



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL SUR

TESIS DE DOCTOR EN INGENIERÍA

**Alineamiento de interferencia y autointerferencia
en sistemas de comunicaciones inalámbricas
de última generación**

Ing. Micael Bernhardt

BAHÍA BLANCA

ARGENTINA

2017

Prefacio

Esta Tesis se presenta como parte de los requisitos para optar al grado académico de Doctor en Ingeniería de la Universidad Nacional del Sur, y no ha sido presentada previamente para la obtención de otro título en esta Universidad u otra. La misma contiene los resultados obtenidos en investigaciones llevadas a cabo en el ámbito del Departamento de Ingeniería Eléctrica y de Computadoras durante el período comprendido entre el 3 de julio de 2012 y el 11 de diciembre de 2017, bajo la dirección del Dr. Juan E. Cousseau, Profesor Titular del Departamento de Ingeniería Eléctrica y de Computadoras.

Micael Bernhardt



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL SUR
Secretaría General de Posgrado
y Educación Continua

La presente tesis ha sido aprobada el/...../..... ,
mereciendo la calificación de(.....)

Resumen

Las redes de comunicaciones de última generación adoptaron una estructura heterogénea en la cual las macroceldas desplegadas en generaciones precedentes fueron superpuestas con celdas de diversas áreas de cobertura y políticas de acceso para los usuarios. Esta topología se eligió para extender el alcance de las redes anteriores, mejorar el servicio en zonas desfavorecidas y aumentar las tasas de transmisión en toda la red. De esta manera se busca satisfacer la siempre creciente demanda por parte de los usuarios que forman parte del sistema, cuyo número también se ve incrementado cuantiosamente año tras año.

Aunque las redes heterogéneas proveen soluciones a las limitaciones de las preexistentes, también conllevan nuevos desafíos generados por su estructura novedosa. Al abandonarse el esquema planificado, uniforme y no superpuesto de zonas de cobertura aparecen situaciones en las cuales los niveles de interferencia que sufren los equipos de comunicaciones son inaceptables.

Para que estos escenarios no anulen los beneficios incorporados mediante las redes heterogéneas se requieren soluciones novedosas que eviten o supriman estas interferencias, provocadas tanto dentro de cada celda como entre ellas. Los esquemas tradicionales de acceso múltiple al medio se tornan ineficientes en estos contextos ya que implican una subdivisión excesiva de los recursos, impactando negativamente en el desempeño de toda la red.

En esta Tesis se estudian técnicas de alineamiento de interferencias aplicadas a situaciones típicas que se pueden encontrar en redes inalámbricas heterogéneas. Estas técnicas lineales permiten alcanzar alta eficiencia en el uso de los recursos del sistema, ofreciendo a la vez flexibilidad para adaptarse a las situaciones siempre cambiantes originadas en las redes que adoptan la nueva topología. Los métodos de supresión de interferencias estudiados aquí se enfocan en resolver situaciones para las cuales la interferencia tiene potencia superior a la señal de interés.

En primer lugar se analiza la factibilidad de alinear la interferencia sobre un subespacio dentro de las múltiples dimensiones que ofrecen las señales empleadas en los estándares de comunicación de última generación. En el trabajo se propone una implementación de ese método que ofrece ventajas comparativas respecto de las técnicas de combate de interferencia definidas en los estándares de sistemas preexistentes. Los análisis presentados aquí son respaldados mediante simulaciones de computadora.

En la segunda parte se estudia el alineamiento de las señales de autointerferencia, que son auto infligidas por un terminal que transmite y recibe señales simultáneamente usando la misma banda de frecuencias. Esta funcionalidad resulta de máximo interés para los equipos de comunicaciones futuros, ya que no solamente incrementa su eficiencia espectral sino que también permite una gestión más dinámica y flexible de los sistemas. En esta Tesis se prueba que es factible realizar el alineamiento de autointerferencia usando métodos avanzados de muestreo de señales, y se propone una estructura práctica de un transceptor capaz de lograr dicha función. Mediante análisis y simulaciones se demuestra que el transceptor propuesto tiene ventajas significativas respecto a las soluciones del estado del arte que resuelven el mismo desafío, aún ante imperfecciones que puedan limitar su desempeño.

Abstract

The latest generation of communication networks adopted a heterogeneous structure in which the legacy macrocells from earlier deployments are overlaid with smaller cells adopting different user subscription policies. This new topology not only extends the coverage zones and improves the service in shadowed areas with respect to previous network implementations, but also significantly increases the transmission rates in the network to satisfy the ever increasing demand both in user number and per-user rates.

Although the heterogeneous structure provides solutions to the difficulties earlier networks were facing, they also present their own challenges, especially in terms of strong interference levels that may arise among users and base stations. By abandoning the planned, uniform and non-overlapped base station and coverage area deployment, many situations appear where the interference power levels suffered by the communication devices is inadmissible.

Therefore, novel intra- and inter-cell interference suppression techniques are required in order to avoid that these scenarios counteract the numerous benefits associated to heterogeneous networks. The traditional multiple access schemes become inefficient in these situations since they divide all the available resources, and this has a network wide negative impact.

This Thesis presents the analysis of interference alignment techniques applied to typical situations in these networks. The linear techniques studied here enable efficient system resource exploitation, offering at the same time high flexibility to adapt to the constantly evolving conditions in the network. Their study is oriented to solve situations where the interference is stronger than the desired signal.

First, the interference alignment feasibility is analyzed using the multiple signal dimensions offered by the signals used in the standards of the latest-generation mobile communication systems. This work proposes an implementation of this method which offers comparative advantages with respect to standard-defined interference suppression strategies. The analysis of this proposal is supported by numerical results obtained using computer simulations.

Next, the self-interference alignment problem is studied. These signals are self-inflicted by a terminal transmitting and receiving simultaneously at the same frequency band. This functionality is of high interest for future communication systems, since it not only increases their spectral efficiency, but it also allows to manage them in

a more dynamic and flexible manner, and it would also enable greater abilities for their terminals. This Thesis proves the feasibility of self-interference alignment using advanced sampling methods, and also proposes a practical transceiver structure which is able to perform this function. By means of analysis and simulations it is shown that the proposed transceiver has significant advantages with respect to the state-of-the-art solutions for the same challenge, even when it is subject to performance limiting imperfections.

Índice general

1. Introducción	1
1.1. Motivación de la Tesis	1
1.2. Contribuciones de la Tesis	2
1.3. Estructura de la Tesis	3
2. Redes celulares heterogéneas	5
2.1. Long term evolution	6
2.2. Escenarios heterogéneos	7
2.3. Interferencia intercelda en redes heterogéneas	9
2.3.1. Autointerferencia en relays bidireccionales	9
2.4. Técnicas para reducir la interferencia en sistemas inalámbricos	10
2.4.1. Métodos de reducción de interferencia en redes heterogéneas	11
2.5. Conclusiones	12
3. Modulación por división en frecuencias ortogonales	13
3.1. Frecuencias ortogonales	13
3.2. Modelo discreto de señales OFDM e implementación mediante FFT	16
3.3. Muestreo y transformaciones lineales de símbolos OFDM	18
3.3.1. Muestreo no uniforme	18
3.4. Conclusiones	20
4. Alineamiento de interferencias	21
4.1. Alineamiento, factibilidad y grados de libertad	21
4.2. Alineamiento de interferencias en OFDM	23
4.2.1. Alineamiento sobre el prefijo cíclico	24
4.2.2. Modelo de señal para alineamiento de interferencias en canales multipunto	26
4.3. Conclusiones	27
5. Alineamiento de interferencias en redes heterogéneas	29
5.1. Alineamiento de interferencias como alternativa a eICIC	30

5.1.1. Factibilidad de alineamiento de interferencias en cuadros OFDM	32
5.2. Aspectos de la implementación del alineamiento de interferencias en cuadros OFDM	40
5.3. Comparación del desempeño de IA con técnicas eICIC	43
5.4. Conclusiones	47
6. Alineamiento de autointerferencia mediante muestreo no uniforme	49
6.1. Desafíos de la autointerferencia	50
6.2. Alineamiento de la autointerferencia	52
6.3. Cancelamiento de autointerferencia mediante muestreo no uniforme	54
6.4. Transceptor SICTAS	57
6.5. Demodulación de señales OFDM con muestreo no uniforme	63
6.5.1. Proceso esperado de cruces por cero para señales OFDM	65
6.5.2. Varianza del error en la estimación de símbolos	66
6.6. Desempeño del transceptor SICTAS	67
6.6.1. Efectos de errores en los instantes de muestreo	70
6.6.2. Comparación con un método alternativo de cancelamiento	73
6.7. Conclusiones	74
7. Conclusiones generales y líneas de trabajo futuras	77
7.1. Preguntas y desafíos para trabajos futuros	78
A. Maximización de cruces por cero de las componentes ortogonales de señales OFDM banda base	81
A.1. Coeficientes de polinomios asociados a las componentes real e imaginaria de símbolos OFDM complejos	81
A.2. Maximización de los cruces por cero	83
A.2.1. Verificación para (A.9)	84
A.2.2. Verificación para (A.10)	85
A.2.3. Verificación para (A.11)	85
B. Varianza del error de estimación en el receptor SICTAS	87
Lista de siglas y acrónimos	90
Bibliografía	93

Índice de figuras

2.1. Escenario heterogéneo con interferencia	8
2.2. Esquema conceptual de OFDMA	11
3.1. Pulso rectangular y su representación espectral	15
3.2. Espectro de un conjunto de portadoras ortogonales	15
3.3. Diagrama en bloques de una implementación de OFDM	17
5.1. Escenario heterogéneo con CRE	31
5.2. Subcuadros protegidos	31
5.3. Parábola con límite de símbolos disponibles por usuario	38
5.4. Símbolos máximos por cuadro en una picocelda con IA y TDMA	39
5.5. Proporción máxima de símbolos por cuadro en una picocelda con IA y TDMA	40
5.6. Máximos de símbolos por cuadro en una picocelda con número creciente de usuarios en CRE	41
5.7. Proporción máxima del cuadro OFDM para una picocelda que incorpora más usuarios al CRE	41
5.8. Escenario heterogéneo con expansión de rango de celda	44
5.9. SINR promedio para IA y eICIC con potencia P_{pico} variable	45
5.10. SINR promedio para IA y eICIC con número de símbolos q_{u_r} variable	46
5.11. Capacidad por cuadro OFDM al usar SS-IA y eICIC	47
6.1. Transceptores <i>full-duplex</i>	52
6.2. Diagrama de bloques del <i>full-duplex</i> SICTAS	58
6.3. Raíces de polinomios asociados a señales OFDM	60
6.4. Muestreo en cruces por cero de la interferencia	62
6.5. EVM para receptores SICTAS con varias cantidades de subportadoras	68
6.6. EVM usando distintos tamaños de banda de guarda	69
6.7. EVM promedio en SICTAS con bandas de guarda variables y SNR como parámetro	70
6.8. SINR efectiva en SICTAS usando distintas bandas de guarda y potencias de ruido	71
6.9. SINR efectiva en un SICTAS versus SIR y SNR	71

6.10. SINR en un receptor SICTAS con distintos <i>jitter</i> de muestreo	72
6.11. Efecto del <i>jitter</i> de muestreo en SICTAS ante varias potencias de inter- ferencia y ruido	73
6.12. SINR efectiva para el SICTAS replicando otro cancelador	74

Capítulo 1

Introducción

El éxito de los sistemas de comunicaciones inalámbricas hizo que a nivel global surja un sinnúmero de aplicaciones que obtienen rédito de sus cuantiosas ventajas. Los alcances de las emisiones de radiofrecuencia trascienden los ámbitos urbanos, llegando a áreas rurales y alejadas de la civilización impulsadas por la búsqueda de controlar sistemas y obtener información en ambientes cada vez más remotos. Resulta difícil pensar en un punto del planeta que no se encuentre conectado hoy en día, más aún si se tiene en cuenta la cobertura global provista por constelaciones de satélites que no dejan de crecer en número.

En estos escenarios es altamente probable encontrarse con situaciones en las que existe un uso simultáneo del medio inalámbrico por parte de varios equipos. Este medio es un recurso escaso y debe ser administrado en forma meticulosa, de manera que todos los sistemas puedan funcionar correctamente y sin interferirse el uno al otro, de lo contrario se puede generar fácilmente una situación de caos en la que ninguno de ellos satisface su propósito. Las regulaciones hechas por organismos gubernamentales determinan el uso de porciones del espectro electromagnético para fines específicos. De esta manera se logra cierto orden y se evita que gran parte de los diversos sistemas de comunicaciones interfieran entre sí. No obstante el desafío de combatir la interferencia no desaparece en los ámbitos de cada aplicación específica, y las redes de comunicaciones móviles presentadas en este trabajo no son la excepción.

1.1. Motivación de la Tesis

Las comunicaciones móviles inalámbricas se han convertido en una herramienta indispensable para las actividades sociales y productivas de la humanidad. Cada día surgen nuevas aplicaciones y aumenta la demanda en términos de cantidad de dispositivos conectados y las velocidades de conexión que deben ofrecer. Este panorama obliga a desarrollar nuevas estructuras y sistemas de comunicación, así como redefinir estándares que establecen las reglas de convivencia en un sistema cada vez más complejo por su alcance y la diversidad de entes que lo componen.

Debido al perfeccionamiento de las técnicas de comunicaciones alcanzado en los últimos años, acercándose cada vez más a sus límites teóricos de desempeño, la solución planteada a esta demanda creciente de capacidades de transmisión pasa por aumentar la densidad de los nodos que componen las redes inalámbricas [1].

Es en esta búsqueda de desarrollar redes con mayor y mejor cobertura que se propuso adoptar una arquitectura de redes móviles heterogéneas, alejándose de los esquemas tradicionales que hacen uso de estaciones base con distribuciones cuidadosamente planificadas para evitar que éstas se interfieran mutuamente en sus áreas de cobertura. El nuevo paradigma heterogéneo abre las puertas a la coexistencia de celdas siendo atendidas por estaciones base pertenecientes a diversos estratos y con diferentes clases de servicio, dispuestas además en forma dinámica y descentralizada.

Al abandonarse el esquema tradicional de redes planificadas y permitir esta coexistencia de diversos dispositivos, extensiones y formas de áreas de cobertura, capacidades demandadas, etc., hace que se generen escenarios muy desafiantes en los que la interferencia pasa a ser un factor limitante para el desempeño en la red. Estas situaciones se encuentran identificadas y son contempladas en las distintas versiones de los estándares adoptados para los sistemas de comunicaciones móviles. Sin embargo, la presión por optimizar el uso de recursos y lograr rendimientos cada vez mayores obliga a crear y estudiar soluciones novedosas que puedan ser adoptadas en futuras implementaciones de los transmisores y receptores que conforman la red.

El objetivo de este trabajo es presentar técnicas de alineamiento de interferencias para hacer un uso más eficiente del espectro electromagnético en redes heterogéneas. Estas técnicas lineales se utilizan en dos escenarios que son habituales en este tipo de redes.

1.2. Contribuciones de la Tesis

En esta Tesis se realizan las siguientes contribuciones:

- En el Capítulo 3 se desarrolla un modelo generalizado para el muestreo de una señal OFDM en el cual las muestras ya no cumplen con la condición de ser equiespaciadas en el tiempo. Este modelo se expresa como una transformación lineal, y es aplicado en el análisis del Capítulo 6.
- Se presenta en el Capítulo 4 un modelo de señal basado en los cuadros multiplexado por división en frecuencias ortogonales (OFDM, *orthogonal frequency-division multiplexing*) que permite aprovechar sus dimensiones en tiempo y en frecuencia para implementar técnicas de alineamiento de interferencias.
- El modelo de señal precedente es utilizado en el Capítulo 5 para resolver un problema puntual de coordinación de interferencias en redes heterogéneas. Se realiza una comparación del método propuesto con el estado del arte, demostrando las mejoras introducidas mediante los resultados presentados en [2].

- En el Capítulo 6 se expone la que probablemente resulte la contribución más significativa del presente trabajo. En ésta se analiza el problema de la autointerferencia desde el punto de vista del alineamiento de interferencias, demostrando la factibilidad de la solución mediante dicha vía. Además se propone una estructura de receptor que hace uso del modelo de muestreo no uniforme desarrollado previamente para obtener muestras de una señal evitando la autointerferencia. Esto resulta de sumo interés, ya que permite la transmisión y recepción simultáneas de señales ocupando en la misma banda de frecuencias para duplicar la eficiencia espectral del sistema. El método propuesto suprime en un solo paso la autointerferencia sin requerir de etapas de cancelamiento previo ni sufrir de serias limitaciones como los existentes en el estado del arte. Los principales resultados de este Capítulo se encuentran publicados en [3].

1.3. Estructura de la Tesis

Luego de esta introducción, en el Capítulo 2 se describen brevemente los sistemas heterogéneos de comunicaciones planteados en los estándares avanzados de comunicaciones móviles. Allí se desarrollan las razones que motivaron su implementación, así como aspectos principales de estos estándares que definen las características de sus señales y su coexistencia en el medio. Son estos aspectos los que ocasionan escenarios particulares de interferencia que distinguen al modelo heterogéneo de otros sistemas de redes celulares preexistentes.

El Capítulo 3 profundiza en los modelos de señales utilizadas por los sistemas de comunicaciones móviles de las últimas generaciones, que además han sido propuestos como la base de funcionamiento para los estándares futuros. Los modelos de señales presentados en dicho Capítulo son los que permiten formalizar los aportes presentados más adelante en la Tesis.

En el Capítulo 4 se describe una técnica de supresión de interferencias perteneciente al estado del arte cuyas características la tornan particularmente atractiva para los escenarios de redes heterogéneas inalámbricas. El objetivo de ese Capítulo es ofrecer una perspectiva de cuáles son los grados de libertad a la hora de tratar las señales y plantear soluciones al problema de la interferencia en los sistemas estudiados en esta Tesis.

A continuación, el Capítulo 5 presenta la aplicación de técnicas para alinear las interferencias entre celdas y dentro de ellas, las cuales resultan especialmente adecuadas para el ámbito de las redes heterogéneas y son soluciones superadoras a las que se incluyen en los estándares vigentes de estos sistemas. Esta afirmación se respalda mediante resultados de simulaciones presentadas en ese mismo apartado.

El Capítulo 6 se basa en los mismos fundamentos que el previo, pero su objetivo es la presentación de una solución al problema de la autointerferencia. Los análisis y resultados que se presentan aquí son de sumo interés, ya que el uso de el método

propuesto es muy atractivo no sólo para incrementar significativamente la eficiencia espectral en el sistema sino para volverlo más flexible ante un mayor desarrollo en la demanda de servicios.

Por último, en el Capítulo 7 se presentan las conclusiones adquiridas durante el desarrollo de la presente Tesis, y se plantean líneas de trabajo abiertas para futuras investigaciones. A este último Capítulo le siguen dos Apéndices con desarrollos matemáticos auxiliares que son requeridos en partes previas.

Capítulo 2

Redes celulares heterogéneas

La creciente demanda de mayores velocidades de transmisión y alcances en la cobertura de los sistemas de comunicaciones móviles impulsa la evolución continua de éstos. Es así que, versión tras versión, los estándares que definen la forma en que interactúan los integrantes de estos sistemas adoptan las tecnologías más novedosas y nuevas estructuras buscando mejorar el desempeño de la red. Desde hace décadas se está experimentando un crecimiento exponencial en la cantidad de dispositivos móviles conectados a la red, en gran medida gracias al abaratamiento de la tecnología asociada que permite la interconexión de mayor número y variedad de dispositivos, y la perspectiva actual es que en pocos años se multiplique de a decenas el tráfico en las redes móviles [4, 5, 6, 7, 8, 9]. Esto hizo necesario un replanteo del funcionamiento de los sistemas, buscándose modelos y estructuras que hagan un uso más eficiente de los recursos disponibles ante los desafíos que implica la evolución y expansión de las redes de comunicaciones móviles.

Una solución radical, elegida por aumentar efectivamente la tasa de re-uso del espectro electromagnético, consiste en acercar las estaciones base a los terminales que deben ser servidos [5, 10]. Con ello se logra una mayor granularidad en el dominio del espacio, y en cada una de estas nuevas unidades de superficie se regenera la disponibilidad de recursos para las comunicaciones.

En este Capítulo se describen las tecnologías estandarizadas para las redes celulares heterogéneas, contemplando aquellos dispositivos y mecanismos que tienen un efecto directo sobre la interferencia resultante en la red. Con ello se busca tener un panorama de cómo la nueva estructura de redes genera estos nuevos escenarios de interferencia. Este Capítulo se inicia con una breve descripción de los estándares vigentes, sin dejar de lado las propuestas que se están definiendo para la estandarización de la próxima generación de sistemas. Luego se identifican los tipos de escenarios de interferencia suscitados en esos contextos y se explican los mecanismos básicos para combatirla que se implementan en los estándares.

2.1. Long term evolution

En el año 2008 se publicó la versión (*Release*) 8 del estándar global dominante para las comunicaciones móviles [4]. A ese estándar se lo denominó evolución a largo plazo (LTE, *long-term evolution*), declarando así no sólo las bases para la cuarta generación de tecnologías de telefonía móvil (4G), sino también el establecimiento de su desarrollo continuo hacia sistemas subsiguientes mejorados. En la versión inicial se definió que el modelo de señal para las comunicaciones sería el multiplexado por división en frecuencias ortogonales (OFDM, *orthogonal frequency-division multiplexing*), el cual será presentado con mayor detalle en el Capítulo 3 de esta Tesis. Además, se delineó el mecanismo de coordinación de interferencias intercelda (ICIC, *inter-cell interference coordination*) para permitir que todas las celdas organicen sus transmisiones de modo que no interfieran con usuarios posicionados en los bordes de celdas adyacentes. También se incluyeron en la versión inicial la posibilidad de realizar comunicaciones con múltiples antenas, el duplexado por división en tiempo y en frecuencia, y la asignación flexible de recursos a usuarios y según condiciones del canal, entre otras [4].

Las versiones subsiguientes del estándar fueron mejorando su desempeño gracias a la incorporación de múltiples avances hechos sobre los fundamentos de LTE, manteniendo así la operatividad con ésta a lo largo del tiempo. Para la Release 10 se planteó una evolución del paradigma de las redes celulares homogéneas, iniciando un progreso a partir del modelo de redes conformadas por celdas con estaciones base similares y emplazadas en localizaciones cuidadosamente elegidas que permitían una disposición planificada y un control global sobre los recursos del sistema. En esa versión, también conocida como LTE-A por ser el nacimiento del estándar LTE avanzado, se habilitó el uso de nuevos tipos de estaciones base, con potencias y radios de cobertura menores a las macroceldas habituales. Estos nuevos elementos fueron pensados para reforzar zonas de alta demanda de servicios, o áreas relegadas en las redes preexistentes y que no podían ser servidas por nuevas macroceldas. A este nuevo contexto, dada la diversidad de esas estaciones, se lo denomina red heterogénea (HetNet, *heterogeneous network*).

Además del cambio de paradigma hacia celdas superpuestas, en la infraestructura de LTE-A se incluyeron nodos retransmisores (*relay nodes*) destinados a extender el alcance del sistema a puntos sin cobertura. Las técnicas para combatir interferencias también fueron renovadas en esa versión y adaptadas al nuevo escenario, creándose la coordinación de interferencias intercelda mejorada (eICIC, *enhanced inter-cell interference coordination*).

Otras funciones y mejoras importantes agregadas al sistema en ese momento y en versiones subsiguientes son la agrupación de portadoras (CA, *carrier aggregation*), técnicas avanzadas de entrada múltiple - salida múltiple (MIMO, *multiple-input and multiple-output*), transmisiones multipunto coordinadas (CoMPs, *coordinated multi-point*) entre estaciones, conformación de haz (*beamforming*), etc.

Los desarrollos actuales en la tecnología alcanzan hasta la Release 14, la cual da

inicio a los sistemas de 5G que, al momento de escribir esta Tesis, se encuentran en las primeras etapas de prueba en el terreno. Con esta versión se propone llegar a tasas de datos hasta mil veces mayores que en 4G, con latencias mucho menores y a un costo más reducido. Para ello incorpora tecnologías disruptivas como MIMO masivo, equipos móviles con autonomía extendida y que pueden establecer enlaces sin requerir asistencia de una estación base, espectros con longitudes de onda milimétrica, entre otras [9]. Aunque también se estudian formas de onda innovadoras a ser utilizadas por los nuevos estándares de la incipiente tecnología 5G, OFDM es una propuesta que sigue siendo considerada provechosa y no se descarta incluir en ellos variantes basadas en dicho modelo de señal [9, 11, 12].

La estructura que incorpora celdas pequeñas sigue siendo un paradigma fundamental en la última generación de tecnologías móviles, y representará una tecnología clave ya que se prevé su convergencia con los servicios de Internet domésticos para brindar una experiencia móvil y de alta conectividad transparente entre los ámbitos en interiores y exteriores [11]. El desarrollo de métodos eficientes para gestionar y evitar la interferencia en estos ambientes es un problema que continúa abierto [9].

2.2. Escenarios heterogéneos

En la Fig. 2.1 se muestra un diagrama ejemplo de un escenario heterogéneo perteneciente a los estándares vigentes para los sistemas de comunicaciones móviles. Esta figura muestra la zona de cobertura de una macrocelda a la que se le superponen capas de otras celdas constituidas por los nuevos actores de las HetNets. La macrocelda sigue el paradigma de despliegue tradicional de los sistemas celulares, por lo que a su alrededor existen otras celdas similares pero que no interfieren con ella, ya que su despliegue se hace cuidadosamente para evitar esas situaciones. Luego, existen una o más pequeñas celdas menores instaladas en zonas donde la red de macroceldas no puede proveer servicio, o éste resulta insuficiente para la demanda que pueda originarse en esos sectores. Esas celdas pequeñas se pueden clasificar en picoceldas, femtoceldas y relays.

Las picoceldas se caracterizan esencialmente por tener una potencia de transmisión menor que las estaciones base en la capa de macroceldas. Son de acceso libre y permiten que todos los usuarios dentro de su rango sean servidos por ella. Se utilizan con frecuencia en puntos de mucha concurrencia para evitar la congestión de las macroceldas. Las femtoceldas, en cambio, se diferencian por brindar generalmente su servicio a un grupo de usuarios cerrado (CSG, *closed subscriber group*), especialmente en interiores de edificios y en domicilios donde son instaladas por los usuarios que requieren mejor conectividad y tasas de transferencia. Las femtoceldas pueden permitir además un funcionamiento híbrido en el cual todos los usuarios están habilitados para conectarse a ella, pero los miembros del CSG tienen prioridad. Por último, como se mencionó arriba, los relays proveen una extensión de servicio al retransmitir mensajes entre una macro-

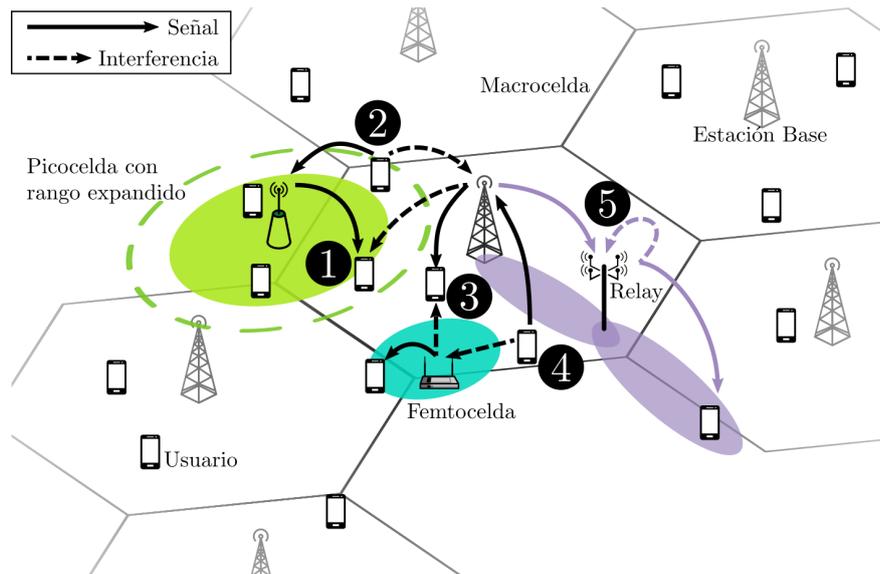


Figura 2.1: Escenario heterogéneo con interferencia entre las distintas capas del sistema, y relay con autointerferencia. Los números indican distintos escenarios de interferencias considerados en esta Tesis.

Capa de celdas	Potencia [W]	Alcance [m]	Acceso para usuarios
Macro	5 a 40	> 1000	Abierto
Pico	0,2 a 2	< 300	Abierto
Femto	< 0,2	10 a 50	Abierto o cerrado
Relay	1	300	Abierto

Tabla 2.1: Parámetros básicos de las distintas estaciones base de cada capa en una red heterogénea [13, 1, 14].

celda y un usuario (o un grupo de ellos) que se encuentra alejado. Para éstos aparenta ser una estación base, pero ofrece la ventaja de no requerir red de infraestructura ya que se conecta al resto de la red por medio de la estación base donante.

En la Tabla 2.1 se resumen parámetros orientativos de los distintos tipos de celda que constituyen los estratos en una HetNet. Resulta sencillo advertir que, debido a las grandes diferencias que existen principalmente en cuanto a la potencia transmitida entre las celdas de un ecosistema heterogéneo, sumadas a la disposición arbitraria y sin planificación de muchos elementos que constituyen estas redes y del modo de acceso cerrado de las femtoceldas, se da lugar a que existan escenarios en los cuales un nodo del sistema sufre niveles de interferencia muy perjudiciales. En la siguiente Sección se presentan situaciones de interferencia entre capas que son representativas de las HetNets. No se consideran las interferencias entre transmisiones dentro de una misma celda porque se asume que la estación base cuenta con la información y los medios suficientes para gestionar los recursos en su dominio.

2.3. Interferencia intercelda en redes heterogéneas

Los casos básicos de interferencia entre las capas de un sistema heterogéneo se pueden clasificar como los presentados en la siguiente lista [14, 13], cuyos números se corresponden con los indicados en la Fig. 2.1

1. *Interferencia de macrocelda a usuario en el rango expandido de una picocelda:* se da cuando una picocelda extiende artificialmente su zona de cobertura para incorporar usuarios de la macrocelda porque ésta se encuentra muy cargada y necesita liberar recursos. El usuario reasignado a esta zona extendida recibe una señal de la macrocelda que sigue siendo más potente que la de la picocelda, por lo que sufre una interferencia muy fuerte de su antigua estación base. En el Capítulo 5 se brinda más información sobre este mecanismo de reasignación de usuarios y sus efectos.
2. *Interferencia de usuario de picocelda (o femtocelda) hacia la estación base de la macrocelda:* este caso se da cuando un usuario móvil de una celda pequeña está relativamente cerca de la estación víctima, y transmite con potencias elevadas.
3. *Interferencia de femtocelda a usuario de macrocelda:* este ejemplo es habitual cuando un terminal móvil ingresa a la zona de una femtocelda con acceso restringido. El usuario no puede aprovechar la buena señal de la celda pequeña y debe seguir siendo atendido por la macrocelda, quedando en una situación muy desfavorable en términos de interferencia.
4. *Interferencia de usuario de macrocelda hacia una femtocelda (o picocelda) cercana:* un usuario de macrocelda que se encuentre relativamente alejado de su estación base debe elevar la potencia transmitida para establecer la comunicación. Esto puede afectar negativamente a una celda pequeña cercana.

2.3.1. Autointerferencia en relays bidireccionales

El caso indicado con el número 5 en la Fig. 2.1 es especial y se lo presenta separado de los anteriores, ya que para éste la autointerferencia no se da entre capas de una red heterogénea sino que ésta es causada por el mismo equipo que la sufre. Los relays se encargan de retransmitir información entre una estación base y un usuario muy alejado, y deben ser transparentes al sistema. De este modo la estación base puede percibirlos como si fuesen el usuario, y viceversa.

Si el relay utiliza las mismas frecuencias tanto para recibir como para emitir señales, la autointerferencia se evita separando en el tiempo las dos operaciones, pero la información viajará en el doble del tiempo que si la conexión fuese directa entre base y usuario. De manera análoga, si se separan en frecuencia las dos transmisiones, pueden realizarse simultáneamente evitando la interferencia, pero la eficiencia espectral del

enlace se reduce a la mitad [5, 4]. Por esta razón es de sumo interés desarrollar soluciones para eliminar la autointerferencia sin tener que recurrir a una pérdida de recursos para la comunicación. En el Capítulo 6 se presenta una solución a esta problemática desarrollada en el marco de esta Tesis.

2.4. Técnicas para reducir la interferencia en sistemas inalámbricos

Si los niveles de interferencia que afectan a las señales recibidas son bajos en comparación a éstas, entonces pueden considerarse como una fuente de ruido y usar técnicas de transmisión y recepción tradicionales que resultan sencillas y de costo mínimo. En cambio, si los niveles de interferencia son suficientemente elevados como para impedir la comunicación debe recurrirse a métodos complejos en mayor o menor medida, pero cuyo costo adicional es retribuido con un mejor desempeño del sistema.

Las técnicas convencionales para evitar que los receptores sufran interferencia se basan fundamentalmente en la partición de recursos en dominios ortogonales asignados con exclusividad a cada una de las transmisiones. Los casos paradigmáticos son el acceso múltiple por división en tiempo (TDMA, *time-division multiple access*) y el acceso múltiple por división en frecuencia (FDMA, *frequency-division multiple access*), en los cuales se divide el recurso en cuestión permitiendo la coexistencia de señales en los dominios restantes. Por ejemplo, en FDMA pueden realizarse transmisiones múltiples simultáneas en el tiempo, pero cada una de ellas puede ocupar sólo una porción del espectro. Las primeras generaciones de los estándares de comunicaciones móviles adoptaban alguna de estas técnicas para permitir que múltiples usuarios compartan el medio sin sufrir interferencias.

Cuando el acceso ortogonal al medio de comunicación es insuficiente o se torna impracticable, se implementan esquemas más sofisticados que permiten la coexistencia en tiempo y frecuencia de múltiples señales. Una de ellas, empleada por la generación de comunicaciones móviles previa a la actual, es el acceso múltiple por división en código (CDMA, *code-division multiple access*) basado en técnicas de espectro expandido [15]. Con ellas los usuarios utilizan códigos no correlacionados para esparcir su señal en todo el espectro y hacer que los demás la perciban como ruido de poca potencia que no interfiere con sus señales. Un proceso de correlación con la secuencia correcta permite recuperar la información deseada en el receptor. Otro ejemplo de tecnología de acceso múltiple es el acceso múltiple por división en espacio (SDMA, *space-division multiple access*), que hace uso de múltiples antenas para generar un patrón de radiación orientado al destino deseado y/o produciendo un nulo en la dirección en la cual hay terminales que se quiera proteger.

En la familia de estándares 4G se aprovecha la versatilidad de la modulación OFDM para diseñar un esquema de acceso flexible en el cual los recursos ya se encuentran par-

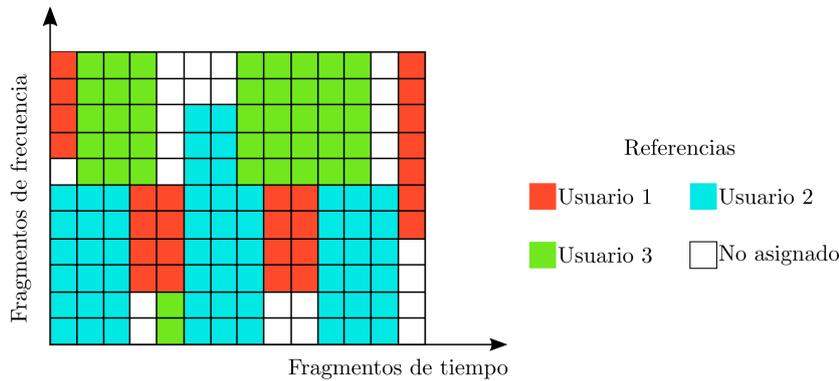


Figura 2.2: Esquema conceptual de acceso múltiple por división en frecuencias ortogonales. Los recursos se particionan en fragmentos indivisibles que se asignan en forma dinámica a los usuarios según sus requerimientos.

ccionados en forma ortogonal tanto en frecuencia como en el tiempo. Esta técnica es utilizada para las transmisiones en sentido hacia el usuario, o descendentes (*downlink*), y se denomina acceso múltiple por división en frecuencias ortogonales (OFDMA, *orthogonal frequency-division multiple access*) [5]. Está basada en propiedades fundamentales de la modulación OFDM, las cuales serán detalladas en el Capítulo 3 de esta Tesis. No obstante, la Fig. 2.2 muestra un esquema conceptual del funcionamiento de OFDMA en el que un grupo de usuarios obtienen dinámicamente recursos fragmentados en el tiempo y en frecuencia de acuerdo a sus necesidades y la capacidad de la red, sin que estos se interfieran mutuamente.

En las transmisiones del sentido ascendente (*uplink*) se emplea una versión modificada de este esquema, denominada acceso múltiple por división en portadora única (SC-FDMA, *single carrier frequency-division multiple access*) que resulta más benévola para los amplificadores de señal utilizados en los terminales móviles [5].

2.4.1. Métodos de reducción de interferencia en redes heterogéneas

Las redes heterogéneas basan sus esquemas de coordinación de interferencias en el particionamiento y gestión de recursos ortogonales para evitar que coexistan señales perjudiciales entre sí. En la Release 8 del estándar LTE se implementó como técnica de ICIC una variante de división en frecuencia denominada reuso de frecuencias fraccional (FFR, *fractional frequency reuse*). Con ella, las celdas adyacentes utilizaban frecuencias distintas en los bordes de sus zonas de cobertura, mientras que en el interior transmitían sobre toda la banda [16]. De esta forma se evitaba la superposición en frecuencia de las transmisiones en celdas vecinas.

La necesidad de disponer de todo el espectro para transmisiones dentro de cada celda hizo que en LTE-A se adopte una versión mejorada del esquema anterior, que fue denominada eICIC. Ésta asume que en los escenarios de HetNets siempre hay una

interferencia dominante, generalmente proveniente de la macrocelda, por lo que implementa un esquema basado en TDMA que por instantes anula la transmisión de la interferencia para permitir que los terminales afectados tengan instantes en los cuales reciban información sin distorsiones [17, 18]. Para este estándar se agregó además la posibilidad de controlar las potencias de señales permitiendo un manejo más flexible de la interferencia sin desperdiciar recursos. Otra tecnología presentada allí es la de CoMP, la cual es una forma de transformar a potenciales interferentes en fuentes adicionales de señal. Sin embargo, esta ha resultado de difícil implementación en la práctica [18].

Pese a las virtudes que posee para controlar la interferencia en las redes móviles existentes, la técnica eICIC presenta desventajas que la hacen poco atractiva, como el hecho de que los usuarios protegidos sufren de todos modos interferencia de señales auxiliares, o que la macrocelda no puede usar sus recursos en los momentos en los que protege a la celda pequeña [17]. Por ello en la Release 10 del estándar se mejoraron aspectos adicionales del esquema de coordinación, creando la técnica de coordinación de interferencia intercelda adicionalmente mejorada (FeICIC, *further enhanced inter-cell interference coordination*). Éstas son esencialmente una serie de ajustes y mejoras a la versión previa, como permitir que las estaciones base transmitan información con potencias reducidas que no interfieran con terminales protegidos, la estimación y sustracción de interferencia en cierto tipo de señales, entre otras. [17]. Muchas de estas técnicas requieren niveles de coordinación avanzados entre los integrantes de la red para una implementación exitosa.

2.5. Conclusiones

Las redes heterogéneas son una solución eficiente para resolver el problema de saturación en el uso de recursos experimentado en sistemas de comunicaciones móviles precedentes. La división del espacio en zonas de cobertura más pequeñas y el agregado de celdas en zonas desfavorecidas o con alta demanda mejoran notablemente el desempeño de la red, permitiendo la reutilización del espectro para brindar mayores tasas de transferencia a sus usuarios.

No obstante, la estructura heterogénea trae consigo nuevos desafíos y problemas, particularmente en el aspecto de la interferencia. Algunos se deben a que arrastran modos de funcionamiento inspirados en esquemas de gestión de recursos tradicionales, o que deben mantener compatibilidad con ellos. En muchos casos se observa que hay situaciones a resolver en el desempeño de los esquemas de coordinación, los cuales son cada vez más complejos y costosos de implementar.

Estos desafíos pueden resolverse mediante un aprovechamiento de los recursos que sea tan flexible como la misma estructura de las redes heterogéneas, y que permita a la vez una adaptación a cambios en los escenarios con mínima señalización de control y tiempo de respuesta, pero sin dejar de proveer el mejor servicio posible a todos los terminales suscritos.

Capítulo 3

Modulación por división en frecuencias ortogonales

El espectro de radiofrecuencias es un recurso limitado que debe ser compartido entre usuarios cuya cantidad y demanda de velocidades de transferencia crece continuamente. Esto obliga a usar más eficientemente dicho recurso, desarrollando sistemas que emplean señales capaces de llevar más información en anchos de banda menores. Las técnicas de modulación por división en frecuencias ortogonales son un claro ejemplo de ello, ya que reducen en gran medida el espectro utilizado en comparación con modulaciones más tradicionales. La implementación de esta modulación se desarrolló hasta volverse muy accesible, lo que le permitió ser empleada no sólo para los estándares de las últimas generaciones de sistemas de comunicaciones móviles, sino también en redes inalámbricas para computadoras, en la difusión de señales televisivas, en comunicaciones de alta velocidad en medios cableados, entre muchas otras [19, 6, 20].

En este Capítulo se presentan los aspectos fundamentales de la modulación con múltiples portadoras en frecuencias ortogonales. Primeramente se muestra el modelo de señal analógico junto a sus características distintivas, además de algunos conceptos que resultan necesarios para análisis efectuados más adelante en esta Tesis. Luego se desarrollan modelos de tiempo discreto para la modulación OFDM que también serán útiles en Capítulos posteriores, donde se aprovechan las propiedades de estas señales y sus modelos para resolver distintos desafíos en escenarios de interferencia. Por último, se presenta el aporte de un modelo generalizado que permite interpretar al muestreo de señales OFDM como una transformación lineal entre los dominios de la frecuencia y del tiempo con muestras separadas no uniformemente. Este modelo será clave para el planteo de una solución al problema de la autointerferencia en el Capítulo 6.

3.1. Frecuencias ortogonales

Un esquema de modulación multiportadora sencillo, en el cual se divide el espectro en un conjunto de franjas no superpuestas, cumple correctamente con su función de

evitar la interferencia entre esos canales, pero resulta ineficiente en términos de eficiencia espectral [21].

El sistema OFDM es superior en el sentido de que logra una coexistencia más compacta en frecuencia de un grupo de señales al permitir que los espectros en sus subportadoras se superpongan sin que interfieran entre sí, dividiendo la información transmitida en un flujo por cada canal o frecuencia. Gracias a esta división en varios canales paralelos, la tasa de transmisión para los símbolos en cada uno de ellos es menor y el sistema presenta mayor inmunidad a la interferencia entre símbolos (ISI, *intersymbol interference*).

La ortogonalidad de las subportadoras se da tanto en los dominios del tiempo como de la frecuencia [6], y se obtiene gracias a su espaciado uniforme en el segundo, conformando un conjunto de señales armónicas. La separación entre portadoras Δf es el recíproco del período T de la señal OFDM, y es un parámetro de diseño fundamental en estos sistemas junto al número de subportadoras empleadas. La elección de una adecuada separación entre ellas respecto del ancho de banda de coherencia de un canal selectivo en frecuencia garantiza que éste se pueda modelar como un canal con respuesta plana para cada subportadora, lo que simplifica el diseño e implementación del sistema [19].

El modelo de señal para un símbolo OFDM aislado compuesto de $2N$ subportadoras localizadas en las frecuencias desde 0 hasta $(2N - 1)\Delta f$ se puede escribir como [4]

$$x(t) = \sum_{n=0}^{2N-1} w_n e^{j\frac{2\pi}{T}nt}, \quad (3.1)$$

en la que t es el tiempo continuo y los coeficientes complejos w_n son los símbolos que modulan cada una de las subportadoras. La modulación produce en torno a éstas un espectro con forma de señal *sinc*, ya que en el tiempo cada símbolo está representado por un pulso rectangular de duración T como se muestra en la Fig. 3.1.

Las transmisiones OFDM son sucesiones de símbolos $x^{[k]}(t)$ como en (3.1), cada uno con período T . Entre los símbolos consecutivos $k = 1, 2, \dots$, se modifican los coeficientes $w_n^{[k]}$ de acuerdo a la nueva información que es transmitida. Para simplificar la notación, en este Capítulo no se hace referencia al índice temporal $[k]$ de los distintos símbolos, ya que el análisis se enfoca en la duración de sólo uno de ellos y es replicable para cualquiera en la sucesión.

En la Fig. 3.2 se observa un conjunto de respuestas en frecuencia de pulsos ortogonales utilizados en OFDM. Se destaca en las respuestas de la imagen que en la posición de cada subportadora las demás tienen amplitud nula, lo cual evidencia la ortogonalidad existente entre canales. Los símbolos o coeficientes w_n asignados a cada una de las subportadoras mediante la modulación (3.1) pueden medirse luego en la posición de la subportadora n -ésima sin que las demás alteren la observación.

Aunque el mayor atractivo de OFDM sea su robustez ante el desvanecimiento multi-

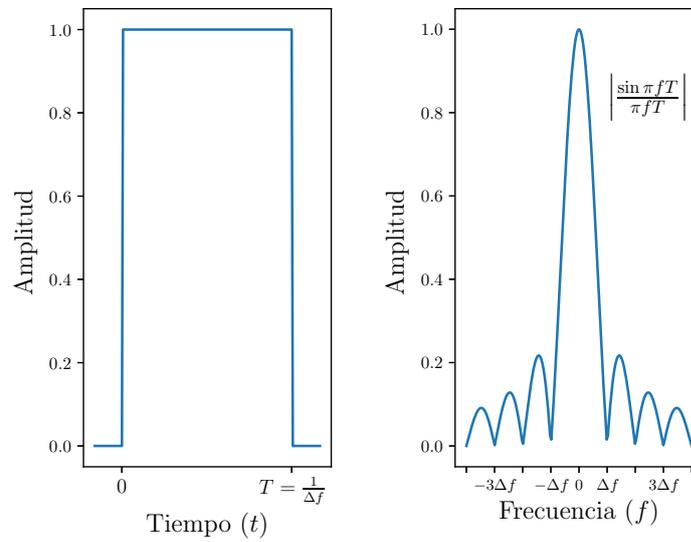


Figura 3.1: Pulso rectangular de duración $T = 1/\Delta f$ (izquierda), y valor absoluto de su representación espectral (derecha).

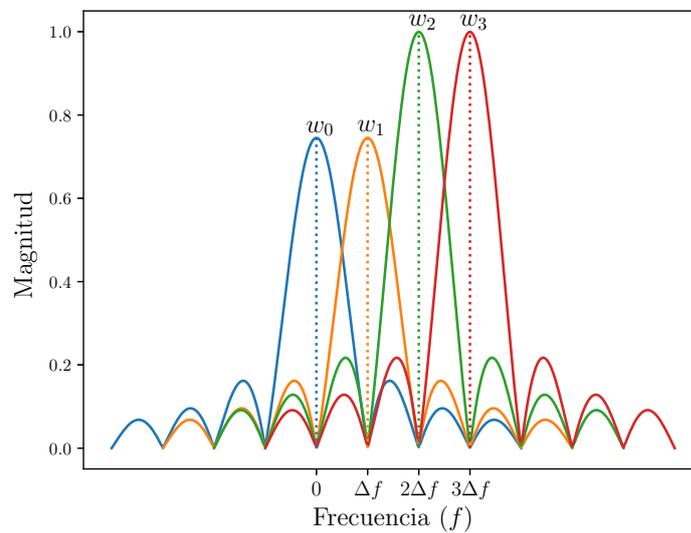


Figura 3.2: Amplitud del espectro para un conjunto de subportadoras ortogonales separadas uniformemente por Δf Hz. En el centro de cada armónica se anulan las amplitudes de todas las demás.

camino [21], producido por entornos en los cuales las señales electromagnéticas pueden rebotar varias veces y generar interferencia destructiva en el receptor, este método de modulación presenta otras características que lo vuelven ventajoso para los sistemas de comunicaciones móviles de última generación. Su uso eficiente del espectro, la posibilidad de enviar símbolos independientes a velocidades disímiles en subportadoras asignadas a distintos receptores, su robustez ante interferencia de banda estrecha y el potencial para implementar técnicas de diversidad en frecuencia hacen que sea un esquema flexible y eficiente para gestionar los recursos en redes con grandes cantidades de terminales compartiendo el medio [4, 6].

Por otra parte, esta técnica es sensible a imprecisiones en la sincronización y al ruido de fase en las portadoras, y además presenta una relación de potencias pico a promedio muy alta que impacta negativamente en los amplificadores de potencia usados para la transmisión [21]. No obstante, esto no impide que sea una opción elegida para ser implementada en cada vez más aplicaciones y sistemas de comunicación.

3.2. Modelo discreto de señales OFDM e implementación mediante FFT

Si durante un período T se toman $2N$ muestras de la señal (3.1) en los instantes equiespaciados dados por $t_i = mT/2N$, $m = i - 1 = 0, 1, 2, \dots, 2N - 1$, las muestras obtenidas pueden expresarse como

$$\begin{aligned} x[m] = x(t_i) &= \sum_{n=0}^{2N-1} w_n e^{j\frac{2\pi}{T}nm\frac{T}{2N}}, \quad m = i - 1 = 0, 1, \dots, 2N - 1 \\ &= \sum_{n=0}^{N-1} w_n e^{j\frac{2\pi}{2N}nm}. \end{aligned} \quad (3.2)$$

Se puede ver que la operación (3.2) equivale a una transformada discreta de Fourier inversa (IDFT, *inverse discrete Fourier transform*) aplicada a los símbolos que modulan las subportadoras. Estos símbolos se pueden obtener a partir de las muestras $x[m]$, $m = 0, 1, 2, \dots, 2N - 1$ usando el proceso inverso, o sea la transformada discreta de Fourier (DFT, *discrete Fourier transform*). Este resultado es muy importante, ya que indica que la implementación de un modulador OFDM es realizable en forma eficiente mediante el algoritmo de la transformada rápida de Fourier (FFT, *fast Fourier transform*) [19].

De acuerdo a lo presentado, un diagrama de bloques básico que implementa la modulación y demodulación OFDM es el que puede verse en la Fig. 3.3. En ella se observa que los símbolos w_n que llevan información en cada subportadora, y que son elegidos de alguna constelación de modulación digital que se ajuste a las necesidades de la aplicación, son agrupados en flujos paralelos de datos. Algunos de ellos pueden tomar valores específicos y predeterminados para cumplir con una función especial, como ser portadoras piloto para tareas de estimación, o valores nulos para formar las

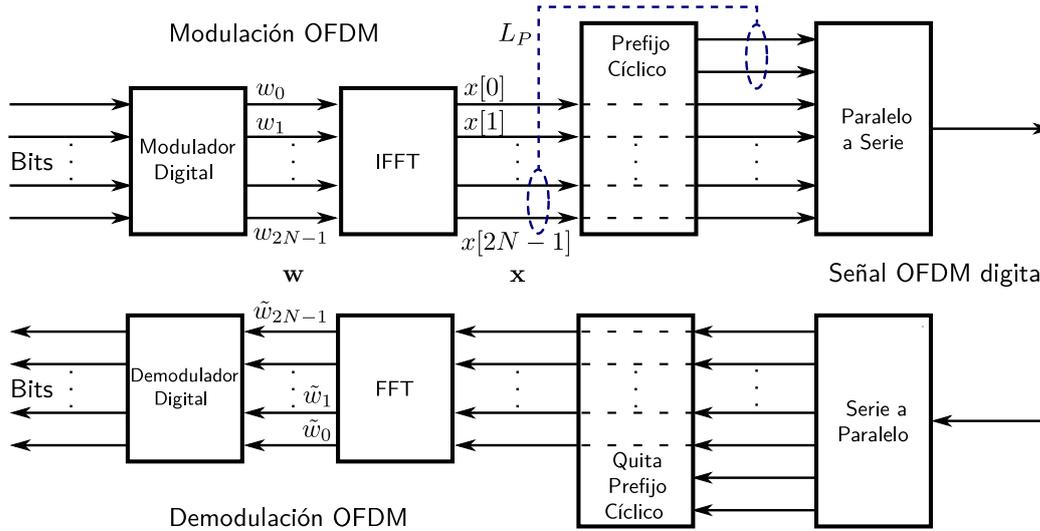


Figura 3.3: Diagrama en bloques para una implementación de OFDM típica.

bandas de guarda en las fronteras del espectro de frecuencias usado [21]. Luego, la IDFT implementada mediante una transformada rápida de Fourier inversa (IFFT, *inverse fast Fourier transform*) obtiene las muestras temporales de la señal como en (3.2). A continuación un bloque toma las L_p últimas muestras de la secuencia y las replica al inicio de la misma manteniendo su ordenamiento. Este fragmento se llama prefijo cíclico, y se utiliza para eliminar la interferencia entre símbolos OFDM consecutivos que se observa cuando la transmisión es realizada en un canal con respuesta multicamino.

El diagrama de la Fig. 3.3 no detalla los pasos restantes para completar las cadenas de transmisión y recepción. No obstante, éstos no son esencialmente diferentes a los de sistemas tradicionales, ya que las muestras en el tiempo de la señal OFDM digital son convertidas a señales analógicas continuas, trasladadas a la frecuencia de portadora y emitidas por la antena luego de amplificarlas. El receptor capta la señal mediante su antena, la filtra, amplifica y lleva nuevamente a banda base para realizar su muestreo y digitalización.

Una vez obtenidas las muestras digitales, el receptor elimina en primer lugar las L_p que inician la secuencia y que corresponden al prefijo cíclico. Si la longitud de este segmento no es menor que la respuesta del canal, ambos medidos en cantidad de muestras, en el receptor se mantiene la ortogonalidad entre subportadoras y la ecualización del canal se simplifica [19]. El receptor lleva luego las $2N$ muestras de un período T del símbolo OFDM al dominio de la frecuencia mediante la DFT, y ecualiza el resultado de manera que los efectos del canal sean compensados. Con ello obtiene el flujo de símbolos estimados \tilde{w}_n , $n = 0, 2, \dots, 2N - 1$ que codifican la información deseada.

El proceso de modulación y demodulación descrito puede ser representado mediante operaciones lineales que describen mapeos del dominio de la frecuencia al del tiempo y viceversa, respectivamente. En la siguiente Sección se muestran las expresiones matri-

ciales que efectúan dichas operaciones y que serán usadas más adelante en esta Tesis.

3.3. Muestreo y transformaciones lineales de símbolos OFDM

Las muestras tomadas uniformemente según (3.2) durante un período de la señal OFDM se pueden agrupar en un vector columna \mathbf{x} . De este modo, el proceso de modulación puede reescribirse como una operación entre vectores y una matriz IDFT que vincula a los símbolos de las portadoras OFDM con las muestras tomadas en el tiempo, obteniéndose

$$\begin{bmatrix} x[0] \\ \vdots \\ x[2N-1] \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2N}} \begin{bmatrix} e^{j\frac{2\pi}{2N}0\cdot0} & e^{j\frac{2\pi}{2N}1\cdot0} & \dots & e^{j\frac{2\pi}{2N}(2N-1)\cdot0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ e^{j\frac{2\pi}{2N}0\cdot(2N-1)} & e^{j\frac{2\pi}{2N}1\cdot(2N-1)} & \dots & e^{j\frac{2\pi}{2N}(2N-1)^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_0 \\ \vdots \\ w_{2N-1} \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

$$\mathbf{x} = \mathcal{F}^H \mathbf{w}, \quad (3.4)$$

en la cual \mathbf{w} es el vector que agrupa los coeficientes w_n que modulan las subportadoras de la señal, y \mathcal{F}^H es la matriz de la IDFT, transpuesta hermítica de la matriz unitaria \mathcal{F} que realiza la DFT [20]. Esta última tiene como elemento en la posición (u, v) al coeficiente dado por $[\mathcal{F}]_{u,v} = (2N)^{-\frac{1}{2}} e^{-j\frac{2\pi}{2N}(u-1)(v-1)}$, con $u, v = 1, 2, \dots, 2N$.

La matriz IDFT produce en (3.4) un mapeo lineal del dominio de las frecuencias armónicas, separadas por una cantidad Δf Hz, al de los instantes de tiempo equiespaciados por $T/2N$ segundos. Dicha matriz es unitaria y de rango completo, por lo que se puede hacer el mapeo en el sentido inverso, correspondiente a la demodulación, usando la matriz DFT como a continuación

$$\begin{aligned} \mathbf{w} &= \mathcal{F} \mathbf{x} \\ &= \mathcal{F} (\mathcal{F}^H \mathbf{w}) \\ &= \mathbf{w}, \end{aligned} \quad (3.5)$$

en la cual se reemplazó (3.4) en (3.5).

3.3.1. Muestreo no uniforme

El muestreo que no sigue un patrón uniforme de espaciamiento temporal entre muestras es natural en áreas como la radioastronomía, en redes de paquetes de datos o aplicaciones médicas [22], y existe abundante bibliografía que analiza las propiedades de estas señales y cómo extraer información de ellas [23, 24, 25, 26, 27]. Además, también ha sido empleado en el ámbito de las telecomunicaciones [28, 29].

En el caso de señales OFDM, si las $2N$ muestras correspondientes a un símbolo se toman de manera que su espaciamiento ya no sea uniforme, pero sin permitir coinciden-

cia de los instantes de muestreo, se puede encontrar una matriz que exprese ese proceso como una transformación lineal desde el dominio de la frecuencia al del tiempo. Cada una de las muestras de la señal, tomadas en los instantes t_i , se puede escribir según (3.1) como

$$x(t_i) = \sum_{n=0}^{2N-1} w_n e^{j\frac{2\pi}{T}nt_i}, \quad i = 1, 2, \dots, 2N. \quad (3.6)$$

Al construir el vector \mathbf{x} con las $2N$ muestras para los instantes t_i diferentes entre sí, se puede deducir la siguiente expresión matricial

$$\begin{bmatrix} x(t_1) \\ \vdots \\ x(t_{2N}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{j\frac{2\pi}{T}t_1 \cdot 0} & \dots & e^{j\frac{2\pi}{T}t_1(2N-1)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ e^{j\frac{2\pi}{T}t_{2N} \cdot 0} & \dots & e^{j\frac{2\pi}{T}t_{2N}(2N-1)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_0 \\ \vdots \\ w_{2N-1} \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

$$\mathbf{x} = \mathcal{V}\mathbf{w}, \quad (3.8)$$

en la cual \mathcal{V} es una matriz Vandermonde que está asociada al proceso de muestreo no uniforme. Los valores $e^{j\frac{2\pi}{T}t_i}$, $i = 1, 2, \dots, 2N$ son los nodos de dicha matriz, consistentes en valores complejos ubicados sobre el círculo unitario. Si éstos son distintos entre sí, se garantiza la invertibilidad de \mathcal{V} [30]. Esto quiere decir que el vector de coeficientes se puede recuperar a partir de las muestras como a continuación

$$\begin{aligned} \mathbf{w} &= \mathcal{V}^{-1}\mathbf{x} \\ &= \mathcal{V}^{-1}(\mathcal{V}\mathbf{w}) \\ &= \mathbf{w}. \end{aligned} \quad (3.9)$$

De esta manera se puede interpretar al proceso de muestreo de una señal OFDM como una transformación lineal, ya que equivale a un mapeo de los vectores con coeficientes del dominio frecuencia (símbolos de la constelación) a valores en instantes de tiempo (muestras de la señal). La invertibilidad del proceso se garantiza tomando tantas muestras como subportadoras tiene el sistema, y en instantes distintos entre sí.

La estructura de la matriz IDFT utilizada en (3.4) es un caso particular de matriz Vandermonde para el cual los nodos están equiespaciados sobre el círculo unitario, por lo que se puede afirmar que (3.8) es una generalización del muestreo de señales OFDM. El hecho de que \mathcal{F}^H tenga sus nodos uniformemente espaciados sobre el círculo unitario le otorga la propiedad de ser matriz unitaria, algo que las matrices Vandermonde en general no poseen. Los nodos y los instantes de muestreo obtenidos están estrechamente relacionados. En el Capítulo 6 se hace uso de este vínculo para aplicaciones de cancelamiento de interferencia.

Por último, cabe remarcar que la operación lineal para un muestreo no uniforme como en (3.8) se puede generalizar aún más, haciendo que la cantidad de muestras no

necesariamente coincida con el número de subportadoras, y que estas últimas ocupen otro rango de frecuencias como en

$$\begin{bmatrix} x(t_1) \\ \vdots \\ x(t_{2N}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{j\frac{2\pi}{T}t_1(-N)} & \dots & e^{j\frac{2\pi}{T}t_1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ e^{j\frac{2\pi}{T}t_{2N}(-N)} & \dots & e^{j\frac{2\pi}{T}t_{2N}N} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_{-N} \\ \vdots \\ w_N \end{bmatrix}, \quad (3.10)$$

en la cual se toman $2N$ muestras de una señal con $2N+1$ subportadoras equiespaciadas, abarcando desde $-N\Delta f$ hasta $N\Delta f$. Estas armónicas son habituales cuando se considera el procesamiento de señales OFDM reales y en banda base, ya que éstas deben tener simetría conjugada en el dominio de la frecuencia y por lo tanto sus coeficientes abarcan la misma cantidad de subportadoras a ambos lados de la componente continua $f = 0$ Hz. En esta Tesis se trabajará fundamentalmente con este tipo de señales, salvo que se indique lo contrario.

3.4. Conclusiones

En este Capítulo se han presentado las características más importantes de las señales utilizadas por las últimas generaciones de sistemas de comunicaciones móviles. El conocimiento de dichas propiedades permite desarrollar mejores estrategias para eliminar la interferencia en estos sistemas, con énfasis puesto en el procesamiento realizado en la capa física.

El modelo generalizado para el muestreo de señales OFDM desarrollado aquí resulta útil para el procesamiento lineal de éstas, ya que equivale a transformaciones lineales entre los dominios del tiempo y la frecuencia en los cuales se expresan los valores de señal. Además, al eliminarse la restricción habitual de que las muestras estén equiespaciadas en tiempo es posible darle un nuevo enfoque a ese proceso, y se ganan grados de libertad para desarrollar aplicaciones especiales que permiten reducir o anular señales de interferencia. En el Capítulo siguiente se presentan los fundamentos de herramientas de procesamiento lineal para eliminar la interferencia en sistemas de comunicaciones.

Capítulo 4

Alineamiento de interferencias

La interferencia es una señal indeseada presente en el mismo medio que es empleado por otra señal cuya información se desea recuperar, por lo que este proceso se torna dificultoso en mayor o menor medida. Cuanto más se conozca sobre las características de la interferencia más sencillo resultará anularla o combatirla, independientemente de que se pueda decodificar la información que ella contiene. En este mismo sentido, tampoco es fundamental saber si la interferencia es originada en una o más fuentes transmisoras. De todas maneras, siempre resulta deseable que todas las señales indeseadas ocupen un mismo espacio de señal, manteniendo libres los recursos necesarios para recibir la señal de interés sin alteraciones.

Recientemente esta visión ha ido evolucionando hacia otras que ofrecen un tratamiento más creativo del problema, con enfoques que permiten explotar ciertos recursos que pueden encontrarse en la interferencia. Es así que surgieron propuestas para captar la energía de esas señales no deseadas y aprovecharla en el receptor afectado, utilizar activamente la interferencia hacia terceros para establecer comunicaciones secretas, o redefinir la gestión de las señales presentes en el sistema de manera que una fuente potencial de interferencias pueda compensar su propio efecto negativo al aumentar la disponibilidad de espacios de señales [31].

En este Capítulo se presenta una introducción al alineamiento de interferencias, un concepto novedoso que permite optimizar el uso del espacio de señales y evitar la interferencia en los receptores. Luego se desarrollan modelos de señales que resultarán útiles para la aplicación de estas técnicas en las partes restantes de esta Tesis.

4.1. Alineamiento, factibilidad y grados de libertad

El concepto de alineamiento de interferencia (IA, *interference alignment*), propuesto por primera vez hace pocos años como un mecanismo para utilizar más eficientemente el medio de comunicaciones [32], tiene su base en operaciones lineales para transformar y aprovechar los subespacios ocupados por la interferencia y liberar espacios de señales para que no resulten alteradas. Con este método se habilita a todos los enlaces del

sistema para que dispongan plenamente de los recursos para generar los subespacios necesarios y permite que las transmisiones coexistan sin las restricciones de ortogonalidad que imponen los mecanismos tradicionales de gestión de interferencias. En cada receptor del sistema se definen dos subespacios de señales complementarios y con fines opuestos. Luego, haciendo uso de técnicas lineales, los transmisores y receptores proyectan las señales en el espacio de manera que desde el punto de vista de cada receptor las interferencias recibidas existan únicamente en uno de esos subespacios. En el subespacio complementario se proyecta la señal de interés, que al no estar alterada por componentes indeseadas puede decodificarse directamente usando técnicas sencillas [33]. IA es una tecnología de radio cognitiva que apunta a usar la información disponible en el sistema procurando optimizar el uso de los recursos [34, 35].

El diseño de un sistema que aplica IA requiere desarrollar un modelo de ecuaciones lineales que expresen todos los enlaces en la red, tanto los de señal como los de interferencia. La elección de este modelo debe hacerse teniendo en cuenta cuáles son las dimensiones sobre las cuales existirán esas señales. Todas ellas deben ser representadas en el sistema junto a las variables de diseño, como por ejemplo precodificadores de transmisión, canales y receptores.

La factibilidad de una solución al problema de interferencia mediante el alineamiento implica el cumplimiento simultáneo de dos requisitos sobre el sistema de ecuaciones obtenido [36, 37]. El primero hace referencia a que en cada receptor las señales que provienen de las transmisiones no deseadas se anulen, mientras que el segundo requisito especifica la cantidad de grados de libertad (GdL) pueden usarse para transmitir símbolos en dimensiones independientes y libres de interferencia.

Como regla general, de la primera condición se obtiene un número de ecuaciones homogéneas que deben satisfacerse, y del segundo requisito se obtiene un conjunto de variables de diseño para cada enlace. Luego se debe hacer un balance del número de ecuaciones y variables para saber si el sistema homogéneo tiene solución de acuerdo al teorema de Bezout. De cumplirse esas condiciones no se tiene información adicional sobre cuáles son las soluciones que habilitan el alineamiento. Únicamente en casos muy especiales se obtiene una solución cerrada al problema de alineamiento que se plantea [38].

En la bibliografía se plantean diversos métodos destinados a obtener soluciones de IA para cuando no existe solución explícita al problema. En todos los casos suele ser desafiante recolectar y difundir entre todos los nodos del sistema la información necesaria para alcanzar el alineamiento, ya que por lo general se requiere acceso al estado de los canales, conocer globalmente las precodificaciones en los transmisores, etc. Por este motivo se han desarrollado numerosos algoritmos iterativos y cooperativos que se basan en análisis de subespacios y convergen hacia una solución de alineamiento adaptándose a condiciones cambiantes en el sistema. Estos se valen de las iteraciones para transmitir implícitamente la información sobre los subespacios utilizados en los nodos [38, 39]. El proceso iterativo también resulta útil para lograr el alineamiento

en forma ciega cuando en la red no se tiene conocimiento de los canales [40]. Muchos de estos algoritmos tienen como objetivo la optimización de una función costo que los hace converger a una solución de IA, como puede ser la minimización de la potencia de interferencia resultante [41].

Los espacios de señales empleados para las técnicas de alineamiento de interferencia se eligen teniendo en cuenta tanto las características de las transmisiones, las capacidades de los equipos empleados como la topología de la red. Más allá de las variantes que puedan encontrarse en esos contextos las soluciones hacen uso de los dominios del tiempo, frecuencia o espacio (y todas las combinaciones posibles de éstos) con el fin de generar las dimensiones necesarias para el alineamiento. En particular, entre esas soluciones existen numerosos trabajos que utilizan el dominio del tiempo en una gran variedad de configuraciones de red [42].

No se ha encontrado aún en la bibliografía que analice las técnicas de gestión de interferencia convencionales, como TDMA y FDMA, desde una perspectiva de alineamiento de interferencia. Conceptualmente, planteando las topologías y restricciones adecuadas en los sistemas correspondientes podría llegarse a demostrar que IA resulta una generalización de los métodos preexistentes para combatir la interferencia. De esta manera, un modelo generalizado implementado en un sistema podría mantener fácilmente compatibilidad con sistemas previos. Esto puede resultar clave para la implementación de IA en pequeñas celdas, con número reducido de usuarios y por ello disponiendo de buena información sobre el estado del sistema. Así, estas celdas lograrían establecer un esquema de comunicación eficiente dentro de su área de influencia mientras que mantienen la compatibilidad con su entorno, lo que resulta sumamente atractivo para la coexistencia y evolución de los estándares.

Los sistemas de comunicaciones móviles actuales están basados en la transmisión de cuadros (*frames*) que contienen secuencias de símbolos OFDM. Este método es empleado ya que permite flexibilizar la asignación de recursos entre los actores del sistema y balancear las tasas de transmisión en sentido ascendente y descendente. Dado que estos sistemas de comunicaciones ofrecen una flexibilidad intrínseca en el dominio del tiempo, resulta natural emplear esta misma dimensión para implementar algoritmos de alineamiento de interferencia. En la Sección 4.2 se introduce este concepto, analizando las posibilidades que ofrecen los sistemas OFDM para alinear interferencia en el tiempo.

4.2. Alineamiento de interferencias en OFDM

Algunos autores de la bibliografía específica han propuesto IA para combatir la interferencia en contextos de sistemas de comunicaciones OFDM. En [43] se habilita la coexistencia de una macro estación base transmisora de OFDM y un conjunto de micro celdas usando el prefijo cíclico como fuente de dimensiones libres para IA. Las micro celdas evitan la interferencia mutua y hacia la macrocelda utilizando una estrategia organizada de manera autónoma, aunque la modulación resultante para ellas no es

OFDM, y la tasa de transferencia es limitada en comparación con el desempeño de la macro celda. En [44] se propone IA como alternativa a los métodos estándar de anulación de interferencias en un contexto HetNet a través de la precodificación y decodificación en el dominio de la frecuencia.

4.2.1. Alineamiento sobre el prefijo cíclico

Debido a que un fragmento temporal de las señales OFDM corresponde al prefijo cíclico que es descartado en el receptor, resulta natural considerar como primera opción alinear la interferencia sobre esta porción de señal, protegiendo así la parte que lleva información. En esta Sección se presenta este análisis basado en la transmisión de un símbolo OFDM para el cual debe alcanzarse la alineación de interferencia sobre el prefijo.

La notación empleada en el análisis considera un modelo genérico con múltiples celdas sirviendo a diversos números de usuarios. De acuerdo a esto, las celdas son diferenciadas según el índice \mathbf{b} , mientras que los usuarios dentro de cada una de éstas son individualizados por el índice \mathbf{u} . Cuando se presenta una ecuación desde la perspectiva de un usuario individualizado, se lo aísla del resto en la notación agregándose un acento circunflejo al índice: $\hat{\mathbf{u}}$. Asimismo, la celda correspondiente a este usuario utiliza el mismo modificador para ser distinguida del resto, quedando denominada mediante $\hat{\mathbf{b}}$.

Partiendo del modelo (3.2) del Capítulo 3, la señal enviada por la estación base $\hat{\mathbf{b}}$ a sus $U_{\hat{\mathbf{b}}}$ usuarios es

$$\mathbf{x}^{(\hat{\mathbf{b}})} [p] = \sum_{\mathbf{u}=1}^{U_{\hat{\mathbf{b}}}} \mathbf{P}^{(\hat{\mathbf{b}})} \mathbf{s}^{(\hat{\mathbf{b}},\mathbf{u})} [p],$$

en la que $\mathbf{P}^{(\hat{\mathbf{b}})}$ la matriz de precodificación, y $\mathbf{s}^{(\hat{\mathbf{b}},\mathbf{u})}$ el vector columna con los $2N + L_P$ elementos del símbolo OFDM transmitido al usuario \mathbf{u} . Un receptor recibe la combinación de señales provenientes de B estaciones base transmitiendo a $U_{\mathbf{b}}$ usuarios cada una. Teniendo además en cuenta el vector de ruido \mathbf{z} presente en el receptor, la señal recibida por el móvil $\hat{\mathbf{u}}$ es

$$\begin{aligned} \mathbf{y}^{(\hat{\mathbf{u}})} [p] &= \sum_{\mathbf{b}=1}^B \mathbf{H}^{(\mathbf{b},\hat{\mathbf{u}})} \sum_{\mathbf{u}=1}^{U_{\mathbf{b}}} \mathbf{P}^{(\mathbf{b})} \mathbf{s}^{(\mathbf{b},\mathbf{u})} [p] + \mathbf{z} [p] \\ &= \mathbf{H}^{(\hat{\mathbf{b}},\hat{\mathbf{u}})} \sum_{\mathbf{u}=1}^{U_{\hat{\mathbf{b}}}} \mathbf{P}^{(\hat{\mathbf{b}})} \mathbf{s}^{(\hat{\mathbf{b}},\mathbf{u})} [p] + \sum_{\mathbf{b} \neq \hat{\mathbf{b}}} \mathbf{H}^{(\mathbf{b},\hat{\mathbf{u}})} \sum_{\mathbf{u}=1}^{U_{\mathbf{b}}} \mathbf{P}^{(\mathbf{b})} \mathbf{s}^{(\mathbf{b},\mathbf{u})} [p] + \mathbf{z} [p]. \end{aligned} \quad (4.1)$$

El segundo término de (4.1) es la sumatoria de las señales que interfieren con la señal deseada.

El usuario $\hat{\mathbf{u}}$ estima la señal que le envió su estación base empleando una matriz de

recepción $\mathbf{A}^{(\hat{u})H}$, que es aplicada al total de la señal recibida obteniéndose lo siguiente

$$\hat{\mathbf{s}}^{(\hat{b}, \hat{u})} [p] = \mathbf{A}^{(\hat{u})H} \mathbf{H}^{(\hat{b}, \hat{u})} \sum_{u=1}^{U_{\hat{b}}} \mathbf{P}^{(\hat{b})} \mathbf{s}^{(\hat{b}, u)} [p] \quad (4.2)$$

$$+ \mathbf{A}^{(\hat{u})H} \sum_{\mathbf{b} \neq \hat{\mathbf{b}}} \mathbf{H}^{(\mathbf{b}, \hat{u})} \sum_{u=1}^{U_{\mathbf{b}}} \mathbf{P}^{(\mathbf{b})} \mathbf{s}^{(\mathbf{b}, u)} [p] + \mathbf{A}^{(\hat{u})H} \mathbf{z} [p]. \quad (4.3)$$

Con el objetivo de lograr el alineamiento de la interferencia sobre el prefijo cíclico, para cada uno de los términos dentro de la sumatoria sobre los índices $\mathbf{b} \neq \hat{\mathbf{b}}$ en (4.3) debe cumplirse que la proyección mediante la matriz de recepción $\mathbf{A}^{(\hat{u})H}$ produzca un vector con ceros fuera del prefijo cíclico. Las interferencias que provienen de distintas estaciones base no se pueden agrupar en una señal única ya que se consideran linealmente independientes y no sería posible diseñar matrices de premultiplicación que garanticen el alineamiento conjunto de ellas en todo momento. Por este motivo cada uno de esos términos debe considerarse en forma aislada. Distinto es el caso de las señales que son emitidas de una misma estación base $\mathbf{b} \neq \hat{\mathbf{b}}$, dado que al compartir origen sí podría definirse con relativa facilidad un diseño de matrices de premultiplicación que logren el alineamiento como a continuación

$$\mathbf{A}^{(\hat{u})H} \mathbf{H}^{(\mathbf{b}, \hat{u})} \sum_{u=1}^{U_{\mathbf{b}}} \mathbf{P}^{(\mathbf{b})} \mathbf{s}^{(\mathbf{b}, u)} [p] = \mathbf{A}^{(\hat{u})H} \psi^{(\mathbf{b})} = \begin{bmatrix} w_1^{(\mathbf{b})} \\ \vdots \\ w_{L_P}^{(\mathbf{b})} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad (4.4)$$

siendo $\psi^{(\mathbf{b})}$ la interferencia aislada proveniente de un solo transmisor $\mathbf{b} \neq \hat{\mathbf{b}}$, y $\mathbf{w}^{(\mathbf{b})}$ la interferencia efectiva luego de la recepción. Al existir la fuente de interferencia, los elementos de $\psi^{(\mathbf{b})}$ son en general no nulos, y la condición de (4.4) implica que $\mathbf{A}^{(\hat{u})H}$ debe tener sus últimas filas igual a cero. Sin embargo, esta restricción también anula la señal deseada en los elementos fuera del prefijo cíclico, con lo que también se pierde la información que se quiere recibir.

Por este motivo, no es posible implementar alineamiento de interferencia sobre el prefijo cíclico al total de las señales involucradas en un sistema de comunicaciones OFDM. Sin embargo, en [43] demuestran que es posible implementar un sistema con dos capas de celdas superpuestas. Una de ellas, designada como capa principal, está compuesta por macroceldas convencionales que implementan transmisiones OFDM sin tener en cuenta la presencia de una capa secundaria de pequeñas celdas. Éstas adaptan sus comunicaciones usando IA de manera que la interferencia hacia las celdas de la capa principal sea proyectada sobre su prefijo cíclico, anulando además la interferencia hacia las células que comparten la misma capa. No obstante, el esquema de comunicación que resulta de esta propuesta deja de ser OFDM, y pierde compatibilidad con los estándares de comunicaciones móviles en redes celulares heterogéneas como definidas

en el Capítulo 2.

Ante lo expuesto, resulta de interés buscar métodos para alinear la interferencia considerando como fuente de dimensiones para el alineamiento al bloque de símbolos OFDM transmitidos por las estaciones base.

4.2.2. Modelo de señal para alineamiento de interferencias en canales multipunto

Si se considera que la información es transmitida desde cada estación base a sus grupos de usuarios empleando un estándar que contempla $2N$ subportadoras y la concatenación de q símbolos OFDM por cuadro, estas dimensiones en conjunto pueden ofrecer numerosos GdL para alcanzar el alineamiento de interferencias en tiempo y frecuencia.

Un usuario \hat{u} puede tener asignados $q_{\hat{u}} \leq q$ símbolos OFDM con información por cuadro transmitido desde su estación base \hat{b} . Estos símbolos se agrupan mediante la siguiente matriz que representa al cuadro

$$\mathbf{W}^{(\hat{b}, \hat{u})} [p] = \left[\mathbf{w}^{(\hat{b}, \hat{u})} [p], \mathbf{w}^{(\hat{b}, \hat{u})} [p+1], \dots, \mathbf{w}^{(\hat{b}, \hat{u})} [p+q_{\hat{u}}-1] \right],$$

en el cual p es el índice de la posición en el tiempo del primer símbolo, y los $\mathbf{w}^{(\hat{b}, \hat{u})} [p]$ son símbolos OFDM representados por vectores columna con $C_{\hat{u}} \leq 2N$ elementos correspondientes a los símbolos modulando cada subportadora empleada por el usuario. Para abreviar la notación se omiten de aquí en adelante los índices temporales $[p]$ de los cuadros OFDM debido a que el procesamiento se considera realizado de la misma manera para cada matriz $\mathbf{W}^{(\hat{b}, \hat{u})} [p]$ en forma secuencial.

La estación base \hat{b} dispersa la información en la matriz $\mathbf{W}^{(\hat{b}, \hat{u})}$ usando las matrices de pre- y poscodificación $\mathbf{P}^{(\hat{b}, \hat{u})}$ y $\mathbf{Q}^{(\hat{b}, \hat{u})}$, respectivamente. La primera de ellas tiene $2N \times C_{\hat{u}}$ elementos que logran la dispersión sobre todas las subportadoras en el sistema, mientras que la segunda dispersa los $q_{\hat{u}}$ símbolos OFDM sobre la longitud q del cuadro estándar transmitido gracias a su dimensión de $q_{\hat{u}} \times q$ elementos. La combinación de las señales transmitidas a los $U_{\hat{b}}$ usuarios suscritos a la misma estación base \hat{b} se puede escribir como

$$\mathbf{X}^{(\hat{b})} = \sum_{u=1}^{U_{\hat{b}}} \mathbf{P}^{(\hat{b}, u)} \mathbf{W}^{(\hat{b}, u)} \mathbf{Q}^{(\hat{b}, u)}.$$

En un contexto de B celdas cuyas transmisiones están sincronizadas en tiempo todas producen interferencia a los usuarios de las demás, ya que sus cuadros OFDM están totalmente superpuestos. Por ello, el usuario \hat{u} recibe la suma de cuadros OFDM

dada por

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}^{(\hat{b}, \hat{u})} &= \sum_{b=1}^B \mathbf{H}^{(b, \hat{u})} \sum_{u=1}^{U_b} \mathbf{P}^{(b, u)} \mathbf{W}^{(b, u)} \mathbf{Q}^{(b, u)} \\ &= \mathbf{H}^{(\hat{b}, \hat{u})} \mathbf{P}^{(\hat{b}, \hat{u})} \mathbf{W}^{(\hat{b}, \hat{u})} \mathbf{Q}^{(\hat{b}, \hat{u})} \end{aligned} \quad (4.5)$$

$$+ \mathbf{H}^{(\hat{b}, \hat{u})} \sum_{u \neq \hat{u}} \mathbf{P}^{(\hat{b}, u)} \mathbf{W}^{(\hat{b}, u)} \mathbf{Q}^{(\hat{b}, u)} \quad (4.6)$$

$$+ \sum_{b \neq \hat{b}} \mathbf{H}^{(b, \hat{u})} \sum_{u=1}^{U_b} \mathbf{P}^{(b, u)} \mathbf{W}^{(b, u)} \mathbf{Q}^{(b, u)}. \quad (4.7)$$

Los términos (4.5), (4.6) y (4.7) corresponden respectivamente a la señal de interés y las interferencias intracelda e intercelda. Las matrices cuadradas $\mathbf{H}^{(b, u)}$ contienen en sus diagonales principales la respuesta en frecuencia para las $2N$ subportadoras del canal entre el transmisor b y el receptor u , mientras que el resto de sus elementos son nulos. El prefijo cíclico implementado en el sistema se considera más largo que las respuestas impulsivas de todos los canales, por lo que su eliminación en los receptores permite suprimir fácilmente la interferencia entre símbolos OFDM consecutivos. Se supone además que el canal tiene respuesta constante durante los q símbolos del cuadro OFDM.

En el proceso de recepción el usuario \hat{u} produce la estimación $\check{\mathbf{W}}^{(\hat{b}, \hat{u})}$ de la matriz de símbolos que le corresponde usando

$$\check{\mathbf{W}}^{(\hat{b}, \hat{u})} = \mathbf{A}^{(\hat{b}, \hat{u})} \mathbf{Y}^{(\hat{b}, \hat{u})} \mathbf{B}^{(\hat{b}, \hat{u})} \quad (4.8)$$

$$= \mathbf{A}^{(\hat{b}, \hat{u})} \mathbf{H}^{(\hat{b}, \hat{u})} \mathbf{P}^{(\hat{b}, \hat{u})} \mathbf{W}^{(\hat{b}, \hat{u})} \mathbf{Q}^{(\hat{b}, \hat{u})} \mathbf{B}^{(\hat{b}, \hat{u})} \quad (4.9)$$

$$+ \mathbf{A}^{(\hat{b}, \hat{u})} \mathbf{H}^{(\hat{b}, \hat{u})} \sum_{u \neq \hat{u}} \mathbf{P}^{(\hat{b}, u)} \mathbf{W}^{(\hat{b}, u)} \mathbf{Q}^{(\hat{b}, u)} \mathbf{B}^{(\hat{b}, \hat{u})} \quad (4.10)$$

$$+ \mathbf{A}^{(\hat{b}, \hat{u})} \sum_{b \neq \hat{b}} \mathbf{H}^{(b, \hat{u})} \sum_{u=1}^{U_b} \mathbf{P}^{(b, u)} \mathbf{W}^{(b, u)} \mathbf{Q}^{(b, u)} \mathbf{B}^{(\hat{b}, \hat{u})}. \quad (4.11)$$

La matriz de premultiplicación $\mathbf{A}^{(\hat{b}, \hat{u})}$ tiene dimensiones $C_{\hat{u}} \times 2N$, mientras que la matriz de posmultiplicación $\mathbf{B}^{(\hat{b}, \hat{u})}$ tiene dimensiones $q \times q_{\hat{u}}$. Ambas cumplen con la función de eliminar las columnas sobre las cuales se alinea la interferencia, y de esa manera restituir la cantidad original de símbolos transmitidos en el cuadro.

4.3. Conclusiones

Las técnicas de alineamiento de interferencia permiten definir un espacio de señales que es usado de una manera eficiente por todos los transmisores que integran el sistema. No obstante, la complejidad de implementación y para obtener la información que posibilita alcanzar el alineamiento es un aspecto no menor, que seguramente demorará

la aplicación de estas técnicas en sistemas reales.

A priori, la estructura de las transmisiones que usan símbolos OFDM resultan atractivas para alinear la interferencia en la porción del prefijo cíclico. Esto se debe a que esa parte de las señales está destinada a contener la interferencia entre símbolos consecutivos, y de hecho se descarta en el proceso de recepción. Sin embargo se ha demostrado aquí que este subespacio de señal no es apto para suprimir toda la interferencia proveniente de múltiples celdas que interfieren con la señal deseada.

Por este motivo se ha propuesto un modelo de señal que amplía las dimensiones de señales al considerar todo un cuadro OFDM en el cual podría realizarse el alineamiento de interferencias. Este modelo mantiene compatibilidad con la estructura de señales usada en los estándares LTE y LTE-A, por lo que resulta atractivo para brindar una solución mejorada a la problemática de las interferencias en las redes heterogéneas. El Capítulo siguiente se encarga de analizar la factibilidad de IA usando el modelo presentado aquí.

Capítulo 5

Alineamiento de interferencias en redes heterogéneas

En los sistemas inalámbricos heterogéneos se da una gran diversidad de escenarios con señales que interfieren entre sí. Por este motivo, estas redes son un entorno ideal para aplicar el concepto de IA. Existen numerosos trabajos que buscan resolver los desafíos planteados por estas nuevas estructuras de sistemas de comunicaciones, haciendo uso de recursos y estrategias variadas para alinear y reducir el impacto negativo de la interferencia. Así se logra aprovechar más eficientemente los recursos y aumentar las tasas de transferencia obtenidas.

A la hora de implementar un esquema de IA en una red debe tenerse en cuenta que la información necesaria en cada nodo para generar el alineamiento perfecto crece desproporcionadamente con el aumento de usuarios y estaciones base. En consecuencia, tanto la adquisición como la difusión de esta información básica para el alineamiento pueden resultar muy costosas y aumentar en exceso la señalización de control en el sistema. Por este motivo se han desarrollado alternativas que permiten alcanzar el alineamiento mediante procesos denominados ciegos. Éstos son empleados luego en redes cuyos esquemas de transmisión y recepción se determinan por la convergencia de un proceso adaptativo que requiere menores volúmenes de información. En [45] se plantea un esquema de IA ciego en una red MIMO formada por una macrocelda con K usuarios en su zona de cobertura, la cual está además superpuesta con K femtoceldas sirviendo cada una a un suscriptor. Mediante la conmutación de las antenas entre intervalos temporales logran el alineamiento ciego de interferencias, igualando los GdL de un esquema con conocimiento perfecto de los canales.

Sin embargo, no siempre resulta imperioso considerar absolutamente todos los enlaces de interferencia en una red al diseñar el esquema de alineamiento. Si para un terminal sólo un subconjunto de señales generan interferencia con niveles de potencia relevantes es posible excluir las demás fuentes para simplificar el análisis y la implementación de una solución basada en IA [46]. La aplicación de IA también se puede aprovechar para optimizar la asignación de usuarios en las distintas celdas respecto de

métodos convencionales, disponiendo de un canal de control con capacidad limitada para transmitir información actualizada acerca de las asignaciones [47]. Es así que un sistema híbrido IA/TDMA puede representar una solución de compromiso que permite aumentar la tasa de datos alcanzada en una red sin incrementar sobremanera la señalización de control [48].

Los trabajos existentes que implementan IA en redes heterogéneas hacen uso de extensiones de símbolos en el tiempo, espacio y frecuencia para lograr su objetivo. Sin embargo, no se han encontrado referencias que permitan observar una integración de todos estos dominios en los esquemas propuestos.

Este Capítulo desarrolla un concepto de IA que utiliza las múltiples dimensiones de los cuadros OFDM integrado a una solución preexistente del estándar. El método propuesto es destinado a resolver un problema concreto de interferencia entre celdas en distintos estratos de una red heterogénea. El alineamiento no depende de la utilización de antenas adicionales, y la estructura en tiempo y frecuencia de los símbolos empleados respeta lo definido en el estándar para mantener la compatibilidad con éste. En la primera Sección se presenta el modelo de señal utilizado para implementar el alineamiento. Luego se analiza la factibilidad del IA a partir de los parámetros de señales definidos para LTE-A, y se comparan los límites alcanzables con los que se obtendrían en el estándar.

5.1. Alineamiento de interferencias como alternativa a eI-CIC

En la versión 10 del estándar LTE-A se incluyó un mecanismo denominado expansión de rango de celda (CRE, *cell range expansion*). Éste fue ideado para liberar recursos en macroceldas con grandes números de usuarios suscriptos, y lo logra reasignando a algunos de ellos desde la celda congestionada hacia una picocelda en la periferia cuyo radio de cobertura es ampliado virtualmente para poder incorporarlos, tal como se muestra en la Fig. 5.1.

El aumento artificial del área de servicio de la picocelda se genera modificando en forma arbitraria un indicador de la potencia recibida por los terminales reasignados. Luego, éstos pasan a priorizar el servicio de la nueva celda por sobre el de la macrocelda ya que consideran beneficiosa la reasignación. Sin embargo, los usuarios en cuestión continúan recibiendo una señal de mayor potencia desde la macrocelda que perjudica la calidad de la nueva señal deseada proveniente de picocelda.

Para no generar esta interferencia, el mecanismo del estándar contempla que la macrocelda no transmita información en algunos subcuadros de los que componen el cuadro OFDM [14, 17]. En la Fig. 5.2 se muestra un esquema básico del funcionamiento de esta técnica, en la que un subcuadro sin interferencia de la macrocelda es denominado subcuadro protegido (ABS, *almost blank subframe*).

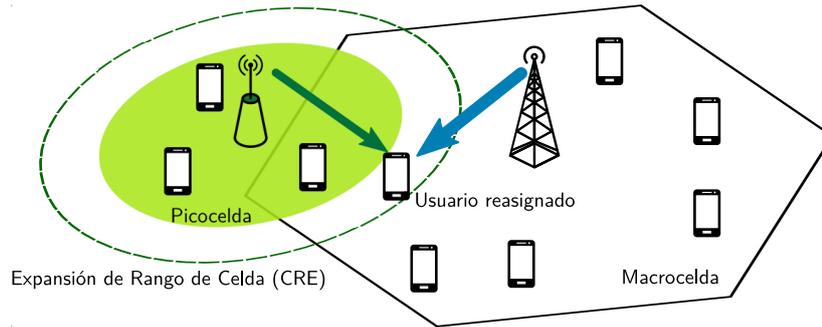


Figura 5.1: Un usuario de la macrocelda es asignado a una píccocelda adyacente mediante el mecanismo de *cell range expansion* (CRE). Pese a haber cambiado de celda aún recibe una señal más potente de la primera.

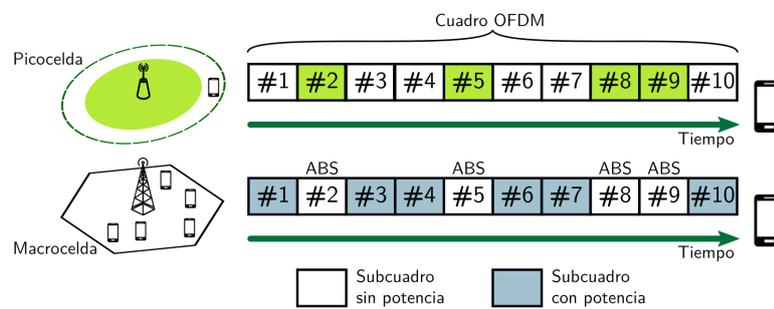


Figura 5.2: Esquema simplificado de la implementación de subcuadros protegidos (ABS). La macrocelda deja de transmitir en estas porciones del cuadro OFDM para no interferir a usuarios reasignados a la píccocelda, que transmite cuando la primera no lo hace.

La solución eICIC actual establece que la píccocelda puede servir a los usuarios posicionados en el rango extendido durante esos ABS. Sin embargo, esta solución no está exenta de costo para los usuarios de ambos estratos. Específicamente, aquellos que son reasignados a la píccocelda tienen una disponibilidad limitada de recursos para ser servidos por su nueva estación base, mientras que las transmisiones en la macrocelda siguen condicionadas por la existencia de esos usuarios reasignados y los recursos que posee no pueden aprovecharse plenamente [17]. Además, los cuadros ABS transmiten potencia en algunas portadoras de referencia que no pueden anularse completamente [17], por lo que hay un remanente de interferencia que afecta a los usuarios reasignados a pesar de implementar un mecanismo eICIC. Se evidencia así una clara necesidad de técnicas más eficientes para suprimir interferencias en las futuras generaciones de comunicaciones móviles [7].

El esquema para proteger usuarios en el rango expandido de una píccocelda fue mejorado en la versión 11 del estándar LTE-A, y recibió el nombre FeICIC. Sin embargo, el mecanismo de base sigue siendo el mismo y no está exento de generar las mismas limitaciones de recursos a los usuarios en ambas celdas. Por este motivo es importante

desarrollar métodos más sofisticados que permitan transmitir mayores tasas de información a los usuarios reasignados en un contexto de interferencia muy potente, mientras que la disponibilidad de recursos para los demás terminales en ambas capas debe verse lo menos comprometida posible. Las técnicas de alineamiento de interferencia surgen entonces como una opción natural para resolver este desafío.

A continuación se presenta el análisis de factibilidad de IA para un escenario de una macrocelda con número arbitrario de usuarios y una picocelda que, mediante el mecanismo de CRE explicado más arriba, anexa uno o más usuarios de la primera. Para ello se hace uso del modelo de señal desarrollado en la Sección 4.2.

5.1.1. Factibilidad de alineamiento de interferencias en cuadros OFDM

Para analizar a continuación una situación en la cual el estándar aplica las técnicas eICIC se considera una macrocelda conteniendo U_M usuarios superpuesta con una picocelda que provee servicio a U_p terminales móviles, entre ellos U_r que fueron reasignados y que sufren interferencia de la primera celda. Debido al gran desbalance de potencias entre ambas estaciones base es válido suponer que únicamente los usuarios en situación de CRE sufren de interferencias intercelda, y entonces la aplicación del esquema de IA es innecesaria para los terminales que forman parte de la macrocelda. Por otra parte, las transmisiones a todos los usuarios en la picocelda deberán ser coordinadas por la solución de IA que se implemente en ella para proteger a los usuarios en el rango extendido. Aunque $U_p - U_r$ terminales de la picocelda no se encuentren en situación de CRE y la señal que reciben desde su base sea efectivamente más potente que la interferencia, ellos también deben adaptarse al esquema general de acceso al medio implementado en la celda a la cual están suscritos.

Gracias a estas premisas el análisis de ecuaciones de interferencia que deben igualarse a cero puede reducirse a las referidas exclusivamente a los usuarios en la celda más pequeña. A su vez, este conjunto de usuarios se subdivide en dos grupos: los que sufren interferencia intercelda y los que no. Además, ya que para los usuarios de la macrocelda no se hace una transmisión con IA, el total de variables disponibles para el diseño de las matrices de transmisión y recepción también se limita a las disponibles para los usuarios de la picocelda.

La factibilidad de IA se evalúa en el escenario planteado analizando los requisitos para que se cumplan las condiciones expuestas en la Sección 4.1, específicamente en la

estimación representado por las ecuaciones (4.8) a (4.11) que se reiteran a continuación

$$\check{\mathbf{W}}^{(\hat{b}, \hat{u})} = \mathbf{A}^{(\hat{b}, \hat{u})} \mathbf{Y}^{(\hat{b}, \hat{u})} \mathbf{B}^{(\hat{b}, \hat{u})} \quad (4.8 \text{ bis})$$

$$= \mathbf{A}^{(\hat{b}, \hat{u})} \mathbf{H}^{(\hat{b}, \hat{u})} \mathbf{P}^{(\hat{b}, \hat{u})} \mathbf{W}^{(\hat{b}, \hat{u})} \mathbf{Q}^{(\hat{b}, \hat{u})} \mathbf{B}^{(\hat{b}, \hat{u})} \quad (4.9 \text{ bis})$$

$$+ \mathbf{A}^{(\hat{b}, \hat{u})} \mathbf{H}^{(\hat{b}, \hat{u})} \sum_{u \neq \hat{u}} \mathbf{P}^{(\hat{b}, u)} \mathbf{W}^{(\hat{b}, u)} \mathbf{Q}^{(\hat{b}, u)} \mathbf{B}^{(\hat{b}, \hat{u})} \quad (4.10 \text{ bis})$$

$$+ \mathbf{A}^{(\hat{b}, \hat{u})} \sum_{b \neq \hat{b}} \mathbf{H}^{(b, \hat{u})} \sum_{u=1}^{U_b} \mathbf{P}^{(b, u)} \mathbf{W}^{(b, u)} \mathbf{Q}^{(b, u)} \mathbf{B}^{(\hat{b}, \hat{u})}. \quad (4.11 \text{ bis})$$

Por medio de estas ecuaciones se verifica la factibilidad en el escenario de dos celdas descrito más arriba. Para dicho análisis se considera que la información en la matriz $\mathbf{W}^{(\hat{b}, \hat{u})}$ debe preservarse en la operación (4.9), mientras que (4.10) y (4.11) deben anularse siempre. Al cumplirse estas condiciones se logra la estimación ideal de los símbolos mediante (4.8), y se obtiene

$$\check{\mathbf{W}}^{(\hat{b}, \hat{u})} = \mathbf{W}^{(\hat{b}, \hat{u})}.$$

Como se mencionó previamente, la celda y posición en la que se encuentren los usuarios pueden definir condiciones diversas para la señal e interferencias. En cada caso los significados de los términos en las ecuaciones (4.8) a (4.11) varían, por lo que primero se presenta a continuación el análisis correspondiente a éstos en forma separada, y se concluye luego el balance total para el escenario completo.

Condiciones para usuarios en el rango nominal de la picocelda:

Se considera en este caso que un usuario \hat{u} que recibe una señal con mayor potencia desde la picocelda \hat{b} hace uso de un número $q_{\hat{u}} \leq q$ de símbolos OFDM independientes por cuadro transmitido, y además que la señal puede ocupar libremente las $C \leq 2N$ subportadoras disponibles en el sistema. Para que se cumpla la primera condición del alineamiento, referida a la conservación de la información transmitida, el producto de las matrices correspondientes a la componente de señal deseada (4.9) debe tener rango suficiente para preservar los grados de libertad requeridos. Esto es expresado por

$$\text{rango} \left(\mathbf{A}^{(\hat{b}, \hat{u})} \mathbf{H}^{(\hat{b}, \hat{u})} \mathbf{P}^{(\hat{b}, \hat{u})} \mathbf{W}^{(\hat{b}, \hat{u})} \mathbf{Q}^{(\hat{b}, \hat{u})} \mathbf{B}^{(\hat{b}, \hat{u})} \right) = q_{\hat{u}}. \quad (5.1)$$

Para el usuario en cuestión las matrices $\mathbf{A}^{(\hat{b}, \hat{u})}$, $\mathbf{H}^{(\hat{b}, \hat{u})}$ y $\mathbf{P}^{(\hat{b}, \hat{u})}$ son cuadradas con $C \times C$ elementos, por lo que para cumplir con la condición anterior se deduce que éstas deben tener rango completo. Además, como la matriz del canal es fija en cada cuadro OFDM y posee estructura diagonal, su rango será completo siempre que el canal no sufra un desvanecimiento profundo en ninguna de las subportadoras.

Como en el alineamiento se debe producir una detección ideal de los símbolos, la acción conjunta de las matrices de precodificación $\mathbf{P}^{(\hat{b}, \hat{u})}$, de canal $\mathbf{H}^{(\hat{b}, \hat{u})}$ y de recepción

izquierda $\mathbf{A}^{(\hat{\mathbf{b}}, \hat{\mathbf{u}})}$ debe lograr que se mantenga inalterado cada uno de los $q_{\hat{\mathbf{u}}}$ símbolos en el cuadro. Esto significa que en (5.1) debe cumplirse que

$$\begin{aligned}\mathbf{A}^{(\hat{\mathbf{b}}, \hat{\mathbf{u}})} \mathbf{H}^{(\hat{\mathbf{b}}, \hat{\mathbf{u}})} \mathbf{P}^{(\hat{\mathbf{b}}, \hat{\mathbf{u}})} &= \mathbf{I}_C \\ \mathbf{P}^{(\hat{\mathbf{b}}, \hat{\mathbf{u}})} &= \left(\mathbf{A}^{(\hat{\mathbf{b}}, \hat{\mathbf{u}})} \mathbf{H}^{(\hat{\mathbf{b}}, \hat{\mathbf{u}})} \right)^{-1}.\end{aligned}$$

En esta igualdad se evidencia que en la recepción ideal las matrices de precodificación $\mathbf{P}^{(\hat{\mathbf{b}}, \hat{\mathbf{u}})}$ y de recepción $\mathbf{A}^{(\hat{\mathbf{b}}, \hat{\mathbf{u}})}$ están acopladas por medio de la del canal. Ambas deben diseñarse en forma conjunta siguiendo algún criterio de interés particular en la implementación práctica, como pueden serlo la minimización del ruido efectivo en el receptor o la maximización de la tasa total de transferencia en el sistema. El diseño conjunto de ambas matrices es equivalente a la selección de C^2 variables independientes.

Luego, por las dimensiones de las tres matrices en el producto dado por

$$\mathbf{W}^{(\hat{\mathbf{b}}, \hat{\mathbf{u}})} \mathbf{Q}^{(\hat{\mathbf{b}}, \hat{\mathbf{u}})} \mathbf{B}^{(\hat{\mathbf{b}}, \hat{\mathbf{u}})}$$

en (5.1) se advierte que todas ellas deben tener rango máximo e igual a $q_{\hat{\mathbf{u}}}$. Además, la dispersión de símbolos realizada mediante $\mathbf{Q}^{(\hat{\mathbf{b}}, \hat{\mathbf{u}})}$ debe ser compensada en el receptor usando $\mathbf{B}^{(\hat{\mathbf{b}}, \hat{\mathbf{u}})}$, lo que implica

$$\mathbf{Q}^{(\hat{\mathbf{b}}, \hat{\mathbf{u}})} \mathbf{B}^{(\hat{\mathbf{b}}, \hat{\mathbf{u}})} = \mathbf{I}_{q_{\hat{\mathbf{u}}}}.$$

En consecuencia, la matriz de recepción $\mathbf{B}^{(\hat{\mathbf{b}}, \hat{\mathbf{u}})}$ queda completamente definida una vez que se selecciona la matriz de poscodificación $\mathbf{Q}^{(\hat{\mathbf{b}}, \hat{\mathbf{u}})}$. Esta última ofrece $q_{\hat{\mathbf{u}}}(q - q_{\hat{\mathbf{u}}})$ variables independientes para su diseño [36], lo que puede hacerse siguiendo algún criterio de optimización que mantenga invariable el espacio de señal elegido para el usuario $\hat{\mathbf{u}}$.

Entonces, al considerar todas las matrices de transmisión y recepción indicadas en la condición (5.1), se observa que para cada usuario $\hat{\mathbf{u}}$ de la picocelda que no sufre de interferencia intercelda existe un total de $\mathcal{N}_v^{(\hat{\mathbf{u}})} = C^2 + q_{\hat{\mathbf{u}}}(q - q_{\hat{\mathbf{u}}})$ variables para diseñar el enlace con su estación base $\hat{\mathbf{b}}$.

Por otra parte, el alineamiento de la interferencia es exitoso para este conjunto de usuarios si desde el punto de vista de cada uno de ellos se cumple la condición de ecuaciones homogéneas de la Sección 4.1 para las señales intracelda. Para cada usuario en el rango nominal de la picocelda esto implica $U_p - 1$ instancias de la siguiente expresión

$$\mathbf{A}^{(\hat{\mathbf{b}}, \hat{\mathbf{u}})} \mathbf{H}^{(\hat{\mathbf{b}}, \hat{\mathbf{u}})} \mathbf{P}^{(\hat{\mathbf{b}}, \hat{\mathbf{u}})} \mathbf{W}^{(\hat{\mathbf{b}}, \hat{\mathbf{u}})} \mathbf{Q}^{(\hat{\mathbf{b}}, \hat{\mathbf{u}})} \mathbf{B}^{(\hat{\mathbf{b}}, \hat{\mathbf{u}})} = \mathbf{0}, \quad \forall \mathbf{u} \neq \hat{\mathbf{u}} \in \{U_p\}. \quad (5.2)$$

Por las dimensiones de $\mathbf{A}^{(\hat{\mathbf{b}}, \hat{\mathbf{u}})}$ y $\mathbf{B}^{(\hat{\mathbf{b}}, \hat{\mathbf{u}})}$, la igualdad planteada equivale a un sistema de $Cq_{\hat{\mathbf{u}}}$ ecuaciones homogéneas por cada enlace de interferencia intracelda sufrida por un usuario no reasignado en la celda $\hat{\mathbf{b}}$. Sumando todos los enlaces se obtiene un total de $\mathcal{N}_e^{(\hat{\mathbf{u}})} = (U_p - 1) Cq_{\hat{\mathbf{u}}}$ ecuaciones a ser satisfechas para el terminal $\hat{\mathbf{u}}$.

Condiciones para usuarios en el rango extendido de la picocelda:

Los requerimientos de cancelamiento de interferencias intracelda para un usuario reasignado $\hat{u}_r \in \{U_r\}$ se expresan de la misma manera que en el caso de los usuarios no reasignados. Es así que se llega a la una expresión similar a (5.2) para estos terminales

$$\mathbf{A}^{(\hat{b}, \hat{u}_r)} \mathbf{H}^{(\hat{b}, \hat{u}_r)} \mathbf{P}^{(\hat{b}, \hat{u})} \mathbf{W}^{(\hat{b}, \hat{u})} \mathbf{Q}^{(\hat{b}, \hat{u})} \mathbf{B}^{(\hat{b}, \hat{u}_r)} = \mathbf{0}, \quad \forall \mathbf{u} \in \{U_p\} \wedge \mathbf{u} \neq \hat{u}_r, \quad (5.3)$$

con la diferencia de que ahora se obtiene para cada usuario reasignado un conjunto de $C_{\hat{u}_r} q_{\hat{u}_r}$ ecuaciones que deben igualarse a cero por cada uno de los $(U_p - 1)$ enlaces de interferencia que proviene de la misma estación base \hat{b} . El número de subportadoras $C_{\hat{u}_r}$ en las que pueden recibir información los usuarios en la situación de CRE es menor que para los demás en la celda. La causa de ello es que la macrocelda interferente no implementa el esquema de IA y sus emisiones ocupan todo el espacio de señales. Los terminales afectados deben destinar recursos para proyectar esta interferencia en ellos, lo que se traduce en una reducción de la cantidad de subportadoras disponibles para transmitir flujos de información independientes.

Lo antedicho se evidencia mediante el análisis de la interferencia intercelda que sufre el receptor \hat{u}_r , dada por (4.11). La sumatoria en esa expresión se puede agrupar en una sola señal de interferencia resultante, ya que desde la perspectiva del alineamiento de interferencias todas las emisiones de la macrocelda $\mathbf{b} \neq \hat{b}$ son independientes, no coordinadas y usan todo el espacio de señales. Entonces se puede escribir que ese término resulta igual a

$$\mathbf{A}^{(\hat{b}, \hat{u}_r)} \sum_{\mathbf{b} \neq \hat{b}} \mathbf{H}^{(\mathbf{b}, \hat{u}_r)} \sum_{\mathbf{u}=1}^{U_{\hat{b}}} \mathbf{P}^{(\mathbf{b}, \mathbf{u})} \mathbf{W}^{(\mathbf{b}, \mathbf{u})} \mathbf{Q}^{(\mathbf{b}, \mathbf{u})} \mathbf{B}^{(\hat{b}, \hat{u}_r)} = \mathbf{A}^{(\hat{b}, \hat{u}_r)} \mathbf{Y}_{int}^{(\mathbf{b}, \hat{u}_r)} \mathbf{B}^{(\hat{b}, \hat{u}_r)}, \quad (5.4)$$

donde $\mathbf{Y}_{int}^{(\mathbf{b}, \hat{u}_r)}$ es la interferencia total desde la macrocelda que percibe el usuario reasignado \hat{u}_r . Esta matriz se puede descomponer en valores singulares como a continuación

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}_{int}^{(\mathbf{b}, \hat{u}_r)} &= \mathbf{U} \mathbf{\Sigma} \mathbf{V}^H \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{U}_1 & \mathbf{U}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{\Sigma}' \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{V}^H \\ &= \mathbf{U}_1 \mathbf{\Sigma}' \mathbf{V}^H, \end{aligned}$$

en la que \mathbf{U} y \mathbf{V} son matrices unitarias, y $\mathbf{\Sigma}$ es la matriz compuesta por un bloque $\mathbf{\Sigma}'$ de tamaño $q \times q$ con los valores singulares en la diagonal y $C - q$ filas con ceros por debajo.

Insertando esta descomposición de la interferencia intercelda en (5.4), e igualándola a cero para expresar su anulación, se produce la siguiente igualdad

$$\mathbf{A}^{(\hat{b}, \hat{u}_r)} \mathbf{Y}_{int}^{(\mathbf{b}, \hat{u}_r)} \mathbf{B}^{(\hat{b}, \hat{u}_r)} = \mathbf{A}^{(\hat{b}, \hat{u}_r)} \mathbf{U}_1 \mathbf{\Sigma}' \mathbf{V}^H \mathbf{B}^{(\hat{b}, \hat{u}_r)} = \mathbf{0}. \quad (5.5)$$

Se obtiene así un sistema de $C_{\hat{u}_r} q_{\hat{u}_r}$ ecuaciones homogéneas que deben cumplirse simultáneamente. Estas se suman a las $(U_p - 1)$ que se obtuvieron del requisito para anular la interferencia intracelda expresado previamente en (5.3), haciendo un total de ecuaciones por usuario relocalizado igual a

$$\mathcal{N}_e^{(\hat{u}_r)} = (U_p - 1)C_{\hat{u}_r} q_{\hat{u}_r} + C_{\hat{u}_r} q_{\hat{u}_r} = U_p C_{\hat{u}_r} q_{\hat{u}_r}.$$

Por otra parte, si se requiere que las matrices de recepción izquierda $\mathbf{A}^{(\hat{b}, \hat{u}_r)}$ y derecha $\mathbf{B}^{(\hat{b}, \hat{u}_r)}$ tengan rango completo (requisito que será confirmado más adelante) la única forma de que se cumpla la igualdad (5.5) es que las filas de $\mathbf{A}^{(\hat{b}, \hat{u}_r)}$ sean ortogonales a las q columnas de \mathbf{U}_1 . Por ello, sus filas se pueden diseñar usando combinaciones lineales de las $C - q$ columnas de \mathbf{U}_2 como a continuación

$$\mathbf{A}^{(\hat{b}, \hat{u}_r)} = \left(\mathbf{U}_2 \mathcal{A}^{(\hat{b}, \hat{u}_r)} \right)^T = \left(\mathcal{A}^{(\hat{b}, \hat{u}_r)} \right)^T \mathbf{U}_2^T. \quad (5.6)$$

La matriz auxiliar $\mathcal{A}^{(\hat{b}, \hat{u}_r)}$ que realiza la combinación lineal entre las columnas de \mathbf{U}_2 ofrece un máximo de $C_{\hat{u}_r}^2 = (C - q)^2$ grados de libertad para diseñar $\mathbf{A}^{(\hat{b}, \hat{u}_r)}$.

Habiendo establecido las condiciones para eliminar interferencias en terminales relocalizados originadas tanto dentro como fuera de la picocelda, resta plantear los requisitos para que la recepción sea efectuada sin pérdida de información mediante $\mathbf{A}^{(\hat{b}, \hat{u}_r)}$ y $\mathbf{B}^{(\hat{b}, \hat{u}_r)}$. Esto es expresado por la igualdad

$$\text{rango} \left(\mathbf{A}^{(\hat{b}, \hat{u}_r)} \mathbf{H}^{(\hat{b}, \hat{u}_r)} \mathbf{P}^{(\hat{b}, \hat{u}_r)} \mathbf{W}^{(\hat{b}, \hat{u}_r)} \mathbf{Q}^{(\hat{b}, \hat{u}_r)} \mathbf{B}^{(\hat{b}, \hat{u}_r)} \right) = q_{\hat{u}_r}. \quad (5.7)$$

Para garantizar la recepción ideal se debe cumplir que los productos entre matrices a la izquierda y derecha de la matriz con símbolos $\mathbf{W}^{(\hat{b}, \hat{u}_r)}$ produzcan ambas matrices identidad de dimensiones adecuadas. Ya se determinó que $\mathbf{A}^{(\hat{b}, \hat{u}_r)}$ posee rango completo, y además la misma condición es satisfecha por la matriz diagonal del canal. Por ello, la matriz de premultiplicación $\mathbf{P}^{(\hat{b}, \hat{u}_r)}$ empleada en la picocelda debe ser tal que

$$\mathbf{P}^{(\hat{b}, \hat{u}_r)} = \left(\mathbf{H}^{(\hat{b}, \hat{u}_r)} \right)^{-1} \left(\mathbf{A}^{(\hat{b}, \hat{u}_r)} \right)^H \left[\mathbf{A}^{(\hat{b}, \hat{u}_r)} \left(\mathbf{A}^{(\hat{b}, \hat{u}_r)} \right)^H \right]^{-1},$$

con lo cual $\mathbf{P}^{(\hat{b}, \hat{u}_r)}$ resulta definida por las mismas $(C - q)^2$ variables que se utilizan para diseñar $\mathbf{A}^{(\hat{b}, \hat{u}_r)}$.

De manera similar, el producto entre $\mathbf{Q}^{(\hat{b}, \hat{u}_r)}$ y $\mathbf{B}^{(\hat{b}, \hat{u}_r)}$ en (5.7) produce una matriz identidad $\mathbf{I}_{q_{\hat{u}_r}}$ si ambas matrices se encuentran relacionadas por la expresión

$$\mathbf{Q}^{(\hat{b}, \hat{u}_r)} = \left[\left(\mathbf{A}^{(\hat{b}, \hat{u}_r)} \right)^H \mathbf{B}^{(\hat{b}, \hat{u}_r)} \right]^{-1} \left(\mathbf{A}^{(\hat{b}, \hat{u}_r)} \right)^H.$$

Entonces, para cada usuario reasignado hacia la picocelda el diseño simultáneo de $\mathbf{B}^{(\hat{b}, \hat{u}_r)}$ y $\mathbf{Q}^{(\hat{b}, \hat{u}_r)}$ ofrece $q_{\hat{u}_r} (q - q_{\hat{u}_r})$ variables independientes adicionales a las usadas

en las matrices de premultiplicación. Para diseñar el enlace de un terminal reasignado \hat{u}_r con su estación base se obtiene un total de $\mathcal{N}_v^{(\hat{u}_r)} = (C - q)^2 + q_{\hat{u}_r} (q - q_{\hat{u}_r})$ variables.

Balance total de ecuaciones y variables de diseño:

El alineamiento de interferencias posee alguna solución para una configuración de red particular si el total de variables independientes disponibles para el diseño de las matrices en el sistema es mayor o igual que la cantidad total de ecuaciones homogéneas que deben satisfacerse para anular las interferencias. Sumando las ecuaciones de alineamiento y variables de diseño para cada usuario obtenidas en los análisis anteriores se obtiene que es factible implementar IA si

$$\begin{aligned} \sum_{u \in \{U_p\}} \mathcal{N}_e^{(u)} &\leq \sum_{u \in \{U_p\}} \mathcal{N}_v^{(u)} \\ \sum_{\hat{u} \in \{U_p\}, \hat{u} \neq \hat{u}_r} (U_p - 1) C q_{\hat{u}} + \sum_{\hat{u}_r \in \{U_r\}} U_p (C - q) q_{\hat{u}_r} &\leq \sum_{\hat{u} \in \{U_p\}, \hat{u} \neq \hat{u}_r} C^2 + q_{\hat{u}} (q - q_{\hat{u}}) \\ &\quad + \sum_{\hat{u}_r \in \{U_r\}} (C - q)^2 + q_{\hat{u}_r} (q - q_{\hat{u}_r}). \end{aligned}$$

Para un sistema en el cual todos los usuarios de la picocelda usan la misma cantidad de símbolos por cuadro $q_{\hat{u}} = q_{\hat{u}_r} = q_u$, la expresión anterior se simplifica a

$$U_p q_u^2 + [(U_p - U_r) (U_p - 1) C + U_r U_p (C - q) - U_p q] q_u \leq (U_p - U_r) C^2 + U_r (C - q)^2. \quad (5.8)$$

Esta última expresión indica que la cantidad de símbolos q_u que cada uno de ellos puede recibir usando IA está acotada a un rango dado por un polinomio cuadrático. Se puede tomar el miembro izquierdo de (5.8) e igualarlo a cero, para obtener

$$U_p q_u^2 + [(U_p - U_r) (U_p - 1) C + U_r U_p (C - q) - U_p q] q_u = 0. \quad (5.9)$$

Esta parábola tiene una raíz localizada en $q_u = 0$, y otra que es negativa si

$$(U_r + 1) q < C (U_p + 1) - q.$$

En general, los sistemas de comunicaciones que transmiten cuadros OFDM se diseñan con $C \gg q$, y como además $U_p \geq U_r$, se observa que esta desigualdad se cumple siempre.

Los valores de $q_u > 0$ que satisfacen (5.8) están delimitados por la abscisa para la cual la rama derecha de la parábola (5.9) tiene ordenada dada por el miembro derecho de (5.8). Dichas soluciones, además, no pueden ser mayores que q . La Fig. 5.3 muestra el rango de soluciones válidas para la desigualdad (5.8) en un sistema con $C = 16$ subportadoras y cuadro de tamaño $q = 8$, existiendo una picocelda que tiene un total de dos usuarios y encontrándose uno de ellos en la zona de CRE. En el caso retratado,

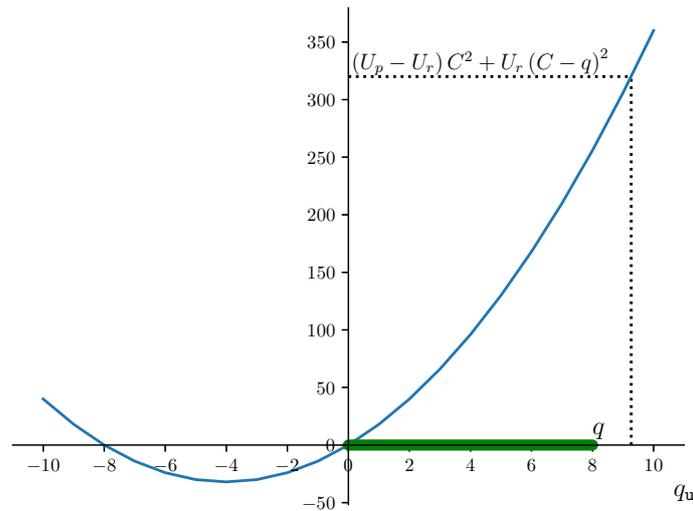


Figura 5.3: Parábola del miembro izquierdo de la desigualdad (5.8) para un sistema que emplea $C = 16$ subportadoras y cuadros con $q = 8$ símbolos OFDM, cuando hay $U_p = 2$ usuarios en la picocelda con uno de ellos habiendo sido reasignado desde la macrocelda ($U_r = 1$). En este caso los usuarios de la picocelda pueden usar libremente todos los símbolos OFDM en el cuadro.

la máxima cantidad q_u de símbolos OFDM asignados a los usuarios de la picocelda equivale al tamaño del cuadro, ya que la abscisa positiva para el miembro derecho de (5.8) es mayor que q .

Para replicar los parámetros de los sistemas LTE presentados en el Capítulo 2 se hicieron cálculos de las cantidades máximas de símbolos q_u según (5.8) asignables a los usuarios de una picocelda con entre $U_p = 1$ y $U_p = 32$ usuarios, estando sólo uno de ellos posicionado en el rango extendido de la celda. Se evaluaron además diversas dimensiones q de cuadros OFDM, transportando símbolos con $C = 1024$ subportadoras y prefijo cíclico de longitud $L_p = 72$.

Los resultados de estos cálculos se representan en la Fig. 5.4. En ella también se retratan con líneas punteadas cuántos serían los símbolos asignados a cada usuario si se implementase una estrategia de acceso múltiple TDMA, en la cual se basan las técnicas eICIC y FeICIC y que surgen de dividir la cantidad de símbolos disponibles en el cuadro por el número de usuarios conectados U_p . Los valores obtenidos usando ambos métodos se redondearon hacia el entero inmediato inferior.

Se observa en los resultados que el esquema propuesto permite transmitir $q_u = q$ símbolos para cargas moderadas y bajas de usuarios en las celdas, y que el máximo posible de símbolos por cuadro OFDM decrece a partir de cierto número de terminales, convergiendo a una misma curva para todos los valores de q . De todas maneras, al contrastar el desempeño de IA con el acceso por división en tiempo que implementa eICIC se puede ver que siempre es superior la disponibilidad de símbolos por usuario en el primer caso.

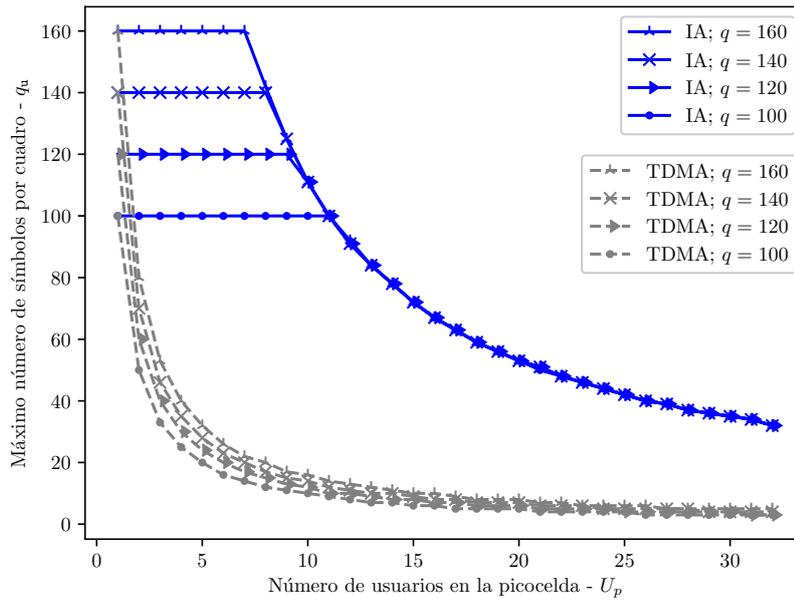


Figura 5.4: Número máximo q_u de símbolos disponibles en un cuadro de longitud q para cada usuario de una picocelda implementando alineamiento de interferencia (IA) o división en tiempo (TDMA).

La Fig. 5.5 muestra los mismos resultados, pero en términos de proporción del cuadro OFDM disponible para cada móvil en la celda. Cuando $U_r = U_p = 1$, el único terminal en la celda puede usar todo el cuadro OFDM. A medida que se incorporan más usuarios a la celda se pueden transmitir menos símbolos con información por cuadro. Esa cantidad decae muy rápidamente con las técnicas de TDMA. En cambio, con IA es posible mantener la máxima disponibilidad, y la caída de recursos para la transmisión en la celda comienza a verse recién cuando hay cerca de diez usuarios siendo atendidos. Esta caída sucede más rápidamente cuando se transmiten más símbolos en los cuadros OFDM. Aunque en primera instancia esto parece contraintuitivo, se debe a que al aumentar q se reduce en forma cuadrática el número de variables libres $(C - q)^2$ para diseñar las matrices de recepción izquierda $\mathbf{A}^{(\hat{b}, \hat{u}_r)}$ de los usuarios reasignados.

Los resultados muestran que los métodos de IA ofrecen el potencial de incrementar la cantidad efectiva de símbolos utilizados por cada usuario aprovechando los mismos recursos iniciales, lo que se traduce en un crecimiento de la tasa de transmisión en la red. Además, al usarse IA en la picocelda, la macrocelda no necesita anular subcuadros para proteger a los usuarios reasignados en la zona expandida de la primera. Entonces ambas celdas pueden hacer uso pleno de sus recursos y optimizar el servicio a sus móviles.

Las consecuencias de variar la proporción de terminales en la zona de CRE respecto del total de usuarios U_p suscritos a la picocelda se muestran en la Fig. 5.6. Estas gráficas se obtuvieron con los mismos parámetros de sistema que en el caso anterior, fijando $U_p = 32$ y variando U_r entre cero y $U_r = U_p = 32$.

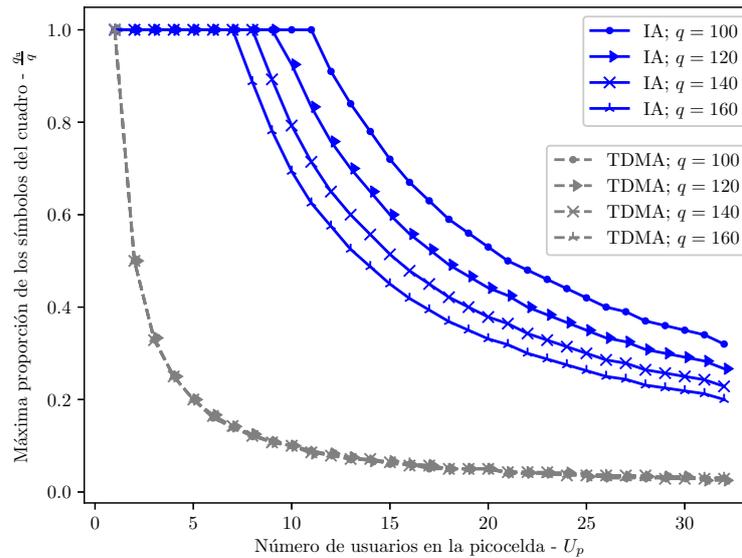


Figura 5.5: Proporción máxima del cuadro OFDM disponible para cada usuario de una picocelda implementando alineamiento de interferencia (IA) o división en tiempo (TDMA).

Las curvas evidencian el contraste en cuanto a disponibilidad de recursos entre las técnicas IA y TDMA. Por más que crezca sensiblemente la proporción de usuarios en la zona de CRE, el método de IA logra mantener prácticamente inalterados los recursos para enviarles información. Las técnicas de eICIC permiten emplear uno o más fragmentos de alrededor del 10% del cuadro OFDM para los usuarios que ingresan al CRE [17], pero eso impacta negativamente en los recursos de los cuales pueden disponer tanto la macrocelda como el resto de los usuarios en la picocelda.

La Fig. 5.7 muestra la proporción recursos disponibles por usuario a medida que un mayor número de ellos se localiza en la zona de CRE. Con las técnicas de IA se permite asignar el equivalente a entre un tercio y un quinto de los recursos para cada uno de los $U_p = 32$ usuarios, contra la fracción de $1/U_p = 1/32$ de recursos que se obtienen cuando éstos se dividen equitativamente en el tiempo. Se observa que la disponibilidad relativa de recursos disminuye cuanto mayor es la longitud q del cuadro OFDM, lo que está de acuerdo con lo observado en los resultados anteriores.

5.2. Aspectos de la implementación del alineamiento de interferencias en cuadros OFDM

En la Sección anterior se ha demostrado que la aplicación del método de alineamiento de interferencias propuesto ofrece una forma eficiente para aprovechar los recursos en las transmisiones de cuadros OFDM cuando un subconjunto de usuarios se encuentra sujeto a situaciones de interferencia. Sin embargo, la implementación de esta solución tiene costos asociados que pueden limitar su aplicación en ciertas situaciones.

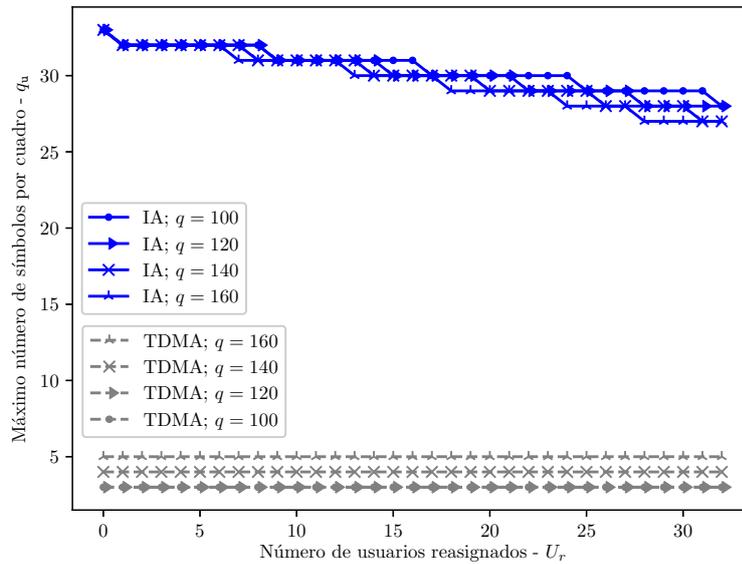


Figura 5.6: Número máximo q_u de símbolos disponibles en un cuadro de longitud q a medida que se incorporan usuarios al CRE de una picocelda que usa alineamiento de interferencia (IA) o división en tiempo (TDMA).

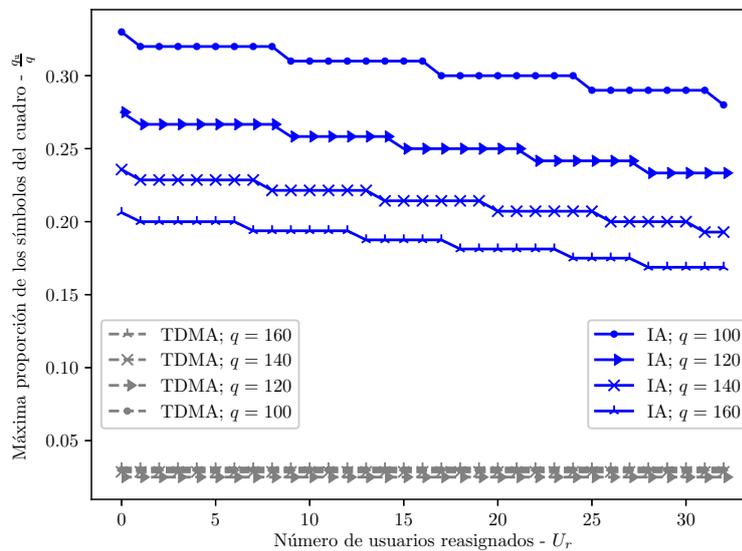


Figura 5.7: Proporción máxima de los q símbolos por cuadro OFDM disponible para cada usuario de una picocelda implementando alineamiento de interferencia (IA) o división en tiempo (TDMA) a medida que ingresan usuarios a la celda mediante CRE.

En primer lugar, para la solución IA se requiere un conocimiento global de los canales, tanto los de enlace como los de interferencia. Se puede transmitir esa información usando una red de infraestructura hasta la estación base, la se cual encarga de diseñar las matrices de transmisión que alcanzan el alineamiento de interferencias para todos los usuarios. Luego debe enviarse esa información a cada receptor de modo que pueda procesar correctamente la combinación de señales recibidas para eliminar la interferencia. Todo esto supone una carga y procesamiento adicional en el sistema que puede resultar nada despreciable e introducir una situación de compromiso entre costos y beneficios obtenidos.

Por otra parte, las matrices $\mathbf{A}^{(\hat{\mathbf{b}}, \hat{\mathbf{u}}_r)}$ que eliminan la interferencia intercelda en los usuarios reasignados se calculan según (5.6), que usa información sobre la descomposición en valores singulares de la señal que se quiere anular. Esto implica conocer información previa sobre la interferencia en los receptores, por lo que la implementación práctica no resulta trivial. Se puede resolver este desafío sabiendo que los usuarios reasignados formaban parte de la macrocelda, y que aún al pasar a ser servidos por una nueva estación base reciben una señal más potente de la anterior. Esto no sólo es favorable para conocer el canal de la interferencia intercelda, sino que se puede hacer uso de información sobre la gestión de recursos y señalización en su antigua celda para estimar y suprimir esa señal indeseada.

También debe contemplarse el hecho de que con la técnica propuesta de IA los usuarios en la picocelda sufren de latencia en el proceso de recepción, ya que deben esperar a que arribe todo el cuadro OFDM para iniciar el proceso de alineamiento de interferencias y decodificación de la información. Además, como se ve en la Fig. 5.4, cuando se supera cierta cantidad de terminales en la celda es indistinto el número total de símbolos en el cuadro, ya que la disponibilidad de recursos por receptor converge a una misma curva para distintos valores de q . Ambas situaciones tornan deseable limitar las longitudes q de cuadros OFDM empleados.

Considerando todos estos aspectos se puede determinar que si en la picocelda se establece una estrategia de IA en cuadros OFDM cuyas longitudes son fragmentos de los que emplea la macrocelda agresora sería posible implementar una estimación adaptativa del subespacio de la interferencia intercelda que sufren los usuarios en el CRE. De este modo se puede obtener una solución de compromiso que facilite el cálculo de las matrices de precodificación, que reduzca la latencia en la picocelda, pero que además no impacte negativamente en la tasa efectiva de símbolos transmitida a cada terminal suscrita a ella.

5.3. Comparación del desempeño de IA con técnicas eICIC

En esta Sección se presentan los resultados de una comparación del método de IA propuesto con soluciones de supresión de interferencias estándar. Estas comparaciones fueron realizadas mediante simulaciones computacionales considerando un contexto de celdas heterogéneas.

Los estándares LTE y LTE-A usan ICIC y evoluciones de éste para combatir la interferencia, los cuales son esencialmente métodos basados en TDMA. Por este motivo se elige esta estrategia de acceso múltiple como referencia para contrastar el desempeño relativo del alineamiento de interferencias.

Por otra parte, como ejemplo de aplicación de IA sobre cuadros OFDM se emplea el método alineamiento de interferencias por dispersión sobre símbolos (*SS-IA, symbol-spreading interference alignment*) publicado en [2]. En éste se dispersan los símbolos sobre todo el cuadro OFDM del mismo modo que en el modelo presentado previamente en la Sección 4.2.2 y analizado en el presente Capítulo. No obstante, y a diferencia del modelo usado aquí, SS-IA considera que todas las subportadoras del sistema contienen información independiente. En lugar de reservar algunas de ellas como fuente de dimensiones para alinear interferencia, SS-IA utiliza las L_p muestras temporales del prefijo cíclico de los símbolos OFDM. No hay contradicción con el resultado de la Sección 4.2.1 ya que las dimensiones adicionales ofrecidas por el cuadro OFDM son las que vuelven factible esta estrategia de alineamiento, y éste no se logra gracias al prefijo cíclico únicamente.

De acuerdo con esto, el modelo de señal recibida que se emplea en SS-IA es [2]

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}^{(\hat{u})} &= \sum_{b=1}^B \mathbf{H}^{(b,\hat{u})} \sum_{u=1}^{U_b} \mathbf{P}^{(b,u)} \mathbf{S}^{(b,u)} \mathbf{Q}^{(b,u)} \\ &= \mathbf{H}^{(\hat{b},\hat{u})} \mathbf{P}^{(\hat{b},\hat{u})} \mathbf{S}^{(\hat{b},\hat{u})} \mathbf{Q}^{(\hat{b},\hat{u})} \\ &\quad + \mathbf{H}^{(\hat{b},\hat{u})} \sum_{u \neq \hat{u}} \mathbf{P}^{(\hat{b},u)} \mathbf{S}^{(\hat{b},u)} \mathbf{Q}^{(\hat{b},u)} \\ &\quad + \mathbf{H}^{(b,\hat{u})} \sum_{b=1}^B \sum_{u=1}^{U_b} \mathbf{P}^{(b,u)} \mathbf{S}^{(b,u)} \mathbf{Q}^{(b,u)} \mathbf{B}^{(\hat{b},\hat{u})}. \end{aligned}$$

Para este modelo las matrices de transmisión y recepción están definidas como en la Sección 4.2 del presente trabajo, con la salvedad de que las matrices de los canales $\mathbf{H}^{(b,\hat{u})}$ poseen estructura Toeplitz con las respuestas impulsivas en sus columnas, y las matrices $\mathbf{S}^{(b,u)}$ contienen las muestras de los símbolos OFDM en el dominio del tiempo, incluyendo el prefijo cíclico. Por lo tanto, el análisis de factibilidad presentado en la Sección 5.1.1 es válido para el modelo de señal de SS-IA siempre y cuando las transmisiones en éste no sufran de interferencia entre cuadros OFDM consecutivos.

El escenario empleado para la simulación se muestra en la Fig. 5.8, e incluye una

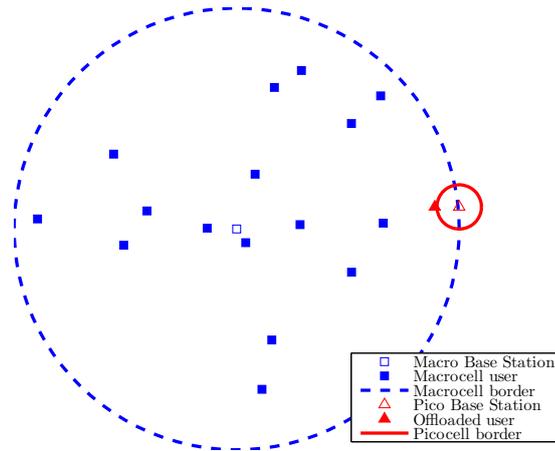


Figura 5.8: Escenario heterogéneo con superposición de una macrocelda con una picocelda. A esta última se le asigna un usuario de la primera mediante el mecanismo de CRE (reproducción de [2]).

macrocelda con $U_M = 16$ usuarios dispuestos aleatoriamente con distribución uniforme dentro del radio de cobertura de la celda. Además, una picocelda está localizada cerca de la macrocelda, pero lo suficientemente cerca como para que ambas zonas de cobertura estén parcialmente superpuestas. Dentro de esta zona con coexistencia de señales se sitúa un usuario que fue asignado a la picocelda mediante el mecanismo de CRE.

La dimensión de los cuadros OFDM seleccionada es de $q = 14$ símbolos con $C = 64$ subportadoras y prefijo cíclico de longitud $L_p = 7$. Cada realización del experimento genera nuevos canales con desvanecimiento Rayleigh para todos los enlaces, a los que se suma ruido aditivo blanco con distribución Gaussiana. Además se les agrega el modelo simplificado de decaimiento de potencia dado por [49]

$$P_r = P_t \mathcal{K} \left(\frac{\rho}{d^{(b,u)}} \right)^\gamma, \quad \text{donde} \quad \mathcal{K} = \left(\frac{\lambda}{4\pi\rho} \right)^2.$$

En esta expresión, P_r y P_t son las potencias recibida y transmitida respectivamente, ρ es el radio de la celda, $d^{(b,u)}$ es la distancia entre una estación base \mathbf{b} y el usuario \mathbf{u} , γ es el exponente de pérdida de potencia (fijado en $\gamma = 3,6$), y \mathcal{K} se obtiene para una longitud de onda $\lambda = 0,1$ m.

El usuario de la picocelda recibe una cantidad variable $q_{\hat{u}_r}$ de símbolos desde su estación base, mientras que la macrocelda transmite información o subcuadros protegidos a sus $U_M = 16$ usuarios según el sistema implemente SS-IA o eICIC respectivamente. En el primer caso, el usuario de la picocelda es el encargado de estimar las matrices de pre- y poscodificación y de enviar esa información a la estación de la picocelda para que adapte sus transmisiones cuadro tras cuadro. Cuando se implementa eICIC la ma-

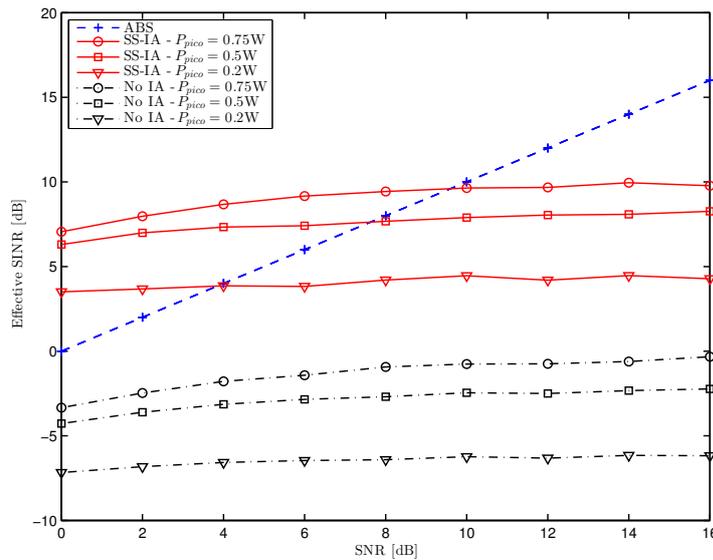


Figura 5.9: SINR efectiva promedio por símbolo OFDM recibido por el usuario de la picocelda cuando ésta transmite con P_{pico} variable en sistemas sin gestión de interferencia (No IA) y con técnicas ABS y SS-IA (reproducción de [2]).

crocelda no emite señal en los $q_{\bar{u}_r}$ últimos subcuadros, el usuario protegido los detecta automáticamente e informa a la picocelda sobre los símbolos en los que puede recibir información libre de interferencias.

La Fig. 5.9 muestra la relación señal a interferencia mas ruido (SINR, *signal-to-interference-plus-noise ratio*) promedio efectiva por cada símbolo OFDM transmitido al usuario reasignado, con $q_{\bar{u}} = 1$. Estos valores son alcanzados cuando la estación de la macrocelda transmite con $P_M = 40 W$ de potencia y la picocelda emite señales de $P_{pico} = 0,2 W$, $0,5 W$ y $0,75 W$. Con éstas, el receptor del usuario reasignado percibe niveles de interferencia respectivamente 6,3 dB, 2,3 dB, 0,5 dB y 0,5 dB superiores a la señal de interés.

En las curvas se exponen tanto los desempeños de las técnicas evaluadas como las potencias de señal que se obtendrían en un sistema sin gestión de interferencias. Para la técnica ABS, la SINR iguala a la relación señal a ruido (SNR, *signal-to-noise ratio*) en todos los niveles de potencia, ya que cuando el usuario protegido recibe su señal la macrocelda no emite interferencia. Por otra parte, la técnica SS-IA produce incrementos en la SINR efectiva de unos 10 dB con respecto al sistema sin gestión de interferencias. Esta diferencia se mantiene para las potencias más reducidas de la señal de interés, pero el desempeño de SS-IA respecto de ABS desmejora cuando se reduce la relación señal a interferencia (SIR, *signal-to-interference ratio*).

La técnica SS-IA muestra un desempeño mejor que el caso de ABS en escenarios con SNR reducida, lo que indica que la recombinación algebraica de los símbolos dispersos hecha en el receptor del usuario reasignado produciría una ganancia de procesamiento favorable. La potencia transmitida por cada símbolo OFDM es constante, pero como con

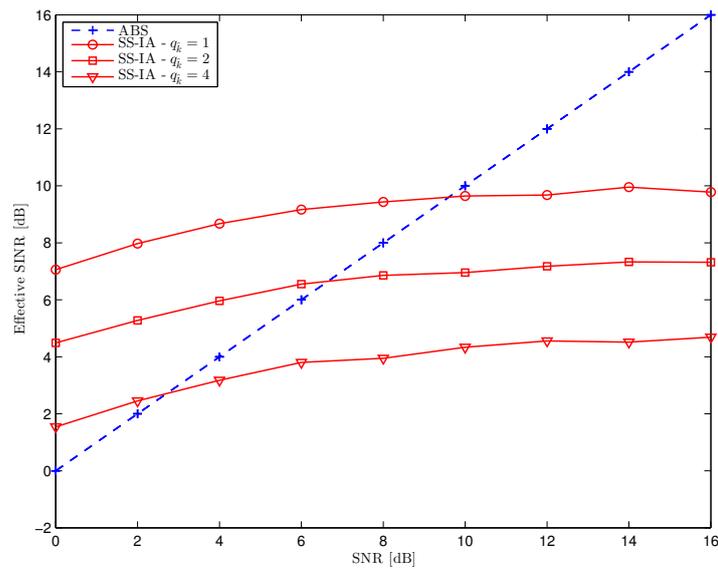


Figura 5.10: SINR efectiva promedio por símbolo para el usuario de la picocelda, usando las técnicas SS-IA y eICIC con número variable de símbolos $q_{\tilde{u}}$ asignados en cada cuadro (reproducción de [2]).

el método SS-IA el número de símbolos usados es mayor que con eICIC la energía por cuadro OFDM es mayor en el primero. Esto queda en evidencia al observar la Fig. 5.10, que muestra la SINR promedio efectiva por símbolo OFDM para el usuario reasignado cuando se seleccionan distintos valores de $q_{\tilde{u}}$. Como con la técnica de eICIC se desactiva la macrocelda en los cuadros ABS, la SINR resulta siempre igual independientemente de la cantidad de símbolos. Por otra parte, con la técnica SS-IA disminuye la SINR efectiva del usuario en la picocelda, ya que el aumento del número de símbolos utilizados $q_{\tilde{u}}$, implica una menor cantidad $q - q_{\tilde{u}}$ de símbolos libres para dispersarlos y generar la ganancia de procesamiento buscada en el receptor.

En la Fig. 5.11 se presenta una comparación de las capacidades versus SNR obtenidas en ambas capas del sistema heterogéneo, tanto para la técnica de eICIC como la solución de IA propuesta. Los resultados mostrados corresponden a la capacidades de Shannon extrapoladas a partir de las SINR efectivas obtenidas en las simulaciones anteriores. En todos los casos se asume que todos los receptores son ideales, y que en la capa de la macrocelda se utiliza un método adicional de gestión de recursos que permite a sus usuarios eliminar la interferencia intracelda en el cuadro OFDM.

En esta figura es evidente que el esquema SS-IA tiene un mejor desempeño en escenarios de baja SNR, lo que es un resultado directo de lo ya observado para la Fig. 5.9. La capacidad de cada cuadro OFDM en la macrocelda se mantiene invariable cuando se usa SS-IA, independientemente del número de símbolos asignados al usuario en la región de CRE. Las ventajas del método IA propuesto se destacan al observar la caída en la capacidad promedio por cuadro que se produce en la macrocelda cuando ésta usa los ABS y se incrementan los símbolos $q_{\tilde{u}}$, reservados para el usuario protegido

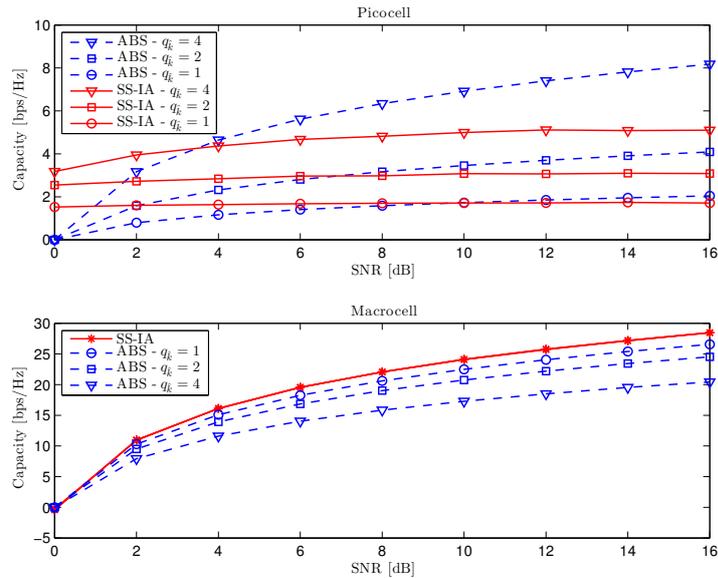


Figura 5.11: Capacidad promedio por cuadro OFDM versus SNR en la picocelda y macrocelda para transmisiones con ABS y SS-IA. La picocelda varía el número de símbolos OFDM por cuadro con información enviados a su usuario (reproducción de [2]).

en la picocelda.

5.4. Conclusiones

El mecanismo de alineamiento de interferencias presentado hace un aprovechamiento de toda la dimensión temporal de los cuadros OFDM utilizados en las transmisiones de los estándares LTE y LTE-A. Su aplicación resulta ventajosa en una serie de escenarios típicos de redes heterogéneas para los cuales existe una gran asimetría de potencias entre señal de interés e interferencia. Como esto no conlleva reciprocidad de interferencia entre capas, se vuelve atractiva la aplicación de IA a los estratos víctima de interferencia intercelda, mientras que las celdas más favorecidas no necesitan modificar su esquema de transmisión.

La aplicación exitosa del alineamiento de interferencias requiere por lo general que se conozca en toda la red cómo se realiza la asignación de recursos. Además, suele ser imprescindible contar con información precisa sobre enlaces y matrices de transmisión y recepción, así como comunicarla a los nodos relevantes del sistema. Si bien esta restricción se puede relajar al usar mecanismos ciegos de IA o empleando esta técnica en subgrupos de celdas, es evidente que en un receptor la interferencia se puede suprimir con mayor eficiencia cuanto mejor caracterizada esté, o sea, cuanto más se sepa sobre dicha señal.

Existe una situación especial en la cual la información disponible sobre la interferencia se maximiza. En estos casos esa situación óptima se produce gracias a que el

transmisor interferente y el receptor víctima forman parte del mismo equipo, formando un *transceptor full-duplex* capaz de transmitir y recibir en forma simultánea y usando la misma porción de espectro electromagnético para ambas tareas. En el siguiente Capítulo se presenta el estudio de estos sistemas de comunicaciones, con énfasis en los grandes desafíos de supresión de interferencias que requiere su implementación y cómo los conceptos de IA pueden utilizarse para resolverlos.

Capítulo 6

Alineamiento de autointerferencia mediante muestreo no uniforme

El desarrollo de sistemas capaces de transmitir y recibir simultáneamente señales que ocupan la misma porción del espectro se ha vuelto un tema que ha demandado mucha atención de los investigadores en años recientes. Si bien hace tiempo existen aplicaciones que permiten el flujo bidireccional de señales en radares y sistemas cableados, sólo recientemente comenzó a considerarse en forma más generalizada la posibilidad de aplicar el mismo principio a sistemas de comunicaciones inalámbricos [50].

Las técnicas para la transmisión y recepción simultáneas usando la misma banda de frecuencias, conocidas como dúplex total en la misma banda (IBFD, *in-band full-duplex*), permiten aprovechar al máximo los recursos para comunicaciones inalámbricas con una posibilidad teórica de duplicar la eficiencia espectral de los sistemas actuales, habilitando además servicios más flexibles y con mayores tasas de transferencia.

Más allá de permitir que los equipos se comuniquen usando la mitad de recursos que los usados tradicionalmente hasta ahora, las transmisiones IBFD tienen además el potencial de revolucionar las formas de gestión de recursos para las comunicaciones y de dar un renovado impulso a aplicaciones clave en los nuevos sistemas heterogéneos, como lo son los relays, la extensión de redes mediante infraestructura inalámbrica, las redes ad-hoc, radios cognitivas y la CA [51, 50, 52]. Esto resulta sumamente valioso dada la continua aceleración que se observa en la demanda de más y mejores servicios de conectividad inalámbrica, y los equipos que posean esta característica resultarían de sumo interés para ser incorporados en las redes inalámbricas cada vez más congestionadas.

Pero el camino hacia la disponibilidad masiva de los beneficios que ofrecen estos equipos *full-duplex* no está exento de una serie de dificultades tecnológicas que deben ser sorteadas previamente. Este Capítulo inicia con un breve repaso de cuáles son esos desafíos que conllevan las transmisiones IBFD y cuál es el estado del arte en la temática. Luego, usando los fundamentos y modelos desarrolladas en los Capítulos 3 y

4, se analiza la factibilidad del alineamiento de la autointerferencia en el receptor desde el aspecto teórico, demostrándose que un terminal puede suprimir completamente la señal perjudicial auto infligida. En las Secciones siguientes se estudia cómo implementar la estrategia de alineamiento y se propone la estructura de un transceptor que es capaz de implementar la técnica propuesta usando muestreo no uniforme en el tiempo. Por último, se concluye con Secciones dedicadas a explicar cómo se recupera la información de esas muestras la señal deseada, y a estudiar mediante simulaciones el desempeño que alcanza el sistema propuesto.

6.1. Desafíos de la autointerferencia

Al momento de pensar en el diseño de un sistema IBFD resulta natural considerar que como el transceptor afectado conoce la señal que está perjudicando su proceso de recepción, el mismo equipo simplemente necesita generar una réplica de la interferencia y restarla a la señal total captada en su antena receptora para cancelar su efecto. Sin embargo, esta solución no es realista ya que la interferencia puede ser alterada por el medio entre los puertos de transmisión y recepción si el canal inalámbrico no tiene una respuesta ideal, además de que las imperfecciones en los componentes de los transmisores y receptores pueden introducir distorsiones adicionales. De esta manera, la señal que interfiere ya no es exactamente la misma que fue emitida por el propio equipo, y el resultado de la sustracción de señales ya no es exclusivamente la señal remota deseada.

Sin embargo, más allá de las diferencias entre la interferencia emitida y percibida, el principal desafío a la hora de implementar un sistema IBFD radica en el hecho de que la señal de autointerferencia tiene niveles de potencia mucho mayores que la señal de interés. Al formar parte del mismo equipo de comunicaciones, la fuente de interferencia siempre se encuentra más cerca de la víctima que el origen de la señal deseada, y los niveles de SIR resultantes en el receptor alcanzan valores de -100 dB e incluso decenas menos debido a las pérdidas de potencia en el camino que recorre cada señal [50]. En [53] se presenta un primer acercamiento al estudio de estos sistemas en el marco de esta Tesis, y se propone una estructura de receptor que permite mitigar algunas de las imperfecciones que dificultan la operación IBFD.

Muchos trabajos de investigación previos y ensayos de laboratorio han logrado demostrar que es posible establecer comunicaciones *full-duplex*. En ellas se utiliza, como regla general, una cadena de supresores de interferencia que operan en diversos dominios [51, 50, 54, 55].

El primer paso en las soluciones actuales consiste en emplear sistemas pasivos, principalmente basados en antenas, para los cuales la estrategia es minimizar la potencia electromagnética de la autointerferencia que se captura en la antena receptora. Esto se logra separando físicamente las antenas de transmisión y recepción, utilizando un circulador que aisle ambas señales en una configuración de antena compartida, o em-

pleando polarizaciones ortogonales en esas señales. Estas estrategias permiten reducir los niveles de potencia en unos 70 dB [51].

A continuación, una etapa de cancelamiento analógico que opera en radiofrecuencia (RF, *radio frequency*) y/o banda base puede sustraer una reproducción de la autointerferencia a la señal recibida, lográndose potencialmente un cancelamiento de otros 70 dB [51].

En este punto, un conversor analógico/digital (ADC, *analog-to-digital converter*) digitaliza la señal de manera que un procesador de señales elimine componentes residuales de la interferencia que no hayan podido ser canceladas en los pasos previos. Algunos experimentos muestran que la supresión de interferencias en el dominio digital puede alcanzar las decenas de dB [51].

Se ha demostrado además que el desempeño de las etapas supresoras de autointerferencia puede estar acoplado a las que están localizadas previamente en la cadena de cancelamiento [56], por lo que los valores obtenidos en cada una de ellas no pueden sumarse directamente para alcanzar la supresión total requerida.

Los canceladores analógicos utilizan normalmente componentes voluminosos, costosos y que consumen potencias eléctricas relativamente elevadas, y además suelen poder operar en anchos de banda muy limitados [50]. Esto motiva que actualmente se estén llevando a cabo investigaciones cuyo objetivo es minimizar dichas desventajas mediante el diseño de circuitos integrados analógicos para suprimir autointerferencias. Con ellos se podrían fabricar masivamente equipos IBFD más baratos, pequeños y de menor consumo energético [57].

Pese a estos avances recientes, el desarrollo de técnicas de cancelamiento digital capaces de reducir fracciones mayores de la potencia de autointerferencia sigue siendo una necesidad fundamental [58]. Con el procesamiento digital se lograrían resultados que son imposibles o muy costosos de replicar mediante circuitos analógicos, como ser la adaptabilidad a condiciones cambiantes en canales de autointerferencia con respuestas multicamino, o la compensación de imperfecciones en la cadena de RF en los transmisores y receptores.

Sin embargo, el cancelamiento realizado completamente en el dominio digital es extremadamente difícil de lograr ya que el rango dinámico de los ADCs disponibles actualmente se vería completamente ocupado por la interferencia, y la señal de interés resultaría oculta en el ruido de cuantización [54, 59].

Por las razones expuestas, resulta de sumo interés generar métodos novedosos que ataquen de raíz las dificultades para implementar canceladores puramente digitales. Considerando el problema del rango dinámico en los conversores ADC, es evidente el hecho de que sería posible eludir la componente de autointerferencia en una suma de señales tomando muestras de éstas cuando la primera tiene valores nulos. De este modo se liberaría todo el rango del ADC para codificar la señal de interés y se evitaría por completo la componente indeseada. Como se demostrará en breve, tanto el modelo de muestreo no uniforme para señales OFDM desarrollado en la Sección 3.3.1 como el

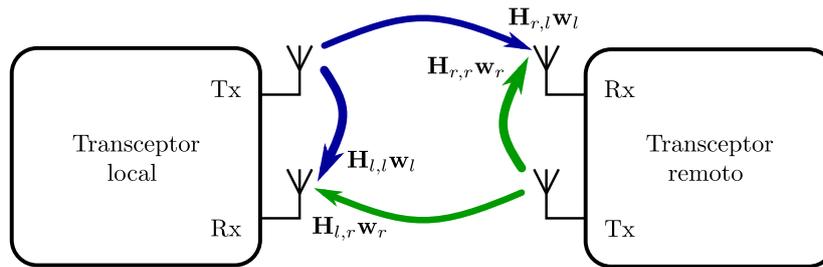


Figura 6.1: Dos transceptores operando en transmisión bidireccional simultánea.

análisis de factibilidad para el alineamiento de interferencias resultan ser herramientas esenciales para enfrentar este desafío. En la siguiente Sección se estudian las condiciones bajo las cuales se puede alcanzar el alineamiento de esta autointerferencia usando un esquema avanzado de muestreo no uniforme en el receptor afectado por dicha señal.

6.2. Alineamiento de la autointerferencia

Pese al enorme perjuicio que puede ejercer la autointerferencia a un receptor, éste cuenta con un recurso muy valioso para eliminarla. En el Capítulo 5 se ha visto que la supresión de interferencias mediante IA se facilita al conocer con anticipación cómo es la señal perjudicial. En este sentido, un transceptor IBFD se encuentra en una posición inmejorable y puede ofrecer el mejor desempeño posible para implementar una solución de IA que elimine la autointerferencia.

Como uno de los mayores desafíos a la hora de implementar canceladores de autointerferencia puramente digitales se debe a la enorme diferencia de amplitud entre la señal de interés y la perjudicial al momento de su digitalización, es razonable analizar si existe un método de muestreo avanzado con ventajas intrínsecas para alcanzar el alineamiento de interferencia en esos contextos.

Las matrices Vandermonde del modelo generalizado de muestreo OFDM desarrollado en la Sección 3.3.1 producen un mapeo lineal desde el dominio de la frecuencia al del tiempo que resulta compatible con las operaciones lineales de IA. Para explorar el uso de estas técnicas en el cancelamiento de autointerferencia al momento del muestreo, la información respecto de la señal transmitida debe incorporarse al análisis de factibilidad de IA en el mismo nodo transceptor de modo que se puedan evaluar las condiciones bajo las cuales es posible eliminar dicha interferencia.

La Fig. 6.1 representa un esquema básico en el cual dos transceptores emiten y reciben simultáneamente señales OFDM reales que ocupan el mismo fragmento del espectro en banda base, identificado por las subportadoras con índices $n = -N, \dots, N$.

El vector de muestras de un símbolo OFDM sin prefijo cíclico tomadas por el receptor local es

$$\mathbf{x}_l = \mathcal{V}_l \mathbf{H}_{l,r} \mathbf{w}_r + \mathcal{V}_l \mathbf{H}_{l,l} \mathbf{w}_l, \quad (6.1)$$

en la que los subíndices l y r indican a qué nodo (local o remoto) corresponden los vectores $\mathbf{w}_{(\cdot)}$ con los símbolos que modulan las subportadoras utilizadas. La matriz \mathcal{V}_l representa el muestreo de las $2N + 1$ subportadoras en $2N$ instantes distintos para el transceptor local, mientras que las matrices $\mathbf{H}_{(\cdot,\cdot)}$ representan los canales cuyo primer y segundo subíndice se refieren respectivamente al destino y al origen de la señal. Estas últimas matrices contienen en su diagonal la respuesta en frecuencia para todas las subportadoras OFDM utilizadas. Los canales de autointerferencia $\mathbf{H}_{l,l}$ y $\mathbf{H}_{r,r}$ se suponen conocidos perfectamente en los nodos correspondientes. Además ambos nodos son considerados idénticos, por lo que el análisis para el transceptor remoto es igual al presentado en esta sección para el nodo local, y sólo se deberían intercambiar los subíndices correspondientes en las ecuaciones.

La autointerferencia en el nodo local corresponde al segundo término en (6.1), y es nula cuando se cumple que

$$\mathcal{V}_l \mathbf{H}_{l,l} \mathbf{w}_l = \mathbf{0}. \quad (6.2)$$

Esta expresión, en esencia, representa la condición general de supresión de interferencias mediante IA, y con las salvedades correspondientes a cada caso y modelo de señal resulta equivalente a las expresadas en (5.2), (5.3) y (5.5).

Por otra parte, la conservación de los grados de libertad necesarios para transmitir el volumen de información deseado en un transceptor IBFD se aplica a la componente de señal deseada en (6.1) como a continuación

$$\text{rango}(\mathcal{V}_l \mathbf{H}_{l,r} \mathbf{w}_r) = d_{l,r}, \quad (6.3)$$

en la que $d_{l,r}$ es la cantidad de GdL que se pueden emplear en el enlace desde el transmisor remoto al receptor local.

Para que se cumpla (6.2) el producto entre la matriz del canal $\mathbf{H}_{l,l}$ y el vector de coeficientes \mathbf{w}_l debe pertenecer al espacio nulo de la matriz de muestreo \mathcal{V}_l . Si esta matriz Vandermonde toma $2N$ muestras de la señal con $2N + 1$ subportadoras, por el teorema del rango y la nulidad se puede escribir que

$$\begin{aligned} \text{rango}(\mathcal{V}_l) + \text{nul}(\mathcal{V}_l) &= 2N + 1 \\ \text{rango}(\mathcal{V}_l) &= 2N + 1 - \text{nul}(\mathcal{V}_l). \end{aligned} \quad (6.4)$$

Dado que el vector de coeficientes de la autointerferencia existe en un subespacio con dimensión unitaria, y como la matriz del canal es diagonal y de rango completo, entonces la matriz Vandermonde tendrá en (6.4) un rango máximo igual a $2N$, y el espacio complementario de su nulidad se usa para proyectar la autointerferencia. En consecuencia, por (6.3), se observa que el nodo local puede recibir un máximo de $2N$ símbolos de información independientes por cada vector de coeficientes \mathbf{w}_r transmitido remotamente.

Este análisis de factibilidad para IA puede ser satisfecho en simultáneo por el recep-

tor del nodo remoto, siguiendo el mismo razonamiento y cambiando consecuentemente los subíndices que identifican los distintos vectores y matrices empleados. De esta manera se demuestra que es posible alinear la autointerferencia realizando un muestreo en $2N$ instantes diferentes y en ambos receptores, lo que permite desarrollar comunicaciones IBFD con símbolos OFDM modulando las $2N + 1$ subportadoras en banda base consideradas. En la siguiente Sección se muestra cómo implementar el método de muestreo requerido para alinear la autointerferencia.

6.3. Cancelamiento de autointerferencia mediante muestreo no uniforme

En la Sección 3.3.1 se demostró que el muestreo no uniforme de una señal OFDM puede interpretarse como la evaluación de un polinomio complejo sobre los nodos de una matriz Vandermonde. Esto permite deducir que la expresión (6.2) se cumple cuando los nodos de la matriz de muestreo \mathcal{V}_l coinciden con las raíces del polinomio definido por los coeficientes \mathbf{w}_l de la interferencia local. En otras palabras, la matriz Vandermonde para alinear la autointerferencia en un transceptor depende del símbolo OFDM transmitido al mismo tiempo por ese terminal, y el muestreo se efectúa cuando la autointerferencia tiene amplitud instantánea igual a cero.

Los símbolos OFDM tienen generalmente valores complejos, pero en los receptores el muestreo y procesamiento se hace trasladando el espectro a banda base y separándolo en sus componentes en fase y en cuadratura [49]. Como éstas son de hecho señales reales, es suficiente analizar el proceso de muestreo que permite anular la autointerferencia causada por una señal real en banda base. Este razonamiento es genérico y puede aplicarse entonces separadamente a las dos componentes de una señal modulada compleja cualquiera, incluyendo a casos particulares como las que poseen portadora única.

Cruces por cero de señales OFDM reales

Sea $s(t)$ una señal OFDM real en banda base y en el dominio del tiempo continuo t , con período de T segundos dado por el espaciamiento entre subportadoras $\Delta f = T^{-1}$. Esta señal se puede desarrollar en series de Fourier mediante la expresión

$$s(t) = \sum_{n=-N}^N c_n e^{j\frac{2\pi}{T}nt}, \quad (6.5)$$

en la que los coeficientes complejos c_n modulan las $2N + 1$ subportadoras de la señal. Para que $s(t)$ sea real estos coeficientes deben satisfacer lo siguiente

$$c_{-n} = c_n^*, \quad n = 0, 1, \dots, N, \quad (6.6)$$

que además implica que $c_0 = c_0^*$ debe ser real.

La señal (6.5) tiene un ancho de banda total igual a $2W = 2N/T$, que equivale a $2N$ veces la frecuencia fundamental.

En las expresiones anteriores se puede hacer la sustitución de variables dada por

$$z = e^{j\frac{2\pi}{T}t}, \quad (6.7)$$

con la cual la serie (6.5) resulta

$$\begin{aligned} S(z) &= \sum_{n=-N}^N c_n z^n \\ &= z^{-N} \sum_{n=0}^{2N} c_{n-N} z^n \\ &= z^{-N} \mathcal{P}(z), \end{aligned} \quad (6.8)$$

donde (6.8) es una función transferencia consistente de dos factores. El primero es un polo con multiplicidad N y ubicado en $z = 0$, mientras que el segundo factor es el polinomio $\mathcal{P}(z)$ de orden $2N$ sobre el plano complejo, y cuyos coeficientes coinciden con los de la señal OFDM siguiendo el orden de las subportadoras de menor a mayor frecuencia. Por el teorema fundamental del álgebra se sabe que este polinomio tiene $2N$ raíces que aportan la misma cantidad de ceros a $S(z)$.

Para encontrar los instantes en los cuales la señal $s(t)$ se iguala a cero, se puede observar que por la sustitución (6.7) un período de $s(t)$ equivale a la evaluación de (6.8) una rotación en sentido contrario a las agujas del reloj sobre la trayectoria dada por el círculo unitario $|z| = 1$. Por ello, los cruces por cero de $s(t)$ en un ciclo T están determinados por las raíces del polinomio $\mathcal{P}(z)$ localizados sobre el círculo unitario. El número máximo de cruces por cero está dado por el orden de $\mathcal{P}(z)$, y si la cantidad de cruces difiere de $2N$ se debe a que la señal tiene ceros complejos fuera de la trayectoria dada por $|z| = 1$ [60].

Si en un muestreo generalizado como el que se desarrolló en la Sección 3.3.1 algún nodo de la matriz Vandermonde coincide con una de las raíces de $\mathcal{P}(z)$ se producirá una muestra con valor igual a cero. Cuando todos los nodos de esa matriz coinciden con las raíces del polinomio el resultado del muestreo es un vector nulo, y de esta manera un transceptor puede lograr el alineamiento de su autointerferencia como en (6.2). La tasa de muestreo máxima que puede desarrollarse al utilizar $2N$ subportadoras es de $2N/T$ muestras por segundo. Si ambos transceptores utilizan los mismos parámetros de sistema y maximizan sus tasas medias de muestreo pueden recuperar la información que envía el otro equipo.

Según (6.3) y el análisis que le sigue es deseable maximizar el rango de las matrices Vandermonde del muestreo para aumentar la cantidad de grados de libertad que transmiten información hacia ambos sentidos del modelo propuesto en la Fig. 6.1. Es-

te objetivo demanda que $\mathcal{P}(z)$ tenga todas sus raíces sobre el círculo unitario. Los requisitos que deben cumplir los coeficientes de una señal OFDM compleja para maximizar los cruces por cero de sus componentes ortogonales se expresan en el Teorema a continuación:

Teorema 1. *La tasa de cruces por cero para las componentes en fase y en cuadratura de una señal OFDM en banda base con coeficientes \tilde{w}_n , $n = \{-N, -N + 1, \dots, N + 1, N\}$ es máxima e igual a $2N/T$ para ambas si*

$$\{|\tilde{w}_N + \tilde{w}_{-N}^*|, |\tilde{w}_{-N}^* - \tilde{w}_N|\} > \sum_{n=-N+1}^{N-1} |\tilde{w}_n|. \quad (6.9)$$

Demostración. La demostración se desarrolla en el Apéndice A. □

De la condición general dada por este Teorema se desprende que los símbolos en las subportadoras con índices $-N$ y N no pueden ser independientes. Entonces, de los $2N+1$ grados de libertad que ofrece un símbolo OFDM uno se destina a la maximización de cruces por cero y ya no está disponible para transmitir información. Sin embargo esto no impide el alineamiento de la autointerferencia en el subespacio descartado por la matriz Vandermonde del muestreo, tal como se mostró en la Sección 6.2.

Por otra parte, la relación entre amplitudes de coeficientes del Teorema 1 implica que la potencia de la señal de autointerferencia debe estar mayormente concentrada en las subportadoras de los extremos. Esto puede representar un costo excesivo de potencia emitida si se transmitiese un símbolo con magnitudes tan grandes en los tonos de mayor frecuencia.

Una solución sencilla y eficiente para implementar transceptores que satisfagan los requisitos dados por el Teorema 1 consiste en transmitir información únicamente en las subportadoras con índices $-N + 1$ a $N - 1$ para limitar la potencia emitida. Luego, ya en la rama receptora, se puede sumar previamente al muestreo de cada componente ortogonal un tono cosenoidal puro de frecuencia coincidente con la mayor armónica de la señal OFDM, y cuya amplitud A_{au} sea tal que satisfaga

$$A_{au} > \sum_{n=-N+1}^{N-1} |\tilde{w}_n|.$$

Como estas señales auxiliares sumadas son tonos cosenoidales, al polinomio de cada señal analizada se le adicionan valores reales e iguales a $A_{au}/2$ únicamente en los coeficientes de mayor y menor orden. Esto conserva su propiedad de autorreciprocidad expresada en (6.6). Además, los tonos se suman una vez que ambas componentes ortogonales están aisladas en el receptor y cada una de ellas es en sí una señal real que se analiza separadamente siguiendo el Teorema 1.

Este método para maximizar cruces por cero se asemeja al utilizado en [61] para efectuar el análisis espectral de una señal a partir de la detección de sus cruces por

cero, aunque en esa referencia los autores no brindan justificación alguna sobre el procedimiento ni la elección de la señal auxiliar sumada previamente a la conversión de los datos.

En la siguiente Sección se propone una estructura de transceptor bidireccional que emplea el método de recepción presentado aquí y se especifica cómo deben determinarse los procesos de muestreo en cada componente de la señal a fines de eliminar la autointerferencia OFDM compleja.

6.4. Transceptor SICTAS

Para implementar los transceptores capaces de lograr comunicaciones IBFD se propone el cancelador de autointerferencia mediante muestreo no uniforme (SICTAS, *self-interference canceller through advanced sampling*) [3] cuyo diagrama de bloques se muestra en la Fig. 6.2. Esta estructura representa a cada uno de los terminales mostrados en la Fig. 6.1.

En este diagrama el transmisor OFDM genera los símbolos a ser transmitidos, los convierte mediante un conversor digital/analógico (DAC, *digital-to-analog converter*) y traslada la señal resultante en el espectro de RF utilizando un mezclador analógico para centrarla alrededor de la portadora ω_c . Esta es idéntica para ambos transceptores, por lo que sus señales se superponen totalmente en tiempo y frecuencia. Para el análisis se asume que la diferencia de fase Θ entre las portadoras de ambos equipos es nula. Finalmente, la señal OFDM pasabanda es amplificada y emitida por la antena de transmisión. Gran parte de su potencia es capturada por la antena receptora del mismo terminal IBFD e interfiere con la señal deseada que proviene desde el transmisor remoto.

La combinación de señal deseada e interferencia es amplificada por un amplificador de bajo ruido (LNA, *low noise amplifier*) y separada en sus componentes en fase y cuadratura de banda base usando respectivamente una señal cosenoidal y senoidal de la misma frecuencia que la portadora. Luego de un filtrado pasa bajos que elimina componentes fuera de la banda de interés, se suma a las señales en fase y cuadratura un tono auxiliar de frecuencia y amplitud adecuadas para maximizar las tasas de cruce por cero en las señales de interferencia resultantes.

Luego, el ADC de cada rama toma una muestra en el instante de cruce por cero de la interferencia. Estos instantes son determinados por un procesador de señales que utiliza información sobre los símbolos OFDM que emite el transmisor, además de la respuesta conocida del canal local. De este modo se generan muestras de la señal remota que están libres de interferencia, las cuales pueden utilizarse para recuperar la información mediante técnicas adaptadas al proceso de muestreo no uniforme empleado.

La Fig. 6.2 muestra que en un escenario IBFD la señal recibida $y(t)$ es una superposición de las representaciones en banda base de la señal de interés $x_r(t)$, la interferencia $x_l(t)$ y ruido blanco Gaussiano complejo $z(t)$ con varianza σ_z^2 . Las señales remota y local son alteradas por los canales respectivos $h_r(t)$ $h_l(t)$, produciendo $\tilde{x}_r(t)$ y $\tilde{x}_l(t)$.

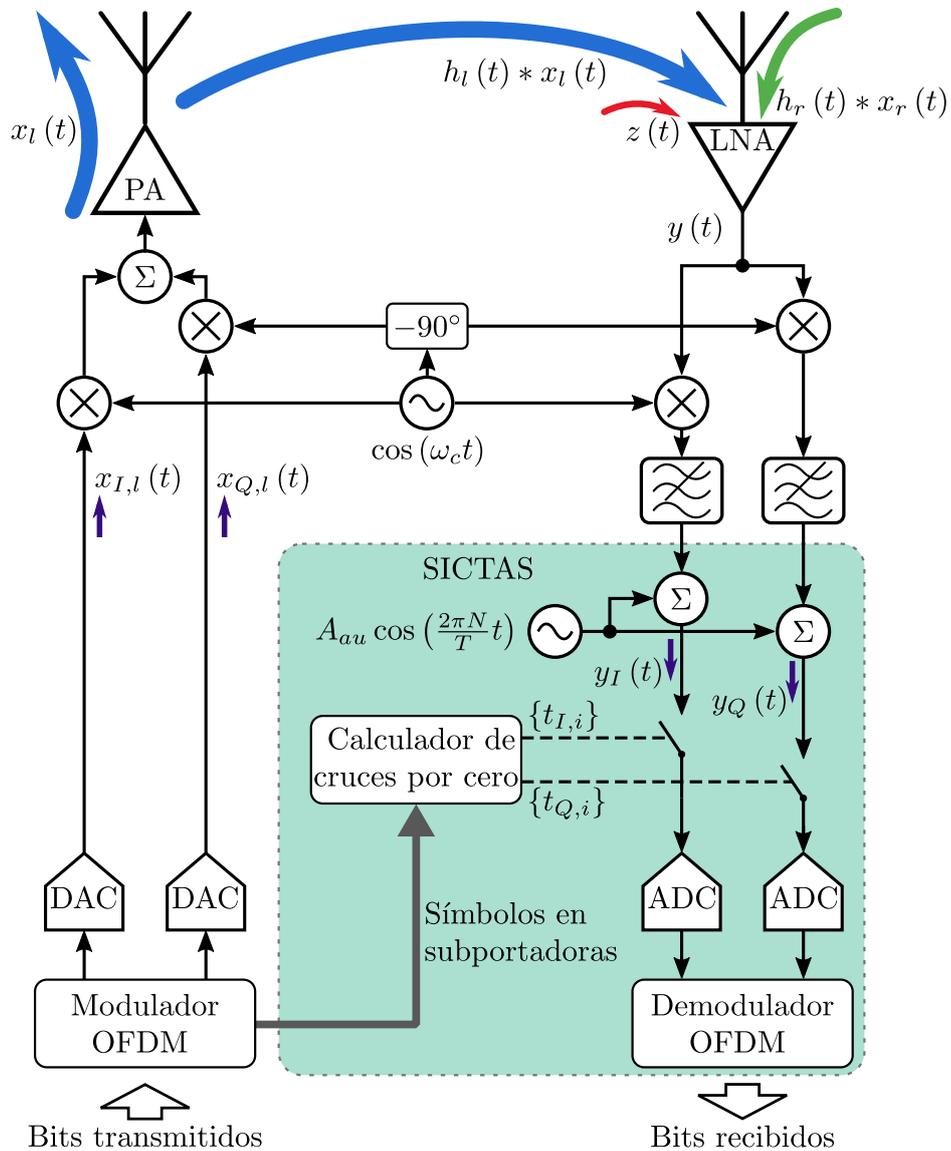


Figura 6.2: Diagrama de bloques de un transceptor con cancelamiento de autointerferencia mediante muestreo avanzado (SICTAS).

Con ello, la señal recibida resulta

$$\begin{aligned} y(t) &= h_r(t) * x_r(t) + h_l(t) * x_l(t) + z(t) \\ &= \tilde{x}_r(t) + \tilde{x}_l(t) + z(t), \end{aligned} \quad (6.10)$$

donde el símbolo $*$ representa la convolución. Si el prefijo cíclico L_P de los símbolos OFDM es suficientemente extenso como para eliminar la interferencia entre símbolos consecutivos, las convoluciones entre señales emitidas y respuestas de los canales mostradas arriba equivalen a los productos de las representaciones respectivas en el dominio de las frecuencias. Por ello, se puede escribir que los vectores de símbolos alterados por los canales inalámbricos son

$$\tilde{\mathbf{w}}_r = \mathbf{H}_{l,r} \mathbf{w}_r \quad (6.11)$$

$$\tilde{\mathbf{w}}_l = \mathbf{H}_{l,l} \mathbf{w}_l. \quad (6.12)$$

Se considera además que los dos transceptores son idénticos y usan la misma potencia de transmisión, por lo que

$$\mathbb{E} \{ \mathbf{w}_r^H \mathbf{w}_r \} = \mathbb{E} \{ \mathbf{w}_l^H \mathbf{w}_l \} = \sigma_w^2,$$

donde $\mathbb{E} \{ \cdot \}$ es el operador esperanza.

Luego de trasladar la señal recibida (6.10) a banda base y separarla en sus componentes, a éstas se les suma el tono auxiliar para obtener

$$y_I(t) = \Re \{ y(t) \} + s_{au}(t) \quad (6.13)$$

$$y_Q(t) = \Im \{ y(t) \} + s_{au}(t), \quad (6.14)$$

donde (6.13) es la componente en fase y (6.14) la de cuadratura, cada una sumada al tono auxiliar $s_{au}(t)$.

El receptor local conoce la respuesta del canal de autointerferencia, por lo que puede calcular el vector de coeficientes distorsionado en (6.12). Usando esa información puede determinar cuándo la suma de cada componente de la interferencia con la señal auxiliar cruza por el nivel de amplitud nula. Para ello se deben obtener los polinomios asociados esas componentes de la autointerferencia, usando el procedimiento que se detalla en el Apéndice A.1. Una vez que se conocen los polinomios, sus raíces pueden hallarse con métodos ampliamente conocidos en la literatura. Para cada nuevo símbolo OFDM transmitido debe reiterarse este procedimiento ya que los coeficientes de las subportadoras cambian con la nueva información que las modula.

A modo de ejemplo, en la Fig. 6.3 se ilustran las raíces complejas de los polinomios obtenidos para ambas componentes de un símbolo OFDM con ocho subportadoras, de las cuales no llevan potencia las de los extremos de la banda ni la componente de corriente continua. Las demás subportadoras llevan símbolos de una modulación

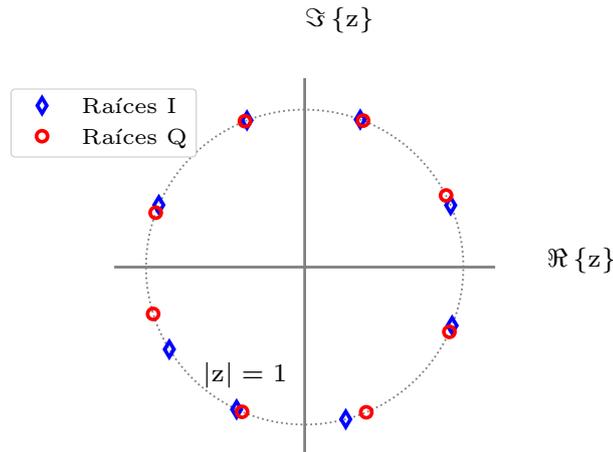


Figura 6.3: Raíces de los polinomios asociados a las componentes en fase (I) y en cuadratura (Q) de un símbolo OFDM sumadas a una señal cosenoidal para maximizar sus cruces por cero.

por desplazamiento de fase en cuadratura (QPSK, *quadrature phase-shift keying*) con amplitud unitaria. Para maximizar la cantidad de cruces por cero de cada componente se les sumó un tono auxiliar dado por un coseno sintonizado con la mayor subportadora cuya amplitud es

$$A_{au} = 1,10 \times A_w N_m,$$

en la que A_w es la amplitud máxima de los símbolos en la constelación y N_m es el número de subportadoras con potencia no nula. De esta manera la amplitud A_{au} del tono auxiliar es un 10% mayor que el requisito indicado en (6.9) del Teorema 1. Para observar mejor las componentes remota y local, a las señales de la figura no se les agregó ruido ni distorsiones del canal, y tanto la interferencia como la señal de interés se generaron con las mismas potencias.

Se destaca en la figura que todas las raíces se encuentran sobre el círculo unitario, por lo que la tasa de cruces por cero de la interferencia se maximiza en cada componente.

Usando el proceso detallado se obtienen los siguientes conjuntos de instantes de muestreo en los cuales se debe adquirir la señal deseada

$$\left\{ t_{I,i}^{[k]} \right\} = \left\{ t_I = \tau T : \sum_{n=0}^{2N} \tilde{a}_{n,i}^{[k]} z^n = 0, z = e^{j2\pi\tau}, \tau \in [0, 1) \right\} \quad (6.15)$$

$$\left\{ t_{Q,i}^{[k]} \right\} = \left\{ t_Q = \tau T : \sum_{n=0}^{2N} \tilde{b}_{n,i}^{[k]} z^n = 0, z = e^{j2\pi\tau}, \tau \in [0, 1) \right\}, \quad (6.16)$$

para los que $i = 1, \dots, 2N$ son los índices de cada raíz. La variable τ representa el tiempo normalizado respecto de un período T de la señal OFDM sin prefijo cíclico. En

términos del tiempo absoluto t , las muestras son tomadas en los instantes

$$t = (k - 1)T + kL_P + t_{\{I,Q\},i}^{[k]}, \quad k = 1, 2, \dots, i = 1, \dots, 2N.$$

La elección del subíndice I o Q se hace según el procesamiento corresponda a la componente en fase o en cuadratura de la señal.

Si se usa el subconjunto $\{t_{I,i}^{[k]}\}$ para muestrear la señal (6.13) y los valores obtenidos son agrupados en el vector $\mathbf{y}_I[k]$, se obtiene

$$\mathbf{y}_I[k] = \tilde{\mathbf{x}}_{I,r}[k] + \tilde{\mathbf{x}}_{I,l}[k] + \mathbf{z}_I[k] + \mathbf{s}_{au,I}[k], \quad (6.17)$$

en la cual los vectores en el miembro derecho se definen con la ayuda de (6.10) como a continuación

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_I[k] &= \left[y_I(t_{I,1}^{[k]}) \quad \dots \quad y_I(t_{I,2N}^{[k]}) \right]^T \\ \tilde{\mathbf{x}}_{I,r}[k] &= \Re \left\{ \left[\tilde{x}_r(t_{I,1}^{[k]}) \quad \dots \quad \tilde{x}_r(t_{I,2N}^{[k]}) \right]^T \right\} \\ \tilde{\mathbf{x}}_{I,l}[k] &= \Re \left\{ \left[\tilde{x}_l(t_{I,1}^{[k]}) \quad \dots \quad \tilde{x}_l(t_{I,2N}^{[k]}) \right]^T \right\} \\ \mathbf{s}_{au,I}[k] &= \left[s_{au}(t_{I,1}^{[k]}) \quad \dots \quad s_{au}(t_{I,2N}^{[k]}) \right]^T \\ \mathbf{z}_I[k] &= \left[z_I(t_{I,1}^{[k]}) \quad \dots \quad z_I(t_{I,2N}^{[k]}) \right]^T, \end{aligned} \quad (6.18)$$

y $z_I(t) = z(t) \cos(\omega_c t)$.

De manera similar, el muestreo de la componente en cuadratura (6.14) se realiza en el conjunto de instantes $\{t_{Q,i}^{[k]}\}$, y se obtiene el siguiente vector de muestras

$$\mathbf{y}_Q[k] = \tilde{\mathbf{x}}_{Q,r}[k] + \tilde{\mathbf{x}}_{Q,l}[k] + \mathbf{z}_Q[k] + \mathbf{s}_{au,Q}[k], \quad (6.19)$$

para el cual son válidas las siguientes equivalencias gracias a (6.10)

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_Q[k] &= \left[y_Q(t_{Q,1}^{[k]}) \quad \dots \quad y_Q(t_{Q,2N}^{[k]}) \right]^T \\ \tilde{\mathbf{x}}_{Q,r}[k] &= \Im \left\{ \left[\tilde{x}_r(t_{Q,1}^{[k]}) \quad \dots \quad \tilde{x}_r(t_{Q,2N}^{[k]}) \right]^T \right\} \\ \tilde{\mathbf{x}}_{Q,l}[k] &= \Im \left\{ \left[\tilde{x}_l(t_{Q,1}^{[k]}) \quad \dots \quad \tilde{x}_l(t_{Q,2N}^{[k]}) \right]^T \right\} \\ \mathbf{s}_{au,Q}[k] &= \left[s_{au}(t_{Q,1}^{[k]}) \quad \dots \quad s_{au}(t_{Q,2N}^{[k]}) \right]^T \\ \mathbf{z}_Q[k] &= \left[z_Q(t_{Q,1}^{[k]}) \quad \dots \quad z_Q(t_{Q,2N}^{[k]}) \right]^T, \end{aligned} \quad (6.20)$$

y $z_Q(t) = z(t) \sin(\omega_c t)$.

Por la selección de los instantes de muestreo en los cruces por cero, sabemos que en

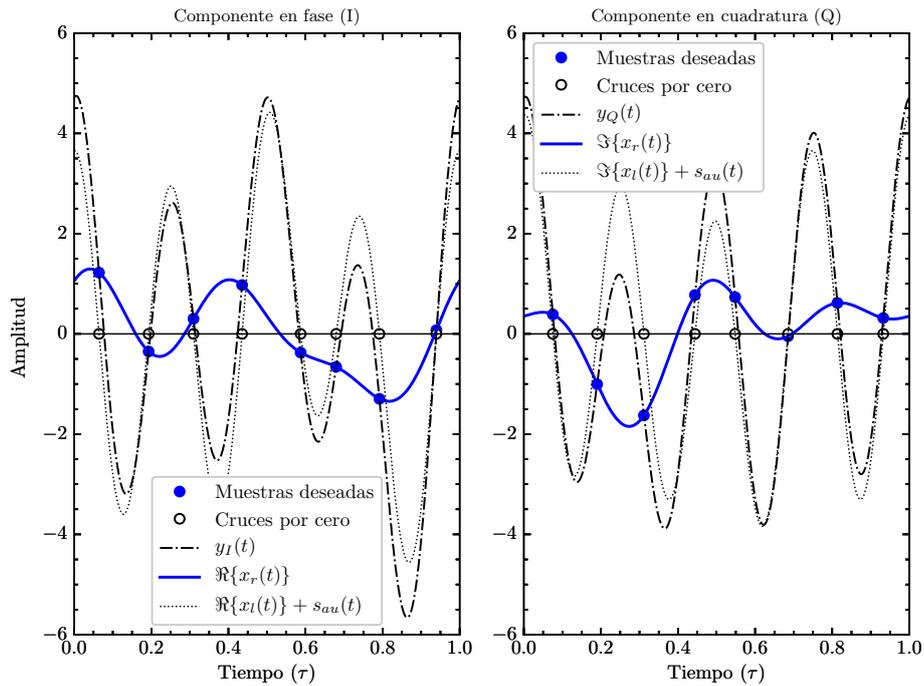


Figura 6.4: Detalle del muestreo en cruces por cero de la interferencia para ambas componentes de un símbolo OFDM en banda base con ocho subportadoras.

las sumas de vectores anteriores se cumple que

$$\tilde{\mathbf{x}}_{I,l}[k] + \mathbf{s}_{au,I}[k] = \mathbf{0} \quad (6.21)$$

$$\tilde{\mathbf{x}}_{Q,l}[k] + \mathbf{s}_{au,Q}[k] = \mathbf{0}. \quad (6.22)$$

En la Fig. 6.4 se ilustra el resultado de realizar el muestreo en los instantes dados por las raíces mostradas en la Fig. 6.3 durante un período de la frecuencia fundamental para cada componente de ese mismo símbolo de autointerferencia. A ésta se le sumó una señal de interés con las mismas características a fines de apreciar con claridad los detalles del proceso usando señales de magnitudes comparables.

En las gráficas de ambas componentes se puede ver que la suma de la autointerferencia y la señal auxiliar tiene tantos cruces por cero como la cantidad de subportadoras. Si se toma una muestra de la señal total recibida en esos instantes el valor de la muestra obtenida coincide con el de la señal de interés.

Mediante este proceso de muestreo no uniforme, realizado en los cruces por cero de la autointerferencia para los que (6.21) y (6.22) son válidas, los vectores (6.17) y (6.19) resultan

$$\mathbf{y}_I[k] = \tilde{\mathbf{x}}_{I,r}[k] + \mathbf{z}_I[k] \quad (6.23)$$

$$\mathbf{y}_Q[k] = \tilde{\mathbf{x}}_{Q,r}[k] + \mathbf{z}_Q[k], \quad (6.24)$$

En la siguiente Sección se muestra cómo recuperar los símbolos de la señal remota deseada a partir de los dos vectores de muestras obtenidas de esta manera.

6.5. Demodulación de señales OFDM con muestreo no uniforme

La estimación del símbolo k -ésimo a partir de los vectores de muestras no uniformes se realiza mediante la siguiente expresión

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{w}}_r[k] &= \mathbf{G} \left[\mathcal{V}_I^{-1}[k] \mathbf{y}_I[k] + j\mathcal{V}_Q^{-1}[k] \mathbf{y}_Q[k] \right] \\ &= \mathbf{G} \left(\mathcal{V}_I^{-1}[k] \tilde{\mathbf{x}}_{I,r}[k] + j\mathcal{V}_Q^{-1}[k] \tilde{\mathbf{x}}_{Q,r}[k] \right)\end{aligned}\quad (6.25)$$

$$+ \mathbf{G} \left(\mathcal{V}_I^{-1}[k] \mathbf{z}_I[k] + j\mathcal{V}_Q^{-1}[k] \mathbf{z}_Q[k] \right), \quad (6.26)$$

la cual debe reiterarse para cada $k = 1, 2, \dots$. Las matrices $\mathcal{V}_I[k]$ y $\mathcal{V}_Q[k]$ son las matrices Vandermonde asociadas a los procesos de muestreo en las ramas real e imaginaria de la señal recibida. Estas matrices se construyen usando respectivamente los conjuntos de instantes $\{t_{I,i}^{[k]}\}$ y $\{t_{Q,i}^{[k]}\}$ de la siguiente forma

$$\mathcal{V}_I[k] = \begin{bmatrix} e^{j\frac{2\pi}{T}t_{I,1}^{[k]}[-(N-1)]} & \dots & e^{j\frac{2\pi}{T}t_{I,1}^{[k]}N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ e^{j\frac{2\pi}{T}t_{I,2N}^{[k]}[-(N-1)]} & \dots & e^{j\frac{2\pi}{T}t_{I,2N}^{[k]}N} \end{bmatrix} \quad (6.27)$$

$$\mathcal{V}_Q[k] = \begin{bmatrix} e^{j\frac{2\pi}{T}t_{Q,1}^{[k]}[-(N-1)]} & \dots & e^{j\frac{2\pi}{T}t_{Q,1}^{[k]}N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ e^{j\frac{2\pi}{T}t_{Q,2N}^{[k]}[-(N-1)]} & \dots & e^{j\frac{2\pi}{T}t_{Q,2N}^{[k]}N} \end{bmatrix}. \quad (6.28)$$

Como los instantes de muestreo dentro de cada conjunto son diferentes de a pares, las matrices que se obtienen de ellos son invertibles.

La matriz \mathbf{G} mostrada en (6.25) y (6.26) tiene dimensiones $2N - 1 \times 2N$, y está definida por

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{E} & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad (6.29)$$

en la que $\mathbf{E} = \text{diag}[E_{-N+1} \dots E_N]$ es una matriz de ecualización diagonal, con elementos E_n que compensan la distorsión del canal en la n -ésima subportadora y se calculan con métodos establecidos en la bibliografía [20].

Según se demuestra en el Apéndice A, los elementos en los vectores de las componentes en fase y cuadratura de la señal deseada que se utilizan en (6.25) pueden

escribirse como

$$\Re \left\{ \tilde{x}_r \left(t_{I,i}^{[k]} \right) \right\} = \frac{1}{2} \sum_{n=-N+1}^{N-1} (\tilde{w}_{n,r} + \tilde{w}_{-n,r}^*) e^{j \frac{2\pi}{T} n t_{I,i}^{[k]}} \quad (6.30)$$

$$\Im \left\{ \tilde{x}_r \left(t_{Q,i}^{[k]} \right) \right\} = \frac{j}{2} \sum_{n=-N+1}^{N-1} (\tilde{w}_{-n,r}^* - \tilde{w}_{n,r}) e^{j \frac{2\pi}{T} n t_{Q,i}^{[k]}}. \quad (6.31)$$

Con ayuda de una matriz de permutación \mathbf{J} de dimensiones $(2N - 1) \times (2N - 1)$ definida por

$$\mathbf{J}_{(u,v)} = \begin{cases} 1, & v = 2N - u \\ 0, & v \neq 2N - u \end{cases},$$

y con los resultados de la Sección 3.3.1, se pueden armar directamente los vectores que contienen las $2N$ las muestras de (6.30) y (6.31) como a continuación

$$\tilde{\mathbf{x}}_{I,r} = \frac{1}{2} \mathcal{V}_I \left(\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{w}}_r \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{J} \tilde{\mathbf{w}}_r^* \\ 0 \end{bmatrix} \right) \quad (6.32)$$

$$\tilde{\mathbf{x}}_{Q,r} = \frac{j}{2} \mathcal{V}_Q \left(\begin{bmatrix} \mathbf{J} \tilde{\mathbf{w}}_r^* \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{w}}_r \\ 0 \end{bmatrix} \right). \quad (6.33)$$

Para simplificar la presentación de estas ecuaciones, y de aquí en adelante, se omite el índice k del número de símbolo OFDM considerado ya que el análisis de muestreo y demodulación abarca el dominio temporal T de un único símbolo OFDM aislado. Este proceso se reitera sucesivamente y adaptado a la información de cada símbolo transmitido.

Usando (6.32) y (6.33) en (6.25) la estimación de los símbolos remotos resulta

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{w}}_r &= \frac{1}{2} \mathbf{G} \left[\mathcal{V}_I^{-1} \mathcal{V}_I \left(\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{w}}_r \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{J} \tilde{\mathbf{w}}_r^* \\ 0 \end{bmatrix} \right) - \mathcal{V}_Q^{-1} \mathcal{V}_Q \left(\begin{bmatrix} \mathbf{J} \tilde{\mathbf{w}}_r^* \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{w}}_r \\ 0 \end{bmatrix} \right) \right] + \mathbf{G} \tilde{\mathbf{z}} \\ &= \mathbf{G} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{w}}_r \\ 0 \end{bmatrix} + \mathbf{G} \tilde{\mathbf{z}} \\ &= \mathbf{E} \tilde{\mathbf{w}}_r + \mathbf{G} \tilde{\mathbf{z}} \\ &= \mathbf{E} \mathbf{H}_{l,r} \mathbf{w}_r + \mathbf{G} \tilde{\mathbf{z}}, \end{aligned} \quad (6.34)$$

en la cual el ruido efectivo $\tilde{\mathbf{z}}$ es el término entre paréntesis de (6.26), y en la última línea se usó (6.11).

De esta manera, (6.34) verifica que, luego de una ecualización para compensar los efectos del canal, la estimación del símbolo deseado \mathbf{w}_r estará afectada únicamente por el ruido efectivo que se obtiene en el muestreo. La estrategia de muestreo presentada permite obtener símbolos libres de componentes que dependen de la autointerferencia,

y el procesamiento posterior de la información obtenida puede hacerse netamente en el plano digital.

El proceso de demodulación requiere calcular las inversas de matrices Vandermonde para cada símbolo OFDM transmitido. Sin embargo existen métodos para obtener en forma cerrada los elementos de dichas matrices [62, 63, 64]. La latencia que se introduciría en la estimación de los cruces por cero y el cálculo de las matrices se puede minimizar, ya que el transceptor cuenta con la información necesaria sobre la autointerferencia antes de transmitirla y puede precalcular esos valores.

6.5.1. Proceso esperado de cruces por cero para señales OFDM

Las constelaciones empleadas para modular las subportadoras de un símbolo OFDM tienen generalmente valor medio nulo [49]

$$\mathbb{E}\{w_{n,l}\} = 0, \quad n = -N + 1, \dots, N - 1. \quad (6.35)$$

Si además se considera que las subportadoras transmiten información independiente entre sí, y que para maximizar los cruces por cero de las componentes en fase y cuadratura de la autointerferencia se usan las mismas señales auxiliares, usando el razonamiento mostrado en el Apéndice A se puede hallar que los polinomios esperados para ambas componentes son coincidentes e iguales a

$$\bar{\mathcal{P}}(z) = A_{au} (1 + z^{2N}),$$

cuyas raíces están dadas por

$$\begin{aligned} z^{2N} &= -1 = e^{j\pi} \\ z &= e^{j\left(\frac{\pi}{2N} + r\frac{\pi}{N}\right)}, \quad r = 0, 1, \dots, 2N - 1. \end{aligned}$$

Este resultado indica que las raíces de los polinomios son las $2N$ raíces complejas de la unidad, rotadas por $\pi/2N$ radianes. La elección de una señal cosenoidal como tono auxiliar para el muestreo en ambas ramas del procesamiento asegura que el proceso de muestreo esperado coincide con uno uniforme y en los instantes

$$t_{I,i} = t_{Q,i} = t_i = \frac{T}{2N} \left(i - \frac{1}{2} \right), \quad i = 1, 2, \dots, 2N.$$

Para estos conjuntos de instantes de muestreo, las matrices Vandermonde (6.27) y

(6.28) esperadas también son iguales, como se muestra a continuación

$$\begin{aligned} \mathbb{E}\{\mathcal{V}_I\} &= \mathbb{E}\{\mathcal{V}_Q\} \\ &= \begin{bmatrix} e^{-j\frac{\pi}{N}(\frac{1}{2})(N-1)} & \dots & e^{j\frac{\pi}{N}(\frac{1}{2})N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ e^{-j\frac{\pi}{N}(\frac{4N-1}{2})(N-1)} & \dots & e^{j\frac{\pi}{N}(\frac{4N-1}{2})N} \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

También se puede demostrar que

$$\mathbb{E}\{\mathcal{V}_I^H \mathcal{V}_I\} = \mathbb{E}\{\mathcal{V}_Q^H \mathcal{V}_Q\} = 2N\mathbf{I}, \quad (6.36)$$

lo que indica que las matrices Vandermonde esperadas son unitarias, escaladas por un factor $\sqrt{2N}$. Este resultado es útil para la determinación del error medio de estimación de símbolos presentada en la siguiente Subsección.

6.5.2. Varianza del error en la estimación de símbolos

El error de estimación se define como la diferencia entre el vector de coeficientes estimado para la señal remota (6.34) y el vector ideal, lo que lleva a

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_w &= \tilde{\mathbf{w}}_r - \mathbf{w}_r \\ &= \mathbf{G} \left(\mathcal{V}_I^{-1} \mathbf{z}_I + j\mathcal{V}_Q^{-1} \mathbf{z}_Q \right). \end{aligned}$$

Para el análisis de la varianza de este error se asume que el canal remoto $\mathbf{H}_{l,r}$ es ideal, por lo que la matriz de equalización \mathbf{E} en (6.29) tiene en su diagonal elementos $E_n = 1$ para aquellos correspondientes a las N_m subportadoras que transmiten potencia y que están ubicadas en el centro del espectro, mientras que el resto son nulos. La matriz de recepción \mathbf{G} resulta igual a

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_{N_m} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}.$$

Además, el resultado (6.36) indica que las matrices Vandermonde asociadas a los muestreos en las dos ramas del receptor son iguales ya que los instantes de muestreo esperados coinciden. Por este mismo motivo las muestras de ruido en cada vector \mathbf{z}_I y \mathbf{z}_Q , definidos en (6.18) y (6.20) respectivamente, están correlacionadas con el elemento correspondiente del otro vector.

De esta manera, la varianza del error de estimación se calcula como se muestra en el Apéndice B, y se obtiene que es igual a

$$\sigma_e^2 = \frac{\sigma_z^2}{2N} N_m. \quad (6.37)$$

La potencia del error por subportadora empleada resulta $\sigma_{e_n}^2 = \sigma_z^2/2N$. Éste es igual en todas las subportadoras para una potencia dada de ruido blanco Gaussiano sumado en la antena receptora y no depende de cuántas de ellas estén transmitiendo potencia. También se observa que el receptor SICTAS no introduce un error de estimación adicional. Como el receptor elimina toda la interferencia es capaz de llevar la SINR obtenida luego de la recepción al mismo nivel que la SNR.

6.6. Desempeño del transceptor SICTAS

En esta Sección se presentan resultados de simulaciones numéricas destinadas a evaluar el desempeño del transceptor propuesto respecto de los niveles de autointerferencia suprimida que pueden ser alcanzados. Los parámetros elegidos para realizar estas simulaciones son similares a los de un sistema LTE-A con separación entre subportadoras de 15 kHz y se muestran en la Tabla 6.1. Las bandas de guarda se dividen en dos porciones de iguales dimensiones situadas a ambos lados de las subportadoras con información. Además se considera que durante cada símbolo OFDM la respuesta impulsiva de los canales se mantiene constante.

Para verificar si el método de muestreo y decodificación propuesto introduce distorsiones dependientes de la frecuencia de la señal en el resultado de la demodulación se emplea la magnitud del vector error (EVM, *error vector magnitude*). Ésta es calculada en decibeles para la n -ésima subportadora de la siguiente forma

$$EVM(n) = 20 \log_{10} \sqrt{\frac{\mathbb{E} \left\{ |\hat{w}_{n,r} - w_{n,r}|^2 \right\}}{\mathbb{E} \left\{ |w_{n,r}|^2 \right\}}},$$

El desempeño general del sistema se evalúa con la SINR efectiva en decibeles, dada por

$$SINR = 10 \log_{10} \mathbb{E} \left\{ \frac{\sigma_r^2}{\sigma_l^2 + \sigma_z^2} \right\},$$

en la que

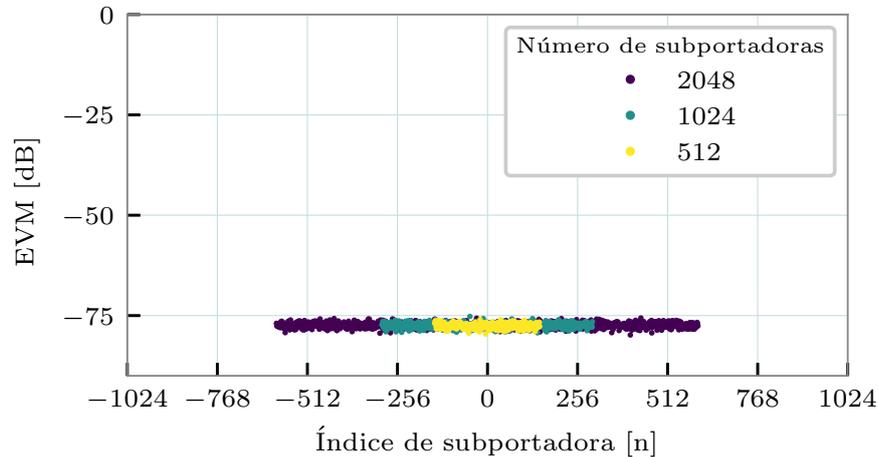
$$\begin{aligned} \sigma_r^2 &= \sum_{i=1}^{2N} |\tilde{x}_r(t_{I,i})|^2 + |\tilde{x}_r(t_{Q,i})|^2 \\ \sigma_l^2 &= \sum_{i=1}^{2N} |\tilde{x}_l(t_{I,i}) + s_{au}(t_{I,i})|^2 + |\tilde{x}_l(t_{Q,i}) + s_{au}(t_{Q,i})|^2 \\ \sigma_z^2 &= \sum_{i=1}^{2N} |z(t_{I,i}) \cos(\omega_c t_{I,i})|^2 + |z(t_{Q,i}) \sin(\omega_c t_{Q,i})|^2, \end{aligned}$$

son respectivamente la potencia de la señal, la potencia residual de la interferencia y señal auxiliar, y la potencia del ruido.

La Fig. 6.5 muestra el EVM en decibeles obtenido en cada subportadora para diez

Número de subportadoras	Ancho de banda de guarda	Constelación
512	212	16-QAM
1024	424	16-QAM
2048	848	16-QAM

Tabla 6.1: Parámetros OFDM usados en las simulaciones.

Figura 6.5: EVM por subportadora para un receptor SICTAS OFDM con modulaciones 16-QAM, y sometido a una SIR de -100 dB y SNR de 75 dB.

realizaciones independientes del experimento. La SNR se ajustó a 75 dB, mientras que la SIR se fijó en -100 dB para emular un receptor sin etapas supresoras de autointerferencia previas. Debido a este mismo motivo se modeló estadísticamente al canal de autointerferencia con una distribución Riciana, lo que corresponde al efecto de una línea de señal directa y una serie de rebotes posteriores llegando a la antena receptora. Para el canal remoto se simuló una respuesta ideal de manera que se evite la influencia de otras fuentes de errores en las evaluaciones del desempeño.

En los resultados se observa que, independientemente de la cantidad de subportadoras utilizadas, el receptor SICTAS presenta una respuesta uniforme en todo el ancho de banda, sin evidenciar distorsiones causadas por el proceso de recepción. El EVM por subportadora está limitado exclusivamente por la potencia del ruido.

Para evaluar si el sistema es sensible al tamaño de las bandas de guarda en ambos extremos del espectro se simuló transmisiones en sistemas con varios números N_g de subportadoras destinadas a esa función. En la Fig. 6.6 se muestran los valores de EVM por subportadora utilizada resultantes, de las $2N = 512$ disponibles en el sistema, y con potencias de interferencia y ruido generando una SIR de -100 dB y una SNR de 100 dB respectivamente.

Esa figura evidencia que las armónicas en los límites de la banda usada generan interferencia sobre las demás si su potencia no es nula. Se puede comprender este resultado a partir de las ecuaciones (6.32) y (6.33), que relacionan el muestreo de

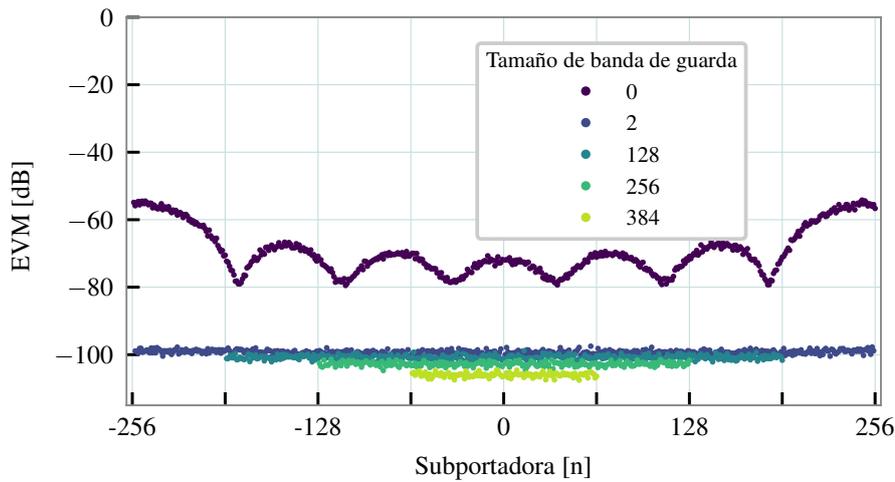


Figura 6.6: EVM por subportadora para el receptor SICTAS demodulando una señal OFDM que usa una constelación 16-QAM, y ante varios tamaños N_g de banda de guarda. El escenario tiene una SIR de -100 dB y una SNR de 100 dB.

las componentes ortogonales de la señal deseada con una transformación lineal del dominio de la frecuencia al del tiempo. Si sólo se pueden obtener $2N$ muestras tomadas en los cruces por cero de la autointerferencia, éstas resultan insuficientes para estimar $2N + 1$ coeficientes de la señal en el dominio de la frecuencia. En otras palabras, las transformaciones lineales de (6.32) y (6.33) son no invertibles, y se generan errores en la estimación de los símbolos remotos.

Por otra parte, cuando el sistema usa bandas de guarda la EVM que se obtiene tiene siempre una respuesta plana sobre el espectro utilizado, con un valor que está definido por el piso de ruido. Esto se observa más detalladamente en la Fig. 6.7, que muestra la EVM promediada sobre todas las subportadoras utilizadas en el sistema de la simulación anterior, pero en este caso con varios niveles de potencia para el ruido en la antena receptora. Se puede ver en esta figura que son los distintos niveles de ruido los que limitan el desempeño del sistema para el máximo número de subportadoras utilizables.

Con respecto a las proporciones de banda de guarda se observa que un incremento en su tamaño mejora levemente los resultados. La ecuación (6.37) indica que la potencia del error de estimación por subportadora es invariable al aumento de subportadoras en la banda de guarda para un mismo número total de ellas en el sistema. Sin embargo, en las simulaciones que generan el gráfico mostrado la potencia total de la señal es dividida por un número cada vez menor de subportadoras N_m al incrementar las bandas de guarda, y en consecuencia la SNR de ellas mejora y la EVM promedio disminuye.

En la Fig. 6.8 se muestra la SINR efectiva obtenida luego de muestrear una señal con diferentes niveles de potencia de ruido y proporciones de banda de guarda. Se puede ver en los resultados que el receptor SICTAS elimina por completo la autointerferencia,

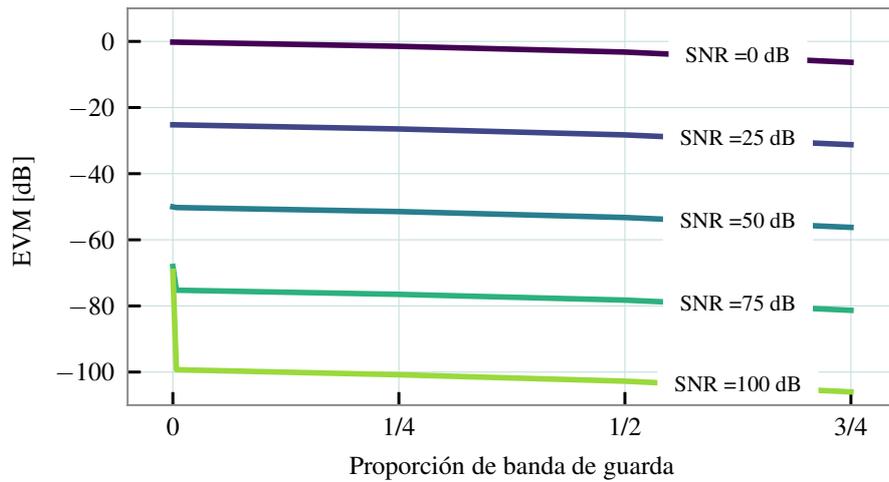


Figura 6.7: EVM promedio obtenida para un sistema OFDM que emplea 512 subportadoras y diversos tamaños de banda de guarda, con la SNR como parámetro.

y las muestras tomadas sólo están compuestas por energía de la señal y del ruido ya que la SINR iguala a la SNR.

Los efectos de diferentes niveles de autointerferencia para el mismo sistema simulado se observan en la Fig. 6.9, donde la SINR efectiva obtenida en las muestras iguala a la SNR de las simulaciones. Esto significa que el desempeño del receptor SICTAS es el mismo para los distintos niveles de autointerferencia y no depende de etapas previas de cancelamiento para alcanzar un buen desempeño.

6.6.1. Efectos de errores en los instantes de muestreo

Los desvíos respecto de los instantes de muestreo ideales pueden deberse a distintas causas, como por ejemplo una estimación incorrecta del canal de autointerferencia o errores en la obtención de las raíces de los polinomios definidos por esa señal. Si las señales que comandan los dispositivos de muestreo y retención no se sincronizan exactamente con los cruces por cero de la interferencia se puede filtrar una porción significativa de esta señal indeseada hacia las muestras tomadas en ambas ramas del receptor.

En esta Sección se evalúa la sensibilidad que puede presentar un transceptor SICTAS ante este tipo de imperfecciones. Para ello se definen los i -ésimos instantes de muestreo no ideales que agregan una variable de error con distribución uniforme a los instantes ideales como a continuación

$$t_{\{I,Q\},i} = T (\tau_{\{I,Q\},i} + \delta_{\{I,Q\},i}), \quad i = 1, \dots, 2N. \quad (6.38)$$

En esta definición la variable $0 \leq \tau_{\{I,Q\},i} < 1$ se refiere al tiempo ideal normalizado con respecto al período T del símbolo OFDM, tal como en (6.15) y (6.16). Luego, los

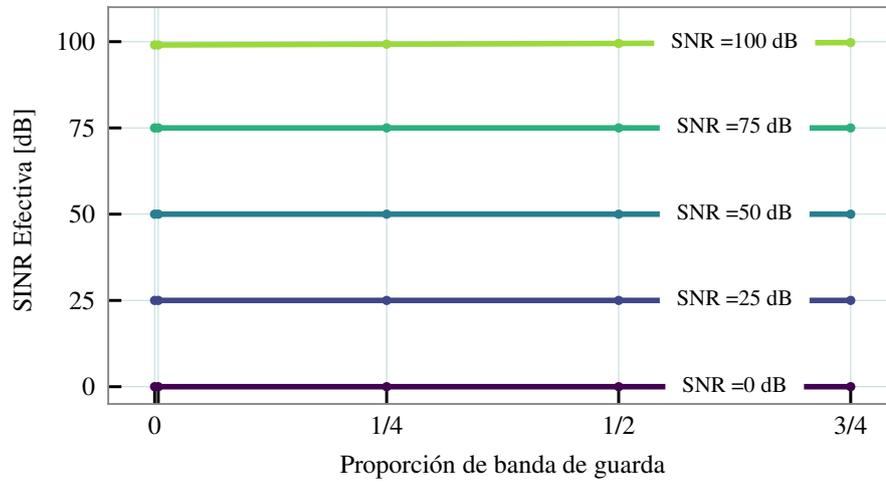


Figura 6.8: SINR efectiva para un receptor SICTAS OFDM que emplea 512 subportadoras y bandas de guarda de proporciones variables, con potencias de ruido variables y SIR de -100 dB.

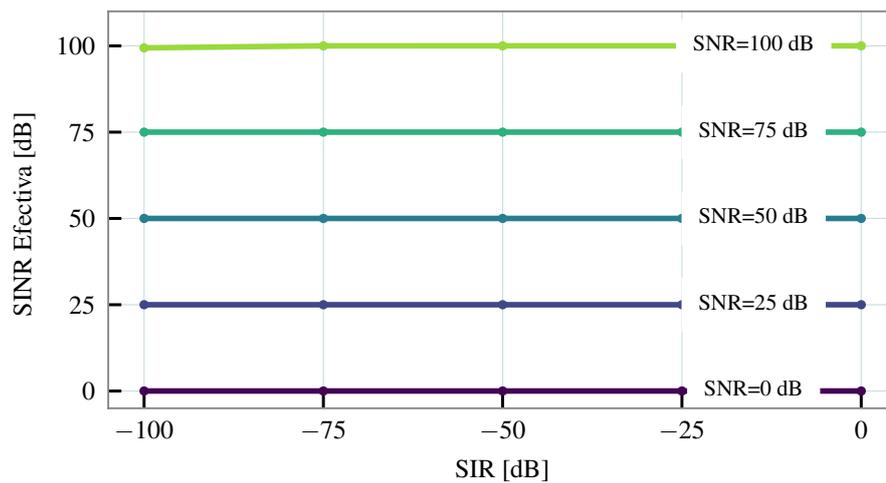


Figura 6.9: SINR efectiva obtenida para varias combinaciones de SIR y SNR para un sistema SICTAS OFDM.

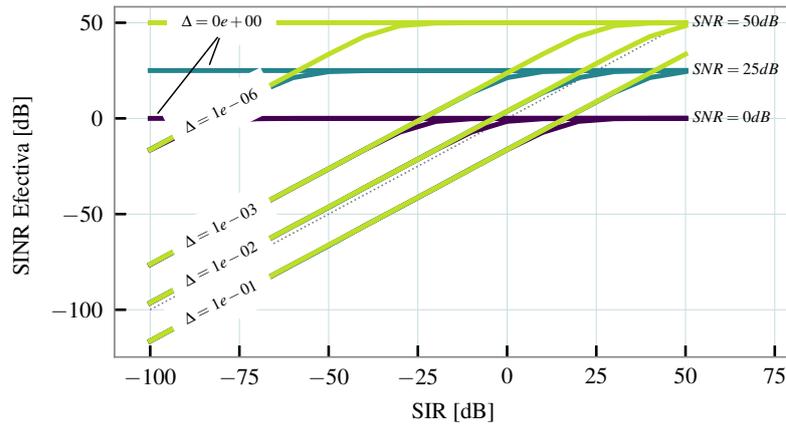


Figura 6.10: SINR efectiva versus SIR para un receptor SICTAS con distintos rangos de jitter en el muestreo, y SNR variable en la antena receptora.

errores temporales son definidos como variables aleatorias con distribuciones idénticas e independientemente distribuidas según $\delta_{\{I,Q\},i} \sim \mathcal{U}(-\Delta/2, \Delta/2)$. En esta distribución Δ es el rango de fluctuación (o *jitter*) normalizado respecto a la $2N$ -ésima fracción del período de símbolo T .

La Fig. 6.10 muestra la SINR efectiva que se obtiene para un sistema con $2N = 512$ subportadoras de las cuales únicamente $N_m = 212$ están moduladas con símbolos QPSK y el resto son bandas de guardas. Las simulaciones por computadora se efectuaron con varios valores de SIR, y con cinco rangos diferentes de jitter.

En la figura se observa que cuando $\Delta = 0$ no hay error de muestreo y se alcanza el comportamiento ideal del SICTAS. Con ello se elimina toda la interferencia y se lleva la SINR efectiva a los mismos valores que la SNR usada para las simulaciones. A medida que se incrementa el jitter se introduce más potencia de autointerferencia en las muestras tomadas y la SINR efectiva disminuye respecto del caso ideal. Para niveles altos de potencia en la autointerferencia el sistema está limitado por esta señal, pero se puede observar que para un rango de jitter normalizado igual a $\Delta = 10^{-3}$ el receptor SICTAS alcanza de todas maneras una ganancia de 25 dB en la SINR efectiva. Cuando el rango de jitter supera el umbral de $\Delta = 10^{-2}$ la SINR efectiva en el sistema simulado resulta menor que la SIR, evidenciando que el error de muestreo degrada más el desempeño que en una situación en la cual no se usase el receptor SICTAS.

En la Fig. 6.11 se muestran con mayor detalle los efectos al aplicar diferentes rangos de jitter al modelo de receptor propuesto. Los resultados evidencian que los mayores niveles de potencia de autointerferencia demandan una sincronización más precisa en el muestreo para eliminarla y alcanzar una SINR efectiva que iguale a la SNR. Más allá de esto, se puede observar que cuando $\Delta < 10^{-2}$ la SINR efectiva es mayor que la SIR cuando se usa el receptor SICTAS, lo cual demuestra que en estas situaciones resulta ventajoso emplearlo como estrategia de supresión de la autointerferencia

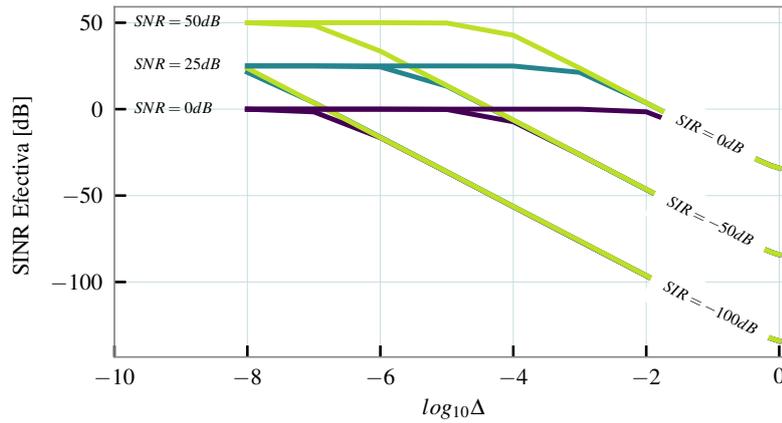


Figura 6.11: Efecto del rango de jitter de muestreo en un receptor SICTAS ante varias potencias de interferencia y ruido en la antena receptora.

6.6.2. Comparación con un método alternativo de cancelamiento

En esta Sección se realizan comparaciones del desempeño del transceptor SICTAS respecto de los resultados del método de cancelamiento presentados en [56]. Los autores de la referencia presentada demuestran que el ruido de fase es la principal causa del límite de desempeño para sus canceladores de autointerferencia analógicos. Se eligió esta referencia como parámetro de evaluación ya que el alineamiento temporal de la interferencia con la señal canceladora que realizan los autores puede interpretarse como una tarea de complejidad similar a la sincronización del muestreo con los cruces por cero en el receptor SICTAS. No obstante, los fundamentos del funcionamiento de ambas técnicas supresoras son diferentes, por lo que en la práctica pueden estar sujetas a limitaciones muy disímiles.

Se realizaron las simulaciones adaptándose al sistema presentado en [56] por medio del uso de $2N = 46$ subportadoras con espaciamento de 1 MHz entre ellas, y entre las cuales sólo la fijada en la posición $n = 1$ transmite un símbolo con amplitud unitaria. Las demás subportadoras se fijaron con potencia nula, y los tonos auxiliares de muestreo se posicionaron en los índices $n = \pm 23$. El jitter de muestreo se consideró de distribución uniforme, con una desviación estándar $\sigma_\delta = 0,83$ ps a fines de producir los mismos efectos que el circuito integrado empleado en [56]. Para el receptor SICTAS simulado esto equivale a un rango de jitter normalizado $\Delta = 1,32 \times 10^{-4}$.

Los resultados de las simulaciones se muestran en la Fig. 6.12. Se puede ver en ella que el receptor SICTAS alcanza una máxima supresión de autointerferencia de aproximadamente 35 dB, lo que coincide con el resultado de [56] cuando los autores usan cancelamiento analógico en banda base. Ante un decrecimiento en la potencia de interferencia respecto de la señal el desempeño pasa a ser limitado por el ruido, y las curvas de SINR efectiva alcanzan la SNR del sistema en las simulaciones presentadas.

La tasa media de muestreo en el receptor SICTAS es el doble de la frecuencia que

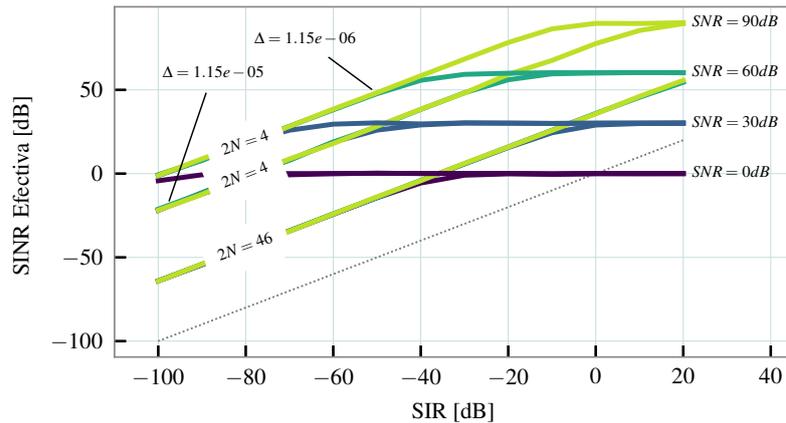


Figura 6.12: SINR efectiva para un receptor SICTAS replicando el sistema de [56], y con distintas cantidades de subportadoras y rangos de jitter Δ .

tienen los tonos de muestreo auxiliares que se suman a las señales para maximizar sus cruces por cero. Si se utilizan menos subportadoras para disminuir esa tasa en un sistema con el mismo valor medio cuadrático (RMS, *root mean square*) de ruido de fase, el rango Δ del jitter disminuirá ya que pasará a ser normalizado por un factor $T/2N$ mayor. Esto se observa claramente por la mejoría en el desempeño de la Fig. 6.12 cuando se elige una cantidad de subportadoras $2N = 4$ para las simulaciones, lo que equivale a un sistema banda base de portadora única con frecuencia 1 MHz transmitiendo información, y señales auxiliares de muestreo ubicadas en ± 2 MHz. Cuando se mantiene la desviación estándar del error de muestreo en $\sigma_\delta = 0,83$ ps, pero se reduce la tasa media de muestreo a 4 MHz, el rango de jitter resultante es $\Delta = 1,15 \times 10^{-5}$. Esta reducción efectiva en el jitter aumenta nivel de supresión de autointerferencia hasta 75 dB.

Además, si la fuente de reloj para la sincronización tiene un jitter menor, por ejemplo la provista por el generador de señales de la referencia [56] y que equivale a $\Delta = 1,15 \times 10^{-6}$, el desempeño total mejora aún más proveyendo una SINR efectiva de alrededor de 100 dB.

De estos resultados se observa que con el receptor SICTAS, aún considerando un limitante de desempeño significativo para esquemas de eliminación de la autointerferencia preexistentes como lo es el ruido de fase, es posible alcanzar resultados comparables o superiores a los presentados en la Tabla I de [51].

6.7. Conclusiones

La transmisión y recepción bidireccional simultánea es un concepto aún novedoso en el ambiente de las comunicaciones inalámbricas. Recientemente se ha comenzado a estudiar la posibilidad de efectuar ese tipo de transmisiones, lográndose ciertos resultados alentadores pero que aún no alcanzan la madurez como para ser adoptados masivamente en aplicaciones destinadas al mercado de telecomunicaciones.

El desafío de la eliminación de autointerferencia es muy significativo y requiere de soluciones radicales para resolverlo. En este Capítulo se ha abordado este problema de una forma novedosa. En primer lugar, el análisis desde el punto de vista del alineamiento de interferencias otorga certezas sobre la posibilidad de efectuar este tipo de transmisiones. Luego se demuestra que una estructura generalizada de los sistemas OFDM es capaz de alcanzar este alineamiento, con una perspectiva de rendimiento superadora a los existentes en el estado del arte.

Los resultados de este Capítulo son alentadores y ameritan ser estudiados con mayor profundidad y extensión, proyectando su implementación en la práctica.

Capítulo 7

Conclusiones generales y líneas de trabajo futuras

En desarrollo de esta Tesis se ha observado que las redes heterogéneas de comunicaciones inalámbricas representan una solución dinámica y flexible para satisfacer la explosiva demanda de servicios que se está experimentando en la actualidad, y cuyo crecimiento se espera que sea cada vez más acelerado. La variedad de estaciones base y nodos similares que pueden destinarse a aumentar las áreas de cobertura, la capacidad de la red o el número de terminales suscritos les permite sortear muchos de los obstáculos que presentan las topologías de red preexistentes.

Sin embargo, de la mano de este abanico de soluciones que ofrecen las HetNet aparecen nuevos desafíos en términos de interferencia que pueden ser extremadamente perjudiciales para los terminales o estaciones base que las integran. La solución a estos inconvenientes demandan técnicas que también se inspiren en el dinamismo y flexibilidad que gestaron la creación de las HetNet, ya que de nada sirve que se pueda definir y moldear con libertad la infraestructura de una red cuando luego el uso de los recursos sigue haciéndose de manera sub-óptima y con métodos rígidos, heredados de sistemas que resultan obsoletos para las demandas actuales.

Las señales utilizadas en la capa física de las HetNet ofrecen una excelente oportunidad para diseñar soluciones al problema de la interferencia. Se ha observado en este trabajo que las múltiples dimensiones de las señales OFDM y la granularidad de los bloques de información son compatibles con técnicas de gestión de recursos más dinámicas. Estas pueden adaptarse mejor a los diversos escenarios en un medio compartido por muchos terminales. En particular, la multidimensionalidad de estos bloques los vuelven atractivos para implementar soluciones de alineamiento de interferencias que hacen un uso más eficiente de los recursos.

En esta Tesis se identificaron situaciones en las cuales los métodos de acceso múltiple establecidos para las HetNet aún tienen mucho margen de mejora. Por medio de análisis y simulaciones se demostró que usando las técnicas de alineamiento de interferencia se pueden ofrecer soluciones superadoras a los sistemas de coordinación de interferencias

establecidos en el estándar (eICIC y FeICIC). Las técnicas propuestas no solo cumplen con el mismo cometido que las estandarizadas, sino que además son beneficiosas para otros dispositivos localizados en el mismo escenario pero en una situación más beneficiosa y que no requiere técnicas de mitigación de interferencias. No obstante, resta evaluar cuán complejo resultaría implementar este tipo de soluciones a nivel global en la red.

Se puede considerar que el resultado más importante de este trabajo consiste en demostrar la factibilidad de las comunicaciones bidireccionales al cancelar completamente la autointerferencia de un terminal por medio de técnicas de muestreo no uniforme. Este método permite atacar de raíz las dificultades que tienen las técnicas del estado del arte para lograr mejores desempeños. Esas dificultades limitaron hasta ahora la existencia de las transmisiones IBFD casi exclusivamente al ámbito de las pruebas de laboratorio y siguen demorando su implementación y adopción masiva. Se propuso además una estructura práctica para un transceptor que puede desarrollar este tipo de comunicaciones bidireccionales, la cual no requiere de elementos más avanzados que los conocidos en el estado del arte. El análisis y las simulaciones efectuadas para evaluar su comportamiento muestran un desempeño que supera a las soluciones establecidas en la literatura. Estos resultados indican que la técnica propuesta ofrece un claro potencial para aumentar la eficiencia del uso de recursos en los sistemas que la implementen. El impacto positivo de los transceptores IBFD se podrá percibir además en la gestión de recursos de la red y en la habilidad de los equipos para determinar en todo momento el estado del medio y poder adaptarse a las situaciones cambiantes que aparecen con las nuevas generaciones de redes inalámbricas.

7.1. Preguntas y desafíos para trabajos futuros

Además de lo expuesto se pueden enumerar las siguientes preguntas y desafíos que surgen de este trabajo y cuya respuesta aún debe ser encontrada:

- En la bibliografía no se encontraron trabajos en los que se interpreten las técnicas de acceso ortogonal al medio (TDMA, FDMA, etc.) como casos particulares de alineamiento de interferencias. Sería interesante estudiar si dichas técnicas no constituyen en realidad métodos de IA con restricciones llevadas al extremo de no permitir la coexistencia de señales en el espacio. De ser así, se puede aprovechar esta visión general de técnicas de acceso múltiple para desarrollar soluciones que se adapten de la mejor manera a la situación de interferencia en la que se encuentren los terminales, sean estas extremadamente favorables o perjudiciales.
- Debería analizarse el costo asociado a la implementación de IA en las redes heterogéneas incluyendo aspectos más realistas acerca de la disponibilidad de información en los nodos y estaciones base respecto del estado de la red entera o de los actores más cercanos y cuyo impacto es más significativo. La efectividad de

IA depende en gran medida de poder contar con esa información en la red, y que su obtención y difusión no termine transformando el problema de la interferencia en otro de magnitudes similares o incluso mayores.

- El transceptor bidireccional con estructura SICTAS debe evaluarse en la práctica para confirmar los resultados del análisis y las simulaciones presentadas. En el Laboratorio de Procesamiento de Señales y Comunicaciones (LaPSyC), perteneciente al Instituto de Investigaciones en Ingeniería Eléctrica (IIIE, CONICET-UNS), en el cual se efectuaron los trabajos de esta Tesis se cuenta con equipos de desarrollo que serían adecuados para realizar ensayos básicos de la técnica propuesta. Estas pruebas permitirían confirmar los resultados expuestos y encontrar aspectos que dificulten su implementación y que no se han tenido en cuenta en esta Tesis.
- Se puede extender el resultado de alineamiento de autointerferencia con muestreo no uniforme e incluirlo en una red en la cual varios nodos se comuniquen entre sí usando este tipo de muestreo. De este modo se podrían suprimir interferencias de diversos orígenes, estableciendo comunicaciones IBFD multipunto. Debería analizarse la factibilidad de esta técnica, evaluando los beneficios y grados de libertad adicionales que se obtendrían y los costos y dificultades que aparecerían con ella.

Apéndice A

Maximización de cruces por cero de las componentes ortogonales de señales OFDM banda base

Es posible definir polinomios asociados a las componentes ortogonales de las señales OFDM tal como se muestra en el Capítulo 6. Allí queda expuesta la correspondencia entre los cruces por cero de esas componentes de señal y las raíces de sus polinomios asociados. Si se desea maximizar la cantidad de cruces por cero debe analizarse qué condiciones se aplican sobre los coeficientes de los polinomios asociados a las señales para cumplir con ese requerimiento desde la óptica de la localización de sus raíces.

En la primera Sección de este Apéndice se describe cómo obtener los coeficientes de los polinomios asociados a cada componente ortogonal de una señal OFDM compleja. Luego, la Sección A.2 verifica qué requisitos deben tener los coeficientes de los polinomios derivados de una señal OFDM para que ambas componentes maximicen simultáneamente sus cruces por cero en un período de señal.

A.1. Coeficientes de polinomios asociados a las componentes real e imaginaria de símbolos OFDM complejos

Sea $\tilde{x}(t)$ una señal OFDM en banda base y en el dominio del tiempo continuo t , con período de T segundos dado por el espaciamiento entre subportadoras $\Delta f = T^{-1}$. Esta señal se puede desarrollar en series de Fourier mediante la expresión

$$\tilde{x}(t) = \sum_{n=-N}^N \tilde{w}_n e^{j\frac{2\pi}{T}nt}, \quad (\text{A.1})$$

en la que los coeficientes complejos \tilde{w}_n modulan las $2N + 1$ subportadoras de la señal. Para que $\tilde{x}(t)$ sea real estos coeficientes deben ser tales que

$$\tilde{w}_{-n} = \tilde{w}_n^*, \quad n = 0, 1, \dots, N, \quad (\text{A.2})$$

lo que además implica que $\tilde{w}_0 = \tilde{w}_0^*$ debe ser real. De otra manera, la señal $\tilde{x}(t)$ es compleja y sus componentes en fase y cuadratura están dadas por

$$\begin{aligned} \Re \{ \tilde{x}(t) \} &= \sum_{n=-N}^N \Re \left\{ \tilde{w}_n e^{j \frac{2\pi}{T} nt} \right\} \\ &= \frac{1}{2} \sum_{n=-N}^N \tilde{w}_n e^{j \frac{2\pi}{T} nt} + \tilde{w}_n^* e^{-j \frac{2\pi}{T} nt} \\ &= \frac{1}{2} \sum_{n=-N}^N (\tilde{w}_n + \tilde{w}_{-n}^*) e^{j \frac{2\pi}{T} nt} \\ &= \frac{1}{2} \sum_{n=-N}^N \tilde{a}_n e^{j \frac{2\pi}{T} nt} \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

$$\begin{aligned} \Im \{ \tilde{x}(t) \} &= \sum_{n=-N}^N \Im \left\{ \tilde{w}_n e^{j \frac{2\pi}{T} nt} \right\} \\ &= \frac{1}{2} \sum_{n=-N}^N j \tilde{w}_n^* e^{-j \frac{2\pi}{T} nt} - j \tilde{w}_n e^{j \frac{2\pi}{T} nt} \\ &= \frac{1}{2} \sum_{n=-N}^N j (\tilde{w}_{-n}^* - \tilde{w}_n) e^{j \frac{2\pi}{T} nt} \\ &= \frac{1}{2} \sum_{n=-N}^N \tilde{b}_n e^{j \frac{2\pi}{T} nt}, \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

en la cual

$$\tilde{a}_n = (\tilde{w}_n + \tilde{w}_{-n}^*) \quad (\text{A.5})$$

$$\tilde{b}_n = j(\tilde{w}_{-n}^* - \tilde{w}_n) \quad (\text{A.6})$$

son los coeficientes que permiten construir los polinomios asociados a las componentes en fase $\mathcal{P}_I(z)$ y en cuadratura $\mathcal{P}_Q(z)$ como a continuación

$$\mathcal{P}_I(z) = \sum_{n=0}^{2N} \tilde{a}_{n-N} z^n \quad (\text{A.7})$$

$$\mathcal{P}_Q(z) = \sum_{n=0}^{2N} \tilde{b}_{n-N} z^n. \quad (\text{A.8})$$

Es sencillo comprobar que estos polinomios son autorrecíprocos y satisfacen la condición expuesta en (A.2).

A.2. Maximización de los cruces por cero

El Corolario 3 de [65] afirma que para un polinomio cuyos coeficientes son autorrecíprocos como a continuación

$$\mathcal{C}(z) = \sum_{n=0}^{2N} c_n z^n, \quad c_n = c_{2N-n}^*,$$

todas sus raíces son simples y están localizadas sobre el círculo unitario $|z| = 1$ si se cumple alguna de las siguientes condiciones

$$|c_{2N}| > \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{2N-1} |c_{n+1} - c_n| \quad (\text{A.9})$$

$$|c_{2N}| > \sum_{n=1}^{2N-1} |c_{2N} - c_n| \quad (\text{A.10})$$

$$|c_{2N}| > \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{2N-1} |c_n|. \quad (\text{A.11})$$

Los coeficientes de los polinomios (A.7) y (A.8) para ambas componentes de una misma señal están relacionados entre sí mediante (A.5) y (A.6). Es esta misma relación la que garantiza la autorreciprocidad de los coeficientes polinómicos.

A continuación se analiza si alguna de las tres condiciones de maximización de raíces sobre el círculo unitario tomadas de la referencia se cumple en simultáneo para los coeficientes \tilde{a}_n y \tilde{b}_n de los polinomios obtenidos para ambas componentes de un mismo símbolo OFDM $\tilde{\mathbf{w}}_n$. Cada ciclo de éstas toma valores dados por la evaluación de dichos polinomios sobre el trayecto $|z| = 1$, por lo que una raíz localizada sobre él equivaldrá a un cruce por cero de la componente de señal correspondiente.

A.2.1. Verificación para (A.9)

Si se utiliza la definición (A.5) para los coeficientes $\tilde{a}_{n,l}$ en (A.9) se obtiene

$$\begin{aligned} |\tilde{a}_N| &> \frac{1}{2} \sum_{n=-N}^{N-1} |\tilde{a}_{n+1} - \tilde{a}_n| \\ |\tilde{w}_N + \tilde{w}_{-N}^*| &> \frac{1}{2} \left(|\tilde{w}_{-N+1} + \tilde{w}_{N-1}^* - \tilde{w}_{-N} - \tilde{w}_N^*| \right. \\ &\quad + \sum_{n=-N+1}^{N-2} |\tilde{w}_{n+1} + \tilde{w}_{-n-1}^* - \tilde{w}_n - \tilde{w}_n^*| \\ &\quad \left. + |\tilde{w}_N + \tilde{w}_{-N}^* - \tilde{w}_{N-1} - \tilde{w}_{-N+1}^*| \right), \end{aligned}$$

y usando la desigualdad del triángulo, además de propiedades básicas de la conjugación, se llega a

$$\begin{aligned} |\tilde{w}_N + \tilde{w}_{-N}^*| &> |\tilde{w}_N + \tilde{w}_{-N}^*| + |\tilde{w}_{-N+1} + \tilde{w}_{N-1}^*| \\ &\quad + \frac{1}{2} \sum_{n=-N+1}^{N-2} |\tilde{w}_{n+1} + \tilde{w}_{-n-1}^* - \tilde{w}_n - \tilde{w}_n^*|, \end{aligned}$$

y se observa que el miembro derecho de la desigualdad es siempre mayor que el izquierdo, por lo que no se puede cumplir esta condición.

Operando de manera similar con los coeficientes \tilde{b}_n , definidos según (A.6), se tiene que

$$\begin{aligned} |\tilde{b}_N| &> \frac{1}{2} \sum_{n=-N}^{N-1} |\tilde{b}_{n+1} - \tilde{b}_n| \\ |\tilde{w}_{-N}^* - \tilde{w}_N| &> \frac{1}{2} \left(|\tilde{w}_{N-1}^* - \tilde{w}_{-N+1} - \tilde{w}_N^* + \tilde{w}_{-N}| \right. \\ &\quad + \sum_{n=-N+1}^{N-2} |\tilde{w}_{-n-1}^* - \tilde{w}_{n+1} - \tilde{w}_{-n}^* + \tilde{w}_n| \\ &\quad \left. + |\tilde{w}_{-N}^* - \tilde{w}_N - \tilde{w}_{-N+1}^* + \tilde{w}_{N-1}| \right) \\ &> |\tilde{w}_{-N}^* - \tilde{w}_N| + |\tilde{w}_{-N+1}^* - \tilde{w}_{N-1}| \\ &\quad + \frac{1}{2} \sum_{n=-N+1}^{N-2} |\tilde{w}_{n+1} + \tilde{w}_{-n-1}^* - \tilde{w}_n - \tilde{w}_n^*|. \end{aligned}$$

Esta desigualdad tampoco se puede cumplir. Por lo tanto, se puede afirmar que la condición (A.9) no puede ser satisfecha para polinomios asociados a las componentes ortogonales de señales OFDM.

A.2.2. Verificación para (A.10)

A usar la definición (A.5) para los \tilde{a}_n en (A.10), ésta resulta en la siguiente desigualdad

$$\begin{aligned} |\tilde{a}_N| &> \sum_{n=-N+1}^{N-1} |\tilde{a}_N - \tilde{a}_n| \\ |\tilde{w}_N + \tilde{w}_{-N}^*| &> \sum_{n=-N+1}^{N-1} |\tilde{w}_N + \tilde{w}_{-N}^* - \tilde{w}_n - \tilde{w}_{-n}^*| \\ &> (2N-1) |\tilde{w}_N + \tilde{w}_{-N}^*| + \sum_{n=-N+1}^{N-1} |\tilde{w}_n + \tilde{w}_{-n}^*|, \end{aligned}$$

en la que se usó la desigualdad triangular, y se obtiene una condición que no puede satisfacerse.

Trabajando de la misma forma con los coeficientes \tilde{b}_n se llega a

$$\begin{aligned} |\tilde{b}_N| &> \sum_{n=-N+1}^{N-1} |\tilde{b}_N - \tilde{b}_n| \\ |\tilde{w}_{-N}^* - \tilde{w}_N| &> \sum_{n=-N+1}^{N-1} |\tilde{w}_{-N}^* - \tilde{w}_N - \tilde{w}_{-n}^* + \tilde{w}_n| \\ &> (2N-1) |\tilde{w}_{-N}^* - \tilde{w}_N| + \sum_{n=-N+1}^{N-1} |\tilde{w}_{-n}^* - \tilde{w}_n|, \end{aligned}$$

la cual es una condición que tampoco se puede satisfacer. Por lo tanto, (A.10) no puede ser satisfecha simultáneamente por los coeficientes de polinomios asociados a las partes real e imaginaria de una señal OFDM.

A.2.3. Verificación para (A.11)

Si se reemplaza la definición (A.5) para los coeficientes \tilde{a}_n en (A.11) se obtiene

$$\begin{aligned} |\tilde{a}_N| &> \frac{1}{2} \sum_{n=-N+1}^{N-1} |\tilde{a}_n| \\ |\tilde{w}_N + \tilde{w}_{-N}^*| &> \frac{1}{2} \sum_{n=-N+1}^{N-1} |\tilde{w}_n + \tilde{w}_{-n}^*| \\ &> |\Re\{\tilde{w}_0\}| + \sum_{n=1}^{N-1} |\tilde{w}_n + \tilde{w}_{-n}^*|. \end{aligned} \tag{A.12}$$

De la misma forma, con los coeficientes \tilde{b}_n se obtiene

$$\begin{aligned} |\tilde{b}_N| &> \frac{1}{2} \sum_{n=-N+1}^{N-1} |\tilde{b}_n| \\ |\tilde{w}_{-N}^* - \tilde{w}_N| &> \frac{1}{2} \sum_{n=-N+1}^{N-1} |\tilde{w}_{-n}^* - \tilde{w}_n| \\ &> |\Im\{\tilde{w}_0\}| + \sum_{n=1}^{N-1} |\tilde{w}_{-n}^* - \tilde{w}_n|. \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

Usando la desigualdad del triángulo, y con ayuda de la expresión

$$\{|\Re\{\tilde{w}_0\}|, |\Im\{\tilde{w}_0\}|\} \leq |\tilde{w}_0|,$$

los miembros derechos de (A.12) y (A.13) se pueden reescribir respectivamente como

$$|\tilde{w}_N + \tilde{w}_{-N}^*| > |\tilde{w}_0| + \sum_{n=1}^{N-1} |\tilde{w}_n| + |\tilde{w}_{-n}| = \sum_{n=-N+1}^{N-1} |\tilde{w}_n| \quad (\text{A.14})$$

$$|\tilde{w}_{-N}^* - \tilde{w}_N| > |\tilde{w}_0| + \sum_{n=1}^{N-1} |\tilde{w}_{-n}| + |\tilde{w}_n| = \sum_{n=-N+1}^{N-1} |\tilde{w}_n|. \quad (\text{A.15})$$

Estas dos desigualdades indican en forma genérica las relaciones que deben existir entre los coeficientes de las subportadoras de un símbolo OFDM para maximizar las raíces ubicadas sobre el círculo unitario en los polinomios asociados a la parte real e imaginaria.

Si bien la restricción está planteada en términos de valores absolutos de coeficientes, también son importantes las fases relativas entre los símbolos en las subportadoras de los extremos. No obstante, se puede interpretar en términos generales que la potencia de las señales debe estar concentrada en las mayores frecuencias. Se llega a esto sumando (A.14) y (A.15) como a continuación

$$|\tilde{w}_N + \tilde{w}_{-N}^*| + |\tilde{w}_{-N}^* - \tilde{w}_N| \geq |(\tilde{w}_N + \tilde{w}_{-N}^*) \pm (\tilde{w}_{-N}^* - \tilde{w}_N)| > 2 \sum_{n=-N+1}^{N-1} |\tilde{w}_n|.$$

De esto último se puede obtener que

$$\{|\tilde{w}_N|, |\tilde{w}_{-N}|\} > \sum_{n=-N+1}^{N-1} |\tilde{w}_n|.$$

Apéndice B

Varianza del error de estimación en el receptor SICTAS

A partir del error de estimación de un símbolo OFDM en el dominio de la frecuencia, definido como

$$\begin{aligned}\mathbf{e}_w &= \tilde{\mathbf{w}}_r - \mathbf{w}_r \\ &= \mathbf{G} \left(\mathcal{V}_I^{-1} \mathbf{z}_I + j \mathcal{V}_Q^{-1} \mathbf{z}_Q \right),\end{aligned}$$

y simplificando el análisis para un sistema con canales ideales en el cual

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_{N_m} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix},$$

siendo N_m la cantidad de subportadoras con potencia no nula, se obtiene que la varianza del error es

$$\begin{aligned}\sigma_e^2 &= E \left\{ |\mathbf{e}_w|^2 \right\} = E \left\{ \mathbf{e}_w^H \mathbf{e}_w \right\} \\ &= E \left\{ \left(\mathcal{V}_I^{-1} \mathbf{z}_I + j \mathcal{V}_Q^{-1} \mathbf{z}_Q \right)^H \mathbf{G}^H \mathbf{G} \left(\mathcal{V}_I^{-1} \mathbf{z}_I + j \mathcal{V}_Q^{-1} \mathbf{z}_Q \right) \right\} \\ &= E \left\{ \left(\mathbf{z}_I^H \mathcal{V}_I^{-H} - j \mathbf{z}_Q^H \mathcal{V}_Q^{-H} \right) \mathbf{I}_{N_m} \left(\mathcal{V}_I^{-1} \mathbf{z}_I + j \mathcal{V}_Q^{-1} \mathbf{z}_Q \right) \right\} \\ &= E \left\{ \mathbf{z}_I^H \mathcal{V}_I^{-H} \mathbf{I}_{N_m} \mathcal{V}_I^{-1} \mathbf{z}_I \right\} + E \left\{ \mathbf{z}_Q^H \mathcal{V}_Q^{-H} \mathbf{I}_{N_m} \mathcal{V}_Q^{-1} \mathbf{z}_Q \right\} \\ &\quad - j E \left\{ \mathbf{z}_Q^H \mathcal{V}_Q^{-H} \mathbf{I}_{N_m} \mathcal{V}_I^{-1} \mathbf{z}_I \right\} + j E \left\{ \mathbf{z}_I^H \mathcal{V}_I^{-H} \mathbf{I}_{N_m} \mathcal{V}_Q^{-1} \mathbf{z}_Q \right\} \\ &= E \left\{ \sum_{k=1}^{N_m} \mathbf{z}_I^H \left(\mathcal{V}_{I(k,:)}^{-1} \right)^H \mathcal{V}_{I(k,:)}^{-1} \mathbf{z}_I \right\} + E \left\{ \sum_{k=1}^{N_m} \mathbf{z}_Q^H \left(\mathcal{V}_{Q(k,:)}^{-1} \right)^H \mathcal{V}_{Q(k,:)}^{-1} \mathbf{z}_Q \right\} \\ &\quad - j E \left\{ \sum_{k=1}^{N_m} \mathbf{z}_Q^H \left(\mathcal{V}_{Q(k,:)}^{-1} \right)^H \mathcal{V}_{I(k,:)}^{-1} \mathbf{z}_I \right\} + j E \left\{ \sum_{k=1}^{N_m} \mathbf{z}_I^H \left(\mathcal{V}_{I(k,:)}^{-1} \right)^H \mathcal{V}_{Q(k,:)}^{-1} \mathbf{z}_Q \right\}.\end{aligned}$$

Desarrollando los productos entre vectores se tiene que

$$\begin{aligned} \sigma_e^2 = & \sum_{k=1}^{N_m} E \left\{ \sum_{l=1}^{2N} \sum_{m=1}^{2N} z_{I(l)}^* (\mathcal{V}_{I(k,l)}^{-1})^* \mathcal{V}_{I(k,m)}^{-1} z_{I(m)} \right\} \\ & + \sum_{k=1}^{N_m} E \left\{ \sum_{l=1}^{2N} \sum_{m=1}^{2N} z_{Q(l)}^* (\mathcal{V}_{Q(k,l)}^{-1})^* \mathcal{V}_{Q(k,m)}^{-1} z_{Q(m)} \right\} \\ & - j \sum_{k=1}^{N_m} E \left\{ \sum_{l=1}^{2N} \sum_{m=1}^{2N} z_{Q(l)}^* (\mathcal{V}_{Q(k,l)}^{-1})^* \mathcal{V}_{I(k,m)}^{-1} z_{I(m)} \right\} \\ & + j \sum_{k=1}^{N_m} E \left\{ \sum_{l=1}^{2N} \sum_{m=1}^{2N} z_{I(l)}^* (\mathcal{V}_{I(k,l)}^{-1})^* \mathcal{V}_{Q(k,m)}^{-1} z_{Q(m)} \right\}. \end{aligned}$$

Por la independencia entre el ruido y las matrices Vandermonde del muestreo los operadores esperanza dentro de las sumatorias pueden separarse. Si además se tiene en cuenta que el ruido aditivo blanco Gaussiano es descorrelacionado entre instantes de tiempo diferentes, se obtiene

$$\begin{aligned} \sigma_e^2 = & \sum_{k=1}^{N_m} \sum_{l=1}^{2N} E \left\{ z_{I(l)}^* z_{I(l)} \right\} E \left\{ (\mathcal{V}_{I(k,l)}^{-1})^* \mathcal{V}_{I(k,l)}^{-1} \right\} \\ & + \sum_{k=1}^{N_m} \sum_{l=1}^{2N} E \left\{ z_{Q(l)}^* z_{Q(l)} \right\} E \left\{ (\mathcal{V}_{Q(k,l)}^{-1})^* \mathcal{V}_{Q(k,l)}^{-1} \right\} \\ & - j \sum_{k=1}^{N_m} \sum_{l=1}^{2N} E \left\{ z_{Q(l)}^* z_{I(l)} \right\} E \left\{ (\mathcal{V}_{Q(k,l)}^{-1})^* \mathcal{V}_{I(k,l)}^{-1} \right\} \\ & + j \sum_{k=1}^{N_m} \sum_{l=1}^{2N} E \left\{ z_{I(l)}^* z_{Q(l)} \right\} E \left\{ (\mathcal{V}_{I(k,l)}^{-1})^* \mathcal{V}_{Q(k,l)}^{-1} \right\} \\ = & \sigma_z^2 \sum_{k=1}^{N_m} \sum_{l=1}^{2N} \cos \left(\frac{2\pi}{2N} k \right)^2 E \left\{ (\mathcal{V}_{I(k,l)}^{-1})^* \mathcal{V}_{I(k,l)}^{-1} \right\} \\ & + \sigma_z^2 \sum_{k=1}^{N_m} \sum_{l=1}^{2N} \sin \left(\frac{2\pi}{2N} k \right)^2 E \left\{ (\mathcal{V}_{Q(k,l)}^{-1})^* \mathcal{V}_{Q(k,l)}^{-1} \right\} \\ & - j \frac{\sigma_z^2}{2} \sum_{k=1}^{N_m} \sum_{l=1}^{2N} \sin \left(\frac{4\pi}{2N} k \right)^2 E \left\{ (\mathcal{V}_{Q(k,l)}^{-1})^* \mathcal{V}_{I(k,l)}^{-1} \right\} \\ & + j \frac{\sigma_z^2}{2} \sum_{k=1}^{N_m} \sum_{l=1}^{2N} \sin \left(\frac{4\pi}{2N} k \right)^2 E \left\{ (\mathcal{V}_{I(k,l)}^{-1})^* \mathcal{V}_{Q(k,l)}^{-1} \right\}. \end{aligned}$$

Como se puede demostrar que $E \{ \mathcal{V}^H \mathcal{V} \} = 2N\mathbf{I}$, esto implica que la matriz Vandermonde esperada es unitaria (escalada por un factor $\sqrt{2N}$). Entonces, las sumatorias de esperanzas obtenidas en la última ecuación equivalen a la autocorrelación de las N_m filas de la matriz Vandermonde inversa, que resultan iguales a $2N$. Usando este

resultado, la varianza del error es

$$\begin{aligned}
 \sigma_e^2 &= \frac{\sigma_z^2}{2N} \sum_{k=1}^{N_m} \cos\left(\frac{2\pi}{2N}k\right)^2 + \frac{\sigma_z^2}{2N} \sum_{k=1}^{N_m} \sin\left(\frac{2\pi}{2N}k\right)^2 \\
 &\quad - j \frac{\sigma_z^2}{4N} \sum_{k=1}^{N_m} \sin\left(\frac{4\pi}{2N}k\right)^2 + j \frac{\sigma_z^2}{4N} \sum_{k=1}^{N_m} \sin\left(\frac{4\pi}{2N}k\right)^2 \\
 &= \frac{\sigma_z^2}{2N} \sum_{k=1}^{N_m} \left[\cos\left(\frac{2\pi}{2N}k\right)^2 + \sin\left(\frac{2\pi}{2N}k\right)^2 \right] \\
 &= \sigma_z^2 \frac{N_m}{2N}.
 \end{aligned}$$

Este resultado indica que la varianza del error de estimación es directamente proporcional a la potencia del ruido y a la proporción de subportadoras empleadas en la transmisión.

Lista de siglas y acrónimos

Números

4G cuarta generación de tecnologías de telefonía móvil 6, 7, 11

5G quinta generación de tecnologías de telefonía móvil. 7

A

ABS subcuadro protegido (*almost blank subframe*) 30, 44–46

ADC conversor analógico/digital (*analog-to-digital converter*) 50, 57

C

CA agrupación de portadoras (*carrier aggregation*) 6, 48

CDMA acceso múltiple por división en código (*code-division multiple access*) 10

CoMP multipunto coordinada (*coordinated multipoint*) 6, 12

CRE expansión de rango de celda (*cell range expansion*) VII, 31, 33, 36, 38–43, 45

CSG grupo de usuarios cerrado (*closed subscriber group*) 7, 8

D

DAC conversor digital/analógico (*digital-to-analog converter*) 55

DFT transformada discreta de Fourier (*discrete Fourier transform*) 17–19

downlink transmisión en sentido estación base - usuario (*downlink*). 11

E

eICIC coordinación de interferencias intercelda mejorada (*enhanced inter-cell interference coordination*) VII, 6, 12, 29–31, 37, 39, 43–45, 75

EVM magnitud del vector error (*error vector magnitude*) 65–68

F

FDMA acceso múltiple por división en frecuencia (*frequency-division multiple access*) 10, 27, 75

FeICIC coordinación de interferencia intercelda adicionalmente mejorada (*further enhanced inter-cell interference coordination*) 12, 30, 37, 75

FFR reuso de frecuencias fraccional (*fractional frequency reuse*) 11

FFT transformada rápida de Fourier (*fast Fourier transform*) 17

G

GdL grados de libertad 28

H

HetNet red heterogénea (*heterogeneous network*) 6–8, 12, 23, 74

I

IA alineamiento de interferencia (*interference alignment*) VII, 21–23, 27–29, 31, 33, 36–39, 41, 45–47, 50–52, 75, 76

IBFD dúplex total en la misma banda (*in-band full-duplex*) 48–52, 55, 57, 75

ICIC coordinación de interferencias intercelda (*inter-cell interference coordination*) 6, 11

IDFT transformada discreta de Fourier inversa (*inverse discrete Fourier transform*) 17, 18, 20

ISI interferencia entre símbolos (*intersymbol interference*) 15

L

LNA amplificador de bajo ruido (*low noise amplifier*) 57

LTE evolución a largo plazo (*long-term evolution*) 6, 11, 36, 46

LTE-A estándar de telecomunicaciones resultante de la evolución de LTE, enfocado en incrementar las tasas de transferencia de datos respecto de este último. 6, 12, 29, 30, 46, 65

M

MIMO entrada múltiple - salida múltiple (*multiple-input and multiple-output*) 6, 7, 28

O

OFDM multiplexado por división en frecuencias ortogonales (*orthogonal frequency-division multiplexing*) VII, 2, 6, 7, 11, 14–20, 23–27, 30, 32, 36–46, 50–55, 57–59, 61, 63, 65–70, 73, 74, 77, 79–82

OFDMA acceso múltiple por división en frecuencias ortogonales (*orthogonal frequency-division multiple access*) 11

Q

QPSK modulación por desplazamiento de fase en cuadratura (*quadrature phase-shift keying*) 58, 70

R

relay nodo retransmisor. 6–8

RF radiofrecuencia (*radio frequency*) 50, 55

RMS valor medio cuadrático (*root mean square*) 72

S

SC-FDMA acceso múltiple por división en portadora única (*single carrier frequency-division multiple access*) 11

SDMA acceso múltiple por división en espacio (*space-division multiple access*) 10

SICTAS cancelador de autointerferencia mediante muestreo no uniforme (*self-interference canceller through advanced sampling*) 55, 66–73, 76

SINR relación señal a interferencia mas ruido (*signal-to-interference-plus-noise ratio*) VII, 43–45, 65, 68–73

SIR relación señal a interferencia (*signal-to-interference ratio*) 44, 49, 66, 67, 69–71

SNR relación señal a ruido (*signal-to-noise ratio*) 44–46, 65–72

SS-IA alineamiento de interferencias por dispersión sobre símbolos (*symbol-spreading interference alignment*) VII, 42–46

T

TDMA acceso múltiple por división en tiempo (*time-division multiple access*) VII, 10, 12, 27, 29, 37–39, 42, 75

transceptor equipo que combina un transmisor y un receptor. 49, 51–57, 63, 70, 75

U

uplink transmisión en sentido usuario - estación base (*uplink*). 11

Bibliografía

1. DAMNJANOVIC, Aleksandar; MONTOJO, Juan; WEI, Yongbin; JI, Tingfang; LUO, Tao; VAJAPPEYAM, Madhavan; YOO, Taesang; SONG, Osok y MALLADI, Durga. A survey on 3GPP heterogeneous networks. *IEEE Wireless Commun.* 2011, vol. 18, n.º 3, págs. 10-21. Disponible desde DOI: 10.1109/MWC.2011.5876496.
2. BERNHARDT, M.; GREGORIO, F.; COUSSEAU, J.; RIIHONEN, T. y WICHMAN, R. Interference alignment in heterogeneous networks with macro-to-picocell offloaded users. En: *Proc. Int. Symp. Wireless Communication Systems (ISWCS)*. 2016, págs. 388-392. Disponible desde DOI: 10.1109/ISWCS.2016.7600934.
3. BERNHARDT, Micael; GREGORIO, Fernando; COUSSEAU, Juan y RIIHONEN, Taneli. Self-Interference Cancellation Through Advanced Sampling. *IEEE Transactions on Signal Processing*. 2018, vol. 66, n.º 7, págs. 1721-1733. Disponible desde DOI: 10.1109/tsp.2018.2793864.
4. DAHLMAN, Erik; PARKVALL, Stefan y SKOLD, Johan. *4G: LTE/LTE-advanced for mobile broadband*. Academic Press, 2013.
5. HOLMA, Harri y TOSKALA, Antti. *LTE for UMTS: Evolution to LTE-advanced*. John Wiley & Sons, 2011.
6. DU, Ke-Lin y SWAMY, Madisetti NS. *Wireless communication systems: from RF subsystems to 4G enabling technologies*. Cambridge University Press, 2010.
7. HOSSAIN, E.; RASTI, M.; TABASSUM, H. y ABDELNASSER, A. Evolution toward 5G multi-tier cellular wireless networks: An interference management perspective. *IEEE Wireless Commun.* 2014, vol. 21, n.º 3, págs. 118-127. ISSN 1536-1284. Disponible desde DOI: 10.1109/MWC.2014.6845056.
8. HU, Rose Qingyang y QIAN, Yi. *Heterogeneous cellular networks*. John Wiley & Sons, 2013.
9. HU, Fei. *Opportunities in 5G networks: A research and development perspective*. CRC Press, 2016.
10. CHANDRASEKHAR, Vikram; ANDREWS, Jeffrey G. y GATHERER, Alan. Femtocell networks: a survey. *IEEE Commun. Mag.* 2008, vol. 46, n.º 9, págs. 59-67. Disponible desde DOI: 10.1109/MCOM.2008.4623708.

11. LUO, Fa-Long y ZHANG, Charlie. *Signal Processing for 5G: Algorithms and Implementations*. John Wiley & Sons, 2016.
12. ZAIDI, A. A.; BALDEMAIR, R.; TULLBERG, H.; BJORKEGREN, H.; SUNDS-TROM, L.; MEDBO, J.; KILINC, C. y SILVA, I. Da. Waveform and Numerology to Support 5G Services and Requirements. *IEEE Communications Magazine*. 2016, vol. 54, n.º 11, págs. 90-98. ISSN 0163-6804. Disponible desde DOI: 10.1109/MCOM.2016.1600336CM.
13. SAQUIB, Nazmus; HOSSAIN, Ekram; LE, Long Bao y KIM, Dong In. Interference management in OFDMA femtocell networks: issues and approaches. *IEEE Wireless Commun.* 2012, vol. 19, n.º 3, págs. 86-95. Disponible desde DOI: 10.1109/MWC.2012.6231163.
14. LÓPEZ-PÉREZ, D.; GÜVENÇ, İ.; ROCHE, G. de la; KOUNTOURIS, M.; QUEK, T. Q. S. y ZHANG, J. Enhanced intercell interference coordination challenges in heterogeneous networks. *IEEE Wireless Commun.* 2011, vol. 18, n.º 3, págs. 22-30. Disponible desde DOI: 10.1109/MWC.2011.5876497.
15. JAMALIPOUR, A.; WADA, Tadahiro y YAMAZATO, T. A tutorial on multiple access technologies for beyond 3G mobile networks. *IEEE Commun. Mag.* 2005, vol. 43, n.º 2, págs. 110-117. Disponible desde DOI: 10.1109/MCOM.2005.1391509.
16. COX, Christopher. *An introduction to LTE: LTE, LTE-advanced, SAE and 4G mobile communications*. John Wiley & Sons, 2012.
17. ACHARYA, Joydeep; GAO, Long y GAUR, Sudhanshu. *Heterogeneous Networks in LTE-advanced*. John Wiley & Sons, 2014.
18. ZHOU, Y.; LIU, L.; DU, H.; TIAN, L.; WANG, X. y SHI, J. An overview on intercell interference management in mobile cellular networks: From 2G to 5G. En: *2014 IEEE International Conference on Communication Systems (ICCS)*. 2014, págs. 217-221. Disponible desde DOI: 10.1109/ICCS.2014.7024797.
19. LI, Ye Geoffrey y STUBER, Gordon L. *Orthogonal frequency division multiplexing for wireless communications*. Springer Science & Business Media, 2006.
20. DINIZ, P.; MARTINS, W. y LIMA, M. *Block Transceivers: OFDM and Beyond*. Morgan & Claypool Publishers, 2012. Synthesis Lectures on Communications. ISBN 9781608458301. Disponible desde DOI: 10.2200/S00424ED1V01Y201206COM007.
21. PUN, Man-on; MORELLI, Michele y KUO, Chung-Chieh Jay. *Multi-Carrier Techniques for Broadband Wireless Communications*. World Scientific, 2007. ISSN 1860949460.
22. ENG, Frida. *Non-uniform sampling in statistical signal processing*. 2007. Tesis doctoral. Institutionen för systemteknik.

23. JERRI, A. J. The Shannon sampling theorem —Its various extensions and applications: A tutorial review. *Proceedings of the IEEE*. 1977, vol. 65, n.º 11, págs. 1565-1596. ISSN 0018-9219. Disponible desde DOI: 10.1109/PROC.1977.10771.
24. MARVASTI, F.; ANALOUI, M. y GAMSHADZAH, M. Recovery of signals from nonuniform samples using iterative methods. *IEEE Transactions on Signal Processing*. 1991, vol. 39, n.º 4, págs. 872-878. ISSN 1053-587X. Disponible desde DOI: 10.1109/78.80909.
25. MARVASTI, Farokh (ed.). *Nonuniform sampling: theory and practice*. Springer Science & Business Media, 2001.
26. LIN, Yuan-Pei y VAIDYANATHAN, P. P. Periodically nonuniform sampling of bandpass signals. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Analog and Digital Signal Processing*. 1998, vol. 45, n.º 3, págs. 340-351. ISSN 1057-7130. Disponible desde DOI: 10.1109/82.664240.
27. MARVASTI, F. Nonuniform sampling theorems for bandpass signals at or below the Nyquist density. *IEEE Transactions on Signal Processing*. 1996, vol. 44, n.º 3, págs. 572-576. ISSN 1053-587X. Disponible desde DOI: 10.1109/78.489030.
28. SHARMA, Neeraj Kumar y SREENIVAS, Thippur V. Event-triggered sampling using signal extrema for instantaneous amplitude and instantaneous frequency estimation. *Signal Processing*. 2015, vol. 116, págs. 43-54.
29. ISHIBASHI, H.; SUZUKI, H.; FUKAWA, K. y SUYAMA, S. Application of real zero concept to coherent detector for quadrature amplitude modulation. En: *Proc. 21st Annual IEEE Int. Symp. Personal, Indoor and Mobile Radio Communications*. 2010, págs. 597-602. ISSN 2166-9570. Disponible desde DOI: 10.1109/PIMRC.2010.5671766.
30. GOLUB, Gene H. y VAN LOAN, Charles F. *Matrix Computations*. Johns Hopkins University Press, 2013.
31. ZHENG, Gan; KRIKIDIS, Ioannis; MASOUIROS, Christos; TIMOTHEU, Stelios; TOUMPAKARIS, Dimitris-Alexandros y DING, Zhiguo. Rethinking the role of interference in wireless networks. *IEEE Commun. Mag.* 2014, vol. 52, n.º 11, págs. 152-158. Disponible desde DOI: 10.1109/MCOM.2014.6957156.
32. MADDAH-ALI, Mohammad Ali; MOTAHARI, Abolfazl S y KHANDANI, Amir K. Signaling over MIMO multi-base systems: Combination of multi-access and broadcast schemes. En: *2006 IEEE International Symposium on Information Theory*. 2006, págs. 2104-2108.
33. JAFAR, S. A. *Interference Alignment — A New Look at Signal Dimensions in a Communication Network*. Now Publishers Inc., 2011. **urlalso:** <http://www.nowpublishers.com/article/Details/CIT-047>.

34. GOMADAM, Krishna; CADAMBE, Viveck R. y JAFAR, Syed A. Approaching the Capacity of Wireless Networks through Distributed Interference Alignment. En: *Global Telecommunications Conference, 2008. IEEE GLOBECOM 2008. IEEE*. 2008, págs. 1-6. Disponible desde DOI: 10.1109/GLOCOM.2008.ECP.817.
35. CADAMBE, Viveck R y JAFAR, Syed Ali. Interference alignment and degrees of freedom of the K -user interference channel. *IEEE Transactions on Information Theory*. 2008, vol. 54, n.º 8, págs. 3425-3441.
36. YETIS, C M; GOU, Tiangao; JAFAR, S A y KAYRAN, A H. On Feasibility of Interference Alignment in MIMO Interference Networks. *IEEE Transactions on Signal Processing*. 2010, vol. 58, n.º 9, págs. 4771-4782. Disponible desde DOI: 10.1109/tsp.2010.2050480.
37. LIU, Tingting y YANG, Chenyang. On the Feasibility of Linear Interference Alignment for MIMO Interference Broadcast Channels With Constant Coefficients. *IEEE Transactions on Signal Processing*. 2013, vol. 61, n.º 9, págs. 2178-2191. Disponible desde DOI: 10.1109/tsp.2013.2248005.
38. CAVALCANTI, Francisco Rodrigo Porto (ed.). *Resource Allocation and MIMO for 4G and Beyond*. Springer, 2014.
39. GOMADAM, K.; CADAMBE, V.R. y JAFAR, S.A. A Distributed Numerical Approach to Interference Alignment and Applications to Wireless Interference Networks. *IEEE Trans. Inf. Theory*. 2011, vol. 57, n.º 6, págs. 3309-3322. Disponible desde DOI: 10.1109/TIT.2011.2142270.
40. JAFAR, S.A. Blind Interference Alignment. *IEEE J. Sel. Topics Signal Process.* 2012, vol. 6, n.º 3, págs. 216-227. Disponible desde DOI: 10.1109/JSTSP.2012.2187877.
41. PETERS, Steven W. y HEATH, Robert W. Cooperative Algorithms for MIMO Interference Channels. *IEEE Trans. Veh. Technol.* 2011, vol. 60, n.º 1, págs. 206-218. Disponible desde DOI: 10.1109/TVT.2010.2085459.
42. ZHAO, Nan; YU, F. Richard; JIN, Minglu; YAN, Qiao y LEUNG, Victor C. M. Interference Alignment and Its Applications: A Survey, Research Issues, and Challenges. *IEEE Communications Surveys & Tutorials*. 2016, vol. 18, n.º 3, págs. 1779-1803. Disponible desde DOI: 10.1109/comst.2016.2547440.
43. MASO, Marco; DEBBAH, Mérouane y VANGELISTA, Lorenzo. A Distributed Approach to Interference Alignment in OFDM-Based Two-Tiered Networks. *IEEE Trans. Veh. Technol.* 2013, vol. 62, n.º 5, págs. 1935-1949. Disponible desde DOI: 10.1109/TVT.2013.2245516.

44. AZIZ, Danish; MAZHAR, Mustansir y WEBER, Andreas. *European Wireless 2014; 20th European Wireless Conference; Proceedings of*. Interference Management through Interference Alignment based Transmit Precoding in Multi User Heterogeneous Cellular Networks. VDE VERLAG, 2014. **urlalso:** <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=6843194>.
45. KALOKIDOU, V.; JOHNSON, O. y PIECHOCKI, R. Blind interference alignment in general heterogeneous networks. En: *2014 IEEE 25th Annual International Symposium on Personal, Indoor, and Mobile Radio Communication (PIMRC)*. 2014, págs. 816-820. Disponible desde DOI: 10.1109/PIMRC.2014.7136277.
46. EL AYACH, O.; PETERS, S.W. y HEATH R.W., Jr. The practical challenges of interference alignment. *IEEE Wireless Commun.* 2013, vol. 20, n.º 1, págs. 35-42. Disponible desde DOI: 10.1109/MWC.2013.6472197.
47. CAO, P.; ZAPPONE, A. y JORSWIECK, E.A. Grouping-based Interference Alignment with IA-Cell Assignment in Multi-Cell MIMO MAC under Limited Feedback. *IEEE Trans. Signal Process.* to be published. Disponible desde DOI: 10.1109/TSP.2015.2496356. Early Access.
48. PETERS, S. W. y HEATH, R. W. User Partitioning for Less Overhead in MIMO Interference Channels. *IEEE Transactions on Wireless Communications*. 2012, vol. 11, n.º 2, págs. 592-603. ISSN 1536-1276. Disponible desde DOI: 10.1109/TWC.2011.122211.101188.
49. GOLDSMITH, Andrea. *Wireless Communications*. Cambridge University Press, 2005.
50. HONG, Steven; BRAND, Joel; CHOI, J. I.; JAIN, M.; MEHLMAN, Jeff; KATTI, S. y LEVIS, P. Applications of self-interference cancellation in 5G and beyond. *IEEE Commun. Mag.* 2014, vol. 52, n.º 2, págs. 114-121. Disponible desde DOI: 10.1109/MCOM.2014.6736751.
51. KIM, D.; LEE, H. y HONG, D. A Survey of In-Band Full-Duplex Transmission: From the Perspective of PHY and MAC Layers. *IEEE Communications Surveys Tutorials*. 2015, vol. 17, n.º 4, págs. 2017-2046. ISSN 1553-877X. Disponible desde DOI: 10.1109/COMST.2015.2403614.
52. KRIKIDIS, Ioannis y ZHENG, Gan. *Advanced relay technologies in next generation wireless communications*. The Institution of Engineering y Technology, 2016.
53. BERNHARDT, Micael; GREGORIO, Fernando H. y COUSSEAU, Juan E. A Robust Wireless OFDM Echo Cancellation System. En: *Libro de Actas de la XV Reunión de Trabajo en Procesamiento de la Información y Control (RPIC)*. 2013. ISBN 978-987-27739-7-7.

54. SABHARWAL, A.; SCHNITER, P.; GUO, D.; BLISS, D. W.; RANGARAJAN, S. y WICHMAN, R. In-Band Full-Duplex Wireless: Challenges and Opportunities. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*. 2014, vol. 32, n.º 9, págs. 1637-1652. ISSN 0733-8716. Disponible desde DOI: 10.1109/JSAC.2014.2330193.
55. JAIN, Mayank; CHOI, Jung Il; KIM, Taemin; BHARADIA, Dinesh; SETH, Siddharth; SRINIVASAN, Kannan; LEVIS, Philip; KATTI, Sachin y SINHA, Prasun. Practical, real-time, full duplex wireless. En: *Proceedings of the 17th annual international conference on Mobile computing and networking*. 2011, págs. 301-312. **urlalso:** <http://dl.acm.org/citation.cfm?id=2030647>.
56. SAHAI, A.; PATEL, G.; DICK, C. y SABHARWAL, A. On the Impact of Phase Noise on Active Cancellation in Wireless Full-Duplex. *IEEE Trans. Veh. Technol.* 2013, vol. 62, n.º 9, págs. 4494-4510. ISSN 0018-9545. Disponible desde DOI: 10.1109/TVT.2013.2266359.
57. ZHOU, J. y KRISHNASWAMY, H. Recent Developments in Fully-Integrated RF Self-Interference Cancellation for Frequency-Division and Full-Duplex Radios. En: *Proc. IEEE 81st Vehicular Technology Conf. (VTC Spring)*. 2015, págs. 1-5. ISSN 1550-2252. Disponible desde DOI: 10.1109/VTCSpring.2015.7146045.
58. CHOI, J. I.; HONG, S.; JAIN, M.; KATTI, S.; LEVIS, P. y MEHLMAN, J. Beyond full duplex wireless. En: *Proc. Systems and Computers (ASILOMAR) 2012 Conf. Record of the Forty Sixth Asilomar Conf. Signals*. 2012, págs. 40-44. ISSN 1058-6393. Disponible desde DOI: 10.1109/ACSSC.2012.6488954.
59. KORPI, D.; RIIHONEN, T.; SYRJÄLÄ, V.; ANTTILA, L.; VALKAMA, M. y WICHMAN, R. Full-Duplex Transceiver System Calculations: Analysis of ADC and Linearity Challenges. *IEEE Transactions on Wireless Communications*. 2014, vol. 13, n.º 7, págs. 3821-3836. ISSN 1536-1276. Disponible desde DOI: 10.1109/TWC.2014.2315213.
60. VOELCKER, H. B. Toward a unified theory of modulation part I: Phase-envelope relationships. *Proceedings of the IEEE*. 1966, vol. 54, n.º 3, págs. 340-353. ISSN 0018-9219. Disponible desde DOI: 10.1109/PROC.1966.4695.
61. KAY, S. y SUDHAKER, R. A zero crossing-based spectrum analyzer. *and Signal Processing IEEE Transactions on Acoustics, Speech*. 1986, vol. 34, n.º 1, págs. 96-104. ISSN 0096-3518. Disponible desde DOI: 10.1109/TASSP.1986.1164784.
62. SOTO-EGUIBAR, F y MOYA-CESSA, H. Inverse of the Vandermonde and Vandermonde confluent matrices. *Appl. Math. Inf. Sci.* 2011, vol. 5, págs. 361-366.
63. TURNER, L Richard. Inverse of the Vandermonde matrix with applications. *NASA technical note D-3547*. 1966. **urlalso:** <https://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/19660023042.pdf>. NASA TN D-3547.

-
64. EL-MIKKAWY, Moawwad EA. Explicit inverse of a generalized Vandermonde matrix. *Applied Mathematics and Computation*. 2003, vol. 146, n.º 2, págs. 643-651.
 65. CHOO, Younseok y KIM, Young-Ju. On the Zeros of Self-Inversive Polynomials. *Int. J. Math. Anal.* 2013, vol. 7, págs. 187-193.

*Certifico que fueron incluidos los cambios
y correcciones sugeridas por los jurados.*

Dr. Juan E. Cousseau
Director de Tesis