarrollo son mucho menores. 92

**GBW** Producto ganancia-ancho de banda. 19

**GISEE** Grupo de Investigación en Sistemas Electrónicos y Electromecatrónicos. 12, 13

**Gm-C** Es un tipo de filtro basado en amplificadores operacionales de transconductancia y capacitores. 19, 20

**LMNE** Laboratorio de Micro y Nano-Electrónica en la Universidad Nacional del Sur. 3

**LPF** Filtro Pasa-Bajos. 24, 25

**Matlab** Suite de herramientas de software matemático comúnmente utilizadas en ingeniería para tareas de procesamiento numérico. Cuenta con una arquitectura de plugins o *toolboxes*, que le permiten agregar funcionalidades extra como manejo de equipos de medición por GPIB, funciones de análisis de señales y algoritmos de control, entre otras. 93

**MOS** Metal Oxide Semiconductor. 11

**MOSFET** Es una familia de transistores que se basan en la utilización de un campo eléctrico para controlar el canal en un material semiconductor. 18

**OTA** Amplificador de Transconductancia. 19, 20

**PSD** Densidad de potencia espectral. 26

**RdS** Redes de Sensores. 11, 12

**SCTF** Filtros de tiempo continuo conmutados. 24

**SRS** Stanford Research Systems. 69, 92

**The Mosis Service** Compañía que provee el servicio de fabricación de circuitos integrados, ofreciendo descuentos y precios preferenciales para la fabricación de prototipos en universidades con fines educativos y de investigación. 104

**TOA** Tiempo de Arribo. 77

**UNS** Universidad Nacional del Sur. 12



# Apéndice I

## Demstración del Teorema 1

Sean dos señales  $y_1(t)$  e  $y_2(t)$ , donde  $y_1(t)$  está compuesta por la suma de  $n$  señales senoidales de amplitud  $a_k$  y frecuencia  $\omega_k$  ( $k = 1, 2, \dots, n$ ), e  $y_2(t)$  es tal que sus componentes presentan un retraso temporal  $\delta_k$  ( $k = 1, 2, \dots, n$ ) respecto a las componentes de  $y_1(t)$ , es decir:

$$y_1(t) = \sum_{k=1}^N a_k \text{sen}(\omega_k t) \quad (5.1)$$

$$y_2(t) = \sum_{k=1}^N a_k \text{sen}[\omega_k (t + \delta_k)] \quad (5.2)$$

La correlación cruzada entre ambas señales es:

$$R_{y_1 y_2}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T y_1(t) y_2(t + \tau) dt \quad (5.3)$$

donde

$$y_1(t) y_2(t + \tau) = \sum_{k=1}^N a_k \text{sen}(\omega_k t) \sum_{k=1}^N a_k \text{sen}[\omega_k (t + \delta_k + \tau)] \quad (5.4)$$

Y su resultado es:

$$\hat{R}_{y_1 y_2}(\tau) = \sum_{k=1}^N \frac{a_k^2}{2} \cos[\omega_k (\tau + \delta_k)] \quad (5.5)$$

*Demstración:*

Partiendo de (5.4):

$$\begin{aligned}
 y_1(t)y_2(t + \tau) &= \sum_{k=1}^N a_k \operatorname{sen}(\omega_k t) \sum_{k=1}^N a_k \operatorname{sen}[\omega_k(t + \delta_k + \tau)] \\
 &= \sum_{k=1}^N a_k^2 \operatorname{sen}(\omega_k t) \operatorname{sen}[\omega_k(t + \delta_k + \tau)] + \sum_{k=1}^N \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq k}}^N a_k a_l \operatorname{sen}(\omega_k t) \operatorname{sen}[\omega_l(t + \delta_l + \tau)]
 \end{aligned} \tag{5.6}$$

Como:  $\operatorname{sen}(\alpha) \operatorname{sen}(\beta) = 1/2 [\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)]$ , el segundo término de 5.6 queda:

$$\begin{aligned}
 a_k a_l \operatorname{sen}(\omega_k t) \operatorname{sen}[\omega_l(t + \delta_l + \tau)] &= \frac{a_k a_l}{2} \cos[(\omega_k - \omega_l)t - \omega_l(\delta_l + \tau)] \\
 &\quad - \frac{a_k a_l}{2} \cos[(\omega_k + \omega_l)t + \omega_l(\delta_l + \tau)]
 \end{aligned} \tag{5.7}$$

Entonces:

$$\begin{aligned}
 \int_{-T}^T a_k a_l \operatorname{sen}(\omega_k t) \operatorname{sen}[\omega_l(t + \delta_l + \tau)] dt &= \frac{a_k a_l}{2} \int_{-T}^T \cos[(\omega_k - \omega_l)t - \omega_l(\delta_l + \tau)] dt \\
 &\quad - \frac{a_k a_l}{2} \int_{-T}^T \cos[(\omega_k + \omega_l)t + \omega_l(\delta_l + \tau)] dt
 \end{aligned} \tag{5.8}$$

Cada uno de los términos de (5.8) es la integral de un coseno entre  $-T$  y  $T$ . Como la integral de un período es nula, se puede acotar su valor por el área de un semicírculo del coseno, que vale 2. Entonces,

$$\begin{aligned}
 \|E \{a_k a_l \operatorname{sen}(\omega_k t) \operatorname{sen}[\omega_l(t + \delta_l + \tau)]\}\| &= \left\| \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T a_k a_l \operatorname{sen}(\omega_k t) \operatorname{sen}[\omega_l(t + \delta_l + \tau)] dt \right\| \\
 &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \left\| \int_{-T}^T a_k a_l \operatorname{sen}(\omega_k t) \operatorname{sen}[\omega_l(t + \delta_l + \tau)] dt \right\| \\
 &\leq \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \left\| \frac{a_k a_l}{2} \int_{-T}^T \cos[(\omega_k - \omega_l)t - \omega_l(\delta_l + \tau)] dt \right\| \\
 &\quad - \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \left\| \frac{a_k a_l}{2} \int_{-T}^T \cos[(\omega_k + \omega_l)t + \omega_l(\delta_l + \tau)] dt \right\| \\
 &\leq \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \left\| \frac{a_k a_l}{2} 2 \right\| - \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \left\| \frac{a_k a_l}{2} 2 \right\| \\
 &= 0.
 \end{aligned}$$

Como

$$\|E \{a_k a_l \operatorname{sen}(\omega_k t) \operatorname{sen}[\omega_l(t + \delta_l + \tau)]\}\| = 0$$

resulta que

$$E \{ a_k a_l \text{sen}(\omega_k t) \text{sen}[\omega_l (t + \delta_l + \tau)] \} = 0. \quad (5.9)$$

Por otra parte:

$$a_k^2 \text{sen}(\omega_k t) \text{sen}[\omega_k (t + \delta_k + \tau)] = \frac{a_k^2}{2} \cos[\omega_k (\delta_k + \tau)] - \frac{a_k^2}{2} \cos[2\omega_k t + \omega_k (\delta_k + \tau)] \quad (5.10)$$

de modo que

$$E \{ a_k^2 \text{sen}(\omega_k t) \text{sen}[\omega_k (t + \delta_k + \tau)] \} = E \left\{ \frac{a_k^2}{2} \cos[\omega_k (\delta_k + \tau)] \right\} - E \left\{ \frac{a_k^2}{2} \cos[2\omega_k t + \omega_k (\delta_k + \tau)] \right\} \quad (5.11)$$

El segundo término de (5.11) tiene la misma forma que cada uno de los términos de (5.8), y por lo tanto

$$E \left\{ \frac{a_k^2}{2} \cos[2\omega_k t + \omega_k (\delta_k + \tau)] \right\} = 0. \quad (5.12)$$

Para el primer término de (5.11) se tiene que

$$E \left\{ \frac{a_k^2}{2} \cos[\omega_k (\delta_k + \tau)] \right\} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T \frac{a_k^2}{2} \cos[\omega_k (\delta_k + \tau)] dt. \quad (5.13)$$

Como el integrando no depende de  $t$ , resulta

$$\begin{aligned} E \left\{ \frac{a_k^2}{2} \cos[\omega_k (\delta_k + \tau)] \right\} &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T \frac{a_k^2}{2} \cos[\omega_k (\delta_k + \tau)] dt \\ &= \frac{a_k^2}{2} \cos[\omega_k (\delta_k + \tau)] \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T dt \\ &= \frac{a_k^2}{2} \cos[\omega_k (\delta_k + \tau)] \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} [T - (-T)] \\ &= \frac{a_k^2}{2} \cos[\omega_k (\delta_k + \tau)]. \end{aligned} \quad (5.14)$$

Por lo tanto, de (5.12) y (5.14) resulta que

$$E \{ a_k^2 \text{sen}(\omega_k t) \text{sen}[\omega_k (t + \delta_k + \tau)] \} = \frac{a_k^2}{2} \cos[\omega_k (\delta_k + \tau)] \quad (5.15)$$

Finalmente, de (5.9) y (5.15) se encuentra que

$$R_{y_1 y_2}(\tau) = \sum_{k=1}^N \frac{a_k^2}{2} \cos[\omega_k (t + \delta_k)].$$



# Apéndice

## Trabajos Publicados

# Sensibilidad paramétrica en Filtros Apareados

Guillermo H. Stuarts<sup>†</sup>, Pedro M. Julián<sup>‡</sup>

<sup>†</sup>Universidad Nacional del Sur, Bahía Blanca, Argentina

<sup>‡</sup> Universidad Nacional del Sur, Bahía Blanca, Argentina, afiliado a CONICET

**Resumen**—En el presente trabajo se analiza el problema de las variaciones paramétricas entre los filtros de un sistema de redes de sensores. Se obtendrá una expresión para la diferencia entre los retrasos de fase y de grupo de las señales de salida de dos filtros ligeramente diferentes en función de sus parámetros, y luego se utilizarán estas expresiones para obtener una estimación del retraso temporal entre las señales.

**Palabras clave**— Estimación de Retraso Temporal, Filtros Apareados, Sensibilidad paramétrica.

## I. INTRODUCCIÓN

EL problema de medir el desfase temporal entre señales recibidas en dos o más sensores tiene diversas aplicaciones en áreas como comunicaciones, acústica, geofísica, bio-ingeniería y sistemas de radar, y el filtrado es una parte esencial en la mayoría de éstos sistemas [1], [2].

La introducción de un filtro en el camino de la señal inevitablemente produce una distorsión de su fase. En redes de sensores, donde la relación de fase entre cada nodo es importante, pueden surgir problemas si el cambio de fase introducido por cada filtro es diferente a los demás. En un sistema de localización de una fuente sonora mediante una red de sensores acústicos, por ejemplo, se mide la diferencia en los tiempos de llegada de la señal acústica a cada nodo y con ella puede estimarse la ubicación de la fuente. Un desfase temporal ligeramente distinto en cada filtro, debido a diferencias en sus parámetros, resulta en un error en la localización de la fuente sonora.

El objetivo de este trabajo es obtener una expresión para el desfase temporal entre las señales de salida de dos filtros apareados, y excitados por la misma señal de entrada, dentro de un circuito integrado. Si bien los filtros se diseñan para ser idealmente iguales mediante técnicas de layout, las imperfecciones propias del proceso de fabricación pueden ocasionar pequeñas diferencias en sus parámetros.

En el capítulo II se definirán los conceptos necesarios para

Documento recibido el 29 de Diciembre de 2008. El presente trabajo fue sustentado por:

Instituto de Investigaciones en Ingeniería Eléctrica - IIIE - (UNS-CONICET)

Project ANPCyT-PICT 2006 No. 1835

Project PGI-UNS 2006 No. 24/ZK17

Project PGI-UNS 2006 No. 24/K040

Project PIP 2005-2006 No. 5048 of CONICET

Departamento de Ingeniería Eléctrica y de Computadoras (DIEC)

Universidad Nacional del Sur. Avda. Alem 1253 - (8000) Bahía Blanca

el desarrollo del trabajo. En el capítulo III se obtendrá una expresión para el retraso de fase y de grupo en un filtro general, en función de sus parámetros. Con éstas expresiones es posible hacer un primer análisis del retraso temporal relativo entre las señales de salida de dos filtros ligeramente distintos. En el capítulo IV se obtendrá una expresión analítica para el retraso temporal entre las dos señales, para una señal de entrada general. Finalmente, en el capítulo V se propondrá un circuito para realizar pruebas sobre los resultados obtenidos.

## II. DEFINICIONES

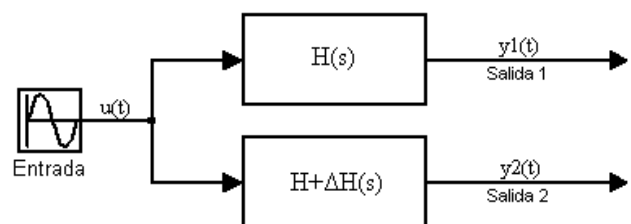


Fig. 1. Sistema de estudio.  $\Delta H(s)$  simboliza las variaciones de uno o más parámetros con respecto al filtro original,  $H(s)$ .

Para hallar el desfase temporal entre las señales de salida  $y_1(t)$  e  $y_2(t)$  primero es necesario introducir los conceptos de Fase de un sistema, Retraso de Fase (Phase Delay) y Retraso de Grupo (Group Delay).

Fase de un Sistema: La fase de un sistema  $H(jw)$  se define como:

$$\text{Fase de } H(jw) = \varphi(jw) = \tan^{-1} \left( \frac{\text{Im}\{H(jw)\}}{\text{Re}\{H(jw)\}} \right)$$

Retraso de Fase: Diferencia temporal entre una señal senoidal de entrada y su salida al atravesar un sistema, medida en estado estacionario [3]. Sea una señal de entrada  $u(t) = \sin(wt)$  y su salida  $y(t) = \sin(wt - \varphi)$ , el retraso de fase ( $t_p$ ) se obtiene de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \sin(wt - \varphi) &= \sin(w(t - t_p)) \\ wt - \varphi &= w(t - t_p) \\ t_p &= \varphi/w \end{aligned}$$

Retraso de Grupo: Retraso temporal de la variación de amplitud de la envolvente de una señal modulada de entrada.

$$t_g = -\frac{\partial\phi}{\partial\omega}$$

Entonces, si la entrada a un sistema  $H(j\omega)$  es una señal modulada  $u(t)=a(t)\cos(\omega_0 t)$  tal que la señal moduladora  $a(t)$  varía suficientemente lento con respecto a  $\omega_0$ , la salida será:

$$y(t) = A(\omega_0)a(t - t_g) \cos(t - t_p)$$

### III. EXPRESIONES GENERALES

En este capítulo se utilizarán los conceptos definidos anteriormente para obtener una expresión de los retrasos de fase y de grupo para un filtro de cualquier orden.

Sea  $H(S)$  un sistema general:

$$H(S) = \prod_{i=1}^N \frac{m_i S^2 + c_i S + d_i}{n_i S^2 + a_i S + b_i}$$

$$H(j\omega) = \prod_{i=1}^N \frac{-m_i \omega^2 + j c_i \omega + d_i}{-n_i \omega^2 + j a_i \omega + b_i} = \prod_{i=1}^N \frac{(-m_i \omega^2 + d_i) + j(c_i \omega)}{(-n_i \omega^2 + b_i) + j(a_i \omega)}$$

De [4]:

$$\phi(j\omega) = \sum_{i=1}^N \left[ \tan^{-1} \left( \frac{c_i \omega}{d_i - m_i \omega^2} \right) - \tan^{-1} \left( \frac{a_i \omega}{b_i - n_i \omega^2} \right) \right]$$

Entonces:

$$t_p = \frac{1}{\omega} \sum_{i=1}^N \left[ \tan^{-1} \left( \frac{c_i \omega}{d_i - m_i \omega^2} \right) - \tan^{-1} \left( \frac{a_i \omega}{b_i - n_i \omega^2} \right) \right]$$

$$t_g = -\frac{\partial}{\partial \omega} \left[ \sum_{i=1}^N \left[ \tan^{-1} \left( \frac{c_i \omega}{d_i - m_i \omega^2} \right) - \tan^{-1} \left( \frac{a_i \omega}{b_i - n_i \omega^2} \right) \right] \right]$$

$$= \sum_{i=1}^N \left[ \frac{c_i(m_i \omega^2 + d_i)}{(c_i \omega)^2 + (d_i - m_i \omega^2)^2} + \frac{a_i(n_i \omega^2 + b_i)}{(a_i \omega)^2 + (b_i - n_i \omega^2)^2} \right]$$

A continuación se utilizarán las expresiones obtenidas para graficar las curvas de retraso de fase y de grupo para tres casos de estudio: Un filtro Pasabajos de primer orden, un filtro Pasaaltos de primer orden, y un filtro Pasabanda de segundo orden, cuando la señal de entrada es una onda senoidal.

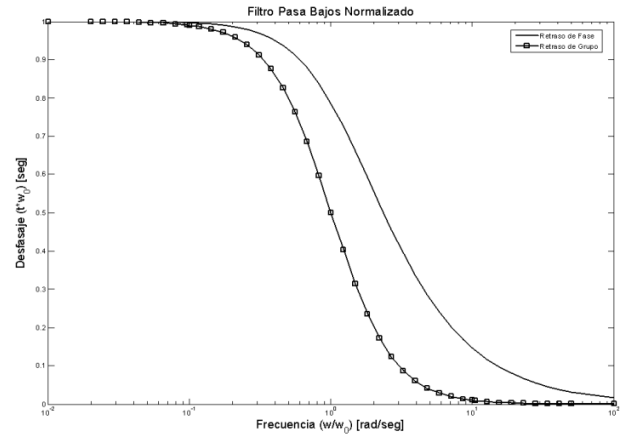


Fig. 2. Retraso de Fase y de Grupo para un filtro Pasa-bajos.

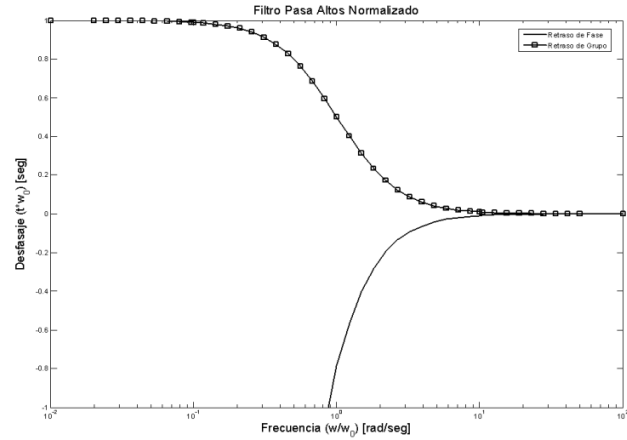


Fig. 3. Retraso de Fase y Grupo para un filtro Pasa-altos.

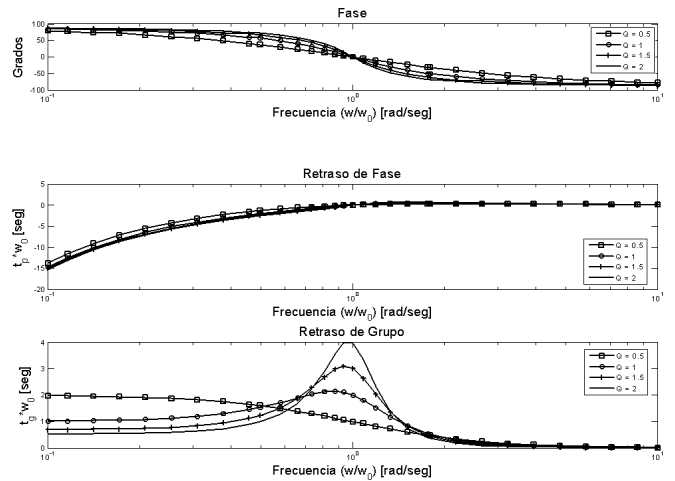


Fig. 4. Curvas para un filtro Pasa-banda normalizado en frecuencia y parametrizado con distintos valores de  $Q$ . (a) Fase. (b) Retraso de Fase. (c) Retraso de Grupo.

También resulta interesante, para estos casos de estudio, evaluar la diferencia entre los retrasos de fase y de grupo de dos filtros ligeramente diferentes, cuando la señal de entrada es la misma.

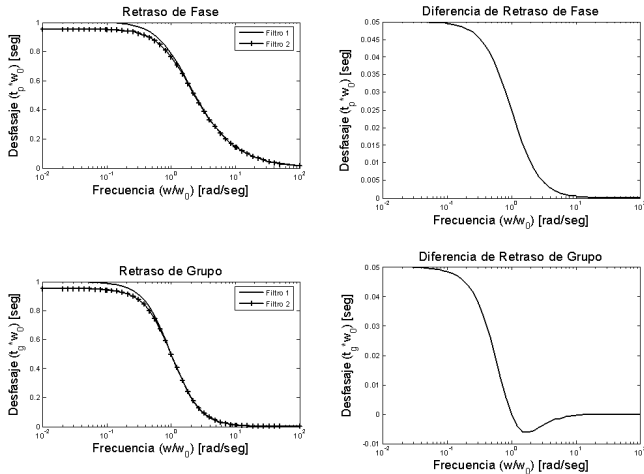


Fig. 5. Diferencia entre los Retrasos de Fase y de Grupo para las salidas de dos filtros Pasa-bajos normalizados, con una diferencia del 5% en el valor de su frecuencia de corte.

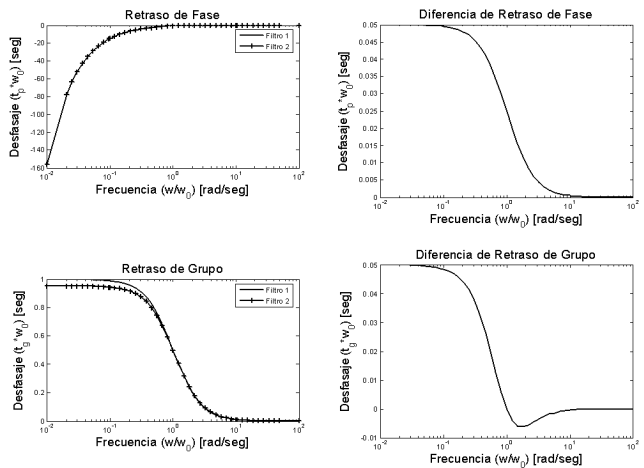


Fig. 6. Diferencia entre los Retrasos de Fase y de Grupo para las salidas de dos filtros Pasa-altos normalizados, con una diferencia del 5% en el valor de su frecuencia de corte.

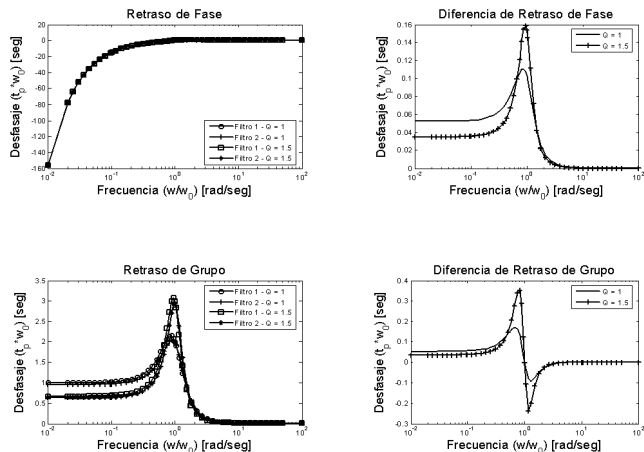


Fig. 7. Diferencia entre los Retrasos de Fase y de Grupo para las salidas de dos filtros Pasa-banda normalizados, con una diferencia del 5% en el valor de su frecuencia natural y parametrizado para dos valores de Q.

En las curvas obtenidas puede apreciarse que la diferencia entre los retrasos de fase y de grupo para los sistemas de primer orden es máxima a frecuencias menores a la de corte, y tiende a cero para frecuencias mayores. Los sistemas de

segundo orden, en cambio, presentan la máxima diferencia alrededor de su frecuencia natural, y ésta diferencia se hace mayor al aumentar el factor de calidad del filtro.

#### IV. EXPRESION ANALÍTICA PARA EL DESFASAJE TEMPORAL

Cuando la entrada a los filtros es una señal real, compuesta por varios tonos de distintas amplitudes y frecuencias, el desfase temporal entre las salidas no puede ser calculado exactamente y debe utilizarse una aproximación.

Un método utilizado frecuentemente es la estimación del retraso temporal entre dos señales mediante el valor que maximiza la correlación entre ellas [5]. La correlación es una herramienta estadística para relacionar dos o más señales:

$$R_{x_1, x_2}(\tau) = E[x_1(t)x_2(t - \tau)]$$

Debido a que el tiempo de observación debe ser finito, debe utilizarse una aproximación para  $R_{x_1, x_2}(\tau)$ .

$$\hat{R}_{x_1, x_2}(\tau) = \frac{1}{T - \tau} \int_{\tau}^T x_1(t)x_2(t - \tau) dt$$

Obtenida la aproximación de la función correlación, será posible estimar el desfase temporal entre las señales  $x_1(t)$ ,  $x_2(t)$  como el el valor de  $\tau$  que la maximice.

Sea:

$$u(t) = \sin(w_1 t) + \sin(w_2 t)$$

En este análisis se considerará, sin perder generalidad, que las señales senoidales que componen  $u(t)$  tienen la misma amplitud. Además, debido a que los filtros se diseñan de manera que sus variaciones paramétricas sean muy pequeñas, se despreciará su efecto en la amplitud de las señales de salida. Entonces:

$$\begin{aligned} \rightarrow y_1(t) &= a_1 \sin(w_1 t + t_{p1}) + a_2 \sin(w_2 t + t_{p2}) \\ \rightarrow y_2(t) &= a_1 \sin(w_1 t + t'_{p1}) + a_2 \sin(w_2 t + t'_{p2}) \end{aligned}$$

Además:

$$\begin{aligned} y_1(t) &= a_1 \sin(w_1 t) + a_2 \sin(w_2 t) \\ y_2(t) &= a_1 \sin(w_1(t + \delta_1)) + a_1 \sin(w_2(t + \delta_2)) \end{aligned}$$

Donde:  $\delta_1 = (t'_{p1} - t_{p1})$ ;  $\delta_2 = (t'_{p2} - t_{p2})$

$$\hat{R}(\tau) = \int \{ [a_1 \sin(w_1 t) + a_2 \sin(w_2 t)] * [a_1 \sin(w_1(t + \delta_1 + \tau)) + a_1 \sin(w_2(t + \delta_2 + \tau))] \} dt$$

Se define:

$$\begin{aligned} \delta_1 + \tau &= \tau_1 \\ \delta_2 + \tau &= \tau_2 \end{aligned}$$

Entonces:

$$\hat{R}(\tau) = \int \{ [a_1 \sin(w_1 t) + a_2 \sin(w_2 t)] * [a_1 \sin(w_1(t + \tau_1)) + a_1 \sin(w_2(t + \tau_2))] \} dt$$

$$\begin{aligned}
&= \int [a_1^2 \sin(w_1 t) \sin(w_1(t + \tau_1))] dt \\
&\quad + \int [a_2^2 \sin(w_2 t) \sin(w_2(t + \tau_2))] dt \\
&\quad + \int [a_1 a_2 \sin(w_1 t) \sin(w_2(t + \tau_2))] dt \\
&\quad + \int [a_1 a_2 \sin(w_2 t) \sin(w_1(t + \tau_1))] dt
\end{aligned}$$

Como:

$$\begin{aligned}
\sin(w_1(t + \tau_1)) &= \sin(w_1 t) \cos(w_1 \tau_1) + \cos(w_1 t) \sin(w_1 \tau_1) \\
\sin(w_1 t) \sin(w_2 t) &= \frac{1}{2} [\cos((w_1 - w_2)t) - \cos((w_1 + w_2)t)] \\
\sin(w_1 t) \cos(w_2 t) &= \frac{1}{2} [\sin((w_1 + w_2)t) + \sin((w_1 - w_2)t)]
\end{aligned}$$

Entonces:

$$\begin{aligned}
&\rightarrow \int [a_1^2 \sin(w_1 t) \sin(w_1(t + \tau_1))] dt \\
&\quad = a_1^2 \cos(w_1 \tau_1) \int \sin^2(w_1 t) dt \\
&\quad \quad + \frac{a_1^2}{2} \sin(w_1 \tau_1) \int \sin(2w_1 t) dt \\
&\rightarrow \int [a_2^2 \sin(w_2 t) \sin(w_2(t + \tau_2))] dt \\
&\quad = a_2^2 \cos(w_2 \tau_2) \int \sin^2(w_2 t) dt \\
&\quad \quad + \frac{a_2^2}{2} \sin(w_2 \tau_2) \int \sin(2w_2 t) dt \\
&\rightarrow \int [a_1 a_2 \sin(w_1 t) \sin(w_2(t + \tau_2))] dt \\
&\quad = \frac{a_1 a_2}{2} \cos(w_2 \tau_2) \left[ \int \cos((w_1 - w_2)t) dt \right. \\
&\quad \quad \left. - \int \cos((w_1 + w_2)t) dt \right] \\
&\quad \quad + \frac{a_1 a_2}{2} \sin(w_2 \tau_2) \left[ \int \sin((w_1 + w_2)t) dt \right. \\
&\quad \quad \left. + \int \sin((w_1 - w_2)t) dt \right] \\
&\rightarrow \int [a_1 a_2 \sin(w_2 t) \sin(w_1(t + \tau_1))] dt = \\
&\quad = \frac{a_1 a_2}{2} \cos(w_1 \tau_1) \left[ \int \cos((w_2 - w_1)t) dt \right. \\
&\quad \quad \left. - \int \cos((w_2 + w_1)t) dt \right] \\
&\quad \quad + \frac{a_1 a_2}{2} \sin(w_1 \tau_1) \left[ \int \sin((w_2 + w_1)t) dt \right. \\
&\quad \quad \left. + \int \sin((w_2 - w_1)t) dt \right]
\end{aligned}$$

Eliminando los términos con valor medio nulo:

$$\begin{aligned}
\hat{R}(\tau) &= a_1^2 \cos(w_1 \tau_1) \int \sin^2(w_1 t) dt \\
&\quad + a_2^2 \cos(w_2 \tau_2) \int \sin^2(w_2 t) dt
\end{aligned}$$

Como además:  $\sin^2(wt) = \frac{1}{2} - \frac{\cos(2wt)}{2}$

$$\begin{aligned}
\hat{R}(\tau) &= a_1^2 \cos(w_1 \tau_1) \left[ \frac{t}{2} - \frac{\sin(2w_1 t)}{2} \right] \\
&\quad + a_2^2 \cos(w_2 \tau_2) \left[ \frac{t}{2} - \frac{\sin(2w_2 t)}{2} \right]
\end{aligned}$$

Volviendo a reemplazar:  $\tau_1 = (\delta_1 + \tau)$  ;  $\tau_2 = (\delta_2 + \tau)$

$$\begin{aligned}
\hat{R}(\tau) &= a_1^2 \left[ \frac{t}{2} - \frac{\sin(2w_1 t)}{2} \right] \cos(w_1(\delta_1 + \tau)) \\
&\quad + a_2^2 \left[ \frac{t}{2} - \frac{\sin(2w_2 t)}{2} \right] \cos(w_2(\delta_2 + \tau))
\end{aligned}$$

Entonces:

$$\hat{R}(\tau) = A_1 \cos(w_1(\delta_1 + \tau)) + A_2 \cos(w_2(\delta_2 + \tau))$$

Donde:

$$\begin{aligned}
A_1 &= a_1^2 \left[ \frac{t}{2} - \frac{\sin(2w_1 t)}{2} \right] \\
A_2 &= a_2^2 \left[ \frac{t}{2} - \frac{\sin(2w_2 t)}{2} \right]
\end{aligned}$$

Ahora es posible estimar el desfase temporal entre las señales  $y_1(t)$  e  $y_2(t)$  como el valor de  $\tau$  que maximiza  $\hat{R}(\tau)$ .

$$\frac{\partial \hat{R}(\tau)}{\partial \tau} = 0 \Rightarrow A_1 w_1 \sin(w_1(\delta_1 + \tau)) = -A_2 w_2 \sin(w_2(\delta_2 + \tau))$$

$\delta_i$  es el desfase temporal entre las señales senoidales al pasar por los filtros, y como este valor es muy chico es posible realizar la siguiente aproximación:

$$\sin(w_i(\delta_i + \tau)) \cong w_i(\delta_i + \tau)$$

$$\rightarrow A_1 w_1 (w_1(\delta_1 + \tau)) \cong -A_2 w_2 (w_2(\delta_2 + \tau))$$

$$\rightarrow A_1 w_1^2 \delta_1 + A_1 w_1^2 \tau \cong -A_2 w_2^2 \delta_2 - A_2 w_2^2 \tau$$

$$\rightarrow \tau \cong \frac{A_1 w_1^2 \delta_1 + A_2 w_2^2 \delta_2}{A_1 w_1^2 + A_2 w_2^2}$$

El valor del desfase temporal entre las salidas es la media aritmética de los desfases propios de cada frecuencia, ponderada por el factor  $A_i w_i^2$

Así, este resultado es directamente extendible a una señal de entrada general, compuesta por la suma de  $n$  tonos de distinta frecuencia. En el caso general:

$$\tau \cong \frac{\sum_{i=1}^n A_i w_i^2 \delta_i}{\sum_{i=1}^n A_i w_i^2}$$

Para una señal de entrada compuesta por tonos de igual amplitud, el desfase temporal entre las salidas será dominado por el retraso temporal de los tonos de mayor frecuencia, que

además es siempre mínimo. De ésta manera puede utilizarse el retraso temporal de los tonos de menor frecuencia como cota del desfase temporal total.

### V. CIRCUITO DE PRUEBA

Con el objetivo de realizar pruebas que permitan verificar los resultados obtenidos, se diseñó el siguiente circuito:

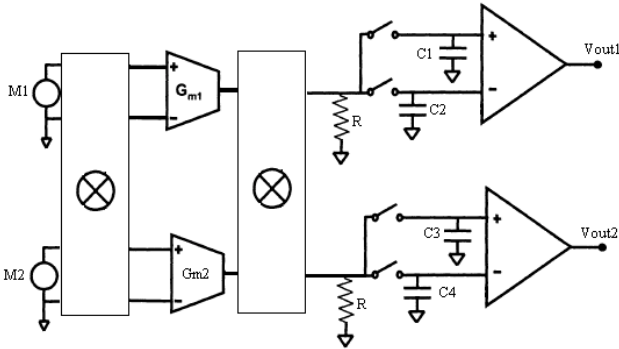


Fig. 8. Circuito de prueba.

El circuito de pruebas está compuesto por dos filtros SCTF similares al propuesto en [6]. Mediante técnicas de layout [10], se diseñaron los capacitores, resistencias y amplificadores de manera de lograr el mejor apareamiento posible.

El sistema de llaves está controlado por dos relojes ( $Clk_1$ ,  $Clk_2$ ) donde la frecuencia de  $Clk_1$  es el doble de la frecuencia de  $Clk_2$ . El primer bloque se encarga de conmutar las señales de entrada provenientes de los micrófonos entre los amplificadores de transconductancia, a la frecuencia de  $Clk_2$ , y además invierte su polaridad a la frecuencia de  $Clk_1$ . El segundo bloque de llaves conmuta las salidas de los amplificadores entre las entradas de los filtros y el último bloque intercambia, para cada filtro, el capacitor que recibe la información y el que queda en estado de almacenamiento ("hold"). De esta manera se logra una distribución de las señales como la que se observa en la figura 9.

		Clk1				
		Clk2				
Filtro 1	C1	M1*Gm1	Hold	M1*Gm2	Hold	M1*Gm1
	C2	Hold	-M1*Gm1	Hold	-M1*Gm2	Hold
Filtro 2	C3	M2*Gm2	Hold	M2*Gm1	Hold	M2*Gm2
	C4	Hold	-M2*Gm2	Hold	-M2*Gm1	Hold

Fig. 8. Distribución de las señales en el circuito de prueba.

El objetivo de esta topología es aprovechar las ventajas de los filtros SCTF, y "promediar" entre las salidas las posibles diferencias paramétricas entre los amplificadores de transconductancia.

### VI. CONCLUSIONES

Se obtuvo una expresión para calcular el retraso de fase y de grupo de una señal senoidal que atraviesa un sistema. Utilizando esos resultados, se obtuvo una expresión para

estimar el retraso temporal entre las señales de salida de dos filtros, debido solamente a las diferencias paramétricas entre ellos. Esta estimación permite acotar el error producto de las variaciones paramétricas en sistemas donde la precisión de la medición lo requiera. Además, la cota obtenida será mejor cuanto mayor sea la cantidad de información que se posea de los procesos, y de las señales de entrada.

### REFERENCIAS

- [1] G. C. Carter, "Time Delay Estimation for Passive Sonar Signal Processing," *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, vol. ASSP-29, pp 463-470, Jun 1981.
- [2] M. Bekara, M. van der Baan, "A New Parametric Method for Time Delay Estimation," *Acoustics, Speech and Signal Processing, 2007. ICASSP 2007. IEEE International Conference on*, vol.3, no., pp.III-1033-III-1036, 15-20 April 2007
- [3] W. M. Leach, "The Differential Time-Delay Distortion and Differential Phase-Shift Distortion as Measures of Phase Linearity," *J. Audio Eng. Soc.*, vol. 30, No. 9, Sept 1989.
- [4] G. Daryanani. (1976). *Principles of Active Network Synthesis and Design* (Wiley), pp 85-88.
- [5] Knapp, C.; Carter, G., "The generalized correlation method for estimation of time delay," *Acoustics, Speech and Signal Processing, IEEE Transactions on*, vol.24, no.4, pp. 320-327, Aug 1976
- [6] Arnaud, A., "An Efficient Chopper Amplifier, Using a Switched Gm-C Filter Technique," *Integrated Circuits and Systems Design, 18th Symposium on*, vol., no., pp.213-218, 4-7 Sept. 2005.
- [7] Arnaud, A.; Miguez, M., "On the analysis of switched continuous time filters," *Micro-Nanoelectronics, Technology and Applications, 2008. EAMTA 2008. Argentine School of*, vol., no., pp.71-76, 18-19 Sept. 2008.
- [8] Enz, C.C.; Vittoz, E.A.; Krummenacher, F., "A CMOS chopper amplifier," *Solid-State Circuits, IEEE Journal of*, vol.22, no.3, pp. 335-342, Jun 1987.
- [9] Silveira, F.; Flandre, D.; Jespers, P.G.A., "A  $g_m/I_D$  based methodology for the design of CMOS analog circuits and its application to the synthesis of a silicon-on-insulator micropower OTA," *Solid-State Circuits, IEEE Journal of*, vol.31, no.9, pp.1314-1319, Sep 1996.
- [10] F.Maloberti. (2001). *Analog Design for CMOS VLSI Systems* (Kluwer Academic Publishers).

# Analysis of time delay difference due to parametric mismatch in matched filter channels

Guillermo Stuarts *Member, IEEE*, Pedro Julián *Senior Member, IEEE*

**Abstract**—In this work, the time delay difference between the outputs of matched filters for a common input is analyzed. The effect of parametric mismatch in the differential time delay is estimated, simulated and measured.

**Index Terms**—Mismatch, matched filter, time delay difference.

## I. INTRODUCTION

THE estimation of the propagation delay difference between spatially separated sensors plays a key role in many source localization and target tracking applications, such as communications, acoustics, geophysics, sonar systems and sensor networks [1]–[4]. Signal conditioning and filtering is an essential and unavoidable part in all them, at the very first stage of the analog front-end. The use of a filter into the signal path introduces a phase shift that depends on the filter parameters. A slight difference in the filter parameters of the two channels creates a frequency dependent phase difference, that will be interpreted by the processing stage as a delay difference produced by a movement of the target source [5].

This work focuses on the development of expressions that will allow an estimation of the time delay difference between the output of two filters, given a common input and parametric mismatch between them.

## II. PHASE DIFFERENCE IN SLIGHTLY MISMATCHED CHANNELS

### A. Single pole linear system with one frequency tone input

To begin the analysis it is illustrative to explain the situation of a single order low pass filter. In such case, the system has the form:

$$H(j\omega) = a/(j\omega + b) \quad (1)$$

Therefore, the phase is given by

$$\phi = \tan^{-1}(\omega/b) \quad (2)$$

Now, let us consider two systems, of the form (1), with a common sinusoidal input, namely  $u(t) = U \times \sin(\omega t)$ , where one of them suffers a variation in the value of the pole, changing from  $b$  to  $b + \Delta b$ , i.e

$$H^1(j\omega) = a/(j\omega + b) \quad (3)$$

$$H^2(j\omega) = a/(j\omega + b + \Delta b) \quad (4)$$

The authors are with the Department of Electrical and Computer Engineering, Universidad Nacional del Sur (UNS), Instituto de Investigaciones en Ingeniería Eléctrica (IIE), UNS-CONICET, and Laboratorio de Micro y Nano Electrónica, UNS-Comisión de Investigaciones Científicas (CIC) of Bs. As., Bahía Blanca, Argentina, e-mail: gstuarts@uns.edu.ar.

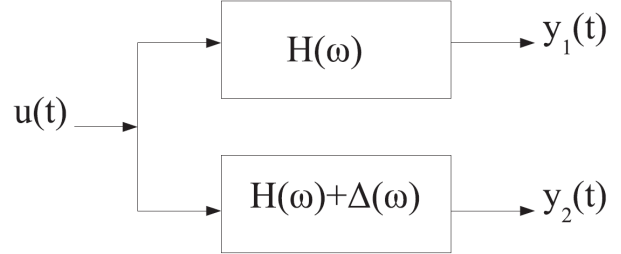


Fig. 1: Setup considered with a nominal system, and a perturbed system.

Accordingly, the outputs will differ in phase. Actually, both outputs will be of the following form:

$$y^1(t) = \| H^1(\omega) \| U \times \sin(\omega t + \phi^1(\omega)) \quad (5)$$

$$y^2(t) = \| H^2(\omega) \| U \times \sin(\omega t + \phi^2(\omega)) \quad (6)$$

The electronic design will try to minimize the difference between the two filters, so it makes sense to assume that  $\Delta b \ll b$  and perform a linearization of  $y^2$  as a function of  $b$ . Considering a variation  $\Delta b$  around the point  $b$ , we obtain

$$\phi^2(\omega) = \tan^{-1}(\omega/b) + (\omega/(\omega^2 + b^2)) \times \Delta b \quad (7)$$

The differential time delay (DTD) corresponding to this phase delay is:

$$\delta(\omega) = (\phi^1(\omega) - \phi^2(\omega))/\omega = \Delta b/(\omega^2 + b^2) \quad (8)$$

Figure 2 shows a plot of  $\delta(\omega)$  versus frequency for three different values of  $b = \{1, 10, 100\}$ . In the three cases,  $\Delta b$  was chosen as a 5% variation on the nominal cut-off frequency value, i.e.,  $\Delta b = 0.05 \times b$ . It can be clearly appreciated that a maximum of value  $\Delta b/b^2$  occurs at low frequencies and reduces to zero as frequency increases.

The analysis can be repeated for a single pole high-pass filter, to find that it has exactly the same DTD characteristics as a low pass filter.

Notice that for both single pole filters (low-pass and high-pass) the mismatch in DTD will be small if the frequencies are close to the cut-off frequency or above it; in other words, lower frequency signals introduce larger DTD. In addition, the bigger the cut-off frequency  $\omega_o = b$  the smaller the DTD.

### B. Higher order filters

If we consider more general systems of the form:

$$H(s) = \prod_{i=1}^N \frac{m_i s^2 + c_i s + d_i}{n_i s^2 + a_i s + b_i} = K \frac{\prod_{i=1}^n (s - z_i)}{\prod_{i=1}^m (s - p_i)} \quad (9)$$

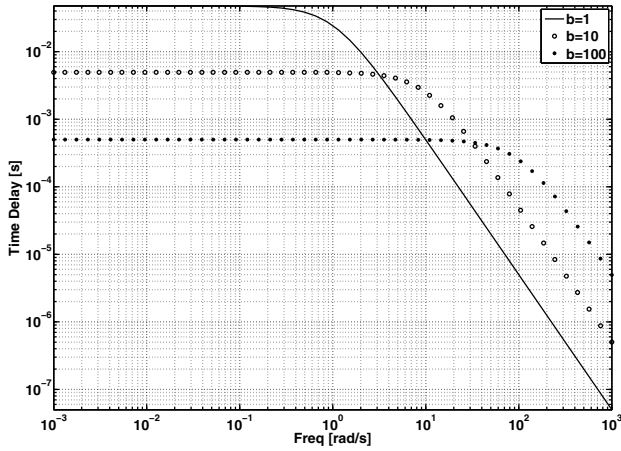


Fig. 2: DTD as a function of frequency for a single-order low-pass or high-pass filter.

the phase is given by:

$$\varphi(j\omega) = \sum_{i=1}^N \left[ \arctan \left( \frac{c_i \omega}{d_i - m_i \omega^2} \right) - \arctan \left( \frac{a_i \omega}{b_i - n_i \omega^2} \right) \right] \quad (10)$$

If we consider two systems, and a small variation of one of the poles frequencies, then we obtain an expression for the DTD that generalizes expression (8)

$$\delta(\omega) = \sum_{i=1}^N \frac{(d_i - m_i \omega^2) \Delta c_i - c_i \Delta d_i + c_i \omega^2 \Delta m_i}{(c_i \omega)^2 + (d_i - m_i \omega^2)^2} - \sum_{i=1}^N \frac{(b_i - n_i \omega^2) \Delta a_i - a_i \Delta b_i + a_i \omega^2 \Delta n_i}{(a_i \omega)^2 + (b_i - n_i \omega^2)^2} \quad (11)$$

An example of a second order low pass filter is shown in Fig. 3.

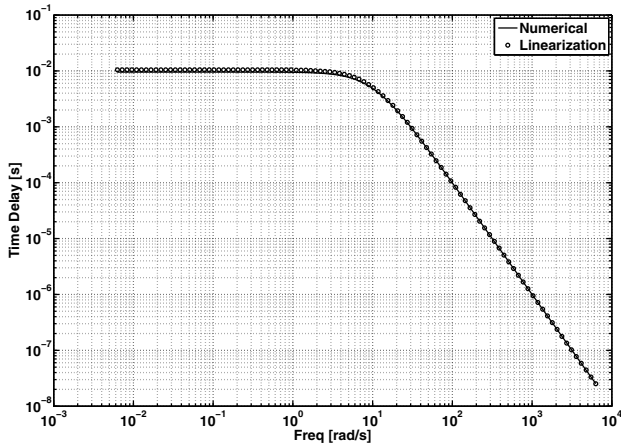


Fig. 3: DTD as a function of frequency for a second-order low-pass filter.

### C. Measuring time delay with more frequency components

If the input to the linear system contains more than one frequency component, and the two systems have a parametric difference, every frequency component is delayed by a different amount, and the two systems produce in general two

different signals. This means that it is not possible to find out a unique time delay  $\tau$  such that one of the outputs can be delayed to match the other. Therefore, it is necessary to introduce a different criteria for time delay.

In this work, we propose the correlation as the tool to define the time delay between two signals that are different. Given two signals  $s_1(t)$ ,  $s_2(t)$ , the correlation is defined as:

$$R_{s_1, s_2}(\tau) = E[s_1(t), s_2(t - \tau)] = \int_{-\infty}^{\infty} s_1(t) s_2(t - \tau) dt \quad (12)$$

Then, we define the DTD between the two signals as

$$\tau = \arg \max R_{s_1, s_2}(\tau) \quad (13)$$

The choice of (13) is based on the widespread use of this mathematical tool for matching closely related signals, and even for estimate time delay between signals [1]–[4]. The analysis of the differential TD between a pair of signals with two frequency tones is relevant cause it provides the basis to analyze the more general case when both signals have multiple frequency components. Without loss of generality, for this case we will be considering a situation as illustrated in Fig. 1. If the input has a description

$$u(t) = U_1 \sin(\omega_1 t) + U_2 \sin(\omega_2 t) \quad (14)$$

then the two outputs  $y^1(t)$  and  $y^2(t)$  will be of the form:

$$y^1(t) = \| H^1(\omega_1) \| U_1 \times \sin(\omega_1(t + \delta^1(\omega_1))) + \| H^1(\omega_2) \| U_2 \times \sin(\omega_2(t + \delta^1(\omega_2)))$$

$$y^2(t) = \| H^2(\omega_1) \| U_1 \times \sin(\omega_1(t + \delta^2(\omega_1))) + \| H^2(\omega_2) \| U_2 \times \sin(\omega_2(t + \delta^2(\omega_2)))$$

In the following we will consider that the parametric variation is small enough such that  $\| H^1(\omega_i) \| \approx \| H^2(\omega_i) \|$ , for  $i = 1, 2$ . In addition, and without loss of generality, we will consider  $y^1(t)$  as reference, and assume that  $\delta^1(\omega_i) = 0$ , for  $i = 1, 2$ , so that the individual DTD between the tones, is given by  $\delta^{(1)} \triangleq \delta^2(\omega_1)$  and  $\delta^{(2)} \triangleq \delta^2(\omega_2)$ <sup>1</sup>. Having introduced these considerations, we can formulate the following theorem that states the result of the correlation between two outputs of the above mentioned form.

*Theorem 1:* Let

$$y_1(t) = a_1 \sin(\omega_1 t) + a_2 \sin(\omega_2 t) \quad (15)$$

and

$$y_2(t) = a_1 \sin(\omega_1(t + \delta^{(1)})) + a_2 \sin(\omega_2(t + \delta^{(2)})) \quad (16)$$

two signals with frequencies  $\omega_1, \omega_2$  and individual differential delays  $\delta^{(1)}, \delta^{(2)}$ , the correlation between them is given by

$$R(\tau) = A_1 \frac{\cos(\omega_1(\delta^{(1)} + \tau))}{\omega_1} + A_2 \frac{\cos(\omega_2(\delta^{(2)} + \tau))}{\omega_2} \quad (17)$$

<sup>1</sup>This notation is used for the sake of conciseness



where

$$A_1 = a_1^2 \left[ \frac{\omega_1 t}{2} - \frac{\sin(2\omega_1 t)}{4} \right] \quad (18)$$

$$A_2 = a_2^2 \left[ \frac{\omega_2 t}{2} - \frac{\sin(2\omega_2 t)}{4} \right] \quad (19)$$

*Proof:* See The Appendix. ■

Using the results of Theorem 1, it is possible to find the DTD as the time  $\tau$  that maximizes (17). In fact,  $\tau$  is obtained from the solution of:

$$\frac{\partial R}{\partial \tau} = 0 \quad (20)$$

whose solution is given by:

$$A_1 \sin(\omega_1(\delta^{(1)} + \tau)) = -A_2 \sin(\omega_2(\delta^{(2)} + \tau)) \quad (21)$$

Two cases can be considered here. Let us first examine the case where each individual delay and the solution delay are small compared to the signal frequencies, i.e.,  $\omega_i(\tau + \delta^{(i)}) \ll 1$  for  $i = 1, 2$ .

1) *Individual DTD small compared to  $1/\omega_i$ ,  $i = 1, 2$ :* In this case, we can approximate  $\sin(\omega_i(\tau + \delta^{(i)})) \cong \omega_i(\tau + \delta^{(i)})$  so that (21) reduces to:

$$A_1 \frac{\omega_1(\delta^{(1)} + \tau)}{\omega_1} = -A_2 \frac{\omega_2(\delta^{(2)} + \tau)}{\omega_2} \quad (22)$$

After considering that  $t$  is large enough so that  $\omega_1 t/2 \gg \sin(2\omega_1 t)/4$  and  $\omega_2 t/2 \gg \sin(2\omega_2 t)/4$ , (18) and (19) can be written as  $A_1 = a_1^2 \omega_1 t/2$  and  $A_2 = a_2^2 \omega_2 t/2$  respectively. Some simple algebraic manipulation yields the value for  $\tau$ :

$$\tau = \alpha \delta^{(1)} + (1 - \alpha) \delta^{(2)} \quad (23)$$

where

$$\alpha = \frac{\omega_1 a_1^2}{\omega_1 a_1^2 + \omega_2 a_2^2} \quad (24)$$

$$1 - \alpha = \frac{\omega_2 a_2^2}{\omega_1 a_1^2 + \omega_2 a_2^2} \quad (25)$$

Several interesting conclusions can be drawn from (23). First of all, notice that the composite DTD is the convex combination of the two individual delays, thus, the DTD is always going to be an intermediate value, i.e., a value in the set

$$\Lambda = [\min(\delta^{(1)}, \delta^{(2)}), \max(\delta^{(1)}, \delta^{(2)})]. \quad (26)$$

Secondly, notice from (25) that whether the composite DTD is closer to one delay or the other is dependent on the frequency and the square of the amplitude. Therefore, the relative amplitude of one tone versus the other has more influence on the composite DTD than the relative values of the frequencies.

Thirdly, notice that if the amplitudes of the tones are equivalent, then the composite DTD is closer to the individual DTD of the higher frequency signal.

The following examples illustrate these points.

*Example 1:* Let us consider two low-pass filters of the form (3) and (4), with  $a = 1$ ,  $b = 1$ ,  $\Delta b = b/100$  and a signal

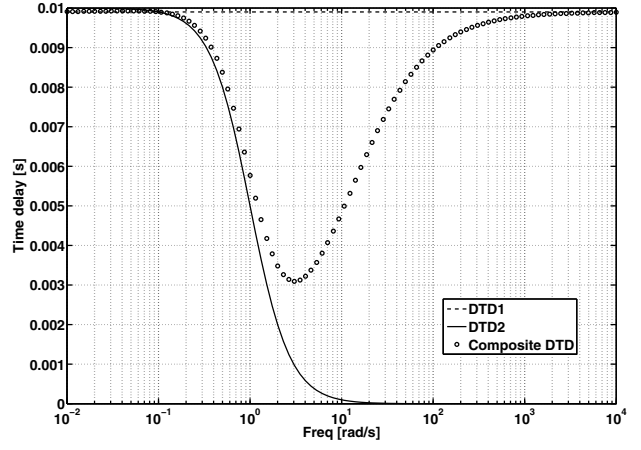


Fig. 4: Individual ( $DTD1 = \delta^{(1)}$ ,  $DTD2 = \delta^{(2)}$ ) and composite DTD as a function of  $\omega_2$  for a single order low-pass filter.

composed by the sum of two tones  $u_1(t) = \sin(\omega_1 t)$ ,  $u_2(t) = \sin(\omega_2 t)$ , where  $\omega_1 = 0.1$  is kept constant and  $\omega_2$  is varied over the range  $[10^{-2}, 10^3]$ . The signals at the output are of the form (15) and (16). Signal  $u_1(t)$  is low frequency, so  $a_1 \approx 1$ , whereas  $a_2 = \|H(j\omega_2)\|$ . According to (8), for a low pass filter, the individual DTD are of the form  $\delta^{(i)} = \Delta b/(\omega^2 + b^2)$ . As the first tone is fixed,  $\delta^{(1)} = \Delta b/(0.1^2 + b^2)$  is constant, whereas  $\delta^{(2)} = \Delta b/(\omega_2^2 + b^2)$ . Figure 4 shows the individual DTD and the composite DTD. It can be appreciated that at low  $\omega_2$  frequencies, both amplitudes are close to one, the individual DTD satisfy  $\delta^{(2)} \approx \delta^{(1)} \approx \Delta b/b$  so that the composite DTD is also constant and equal to  $\tau \approx \Delta b/b$ . In the mid-frequency range of  $\omega_2$  we can see that the magnitude has not yet fallen appreciably, but the frequency has increased, therefore,  $\tau$  is close to  $\delta^{(2)}$ . At higher  $\omega_2$  frequencies, the amplitude of the tone drops significantly, and due to the quadratic dependence on the amplitude, the composite DTD  $\tau$  tends to  $\delta^{(1)}$ . For this case,  $\omega_1(\tau + \delta^{(1)}) < 0.1 \times 2 \times 0.01 \ll 1$  so the assumption on  $\omega_1$  is satisfied; for  $\omega_2$ ,  $\omega_2(\tau + \delta^{(2)})$  is less than 1 up to  $\omega_2 = 100$ . As we will see in the next subsection, the effect of  $\delta^{(2)}$  at higher frequencies does not affect the composite DTD.

*Example 2:* Let us consider now two high-pass filters of the form  $\|H_1(\omega)\| = a_j \omega/(j\omega + b)$ , and  $\|H_2(\omega)\| = a_j \omega/(j\omega + b + \Delta b)$ , with  $b = 10$ ,  $\Delta b = -0.1 \times b$  and two signals of frequencies  $\omega_1 = 1$ ,  $\omega_2 \in \{10^{-2}, 10^3\}$ . In this case,  $a_i = \omega_i/\sqrt{\omega_i^2 + b^2}$ ,  $i = 1, 2$ , so that the low frequency term is  $a_1 \approx \omega_1/b$  and the high frequency term is  $a_2 \approx 1$ . The individual DTD  $\delta^{(1)}$  and  $\delta^{(2)}$  are as in Example 1. Figure 5 shows the individual and composite DTD as a function of frequency  $\omega_2$ . It can be seen that at low frequencies  $\tau$  is closer to  $\delta^{(1)}$ , and as frequencies increase, it approaches  $\delta^{(2)}$ .

2) *Individual DTD large compared to  $1/\omega_i$ :* In this case, we will consider the situation where one of the frequencies, for example,  $\omega^{(2)}$  is high, so that  $\omega_2(\delta^{(2)} + \tau) \gg 1$  while the other still satisfies  $\omega_1(\delta^{(1)} + \tau) \ll 1$ . In this case, the first term in (17) can be Taylor approximated as a constant term, in a neighborhood of  $\tau = -\delta_1$  where it reaches its maximum

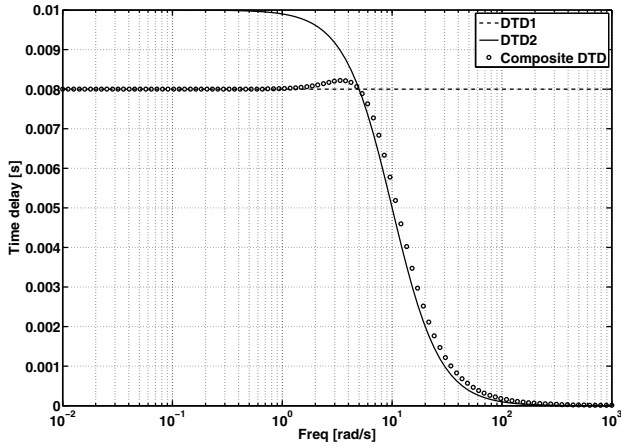


Fig. 5: Individual ( $DTD1 = \delta^{(1)}$ ,  $DTD2 = \delta^{(2)}$ ) and composite DTD as a function of  $\omega_2$  for a single order high-pass filter.

value, i.e.,  $A_1 \frac{\cos(\omega_1(\delta^{(1)} + \tau))}{\omega_1} \approx A_1/\omega_1$ , therefore,  $R(\tau)$  can be written as:

$$R(\tau) = \frac{A_1}{\omega_1} + A_2 \frac{\cos(\omega_2(\delta^{(2)} + \tau))}{\omega_2} \quad (27)$$

The second term in Eq. (27) is periodic, and has maximum values on the points

$$(-\delta^{(2)} + 2k\pi/\omega_2, k \in \mathbb{Z}). \quad (28)$$

Since  $R(\tau)$  has been reduced to the sum of a constant term plus a cosine function, then, it is clear that its maximum will coincide with the maximum of the cosine function that is closer to  $-\delta^{(1)}$ . If  $k$  is allowed to be a real number, the solution of (28) coincident at  $\tau = -\delta^{(1)}$  would be  $k = \omega_2(\delta_2 - \delta_1)/(2\pi)$ . Therefore the solution is given by

$$\begin{aligned} \tau &= -\delta^{(2)} + 2k^*\pi/\omega_2 \\ k^* &= \text{round}(\omega_2(\delta_2 - \delta_1)/(2\pi)) \end{aligned} \quad (29)$$

Figure 6 shows a plot of the composite DTD, when there are two signals, one with a fixed frequency  $\omega_1$  and a DTD  $\delta^{(1)} = 0.05$ , and the other with a frequency  $\omega_2 \in [10^{-2}, 10^3] \text{rad/s}$  and a DTD  $\delta^{(1)} = 0.02$ . The solid line is the exact numerical result, and the dotted line is the result of the proposed approximations.

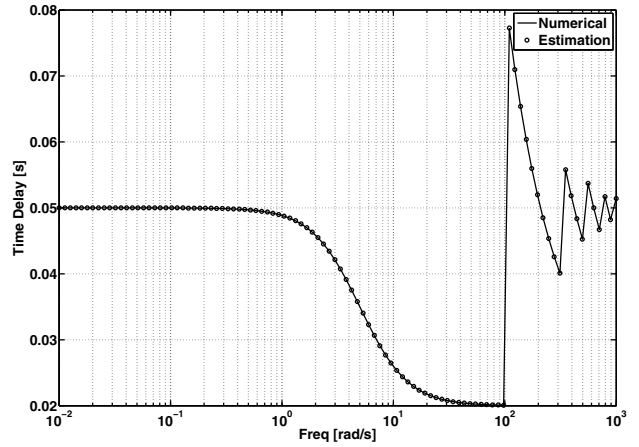


Fig. 6: Composite DTD as a function of  $\omega_2$  for a single order high-pass filter.

### III. EXPERIMENTAL RESULTS

In order to measure the performance of the expressions obtained in the previous section, a set of filters were designed and implemented.

#### A. High-Pass RC Filters

Figure 7 shows the design of two high-pass filters with cut-off frequency of 60 Hz. Because of parametric mismatch, cut-off frequencies will be different on each filter. In order to perform the correlation analysis proposed in (13) 20 cycles of each output signal were acquired and evaluated with Matlab.

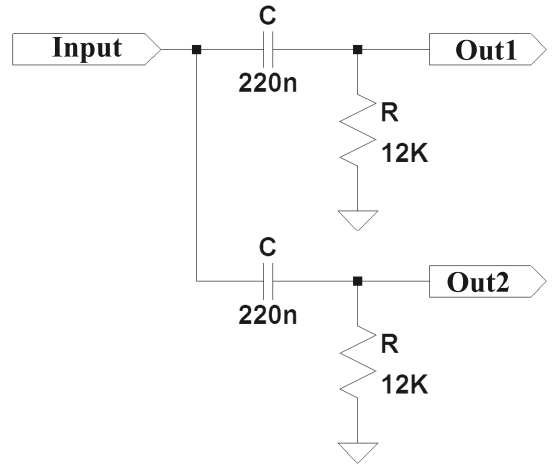


Fig. 7: Single order high-pass filters used to perform the measurements.

The actual cut-off frequency of each filter was evaluated by means of a least-squares minimization routine in Matlab, where  $f_{c1} = 57.81 \text{ Hz}$  and  $f_{c2} = 59.44 \text{ Hz}$  were obtained. With those values, the numerical DTD was calculated, and compared with the result of the correlation estimation.

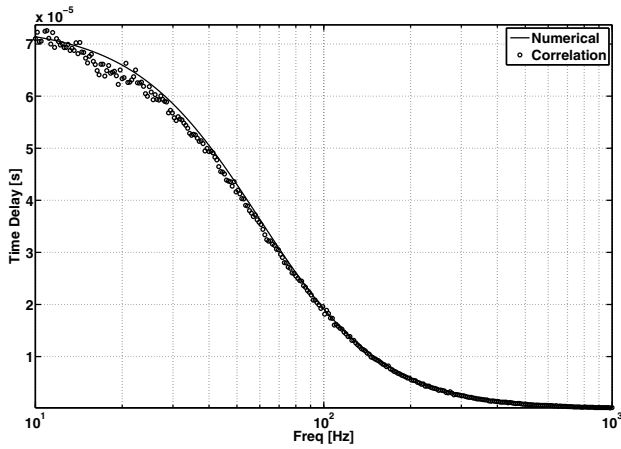


Fig. 8: DTD calculated and estimated from the measurements of single-order high-pass filters.

### B. Low-Pass RC Filters

The low-pass filters in Figure 9 presented cut-off frequencies of  $f_{c1} = 20988$  Hz and  $f_{c2} = 19827$  Hz. The numerical calculation of the DTD and the estimation from the correlation analysis are shown in Figure 10

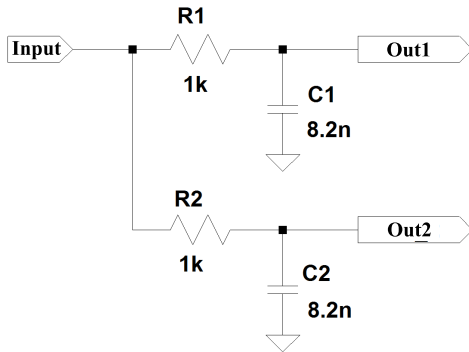


Fig. 9: Single order low-pass filter used to perform the measurements.

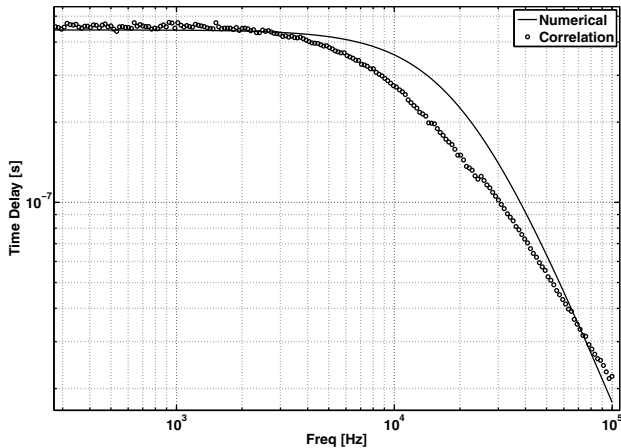


Fig. 10: DTD calculated and estimated from the measurements of single order low-pass filters.

### C. Band-Pass RC Filters

Cascading the high-pass and low-pass filters from the previous subsections, two bandpass filters were implemented and the results are shown in figure 11

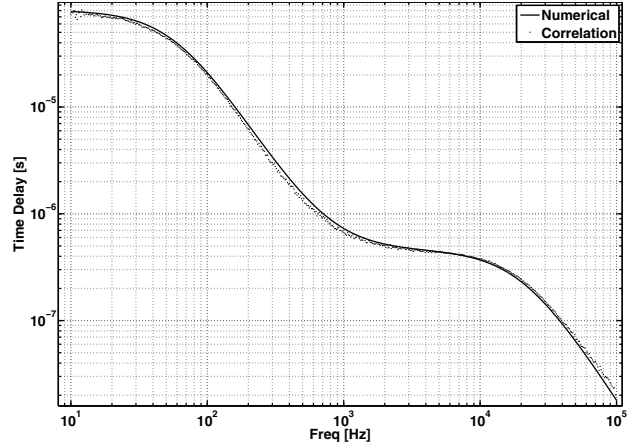


Fig. 11: DTD calculated and estimated from the measurements of band-pass filters implemented as the cascade of the previous high-pass and low-pass filters.

### D. Multitone input

Expressions (23) and (29) provide an estimation of the DTD when the input is a combination of two tones. In order to validate those expressions, the filter setup of Figure 12 was implemented. The input signal was constructed as the sum of a constant frequency tone  $\omega_1 = 500$  Hz and a variable frequency tone  $\omega_2$ .

Firstly, two Butterworth second-order low-pass filters were implemented with the SIM965 filters, with cut-off frequencies of 1 KHz and 950 Hz. In this case it will hold that the individual DTD will be small compared to  $1/\omega_i$ ,  $i = 1, 2$  and so expression (23) was used to estimate the composite DTD. Figure 13 shows the results of the measurements.

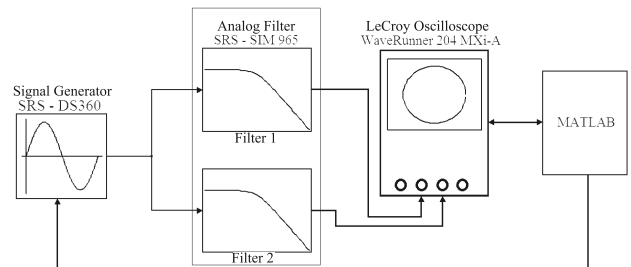


Fig. 12: Filter set-up used to perform the measurements.

APPENDIX  
PROOF OF THEOREM 1

*Proof:* Let

$$y_1(t) = a_1 \sin(\omega_1 t) + a_2 \sin(\omega_2 t)$$

$$y_2(t) = a_1 \sin(\omega_1(t + \delta^{(1)})) + a_2 \sin(\omega_2(t + \delta^{(2)}))$$

two signals with frequencies  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  and individual differential delays  $\delta^{(1)}$ ,  $\delta^{(2)}$ , the correlation between them is given by

$$R(\tau) = y_1(t) * y_2(t) = \int [a_1 \sin(\omega_1 t) + a_2 \sin(\omega_2 t)] \times [a_1 \sin(\omega_1(t + \delta_1 + \tau)) + a_2 \sin(\omega_2(t + \delta_2 + \tau))] dt$$

Let  $\tau_1 = \delta_1 + \tau$ ;  $\tau_2 = \delta_2 + \tau$  then:

$$\begin{aligned} R(\tau) &= \int [a_1 \sin(\omega_1 t) + a_2 \sin(\omega_2 t)] \times [a_1 \sin(\omega_1(t + \tau_1)) + a_2 \sin(\omega_2(t + \tau_2))] dt = \\ &= \int [a_1^2 \sin(\omega_1 t) \sin(\omega_1(t + \tau_1))] dt + \\ &\quad + \int [a_2^2 \sin(\omega_2 t) \sin(\omega_2(t + \tau_2))] dt + \\ &\quad + \int [a_1 a_2 \sin(\omega_1 t) \sin(\omega_2(t + \tau_2))] dt + \\ &\quad + \int [a_1 a_2 \sin(\omega_2 t) \sin(\omega_1(t + \tau_1))] dt \end{aligned}$$

Since:

$$\sin(\omega(t + \tau)) = \sin(\omega t) \cos(\omega \tau) + \cos(\omega t) \sin(\omega \tau)$$

Then:

$$\begin{aligned} &\int [a_1^2 \sin(\omega_1 t) \sin(\omega_1(t + \tau_1))] dt = \\ &= \int a_1^2 \sin(\omega_1 t) [\sin(\omega_1 t) \cos(\omega_1 \tau_1) + \cos(\omega_1 t) \sin(\omega_1 \tau_1)] dt \\ &= a_1^2 \cos(\omega_1 \tau_1) \int \sin^2(\omega_1 t) dt + \\ &\quad + a_1^2 \sin(\omega_1 \tau_1) \int \sin(\omega_1 t) \cos(\omega_1 t) dt \\ &= a_1^2 \cos(\omega_1 \tau_1) \int \sin^2(\omega_1 t) dt + \frac{a_1^2}{2} \sin(\omega_1 \tau_1) \int \sin(2\omega_1 t) dt \\ &\int [a_2^2 \sin(\omega_2 t) \sin(\omega_2(t + \tau_2))] dt = \\ &= \int a_2^2 \sin(\omega_2 t) [\sin(\omega_2 t) \cos(\omega_2 \tau_2) + \\ &\quad + \cos(\omega_2 t) \sin(\omega_2 \tau_2)] dt \\ &= a_2^2 \cos(\omega_2 \tau_2) \int \sin^2(\omega_2 t) dt + \frac{a_2^2}{2} \sin(\omega_2 \tau_2) \int \sin(2\omega_2 t) dt \end{aligned}$$

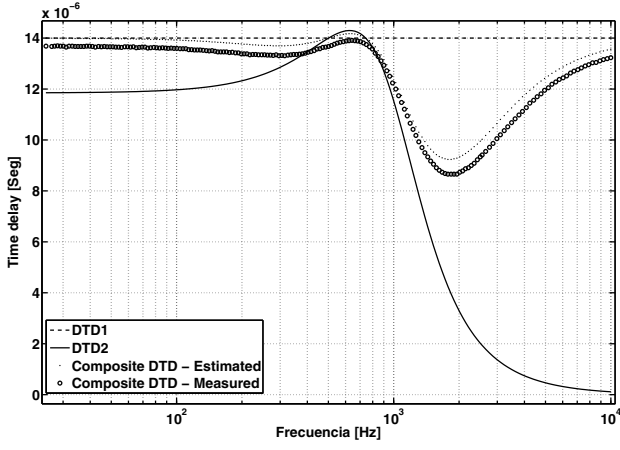


Fig. 13: DTD calculated and estimated from the measurements of two second-order low-pass Butterworth filters when the input is the sum of two tones.

Secondly, two second-order high-pass Butterworth filters were implemented with the SIM965 filters, with cut-off frequencies of 500 Hz and 450 Hz. In this case individual DTD will be large compared to  $1/\omega_i$ ,  $i = 1, 2$  and so expression (29) was used to estimate the composite DTD. Figure 14 shows the results of the measurements.

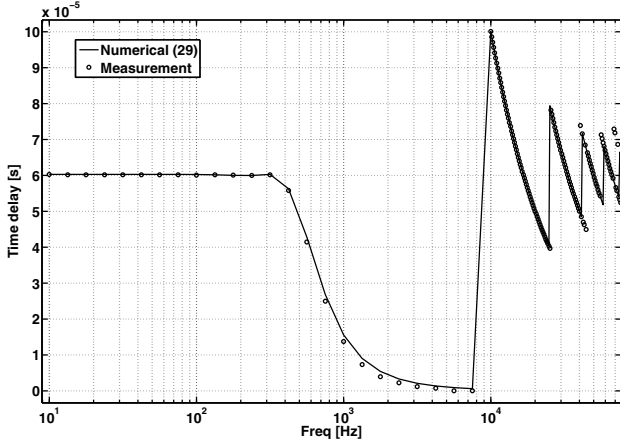


Fig. 14: DTD calculated and estimated from the measurements of two second-order high-pass Butterworth filters when the input is the sum of two tones.

#### IV. CONCLUSIONS

Several expressions were developed for the estimation of time delay as a function of filter parameters. The case of a single tone going through a filter was analysed and expression (11) was proposed as an estimation for the differential time delay between the outputs of two generalized filters of any order. Experimental and simulated results show good matching with the actual numerical calculation.

Finally, expressions (23) and (29) were obtained for the estimation of the DTD when the input is a multi-tone signal. Correlation between the outputs was selected as the tool to derive such expressions and again a set of measurements were performed on filters of different type and order to validate the results.

$$\begin{aligned}
& \int [a_1 a_2 \sin(\omega_1 t) \sin(\omega_2(t + \tau_2))] dt = \\
& = a_1 a_2 \int \sin(\omega_1 t) [\sin(\omega_2 t) \cos(\omega_2 \tau_2) + \\
& \quad + \cos(\omega_2 t) \sin(\omega_2 \tau_2)] dt \\
& = a_1 a_2 \cos(\omega_2 \tau_2) \int \sin(\omega_1 t) \sin(\omega_2 t) dt + a_1 a_2 \sin(\omega_2 \tau_2) \times \\
& \quad \times \int \sin(\omega_1 t) \cos(\omega_2 t) dt
\end{aligned}$$

Since:

$$\begin{aligned}
\sin(\omega_1 t) \sin(\omega_2 t) &= \frac{1}{2} [\cos((\omega_1 - \omega_2)t) - \cos((\omega_1 + \omega_2)t)] \\
\sin(\omega_1 t) \cos(\omega_2 t) &= \frac{1}{2} [\sin((\omega_1 + \omega_2)t) + \sin((\omega_1 - \omega_2)t)]
\end{aligned}$$

Then:

$$\begin{aligned}
& \int [a_1 a_2 \sin(\omega_1 t) \sin(\omega_2(t + \tau_2))] dt = \\
& \quad \frac{a_1 a_2 \cos(\omega_2 \tau_2)}{2} \left[ \int [\cos((\omega_1 - \omega_2)t) - \cos((\omega_1 + \omega_2)t)] dt \right] \\
& + \frac{a_1 a_2 \sin(\omega_2 \tau_2)}{2} \left[ \int [\sin((\omega_1 + \omega_2)t) + \sin((\omega_1 - \omega_2)t)] dt \right]
\end{aligned}$$

Also:

$$\begin{aligned}
& \int [a_1 a_2 \sin(\omega_2 t) \sin(\omega_1(t + \tau_1))] dt = \\
& = \frac{a_1 a_2 \cos(\omega_1 \tau_1)}{2} \left[ \int [\cos((\omega_2 - \omega_1)t) - \cos((\omega_2 + \omega_1)t)] dt \right] \\
& + \frac{a_1 a_2 \sin(\omega_1 \tau_1)}{2} \left[ \int [\sin((\omega_2 + \omega_1)t) + \sin((\omega_2 - \omega_1)t)] dt \right]
\end{aligned}$$

Removing the terms with zero mean value:

$$\begin{aligned}
R(\tau) &= a_1^2 \cos(\omega_1 \tau_1) \int \sin^2(\omega_1 t) dt + \\
& \quad + a_2^2 \cos(\omega_2 \tau_2) \int \sin^2(\omega_2 t) dt
\end{aligned}$$

Since:  $\sin^2(\omega t) = \frac{1}{2} - \frac{\cos(2\omega t)}{2}$

$$\begin{aligned}
R(\tau) &= a_1^2 \cos(\omega_1 \tau_1) \int \left[ \frac{1}{2} - \frac{\cos(2\omega_1 t)}{2} \right] dt \\
& \quad + a_2^2 \cos(\omega_2 \tau_2) \int \left[ \frac{1}{2} - \frac{\cos(2\omega_2 t)}{2} \right] dt \\
& = a_1^2 \cos(\omega_1 \tau_1) \left[ \frac{t}{2} - \frac{\sin(2\omega_1 t)}{4\omega_1} \right] \\
& \quad + a_2^2 \cos(\omega_2 \tau_2) \left[ \frac{t}{2} - \frac{\sin(2\omega_2 t)}{4\omega_2} \right]
\end{aligned}$$

Replacing:  $\tau_1 = \delta_1 + \tau$  ;  $\tau_2 = \delta_2 + \tau$

$$\begin{aligned}
R(\tau) &= a_1^2 \left[ \frac{t}{2} - \frac{\sin(2\omega_1 t)}{4\omega_1} \right] \cos(\omega_1(\delta_1 + \tau)) + \\
& \quad + a_2^2 \left[ \frac{t}{2} - \frac{\sin(2\omega_2 t)}{4\omega_2} \right] \cos(\omega_2(\delta_2 + \tau)) \\
& = \frac{a_1^2}{\omega_1} \left[ \frac{t\omega_1}{2} - \frac{\sin(2\omega_1 t)}{4} \right] \cos(\omega_1(\delta_1 + \tau)) + \\
& \quad + \frac{a_2^2}{\omega_2} \left[ \frac{t\omega_2}{2} - \frac{\sin(2\omega_2 t)}{4} \right] \cos(\omega_2(\delta_2 + \tau))
\end{aligned}$$

Let us define:

$$\begin{aligned}
A_1 &= a_1^2 \left[ \frac{t\omega_1}{2} - \frac{\sin(2\omega_1 t)}{4} \right] \\
A_2 &= a_2^2 \left[ \frac{t\omega_2}{2} - \frac{\sin(2\omega_2 t)}{4} \right]
\end{aligned}$$

Then:

$$\hat{R}(\tau) = A_1 \frac{\cos(\omega_1(\delta_1 + \tau))}{\omega_1} + A_2 \frac{\cos(\omega_2(\delta_2 + \tau))}{\omega_2}$$

■

## REFERENCES

- [1] C. Knapp and G. Carter, "The generalized correlation method for estimation of time delay," vol. 24, no. 4, pp. 320–327, 1976.
- [2] M. Azaria and D. Hertz, "Time delay estimation by generalized cross correlation methods," vol. 32, no. 2, pp. 280–285, 1984.
- [3] D. M. Goblirsch and D. T. Horak, "Error analysis of correlation methods for estimation of time delays in sensor signals," in *Proc. American Control Conf.*, 1985, pp. 526–529.
- [4] Q. Zou and Z. Lin, "Measurement time requirement for generalized cross-correlation based time-delay estimation," in *Proc. IEEE Int. Symp. Circuits and Systems ISCAS 2002*, vol. 3, 2002.
- [5] G. H. Stuarts and P. M. Julian, "Sensibilidad parametrica en filtros apareados," in *XV Workshop Iberchip, Vol2*, 2009.

# Matched dual-channel front-end preamplifier for differential time delay measurements

G.H. Stuarts and P. Julián

Presented is an integrated circuit dual-channel front-end preamplifier that minimises the differential time delay (DTD) between two channels. The circuit, which is based on a chopper architecture, works in the audio range and is intended for applications in sound localisation based on bearing estimation. The circuit was fabricated in a  $1.5 \times 1.5$  mm die, in a  $0.5 \mu\text{m}$  technology. Experimental results indicate a mean DTD of  $0.125 \mu\text{s}$ , which is one order of magnitude smaller than the experimental results reported in the literature so far.

**Introduction:** One of the alternatives to perform localisation based on bearing estimation is the measurement of the difference in time of arrival (TOA) of a signal source to two microphones. Several miniature systems based on integrated circuits (ICs) have been proposed in the literature [1–5]. As shown in [6], the parametric mismatch of the front-end filters introduces a frequency dependent differential time delay (DTD) that can mask the intrinsic DTD of the signals, introducing a frequency dependent error to the spatial localisation accuracy. For instance, the data used to evaluate three different architectures [1–3], with the physical setup described in [7], was collected using a first-order lowpass filter ( $f_c = 300\text{Hz}$ ) preamplifier with off-the-shelf 5% tolerance components. According to [6], this produces ideally a worst-case  $26 \mu\text{s}$  DTD at low frequencies. Further refinements using 1% tolerance resistors and 2% tolerance capacitors, reduced the worst-case DTD to  $7.9 \mu\text{s}$ . The mean absolute error in TOA measured in [7] (for a  $10^\circ$  range of bearing angle) in an open field test is  $65.8 \mu\text{s}$  (this includes not only the DTD from the pre-amplifiers, but also that of the microphones, the physical setup and the data logger). On the other hand, [2] reports  $2 \mu\text{s}$  accuracy using a generator with synthetic signals (bypassing the microphones) with on-chip (switched caps) amplifier channels. To give a relative idea of these numbers, one degree of bearing angle translates into 5 to  $8 \mu\text{s}$  (depending on the bearing angle) for the physical setup in [7]. Owls can orient with  $1^\circ$  to  $2^\circ$  of accuracy, similar to humans [5]. These data evidence the significant impact of DTD due to mismatch when accuracies below  $1^\circ$  of bearing angle are needed. This Letter presents an IC front-end preamplifier with a pair of matched filters for TOA measurements in the audio range, that provides amplification and lowpass filtering with minimum spurious DTD. The proposed circuit achieves a mean DTD of  $0.125 \mu\text{s}$ , with a maximum DTD of  $0.18 \mu\text{s}$ , in the frequency range of interest.

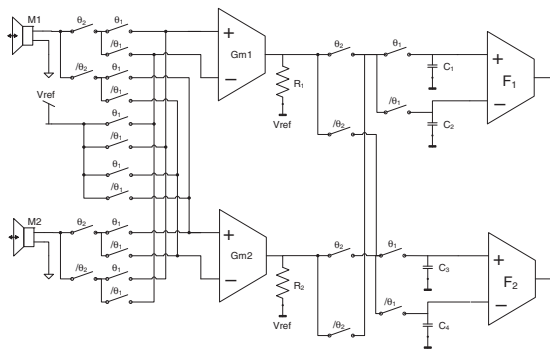


Fig. 1 Block diagram of proposed topology

**Circuit description:** The IC implements a two-channel differential switched Gm-C filter based on [8]. As shown in Fig. 1, the input signal of each microphone is routed through the Gm1-R1 amplifier during the first half of the  $\theta_2$  cycle, and through Gm2-R2 during the second half. In addition, the  $\theta_2$  cycle is divided in two phases of  $\theta_1$  clock. During one phase of  $\theta_1$ , the amplifier output is connected to C1/C3 while C2/C4 are on hold, and during the other phase the amplifier output is connected to C2/C4 while C1/C3 are on hold. At the end of one complete cycle of  $\theta_2$ , each input signal will have passed through both filters, averaging the mismatch among components, which were carefully matched using layout techniques. The operational transconductance amplifiers (OTAs) were designed to present a transconductance of  $4.5 \mu\text{S}$  and an input linear range of  $1 \text{ V}_{\text{pp}}$  by using source degeneration. The value chosen for the resistors was  $230 \text{ K}\Omega$

and they were matched using the interleaving technique and dummy resistors; the output capacitors have a value of  $100 \text{ pF}$  and they were implemented as the parallel connection of four  $25 \text{ pF}$  capacitors in a common-centroid arrangement with dummy capacitors [9]. The switches are minimum-size pass-gates with dummy switch compensation [10] to reduce charge injection effects.

The circuit was designed to implement two matched first-order lowpass filters with a gain of 2 and a 3 dB corner frequency of  $3.5 \text{ KHz}$ . Assuming  $C1 = C2 = C3 = C4 = C$  and unitary gain in the reconstruction filters F1 and F2, the expression for each output is [8]:

$$V_{(1,2)} = \begin{cases} \frac{2 \times Gm_{(1,2)} \times R_{(1,2)}}{1 + 4\pi jfc \times R_{(1,2)}} M_{(1,2)} & \text{when } \theta_2 = 1 \\ \frac{2 \times Gm_{(2,1)} \times R_{(2,1)}}{1 + 4\pi jfc \times R_{(2,1)}} M_{(1,2)} & \text{when } \theta_2 = 0 \end{cases}$$

The circuit was integrated through MOSIS and occupies a  $1.5 \times 1.5 \text{ mm}$  area in a  $0.5 \mu\text{m}$  technology. Fig. 2 shows the top view of the layout and the chip photograph.

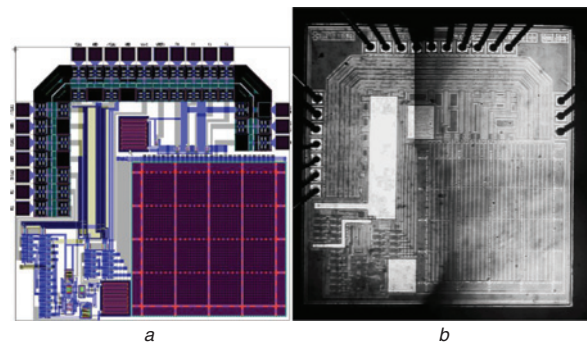


Fig. 2 Top view of IC layout and die photograph

- a Layout of chip
- b Die photograph

**Experimental results:** The integrated circuit was biased with an Agilent E5270B measurement mainframe, and tested using a Stanford Research System (SRS) DS-360 ultra-low noise and distortion signal generator. The clock signals ( $\theta_1 = 1/25 \text{ KHz}$ ;  $\theta_2 = 1/50 \text{ KHz}$ ) were generated externally, with a Xilinx Spartan 3 FPGA, and the output signals from the capacitors were acquired with a Lecroy Wavemaster 8 oscilloscope. The output filters F1 and F2 were implemented in Matlab, after the acquisition, to avoid adding phase delay to the measurements. The power consumption of the IC is  $2.5 \mu\text{W}$ .

Because the mismatch in the filters is very small, a direct measurement is not possible. Following the developments in [6], the time domain waveforms were acquired and the cross-correlation operation was performed on them to estimate the DTD. For each frequency value, 20 cycles of the output waveforms were acquired with a time resolution of  $1 \times 10^6$  points per cycle. This procedure was repeated 20 times and the median and standard deviation for the DTD were evaluated.

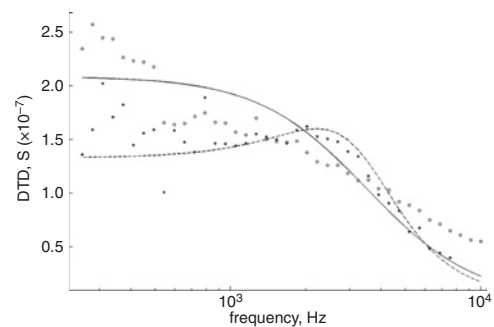


Fig. 3 DTD measured and expected for filters

Theoretical curves calculated for 0.4% mismatch in chopper filters cutoff frequency and 0.2% mismatch in SRS filters cutoff frequency

- - - theoretical DTD for chopper filters
- measurement DTD for chopper filters
- theoretical DTD for SRS filters
- \* measurement DTD for SRS filters

The DTD of the proposed circuit ( $f_c = 3.45$  KHz) is shown in Fig. 3, and shows a mean of  $0.125 \mu\text{s}$  ( $0.18 \mu\text{s}$  maximum) for the frequency range of interest.

For the sake of comparison, the same measurements were performed using two SRS SIM-965 programmable analogue filters configured to implement second-order lowpass Butterworth filters (also with  $f_c = 3.45$  KHz) (these filters could not be configured as first order; minimum order was two). Fig. 3 shows the measured DTD for the two pairs of filters.

*Conclusion:* Experimental results of a front-end IC that minimises the DTD between two channels have been presented. The circuit achieves a mean DTD of  $0.125 \mu\text{s}$  between channels; with a power consumption of  $2.5 \mu\text{W}$ , which improves all the experimental setups for signals in the audio range reported in the literature [1–3, 7]. Moreover, the circuit performance is similar to a commercial high-end programmable analogue filter.

© The Institution of Engineering and Technology 2012

31 November 2011

doi: 10.1049/el.2011.3394

One or more of the Figures in this Letter are available in colour online.

G.H. Stuarts and P. Julián (*Departamento de Ingeniería Eléctrica y Computadoras, Universidad Nacional del Sur, Av. Alem 1253, Bahía Blanca (8000), Argentina*)

E-mail: gstuarts@uns.edu.ar

Both authors are also with CONICET, Avda. Rivadavia 1917, Cdad. Buenos Aires, Argentina

## References

- 1 Julian, P., Andreou, A.G., and Goldberg, D.H.: 'A low power correlation-derivative CMOS VLSI circuit for bearing estimation', *IEEE Trans. VLSI Syst.*, 2006, **14**, (2), pp. 207–212
- 2 Stanacevic, M., and Cauwenberghs, G.: 'Micropower gradient flow acoustic localizer', *IEEE Trans. Circuits Syst. I*, 2005, **52**, pp. 2148–2156
- 3 Van Schaik, A., and Shamma, S.: 'A neuromorphic sound localizer for a smart MEMS system', *Analog Integr. Circuits Signal Process.*, 2004, **39**, p. 267–273
- 4 Harris, J.G., Pu, C.J., and Principe, J.C.: 'A neuromorphic monaural sound localizer', *Advances in Neural Information Processing Systems*, 1999, **11**
- 5 Horiuchi, T.: 'An auditory localisation and coordinate transform chip', *Adv. Neural Inf. Process. Syst.*, 1995, **7**, pp. 787–794
- 6 Stuarts, G., and Julián, P.: 'Analysis of time delay difference due to parametric mismatch in matched filter channels'. Proc. Argentine School of Micro-Nanoelectronics Technology and Applications, (EAMTA), 2011, pp. 1–7
- 7 Julian, P., Andreou, A.G., Cauwenberghs, G., Riddle, L., and Shamma, S.: 'A comparative study of sound localization Algorithms for energy aware sensor network nodes', *IEEE Trans. Circuits Syst., I. Reg. Pprs*, 2004, **51**, (4), pp. 640–648
- 8 Arnaud, A.: 'An efficient chopper amplifier, using a switched gm-c filter technique'. 18th Symp. on Integrated Circuits and Systems Design, 2005, pp. 213–218
- 9 Maloberti, F.: 'Analog design for CMOS VLSI systems' (Kluwer Academic, 2001)
- 10 Eichenberger, C., and Guggenbuhl, W.: 'On charge injection in analog MOS switches and dummy switch compensation techniques', *IEEE Trans. Circuits Syst.*, 1990, **37**, (2), pp. 256–264