

*Milanesi, Gastón S.; Weins, Germán; Pequeño, Daniel*

## TEORÍAS DE PARIDAD Y VALUACIÓN DE DOS MONEDAS CON DESCUENTO DE FLUJOS MEDIANTE LÓGICA BORROSA

Estocástica: Finanzas y Riesgo

2020, vol. 10, no. 1, pp. 27-76

*Milanesi, G.S., Weins, G., Pequeño, D. (2020). Teorías de paridad y  
valuación de dos monedas con descuento de flujos mediante lógica  
borrosa. Estocástica: Finanzas y Riesgo. En RIDCA. Disponible en:  
<http://repositoriodigital.uns.edu.ar/handle/123456789/4958>*



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons  
Atribución-NoComercial-CompartirIgual 2.5 Argentina  
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/2.5/ar/>

# Teorías de paridad y valuación de dos monedas con descuento de flujos mediante lógica borrosa

## Parity Theories and Two Currencies Valuation with Discounted Cash Flow using Fuzzy Logic

---

Gastón S. Milanesi\*

Germán Weins\*\*

Daniel Pequeño\*\*\*

(Fecha de recepción: 29 de junio de 2019, Fecha de aceptación: 15 de enero de 2020)

### RESUMEN

El modelo descuento de flujos de fondos debe incorporar, en sistemas económicos emergentes, un marco conceptual para el tratamiento de la inflación y valuación en dos monedas. El punto de partida son las teorías de paridad en los tipos de interés, poder de compra y efecto Fisher, añadiendo lógica borrosa para proyectar variables inciertas: tasas de interés, inflación, tipo de cambio y cantidad de producción siendo este uno de los principales aportes de este artículo. Además el trabajo adaptó las ecuaciones del modelo para planillas de cálculo dentro del entorno de MatLab® mediante matrices para números borrosos. El trabajo se estructura de la siguiente manera: se desarrollan las teorías de paridad y las ecuaciones del modelo en el marco de la lógica

---

\* Departamento de Ciencia de la Administración,  
Centro de Estudios en Administración, Universidad Nacional del Sur.  
Centro de Estudios para Análisis Financiero y  
Facultad de Ciencias Económicas, Universidad de Buenos Aires.  
Departamento de Licenciatura en Organización Industrial,  
Facultad Regional Bahía Blanca, Universidad Tecnológica Nacional, Argentina.  
Correo electrónico: milanesi@uns.edu.ar, ORCID: 0000-0003-1759-6448

\*\* Instituto Universitario Escuela Argentina de Negocios, Buenos Aires, Argentina.

\*\*\* Instituto Universitario Escuela Argentina de Negocios, Buenos Aires, Argentina.

borrosa. Su funcionamiento es ilustrado con un caso de una empresa radicada en una economía emergente e inflacionaria como Argentina utilizando planillas de cálculo. Seguidamente es explicada la programación en MatLab®, adaptando los números borrosos mediante matrices y tensores. Finalmente, los resultados obtenidos demostraron la consistencia de las teorías de la paridad, incorporando lógica borrosa para el tratamiento de la incertidumbre, en el marco de un modelo integral de descuento de flujos de fondos de dos monedas.

Clasificación JEL: G30 G32

**Palabras Claves:** teorías de paridad, valuación, matemáticas borrosas.

#### ABSTRACT

*The discounted cash flow model must incorporate, in emerging economic systems, a conceptual framework to study inflation and its effects in the valuation of two currencies. The starting point are the Parity Theories and the Fisher Effect, adding fuzzy logic to project uncertainty variables: interest rate, inflation, exchange rates and production. This addition is one of the main contributions of this paper. Moreover, this paper adapted the model's equation to be used with spreadsheets within the MatLab environment, using matrixes for fuzzy numbers. The structure of the paper is as follows: First, Parity Theories and model's equation within a fuzzy logic framework are developed. Then, its operation is applied to a firm located in an emerging and inflationary economy like Argentina, using spreadsheets. Next, MatLab programming is explained, adapting fuzzy numbers by matrixes and tensors. Finally, the results obtained showed consistency with the Parity Theories, adding fuzzy logic to treat uncertainty, within a comprehensive framework of discounted cash flow model applied to two currencies.*

*JEL Classification: G30 G32*

**Keywords:** Parity Theories, Valuation, Fuzzy Logic.

## Introducción

La valuación de empresas mediante el modelo de descuento de flujos de fondos presenta importantes desafíos, como: proyección de las magnitudes financieras, determinación de una tasa apropiada de descuento, definición del horizonte de proyección explícito y el planteo del valor terminal o de continuidad. Cuando el contexto se caracteriza por su condición de emergente, inestabilidad en precios y volatilidad en el tipo de cambio de la moneda doméstica en relación a la moneda extranjera o “dura”,<sup>1</sup> requiere considerar

---

<sup>1</sup> En economía se conoce a la moneda como “dura”, cuando ésta reúne condiciones de: irrestricto poder de cancelación de obligaciones y sirve como reserva de valor, no depreciándose en el futuro. Estas monedas suelen contar con demanda elevada, tendiendo a aumentar su tipo de cambio debido a su alta demanda en relación a la oferta. En la mayoría de los países de América Latina la moneda dura es el dólar

el impacto de la inflación en el modelo de valuación. En especial en las proyecciones de las magnitudes financieras y estimación de las tasas de descuento, dentro de un marco conceptual coherente e integral. En temas financieros entre naciones, las relaciones o teorías de paridad constituyen las bases teóricas para explicar las relaciones de precio de tasas de interés, tipo de cambio e inflación esperada entre dos economías (Levy, 1997), (Taylor y Taylor, 2004), (Emery y Finnerty, 2007). En tal sentido, la literatura especializada abordó los temas vinculados al descuento de flujos de fondos, valuación en dos monedas y los efectos de la inflación, de manera específica, es decir, analizando parcialmente los efectos sobre las variables del modelo (Modigliani y Cohn, R, 1984; Copeland, Koller y Murrin, 2000; Velez Pareja, 2006; Titman y Grinblatt, 2002; Damodaran, 2006; Emery y Finnerty, 2007; Bradley y Gregg, 2008; Pratt y Grabowski, 2008; Tahn y Velez Pareja, 2011; Fornero, 2012; López Dumrauf, 2014). En términos generales, los trabajos citados ponen de manifiesto la importancia de considerar el impacto de la inflación en la proyección de las magnitudes financieras y estimación de tasas, a partir de los supuestos de las relaciones de paridad entre tasas de interés, poder adquisitivo y precios. No obstante, Bradley y Gregg (2008) y Fornero (2012), se concentran en los errores de especificación del modelo de descuento de flujos de fondos al no considerar el impacto de la inflación, por ejemplo en tasas de crecimiento. Por otro lado, López Dumrauf (2014) explica un procedimiento general para estimar tasas mediante curvas de rendimientos y valorar en dos monedas.

En base a lo expuesto, el presente trabajo tiene como objetivo y principal motivación desarrollar un modelo integral de valuación en contextos inflacionarios y en dos monedas, a partir del descuento de flujos de fondos e incorporando la lógica *fuzzy* (matemáticas borrosas) en el planteo de las teorías de la paridad. El modelo permite calcular el número borroso triangular (NBT) correspondiente al valor intrínseco de la firma, en dos monedas, bajo equilibrio y considerando las relaciones contenidas en las teorías de paridad.

El punto de partida son los trabajos de Milanesi, (2017 a) y b)), conjugando operaciones de matemáticas de la lógica borrosa para el tratamiento de la incertidumbre de variables nominales (inflación, tasas, tipos de cambio y

---

estadounidense y el euro, en contraposición a las monedas domésticas (débiles); sirviendo las primeras como referencia de valor de transacciones vinculadas a inversiones de largo plazo.

precios) y variables reales (cantidad de producción), (Zadeh, 1965; Dubois y Prade, 1980; Kaufmann, Gil Aluja y Terceño, 1994; Mallo *et al.* Martínez, 2004). Por un lado se aporta una herramienta que se suma al listado de modelos financieros basados en matemática borrosa para modelar la incertidumbre (Buckley, 1987; Chiu y Park, 1994 y 1997; Carlsson y Fuller, 2001 y 2003; Fuller y Majlender, 2003; Muzzioli y Torricelli, 2004; Rebiaz, 2007; Carlsson *et al.* 2007; Garcia Sastre y Roselló Miralles, 2007; Liao y Ho, 2010; Zdnek, 2010; Milanesi, 2013 y 2014; Guerra, Magni y Stefanini, 2014; Milanesi, 2015 y 2016), entre otros. Estos trabajos toman los modelos financieros de valuación, ya sea métricas tradicionales, descuento de flujos de fondos y opciones reales, adaptándolos a las matemáticas borrosas. En tal sentido, la lógica *fuzzy* es planteada como alternativa para tratar la ambigüedad en contextos de alta volatilidad y con falta de información.

Otro aporte consiste en plantear las ecuaciones del modelo con álgebra matricial y tensores con el propósito de presentar los argumentos para programar en el entorno de MatLab, conforme se establece en el Anexo A.3. La estructura del trabajo es la siguiente: en el apartado 1 se desarrolla el conjunto de ecuaciones del modelo de valuación. En primer término se presentan las teorías de paridad y a continuación la valuación con descuento de flujos de fondos y matemática borrosas. Esto abarca la construcción del número borroso triangular (NBT) para la proyección de variables reales (cantidades) y nominales (tasas de interés, tipo de cambio futuro e inflación esperada), insumo para construir el NBT de magnitudes financieras (flujos) y tasas. En la sección 2, a partir del método de casos, se presentan las bases del modelo a implementar. La sección 3 expone los resultados obtenidos empleando planillas de cálculo, las cuales son desarrolladas en el anexo B. Al final, se presentan las principales conclusiones. El anexo A en sus secciones 1 y 2 se exponen nociones de operaciones matriciales con matemática borrosa. La sección 3 del anexo presenta los argumentos para implementar con MatLab, la programación de números borrosos mediante álgebra matricial.

## 1. Marco teórico: desarrollo del modelo

En la siguiente sección se desarrolla el modelo. En primer lugar, se plantean los antecedentes relativos a las teorías de paridad, a continuación, se muestra la secuencia lógica para proyectar el NBT correspondiente al valor de la empresa mediante el método de descuento de flujos de fondos, con inflación y para dos monedas.

## 1.1. Teorías de la paridad

Se presentan las relaciones conocidas como paridad, las cuales, en los modelos de valuación en finanzas internacionales determinan, dadas las condiciones de equilibrio de mercado, las relaciones de valor correspondientes a tasas de interés, inflación y tipo de cambio esperado, para dos economías. Estas relaciones son:

a) *Paridad en la tasa de interés (TPI)*: manifiesta la relación entre tasas nominales de interés local ( $r_{t,d,n}$ ) y extranjera ( $r_{t,e,n}$ ) explicando la relación entre el tipo de cambio de contado (*spot*); ( $S$ ) y el tipo de cambio futuro nominal ( $F_{t,n}$ ).

$$\frac{F_{t,n}}{S} = \frac{(1+r_{t,d,n})}{(1+r_{t,e,n})} \quad (1)$$

b) *Paridad en el poder de compra (PPC)*: La ley del precio único indica que un mismo bien, comercializado en dos mercados diferentes, debe valer lo mismo en términos del poder adquisitivo de la población. La diferencia nominal en el valor del bien se explica por el tipo de cambio. El cual es un precio dentro de la economía, bajo esta teoría, este precio se ajusta por el diferencial de tasas de inflación esperadas entre los dos países (Emery y Finnerty, 2007),

$$\frac{E[S_{t,n}]}{S} = \frac{(1+\pi_{t,d})}{(1+\pi_{t,e})} \quad (2)$$

Donde  $E[S_{t,n}]$  representa el tipo de cambio esperado. A partir de la ecuación 2 se puede inferir la tasa de inflación para un periodo,

$$\pi_{t,d} = \frac{E[S_{t,n}]}{S} \times (1 + \pi_{t,e}) - 1 \quad (3)$$

c) *Teoría de expectativas del tipo de cambio esperado contado y futuro*: Indica que en equilibrio de mercado se cumple la convergencia entre el tipo de

cambio futuro  $F_{t,n}$  y el tipo de cambio contado esperado para el horizonte del contrato futuro, tal que;

$$E[S_{t,n}] = F_{t,n} = S \times \frac{(1+r_{t,d,n})}{(1+r_{t,e,n})} \quad (4)$$

d) *Efecto Fisher*: Bajo el nombre de efecto Fisher,<sup>2</sup> se supone que el mercado revela información sobre tasas de interés nominales, al incorporar las expectativas inflacionarias en ellas. Bajo este supuesto se formaliza la distinción entre tasas de interés real y nominal, (Argandoña, 2013), siendo la tasa esperada nominal;

$$r_{t,d,n} = (r_{t,r} + \pi_{t,d}) \times [r_{t,r} \times \pi_{t,d}] \quad (5)$$

Por lo tanto, la diferencia entre las tasas de interés de dos economías se determina mediante los diferenciales de inflación  $\frac{(1+r_{t,d,n})}{(1+r_{t,e,n})} = \frac{(1+\pi_{t,d})}{(1+\pi_{t,e})}$ . En términos reales la tasa se expresa como;

$$\frac{(1+r_{t,d,n})}{(1+\pi_{t,d})} = \frac{(1+r_{t,e,n})}{(1+\pi_{t,e})} = 1 + r_{t,r} \quad (6)$$

El efecto Fisher supone que la tasa real entre ambos países  $r_{t,r}$ , debe ser similar y converger. La ecuación de arbitraje de Fisher entre tasas nominales y reales es,

$$(1 + \pi_{t,d})(1 + r_{t,r}) = (1 + r_{t,d,n}) \quad (7)$$

La tasa real es un dato no observable, que debe despejarse de la tasa nominal, siendo  $r_{t,d,n} = r_{t,r} + \pi_{t,d} + (r_{t,r} \times \pi_{t,d})$ .<sup>3</sup>

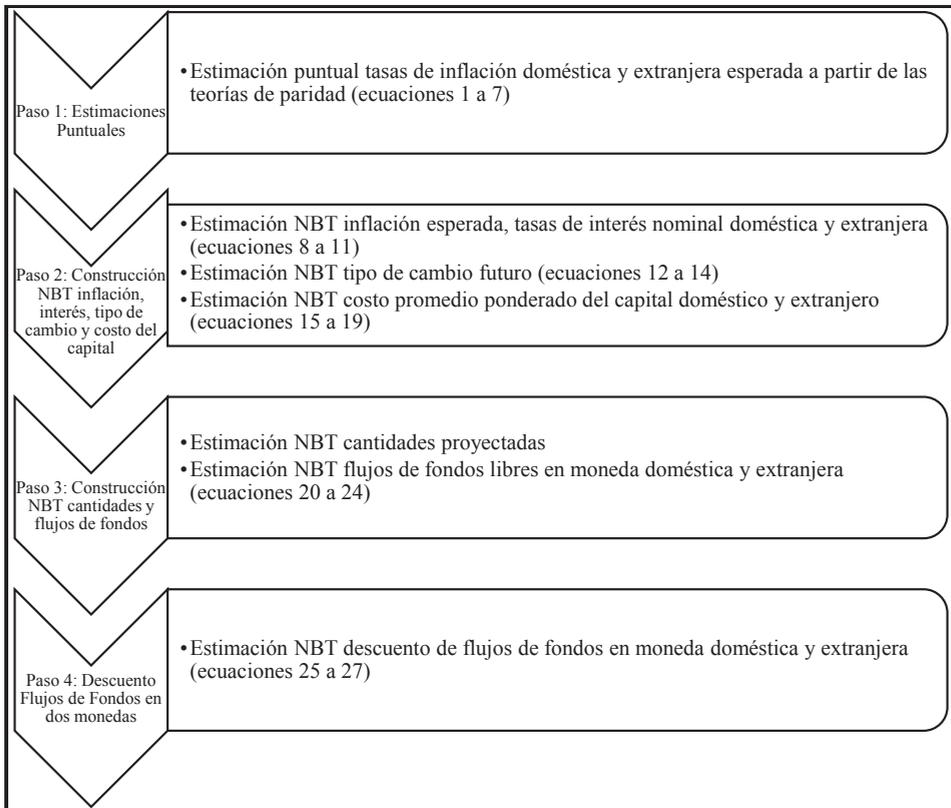
<sup>2</sup> Irving Fisher planteó el hecho que las tasas nominales de interés reflejan la expectativa colectiva inflacionaria, y que dicha tasa compensa a los agentes de los efectos negativo de la inflación sobre el rendimiento real de sus inversiones (Fisher, 1965).

<sup>3</sup> Si partimos de una tasa de interés real  $r_{t,r} = \frac{(1+r_{t,d,n})}{(1+\pi_{t,d})}$ ; despejando en función de la tasa nominal, se tiene  $r_{t,d,n} = r_{t,r} + \pi_{t,d} + (r_{t,r} \times \pi_{t,d})$ , o  $r_{t,d,n} = r_{t,r} + \pi_{t,d} +$

## 1.2. Descuento de flujos de fondos con dos monedas y las matemáticas borrosas:

A continuación se desarrolla el modelo propuesto. Se parte del supuesto que el comportamiento ambiguo, fuente de incertidumbre, corresponde a variables reales como las cantidades y nominales como la inflación. El siguiente gráfico expone la secuencia lógica del modelo propuesto con

Gráfica 1. Proceso de valuación con dos monedas a partir de la teoría de paridad en entornos borrosos



Fuente: elaboración propia

$(1 + r_{t,r})$ . La expresión anterior indica que la tasa nominal varía en función de las expectativas inflacionarias, sin perjuicio que la tasa real se mantenga constante. Para dos periodos de tiempo es  $r_{d,n,1} - r_{d,n,0} = r_{t,r} + \pi_{d,1}(1 + r_r) - r_r + \pi_{d,0}(1 + r_r)$ ,

sus respectivas ecuaciones. En el anexo A se explican las nociones básicas de operaciones con números borrosos, su representación matricial e implementación en el entorno de MATLAB®.

A continuación, cada una de las etapas indicadas en la gráfica precedente, cobra forma matemática a través de un conjunto de ecuaciones que integran el modelo de valuación propuesto.

### 1.2.1. Estimación de las tasas de inflación esperada a partir de las teorías de paridad

La tasa de inflación es calculada proyectando las tasas de interés local y extranjera, en este caso, a partir de las respectivas curvas de rendimientos de bonos soberanos locales expresados en moneda doméstica y extranjera. Una vez obtenidas las tasas para cada periodo, se procede a calcular al tipo de cambio futuro esperado (ecuaciones 1 y 2). Seguidamente se proceden a despejar la tasa de inflación doméstica (ecuación 3). Para ello se toma como insumo, la proyección correspondiente a la tasa de inflación esperada del mercado extranjero. Finalmente, y suponiendo convergencia de crecimientos, se obtiene la tasa real (ecuación 6).

### 1.2.2. Estimación NBT inflación, interés, tipo de cambio y costo del capital

*a) Inflación esperada como número borroso triangular (NBT):* Con la inflación calculada en el paso 1 para cada periodo se obtiene el desvío estándar correspondiente a la curva de inflación esperada. A partir de allí se construye el NBT,<sup>4</sup>  $\pi_{\alpha} = [(\pi - \sigma)\alpha; \pi; (\pi + \sigma)\alpha]$  donde las variables se expresan de la siguiente manera:

Inflación doméstica ( $d$ ):

---

y reagrupando términos se obtiene  $r_{d,n,1} - r_{d,n,0} = (\pi_{t,1} - \pi_{t,0}) \times (1 + r_r)$ . Consecuentemente, al variar la tasa de inflación de un periodo a otro, la tasa nominal se debe modificar proporcionalmente a dicha variación con el fin de mantener constantes las tasas reales.

4. El NBT se construye suponiendo que la variación máxima y mínima se explica por la desviación estándar. Por lo general, se estima una medida denominada coeficiente de variación (CV), que permite calcular el posible intervalo de máximo y mínimo valor para la media de la volatilidad ( $\sigma$ ), basada en datos observados o juicios de expertos (Liao y Ho, 2010).

$$\tilde{\pi}_d = \forall \alpha \in [0; 1] \rightarrow \tilde{\pi}_{d,t,\alpha} [\pi_{d,t_1}(\alpha), \pi_{d,t_2}(\alpha)] \quad (8)$$

Inflación extranjera ( $x$ ):

$$\tilde{\pi}_x = \forall \alpha \in [0; 1] \rightarrow \tilde{\pi}_{x,t,\alpha} [\pi_{x,t_1}(\alpha), \pi_{x,t_2}(\alpha)] \quad (9)$$

En el presente trabajo se utiliza el símbolo ( $\sim$ ) para notar números borrosos

*b) Tasa interés nominal borrosa:* Partiendo de las tasas estimadas a través de las curvas de rendimientos (ecuación 5), se obtiene una tasa real convergente (ecuación 6). Con la tasa real y el componente de inflación borrosa se construye la tasa de interés nominal *fuzzy* doméstica y extranjera:

$$\tilde{r}_{t,d} = r_{t,r} + [\pi_{d,t_1}(\alpha), \pi_{d,t_2}(\alpha)] + \{r_{t,r} \times [\pi_{d,t_1}(\alpha), \pi_{d,t_2}(\alpha)]\} \quad (10)$$

Con la tasa nominal borrosa extranjera se utiliza la inflación extranjera  $\tilde{\pi}_{x,t}$ ; obteniendo

$$\tilde{r}_{t,x} = r_{t,r} + [\pi_{x,t_1}(\alpha), \pi_{x,t_2}(\alpha)] + \{r_{t,r} \times [\pi_{x,t_1}(\alpha), \pi_{x,t_2}(\alpha)]\} \quad (11)$$

*c) Tipo de cambio futuro:* con los datos de las tasas se procede a estimar el tipo de cambio futuro,

$$\tilde{F}_{t,n} = S_t \times \frac{(1+\tilde{r}_{t,d})}{(1+\tilde{r}_{t,e})} \quad (12)$$

Para el conjunto de números reales (R) la forma expandida de la ecuación 12 queda planteada como;

$$\tilde{F}_{t,n} = \tilde{S}_t \times [(1 + r_{t,d_1})(\alpha), (1 + r_{t,d_2})(\alpha)] \times \quad (13)$$

$$: \left\{ \min[(1 + r_{t,x_1})(\alpha), (1 + r_{t,x_2})(\alpha)]^{-1}; \max[(1 + r_{t,x_1})(\alpha), (1 + r_{t,x_2})(\alpha)]^{-1} \right\}$$

Al ser las variables positivas, se puede trabajar con el subconjunto de números reales positivos ( $R^+$ ). La expresión se reduce a,

$$\tilde{F}_{t,n} = \tilde{S}_t \times \left[ (1 + r_{t,d_1})(\alpha), (1 + r_{t,d_2})(\alpha) \right] \times \quad (14)$$

$$\left\{ \left[ (1 + r_{t,x_2})(\alpha), (1 + r_{t,x_1})(\alpha) \right]^{-1} \right\}$$

La expresión anterior requiere de un punto de partida para proyectar valores. El primer periodo se inicia a partir del tipo de cambio observado ( $S$ ) en  $t=0$ . Seguidamente, el resto de los periodos futuros se calcula con el tipo de cambio borroso obtenido mediante el valor futuro inmediato anterior borroso. En otras palabras, se aplica la teoría de expectativas  $E[\tilde{S}_{t,n}] = \tilde{F}_{t,n} = \tilde{S} \times \frac{(1+\tilde{r}_{t,d,n})}{(1+\tilde{r}_{t,e,n})}$ .

d) *Costo promedio ponderado del capital*: La tasa del costo del capital propio nominal ( $k_{e,t,n}$ ) se estima mediante el modelo CAPM no borroso. Un procedimiento similar se utilizó en el cálculo de la tasa nominal correspondiente al costo del capital ajeno ( $k_{i,t,n}$ ) y sus participaciones conforme la siguiente ecuación

$$k_{o,t,n} = Wd \times (1 - t) \times k_{i,t,n} + We \times k_{e,t,n} \quad (15)$$

Una vez que se obtienen las tasas nominales proyectadas del costo de capital para cada periodo, éstas se convierten a tasas expresadas en términos reales, utilizando la tasa de inflación para  $\tilde{\pi}_d(\alpha = 1)$ ,

$$k_{o,t,r} = \frac{k_{o,t,n} - \tilde{\pi}_d(\alpha=1)}{(1 + \tilde{\pi}_d(\alpha=1))} \quad (16)$$

La tasa de costo de capital borrosa, se obtiene añadiendo la inflación estimada a la tasa real (ecuación 16).

$$\tilde{k}_{o,t,n} = k_{o,t,r} + (1 + \pi_{t,d_1})(\alpha), (1 + \pi_{t,d_2})(\alpha) \times \quad (17)$$

$$\left\{ \min \left[ (1 + \pi_{t,d_1})(\alpha), (1 + \pi_{t,d_2})(\alpha) \right]; \max \left[ (1 + \pi_{t,d_1})(\alpha), (1 + \pi_{t,d_2})(\alpha) \right] \right\}$$

Para transformar el costo del capital borroso de moneda doméstica a extranjera se utiliza la siguiente expresión,

$$\widetilde{k}o_{t,x} = \widetilde{k}o_{n,t} \times \frac{\widetilde{\pi}_{t,x}}{\widetilde{\pi}_{t,d}} \quad (18)$$

Al ser todas las variables positivas, se puede estimar directamente para el subconjunto de números borrosos positivos (R+),

$$\widetilde{k}o_{t,x} = \widetilde{k}o_{n,t} \times \left\{ \left[ (\pi_{t,x_1})(\alpha), (\pi_{t,x_2})(\alpha) \right] \times \left[ (\pi_{t,d_2})(\alpha), (\pi_{t,d_1})(\alpha) \right]^{-1} \right\} \quad (19)$$

### 1.2.3. Flujo de fondos borrosos

La otra fuente de incertidumbre la constituyen las variables reales, es decir las cantidades proyectadas ( $\tilde{q}$ ). El NBT se construye de manera similar a la inflación, a partir de los extremos del desvío estándar proyectado  $q_\alpha = [(q - \sigma)\alpha; \pi; (q + \sigma)\alpha]$ . En primer término, se estima la contribución marginal borrosa como el producto entre la contribución marginal, ( $cm$ ) y las cantidades borrosas

$$\widetilde{cm}_t = cm \times \left[ (1 + q_{t,1})(\alpha), (1 + q_{t,2})(\alpha) \right] \quad (20)$$

Seguidamente se aplican los coeficientes borrosos de inflación, con el fin de obtener la  $(\widetilde{CM}_{t,n})$

$$\widetilde{CM}_{t,n} = \widetilde{cm}_t \times \left\{ \min \left[ (1 + \pi_{t,d_1})(\alpha), (1 + \pi_{t,d_2})(\alpha) \right]; \quad (21) \right.$$

$$\left. \max \left[ (1 + \pi_{t,d_1})(\alpha), (1 + \pi_{t,d_2})(\alpha) \right] \right\}$$

Un procedimiento igual se utiliza para los costos fijos, los cuales son ajustados por la inflación doméstica borrosa correspondiente a cada periodo de proyección.

$$\begin{aligned} \widetilde{CF}_{t,n} = CF \times \left\{ \min \left[ (1 + \pi_{t,d_1})(\alpha), (1 + \pi_{t,d_2})(\alpha) \right]; \right. \\ \left. \max \left[ (1 + \pi_{t,d_1})(\alpha), (1 + \pi_{t,d_2})(\alpha) \right] \right\} \end{aligned} \quad (22)$$

Los valores absolutos que representan la inversión periódica en capital de trabajo surgen del producto del porcentaje de capital de trabajo (%ct) por la contribución marginal borrosa ( $\widetilde{CM}_{t,n}$ ). La inversión incremental en capital de trabajo se calcula como la diferencia entre la inversión borrosa absoluta del periodo actual y la del período anterior.

$$\Delta \widetilde{CT}_{t,n} = [\%ct \times \widetilde{CM}_{t,n} - \%ct \times \widetilde{CM}_{t-1,n}] \quad (23)$$

La suma de las variables borrosas (ecuaciones 21 a 23) arroja el flujo de fondo borroso después de impuestos, donde  $t$  representa la tasa de impuesto sobre las ganancias,

$$\widetilde{FFL}_{t,n} = [\widetilde{CM}_{t,n} - \widetilde{CF}_{t,n} \times (1 - t)] - \Delta \widetilde{CT}_{t,n} \quad (24)$$

El valor de la empresa mediante el descuento de flujos de fondos borroso con magnitudes financieras nominales, en moneda local, se obtiene actualizando las magnitudes monetarias obtenidas mediante la ecuación 24 y la tasa de costo de capital doméstica (ecuación 17 y 18).

$$\begin{aligned} V_{t,n} = \sum_{t=1}^n [FFL_{t,1}(\alpha), FFL_{t,2}(\alpha)] \times \\ \left\{ \min \left[ (1 + ko_{t,d_1})^t(\alpha), (1 + ko_{t,d_2})^t(\alpha) \right]^{-1}; \max \left[ (1 + \right. \right. \\ \left. \left. ko_{t,d_1})^t(\alpha), (1 + ko_{t,d_2})^t(\alpha) \right]^{-1} \right\} \end{aligned} \quad (25)$$

La conversión a moneda extranjera expresada en términos nominales ( $\widetilde{F}_{t,x,n}$ ), se lleva a cabo primero, transformando los flujos de fondos en pesos (ecuación 24) a moneda extranjera. Para ello se utilizan los tipos de cambio futuros calculados mediante la ecuación 14,

$$\tilde{F}_{t,x,n} = [FFL_{t,1}(\alpha), FFL_{t,2}(\alpha)] \times \quad (26)$$

$$\left\{ \min [(\tilde{F}_{t,x_2})(\alpha), (\tilde{F}_{t,x_1})(\alpha)]^{-1}; \max [(\tilde{F}_{t,x_2})(\alpha), (\tilde{F}_{t,x_1})(\alpha)]^{-1} \right\}$$

#### 1.2.4. El descuento de flujos de fondos (VAN) borroso para dos monedas

El valor de la empresa mediante el descuento de flujos de fondos borroso en moneda extranjera queda planteado de la siguiente manera,

$$V_{t,x} = \sum_{t=1}^n [FFL_{t,x1}(\alpha), FFL_{t,x2}(\alpha)] \times \quad (27)$$

$$\left\{ \min [(1 + ko_{t,x_1})^t(\alpha), (1 + ko_{t,x_2})^t(\alpha)]^{-1}; \right.$$

$$\left. \max [(1 + ko_{t,x_1})^t(\alpha), (1 + ko_{t,x_2})^t(\alpha)]^{-1} \right\}$$

Los flujos de fondos proyectados borrosos surgen de la ecuación 26 y la tasa del costo de capital borroso de la ecuación 18. La consistencia de resultados entre el valor actual estimado con variables expresadas en términos reales y su par borroso en términos nominales, se verifica para el caso ( $\alpha = 1$ ). Lo mismo acontece para el valor actual en moneda extranjera. Esto es así ya que en  $t = 0$ , no existe riesgo de inflación y la consistencia con los valores en términos reales se presenta para el caso de las variables de paridad.

## 2. Metodología. Aplicación del modelo mediante el análisis de caso

La metodología propuesta para analizar el funcionamiento del modelo y demostrar su consistencia con el modelo en su versión determinística (no borrosa) es el estudio de caso en administración. Bajo este método se persigue analizar el funcionamiento y robustez de las proposiciones teóricas contenidas, en este caso en las ecuaciones del modelo, que permiten explicar y fundamentar la estimación del valor intrínseco de la firma (Castro Monge, 2010) y (Yin, 1994).

Como unidad de análisis se seleccionó una empresa del tipo pequeña-mediana que opera y funciona en un mercado emergente como el sistema económico argentino. Se calculó su valor intrínseco a través del modelo propuesto, expresando valores en moneda local y extranjera. Considerado, como primer moneda al peso argentino y como segunda al dólar estadounidense. La aplicación del modelo desarrollado en la sección precedente se obtuvo mediante el empleo de las planillas de cálculo.<sup>5</sup> El desarrollo de las mismas se expone en la sección 3 y en el anexo B. Las matrices, tensores, argumentos de programación para la implementación del caso en MatLab® y las gráficas del NBT correspondientes al valor en moneda local y extranjera, son expuestas en anexo A.3.

### 3. Resultados. Estimación del valor a través del descuento de flujos borrosos para dos monedas

En esta sección se desarrollan las etapas y secuencias del modelo planteadas en el primer apartado, exponiendo en cada una de ellas los datos de mercado utilizados y los resultados obtenidos, hasta llegar a la estimación del NBT mediante el descuento de flujos de fondos para dos monedas.

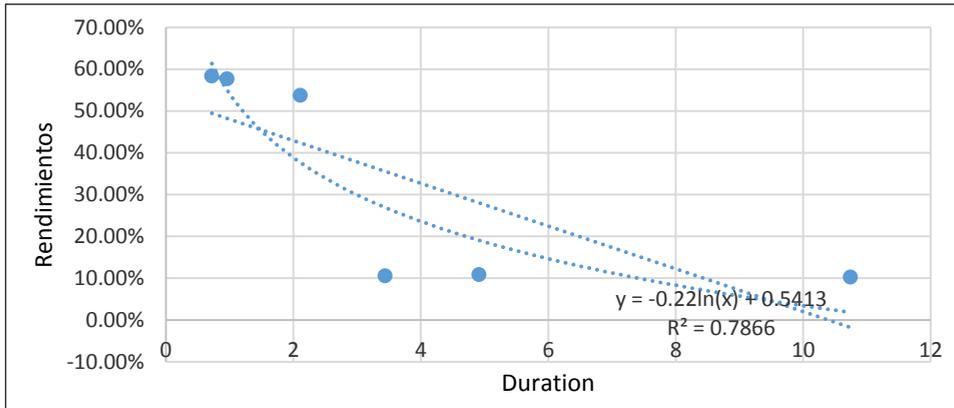
#### 3.1. NBT para la proyección de las variables macroeconómicas: tasas de interés, inflación y tipo de cambio (pasos 1 y 2)

Primero se proyectaron las tasas esperadas de interés local y extranjera, aplicando la proyección de la estructura temporal de los tipos de interés (ETTI) mediante la curva logarítmica de rendimientos. Se usaron los datos de mercado correspondientes a la duración modificada y TIR de bonos soberanos emitidos en moneda doméstica<sup>6</sup> y dólares estadounidenses publicados por el Instituto Argentino de Mercados de Capitales (IAMC). Estos son presentados en el anexo B, tablas B13 y B14. En las siguientes gráficas se exponen las curvas de rendimientos a ser empleadas en la proyección de las tasas. Para la TIR en pesos la expresión es:  $-0,22\ln(x)+0,5413$ ;

<sup>5</sup> Se emplearon planillas bajo el sistema MS Excel®.

<sup>6</sup> El rendimiento de los bonos indexados por el coeficiente de estabilización de referencia (CER) fue ajustado por una inflación proyectada de 41.82%, que surge del cociente entre el coeficiente CER de diciembre de 2018, de 11.88% sobre el coeficiente CER de diciembre 2017 de 8.22% (ver Banco Central de la República Argentina, Estadísticas [http://www.bcra.gob.ar/PublicacionesEstadisticas/Principales\\_variaciones\\_datos.asp?descri=21&fecha=Fecha\\_Cer&campo=Cer](http://www.bcra.gob.ar/PublicacionesEstadisticas/Principales_variaciones_datos.asp?descri=21&fecha=Fecha_Cer&campo=Cer)).

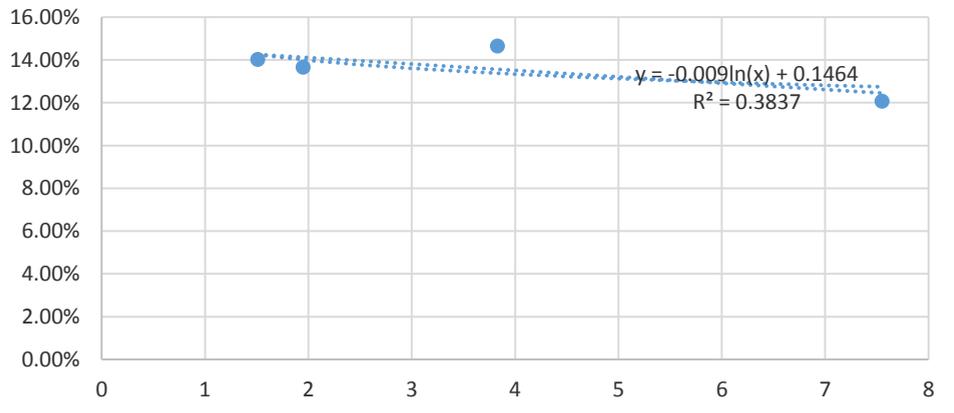
Gráfica 2. ETTI proyectada en pesos  
(Tabla B13 anexo)  
(ETTI bonos soberanos en pesos al 29 de marzo de 2019)



Fuente: elaboración propia.

La ETTI de bonos argentinos en dólares es  $0.009\ln(x) + 0.1464$ , véase Gráfica 3.

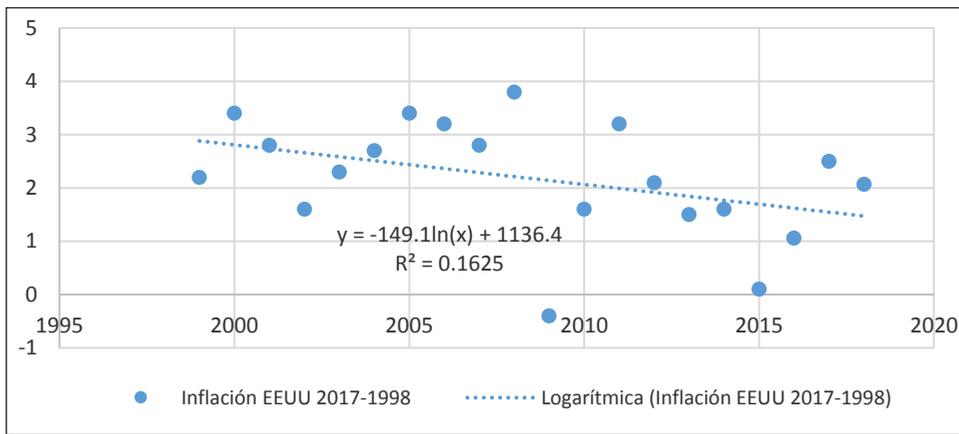
Gráfica 3. ETTI proyectada en dólares  
(Tabla B14 anexo)  
(ETTI bonos soberanos en dólares al 29 de marzo de 2019)



Fuente: elaboración propia.

Para la proyección de la inflación local ( $\Pi_{t,d}$ ) se aplicó la ecuación 3, previa estimación de la proyección de la inflación de Estados Unidos. Esta última fue estimada mediante la curva de tendencia logarítmica a partir de la serie de datos históricos de inflación extranjera ( $\Pi_{t,e}$ ). Para ello se trabajó con la inflación promedio anual de Estados Unidos desde el año 1998-2018.<sup>7</sup> La ecuación de la curva de tendencia es  $\Pi_{t,e} = -149.1 \ln(x) + 1136.4$ , (véase gráfica 4).

Gráfica 4. Curva de ajuste de la inflación proyectada para EE.UU. (1998-2018)



Fuente: elaboración propia.

Las curvas permiten proyectar las variables macro. El número borroso (NBT) correspondiente a la inflación se obtiene aplicando las ecuaciones 8 y 9. El valor de  $a = \varepsilon(1)$  para la inflación de EE.UU surge de la estimación puntual. Los valores de  $a - \alpha$  y  $a + \beta$  se obtienen sustrayendo o adicionando la variación estimada (cv). Esta se supone constante durante el periodo de proyección. Para el caso de la inflación de EE.UU, el desvío estándar de la serie de datos proyectados es de  $\sigma = 0.10\%$ . En el caso de Argentina su desvío es  $\sigma = 11.29\%$ . A continuación se muestran las tablas con proyección puntual y los intervalos de valores, (véase Cuadro 1 y 2).

<sup>7</sup> Obtenida del sitio <https://www.rateinflation.com/inflation-rate/usa-historical-inflation-rate?start-year=1998&end-year=2018>.

Cuadro 1. Inflación proyectada extranjera ETTI  
(Desvío estimado 0.10% anual (B1).  
(ecuación 9)

t	Inflación proyectada	$(1-CV)^*a$ a- $\alpha$ , $\epsilon(0)$	a, $\epsilon(1)$ a, $\epsilon(1)$	$(1+CV)^*a$ a+ $\beta$ , $\epsilon(0)$
1	1.70%	1.60%	1.70%	1.79%
2	1.62%	1.53%	1.62%	1.72%
3	1.55%	1.45%	1.55%	1.64%
4	1.47%	1.38%	1.47%	1.57%

Fuente: elaboración propia.

Cuadro 2. Inflación proyectada doméstica.  
(ETTI desvío estimado 11.29% anual (B2).  
(ecuación 8).

t	Inflación proyectada	$(1-CV)^*a$ a- $\alpha$ , $\epsilon(0)$	a, $\epsilon(1)$ a, $\epsilon(1)$	$(1+CV)^*a$ a+ $\beta$ , $\epsilon(0)$
1	36.73%	25.44%	36.73%	48.02%
2	23.81%	12.52%	23.81%	35.10%
3	16.15%	4.86%	16.15%	27.44%
4	10.68%	-0.61%	10.68%	21.97%

Fuente: elaboración propia.

En el anexo B, para cada uno de los  $\alpha$ -cortes que componen el NBT, se expone el cuadro correspondiente a las inflaciones local y extranjera (Cuadros B.1 y B.2).

### 3.2. NBT tasas de interés nominal en pesos y dólares (paso 2)

El objetivo consiste en proyectar la NBT nominal en ambas monedas, siendo el principal insumo, es la tasa real de interés convergente con la tasa doméstica. Se supone que la relación entre las tasas de dos países es explicada por los diferenciales de inflación (ecuación 6). Primero, se calculó la tasa real puntual proyectada, a partir de las tasas nominales de interés obtenidas mediante la curva de rendimientos (Gráficas 2 y 3). Se utilizaron datos correspondientes a la inflación proyectada (segunda columna Cuadros

1 y 2). Después se despejó en función de la tasa real (ecuación 7). La tasa real determinística proyectada para los cuatro periodos subsiguientes es:  $t_1=12.73\%$ ,  $t_2=12.18\%$ ,  $t_3=11.89\%$  y  $t_4=11.70\%$ .

El NBT para las tasas nominales se obtiene incorporando la inflación borrosa proyectada con los datos contenidos en Cuadro 2, Cuadro B.2 del anexo B y la ecuación 10. Así, la tasa queda expresada en moneda local, véase Cuadro 3.

Cuadro 3. NBT Tasa nominal doméstica proyectada.  
(ecuación 10)

A	1i	1s	2i	2s	3i	3s	4i	4s
0	41.40%	66.86%	26.22%	51.55%	17.33%	42.59%	11.02%	36.24%
0.1	42.68%	65.58%	27.48%	50.28%	18.59%	41.33%	12.28%	34.98%
0.2	43.95%	64.31%	28.75%	49.01%	19.85%	40.07%	13.54%	33.72%
0.3	45.22%	63.04%	30.02%	47.75%	21.12%	38.80%	14.80%	32.46%
0.4	46.49%	61.77%	31.28%	46.48%	22.38%	37.54%	16.06%	31.20%
0.5	47.77%	60.49%	32.55%	45.21%	23.64%	36.28%	17.33%	29.94%
0.6	49.04%	59.22%	33.81%	43.95%	24.91%	35.01%	18.59%	28.68%
0.7	50.31%	57.95%	35.08%	42.68%	26.17%	33.75%	19.85%	27.41%
0.8	51.58%	56.68%	36.35%	41.41%	27.43%	32.49%	21.11%	26.15%
0.9	52.86%	55.40%	37.61%	40.15%	28.70%	31.22%	22.37%	24.89%
1	54.13%	54.13%	38.88%	38.88%	29.96%	29.96%	23.63%	23.63%

Fuente: elaboración propia.

Un procedimiento similar se sigue para estimar el NBT correspondiente a la tasa nominal extranjera, suponiendo relaciones de paridad en equilibrio (ecuación 6).<sup>8</sup> La variable borrosa se construye a partir de la inflación extranjera proyectada, utilizando los datos del Cuadro 1 y el Cuadro B.1 del Anexo B y la ecuación 11, véase Cuadro 4.

### 3.3. NBT tipo de cambio futuro (paso 2)

Se proyectó el tipo de cambio futuro puntual, donde sus valores para  $a$  ( $\varepsilon=1$ ) son los mismos que para su estimación puntual obtenidos al aplicar las ecuaciones 1 y 2. Se partió de un tipo de cambio spot al 31 de diciembre de

<sup>8</sup> Por ende, las tasas de interés reales de las economías bajo examen son similares.

Cuadro 4. NBT Tasa nominal extranjera proyectada  
(ecuación 11)

$\alpha$	1i	1s	2i	2s	3i	3s	4i	4s
0	14.53%	14.75%	13.89%	14.10%	13.51%	13.72%	13.43%	13.64%
0.1	14.54%	14.74%	13.90%	14.09%	13.52%	13.71%	13.44%	13.63%
0.2	14.55%	14.73%	13.91%	14.08%	13.53%	13.70%	13.45%	13.62%
0.3	14.56%	14.72%	13.92%	14.07%	13.54%	13.69%	13.46%	13.61%
0.4	14.58%	14.70%	13.93%	14.06%	13.55%	13.68%	13.47%	13.60%
0.5	14.59%	14.69%	13.94%	14.05%	13.56%	13.67%	13.48%	13.59%
0.6	14.60%	14.68%	13.95%	14.04%	13.58%	13.66%	13.49%	13.58%
0.7	14.61%	14.67%	13.96%	14.03%	13.59%	13.65%	13.50%	13.57%
0.8	14.62%	14.66%	13.97%	14.02%	13.60%	13.64%	13.51%	13.55%
0.9	14.63%	14.65%	13.98%	14.01%	13.61%	13.63%	13.52%	13.54%
1	14.64%	14.64%	14.00%	14.00%	13.62%	13.62%	13.53%	13.53%

Fuente: elaboración propia.

Cuadro 5. NBT Tipo de cambio futuro  
(ecuaciones 12, 13 y 14)

$\alpha$	1i	1s	2i	2s	3i	3s	4i	4s
0	\$ 75.77	\$ 89.58	\$ 83.82	\$ 119.20	\$ 86.47	\$ 149.74	\$ 84.48	\$ 179.86
0.1	\$ 76.46	\$ 88.89	\$ 85.44	\$ 117.28	\$ 89.10	\$ 146.01	\$ 88.05	\$ 173.74
0.2	\$ 77.15	\$ 88.20	\$ 87.07	\$ 115.38	\$ 91.78	\$ 142.34	\$ 91.72	\$ 167.78
0.3	\$ 77.84	\$ 87.51	\$ 88.72	\$ 113.49	\$ 94.52	\$ 138.74	\$ 95.51	\$ 161.97
0.4	\$ 78.53	\$ 86.82	\$ 90.39	\$ 111.62	\$ 97.31	\$ 135.19	\$ 99.42	\$ 156.32
0.5	\$ 79.22	\$ 86.13	\$ 92.07	\$ 109.76	\$ 100.15	\$ 131.71	\$ 103.45	\$ 150.81
0.6	\$ 79.91	\$ 85.43	\$ 93.77	\$ 107.92	\$ 103.05	\$ 128.29	\$ 107.59	\$ 145.46
0.7	\$ 80.60	\$ 84.74	\$ 95.48	\$ 106.10	\$ 106.00	\$ 124.93	\$ 111.87	\$ 140.25
0.8	\$ 81.29	\$ 84.05	\$ 97.21	\$ 104.29	\$ 109.01	\$ 121.63	\$ 116.27	\$ 135.18
0.9	\$ 81.98	\$ 83.36	\$ 98.96	\$ 102.50	\$ 112.08	\$ 118.39	\$ 120.79	\$ 130.25
1	\$ 82.67	\$ 82.67	\$ 100.72	\$ 100.72	\$ 115.21	\$ 115.21	\$ 125.45	\$ 125.45

Fuente: elaboración propia.

2019 de  $t_0 = \$44.35$ , por ser este el momento de valuación. Las proyecciones son:  $t_1 = \$61.49$ ,<sup>9</sup>  $t_2 = \$82.67$ ,  $t_3 = \$100.72$  y  $t_4 = \$115.21$ . En la construcción del NBT fueron empleadas las ecuaciones 12, 13 y 14. En el Cuadro 5 se exponen los resultados.

### 3.4. NBT Costo promedio ponderado del capital (paso 2)

El objetivo consiste en proyectar el *ccpp* real y transformarlo en NBT mediante la inflación local borrosa proyectada. Primero se calcula el *ccpp* puntual nominal correspondiente a cada horizonte de proyección (ecuación 14). Luego se sustrae la inflación puntual proyectada y se obtiene el *ccpp* real puntual proyectado (ecuación 15). Con las inflaciones de ambos países (Tablas 1 y 2) se construye el NBT (ecuaciones 16 y 18) del costo del capital. Los supuestos son: (i) estructura objetivo deuda-capital constante, (ii) inexistencia riesgo fiscal, (iii) costo financiero de la deuda igual a la tasa libre de riesgo.

Para estimar el *ccpp* se debe calcular el costo del capital propio. Se empleó el modelo *Capital Asset Pricing Model* (CAPM). Se optó por una variante adaptada para mercados emergentes, a partir del modelo G-CAPM (*Global CAPM*) ajustado por riesgo país.<sup>10</sup> El costo de capital propio primero se estimó en dólares estadounidenses. Para la tasa libre de riesgo ( $r_f$ ), se utilizó la tasa nominal proyectada EE.UU de la curva de rendimientos (Gráfico 2). El riesgo de mercado adicional se calculó como el promedio aritmético de la diferencia entre el índice *S&P500* y *T-Bonds*.<sup>11</sup> El coeficiente beta apalancado ( $\beta_l$ ) se obtuvo apalancado los betas *unlevered* ( $\beta_u$ ) de 0.85 para empresa comparables. La estructura de capital se supone en 16% deuda, 84% capital

<sup>9</sup> Para el primer contrato se toma como valor el Tipo de cambio futuro al 29 de marzo de 2019 para contratos negociados a diciembre de 2019, Dólar futuro DLR122019. Los siguientes contratos son determinados realizando un roll-over sobre el primero <https://www.rofex.com.ar/cem/FyO.aspx>

<sup>10</sup> En relación con el CAPM, son conocidas las limitaciones que presenta, en particular para estimar tasas de rendimiento requerido en contextos emergentes, una excelente revisión actualizada del tema se puede ver en Fama y French, (2004). En lo que respecta a soluciones empleadas por los profesionales para estimar tasas de rendimiento que reflejen los riesgos de emergentes, existe un importante cuerpo literario, entre los que se puede citar a Copeland et al. (2000); Fornero, (2003); Damodaran (2006); Pratt y Grabowski (2008); Damodaran (2009).

<sup>11</sup> Los datos fueron extraídos del sitio elaborado por A. Damodaran, Discount rate estimation, Annual returns on stock, bonds and t-bills 1928-current. <http://www.stern.nyu.edu/~adamodar/pc/datasets/histretSP.xls>

propio. Como riesgo de mercado emergente se tomó el riesgo país (*Country Risk Premium, CR*) sobre la base del modelo de Damodaran (2015). Para Argentina, en marzo 2019 representaba 764 puntos básicos. Los datos de coeficientes betas no apalancados comparables y riesgo de país son obtenidos del sitio de Damodaran.<sup>12</sup> Obtenida la tasa de rendimiento en dólares estadounidenses ( $k_{e_x}$ ), esta se convierte a pesos domésticos ( $k_{e_n}$ ) (ecuación 17). El costo de la deuda nominal en pesos surge de la curva de rendimientos de bonos locales en moneda doméstica (Gráfico 2). Todo el desglose de las variables correspondiente al modelo aditivo utilizado, para estimar el costo del capital propio es expuesto en el anexo B, Cuadro B.3. Con los datos del Cuadro del anexo B, Cuadro B.4 (*ccpp* estimado en términos reales) fue construido el NBT para el *ccpp*, incorporando la variable inflación doméstica, empleando el Cuadro 2, anexo B, Cuadro B.2, ecuaciones 17 y 19, (véase Cuadro 6).

El *ccpp* expresado en moneda extranjera se obtuvo a partir del *ccpp* borsario en moneda doméstica. Se utilizaron los datos del Cuadro 6, Cuadro B.1, Cuadro B.2 y ecuación 18, (véase Cuadro 7).

Cuadro 6. nbt ccpp doméstico  
(ecuaciones 17 y 19)

$\alpha$	1i	1s	2i	2s	3i	3s	4i	4s
0	52,17%	79,57%	36,40%	63,78%	27,16%	54,54%	20,59%	47,99%
0,1	53,54%	78,20%	37,77%	62,41%	28,53%	53,17%	21,96%	46,62%
0,2	54,91%	76,83%	39,14%	61,04%	29,90%	51,80%	23,33%	45,25%
0,3	56,28%	75,46%	40,51%	59,67%	31,27%	50,43%	24,70%	43,88%
0,4	57,65%	74,09%	41,88%	58,30%	32,64%	49,06%	26,07%	42,51%
0,5	59,02%	72,72%	43,25%	56,93%	34,00%	47,70%	27,44%	41,14%
0,6	60,39%	71,35%	44,61%	55,56%	35,37%	46,33%	28,81%	39,77%
0,7	61,76%	69,98%	45,98%	54,19%	36,74%	44,96%	30,18%	38,40%
0,8	63,13%	68,61%	47,35%	52,83%	38,11%	43,59%	31,55%	37,03%
0,9	64,50%	67,24%	48,72%	51,46%	39,48%	42,22%	32,92%	35,66%
1	65,87%	65,87%	50,09%	50,09%	40,85%	40,85%	34,29%	34,29%

Fuente: elaboración propia

<sup>12</sup> Los datos son obtenidos del sitio de A. Damodaran, correspondiente al riesgo país depurado de riesgo crediticio, [http://people.stern.nyu.edu/adamodar/New\\_Home\\_Page/datafile/ctryprem.html](http://people.stern.nyu.edu/adamodar/New_Home_Page/datafile/ctryprem.html)

Cuadro 7. NBT ccpp extranjero  
(ecuación 18)

$\alpha$	1i	1s	2i	2s	3i	3s	4i	4s
0	4.45%	45.72%	2.70%	48.06%	1.23%	49.51%	0.24%	51.24%
0.1	6.21%	43.30%	4.60%	45.35%	3.24%	46.62%	2.33%	48.14%
0.2	8.00%	40.93%	6.52%	42.69%	5.29%	43.80%	4.47%	45.11%
0.3	9.82%	38.60%	8.48%	40.09%	7.38%	41.03%	6.64%	42.15%
0.4	11.66%	36.31%	10.48%	37.53%	9.51%	38.31%	8.86%	39.26%
0.5	13.54%	34.06%	12.50%	35.03%	11.67%	35.66%	11.12%	36.42%
0.6	15.44%	31.85%	14.57%	32.57%	13.88%	33.05%	13.43%	33.65%
0.7	17.37%	29.68%	16.67%	30.16%	16.13%	30.50%	15.78%	30.94%
0.8	19.34%	27.54%	18.80%	27.80%	18.42%	28.00%	18.18%	28.28%
0.9	21.34%	25.44%	20.98%	25.47%	20.76%	25.54%	20.63%	25.67%
1	23.37%	23.37%	23.20%	23.20%	23.14%	23.14%	23.12%	23.12%

Fuente: elaboración propia.

### 3.5. NBT el flujo de fondos (paso 3)

Para estimar el NBT correspondiente al flujo de fondos proyectados, se debe trabajar en forma individual cada elemento, destacando que las cantidades adoptan un comportamiento borroso independiente del proyectado para las variables nominales (precios). A continuación se detallan cada una de las variables que integran la magnitud financiera. La información detallada correspondiente a los  $\alpha$ -cortes se expone en el anexo B.

a) *Cantidades borrosas*: se proyectó un NBT para cantidades. Las magnitudes proyectadas de manera puntual son  $t_1 = 10,000$ ,  $t_2 = 11,000$ ,  $t_3 = 11,500$  y  $t_4 = 12,000$ , con desvío estándar estimado de 20%, el cuál oficia de CV. Con estos datos se elaboró el NBT correspondiente a  $\alpha$ -cortes de cantidades, conforme se expone en el Cuadro B.5 del anexo.

b) *Contribución marginal borrosa*: se parten de valores en  $t_0$  para el precio unitario de venta (\$152), costo variable unitario (\$108) y contribución marginal (\$44). Para proyectar los valores en moneda de cierre borrosa de cada periodo, se utilizó la ecuación 20 y los datos del Cuadro B.2. En el Cuadro B.6 del anexo, son presentados los valores para  $\alpha$ -cortes.

c) *Contribución marginal borrosa por cantidades borrosas*: se obtuvo con la ecuación 21 y los datos de los Cuadros B.5 y B.6. En el Cuadro B.7 del anexo, se expresa los valores para los periodos proyectados,

d) *Costos fijos borrosos*: en moneda inicial ascienden a \$2,000,000, su proyección en moneda de cierre borrosa se obtuvo empleando la ecuación 22 y los datos del Cuadro B.2. Los valores proyectados del NBT se exponen en el Cuadro B.8

f) *Capital de trabajo borroso*: se supone que el giro del negocio requiere de una inversión en capital de trabajo de 5% del valor correspondiente a la contribución marginal. El NBT correspondiente a la inversión incremental en capital de trabajo se obtuvo empleando la ecuación 23 y los datos del Cuadro B.7. Los valores proyectados del NBT para el capital de trabajo se exponen en el Cuadro B.9.

g) *Flujo de fondos libres borroso en moneda doméstica*: finalmente se llegó al flujo de fondos libres, empleando la ecuación 24 y los valores correspondientes en los Cuadros B.7, B.8 y B.9. Se supone una tasa de interés que con ganancias de 35% se mantiene constante. Los valores correspondientes para  $\alpha$ -cortes, para cada periodo son expuestos en la siguiente tabla, véase Cuadro 8.

### 3.6. NBT descuento de flujos de fondos en moneda local y extranjera (paso 4)

Finalmente se calculó el valor actual de los flujos de fondos expresados en moneda de cierre doméstica. Se aplicó la ecuación 25 con los elementos borrosos (NBT) los cuales son: costo del capital nominal en moneda doméstica (ecuaciones 17 y 18) y los flujos de fondos proyectados (ecuación 24). El Cuadro 9 expone los valores actuales correspondientes a los extremos inferiores y superiores para  $\alpha$ -cortes. El Cuadro B.10 presenta el valor actual para  $\alpha$ -cortes, de los flujos de fondos.

El valor en dólares de cierre se estimó aplicando las ecuaciones 26 y 27. La primera estima el NBT de los flujos de fondos en dólares futuros, mediante las ecuaciones 14, 24 y los datos del anexo B, tabla B.11. La ecuación 27 es utilizada para calcular el NBT del valor actual en dólares, mediante la ecuación 18 y 26 y los datos del anexo B, Cuadro B.12, véase Cuadro. 10.

Cuadro 8. NBT flujo de fondos libres  
(ecuaciones 21, 22, 23 y 24)

$\alpha$	1i	1s	2i	2s	3i	3s	4i	4s
0	\$ 555,005.37	\$ 3,228,495.54	\$ 903,999.15	\$ 3,810,379.11	\$ 933,316.18	\$ 3,846,814.63	\$ 969,055.68	\$ 3,908,104.99
0.1	\$ 677,353.61	\$ 3,083,494.76	\$ 1,035,915.39	\$ 3,651,657.36	\$ 1,064,927.64	\$ 3,687,076.25	\$ 1,101,331.18	\$ 3,746,475.56
0.2	\$ 800,894.08	\$ 2,939,686.22	\$ 1,169,242.45	\$ 3,494,346.42	\$ 1,198,019.48	\$ 3,528,818.24	\$ 1,235,151.63	\$ 3,586,391.08
0.3	\$ 925,626.80	\$ 2,797,069.92	\$ 1,303,980.33	\$ 3,338,446.30	\$ 1,332,591.67	\$ 3,372,040.59	\$ 1,370,517.02	\$ 3,427,851.54
0.4	\$ 1,051,551.75	\$ 2,655,645.85	\$ 1,440,129.02	\$ 3,183,957.00	\$ 1,468,644.23	\$ 3,216,743.30	\$ 1,507,427.36	\$ 3,270,856.94
0.5	\$ 1,178,668.94	\$ 2,515,414.03	\$ 1,577,688.53	\$ 3,030,878.51	\$ 1,606,177.15	\$ 3,062,926.38	\$ 1,645,882.64	\$ 3,115,407.29
0.6	\$ 1,306,978.38	\$ 2,376,374.44	\$ 1,716,658.85	\$ 2,879,210.84	\$ 1,745,190.44	\$ 2,910,589.82	\$ 1,785,882.86	\$ 2,961,502.58
0.7	\$ 1,436,480.05	\$ 2,238,527.10	\$ 1,857,039.99	\$ 2,728,953.98	\$ 1,885,684.09	\$ 2,759,733.62	\$ 1,927,428.02	\$ 2,809,142.81
0.8	\$ 1,567,173.96	\$ 2,101,871.99	\$ 1,998,831.95	\$ 2,580,107.94	\$ 2,027,658.10	\$ 2,610,357.79	\$ 2,070,518.13	\$ 2,658,327.99
0.9	\$ 1,699,060.11	\$ 1,966,409.12	\$ 2,142,034.73	\$ 2,432,672.72	\$ 2,171,112.48	\$ 2,462,462.32	\$ 2,215,153.18	\$ 2,509,058.11
1	\$ 1,832,138.50	\$ 1,832,138.50	\$ 2,286,648.32	\$ 2,286,648.32	\$ 2,316,047.22	\$ 2,316,047.22	\$ 2,361,333.17	\$ 2,361,333.17

Fuente: elaboración propia.

Cuadro 9. NBT valor actual en moneda doméstica  
(ecuación 25)

A	i	S
0	\$ 965.905-97	\$ 6.642.585-26
0-1	\$ 1.147.744-40	\$ 6.220.399-89
0-2	\$ 1.337.390-74	\$ 5.817.737-49
0-3	\$ 1.535.215-04	\$ 5.433.534-79
0,4	\$ 1.741.609,05	\$ 5.066.797-94
0-5	\$ 1.956.987-82	\$ 4.716.597-33
0-6	\$ 2.181.791-28	\$ 4.382.062-77
0-7	\$ 2.416.486-06	\$ 4.062.379-11
0-8	\$ 2.661.567-32	\$ 3.756.782-23
0-9	\$ 2.917.560-91	\$ 3.464.555-33
1	\$ 3.185.025-56	\$ 3.185.025-56

Fuente: elaboración propia.

Cuadro 10. NBT valor actual en moneda extranjera  
(ecuación 27)

A	i	S
0	\$ 10,803.53	\$ 166,634.69
0.1	\$ 13,347.41	\$ 148,773.61
0.2	\$ 16,147.60	\$ 132,802.24
0.3	\$ 19,231.07	\$ 118,502.69
0.4	\$ 22,628.00	\$ 105,684.25
0.5	\$ 26,372.23	\$ 94,179.77
0.6	\$ 30,501.74	\$ 83,842.62
0.7	\$ 35,059.19	\$ 74,543.92
0.8	\$ 40,092.61	\$ 66,170.30
0.9	\$ 45,656.07	\$ 58,621.88
1	\$ 51,810.57	\$ 51,810.57

Fuente: elaboración propia.

Cuadro 11. Comprobación NBT VAN

$\alpha=1$	li	ls	2i	2s	3i	3s	4i	4s
FF en moneda de cierre	\$ 1,832,138.50	\$ 1,832,138.50	\$ 2,286,648.32	\$ 2,286,648.32	\$ 2,316,047.22	\$ 2,316,047.22	\$ 2,361,333.17	\$ 2,361,333.17
FF en moneda de inicio	\$ 1,340,000.00	\$ 1,340,000.00	\$ 1,350,840.01	\$ 1,350,840.01	\$ 1,177,923.58	\$ 1,177,923.58	\$ 1,085,090.79	\$ 1,085,090.79
CCPP en términos reales	21.32%	21.32%	21.23%	21.23%	21.26%	21.26%	21.34%	21.34%
VA FF $\alpha=1$	\$ 1,104,560.63	\$ 1,104,560.63	\$ 918,506.37	\$ 918,506.37	\$ 660,500.83	\$ 660,500.83	\$ 501,457.74	\$ 501,457.74
VAN $\alpha=1$	\$ 3,185,025.56							
$\alpha=0$	li	ls	2i	2s	3i	3s	4i	4s
FF en moneda de cierre	\$ 555,005.37	\$ 3,228,495.54	\$ 903,999.15	\$ 3,810,379.11	\$ 933,316.18	\$ 3,846,814.63	\$ 969,055.68	\$ 3,908,104.99
FF en moneda de inicio	\$ 442,458.84	\$ 2,181,166.88	\$ 640,515.57	\$ 1,905,520.81	\$ 630,614.42	\$ 1,509,476.24	\$ 658,796.02	\$ 1,257,318.19
CCPP en términos reales	2.81%	43.15%	0.97%	45.56%	0.22%	47.37%	-1.13%	48.90%
VA FF $\alpha=0$	\$ 309,079.82	\$ 2,121,586.01	\$ 307,391.45	\$ 1,835,727.07	\$ 205,357.26	\$ 1,457,446.49	\$ 144,077.43	\$ 1,227,825.69
VA FF $\alpha=0$ (i)	\$ 965,905.97							
VA FF $\alpha=0$ (s)	\$ 6,642,585.26							

Fuente: elaboración propia.

### 3.7. Validación matemática NBT y paridades tipos de cambio (paso 4)

En equilibrio, la diferencia en las tasas de inflación entre dos países, explica el precio expresado en dos monedas para un mismo bien (empresa). El valor de la firma se explica por el interés, el tipo de cambio de contado y futuro, los precios de productos e insumos y el costo del capital. Para corroborar la consistencia de cálculos en  $\alpha = 1$ , las magnitudes de flujos en moneda de cierre doméstica y tasa de costo de capital son transformadas en moneda inicial (términos reales). El Valor Actual de las magnitudes reales debe ser el mismo que el obtenido en los Cuadros 9 y en el anexo B, Cuadro B.10, expresadas en términos nominales, véase Cuadro 11.

El NBT triangular correspondiente al valor actual de los flujos reales, es el mismo que el obtenido a partir de los nominales: VA  $\alpha$ - $\alpha$ ,  $\varepsilon(0)=\$965,905.97$ ; a,  $\varepsilon(1)=\$3,185,025.56$ ;  $a+\beta$ ,  $\varepsilon(0)=\$6,642,582.26$ . En moneda extranjera se corrobora la consistencia con  $\alpha$ -corte=1, el cual se obtuvo del cociente entre el valor actual de los flujos de fondos en pesos y dólares (anexo B, Cuadros B.10 y B.12), véase Cuadro 12.

El valor en moneda extranjera de u\$ 51, 810.57 representa para  $\alpha = 1$  el valor actual esperado en moneda extranjera de la corriente de flujos de fondos nominados en pesos, convertidos a tipos de cambio futuros, y actualizado a tasa de costo de capital en moneda extranjera y explica la relación presente en el tipo de cambio, ya que el cociente entre los valores actuales en pesos y en moneda extranjera expresan la paridad del tipo de cambio.

Cuadro 12. Comprobación NBT VAN u\$-VAN

$\alpha=1$	1i	1s	2i	2s	3i	3s	4i	4s
VA(FF \$)/ VA(FF u\$)	\$ 61.49	\$ 61.49	\$ 61.49	\$ 61.49	\$ 61.49	\$ 61.49	\$ 61.39	\$ 61.39
FF u\$ reales	\$ 21,792.16	\$ 21,792.16	\$ 21,968.45	\$ 21,968.45	\$ 19,156.34	\$ 19,156.34	\$ 17,675.01	\$ 17,675.01
CCPP en términos reales	21.32%	21.32%	21.23%	21.23%	21.26%	21.26%	21.34%	21.34%
VA FF u\$ $\alpha=1$	\$ 17,963.26	\$ 17,963.26	\$ 14,937.49	\$ 14,937.49	\$ 10,741.60	\$ 10,741.60	\$ 8,168.23	\$ 8,168.23
VAN u\$ $\alpha=1$	\$ 51,810.57							

Fuente: elaboración propia.

### 3.8. Desarrollo del modelo en MatLab mediante matrices

El anexo A desarrolla el mismo caso utilizando el programa MatLab®. El aporte consiste en programar, mediante matrices y tensores, los NBT correspondientes a cada una de las variables. Los argumentos, variables y salidas son expuestos en la sección A.3.

## Conclusiones

El modelo propuesto es una alternativa válida para valorar empresas en marcha en contextos emergentes, volátiles y con un impacto significativo del tipo de cambio, tanto en el precio de las transacciones como en las proyecciones. Adicionalmente éste se erige como un modelo integral, cuyo punto de partida son las teorías de paridad, las cuales sirven de sostén para las proyecciones de los precios correspondientes a las variables macroeconómicas como tasas de interés y tipo de cambio. Permiten inferir y proyectar la inflación esperada de la economía emergente, la cual en casos como el analizado, se encuentra fuertemente explicada por la variación en el tipo de cambio. De las proyecciones correspondientes a las variables nominales, como la proyección de las variables reales, se obtienen los flujos de fondos y tasas de costo de capital, que culminan en la determinación del valor intrínseco de la firma, en términos nominales y reales, expresados en moneda local y extranjera, con tan sólo cuatro pasos. A esto cabe agregar, dentro de un marco integral y coherente con la lógica de las teorías de paridad en el marco de las finanzas internacionales y del modelo de descuento de flujo de fondos.

El trabajo aporta la matemática borrosa al modelo, en particular, a partir de la construcción de los valores para variables nominales como tasas de interés e inflación y variables reales (cantidades producidas), lo que permite que el tipo de cambio futuro esperado, flujos de fondos esperados y costo del capital esperado en moneda local y extranjera adquieren el formato de NBT. En tal sentido se brinda un abanico de posibles resultados según el grado de ambigüedad para  $\alpha$ -cortes. En un nivel  $\alpha = 1$  se expuso la consistencia del modelo en moneda extranjera y doméstica, como la paridad entre el NBT del descuento de flujos de fondos estimado con magnitudes financieras nominales y reales. La matemática borrosa es una herramienta de utilidad, en especial, para contextos caracterizados por la ambigüedad en los datos. Adicionalmente, se incorpora el álgebra matricial para las operaciones con NBT en el programa MatLab®, como alternativa al empleo de planillas de cálculo.

## Referencias bibliográficas

- Argandoña, A. (2013). Irvin Fisher: un gran economista. (I. B. Navarra, Ed.) *Working Paper WP-1082* <http://www.iese.edu/research/pdfs/WP-1082.pdf>, 1-44.
- Bradley, M y Gregg, J. (2008). "Expected Inflation and The Constant Growth Valuation Model". *Journal of Applied Corporate Finance*, vol. 20, núm. 2, pp. 66-78.
- Buckley, J. (1987). "The Fuzzy Mathematics of Finance". *Fuzzy Sets and Systems*, núm. 21, pp. 257-273.
- Carlsson, C y Fuller, R. (2001). "On Possibilistic Mean Value and Variance Fuzzy Numbers". *Fuzzy Sets and Systems*, núm. 122, pp. 772-777.
- Carlsson, C y Fuller, R. (2003). "A Fuzzy Approach to Real Option Valuation". *Fuzzy Sets and Systems*, núm. 139, pp. 315-326.
- Carlsson, C, Fuller, R, Heikkila, M. y Majlender, P. (2007). "A Fuzzy Approach to R&D Project Portfolio Selection". *International Journal of Approximating Reasoning*, núm. 44, pp. 93-105.
- Castro Monge, E. (2010). "El estudio de casos como metodología de investigación y su importancia en la dirección y administración de empresas". *Revista Nacional de Administración*, vol. 2, núm. 1, pp. 31-54.
- Chiu, C y Park, C. (1994). "Fuzzy Cash Flow Analysis Using Present Worth Criterion". *Engineering Economist*, vol. 39, núm. 2, pp. 113-138.
- Chiu, C y Park, C. (1998). "Capital Budgeting Decisions with Fuzzy Project". *Engineering Economist*, vol. 43, núm. 2, pp. 125-150.
- Copeland, T., Koller, T. y Murrin, J. (2000). *Valuation: Measuring and Managing the Value of Companies* (3 ed.). New York: Wiley.
- Damodaran, A. (2006). *Damodaran on Valuation* (Second ed.). New York, United State: John Wiley & Sons.
- Damodaran, A. (2009). Volatility Rules: Valuing Emerging Market Companies. *Working Paper*, <http://people.stern.nyu.edu/adamodar/pdfiles/papers/emergmks.pdf>, 1-38.
- Dubois, D y Prade, H. (1980). *Fuzzy Sets and Systems*. New York: Academic Press.
- Emery, D y Finnerty, J. (2007). *Corporate Financial Management* (3 ed.). New Jersey; NJ: Prentice Hall.
- Fabozzi, F y Fabozzi, D. (1996). *Bond Markets, Analysis and Strategies*. New Jersey, NJ: Prentice Hall. Englewood Cliffs.
- Fama, E y French, K. (2004). "The Capital Asset Pricing Model: Theory and Evidence". *Journal of Economics Perspectives*, vol. 18, núm. 3, pp. 25-46.

- Fornero, R. (2003). Finanzas de empresas en mercados emergentes. (S. A. Financiera, Ed.) *Anales de las XXIII Jornadas de docentes en Administración Financiera SADAF*, [http://www.sadaf.com.ar/espanol/publicaciones/publicacion\\_individual.php?id=212](http://www.sadaf.com.ar/espanol/publicaciones/publicacion_individual.php?id=212), 107-125.
- Fornero, R. (2012). *Análisis financiero e inflación*. Mendoza, Argentina: Working Paper Universidad Nacional de Cuyo.
- Fuller, R. y Majlender, P. (2003). "On Weigthed Possibilistic Mean and Variance of Fuzzy Numbers". *Fuzzy Sets and Systems*, núm. 136, pp. 363-374.
- García Sastre, M. y Roselló Miralles, M. (2007). La lógica borrosa para valorar la incertidumbre en la técnica de valoración de opciones reales. (A. E. (AEDEM), Ed.) *DIALNET OAI Articles*, <http://dialnet.unirioja.es/servlet/oaiart?codigo=2499409>, 1-22.
- Guerra, L, Magni, C. y Stefanini, L. (2014). "Interval and Fuzzy Average Internal Rate of Return for Investment Appraisal". *Fuzzy Sets and Systems*, núm. 257, pp. 217-241.
- Kaufmann, A., Gil Aluja, J. y Terceño, A. (1994). *Matemática para la economía y gestión de empresas* (Vol. I Aritmética de la Incertidumbre). Barcelona, España: Foro Científico S.L.
- Levy, M. (1997). *Finanzas internacionales: un estudio de mercados y administración financiera de empresas multinacionales* (Tercera ed.). México D.F: MacGraw Hill.
- Liao, S y Ho, S. (2010). "Investment Project Valuation based on a Fuzzy Bionomial Approach". *Information Sciences*, núm. 180, pp. 2124-2133.
- López Dumrauf, G. (2014). "Currency Choice in Valuation: an Approach for Emerging Markets". *The Business and Economics Research Journal*, vol. 7, núm. 1, pp. 11-22.
- Mallo, P., Artola, M., Pascual, M., García, M. y Martínez, D. (2004). *Gestión de la incertidumbre en los negocios. Aplicaciones de la matemática borrosa*. Santiago de Chile: RIL editores.
- Milanesi, G. (2013). "El modelo binomial borroso y la valuación de opciones reales: el caso de valuación de un contrato de concesión para la explotación petrolera". *Estocástica: finanzas y riesgo*, vol. 3, núm. 2, pp. 95-118.
- Milanesi, G. (2014). "Valoración probabilística versus borrosa, opciones reales y el modelo binomial: aplicación para proyectos de inversión en condiciones de ambigüedad". *Estudios Gerenciales*, núm. 30, pp. 211-219.
- Milanesi, G. (2015). "Modelo Binomial Borroso, el valor del firma apalancada y los efectos de la deuda". *Estocástica: finanzas y riesgo*, vol. 5, núm. 1, pp. 9-43.

- Milanesi, G. (2016). "La tasa interna de retorno promedio borrosa: desarrollos y aplicaciones". *Journal of Economics, Finance and Administrative Science*, núm. 21, pp. 39-47.
- Milanesi, G. (2017, a). "Inflación y descuento de flujos de fondos en dos monedas. Un enfoque integral". *Revista Argentina de Investigación en Negocios*, vol. 3, núm. 1, pp. 89-108.
- Milanesi, G. (2017, b). "Valuación de empresas: enfoque integral para mercados emergentes e inflacionarios". *Estudios Gerenciales*, vol. 33, núm. 145, pp. 377-390.
- Modigliani, F-Cohn, R. (1984). "Inflation and Corporate Financial Management". *MIT Sloan School Working Paper*, pp. 1-37.
- Muzzioli, S. y Torricelli, A. (2004). "A Multiperiod Binomial Model for Pricing Options in a Vague World". *Journal of Economics and Dynamics Control*, núm. 28, pp. 861-867.
- Pratt, S. y Grabowski, R. (2008). *Cost Of Capital: Applications and Examples* (3 ed.). New Jersey: John Wiley & Sons.
- Rebiaz, B. (2007). "Fuzzines and Randomness in Investment Project Risk Appraisal". *Computer Operation Research Journal*, núm. 34.
- Tahn, J. y Velez Pareja, I. (2011). Will the deflated WACC please stand up? And the real WACC should sit down. *SSRN id1617669*, 1-17.
- Taylor, A. y Taylor, M. (2004). "The Purchasing Power Parity debate". *Journal of Economics Perspective*, vol. 18, núm. 4, pp. 135-158.
- Titman, S. y Grinblatt, M. (2002). *Financial Markets and Corporate Strategy*. NY: McGraw-Hill.
- Velez Pareja, I. (2006). "Valoración de flujos de caja en inflación. El caso de la regulación en el Banco Mundial". *Academia. Revista Latinoamericana de Administración*, núm. 36, pp. 24-49.
- Yin, R. (1994). *Case Study Research: Design and Methods*. Thousand Oaks, CA: Sage Publications.
- Zadeh, L. (1965). "Fuzzy Sets". *Information Control*, vol. 3, núm. 8, pp. 338-353.
- Zdnek, Z. (2010). "Generalised Soft Binomial American Real Option Pricing Model". *European Journal of Operational Research*, núm. 207, pp. 1096-1103.

## Anexo A

### A.1. Representación matricial de un número borroso

Todo número borroso puede ser expresado a partir de sus cortes- $\alpha$ . De alguna manera esto es discretizarlo para distintos valores de su función de membresía. Para cada corte- $\alpha$ , la única información necesaria para definirlo son los límites inferior y superior.

Considerando lo anterior, se puede ver que existe una biyección entre los números borrosos expresados mediante sus cortes y las matrices de dos columnas. Cualquier número borroso expresado a partir de sus cortes se puede representar como una matriz de filas y columnas, donde cada fila representa un corte distinto, y las columnas representan los límites inferior y superior. De manera arbitraria podemos situar la máxima posibilidad en la última fila y la mínima posibilidad en la primera fila, los demás cortes quedan escalonados acorde.

Sin embargo, la aritmética matricial no resulta aplicable en su totalidad, es decir, hay operaciones entre números borrosos que no se pueden trasladar directamente a las matrices. Por tanto, es necesario incorporar algunas funciones simples que permitan realizar las operaciones básicas de los números borrosos usando matrices. La principal ventaja de esta representación es que muchos lenguajes de programación están diseñado para operar con matrices (y de manera general con tensores) lo que resulta en menor tiempo de cálculo y en procesos más simples cuando se implementan programas que tengan que realizar un gran número de operaciones entre números borrosos. Otra ventaja, es que algunas de las operaciones entre números borrosos pueden transferirse de manera directa a la representación matricial planteada.

### A.2. Implementación de la aritmética borrosa

A continuación se presenta la aritmética de números borrosos a partir de sus cortes (Zadeh 1965). Dados dos números borrosos  $A$  y  $B$ , si los consideramos a partir de sus cortes- $\alpha$  es posible escribirlos como  $A(\alpha) = [A_i(\alpha); A_s(\alpha)]$  y  $B(\alpha) = [B_i(\alpha); B_s(\alpha)]$ , donde el subíndice  $i$  hace referencia al límite inferior, y el subíndice  $s$  al límite superior de cada corte. De esta manera, los números borrosos se pueden pensar como un conjunto de intervalos cerrados, uno por cada corte que se considere. Entonces, las operaciones básicas quedan definidas de la siguiente forma:

- Suma:  $A(\alpha) + B(\alpha) = [A_i(\alpha) + B_i(\alpha)]; A_s(\alpha) + B_s(\alpha)$
- Inverso de la suma:  $-A(\alpha) = [-A_s(\alpha); -A_i(\alpha)]$
- Resta:  $A(\alpha) - B(\alpha) = A(\alpha) + (-B(\alpha))$
- Producto:  $A(\alpha) \cdot B(\alpha) = [\min_{\substack{j=i,s \\ k=i,s}}\{A_j(\alpha) \cdot B_k(\alpha)\}; \max_{\substack{j=i,s \\ k=i,s}}\{A_j(\alpha) \cdot B_k(\alpha)\}]$
- Inverso del producto:  $\frac{1}{A(\alpha)} = [\frac{1}{A_s(\alpha)}; \frac{1}{A_i(\alpha)}]$  con  $A_i(\alpha) \neq 0$  y  $A_s(\alpha) \neq 0$  con y para todo  $\alpha$
- División:  $\frac{A(\alpha)}{B(\alpha)} = A(\alpha) \cdot \frac{1}{B(\alpha)}$

Para poder incorporar esta aritmética a la representación matricial que se propone, primero definir algunas operaciones<sup>13</sup> sobre las matrices. Dadas dos matrices  $\tilde{A}$  y  $\tilde{B}$ , con dos columnas y  $n$  filas cada una, se definen las siguientes operaciones:

- Permutación de columnas:<sup>14</sup>  $(\sigma(\tilde{A}))_{j1} = \tilde{A}_{j2}$  y  $(\sigma(\tilde{A}))_{j2} =$   
y para todo  $j$
- Producto elemento a elemento:<sup>15</sup>  $(\tilde{A} * \tilde{B})_{ij} = \tilde{A}_{ij} \cdot \tilde{B}_{ij}$
- Inverso del producto elemento a elemento:  $\eta(\tilde{A})_{ij} = \frac{1}{\tilde{A}_{ij}}$

Es importante notar que todas las operaciones anteriores son cerradas sobre el conjunto que nos interesa, es decir, devuelven como resultado matrices de  $n$  filas y columnas. Ahora se tienen las condiciones para incorporar la aritmética borrosa presentada antes a la representación matricial desarrollada. Considerese dos números borrosos  $A$  y  $B$  con sus respectivas representaciones matriciales  $\tilde{A}$  y  $\tilde{B}$  con  $n$  cortes- $\alpha$ , la aritmética borrosa queda representada de la siguiente manera:

<sup>13</sup> Las operaciones que se definirán son de uso muy frecuente y de implementación sencilla en lenguajes de programación matriciales como MatLab, Python (NumPy) y R

<sup>14</sup> En ocasiones puede resultar conveniente definir la permutación de columnas a partir de un producto matricial usando una matriz de permutación adecuada.

<sup>15</sup> También conocido como producto de Hadamard que es asociativo, conmutativo y distributivo con la suma.

1. Suma:  $A + B \rightarrow \tilde{A} + \tilde{B}$

Es la suma matricial usual.

2. Inverso de la suma:  $-A \rightarrow -\sigma(\tilde{A})$

Permutación de columnas con signo opuesto.

3. Producto:

(a) Para empezar se debe definir una matriz auxiliar  $\tilde{D}$  de  $n$  filas y 4 columnas, como la concatenación de la matriz  $\tilde{A} * \tilde{B}$  y  $\tilde{A} * \sigma(\tilde{B})$ , de manera que las dos primeras columnas de  $\tilde{D}$  son las dos columnas de  $\tilde{A} * \tilde{B}$ .

(b) Considerese la matriz  $\tilde{R}$  de  $n$  filas y 2 columnas. De forma que  $\tilde{R}_{i1} = \min_{k=1,2,3,4} \{\tilde{D}_{ik}\}$  y  $\tilde{R}_{i2} = \max_{k=1,2,3,4} \{\tilde{D}_{ik}\}$  y para todo  $i$ .

Se obtiene que  $A \cdot B \rightarrow \tilde{R}$

4. Inverso del producto:<sup>16</sup>  $\frac{1}{A} \rightarrow \sigma(\eta(\tilde{A}))$

La matriz inversa del producto elemento a elemento con sus columnas permutadas.

### A.3. Implementación del modelo en MatLab®

#### A.3.1. Implementación en MatLab® de las matemáticas borrosas

En la presente sección, primero se expone la implementación en MatLab de la aritmética borrosa para la representación matricial propuesta, a continuación se procede a desarrollar el modelo. En tal sentido es importante remarcar que la suma entre números borrosos como la adición y producto por escalares son un derivado natural del álgebra de matrices. En este caso, las operaciones fueron implementadas como funciones para luego ser utilizadas en el modelo. A continuación se presentan los argumentos para la suma y resta:

INVERSO DE LA SUMA:

function I = fuzz\_invsum(A)

<sup>16</sup> Solo para números borrosos definido sobre  $\mathbb{R} +$

```
I = [-A(:,2) -A(:,1)]; %permutación de columnas con signo opuesto
end
```

A partir de la función anterior se puede programar la resta.

```
RESTA:
function R = fuzz_sub(A,B)
R = A + fuzz_invsum(B);
end
```

Después la programación para el producto y su inversa para la división:

```
PRODUCTO:
function P = fuzz_prod(A,B)
n = length(A(:,1)); %n es la cantidad de cortes
AUX1 = [B(:,2) B(:,1)];
D = [A.*B A.*AUX1]; %matriz auxiliar de 4 columnas

for i = 1:n %para todos los cortes se toma el mínimo y el máximo
P(i,1)=min(D(i,:));
P(i,2)=max(D(i,:));
end
end
```

```
INVERSO DEL PRODUCTO:17
function I = fuzz_invprod(A)
AUX = 1./A; % inverso elemento a elemento
I = [AUX(:,2) AUX(:,1)];
end
```

Utilizando la función anterior se programa la división.

```
DIVISIÓN:
function C = fuzz_div(A,B)
C = fuzz_prod(A,fuzz_invprod(B));
end
```

Una vez efectuado lo anterior, se definen las funciones auxiliares del modelo. En primer lugar, se define la función generadora de números borrosos

<sup>17</sup> Solo para matrices con todos sus elementos en el conjunto de  $\mathbb{R} +$

triangulares. Como todo NBT una grilla de valores de cortes- $\alpha$  y los extremos del número borroso triangular, extrapolado cada corte los vértices con el fin de obtener los valores para los extremos superior e inferior.<sup>18</sup> A continuación se detallan los argumentos:

```
NBT:
function M = NBT(alpha_c,a,b,c)
li = alpha_c*(b - a) + a;
ls = alpha_c*(b - c) + c;
M = [li.' ls.'];
end
```

Para ilustrar con un ejemplo la función anterior, se pueden considerar los cortes (0; 0,25; 0,5; 0,75; 1) y los vértices (1; 2; 4). Donde el vértice 2 es el asociado a la máxima posibilidad. La aplicación de la función sería:

$$NBT((0; 0,25; 0,5; 0,75; 1), 1, 2, 4) = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 1,25 & 3,5 \\ 1,5 & 3 \\ 1,75 & 2,5 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \quad (\text{A.1})$$

De la suma se desprende la implementación de la suma por páginas para un tensor<sup>19</sup> que representa un número borroso temporal. Se puede programar recursivamente de la siguiente manera:

```
SUMA POR PAGINAS:
function S = fuzz_sum(A)
S = zeros(size(A(:,:,1)));
n = length(A(1,1,:)); %cuenta la cantidad de páginas
for i = 1:n
S = S + A(:,:,i);
end
end
```

<sup>18</sup> Un desarrollo de la lógica de las matemáticas borrosas se puede encontrar en Zadeh (1965).

<sup>19</sup> Un tensor es un elemento algebraico que generaliza el concepto de matriz.

La implementación de la potencia de números borrosos también se puede programar recursivamente a partir del producto de dos números borrosos representados como matrices:

```
POTENCIA:
function P = fuzz_pot(A,n)
P = ones(size(A));
for i=1:n
P = fuzz_prod(P,A);
end
end
```

### A.3.2. Número borroso en tiempo discreto

La necesidad de utilizar la lógica borrosa en modelos dinámicos lleva a extender la representación matricial de los números borrosos, considerando el componente temporal. Si se considera el tiempo discreto  $t$ , con  $t$  un número natural y un número borroso  $A$  que puede variar en el tiempo, entonces decimos que  $A_t$  es el número borroso  $A$  en el periodo  $t$ . Para capturar los distintos estados que un número borroso puede tomar en el tiempo resulta natural extender nuestra representación matricial a tensores. Un tensor es un elemento algebraico que generaliza el concepto de matriz. En nuestro caso utilizaremos tensores de orden 3, es decir, que tendrán filas, columnas y páginas. Estas últimas serán las que designen cada periodo del tiempo discreto. Dado  $A$ , un número borroso que puede tomar distintos valores en el tiempo (número borroso temporal), tenemos que su representación tensorial  $\tilde{A}$ , es un tensor de orden 3, con  $n$  filas (una por cada corte  $\alpha$ ), 2 columnas y  $t$  páginas, donde  $t$  es el número de periodos de tiempo para los cuales está definido  $A$ . De esta manera,  $A_t$  es representado por la matriz  $\tilde{A}_t$  de  $n$  filas y 2 columnas de la página  $t$  del tensor  $\tilde{A}$ , que representa al número borroso temporal  $A$ . A continuación se muestra un ejemplo de representación tensorial  $\tilde{A}$ , que se corresponde con un número borroso temporal  $A$  para  $t$  periodos de tiempo:

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} a_{111} & a_{121} \\ a_{211} & a_{221} \\ \vdots & \vdots \\ a_{n11} & a_{n21} \end{bmatrix}_{Pág_1} \begin{bmatrix} a_{112} & a_{122} \\ a_{212} & a_{222} \\ \vdots & \vdots \\ a_{n12} & a_{n22} \end{bmatrix}_{Pág_2} \dots \begin{bmatrix} a_{11t} & a_{12t} \\ a_{21t} & a_{22t} \\ \vdots & \vdots \\ a_{n1t} & a_{n2t} \end{bmatrix}_{Pág_t} \quad (A.2)$$

En la lógica del MatLab®, otra manera de definir un tensor es como un conjunto ordenado de matrices, donde cada matriz es una página distinta. A modo de ejemplo, en el tensor  $\tilde{A}$  el elemento  $a_{i1k}$  representa el límite superior (porque corresponde a la primera columna) del  $i$  –ésimo corte- $\alpha$  correspondiente al periodo  $k$  del NB temporal A.

### A.3.3. Las ecuaciones del modelo

La implementación en MatLab de las ecuaciones anteriores, y los valores iniciales de los insumos. Algunas consideraciones necesarias para la representación del modelo:

- a) Las ecuaciones 8 a 24 se referencian para un periodo  $t$ , quiere decir que se deben realizar todas las operaciones por páginas.<sup>20</sup>
- b) Muchas de las ecuaciones contienen operaciones entre números borrosos y escalares. Con la representación matricial propuesta estas operaciones son directas, ya que la suma y el producto de una matriz por un escalar se realiza elemento a elemento.
- c) La determinación del valor del proyecto (ecuaciones 25, 26 y 27) requiere de la suma del flujo de fondos descontados sobre todos los periodos. Significa sumar sobre las páginas del número borroso temporal que representa el flujo de fondo descontado. Se utilizó una función que suma todas las páginas de un número borroso temporal.
- d) Otra función auxiliar necesaria para el modelo es la potenciación de números borrosos.

En primer lugar se define el periodo temporal a considerar ( $t = 4$ ) a considerar, y se generan los números borrosos correspondientes a proyecciones de inflación doméstica, extranjera y cantidades producidas.

```
T = 4; %Cantidad de periodos considerados
%NBT para la inflacion extranjera de cada periodo
pi_e(:,1) = NBT(0:0.1:1, 0.0152, 0.0160, 0.0168);
pi_e(:,2) = NBT(0:0.1:1, 0.0146, 0.0154, 0.0162);
```

<sup>20</sup> La programación de todas las ecuaciones página por página se puede hacer usando un *loop*.

```

pi_e(:,3) = NBT(0:0.1:1, 0.0140, 0.0148, 0.0156);
pi_e(:,4) = NBT(0:0.1:1, 0.0134, 0.0142, 0.0150);
%NBT para la inflacion doméstica de cada periodo
pi_d(:,1) = NBT(0:0.1:1, 0.1842, 0.2292, 0.2743);
pi_d(:,2) = NBT(0:0.1:1, 0.1329, 0.1779, 0.2229);
pi_d(:,3) = NBT(0:0.1:1, 0.1023, 0.1473, 0.1923);
pi_d(:,4) = NBT(0:0.1:1, 0.0803, 0.1253, 0.1703);
%NBT para las cantidades de cada periodo
q(:,1) = NBT(0:0.1:1, 80000, 100000, 120000);
q(:,2) = NBT(0:0.1:1, 88000, 110000, 132000);
q(:,3) = NBT(0:0.1:1, 92000, 115000, 138000);
q(:,4) = NBT(0:0.1:1, 96000, 120000, 144000);

```

Los números borrosos anteriores están definidos para cada periodo que se considera, es decir, son números borrosos temporales en su representación tensorial. En la Gráfica A.3.1 se puede apreciar cada proyección para los periodos considerados.

A continuación se incorporan los demás insumos del modelo;

```

%Tasa real estimada para cada periodo
r_r = [0.0294, 0.0376, 0.0429, 0.0469];
%Tipo de cambio Spot proyectado
%Definicion auxiliar para calcular el tipo de cambio futuro F_n
S = 61.49*ones(11,2,5);
%Datos para el cálculo del costo promedio ponderado del capital
Wd = 0.4;
We = 1 - Wd;
tax = 0.35;
K_en = [0.371, 0.3602, 0.3539, 0.3493];
K_in = [0.2283, 0.1839, 0.158, 0.1396];
%Contribución marginal
cm = 44;
%Costo fijo

```

CF = 2000000;

*%Incremento en el capital de trabajo*

ct = 0.05;

*%auxiliar para utilizar en el descuento de flujo de fondos*

KAUX=ones(11,2,5);

KAUXx=ones(11,2,5);

Con todos los insumos definidos, se pueden aplicar todas las ecuaciones del modelo para calcular el valor de la firma.

*for t=1:T %definimos todas las ecuaciones anteriores para cada periodo*

$r_{dn}(:, :, t) = r_r(t) + \pi_d(:, :, t) + r_r(t) * \pi_d(:, :, t);$  *%tasa nominal doméstica*

$r_{en}(:, :, t) = r_r(t) + \pi_e(:, :, t) + r_r(t) * \pi_e(:, :, t);$  *%tasa nominal externa*

$F_n(:, :, t) = \text{fuzz\_prod}(S(:, :, t), \text{fuzz\_div}(1+r_{dn}(:, :, t), 1+r_{en}(:, :, t)));$  *%tipo de cambio futuro*

$S(:, :, t+1) = F_n(:, :, t);$

$k_{on}(t) = W_d * (1 - \text{tax}) * K_{in}(t) + W_e * K_{en}(t);$  *%costo capital (no borroso)*

*%costo real del capital, usando la máxima posibilidad*

$K_{or}(t) = (k_{on}(t) + \pi_d(\text{length}(\pi_d), 1, t)) / (1 + \pi_d(\text{length}(\pi_d), 1, t));$

*%costo nominal del capital*

$K_{on}(:, :, t) = K_{or}(t) + \text{fuzz\_prod}(1 + r_{dn}(:, :, t), 1 + r_{en}(:, :, t));$

*%costo de capital en moneda extranjera*

$K_{ox}(:, :, t) = \text{fuzz\_prod}(K_{on}(:, :, t), \text{fuzz\_div}(\pi_e(:, :, t), \pi_d(:, :, t)));$

*%contribucion marginal borrosa*

$CM(:, :, t) = cm * q(:, :, t);$

*%contribucion marginal borrosa en moneda de cada periodo*

$CM_n(:, :, t) = \text{fuzz\_prod}(CM(:, :, t), 1 + \pi_d(:, :, t));$

*%costo fijo borroso en moneda de cada periodo*

$CF_n(:, :, t) = CF * (1 + \pi_d(:, :, t));$

*%inversion incremental en capital de trabajo*

```

AUX(:,:,1)= zeros(11,2)
AUX(:,:,t+1) = ct * CM_n(:,:,t)
CTINC_n(:,:,t) = fuzz_sub(AUX(:,:,t+1), AUX(:,:,t));

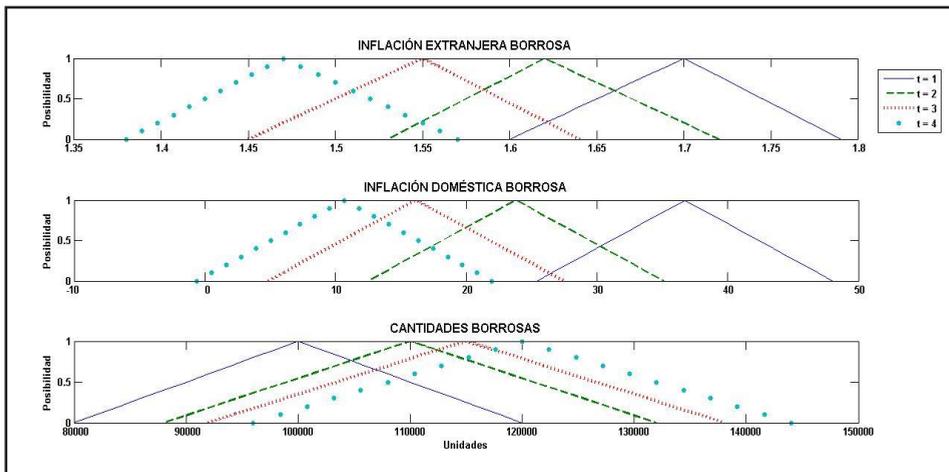
%flujo de fondos borrosos en moneda local y extranjera
FFL_n(:,:,t) = fuzz_sub(fuzz_sub(CM_n(:,:,t), CF_n(:,:,t)) * (1-tax),
    CTINC_n(:,:,t));
FFL_x(:,:,t) = fuzz_div(FFL_n(:,:,t), F_n(:,:,t));

%Auxiliares para descontar FFL
KAUX(:,:,t+1) = fuzz_prod(KAUX(:,:,t), 1 + K_on(:,:,t))
KAUXx(:,:,t+1) = fuzz_prod(KAUXx(:,:,t), 1 + K_ox(:,:,t))

%flujo de fondos descontados en moneda local y extranjera
FFLD_n(:,:,t) = fuzz_div(FFL_n(:,:,t),KAUX(:,:,t+1));
FFLD_x(:,:,t) = fuzz_div(FFL_x(:,:,t),KAUXx(:,:,t+1));
end

```

Gráfico A.3.1. Inflación y cantidades MatLab®



Fuente: elaboración propia.

Una vez efectuado lo anterior, sólo resta plantear los argumentos para estimar el valor actual utilizando la fórmula de suma sobre páginas.

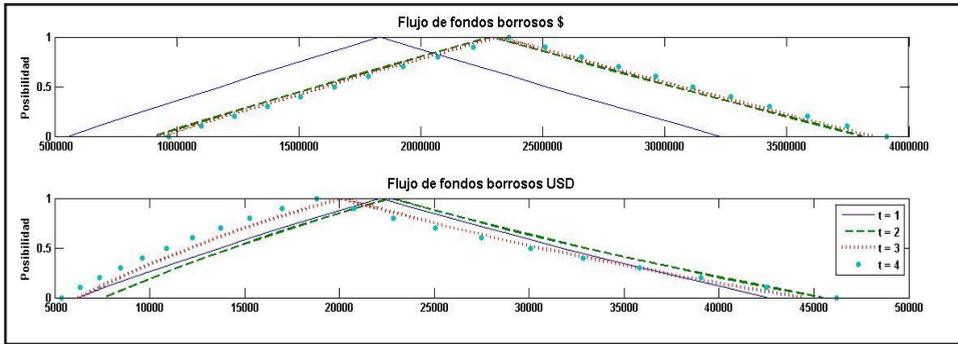
*%VAN borroso en moneda local y extranjera*

$$V_n = \text{fuzz\_sum}(\text{FFLD}_n);$$

$$V_x = \text{fuzz\_sum}(\text{FFLD}_x);$$

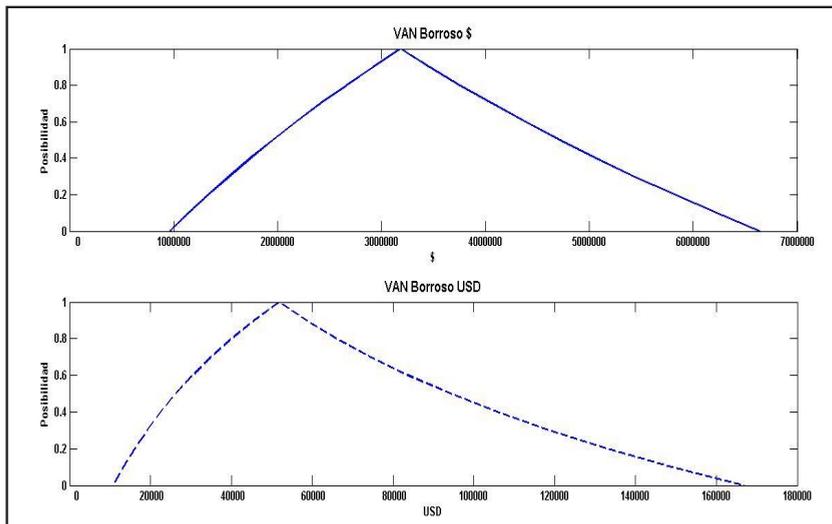
A continuación se presentan los graficos de NBT para las diferentes salidas, véase las Gráficas A.3.2 y A.3.3.

Gráfica A.3.2. Flujos de fondos en diferente monedas MatLab ®



Fuente: elaboración propia.

Gráfica A.3.3. VAN borroso en pesos y dólares MatLab ®



Fuente: elaboración propia.

**Anexo B**

Cuadro B.1. NBT inflación extranjera

$\alpha$	1i	1s	2i	2s	3i	3s	4i	4s
0	1.60%	1.79%	1.53%	1.72%	1.45%	1.64%	1.38%	1.57%
0.1	1.61%	1.78%	1.54%	1.71%	1.46%	1.63%	1.39%	1.56%
0.2	1,62%	1,77%	1,55%	1,70%	1,47%	1,62%	1,40%	1,55%
0,3	1,63%	1,76%	1,56%	1,69%	1,48%	1,61%	1,41%	1,54%
0,4	1,64%	1,75%	1,56%	1,68%	1,49%	1,61%	1,42%	1,53%
0,5	1,65%	1,74%	1,57%	1,67%	1,50%	1,60%	1,43%	1,52%
0,6	1,66%	1,73%	1,58%	1,66%	1,51%	1,59%	1,44%	1,51%
0,7	1,67%	1,72%	1,59%	1,65%	1,52%	1,58%	1,45%	1,50%
0,8	1,68%	1,71%	1,60%	1,64%	1,53%	1,57%	1,46%	1,49%
0,9	1,69%	1,71%	1,61%	1,63%	1,54%	1,56%	1,46%	1,48%
1	1.70%	1.70%	1.62%	1.62%	1.55%	1.55%	1.47%	1.47%

Fuente: elaboración propia.

Cuadro B.2. NBT inflación doméstica

A	1i	1s	2i	2s	3i	3s	4i	4s
0	25.44%	48.02%	12.52%	35.10%	4.86%	27.44%	-0.61%	21.97%
0.1	26.57%	46.89%	13.64%	33.97%	5.99%	26.32%	0.52%	20.84%
0.2	27.69%	45.76%	14.77%	32.84%	7.12%	25.19%	1.65%	19.71%
0.3	28.82%	44.63%	15.90%	31.71%	8.25%	24.06%	2.77%	18.58%
0.4	29.95%	43.50%	17.03%	30.58%	9.38%	22.93%	3.90%	17.45%
0.5	31.08%	42.37%	18.16%	29.45%	10.51%	21.80%	5.03%	16.32%
0.6	32.21%	41.24%	19.29%	28.32%	11.64%	20.67%	6.16%	15.19%
0.7	33.34%	40.11%	20.42%	27.19%	12.77%	19.54%	7.29%	14.06%
0.8	34.47%	38.98%	21.55%	26.06%	13.90%	18.41%	8.42%	12.94%
0.9	35.60%	37.86%	22.68%	24.94%	15.03%	17.28%	9.55%	11.81%
1	36.73%	36.73%	23.81%	23.81%	16.15%	16.15%	10.68%	10.68%

Fuente: elaboración propia.

Cuadro B.3. Estimación puntual tasa costo del capital propio nominal y real:  $r_f$  proyectada ETTI nominal EE.UU, CR: Credit Risk Argentina (Damodaran),  $E(RM)$  rendimiento mercado EE.UU,  $E(RM)-r_f$ : adicional por riesgo de mercado,  $\beta$ 1 coeficiente beta apalancado,  $k_e$  (dólares reales, pesos nominales, pesos reales)

$R_f$	CR	$E(Rm-r_f)$	$\beta$ 1	$K_e$ U\$, n	$K_e$ \$, n	$K_e$ \$, r
7.00%	7.64%	13.60%	0.9617	27.72%	71.72%	25.59%
6.36%	7.64%	13.60%	0.9617	27.08%	54.82%	25.05%
5.98%	7.64%	13.60%	0.9617	26.70%	44.92%	24.77%
5.71%	7.64%	13.60%	0.9617	26.43%	37.90%	24.59%

Fuente: elaboración propia.

Cuadro B.4. Estimación puntual ccpp nominal y real estructura de capital constante (deuda 16%-capital propio 40%) y tasa de impuesto a las ganancias 35% anual

$k_e$ , n	$k_i$ , n	$k_o$ , n	$k_o$ r
71.72%	54.13%	65.87%	21.32%
54.82%	38.88%	50.09%	21.23%
44.92%	29.96%	40.85%	21.26%
37.90%	23.63%	34.29%	21.34%

Fuente: elaboración propia.

Cuadro B.5. Estimación NBT cantidades

$\alpha$	1i	1s	2i	2s	3i	3s	4i	4s
0	80000	120000	88000	132000	92000	138000	96000	144000
0,1	82000	118000	90200	129800	94300	135700	98400	141600
0,2	84000	116000	92400	127600	96600	133400	100800	139200
0,3	86000	114000	94600	125400	98900	131100	103200	136800
0,4	88000	112000	96800	123200	101200	128800	105600	134400
0,5	90000	110000	99000	121000	103500	126500	108000	132000
0,6	92000	108000	101200	118800	105800	124200	110400	129600
0,7	94000	106000	103400	116600	108100	121900	112800	127200
0,8	96000	104000	105600	114400	110400	119600	115200	124800
0,9	98000	102000	107800	112200	112700	117300	117600	122400
1	100000	100000	110000	110000	115000	115000	120000	120000

Fuente: elaboración propia.

Cuadro B.6. Estimación NBT contribución marginal en moneda de cierre

$\alpha$	1i	1s	2i	2s	3i	3s	4i	4s
0	\$ 52.11	\$ 56.07	\$ 49.85	\$ 53.81	\$ 48.50	\$ 52.46	\$ 47.53	\$ 51.49
0.1	\$ 52.30	\$ 55.87	\$ 50.04	\$ 53.61	\$ 48.70	\$ 52.27	\$ 47.73	\$ 51.30
0.2	\$ 52.50	\$ 55.67	\$ 50.24	\$ 53.41	\$ 48.90	\$ 52.07	\$ 47.93	\$ 51.10
0.3	\$ 52.70	\$ 55.47	\$ 50.44	\$ 53.21	\$ 49.10	\$ 51.87	\$ 48.13	\$ 50.90
0.4	\$ 52.90	\$ 55.28	\$ 50.64	\$ 53.02	\$ 49.29	\$ 51.67	\$ 48.32	\$ 50.70
0.5	\$ 53.10	\$ 55.08	\$ 50.84	\$ 52.82	\$ 49.49	\$ 51.47	\$ 48.52	\$ 50.50
0.6	\$ 53.29	\$ 54.88	\$ 51.04	\$ 52.62	\$ 49.69	\$ 51.27	\$ 48.72	\$ 50.31
0.7	\$ 53.49	\$ 54.68	\$ 51.23	\$ 52.42	\$ 49.89	\$ 51.08	\$ 48.92	\$ 50.11
0.8	\$ 53.69	\$ 54.48	\$ 51.43	\$ 52.22	\$ 50.09	\$ 50.88	\$ 49.12	\$ 49.91
0.9	\$ 53.89	\$ 54.28	\$ 51.63	\$ 52.03	\$ 50.28	\$ 50.68	\$ 49.32	\$ 49.71
1	\$ 54.09	\$ 54.09	\$ 51.83	\$ 51.83	\$ 50.48	\$ 50.48	\$ 49.51	\$ 49.51

Fuente: elaboración propia.

**Cuadro B.7. Estimación NBT contribución marginal por cantidades en moneda de cierre**

$\alpha$	1i	1s	2i	2s	3i	3s	4i	4s
0	\$ 4,168,405.57	\$ 6,728,106.23	\$ 4,386,477.69	\$ 7,102,764.19	\$ 4,462,069.40	\$ 7,239,926.65	\$ 4,563,117.00	\$ 7,415,272.95
0.1	\$ 4,288,861.89	\$ 6,592,592.48	\$ 4,514,010.42	\$ 6,958,668.28	\$ 4,592,304.23	\$ 7,092,375.76	\$ 4,696,690.34	\$ 7,263,630.69
0.2	\$ 4,410,110.70	\$ 6,457,871.23	\$ 4,642,414.91	\$ 6,815,444.11	\$ 4,723,450.44	\$ 6,945,736.25	\$ 4,831,214.67	\$ 7,112,939.43
0.3	\$ 4,532,152.01	\$ 6,323,942.47	\$ 4,771,691.14	\$ 6,673,091.69	\$ 4,855,508.03	\$ 6,800,008.10	\$ 4,966,690.00	\$ 6,963,199.17
0.4	\$ 4,654,985.82	\$ 6,190,806.21	\$ 4,901,839.11	\$ 6,531,611.02	\$ 4,988,476.98	\$ 6,655,191.33	\$ 5,103,116.33	\$ 6,814,409.90
0.5	\$ 4,778,612.12	\$ 6,058,462.45	\$ 5,032,858.83	\$ 6,391,002.09	\$ 5,122,357.30	\$ 6,511,285.93	\$ 5,240,493.65	\$ 6,666,571.62
0.6	\$ 4,903,030.92	\$ 5,926,911.18	\$ 5,164,750.30	\$ 6,251,264.90	\$ 5,257,148.99	\$ 6,368,291.90	\$ 5,378,821.96	\$ 6,519,684.34
0.7	\$ 5,028,242.21	\$ 5,796,152.41	\$ 5,297,513.52	\$ 6,112,399.47	\$ 5,392,852.06	\$ 6,226,209.23	\$ 5,518,101.28	\$ 6,373,748.06
0.8	\$ 5,154,246.01	\$ 5,666,186.14	\$ 5,431,148.48	\$ 5,974,405.78	\$ 5,529,466.49	\$ 6,085,037.94	\$ 5,658,331.58	\$ 6,228,762.77
0.9	\$ 5,281,042.29	\$ 5,537,012.36	\$ 5,565,655.18	\$ 5,837,283.83	\$ 5,666,992.30	\$ 5,944,778.02	\$ 5,799,512.89	\$ 6,084,728.48
1	\$ 5,408,631.08	\$ 5,408,631.08	\$ 5,701,033.63	\$ 5,701,033.63	\$ 5,805,429.48	\$ 5,805,429.48	\$ 5,941,645.19	\$ 5,941,645.19

Fuente: elaboración propia.

**Cuadro B.8. Estimación NBT costos fijos en moneda de cierre**

$\alpha$	1i	1s	2i	2s	3i	3s	4i	4s
0	\$ 2,368,412.26	\$ 2,548,525.09	\$ 2,265,742.61	\$ 2,445,855.44	\$ 2,204,579.74	\$ 2,384,692.57	\$ 2,160,566.76	\$ 2,340,679.59
0.1	\$ 2,377,417.90	\$ 2,539,519.45	\$ 2,274,748.25	\$ 2,436,849.80	\$ 2,213,585.38	\$ 2,375,686.93	\$ 2,169,572.40	\$ 2,331,673.95
0.2	\$ 2,386,423.54	\$ 2,530,513.80	\$ 2,283,753.89	\$ 2,427,844.16	\$ 2,222,591.02	\$ 2,366,681.29	\$ 2,178,578.04	\$ 2,322,668.31
0.3	\$ 2,395,429.18	\$ 2,521,508.16	\$ 2,292,759.53	\$ 2,418,838.51	\$ 2,231,596.67	\$ 2,357,675.65	\$ 2,187,583.69	\$ 2,313,662.67
0.4	\$ 2,404,434.82	\$ 2,512,502.52	\$ 2,301,765.17	\$ 2,409,832.87	\$ 2,240,602.31	\$ 2,348,670.01	\$ 2,196,589.33	\$ 2,304,657.03
0.5	\$ 2,413,440.46	\$ 2,503,496.88	\$ 2,310,770.81	\$ 2,400,827.23	\$ 2,249,607.95	\$ 2,339,664.36	\$ 2,205,594.97	\$ 2,295,651.39
0.6	\$ 2,422,446.11	\$ 2,494,491.24	\$ 2,319,776.46	\$ 2,391,821.59	\$ 2,258,613.59	\$ 2,330,658.72	\$ 2,214,600.61	\$ 2,286,645.74
0.7	\$ 2,431,451.75	\$ 2,485,485.60	\$ 2,328,782.10	\$ 2,382,815.95	\$ 2,267,619.23	\$ 2,321,653.08	\$ 2,223,606.25	\$ 2,277,640.10
0.8	\$ 2,440,457.39	\$ 2,476,479.96	\$ 2,337,787.74	\$ 2,373,810.31	\$ 2,276,624.87	\$ 2,312,647.44	\$ 2,232,611.89	\$ 2,268,634.46
0.9	\$ 2,449,463.03	\$ 2,467,474.31	\$ 2,346,793.38	\$ 2,364,804.66	\$ 2,285,630.52	\$ 2,303,641.80	\$ 2,241,617.54	\$ 2,259,628.82
1	\$ 2,458,468.67	\$ 2,458,468.67	\$ 2,355,799.02	\$ 2,355,799.02	\$ 2,294,636.16	\$ 2,294,636.16	\$ 2,250,623.18	\$ 2,250,623.18

Fuente: elaboración propia.

Cuadro B.9. Estimación NBT capital de trabajo en moneda de cierre

$\alpha$	1i	1s	2i	2s	3i	3s	4i	4s
0	\$ 208,420.28	\$ 336,405.31	\$ 219,323.88	\$ 355,138.21	\$ 223,103.47	\$ 361,996.33	\$ 228,155.85	\$ 370,763.65
0.1	\$ 214,443.09	\$ 329,629.62	\$ 225,700.52	\$ 347,933.41	\$ 229,615.21	\$ 354,618.79	\$ 234,834.52	\$ 363,181.53
0.2	\$ 220,505.54	\$ 322,893.56	\$ 232,120.75	\$ 340,772.21	\$ 236,172.52	\$ 347,286.81	\$ 241,560.73	\$ 355,646.97
0.3	\$ 226,607.60	\$ 316,197.12	\$ 238,584.56	\$ 333,654.58	\$ 242,775.40	\$ 340,000.41	\$ 248,334.50	\$ 348,159.96
0.4	\$ 232,749.29	\$ 309,540.31	\$ 245,091.96	\$ 326,580.55	\$ 249,423.85	\$ 332,759.57	\$ 255,155.82	\$ 340,720.49
0.5	\$ 238,930.61	\$ 302,923.12	\$ 251,642.94	\$ 319,550.10	\$ 256,117.86	\$ 325,564.30	\$ 262,024.68	\$ 333,328.58
0.6	\$ 245,151.55	\$ 296,345.56	\$ 258,237.52	\$ 312,563.25	\$ 262,857.45	\$ 318,414.59	\$ 268,941.10	\$ 325,984.22
0.7	\$ 251,412.11	\$ 289,807.62	\$ 264,875.68	\$ 305,619.97	\$ 269,642.60	\$ 311,310.46	\$ 275,905.06	\$ 318,687.40
0.8	\$ 257,712.30	\$ 283,309.31	\$ 271,557.42	\$ 298,720.29	\$ 276,473.32	\$ 304,251.90	\$ 282,916.58	\$ 311,438.14
0.9	\$ 264,052.11	\$ 276,850.62	\$ 278,282.76	\$ 291,864.19	\$ 283,349.61	\$ 297,238.90	\$ 289,975.64	\$ 304,236.42
1	\$ 270,431.55	\$ 270,431.55	\$ 285,051.68	\$ 285,051.68	\$ 290,271.47	\$ 290,271.47	\$ 297,082.26	\$ 297,082.26

Fuente: elaboración propia.

Cuadro B.10. Estimación NBT valor actual flujos de fondos en moneda de cierre

A	1i	1s	2i	2s	3i	3s	4i	4s
0	\$ 309,079.82	\$ 2,121,586.01	\$ 307,391.45	\$ 1,835,727.07	\$ 205,357.26	\$ 1,457,446.49	\$ 144,077.43	\$ 1,227,825.69
0.1	\$ 380,114.33	\$ 2,008,224.26	\$ 357,946.46	\$ 1,726,244.79	\$ 240,234.79	\$ 1,356,110.55	\$ 169,448.81	\$ 1,129,820.29
0.2	\$ 452,923.50	\$ 1,897,636.71	\$ 410,605.62	\$ 1,621,168.59	\$ 277,143.96	\$ 1,260,348.31	\$ 196,717.66	\$ 1,038,583.89
0.3	\$ 527,548.91	\$ 1,789,750.42	\$ 465,452.44	\$ 1,520,311.06	\$ 316,196.54	\$ 1,169,840.43	\$ 226,017.14	\$ 953,632.88
0.4	\$ 604,033.42	\$ 1,684,494.98	\$ 522,574.26	\$ 1,423,494.07	\$ 357,511.05	\$ 1,084,287.85	\$ 257,490.32	\$ 874,521.04
0.5	\$ 682,421.26	\$ 1,581,802.41	\$ 582,062.43	\$ 1,330,548.18	\$ 401,213.12	\$ 1,003,410.33	\$ 291,291.01	\$ 800,836.40
0.6	\$ 762,758.07	\$ 1,481,607.07	\$ 644,012.55	\$ 1,241,312.21	\$ 447,436.08	\$ 926,945.17	\$ 327,584.59	\$ 732,198.32
0.7	\$ 845,090.96	\$ 1,383,845.51	\$ 708,524.70	\$ 1,155,632.71	\$ 496,321.38	\$ 854,645.94	\$ 366,549.01	\$ 668,254.96
0.8	\$ 929,468.59	\$ 1,288,456.43	\$ 775,703.67	\$ 1,073,363.59	\$ 548,019.25	\$ 786,281.36	\$ 408,375.82	\$ 608,680.85
0.9	\$ 1,015,941.17	\$ 1,195,380.57	\$ 845,659.22	\$ 994,365.68	\$ 602,689.22	\$ 721,634.32	\$ 453,271.30	\$ 553,174.76
1	\$ 1,104,560.63	\$ 1,104,560.63	\$ 918,506.37	\$ 918,506.37	\$ 660,500.83	\$ 660,500.83	\$ 501,457.74	\$ 501,457.74

Fuente: elaboración propia.

Cuadro B.11. Estimación NBT flujos de fondos en dólares

A	1i	1s	2i	2s	3i	3s	4i	4s
0	\$ 6,195.51	\$ 42,606.96	\$ 7,583.75	\$ 45,459.91	\$ 6,232.88	\$ 44,485.03	\$ 5,387.77	\$ 46,260.14
0.1	\$ 7,620.11	\$ 40,326.59	\$ 8,832.67	\$ 42,740.69	\$ 7,293.51	\$ 41,380.37	\$ 6,338.91	\$ 42,551.70
0.2	\$ 9,080.56	\$ 38,102.34	\$ 10,133.99	\$ 40,131.55	\$ 8,416.44	\$ 38,447.47	\$ 7,361.78	\$ 39,100.87
0.3	\$ 10,577.70	\$ 35,932.75	\$ 11,489.79	\$ 37,627.81	\$ 9,605.11	\$ 35,676.46	\$ 8,461.43	\$ 35,889.16
0.4	\$ 12,112.40	\$ 33,816.37	\$ 12,902.28	\$ 35,224.98	\$ 10,863.18	\$ 33,058.08	\$ 9,643.31	\$ 32,899.52
0.5	\$ 13,685.55	\$ 31,751.84	\$ 14,373.72	\$ 32,918.83	\$ 12,194.52	\$ 30,583.67	\$ 10,913.28	\$ 30,116.22
0.6	\$ 15,298.09	\$ 29,737.81	\$ 15,906.53	\$ 30,705.30	\$ 13,603.25	\$ 28,245.09	\$ 12,277.63	\$ 27,524.70
0.7	\$ 16,950.97	\$ 27,773.01	\$ 17,503.21	\$ 28,580.57	\$ 15,093.74	\$ 26,034.73	\$ 13,743.14	\$ 25,111.53
0.8	\$ 18,645.18	\$ 25,856.18	\$ 19,166.37	\$ 26,540.95	\$ 16,670.63	\$ 23,945.43	\$ 15,317.11	\$ 22,864.30
0.9	\$ 20,381.73	\$ 23,986.13	\$ 20,898.77	\$ 24,582.97	\$ 18,338.83	\$ 21,970.49	\$ 17,007.40	\$ 20,771.49
1	\$ 22,161.9	\$ 22,116.9	\$ 22,703.30	\$ 22,703.30	\$ 20,103.60	\$ 20,103.60	\$ 18,822.48	\$ 18,822.48

Fuente: elaboración propia.

Cuadro B.12. Estimación NBT valor actual flujos de fondos en dólares

A	1i	1s	2i	2s	3i	3s	4i	4s
0	\$ 4,251.73	\$ 40,790.29	\$ 3,515.14	\$ 42,377.32	\$ 1,932.27	\$ 40,966.30	\$ 1,104.39	\$ 42,500.78
0.1	\$ 5,317.50	\$ 37,967.35	\$ 4,240.62	\$ 38,472.36	\$ 2,388.19	\$ 36,078.91	\$ 1,401.10	\$ 36,254.99
0.2	\$ 6,443.28	\$ 35,279.45	\$ 5,039.37	\$ 34,883.22	\$ 2,910.58	\$ 31,740.13	\$ 1,754.37	\$ 30,899.44
0.3	\$ 7,631.79	\$ 32,720.50	\$ 5,917.63	\$ 31,585.03	\$ 3,507.84	\$ 27,889.19	\$ 2,173.82	\$ 26,307.97
0.4	\$ 8,885.85	\$ 30,284.66	\$ 6,882.16	\$ 28,554.94	\$ 4,189.41	\$ 24,472.17	\$ 2,670.57	\$ 22,372.47
0.5	\$ 10,208.43	\$ 27,966.40	\$ 7,940.31	\$ 25,771.92	\$ 4,965.88	\$ 21,441.18	\$ 3,257.61	\$ 19,000.27
0.6	\$ 11,602.65	\$ 25,760.47	\$ 9,100.00	\$ 23,216.63	\$ 5,849.12	\$ 18,753.65	\$ 3,949.97	\$ 16,111.86
0.7	\$ 13,071.74	\$ 23,661.85	\$ 10,369.84	\$ 20,871.29	\$ 6,852.44	\$ 16,371.76	\$ 4,765.17	\$ 13,639.02
0.8	\$ 14,619.13	\$ 21,665.76	\$ 11,759.16	\$ 18,719.51	\$ 7,990.77	\$ 14,261.86	\$ 5,723.54	\$ 11,523.17
0.9	\$ 16,248.39	\$ 19,767.67	\$ 13,278.06	\$ 16,746.21	\$ 9,280.89	\$ 12,394.02	\$ 6,848.73	\$ 9,713.98
1	\$ 17,963.26	\$ 17,963.26	\$ 14,937.49	\$ 14,937.49	\$ 10,741.60	\$ 10,741.60	\$ 8,168.23	\$ 8,168.23

Fuente: elaboración propia.

Cuadro B.13. Bonos soberanos en pesos (IAMC al 29 de marzo de 2019),  
CER: 41,85%

<b>Pesos bonos ajustables por CER en \$</b>	<b>Sticker</b>	<b>TIR</b>	<b>DM</b>	<b>CER: 41.85%</b>
BONCER 2020	TC 20	15.92%	0.96	57.77%
BOGAR 2020	NO 20	16.56%	0.72	58.41%
BONCER 2021	TC21	11.98%	2.11	53.83%
BONCER 2023	TC 23	10.64%	3.44	10.64%
BONCER 2025	TC 25	10.90%	4.91	10.90%
Cuasipar \$ Ley Arg reestructuración 2005	CUAP	10.35%	10.74	10.35%

Fuente: elaboración propia.

Cuadro B.14. Bonos soberanos en dólares (IAMC al 29 de marzo de 2019)

<b>Dólar</b>	<b>Sticker</b>	<b>TIR</b>	<b>DM</b>
BONAR 2020	A020D	14.02%	1.51
BONAR 2024	AY24D	13.66%	1.95
BONAR 2025	AA25D	14.64%	3.83
BONAR 2037	AA37D	12.07%	7.55

Fuente: elaboración propia.