Universidad Nacional del Sur

Tesis de Doctor en Ciencias de la Computación

Razonamiento Argumentativo

Temporal

María Laura Cobo

Bahía Blanca — Argentina

2011

Universidad Nacional del Sur

Tesis de Doctor en Ciencias de la Computación

Razonamiento Argumentativo

Temporal

María Laura Cobo

Bahía Blanca — Argentina

2011

Prefacio

Esta Tesis se presenta como parte de los requisitos para optar al grado académico de Doctor en Ciencias de la Computación, de la Universidad Nacional del Sur y no ha sido presentada previamente para la obtención de otro título en esta Universidad u otra. La misma contiene los resultados obtenidos en investigaciones llevadas a cabo en el ámbito del Departamento de Ciencias e Ingeniería de la Computación durante el período comprendido entre el 10 de diciembre de 2002 y el 20 de diciembre de 2010, bajo la dirección de los Dres. Marcelo Alejandro Falappa y Guillermo Ricardo Simari, Profesores del Departamento de Ciencias e Ingeniería de la Computación.

Mg. María Laura Cobo
`mlc@cs.uns.edu.ar`
Departamento de Ciencias e Ingeniería de la Computación
Universidad Nacional del Sur
Bahía Blanca, 30 de septiembre de 2011.

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL SUR
Secretaría General de Posgrado y Educación Continua

La presente tesis ha sido aprobada el .../.../..., mereciendo

la calificación de ...... (.........)

Agradecimientos

Al finalizar este camino, que ha resultado desafiante y más largo de lo esperado, se me hace especialmente presente todo lo que he recibido; pequeños y grandes regalos que atesoro en mi interior: tantas actitudes, tantos momentos, discusiones y tanta ayuda recibida. Me gustaría que los lectores de esta tesis tengan presente a algunas personas que me brindaron ese apoyo, personas que han contribuido y acompañado el desarrollo de esta Tesis y que con distintos grados de profundidad han dejado su huella en mí.

A mis directores, particularmente a Guillermo R. Simari por el apoyo, la ayuda y sobre todo la confianza depositada en mi.

A los jurados de esta tesis, Dra. Ana G. Maguitman, Dra. Ana Casali y Dr. Alejandro Zunino, por su dedicación y las invalorables devoluciones sobre mi trabajo.

Muy especialmente a Diego C. Martinez quien no solamente es un amigo, sino que ha sido para mi un director más de este trabajo de Tesis. Gracias por la generosidad, entrega y paciencia. Gracias por ayudarme tanto en los momentos que más perdida me sentía en este camino que es la investigación. A Sergio Gómez por recordarme a diario lo que es importante, por tantas experiencias compartidas. A ambos les agradezco por ayudarme a llegar a esta meta.

A todo el personal docente y no docente del Departamento de Ciencias e Ingeniería de la Computación, por abrirme las puertas de esta casa, por el apoyo, el cariño, por compartir lo cotidiano y generar tantos recuerdos lindos. A los integrantes del Laboratorio de Investigación y Desarrollo en Inteligencia Artificial, por todo lo que me han enseñado y hemos aprendido juntos; por todo lo compartido en estos años, especialmente a nivel humano.

A todos mis amigos, los que están hoy y los que estuvieron en algún momento del camino, gracias por el apoyo recibido o simplemente por estar ahí en los momentos difíciles, gracias por tanta vida compartida. También a aquellos colegas y alumnos que con tanto cariño compartieron momentos conmigo y hacen que disfrute de mi trabajo.

Finalmente y no por eso menos importante, a mi familia por lo que dan sin condiciones y sobre todo por la paciencia. Gracias a mis padres, Hilda y Horacio, por TODO, por su apoyo, por estar siempre ahí.

Agradezco profundamente a Dios, por cruzar en mi camino a las personas justas en el momento justo.

Deseo desde ahora que mis palabras sean simple y sencillamente éstas:
¡Gracias! ¡A todos! ¡A Tí, Señor!

Resumen

Un área relativamente nueva en la Inteligencia Artificial es la *argumentación rebatible*, la cual modela el proceso de razonamiento en el cual se producen y se evalúan argumentos a favor y en contra de una proposición para verificar la aceptabilidad de dicha proposición.

Se han definido diferentes sistemas formales para argumentación rebatible como una forma de representar las características más interesantes del razonamiento de sentido común. La idea central de estos sistemas radica en que una determinada propuesta será aceptada, si el argumento que le da soporte se considera aceptable luego de realizado cierto análisis. Este análisis se realiza teniendo en cuenta a todos los contraargumentos disponibles.

Por lo tanto, en el conjunto de los argumentos del sistema, algunos argumentos serán *aceptables* o *justificados* o *garantizados*, mientras que otros no lo serán. De esta manera, la argumentación rebatible permite razonar con información incompleta e incierta, y define una manera adecuada de razonar para el manejo de la inconsistencia presente en los sistemas basados en el conocimiento.

Los sistemas argumentativos abstractos son formalismos para lograr razonamiento rebatible donde algunas componentes se mantienen sin especificar. En ellos la principal abstracción está en la estructura de los argumentos. En este tipo de sistemas, el énfasis está puesto en dilucidar cuestiones semánticas, tales como encontrar el conjunto de argumentos aceptados. La mayoría de ellos está basado en la noción abstracta de *ataque*, representada como una relación entre los miembros del conjunto de argumentos disponibles. Si dos argumentos $(\mathcal{A}, \mathcal{B})$ forman parte de una relación de ataque, la aceptación del argumento $\mathcal{B}$ depende de la aceptación de $\mathcal{A}$ pero no al revés, *i.e.*, resulta necesario determinar si $\mathcal{A}$ es aceptado o no para aceptar a $\mathcal{B}$, pero la aceptabilidad de $\mathcal{A}$ no depende de la aceptabilidad del argumento $\mathcal{B}$.

Aunque en la literatura se encuentran varios marcos de argumentación (o frameworks en Inglés) ninguno de ellos incluye la noción de tiempo, a pesar de tratarse de un concepto

cotidiano en el razonamiento de sentido común. La representación del tiempo es una tarea difícil pero necesaria para la resolución de problemas de diversas áreas, tales como Base de Datos, Simulación, Sistemas Expertos e Inteligencia Artificial.

El objetivo principal de esta Tesis es brindar una formalización para lograr *razonamiento argumentativo temporal*. Para ello se tomará como punto de partida alguno de los diversos sistemas argumentativos con diferentes grados de abstracción desarrollados. El más abstracto de todos es el sistema desarrollado por Dung, que ha sido el marco inicial para muchos otros desarrollos. El framework abstracto de Dung será el sistema de partida elegido para extenderlo y lograr el objetivo planteado.

En esta Tesis se presentan dos sistemas argumentativos abstractos. Ambos se encuentran basados en el sistema argumentativo de Dung y lo extienden agregándole un dimensión temporal. El tiempo aparece asociado a los argumentos indicando cuando los mismos están disponibles o son relevantes como piezas de razonamiento. Los sistemas desarrollados utilizan la misma primitiva de representación pero sobre estructuras temporales diferentes y adoptan estrategias de disponibilidad con diferentes grados de flexibilidad.

Los resultados obtenidos permiten contar con la caracterización formal de los sistemas y su vinculación al sistema clásico. En particular, se definen semánticas para los sistemas argumentativos, basadas en las semánticas tradicionales del área; comparándose las mismas con las definidas para el framework de Dung. Estos resultados están vinculados a áreas relacionadas de las ciencias de la computación tales como argumentación, razonamiento temporal, y razonamiento de sentido común.

Palabras Clave: Argumentación Abstracta, Representación de conocimiento, Información Temporal, Razonamiento Temporal, Razonamiento de Sentido Común.

Abstract

Argumentation is a relatively new area in Artificial Intelligence, that models the process of reasoning in which arguments for and against a proposal are analyzed in order to verify the acceptability of the proposal.

Different formal systems of defeasible argumentation have been defined as forms of representing interesting characteristics of practical or common sense reasoning. The central idea in these systems is that a proposition will be accepted if there exists an argument that supports it, and this argument is regarded as acceptable with respect to an analysis performed considering all the available counterarguments. Therefore, in the set of arguments of the system, some of them will be *acceptable* or *justified* or *warranted* arguments, while others will be not. In this manner, defeasible argumentation allows reasoning with incomplete and uncertain information and is suitable to handle inconsistency in knowledge-based systems.

Abstract argumentation systems are formalisms for defeasible reasoning where some components remain unspecified, being the structure of arguments the main abstraction. In this type of systems, the emphasis is put on elucidating semantic questions, such as finding the set of accepted arguments. Most of them are based on the single abstract notion of *attack* represented as a relation among the set of available arguments. If two arguments $(\mathcal{A}, \mathcal{B})$ are in the attack relation then in order to accept $\mathcal{B}$ it is necessary to find out if $\mathcal{A}$ is accepted or not, but not the other way around. From that relation, several *argument extensions* are defined as sets of possible accepted arguments.

Although there are several argumentation frameworks in the literature, none of them includes the notion of time, which is an everyday factor of common sense reasoning. Time representation involves a hard but necessary task in knowledge representation and reasoning. Application in several areas required time formalizations, among them we can mention Data Bases, Simulation, Expert Systems and Artificial Intelligence.

The main objective of this Thesis is to provide an abstract formalization to address temporal argumentative reasoning. In order to achieve this objective one of the several argumentative frameworks developed is used as starting point. The most abstract of all was developed by Dung, and precisely for this feature has been the starting point for many other developments. The abstract framework of Dung is the chosen system for being extended in order to achieve our objective.

In this Thesis we present two abstract argumentative systems called *Timed Argumentative Frameworks*. Both are based on Dung argumentative system and are extended to include a time dimension. Time is associated to arguments, indicating *when* they are available or are relevant as part of reasoning. These systems use the same primitive for time representation but different temporal structures. The strategies for representing the *availability* of arguments have different degrees of flexibility.

We define several semantic notions for these novel timed argumentation systems. The semantics are based on the traditional, classic ones developed in the area. these new semantics are compared with those defined for the basic framework of Dung. These results are linked to related areas of computer science such as reasoning, temporal reasoning and common sense reasoning.

Key Words: Abstract Argumentation, Knowledge Representation, Temporal Information, Temporal Reasoning, Common Sense Reasoning

Índice general

Índice de figuras

1

Introducción

Durante sus últimos años, Jorge Luis Borges asistió a numerosas entrevistas con diferentes personalidades de Argentina y el mundo. Como siempre, la temática central eran tanto sus obras como el pensamiento personal detrás de cada una de ellas. Hubo entrevistas interesantes y otras no tanto, dependiendo habitualmente del interlocutor ocasional. Al comienzo de una entrevista radial, en el año 1981, encontrándose de buen humor para entablar una conversación que se insinuaba entretenida, decía:

> *El diálogo es uno de los mejores hábitos del hombre, inventado como casi todas las cosas por los griegos. Es decir, los griegos empezaron a conversar, y hemos seguido desde entonces.*

Este comentario perdido en el tiempo denota dos verdades, resumidas por Borges con el humor que lo caracterizaba. Primero, el diálogo fue objeto de análisis y estudio por parte de los griegos y los resultados de sus pensamientos al respecto perduran en la actualidad y lo harán por siempre. Al ser los primeros que procuraron hacer de la conversación, acto mismo del diálogo, un arte y a la vez una ciencia no es desacertado creerlos sus inventores, al menos en un sentido figurado. Segundo, desde que los griegos "comenzaron" a conversar en forma ordenada, correcta, y con sabiduría, el resto de la humanidad ha tratado de seguirlos o imitarlos en diferentes escenarios, como en la academia, la política y el arte.

En particular, el filósofo griego Platón llevó a todos estos escenarios el acto del diálogo como método de razonamiento y búsqueda de la verdad. Si bien estos diálogos conservaban una estructura particular, con una participación asimétrica de los interlocutores (un proponente de una tesis y un oponente o inquisidor de la misma), eran al fin y al cabo un modo de razonamiento especial, una expresión del pensamiento en evolución. El filósofo contemporáneo Paul Feyerabend sostiene que el pensamiento nunca debería dejar de ser diálogo para ser viviente [Feyerabend, 1985]. De la duda surge el pensamiento, y la duda, del intercambio de opiniones. Es por eso en parte que era el método preferido como didáctica de la enseñanza y la formación de mentes jóvenes, como se comprueba en los diálogos de Platón [Platón *et al.*, 1961; Polya, 1957], donde se hace honor a Sócrates y la mayéutica.

Comienza a establecerse entonces una relación, hoy inquebrantable, entre el acto del diálogo y el acto de pensar. Sin embargo, el diálogo o el debate como método racional no ocupó un rol preponderante durante mucho tiempo. El aspecto central era la concepción de lo que se entendía por *pensamiento racional*. El modelo correcto de razonamiento fue durante mucho tiempo, en la filosofía positivista, el que se desarrollaba en las denominadas *ciencias duras*: matemática, física y química. El tipo de razonamiento que ocurría fuera de la ciencia, como las deliberaciones diarias o aquel que ocurría en la ley o en la ética eran considerados *subjetivos*. La filosofía positivista no pudo proponer teorías de razonamiento útiles a la ciencia cognoscitiva, pues se basaba primordialmente en la lógica deductiva como modelo de razonamiento [Walton, 1999]. Los diálogos y la ciencia circundante quedaban fuera de este escenario.

La teoría de argumentación surge precisamente de la exclusión misma de esta corriente de pensamiento. Aquí, el rol principal lo cumplen los argumentos, considerados la unidad de razonamiento sujeta a debate. Un argumento es una pieza de razonamiento tentativa, que sustenta una conclusión determinada, que se espera pueda aceptarse o no luego de algún proceso de revisión adecuado. Este proceso involucra a otros argumentos considerados a favor y en contra del primero, dependiendo de la estructura de la información y de los objetivos del debate. Este intercambio de argumentos es, al fin y al cabo, un diálogo en ejecución. Si bien esta teoría no cautivó demasiado a los filósofos analíticos acostumbrados al positivismo, otros investigadores encontraron estas propuestas interesantes para diversos propósitos. Años más tarde, ocuparía un lugar relevante en una ciencia nueva y creciente: las Ciencias de la Computación. El paso del tiempo y la activa participación de las computadoras en la vida del hombre, llevó a que el diálogo, como interacción esencial para el intercambio de información con fines específicos, comenzara a cumplir un rol especial dentro de la Inteligencia Artificial.

1.1. La argumentación en Inteligencia Artificial

Relativamente nueva en este campo, la *argumentación rebatible* modela el proceso de razonamiento en el cual se producen y se evalúan argumentos a favor y en contra de una proposición para verificar la aceptabilidad de dicha proposición, tal cual hacían los griegos en la búsqueda del conocimiento. De esta forma, una entidad inteligente puede efectuar razonamientos de carácter tentativo, que posteriormente, ante la presencia de nueva información, pueden quedar invalidados. Cuando esto sucede, decimos que el razonamiento anterior fue *derrotado*, y por ende, el conocimiento que sustentaba, *rebatible*.

Informalmente, un argumento es una pieza de información interrelacionada que sirve como sustento de nueva información. El aspecto central en este formalismo es que los argumentos pueden entrar en conflicto entre sí, lo que requiere un proceso de análisis adecuado para una selección coherente de argumentos. Por ejemplo, la siguiente frase:

> *Es posible viajar a Chile vía el paso fronterizo Cristo Redentor, aunque debido a la Fiesta de la Vendimia hay mucho tráfico en él.*

denota un argumento para la proposición "*Viajar a Chile*". Se puede nombrar este argumento *PasoAbierto*. Si debe tomarse una decisión sobre si visitar el vecino país o no, entonces debe adoptarse una posición sobre la conclusión del argumento *PasoAbierto*, que puede traducirse finalmente como su aceptación o su rechazo. Evaluar la aceptación de esta conclusión implica evaluar la aceptación del argumento que la sostiene. Sin embargo, para poder realizar esta tarea, otros argumentos relacionados deben ser tomados en cuenta previamente. Por ejemplo, la frase:

> *El paso fronterizo Cristo Redentor permanecerá cerrado, pues el noticiero radial informó que una fuerte tormenta bloqueó el camino de acceso del lado Argentino.*

denota un argumento, que podríamos denominar *PasoCerrado*, para la proposición "*El paso fronterizo está cerrado*". Obviamente, los dos argumentos se contradicen y lo hacen, en este caso, en sus conclusiones. Claro está que no pueden aceptarse los dos argumentos simultáneamente: las conclusiones son individualmente válidas desde el punto de vista deductivo, pero ¿cuál de las dos es la que se aceptará finalmente? Es necesario un análisis de la información en ellos expuesta para determinar qué proposición aceptar y decidir si es posible o no ir a esquiar. En este caso, una posible posición es considerar el reporte de noticias como de mayor relevancia por sobre la Fiesta de la Vendimia Se dice entonces que *PasoCerrado* es un *derrotador* de *PasoAbierto*.

Los sistemas argumentativos son sistemas de razonamiento que siguen este esquema. Permiten representar conocimiento en algún lenguaje específico, estructurarlo en argumentos y definir la aceptación o el rechazo de cada uno de ellos de acuerdo a un análisis comparativo exhaustivo, sujeto a diversas reglas. Una forma de comprender estos sistemas es examinar cuáles son los componentes esenciales. De las descripciones sobre las partes que componen un sistema argumentativo, la escrita por Henry Prakken y Gerard Vreeswijk en [Prakken and Vreeswijk, 2000] es una de las adecuadas, básicamente porque esta descripción es lo suficientemente abstracta como para comprometerse con todas las implementaciones existentes. En ella establecen que todo sistema argumentativo está compuesto por cinco elementos:

> *"un lenguaje lógico subyacente, definiciones de argumento, de conflictos entre argumentos y de derrota entre argumentos, y una definición de evaluación entre argumentos, la cual puede ser usada para definir la noción de consecuencia lógica rebatible."*

Estos elementos pueden ser encontrados en prácticamente cualquier sistema de argumentación rebatible, aunque puede que en algunos de ellos varios elementos sean presentados implícitamente, o sin detalles formales.

Obviamente estos cinco componentes no son independientes entre sí. La definición de conflictos entre argumentos depende de la definición misma de argumento, y ésta depende de la lógica utilizada en el sistema. Estas dependencias permiten identificar también cuatro *niveles* fundamentales en los sistemas argumentativos [Prakken and Vreeswijk, 2000], siendo los primeros:

- El nivel lógico, en el cual se encuentra la definición del lenguaje utilizado, las reglas de inferencia, y la o las formas de construir argumentos en base a estos elementos.
- El nivel dialéctico, correspondiente a la definición de *conflictos* entre argumentos, y el proceso de resolución de estos conflictos, del cual surge la relación de *derrota* entre argumentos.

Estos dos niveles son los primordiales en todo sistema, y juntos definen el escenario en donde los argumentos interactúan por medio de la relación de derrota.

Pueden finalmente distinguirse dos niveles más, los cuales descansan sobre el nivel dialéctico del sistema. Tienen que ver en general con los procedimientos de la argumentación rebatible. Estos son:

- El nivel procedural, el cual contiene la definición de los protocolos de la disputa, es decir, las reglas que gobiernan el intercambio de argumentos a favor y en contra de una proposición.
- El nivel estratégico, consistente de heurísticas para la disputa, es decir, posibles estrategias para la selección de los argumentos a presentar en el debate, de forma tal de maximizar las posibilidades de ganarlo.

El sistema abstracto más simple fue definido por Dung [Dung, 1993b]. Solamente incluye un conjunto de argumentos abstractos y una relación binaria de ataque entre ellos. Se han definido muchas notaciones semánticas sobre el trabajo de Dung haciendo del mismo y sus extensiones una pieza fundamental para los desarrollos de este área. Otras propuestas extienden al framework de Dung agregando nuevos elementos, tales como preferencias entre argumentos [Amgoud and Cayrol, 1998; Bench-Capon, 2002] o subargumentos [Martínez *et al.*, 2007]. Otros autores utilizan el framework original para elaborar nuevas extensiones [Caminada, 2006; Jakobovits, 1999; Baroni and Giacomin, 2008].

En los frameworks abstractos existentes, como el framework de Dung y los enriquecidos basados en éste, los argumentos son *atemporales*, es decir no tienen status temporal ya que "siempre" son válidos como piezas tentativas de razonamiento en el juego de la argumentación. El tiempo involucrado en ello no es tenido en cuenta y son manipulados como si se estuviera mirando una fotografía del conocimiento actual del mundo. La "atemporalidad" en los sistemas existentes, no solo el de Dung, es determinada en la representación del problema. De esta manera, el framework solo obtendrá conclusiones de esta imagen del mundo real, no siendo posible extraer ningún cambio relativo a una instancia anterior o posterior a la representada. Sin embargo esta aproximación tiene sus limitaciones. Una de ellas radica en que la representación del problema no permite el uso de argumentos basados en sentencias temporalmente indefinidas. La segunda de la limitaciones del esquema es la imposibilidad de visualizar el comportamiento dinámico del problema. No hay manera de ver qué es lo que sucede con el problema a lo largo del tiempo.

Si bien hay una gran variedad de problemas para los cuales la aproximación "atemporal" resulta suficiente, existen otros donde es imperativo poder contar con el factor tiempo. Una visión donde se tenga en cuenta la temporalidad de la información brindará mayor flexibilidad a los argumentos con los que se cuenta, además de contar con un marco para sostener un registro histórico de la situación del problema.

Una nueva extensión al framework de Dung está dada por agregarles a los argumentos una dimensión temporal. En el mundo real, no todos los argumentos están disponibles para su uso en todo momento. Por ejemplo:

- En algunos casos, al momento de establecer el razonamiento algunos argumentos no existen. Por ejemplo, antes del descubrimiento de la penicilina había muchas enfermedades que se consideraban incurables. Utilizar la existencia de la penicilina para derrotar el argumento "La enfermedad X es incurable" no es posible hasta el descubrimiento del medicamento.

- En otros casos la limitación en tiempo puede estar dada por cuestiones de relevancia. El argumento puede llegar a existir pero ser inutilizable por cuestiones culturales. Así, por ejemplo, se puede plantear el argumento *Juan no contraerá rubéola, ya que la misma se evita mediante una de las vacunas del plan infantil de Argentina.* Este argumento puede esgrimirse solo si Juan está en Argentina y si su familia apoya y respeta los planes de vacunación. Hay muchas personas que, por diversos motivos, no se vacunan, ni vacunan a sus hijos.

En este trabajo de tesis se investiga la modelización de argumentos que son relevantes solo sobre ciertos períodos conocidos de tiempo, titulados como *argumentos temporizados*, y las consecuencias semánticas. Un argumento temporizado hace referencia a información que depende del tiempo, lo que provoca que los argumentos tengan una influencia limitada en el sistema.

> A1: *Podemos salir esta noche, dado que tenemos contratada a una niñera para los chicos.*
> A2: *La niñera está enferma, debe guardar cama.*

El argumento A2 ataca al argumento A1. Sin embargo, el argumento A2 es sólo relevante en el intervalo de tiempo en el cual la niñera debe guardar cama. Fuera de ese período de tiempo, el argumento A1 no puede considerarse atacado por A2.

En la literatura no hay propuestas abstractas previas que permitan modelizar este tipo de argumentos. En los Capítulos 7 y 8 se presentan dos propuestas de argumentación abstracta temporizada.

1.2. Organización de la Tesis

El enfoque general de la Tesis recae en la *argumentación abstracta como mecanismo de estudio y comprensión de los procesos argumentales donde el tiempo tiene injerencia.* En la presente tesis se definen dos sistemas argumentativos abstractos en donde los argumentos tienen cierta disponibilidad de tiempo. Los sistemas propuestos se diferencian en la granularidad del tiempo escogida, teniendo esto un impacto en el tipo de representación de tiempo y en la complejidad de ambos sistemas. La incorporación de esta disponibilidad, redefine los conceptos de ataque y defensa entre argumentos. Esto no es considerado por ningún sistema abstracto.

La Tesis se organiza en dos partes: la primera presenta un breve repaso por los dos tópicos de interés a esta tesis, la argumentación abstracta y la representación del tiempo. Esta parte está compuesta por los Capítulos 2, 3 y 4. La segunda parte presenta los dos sistemas propuestos además de los formalismos previos necesarios para su definición y concepción.

En el Capítulo 2 se estudian las principales maneras de representar al tiempo desde el razonamiento temporal. Se introducen luego los desarrollos filosóficos y lingüísticos que sostienen los aportes desde la Inteligencia Artificial y que, a la vez, proponen nuevas formas de representar el tiempo.

En el Capítulo 3 se estudian los conceptos básicos de los sistemas argumentativos. Se define la noción de argumento y el significado de la interacción de los argumentos por medio de las relaciones de ataque. Se estudian las reglas básicas de aceptación de argumentos y se introducen algunas situaciones problemáticas que sugieren distintas alternativas de aceptación argumental. El objetivo es comprender la idea general de la argumentación, independientemente del formalismo particular.

En el Capítulo 4 se presenta el sistema argumentativo abstracto de mayor simpleza: el sistema definido por Phan Minh Dung en [Dung, 1993b; Dung, 1995]. Este constituye un marco de trabajo elemental para el estudio de aspectos semánticos argumentativos.

En el Capítulo 5 se exploran los motivos por los cuales es de interés agregar tiempo a los sistemas abstractos tradicionales, mostrando ejemplos que no son "bien" capturados en la propuesta de Dung o en las propuestas de argumentación abstracta preexistentes.

En el Capítulo 6 se definen en forma detallada las dos representaciones de tiempo que se utilizarán en los sistemas definidos.

En el Capítulo 7 se definen en forma detallada un sistema de argumentación temporizado. En este sistema los argumentos solo están disponibles en un único período de tiempo. El tiempo es representado mediante una estructura discreta, *i.e.* isomorfa a la estructura de los número enteros. Se redefinen la noción de ataque y defensa en forma acorde. Se establece además la manera de calcular las posibles extensiones. Estos conceptos fueron publicados en:

- *13th International Workshop on Non-Monotonic Reasoning* (NMR 2010), *"An approach to timed abstract argumentation"*, María Laura Cobo, Diego C. Martinez y Guillermo R. Simari [Cobo *et al.*, 2010c]
- *19th European Conference on Artificial Intelligence* (ECAI 2010), *"On Admissibility in Timed Abstract Argumentation Frameworks"*, María Laura Cobo, Diego C. Martinez y Guillermo R. Simari [Cobo *et al.*, 2010b].

En el Capítulo 8 se define en forma detallada un nuevo sistema de argumentación temporizado. Este sistema se diferencia del anterior en dos aspectos importantes, la disponibilidad de los argumentos y la estructura de representación del tiempo. Los argumentos pueden estar disponibles en un conjunto de períodos de tiempo, períodos que pueden ser disjuntos. La estructura del tiempo es densa, *i.e.*, isomorfa a la estructura de los números reales. Este cambio en la representación genera un impacto en toda la definición del sistema, por lo que las definiciones de ataque, defensa y extensiones se ven modificadas. Algunos de estos conceptos fueron publicados en:

- *Argentine Symposium on Artificial Intelligence* (ASAI 2010), *"Admissible sets of arguments in a timed context"*, María Laura Cobo, Diego C. Martinez y Guillermo R. Simari [Cobo *et al.*, 2010a]

En el Capítulo 9 se presenta un breve resumen de los temas centrales presentados y las conclusiones finales de la Tesis, junto con algunas consideraciones sobre trabajo futuro.

Parte I

Sistemas Argumentativos - Nociones sobre Tiempo

2

El tiempo y su perspectiva filosófica

El problema de representar conocimiento temporal y razonar con él es de interés e importancia para muchas disciplinas, entre las que se encuentran las Ciencias de la Computación, la filosofía, la psicología y la lingüística. Para la Ciencias de la Computación es fundamental en la búsqueda de soluciones a problemas vinculados a sistemas de información, verificación de programas e Inteligencia Artificial, entre otras áreas que requieran procesos de modelado. En el modelado, la importancia está dada para aquellos procesos en los cuales la determinación de qué acciones tomar depende de información "antigua", *i.e.*, no actual. Los sistemas de información que trabajan sobre información actual plantean básicamente dos estrategias para la manipulación de información antigua. Una de ellas sería eliminar la información antigua, la otra es llevar un registro de ella. Este último escenario es necesario, por ejemplo, en la manipulación de registros médicos. En sistemas como el médico la información antigua resulta igual de relevante que la actual para la toma de decisiones, aunque se debe conocer la "antigüedad" de la misma; no resulta lo mismo que un paciente haya recibido la vacuna contra el tétanos hace una semana que hace diez años. En cambio, es un sistema de información contable, como sería el del cálculo de sueldos, lo único relevante para tal sistema son los sueldos actuales. No es necesario mantener la información antigua sobre los sueldos básicos del personal, ya que resulta irrelevante para lo que realiza el sistema.

En áreas como la de planificación resulta de suma importancia representar el cambio, la ocurrencia de eventos y sus efectos sobre el entorno. Mientras que para los lingüistas la importancia está en la extracción de la información temporal o en los tiempos verbales de las sentencias.

Los filósofos y los lingüistas han sido los precursores en el desarrollo de propuestas para formalizar al tiempo. A partir de ellos desde las Ciencias de la Computación, más particularmente desde el área de Inteligencia Artificial, se han hecho nuevos aportes. Estos desarrollos tiene presentes aspectos de complejidad e implementabilidad que las propuestas de otras disciplinas no siempre tienen en cuenta, ya que son factores no totalmente relevantes para su contexto de investigación. Entre las propuestas de razonamiento temporal, uno de los sistemas más atractivos es el álgebra de Allen para intervalos temporales [Allen, 1983]. Una de las ventajas de esta aproximación radica en su simplicidad y la posibilidad de reutilizar herramientas de la lógica con restricciones. De alguna manera se piensa al tiempo como una forma *particular* de restricción. Es necesario pensar al tiempo en forma particular, ya que posee características propias que lo diferencian del resto de las restricciones o de las restricciones pensadas en forma general. Algunos de los sistemas de representación de conocimiento temporal que aparecen en la literatura son:

- Álgebra de Intervalos de Allen [Allen, 1983],
- Álgebra de Puntos de Vilain y Kautz [Vilain *et al.*, 1990],
- Inecuaciones Lineales de Malik y Binford [Malik and Binford, 1983],
- Mapa Temporal de Dean y McDermott [Dean and McDermott, 1987],

entre otros.

En la siguiente sección se presentarán en forma general las distintas maneras de representar el tiempo desde una óptica computacional, relevantes para esta Tesis. Luego se presentarán en forma breve los principales aportes filosóficos sobre la concepción del tiempo.

2.1. Representación del tiempo

Desde el punto de vista de los sistemas de cómputo, la representación del tiempo resulta compleja a la vez que necesaria. Aplicaciones de áreas como base de datos, simulación, sistemas expertos e Inteligencia Artificial, muchas veces requieren de formalizaciones de tiempo. Para poder lidiar con este concepto existen varias técnicas. Algunas de las técnicas son utilizables o no, dependiendo de las suposiciones que se hagan con respecto a cómo se necesita representar la información temporal. Algunas de estas hipótesis sobre el tiempo están vinculadas a las concepciones filosóficas del tiempo que surgen como respuestas a preguntas como: ¿cuál es el nivel de certeza y/o precisión de las referencias de tiempo?, ¿pueden ocurrir eventos simultáneos?, ¿se puede establecer un orden entre los eventos o sentencias temporalmente dependientes?, ¿los eventos son instantáneos o con duración?, entre otras. La forma en la que se responden estas preguntas conducen a formas muy diferentes de representar el tiempo.

Cabe tener en cuenta que en la literatura del área la representación del tiempo está asociada a los eventos, ya que son ellos de alguna manera los que marcan el paso del tiempo. Desde el punto de vista de los sistemas computacionales y de representación de conocimiento es una hipótesis natural, ya que son las acciones o la ocurrencia de las mismas las que generan cambios en el estado del mundo. Considérese un escenario en el que se cuenta con un escritorio sobre el cual hay una cantidad considerable de elementos u objetos, entre ellos una taza de café. Mientras no suceda nada la representación del escenario debería mantenerse sin modificaciones sin importar cuánto tiempo transcurra. Pero si se produce un evento vinculado a los objetos presentes en el escenario descripto, por ejemplo, que alguien tome la taza de encima del escritorio, la representación anterior del escritorio ya no es la misma ya que la taza ya no está apoyada en él. El uso de los eventos como medida del paso del tiempo es una forma de trabajar con el tiempo. Tener identificados los eventos genera ciertos problemas de representación sobre los cuales no se profundizará aquí, ya que exceden el trabajo de esta tesis. El lector encontrará abundante material al respecto en la literatura sobre representación de conocimiento, en particular en los frameworks como el *Cálculo de Situaciones* [Reiter, 1992; Reiter, 1993; Pinto and Reiter, 1993] y el *Cálculo de Eventos* [Kowalski and Sergot, 1986].

Uno de los pilares sobre lo que se trabajó en representación temporal fueron las *lógicas con restricciones* asumiendo la representación del tiempo una restricción más. De esta manera, el tiempo podría simplemente pensarse como un parámetro más agregado a la representación de información que utiliza la lógica con restricciones, *i.e.*, a los predicados. Estas lógicas tuvieron que revisarse, ya que el tiempo, como concepto, tiene sus propias particularidades y, por lo tanto, no puede ser tratado como una restricción general. A continuación se presentarán cuatro formas básicas de representar al tiempo.

2.1.1. Representaciones basadas en esquemas de fechas

Si se deciden considerar eventos instantáneos una buena alternativa es utilizar un sistema de fechas absolutas. De esta manera, se le asocia a cada evento una estampilla de tiempo, que representa una fecha real absoluta (por ejemplo, la fecha establecida por el reloj de la computadora). Una forma concreta de definir la estampilla de tiempo es a través de una tupla. La definición de la tupla determina el grado de granularidad o precisión temporal. Así, por ejemplo, se pueden definir la representación de alguna de las siguientes formas:

Representación	Ejemplo
$(año, mes, día, hora, minutos, segundos)$	$(2010, 10, 30, 17, 15, 59)$
$(año, mes, día, hora, AM/PM)$	$(2010, 10, 30, 05, 2)$
con $AM = 1$ y $PM = 2$	
$(año, mes, día)$	$(1979, 06, 15)$
$(año, mes, día, hora, minutos)$	$(2001, 09, 11, 10, 30)$

La tupla $(2010, 10, 30, 17, 15, 59)$ representa entonces "Día treinta de octubre de 2010 a las 17 horas, 15 minutos con 59 segundos", mientras que la tupla $(1979, 06, 15)$ representa "Día quince de junio de 1979". Claramente, la representación del primer ejemplo posee una granularidad más fina de tiempo con respecto a la segunda, ya que se pueden distinguir más momentos de tiempo. En la segunda representación no se retiene la información de en qué momento del día sucede el evento al cual se asocia la estampilla (aunque claro, si se eligió esa granularidad para el problema, seguramente no sea relevante para la aplicación). La elección de cual resulta más apropiada está ligada a la naturaleza del problema que se desea resolver.

Generalmente se recupera el tiempo vinculado a un evento mediante una función $Time(e)$, que recupera la estampilla de tiempo con la que fue guardado el evento e. La gran ventaja de utilizar un esquema de fechas radica en que se tienen algoritmos con órdenes de ejecución constantes para la comparación de tiempos, y el uso del espacio es lineal al número de ítems representados. Las comparaciones se ven reducidas a simples comparaciones numéricas. También resulta muy simple evaluar el tiempo transcurrido pues se reduce a una simple operación de resta entre tuplas.

La principal desventaja de esta representación es que solo pueden utilizarse en aplicaciones donde la información de "cuando" es siempre conocida, *i.e.*, aplicaciones donde cada pieza de información que se agrega tiene una fecha absoluta identificada. Esta característica es considerada una desventaja debido a que, si bien es una hipótesis o suposición razonable para algunas aplicaciones, hay muchas otras para las cuales es totalmente inviable. En aplicaciones que tratan con la obtención de datos en tiempo real o bases de datos que se ejecutan sobre una sola computadora, esta representación es una buena elección, pero en cuanto se piensa en una base de datos distribuida no centralizada este tipo de representación deja de ser viable.

Teniendo en cuenta que exigir el conocimiento de las fechas exactas de todo evento es un requerimiento muy fuerte y reduce la aplicabilidad de esta técnica de representación, se analizaron alternativas para flexibilizar el requerimiento. Por ejemplo:

- Utilizar *pseudo-fechas* en lugar de fechas absolutas. Para poder utilizar esta variante es necesario asegurar que el orden lineal completo de los eventos es siempre conocido. De esta manera, el "tiempo" asociado a un evento e puede ser un número real. Esto es, $Time(e)$ será un número, pseudo-fecha, en lugar de una fecha. Para la inserción de nuevos eventos preservando el orden absoluto que se establece como hipótesis en esta representación se suele tomar como "fecha" el promedio entre las fechas de los dos eventos más cercanos. Si se quiere agregar un evento que tiene lugar entre los eventos e_j y e_k la "fecha" que se le asocia a dicho evento es $\frac{Time(e_j)+Time(e_k)}{2}$. Esta estrategia presenta la limitación de precisión que tenga la computadora y, en caso de alcanzarlo, se apela a una modificación de los valores de todas las estampillas de tiempo asignadas.

  Esta propuesta de flexibilización genera pérdidas en la representación, ya que no es posible determinar el tiempo transcurrido entre dos eventos.

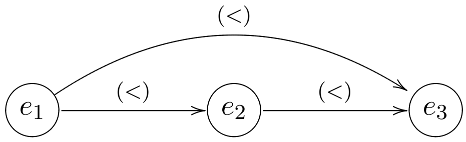
- Otorgar un rango en el cual el evento puede o pudo ocurrir. Esta aproximación es aún más flexible que la anterior, ya que se puede aplicar cuando la alternativa anterior no es viable. En este caso se limitan las posibles fechas asociada al evento, pensando las mismas como restricciones.

  Determinar el tiempo transcurrido entre eventos sigue siendo imposible, al igual que en el caso anterior. La comparación temporal se refleja como una comparación de intervalos.

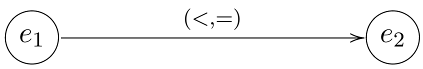
2.1.2. Aproximaciones basadas en la propagación de restricciones

Desde el área de Inteligencia Artificial se ha realizado mucho trabajo para definir sistemas de razonamiento temporal. En muchos de ellos la técnica utilizada es la de *propagación de restricciones*. Esta técnica se basa en una representación de grafo, donde los tiempos están ligados entre sí por medio de arcos en el grafo. Los arcos están etiquetados con las relaciones posibles. Específicamente, las relaciones utilizadas entre dos momentos de tiempo son $<$, $>$ e $=$. Un arco puede estar etiquetado con más de una relación, por ejemplo, un arco etiquetado con $(<, =)$ entre dos momentos (nodos) e_1 y e_2 indica que

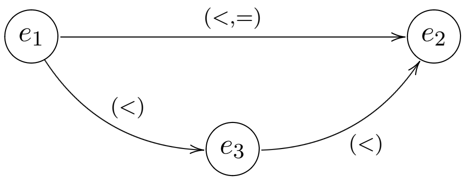
e_1 es anterior a e_2 o bien se trata del mismo momento de tiempo. Una forma de indicar que no hay información sobre la relación entre dos momentos de tiempo es afirmar que cualquier relación es posible. Para ello, el arco se etiqueta con las tres relaciones $(<, =, >)$. La representación provee un marco reducido de razonamiento disyuntivo, ya que provee esta posibilidad solo en un arco y con respecto a la relación. No es posible representar conocimiento como $e_1 < e_2 \vee e_1 < e_3$.



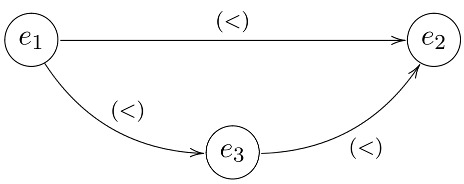
En este tipo de aproximación, al agregar nuevas restricciones se debe realizar una actualización que, generalmente, se hace en forma incremental de las restricciones existentes. La actualización está profundamente vinculada a la transitividad existente entre las restricciones. Supóngase un escenario muy simple, en el cual se tienen solamente dos eventos. La restricción planteada indica que el evento e_1 es anterior o simultáneo a e_2.



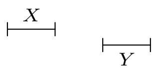
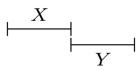
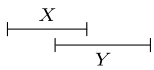
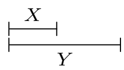
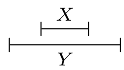
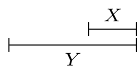
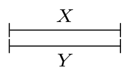
Si se agrega un evento más e_3 con restricciones con respecto a su ocurrencia, se debe generar la correspondiente actualización del grafo. Si e_3 es posterior a e_1 y es anterior a e_2, el grafo de representación se vería ahora de la siguiente manera:



En realidad este esquema de restricciones no es correcto, ya que el agregado de las dos restricciones sobre e_3 generan que la relación $(=)$ entre e_1 y e_2 ya no sea posible. Por lo tanto, la representación de las restricciones del problema es:



Para este tipo de aproximaciones se han desarrollado algoritmos para los cuales está estudiada su complejidad. Los algoritmos Vilain y Kautz [Vilain and Kautz, 1986] y van Beek [Beek, 1989] son dos de las más conocidos. Ambas aproximaciones trabajan sobre la suposición de que los eventos son instantáneos. Esta suposición puede relajarse, provocando

Relación métrica	*Símbolo*	*Ejemplo*	*Relación de endpoints requerida*
X before Y	b		$X^+ < Y^-$
X meets Y	m		$X^+ = Y^-$
X overlaps Y	o		$X^- < Y^-$, $X^+ > Y^-$, $X^+ < Y^+$
X starts Y	s		$X^- = Y^-$, $X^+ < Y^+$
X during Y	d		$X^- > Y^-$, $X^+ < Y^+$
X finishes Y	f		$X^+ = Y^+$, $X^- > Y^-$
X equal Y	e		$X^- = Y^-$, $X^+ = Y^+$

Cuadro 2.1: Siete de relaciones métricas cualitativas entre intervalos de Allen
.

como resultado que los eventos sucedan en intervalos. Los intervalos se pueden expresar mediante pares de puntos, el punto de comienzo y el punto de fin. Para trabajar con esta posibilidad Allen definió relaciones a nivel intervalo [Allen, 1983], las cuales se muestran en el Cuadro 2.1. Todas las relaciones presentadas por Allen se pueden expresar a través de restricciones en sus puntos de definición.

Las cosas se complican cuando se introduce algún nivel de incertidumbre. Por ejemplo, supongamos que la restricción que se plantea es que el evento e_1 es anterior o posterior a e_2. Esto es fácilmente expresable en términos de las relaciones de Allen, pero imposible en términos de puntos. Así, por ejemplo, si se tiene que la relación entre la duración de un evento e_1 está en relación *overlaps* con la duración de e_2, se tiene que $e_1^- < e_2^-$,

$e_1^+ > e_2^-$ y $e_1^+ < e_2^+$, siendo e_1^-, e_1^+, e_2^- y e_2^+ los puntos que definen las duraciones de los eventos. La situación gráficamente se vería como se observa en la Figura 2.1. El problema

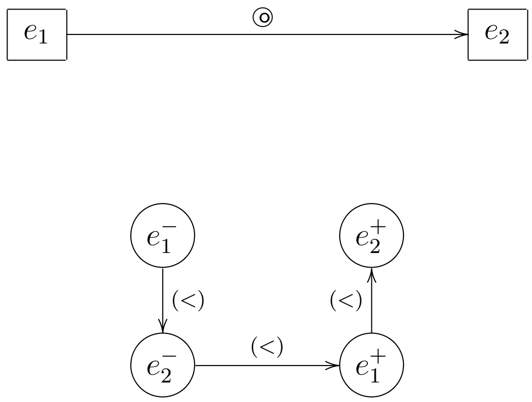


Figura 2.1: Relación $\circledcirc$ representada con puntos

es que, de todas las posibles relaciones entre intervalos, solo un porcentaje de las mismas es expresable mediante restricciones basadas en puntos [Ladkin, 1987].

2.1.3. Representaciones basadas en duración

La Técnica de Revisión y Evaluación de Programas comúnmente abreviada como PERT (corresponde a las siglas en Inglés de *Program Evaluation and Review Technique*), es un modelo para la administración y gestión de proyectos inventado en 1958 por la Oficina de Proyectos Especiales de la Marina de Guerra del Departamento de Defensa de los Estados Unidos. Básicamente es un método para analizar las tareas involucradas en completar un proyecto dado, especialmente el tiempo para completar cada tarea, e identificar el tiempo mínimo necesario para completar el proyecto total.

La parte más famosa de PERT, y a la vez vinculada a lo presentado en este trabajo, son las Redes PERT. Estas redes son descriptas por Allen desde el punto de vista de representación de tiempo en [Allen, 1991]. El trabajo de Allen se utilizó como base para la presentación de las mismas.

Las redes PERT se utilizan para representar las tareas que se desarrollan para completar determinado proyecto. Esta representación mantiene un orden parcial de los eventos en un grafo dirigido acíclico. En él hay dos eventos distinguidos, el de comienzo y el de finalización. Los eventos se representan mediante arcos, los cuales son etiquetados con la duración del evento.

Cada uno de los nodos está etiquetado con dos valores, el menor tiempo de comienzo del evento y el comienzo más tardío del mismo. Es decir, están etiquetados con un par (x, y) donde x representa la demora mínima que conlleva el comienzo del evento e y el tiempo máximo o de comienzo más tardío.

El nodo inicial, que se corresponde con el comienzo de la tarea, se etiqueta con $(0, 0)$, indicando que el menor tiempo posible para que comience el primer evento es 0; de la misma manera, el comienzo más tardío también es 0 ya que se espera que la tarea se complete lo antes posible. La Figura 2.2 muestra una tarea representada a través de una red PERT, con los nodos sin etiquetar. Una vez definida la tarea, estableciendo los eventos

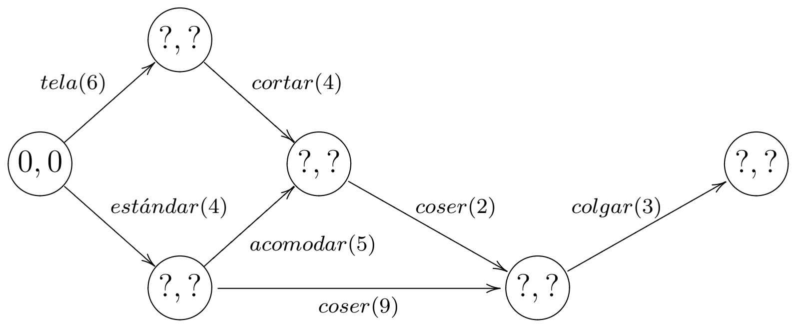


Figura 2.2: una red PERT simple mostrando la duración de los eventos

con sus duraciones y el nodo inicial, es posible calcular los tiempos mínimos y máximos que se corresponden a cada nodo interno de la tarea. En general, si un nodo i está ligado por un arco al nodo j, el tiempo mínimo del nodo j debe ser igual o mayor que el tiempo mínimo de comienzo de i más la duración del evento con el que está etiquetado el arco. Si hay más de un camino posible el tiempo mínimo de etiquetado es el máximo computado sobre todos los caminos. El etiquetado de los tiempos mínimos de la tarea de la Figura 2.2 puede observarse en la Figura 2.3. En la mencionada figura se omitieron los nombres de los eventos vinculados a la tarea para hacer más legible la red. Puede notarse que el nodo destino de los eventos $cortar(4)$ y $acomodar(5)$ termina etiquetado con el valor 10, ya que la suma que se obtiene de cada camino que lo tiene como destino da 10 y 9 respectivamente. Una situación similar se da con el nodo receptor del evento $coser$.

El mismo algoritmo se ejecuta desde el nodo finalización hacia el de inicio para etiquetar los tiempos máximos de espera. De esta manera, se deriva una ventana de tiempo para el

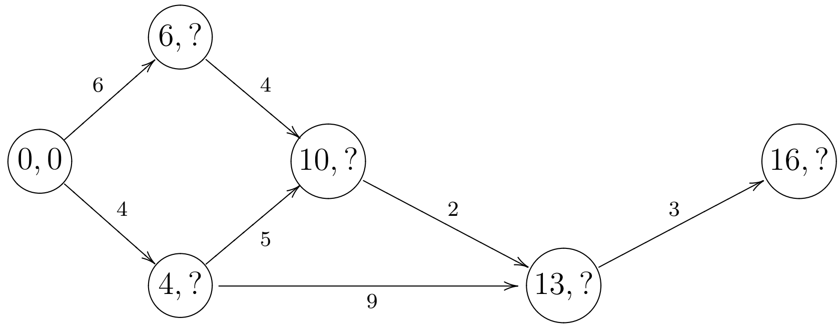


Figura 2.3: La red 2.2 con los tiempos mínimos calculados

comienzo de cada evento, a fin de minimizar el tiempo total de la secuencia de eventos. Como se espera que la tarea demore en completarse lo menos posible el tiempo máximo del nodo de finalización se inicializa con el mismo valor con que se logró etiquetar el mínimo. El etiquetado correspondiente se observa en la red que se muestra en la Figura 2.4.

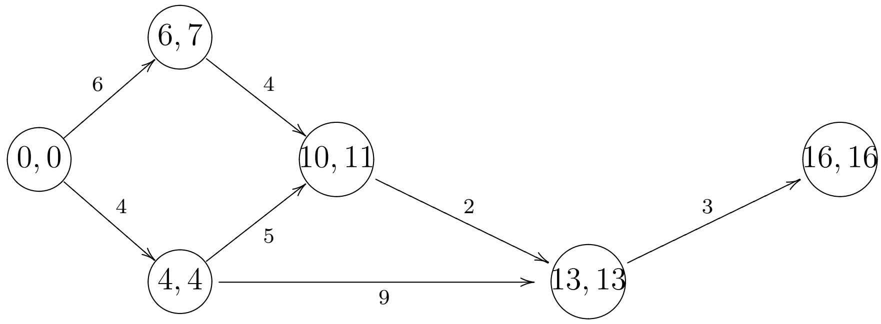


Figura 2.4: La red 2.2 con los tiempos máximos calculados

Como técnica general de representación de tiempo, sin embargo, tiene falencias importantes. La principal de ellas es que sólo resulta útil en caso de conocer de antemano la duración de todos los eventos. Los algoritmos propuestos pueden extenderse para considerar períodos en lugar de tiempos fijos, con la restricción de que las duraciones sean calculables, *i.e.*, no se permiten duraciones desconocidas como lo sería, por ejemplo, el rango 0 a ∞. Otra restricción que impone este método es que el ordenamiento de las restricciones debe formar un orden parcial sobre los puntos de definición de los períodos. También resultan una falencia los tiempos involucrados en el algoritmo a la hora de agregar nuevos eventos a una tarea, ya que requiere el recálculo de toda la red en el peor caso.

Dean y McDermott [Dean and McDermott, 1987] desarrollaron una representación que codifica toda la información temporal en términos de duraciones. En lugar de utilizar la duración de los eventos como base, ellos representan toda la información como duraciones entre puntos, permitiendo así establecer más relaciones cualitativas entre puntos permitiendo el uso de ∞ como valor.

La Figura 2.5 muestra un mapa temporal a modo de ejemplo tomado de [Dean and McDermott, 1987] (página 41).

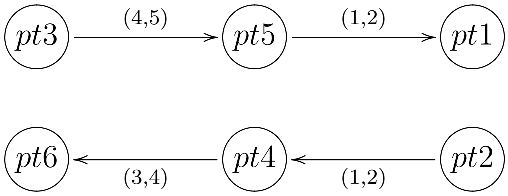


Figura 2.5: Mapa temporal simple de Dean

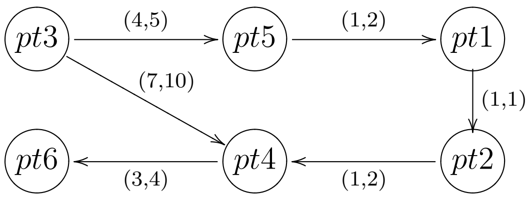


Figura 2.6: Mapa temporal de la Figura 2.5 agregando $pt1(1,1)pt2$

2.1.4. Lógicas Temporales

Las maneras de representar el tiempo descriptas anteriormente sólo apuntan a capturar información temporal. La utilidad de la incorporación del tiempo no se reduce sólo a una forma de notarlo, sino que se debe además contar con una representación general que codifique las aserciones generales con respecto al mundo. Una forma simple de representación asume, por ejemplo, una estructura lineal para el tiempo e indexa cada hecho con el tiempo. Una representación para el tiempo basada en lógica podría reducirse a considerar un argumento extra.

Modelos más complejos de tiempo han sido desarrollados y su impacto ha sido más que nada teórico, ya que raras veces se han incorporado explícitamente en sistemas de razonamiento temporal. A modo de ejemplo se puede pensar en los sistemas que introducen tiempo ramificado hacia el futuro; en un escenario como éste los tiempos no siempre resultan comparables en forma directa, resultando incomparables en algunas oportunidades. McDermott [Dermott, 1982] presentó un modelo basado en tiempo ramificado discutiendo su impacto en los problemas de razonamiento en Inteligencia Artificial.

Otras lógicas temporales comunes son variantes de las que se encuentran en filosofía y lingüística, como por ejemplo la lógica de Prior (*Tense Logic*) [Prior, 1967] entre otras, que serán mencionadas con más detalle en la Sección 2.2.2.

2.2. La perspectiva filosófica del tiempo

Es de suma importancia tener una idea acabada de los diferentes tipos de lógicas temporales ya que son ellas las que en un principio impulsaron la aparición de una clase de programación que representara las nociones de cambio y paso del tiempo. Estas lógicas temporales surgieron como un intento de formalizar el tiempo, estudio que encararon los filósofos de todas las épocas. De esta manera, la filosofía obtuvo distintas concepciones del tiempo, y las más importantes son:

- El tiempo existe como tal y por sí mismo.
- El tiempo no existe en sí mismo sino como consecuencia de la ocurrencia de eventos.

De la mano de estas concepciones temporales, los filósofos realizaron aportes que se inclinaron hacia alguna de ellas. Estas visiones del tiempo filosóficamente contrapuestas pueden complementarse en Ciencias de la Computación a fin de solucionar algunos problemas que, de otra manera, serían imposibles de resolver, o bien darían lugar a soluciones demasiado complejas.

Las dos vertientes filosóficas que se estuvieron mencionando, se conocen en filosofía como series A (pasado - presente - futuro) y series B (antes - después), denominación recibida de mano del filósofo Mc. Taggart. Dentro de cada una de estas categorías se desarrollaron varias lógicas a fin de observar las diferencias, virtudes y defectos de cada una de estas concepciones del tiempo. Como ejemplo se tomarán dos lógicas ampliamente conocidas. Para el primer caso el desarrollo de Prior, mientras que para el segundo se hará lo propio con la propuesta de Rescher.

El estudio del tiempo no es novedoso entre los filósofos y lógicos, ya los griegos dedicaron su atención a los fenómenos temporales del lenguaje en sus escuelas estoica y megárica. Desde entonces hasta el presente siglo, en varios momentos de la historia importantes filósofos han dedicado su atención al problema de su formalización y entendimiento. En las últimas décadas ha habido un resurgimiento del interés por la filosofía del tiempo y en consecuencia han surgido una serie de trabajos relevantes. En tal sentido, los tratados sobre el tiempo más conocidos son [Quine, 1960], [Prior, 1967], [Rescher and Urquart, 1971] y [van Benthem, 1983]. Otras fuentes de posible interés para el lector pueden ser [McArthur, 1976] y [Gardies, 1979]. De Gardies se ha adoptado su clasificación de las diversas lógicas a ser consideradas, como así también su terminología en la traducción.

A través de esta sección se brindará un repaso breve de los principales resultados obtenidos en los estudios mencionados. Por tratarse de un resumen no se innovará en el conocimiento del tema y en ocasiones el lector podría sentir insuficiente la descripción y/o fundamentación de algún tema particular. En tal caso se remitirá la atención del lector a los textos mencionados, ya tradicionales en el área de estudio más extensos en su tratamiento y de calidad reconocida.

2.2.1. La Lógica no métrica

Este tipo de lógicas aparece en [Gardies, 1979], con el nombre de *Lógica de los Tiempos Gramaticales*, aunque también son conocidas como "Tense Logic", nombre que es realmente el original de este tipo de lógicas. Antes de observarlas con un poco más de detalle, se debe tener presente ciertos aspectos de la formalización del tiempo, a fin de tener una aproximación a las dificultades que encontraron los lógicos en el proceso. Se obtienen así, distintos tipos de sentencias temporales, como así también distintas maneras de referenciar el tiempo.

Según Rescher, [Rescher and Urquart, 1971], las sentencias pueden ser distinguidas, respecto al uso que hacen del tiempo, en dos categorías: *temporalmente definidas* y *temporalmente indefinidas*. En la primera categoría se encuentran las sentencias cuyo valor de verdad no depende del momento en que se las enuncia. Pertenecen a este grupo las sentencias atemporales como "3 es un número primo" y otras con referencias temporales como por ejemplo, "Saavedra fue un político del período de la Revolución de Mayo", "José de San Martín nació en 1778", "San Juan Bosco vivió durante 72 años", y "El planeta Tierra siempre tuvo agua". Un aspecto interesante a tener en cuenta, es notar que en ciertos artículos relacionados al tema, sentencias como "Matías nació un día martes" son consideradas como pertenecientes a la primera categoría. Es decir, son consideradas como verdaderas independientemente del momento de su expresión en un sentido "generoso", cuando en rigor de verdad una sentencia como la anterior solo tiene sentido a partir del nacimiento de la persona mencionada. Por el contrario, la verdad de las sentencias del segundo tipo es relativa al momento en que son referenciadas: "Mañana iremos con mis amigos al cine", "Mi hermana, Gabriela, está viendo una película" y "El miércoles pasado fue un día soleado" son ejemplos de esta clase. Existen oraciones híbridas como la última mencionada, pero éstas pueden ser re-expresadas como la conjunción de sentencias temporalmente definidas y otras temporalmente indefinidas. Por ejemplo, a "El miércoles pasado fue un día soleado" se la puede reescribir como "El miércoles es un día soleado y miércoles está en el pasado y no existe otro miércoles posterior", aunque puede observarse que esta sentencia ya no es tan clara y concisa como la sentencia original.

En las referencias temporales habituales del lenguaje cotidiano juegan un papel relevante las referencias temporales indefinidas. El estudio de las denominadas "lógicas no métricas" intenta formalizar las referencias temporales de tipo no preciso intentando a la vez, determinar medios de razonar con ellas en forma segura. Las técnicas de traducción desde-hacia lenguaje natural, comprensión de historias, etc, pueden beneficiarse ampliamente con el desarrollo de estos formalismos.

Por otra parte, en problemas como los de planificación de actividades, es requerido un uso más intenso de referencias temporales concretas, por ejemplo, en un entorno industrial donde la duración de las actividades y los momentos exactos de inicio-terminación adquieren mayor relevancia. En ese tipo de entornos, un estudio de las sentencias temporalmente definidas es más relevante.

2.2.2. Sistemas Temporales No Métricos

En [Gardies, 1979] este tipo de sistemas temporales son referenciados bajo el nombre de *sistemas temporales gramaticales no mensurables*. Uno de los trabajos más relevantes en la formalización de las lógicas para este tipo de sistemas fue el publicado por Prior [Prior, 1967]. Su aporte, complementado luego por Rescher [Rescher and Urquart, 1971] en lo semántico y estudiado desde el punto de vista algebraico por van Benthem [van Benthem, 1983], ha influenciado notablemente los estudios posteriores sobre el tiempo. Para presentar esta línea de pensamiento se restringirá la atención del lector a una Lógica Temporal Proposicional. El lenguaje temporal L_T es generado a partir de ciertas sentencias atómicas con los conectivos del Cálculo Proposicional más los operadores temporales F, P, G y H. En otras palabras, L_T es una extensión del lenguaje del Cálculo Proposicional que admite sentencias de la forma Fp, Pp, Gp y Hp para cualquier sentencia p. La lectura intuitiva de estos operadores temporales es:

Fp**:** p es verdadera en algún tiempo futuro.

Pp**:** p fue verdadera en algún tiempo pasado.

Gp**:** p será verdadera en todos los tiempos futuros.

Hp**:** p siempre ha sido verdadera en el pasado.

Este sistema fue descripto y presentado por Prior en 1967 [Prior, 1967] y ha sido llamado "la aproximación modal del tiempo" como distinción de "la aproximación de primer orden" postulada por Quine en 1960 [Quine, 1960]. A la Lógica Temporal se la puede concebir como un tipo de Lógica Modal [Chellas, 1980]. Distinguiéndose de las otras lógicas en el hecho de poseer dos conjuntos de operadores modales: un conjunto de operadores de "necesidad" y "posibilidad" para el futuro y otro conjunto para el pasado.

Para tener en cuenta esta variación de valores de verdad sobre el tiempo, las estructuras básicas de teoría de modelos deben incluir alguna noción de 'puntos de tiempo' y alguna relación de precedencia temporal. La presentación de la lógica temporal dada a continuación sigue los lineamientos de Turner [Turner, 1984].

Definición 2.2.1 (Marco temporal) *Un* marco temporal T *consiste de: un conjunto no vacío de puntos del tiempo,* TP*; una relación de precedencia temporal,* R *y una función* h *tal que*

$$h: \ TP \times SAL_T \rightarrow \{1, 0\},$$

donde SAL_T *es el conjunto de Sentencias Atómicas de* L_T*.*

Notación: En lo que sigue, $\mathrm{R}(t, t')$ es entendido como la precedencia temporal de t sobre t'. Cabe mencionar que este tipo de notación es típica del área de trabajo y es utilizada en lugar del tipo más universal $(t, t') \in \mathrm{R}$, que suele ser notado como $t\mathrm{R}t'$ cuando se utiliza la relación $<$. El uso de $<$ parece ser más intuitivo a causa de su familiaridad por su relación con estructuras numéricas bien conocidas como $\langle \mathbb{Z}, + \rangle$, $\langle \mathbb{R}, + \rangle$, $\langle \mathbb{N}, + \rangle$, etc. Sin embargo, en este contexto es preferible el uso de una noción de orden más abstracta, dado que la estructura asumida para el dominio temporal no necesariamente debe ser isomorfa a alguna de las estructuras en que es habitual el uso de $<$. Por ejemplo, puede asumirse que el tiempo es circular o ramificado. En el caso de considerar una estructura lineal R será reemplazada por $<$.

La función h asigna a cada sentencia atómica su valor de verdad a través del tiempo. La semántica de todo el lenguaje L_T es expresada por extender la función h al lenguaje total del siguiente modo:

$$\begin{array}{llll}
(i) & h(p \wedge q, t) = 1 & \text{si y solo si} & h(p,t) = 1 \text{ y } h(q,t) = 1 \\
(ii) & h(\neg p, t) = 1 & \text{si y solo si} & h(p,t) = 0 \\
(iii) & h(\mathrm{F}p, t) = 1 & \text{si y solo si} & (\exists t')(\mathrm{R}(t,t') \wedge h(p,t') = 1) \\
(iv) & h(\mathrm{P}p, t) = 1 & \text{si y solo si} & (\exists t')(\mathrm{R}(t',t) \wedge h(p,t') = 1)
\end{array}$$

Las cláusulas *(iii)* y *(iv)* reflejan la lectura intuitiva de Fp y Pp. El significado de Gp y Hp puede ser obtenido a través de las definiciones:

$$\begin{array}{lll}
\mathrm{G}p & =_{def} & \neg\mathrm{F}\neg p \\
\mathrm{H}p & =_{def} & \neg\mathrm{P}\neg p
\end{array}$$

entonces:

$$\begin{array}{llll}
h(\mathrm{G}p, t) & = 1 & \text{si y solo si} & (\forall t')(\mathrm{R}(t,t') \rightarrow h(p,t') = 1) \\
h(\mathrm{H}p, t) & = 1 & \text{si y solo si} & (\forall t')(\mathrm{R}(t',t) \rightarrow h(p,t') = 1)
\end{array}$$

Se dice que una sentencia es *verdadera* en un marco temporal si esta toma el valor 1 (uno) en cada punto del tiempo.

Los operadores modales definidos pueden combinarse, en principio, en cualquier orden y cantidad. Sin embargo, la exploración de algunos ejemplos alerta sobre el uso poco cuidadoso de los mismos. Por ejemplo, en la combinación entre el operador F y la negación puede advertirse que existe gran diferencia entre lo que expresa F$\neg p$ y $\neg$Fp. Mientras la primer sentencia afirma "en algún momento p será falsa" la segunda denota una afirmación completamente diferente como lo es "en ningún momento del futuro p será verdadera". Igual cuidado debe observarse en el uso de la *ley de simplificación de la doble negación* ya que pueden ser aceptadas[1]como equivalencias $\neg\neg\mathrm{F}p \equiv \mathrm{F}p$ y $\mathrm{F}\neg\neg p \equiv \mathrm{F}p$ pero difícilmente se acepte que $\neg\mathrm{F}\neg p \equiv \mathrm{F}p$. Mientras F$p$ es interpretable como "en algún momento del futuro será el caso que p", la primera parte de la equivalencia puede ser traducida como "siempre en el futuro será el caso que p".

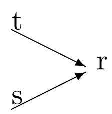
[1]Es utilizado un tono condicional ya que es conocido que existen escuelas de filosofía de la lógica que podrían rechazarlas.

En la literatura técnica es frecuente el uso de la *ley de la imagen especular* o "Mirror Image Rule" por la cual se asume la propiedad de simetría o isotropía temporal. Esto significa que en todo momento se asume que las propiedades que son válidas para cualquier conjunto de puntos de tiempo del futuro serán válidas para un conjunto análogo de puntos del pasado. En la práctica esto se logra intercambiando los operadores F y P consistentemente. Así el análisis hecho previamente sobre la combinación de los operadores de "negación" y "alguna vez en el futuro" valen para "negación" y "alguna vez en el pasado". Por ejemplo, dado que vale $\neg\neg \mathrm{F}p \equiv \mathrm{F}p$ se puede asumir que $\neg\neg\ \mathrm{P}p \equiv \mathrm{P}p$.

Se ha definido toda una colección de lógicas. En resumen todas se reducen a la definición de L_T, y la diferencia en ella está en las propiedades de la relación de precedencia temporal R. Mediante el cambio de dichas propiedades se obtienen distintas lógicas temporales:

1. *Sistema K_t, Lógica Temporal Minimal:* se obtiene cuando no se imponen restricciones sobre la relación R.

2. *Sistema K_b (Branching-Time):* La concepción de ramificación del tiempo es obtenida por restringir la función R. Se exige que R sea transitiva y verifique la denominada "linealidad hacia atrás" que excluye ramificaciones de la siguiente forma:

   Es decir el sistema K_b obliga a que haya un solo pasado pero permite que el futuro permanezca abierto.

3. *Sistema K_l (linealidad Hacia Adelante):* Típicamente se representa al tiempo de manera lineal. Por ejemplo, se lo utiliza de esa manera en una gran porción de la física (tal es el caso del tiempo absoluto en la física Newtoniana). Para capturar esta concepción del tiempo se debe restringir la lógica anterior para descartar ramificaciones en el futuro también. Esta lógica aún deja sin responder muchas preguntas fundamentales concernientes a la naturaleza del tiempo: ¿Hay un primer y último momento en el tiempo?, ¿Es el tiempo continuo como los Números Reales?. Diferentes respuestas a estas preguntas conducen a nuevos sistemas de Lógica Temporal.

4. *Sistema K_l^∞:* Una respuesta negativa a la primera pregunta lleva a imponer dos restricciones más a R. Una para garantizar que el tiempo no tenga principio y otra para hacer lo propio con el fin.

El tiempo en este sistema es ilimitado, no se puede hablar de infinitud porque para hacerlo se debería definir primero una métrica. El símbolo ∞ fue adosado al nombre del sistema porque así es utilizado en la bibliografía clásica de área.

5. *Sistema K_{ld}^{∞}:* ¿Hay un momento entre dos momentos cualesquiera? Una respuesta negativa fuerza a la línea del tiempo a tener la estructura de los números naturales. Por el contrario, una respuesta positiva conduce a una visión del tiempo en la cual la línea de tiempo tiene la estructura de los números racionales. Equivalentemente, una respuesta positiva fuerza la línea del tiempo a ser 'densa'.

6. *Sistema K_{ldc}^{∞}:* ¿El tiempo es solo denso (como los racionales) o es continuo (como los reales)? Si se divide una serie lineal densa y ordenada T_{do} en dos conjuntos no vacíos T_1 y T_2, tal que cada punto en T_1 preceda a los de T_2 pueden surgir tres posibilidades:

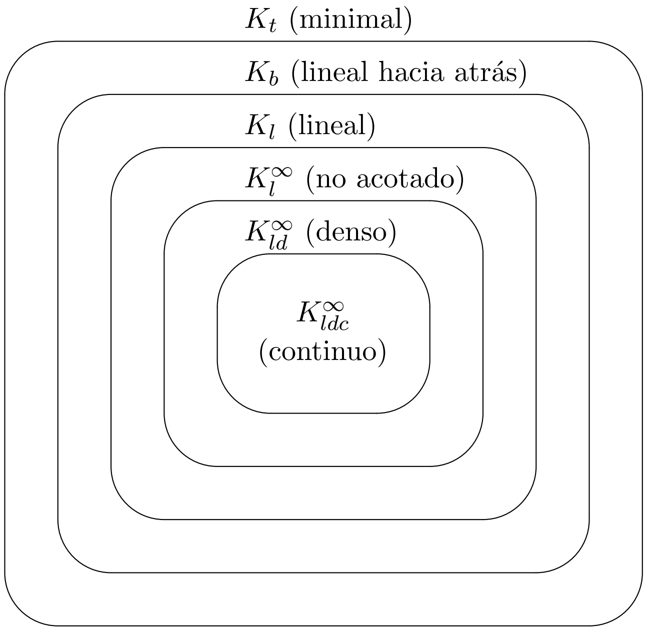
    a) T_1 tiene último elemento y T_2 no tiene primer elemento

    b) T_1 no tiene último elemento y T_2 tiene primer elemento

    c) T_1 no tiene último elemento y T_2 no tiene primer elemento

    El ordenamiento de T_{do} es continuo, en lugar de denso, si solo es permitido el inciso $6a$ y $6b$, *i.e.*T_1 tiene último elemento y T_2 no tiene primer elemento o T_1 no tiene último elemento y T_2 tiene primer elemento. Esto puede percibirse intuitivamente tomando a $T_1 = \{x \in \mathcal{Q} | x^2 \leq 2\}$ y $T_2 = \{x \in \mathcal{Q} | x^2 \geq 2\}$, $T_1 \cup T_2$ no es continuo dado que no existe x racional tal que $x^2 = 2$ y, por lo tanto, no hay continuidad.

De la enumeración previa de sistemas se puede extraer como conclusión que los mismos pueden estar vinculados por una relación de inclusión definida sobre las restricciones impuestas a R en cada uno. Luego, se puede considerar que un sistema S_2 está "incluido" en otro S_1 si S_2 es más restrictivo que S_1. Considerados de esta forma los sistemas anteriores pueden ser representados gráficamente del siguiente modo:



> Más importante aún es considerar la expresividad de cada lógica, medida por los nuevos teoremas que pueden deducirse por el agregado de axiomas a un sistema previo. En tal caso, en el diagrama anterior la secuencia de inclusiones entre los sistemas será exactamente la inversa.

Ha sido demostrado, [Prior, 1967; McArthur, 1976; Rescher and Urquart, 1971; van Benthem, 1983], que el sistema K_t es *completo* en el sentido de que contiene a todos los teoremas traducibles a la lógica de primer orden. Por esto también se lo conoce como Lógica del Tiempo Gramatical *Minimal*. Cualquier otra fórmula que no es teorema de esta lógica minimal se traduce en una fórmula que no es de primer orden. Algunas de ellas, no obstante, pueden reescribirse como fórmulas de primer orden acerca del dominio temporal [van Benthem, 1983]. También existen problemas en la traducción en el sentido inverso. No todo axioma relativo a la estructura de tiempo subyacente es expresable en lógica de tiempo gramatical no mensurable.

2.2.3. Tiempo métrico y lógica cronológica: La lógica de Rescher

La teoría lógica de proposiciones cronológicas no solo posee un gran interés intrínseco. Los estudios realizados por Rescher arrojaron claridad al análisis filosófico de proposiciones que involucran conceptos temporales. Esta propuesta, junto con la de Prior que será introducida posteriormente, dieron un avance sustancial al estudio del tiempo. A pesar de que sus propuestas son antagónicas en muchos aspectos, ambas son causa de muchos estudios y desarrollos hechos principalmente en Ciencias de la Computación.

2.2.4. Sentencias cronológicamente definidas e indefinidas

Los lógicos frecuentemente han confundido la interpretación del verbo 'es'(*is*, en Inglés), ya que su interpretación dependiendo del uso puede ser diferente. Se tiene así:

1. El *es* atemporal, queda de manifiesto en oraciones como la siguiente "Tres es un número primo".
2. El *es* del presente que significa *es* ahora, puede ejemplificarse en frases como que sigue: "El sol está poniéndose".
3. El *es* omnitemporal que significa *es* siempre: "El agua es conductor de electricidad".
4. El *es* transtemporal que significa *es* en el presente período, como puede verse en oraciones como: "La tierra es un planeta del sol".

Es importante tener en cuenta que en Inglés las tres oraciones presentadas arriba utilizan el mismo verbo *is*. En ese idioma las oraciones de los ejemplos serían, "Three *is* a prime number", "The sun *is* setting", "Water *is* a conductor of electricity" y "The earth *is* a planet of the sun"

Se puede considerar al "es" del primer item como atemporal y al resto como temporales a pesar de la sutil diferencia descubierta entre los últimos tres tipos de interpretación. Se puede observar que a pesar de las diferencias entre las interpretaciones, es muy sencillo equivocarse. Por este motivo, se considera al verbo *es* como un verbo equívoco. Debido a esta naturaleza equívoca del verbo se puede conducir a una variedad considerable de construcciones desde la perspectiva cronológica.

Suponiendo que el único "es" que se tiene disponible es el atemporal, puede preguntarse si aún existen sentencias como "¿Está (ahora) haciendo frío en Bahía Blanca?". Claramente esto es posible. Se puede decir algo como "Está haciendo frío en Bahía Blanca 'ahora', u 'hoy' o tal vez 'el ocho de mayo de 1995' como un hecho". De esta manera, se ha logrado una transición de cualquier sentencia que utilice un "es" temporal a una versión equivalente que utiliza la interpretación atemporal.

Una vez introducido esto se ven las sentencias cronológicamente definidas e indefinidas. Las sentencias:

1. Algunas veces hace frío en Bahía Blanca.
2. Siempre hace frío en Bahía Blanca.
3. Está haciendo frío en Bahía Blanca todos los domingos desde el año 1920 después de Cristo es un hecho.
4. Está haciendo frío en Bahía Blanca el 15 de Junio de 1979 es un hecho.

todas estas sentencias son cronológicamente definidas ya que su verdad o falsedad es independiente del momento en el que se digan o se afirmen. No importa cuál sea la respuesta a la pregunta "¿Cuándo fue afirmada?"; el valor de verdad permanecerá inalterado.

Por el contrario, si se consideran las siguientes sentencias:

5. Está haciendo frío en Bahía Blanca ahora.
6. Hizo frío en Bahía Blanca ayer.
7. Hará frío en Bahía Blanca en algún momento de la semana que viene.

Todas ellas son cronológicamente indefinidas ya que su verdad o falsedad no es independiente del momento en el que se aseveran. La respuesta a la pregunta " ¿Cuándo fue afirmada?" es esencial para determinar el valor de verdad de la sentencia.

Teniendo en cuenta la indefinición de la cronología, alguien podría sentirse inclinado a negarles el estado de sentencias genuinas a las oraciones (5), (6) y (7), aduciendo que su valor de verdad depende de manera esencial de cosas o aspectos no contenidos, de manera implícita o explícita, en la interpretación conceptual del verbo de la oración en sí, de manera que la proposición expresada por la sentencia se deja indeterminada. En tal punto de vista, sentencias cronológicamente indefinidas serían aquellas pronominalmente ambiguas como "Su padre es alto" o "Su hijo es varón". Es posible limitar la idea de sentencia de esta manera en cuyo caso habrá un grupo de sentencias que serían *cuasi sentencias*, para poder incluir "sentencias" cronológicamente indefinidas, además de sentencias propiamente dichas. Rescher, a pesar de no desechar la idea anterior considerándola válida, decidió considerar a los dos tipos de declaración recién presentados como simplemente *sentencias*. Se utilizarán variables de sentencias p, q, t, etc. para representar tanto a las temporalmente (o cronológicamente) indefinidas como a las temporalmente definidas.

Otro aspecto importante que es necesario aclarar es el de tiempos de aserción o de afirmación. Para representar dicha noción Rescher utilizó la siguiente notación:

$$\mid t \;\vdash\; p$$

Concretamente representa la aserción de p en el momento t. Por ejemplo si p_1 es una sentencias como "Está haciendo frío en Bahía Blanca hoy" y t_1 es el día 13 de Mayo de 1944, luego "$\mid t_1 \;\vdash\; p_1$" representa la aserción hecha el 13 de Mayo de 1944 que está haciendo frío hoy en Bahía Blanca, aserción que es verdadera si y solo si la sentencia "Está haciendo frío en Bahía Blanca el 7 de Noviembre de 1944 es un hecho" es verdadera.

Si la sentencia p es cronológicamente definida entonces, por definición de aserción, las aserciones $\mid t \;\vdash\; p$ y $\mid t' \;\vdash\; p$ son materialmente equivalentes. Es decir, se obtiene el mismo valor de verdad para todos los valores de t y t'. Si no es así entonces p es cronológicamente indefinida.

Un aspecto de interés es la existencia de una relación lógico-cronológica entre proposiciones cronológicas. Por ejemplo, si se supone que el tiempo está medido con granularidad de días, luego las variables de tiempo son discretas. Sea $(t + 1)$ una expresión que representa "el día siguiente al día t", $(t - 1)$ una expresión que representa "el día anterior al día t", y los que se les parezcan. Sean las sentencias p_1, q_1 y r_1 las siguientes:

p_1 : Hace frío en Bahía Blanca hoy.
q_1 : Hará frío en Bahía Blanca mañana.
r_1 : Hizo frío en Bahía Blanca ayer.

Dadas a consideración las siguientes aserciones:

$$\begin{aligned}
&\text{(P):} \quad \mid t \;\vdash\; p_1 \\
&\text{(Q):} \quad \mid t-1 \;\vdash\; p_1 \\
&\text{(R):} \quad \mid t+1 \;\vdash\; p_1
\end{aligned}$$

Es claro que para cualquier valor de t, las aserciones (P), (Q) y (R) deben ser materialmente equivalentes (lógicamente equivalentes), es decir, deben tener el mismo valor de verdad. Esta ilustración algo trivial establece que la teoría de proposiciones cronológicas debe estar preparada para mostrar la existencia de relaciones lógicas entre proposiciones tal que la verdad de la aserción de una sentencia en un momento podría estar ligada esencialmente con la verdad o falsedad de la aserción de una sentencia totalmente diferente en otro momento.

También es muy útil distinguir entre fechas y pseudo-fechas. Una fecha es un especificación temporal que es cronológicamente estable, tales como “16 de Septiembre de 1941” o “el día que murió Belgrano”. Por otra parte, una pseudo-fecha es también una especificación temporal pero cronológicamente inestable. Ejemplos de este tipo de referencia temporal son “hoy”, “la semana pasada” o “dentro de seis meses”.

Las distinción entre fechas y pseudo-fechas apunta a la existencia de dos procedimientos de fechado cronológico muy diferentes, dependiendo de cual es el punto de referencia fundamental. El “origen” en términos matemáticos, del esquema cronológico es una fecha cronológicamente estable o una pseudo-fecha cronológicamente inestable. Si el “origen” es una pseudo-fecha como por ejemplo *hoy* se debe tener un estilo de fechado donde todos los especificadores cronológicos sean pseudo-fechas. Si, en el caso contrario, el “origen” es una fecha genuina, como “la fundación de Roma” o “el nacimiento de Cristo”, se debe tener un estilo de fechado donde los especificadores son del tipo “doscientos cincuenta años” o cuando se dé una condición como “el año del nacimiento de Cristo”.

El tipo de cronología adoptado tiene implicaciones significantes para la lógica de proposiciones cronológicas resultante. Si se utiliza una cronología basada en pseudo-fechas todas las sentencias serán cronológicamente indefinidas, mientras que si se utiliza la cronología basada en fechas, las sentencias serán cronológicamente definidas.

2.2.5. Realización cronológica

Sea p alguna sentencia cronológicamente indefinida. En general se puede formar otra sentencia asegurando que p se mantiene u obtiene en un momento t. Correspondientemente, se introduce el operador de formación de sentencias R, y se escribe

$$R_t(p)$$

que será leído como “p es realizado en el momento t” y representa a la sentencia que explícitamente asegura que p se mantiene específicamente en el momento t. Estos es, si t_1 es “las 15hs del 4 de enero de 1998”, y p_1 es la sentencia indefinida “Todos los niños están jugando en la pileta (ahora)”, luego $R_{t_1}(p_1)$ es la sentencia “Es el caso que todos los niños están jugando en la pileta a las 15hs del 4 de enero de 1998”. O de manera equivalente “A las 15hs del 4 de enero de 1988, todos los niños están jugando en la pileta”. Nuevamente si p_2 es la sentencia “Todos los niños jugarán en la pileta mañana”, entonces $R_{t_1}(p_2)$ es la sentencia “Es el caso que a las 15hs del 4 de enero de 1988, todos los niños jugarán en la pileta mañana”.

Se debe abstraer de la posibilidad de incompatibilidad entre las medidas temporales de p y t, la cual es una dificultad latente que puede surgir en este esquema. Si las unidades temporales de p y t son incompatibles entonces $R_t(p)$ no tendría sentido. Por ejemplo, si p es la sentencia "Ha estado lloviendo ahora por exactamente un minuto", entonces difícilmente se puede decir que p se da en cierto día o en cierto año. Se puede, simplemente, asumir que p y t son compatibles en todos los casos que se consideren.

Si t es una fecha propiamente dicha (no una pseudo-fecha), entonces $R_t(p)$ siempre es temporalmente definida. Por ejemplo, si p_1 es una sentencia temporalmente indefinida como "Está lloviendo en Buenos Aires hoy", y t_1 es "las 16hs del 8 de mayo de 1995" entonces $R_{t_1}(p_1)$ es la sentencia temporalmente definida "Está lloviendo en Buenos Aires a las 16hs del 8 de mayo de 1995". Por otra parte, si t es una pseudo-fecha, $R_t(p)$ es temporalmente indefinida si p lo es. Esto es si t_2 es la pseudo-fecha mañana, entonces $R_{t_2}(p_1)$ es la sentencia temporalmente indefinida "Mañana será el caso que está lloviendo en Buenos Aires hoy".

En la definición de $R_t(p)$ se supone que p es una sentencia cronológicamente indefinida. Sería conveniente desechar esta suposición, y al hacerlo se tiene la siguiente consecuencia, que se toma como convención:

> Si p es cronológicamente definida, entonces $R_t(p)$ será simplemente equivalente a la misma sentencia p para cualquier posible valor de t. Esto es: si p es cronológicamente definida, p y $\forall\ t\ R_t(p)$ deben ser consideradas equivalentes.

La discusión que se ha visto hasta ahora de realización cronológica tiene adosado un punto de ambigüedad. Por ejemplo, si p_1 es la sentencia "Estuvo lloviendo en Buenos Aires ayer" y t_1 es "pasado mañana". entonces $R_{t_1}(p_1)$ es: "Mañana será el caso que estuvo lloviendo en Buenos Aires ayer". La ambigüedad del caso está relacionada con el punto de referencia al último "ayer" de la sentencia. Esto significa:

1. "ayer" calculado a partir de hoy, o:
2. "ayer" calculado a partir del momento al que llegué con la última operación.

En el caso del ejemplo se tiene que $R_{t_1}(p_1)$ es equivalente a "Estuvo lloviendo en Buenos Aires ayer" o bien a "Estará lloviendo en Buenos Aires mañana". Esta ambigüedad puede ser movida a la pregunta de cómo se construye la iteración entre operaciones R en una cronología basada en pseudo-fechas con "ahora" como origen. Esto es, se interpretará $R_{t'}[R_t(p)]$ como

(i) Es el caso t' unidades adelante de "ahora" que es el caso t unidades de tiempo desde "ahora" (el ahora original) que p" o equivalentemente como $R_t(p)$.

o bien como

(ii) Es el caso t' unidades adelante de "ahora" que es el caso t unidades de tiempo desde "ahí" (es decir desde el nuevo ahora) que p" o equivalentemente como $R_{t'+t}(p)$.

dado que cada una de ellas representa una política alternativa posible para la construcción de R, es necesario examinar las consecuencias de la adopción de cualquiera de las dos.

2.2.6. La lógica temporal métrica de Prior

Prior no solo investigó sobre lógicas y sistemas no métricos, sino que siguiendola misma idea que utilizó para desarrollar éstos, también logró desarrollos métricos. La lógica métrica que desarrolló Prior es contrapuesta a la idea que Rescher utilizó en su lógica métrica.

A continuación se presentará la idea de Prior para sistemas métricos.

2.2.7. La sintaxis de los intervalos

Prior [Prior, 1967] mencionó la posibilidad de enriquecer la lógica temporal con variables que representen intervalos. Un sistema de este tipo fue bosquejado en "Time and Modality" con operadores la forma $\mathrm{P}_n p$ para "Fue el caso en el intervalo n pasado que p", y $\mathrm{F}_n p$ para "Será el caso en el intervalo n que p". Junto con ellos se agregan los cuantificadores, dando lugar a $\exists n \mathrm{F}_n p$ para "Para algún n, será el caso en el intervalo n que p"; $\forall n \mathrm{F}_n p$ para "Para todo n, será el caso en el intervalo n que p"; y los análogos con P. $\exists n \mathrm{F}_n$, $\forall n \mathrm{F}_n$, $\exists n \mathrm{P}_n$, $\forall n \mathrm{P}_n$ pueden ser respectivamente correspondidos con los operadores F, G, P y H de la Sección 2.2.2, teniendo en cuenta que no haya ninguna referencia temporal n libre, es decir, sin ligadura a algún cuantificador. Esta estipulación resulta necesaria, ya que, por ejemplo:

i.) "Para algún n, será el caso en el intervalo n que se dan ambos:

1. Matías sale afuera desabrigado (p) y

2. será el caso en el intervalo n más tarde que Matías está enfermo (q).”

Sentencia que queda expresada de forma lógica de la siguiente manera:

$$(\exists n \mathrm{F}_n(p \wedge \mathrm{F}_n q))$$

significa algo un poco diferente de:

ii.) “Será tarde o temprano el caso que:

1. Matías saldrá afuera desabrigado (p) y
2. será el caso en el intervalo n posterior que Matías está enfermo (q).”

siendo su expresión lógica:

$$(\mathrm{F}(p \wedge \mathrm{F}_n q)).$$

La proposición descripta en i.) es completa, y significa que algún tiempo después de ahora Matías saldrá desabrigado y exactamente la misma cantidad de tiempo después de eso Matías estará enfermo. Por otro lado , ii.) es aún una sentencia abierta, y no dice nada definitivo hasta que la variable n es reemplazada por un intervalo específico o bien quede ligada por un nuevo cuantificador en alguna parte. Si se pone un $\exists n$ al comienzo de i.), este cuantificador resultará redundante o vacuo, y dejará el sentido de la sentencia inalterado; si se pone al comienzo de ii.) dará como resultado una nueva sentencia, diferente de las ya consideradas.

iii.) “Para algún n, será tarde o temprano el caso que:

1. Matías sale afuera desabrigado (p)y
2. será el caso en el intervalo n posterior que Matías está enfermo (q).”

Esto significa algo un poco menos específico que i.), diciendo que Matías va a salir desabrigado y luego estará enfermo, sin decir que la enfermedad aparecerá dos veces más alejado de la acción de salir desabrigado que se da en presente. La F de ii.) y iii.) puede, sin embargo, ser reemplazada por una cuantificación sobre intervalos, indicando que la variable usada no es n. Por ejemplo, se podría especificar iii.) como $\exists n \exists m \mathrm{F}_m(p \wedge \mathrm{F}_n q)$.

No debería ser necesario decir que la cuantificación de este tipo no implica que los intervalos son entidades. $\exists n \mathrm{P}_n p$, “Fue el caso en algún momento u otro que p” es solo una generalización de afirmaciones como "Fue el caso ayer que p", en el cual no hay entidades nombradas excepto alguna que puede ser mencionada dentro de la expresión dentro de p. Hay, sin embargo, un error más sutil que puede darse aquí. En el simbolismo la n no tiene significado aparte del indicado en el P precedente, y no puede formar parte de la proposición que lo sigue salvo en la compañía de ese P. En el hablar ordinario se pueden malinterpretar frases construidas en un modo diferente. "Yo estaba enfermo ayer" sugiere que "ayer" modifica "enfermo", y que estar enfermo ayer es una manera particular de estar enfermo. No lo es; lo sería si hubiese algo como una manera de *haber estado enfermo*; y más exacto "haber estado ayer" es una forma de haber estado.

2.2.8. Interacción entre las dos aproximaciones temporales

Como fue mencionado previamente hay visiones contrapuestas del tiempo, las cuales condujeron a formalizaciones del tiempo también contrapuestas. En las dos secciones previas se han visto dos de los trabajos más destacados dentro de cada concepción temporal. Una pregunta muy interesante, que se plantea, al ver estas dos lógicas como ejemplo de su concepción, es ¿No hay alguna manera de lograr una interacción entre ambas concepciones? Esta pregunta no es original, ya que fue planteada en filosofía desde hace muchísimo tiempo. Prior en sus trabajos de investigación también se interesó en el tema. A continuación, se presentará el problema de la interacción entre las dos concepciones temporal más conocidas, bajo la óptica de Prior [Prior, 1967].

2.2.9. Interacción de las series A y las series B de Mc. Taggart

La lógica desarrollada por Prior y presentada en la sección anterior permite establecer alguna relación de manera precisa entre las series A y series B de Mc. Taggart [McTaggart, 1908]. Estas series se corresponden a las concepciones del tiempo que utilizaron Rescher y Prior respectivamente, de acuedo a lo presentado previamente. Es de suma importancia no confundir las concepciones temporales, razón por la cual no se debe tratar las series A como si fueran series B; solo eso constituye la conocida *Falacia de Mc Taggart*. Sin embargo, ésa fue prácticamente la única falacia en esta área de estudio, y ella no debe conducir a imaginar que una serie A y una serie B son tan diferentes que no pueden ser traídas a un contexto común. Como Mc. Taggart menciona en sus trabajos, las series A "corren a lo largo" y las series B viceversa; "posteriores y posteriores términos pasan al presente" y "presentismo pasa a posteriores y posteriores términos". Cuando fue presentado el sistema de Rescher, se vio que había hecho un análisis de las referencias de tiempo, haciendo una distinción entre ellas, e indicando que las referencias que dio en llamar "cronológicamente indefinidas" pueden ocurrir dentro de las que llamó "cronológicamente definidas". De por si este análisis da una idea de la posible relación entre las dos series. Se verá como ejemplo, si se considera la sentencia temporalmente indefinida "Será el caso que p", la relación entre las dos series puede ser dada a través de reglas tan simples como la sentencia se da (permanentemente, o tal vez aún temporalmente) en algún momento t llevando a la sentencia temporalmente definida "Será el caso que p en un intervalo n posterior" si y solo si es el caso que en $t + n$ es simplemente el caso que p (tiempo presente).

Es también claro del artículo de Rescher [Rescher, 1966] que se puede embeber proposiciones con fechas dentro de proposiciones temporales. Ha sido señalado por algunos autores que el uso habitual de fechas y palabras como "más temprano" y "después" conduce a sentencias temporales en vez de atemporales. Por ejemplo, antes de que una batalla haya sucedido hubiese sido cierto decir "Habrá una batalla en Hasting y habrá una batalla en Waterloo 749 años después". Durante la batalla de Hasting hubiese sido cierto decir "Hay una batalla desarrollándose en Hasting y habrá una batalla en Waterloo 749 años después". En cualquier día intermedio hubiese sido cierto decir ...., etc., etc. Un filósofo diría, "La batalla de Hasting precede a la batalla de Waterloo en 749 años". Algunos otros, comentando la frase de Mc. Taggart 'Si M es siempre anterior a N, es siempre anterior', podrían expresar de manera similar sentencias como "Camila estuvo muerta antes que naciera su nieto" (meramente otra manera de decir que "Camila falleció antes que naciera su nieto"). Si bien esta sentencia es cierta ahora, no siempre lo es; por ejemplo en el año 55 antes de Cristo era cierto que Camila podría morir antes que naciera su nieto, pero no que ella iba a morir antes que naciera su nieto. La única cosa que era verdadera tanto en el año 55 antes de Cristo y ahora es la proposición "O Camila morirá antes que nazca su nieto, o Camila iba a morir antes que naciera su nieto, o Camila está muriendo antes que nazca su nieto", y esta proposición alternativa es ciertamente verdadera ahora, fue verdadera en cada momento del pasado y será verdadera en cada momento del futuro. Las proposiciones fechadas no son atemporales, pero cierta disyunción de proposiciones fechadas son verdaderas en todos los momentos. Mc Taggart aparentemente imaginó que "o bien algo sucedió en algún momento anterior o será en algún momento anterior" involucran alguna proposición que puede ser expresada como "es anterior" donde el verbo "es" es utilizado de manera no temporal o atemporal, como lo es en la oración "4 es dos veces 2": pero ¿existe tal proposición? Si no existe, entonces la sentencia que está utilizando la toma como una abreviatura de la disyunción.

La omni-temporalidad de estas disyunciones y aquellas abreviaturas de ellas, significa que el prefijado de operadores temporales con ellas (con o sin intervalos) es bastante trivial. La regla de verdad para tales complejos podría ser tan simple como "Es (fue, será) el caso que p", donde p es de este tipo, es verdadera si y solo si la sencilla p lo es. Si, por otra parte, se mantienen las proposiciones con fecha o cualquier otra proposición (por ejemplo, '2+2=4') como atemporales, pensando esto como que carece de sentido prefijar operadores temporales con ellas, se encuentra un problema serio que si tiene sentido prefijar tales operadores con composiciones, como conjunciones y disyunciones, donde una parte es temporal y la otra no. Wittgenstein dijo que "el producto lógico o conjunción de una tautología con una proposición dice lo mismo que la proposición". Lo que significa que el producto es igual a la proposición. Haciendo una equiparación entre las proposiciones atemporales y la tautología de Wittgenstein, si todas ellas son verdaderas, y con su contradicción, si son todas falsas. Esto sugeriría que si se utilizan a, b, etc. como proposiciones atemporales y p, q, etc. como proposiciones temporales, $a \wedge p$ es lo mismo que p cuando a es verdadera y lo mismo que a cuando a es falsa; $a \vee p$ es p cuando a es falsa, y a cuando a es verdadera. Es ciertamente el caso que si a es no temporalmente verdadera, el valor de verdad de $a \wedge p$ estará sujeto a las variaciones del valor de p; mientras que $a \vee p$ esta atemporalmente fija como verdadera. Por otra parte si a es atemporalmente falsa, el valor de verdad de $a \vee p$ variará con el valor de p, mientras que el de $a \wedge p$ está atemporalmente fijo como falso. Esto significa que tiene un sentido prefijar, sentencias como, "será el caso que" para $a \wedge p$ si a es verdadera y no si es falsa, la conversa se da para $a \vee p$. Esta es una regla de formación difícil de manejar indiscutiblemente. Aún así en el cálculo uno podría permitir, tal vez, el uso de operadores temporales "vacuos" para prefijar las proposiciones atemporales. O se podría cuestionar si hay de verdad hechos como "5 es un número mayor que 3" que sean atemporalmente verdaderos; se puede correctamente decir "es mayor ahora", "siempre fue mayor" y "siempre será mayor".

2.2.10. La lógica de las fechas

La interacción entre las series A y B que emerge del artículo de Rescher puede culminarse como sigue: si se utiliza la forma $\mathcal{T}ap$ para representar "Es el caso que p en la fecha a", las reglas para manejar esto son similares a las de Fnp de nuestro simple cálculo de intervalos, aquel en el cual Pnp es definido como F$(-n)p$.

Decir que cierto evento ocurrió en el año 1066 después de Cristo, es aproximadamente lo mismo que decir, que ocurrió 1066 años después del nacimiento de Cristo (o del nacimiento popular de Cristo, es decir después de un tiempo varios años antes que la Iglesia diera al calendario el formato actual). Esto es, equivalente a decir que, fue el caso cuando el evento ocurrió que había sido el caso 1066 años antes que Cristo había nacido; o para usar una versión limpia, fue el caso que tanto:

(a.) el evento está ocurriendo, y

(b.) fue el caso 1066 años antes Cristo estaba naciendo.

Formalmente, se introduce a la lógica temporal métrica una constante proposicional ϕ, que representa el evento tomado como origen de nuestro sistema de fechas; y se usa $M\alpha$ como abreviatura para $\alpha \vee \mathrm{P}\alpha \vee \mathrm{F}\alpha$ (una posible interpretación para el "es" de Mc. Taggart)

Por ejemplo, "Es o ha sido el caso que (p en la fecha -1446)" es traducido como "Es o ha sido o será el caso que (a) será el caso que dentro de 1446 años Cristo está naciendo y (b) p", o como "Es o ha sido o será el caso que (a) Cristo está naciendo y (b) fue el caso 1446 años antes p" [Prior, 1957].

2.2.11. Preposiciones y Adverbios Temporales

Además de la representación de conceptos temporales como los abarcados en los tiempos gramaticales o sistemas no métricos, y en la representación de fechas u otras referencias temporales, existen una serie de nociones que revisten interés práctico además de filosófico. Ciertas preposiciones y adverbios temporales han quedado fuera de la representatividad de los lenguajes antes descriptos. Tal es el caso de "ayer", "mañana", "acto seguido", "después", "desde" y "hasta". Todas estas referencias temporales revisten un interés práctico dado que son de uso frecuente cuando se trata de modelar contextos de razonamiento como los que surgen en sistemas basados en conocimiento para medicina o razonamiento legal. Conjuntamente el estudio de estos conceptos ha aportado resultados teóricos de gran relevancia.

A continuación será ofrecida una exposición abreviada de algunos tratamientos que han merecido dichos conceptos. En primer lugar es de interés completar la lógica no métrica de Prior, o su lógica de tiempo gramatical, con dos nuevos operadores, para que la lógica sea capaz de manejar estas nociones. $\mathrm{T}_s(p)$ y $\mathrm{Y}(p)$ que explícitamente representan "En el momento siguiente p" y "En el momento precedente p". Claramente, dependiendo de la granularidad de tiempo utilizada dichas frases, pueden ser interpretadas como "mañana" y "ayer".

Existen otros tratamientos teóricos para los conceptos recién considerados como el indicado por Von Wright [Wright, 1965] sobre los cuales posteriormente se edificaría un análisis filosófico de la acción y el cambio [Wright, 1966; Wright, 1968]. El interés por el trabajo de Kamp [Kamp, 1968] es distinto al de Scott. Kamp definió dos operadores que denominó *Since* y *Until*, representativos de "since" y "until", es decir, "desde" y "hasta" a través de su traducción desde Inglés al Español:

$$\textit{Since}\ p\ q \equiv (\exists t)\{\mathrm{R}(t, now) \wedge \mathrm{T}_t(p) \wedge (\forall t')[(\mathrm{R}(t,t') \wedge \mathrm{R}(t', now) \rightarrow \mathrm{T}_{t'}(q)]\}$$

que puede traducirse como "Sea un instante pasado t en el cual se daba el caso que para todo instante t' también pasado pero posterior a t se ha dado el caso q" y

$$\textit{Until}\ p\ q \equiv (\exists t)\{\mathrm{R}(now, t) \wedge \mathrm{T}_t(q) \wedge (\forall t')[(\mathrm{R}(t',t) \wedge \mathrm{R}(now, t') \rightarrow \mathrm{T}_{t'}(p)]\}$$

que puede traducirse como "Sea una instante pasado t en el cual se daba el caso que para todo instante t' también pasado pero posterior a t se ha dado el caso q".

Dichos operadores tienen la siguiente virtud, puede demostrarse que son capaces de representar los operadores de tiempo gramatical no mensurable introducidos por Prior ($\mathrm{P}p =_{def} \textit{Since}p(p \rightarrow p)$ y $\mathrm{F}p =_{def} \textit{Until}(p \rightarrow p)p$) pero no es posible realizar la tarea inversa. Esta capacidad representativa ganada en favor de las lógicas temporales es de gran importancia. Kamp demostró que bajo la hipótesis de una estructura temporal continua y linealidad estricta, cualquier fórmula expresable en lógica clásica de primer orden es expresable en su lógica temporal, denominada *cálculo Since-Until*.

2.3. Resumen

En el presente capítulo se ha hecho un análisis de las diferentes aproximaciones filosóficas del tiempo. De todas las aproximaciones filosóficas se ha hecho el análisis sobre dos propuestas particulares, en los trabajos de Prior y Rescher. La propuesta de Prior formalizó la concepción temporal basada en las nociones de *Pasado, Presente y Futuro* (series A), mientras que Rescher hizo lo propio con la las series B según la presentación de Mc. Taggart, que se corresponde con la interpretación temporal *antes - después.* Cada una de estas aproximaciones tiene sus ventajas y defectos, teniendo dominios de aplicación diferentes, donde las ventajas de alguna hace que sea preferible a la otra. Es importante tener en cuenta que los sistemas de Prior y Rescher son expresivamente equivalentes. Un aspecto a tener en cuenta, es que a pesar de que filosóficamente estas propuestas son consideradas contrapuestas, desde el punto de vista práctico, resulta muy interesante tratar de obtener algún tipo de interacción entre ambos tipos de series. Este tipo de emprendimientos fueron considerados en filosofía.

Nuevamente se recuerda que esta presentación no es una presentación exhaustiva del tema, sino simplemente un resumen con las ideas más importantes, a fin de introducir al lector a los temas de este trabajo.

3

Argumentación

El principal protagonista en Teoría de Argumentación es el argumento, considerado la unidad básica de razonamiento sujeta a debate. Un argumento es una pieza de razonamiento tentativa, que sustenta una conclusión determinada, que se espera pueda aceptarse o no luego de algún proceso de revisión adecuado. Esto es necesario dado que los argumentos sostienen conclusiones, las cuales pueden ser contradictorias entre sí. Se dice entonces que los argumentos entran en *conflicto*, el cual puede ser resuelto posiblemente por medio de algún método en particular para comparar y establecer una preferencia entre los argumentos conflictivos.

Esta resolución de conflictos por evaluación comparativa lleva a la definición de una relación determinante entre los argumentos, denominada *relación de derrota* o *ataque*. A partir de estos elementos básicos, presentes en todo sistema argumentativo, habrá argumentos que serán aceptados y otros que no, de acuerdo a un análisis entre ellos y sus derrotadores.

En este Capítulo se presentan las nociones básicas y los aspectos más relevantes sobre el significado pretendido de esta interacción entre argumentos por medio de relaciones de derrota. Las nociones presentadas están basadas en el estudio realizado en [Martínez, 2006].

3.1. Argumentos conflictivos

En todas las propuestas de sistemas basados en argumentación rebatible, sin importar las diferencias en el lenguaje y sus implicaciones, se respeta la función esencial de los argumentos. En todos ellos un argumento para una conclusión p contiene un conjunto de información necesaria que conforma, en cada contexto particular, una *explicación* de p. Obviamente, para una misma conclusión p, puede haber más de una explicación, posiblemente estructurada de diferentes maneras o con nueva información, lo que provoca la existencia de varios argumentos para sostener la conclusión p. Resulta aún más interesante, que pueden existir en el mismo escenario, otras explicaciones con un significado *contradictorio* a p, ya sea en sus conclusiones finales, en las intermedias, o en las premisas o hipótesis. Cuando sucede esto, se dice que los argumentos están en *conflicto*.

Por ejemplo, la frase:

> *Las visitas al monumento Cristo Redentor serán suspendidas, pues el noticiero informó que la tormenta de nieve bloqueó los caminos anoche.*

denota un argumento, que podríamos denominar $VistaSuspendida$, para la proposición "*No es posible visitar el monumento Cristo Redentor*". Al mismo tiempo la frase,

> *Habrá mucho turismo en el monumento Cristo Redentor, ya que es uno de los íconos turísticos más importantes de Mendoza. Esto es notable dada la cantidad de turistas que arribaron a Mendoza esta mañana.*

Obviamente, los dos argumentos se contradicen y lo hacen, en este caso, en sus conclusiones. Claro está que no pueden aceptarse los dos argumentos simultáneamente: las conclusiones son individualmente válidas desde el punto de vista deductivo, pero ¿cuál de las dos es la que se aceptará finalmente? Es necesario un análisis de la información en ellos expuesta para determinar qué proposición aceptar y decidir si es posible o no llegar al monumento. En este caso, una posible posición es considerar el reporte de noticias como de mayor relevancia que el reporte de arribo de turistas a la ciudad de Mendoza. Al fin y al cabo, no importa cuántos turistas hayan llegado a la ciudad, si los caminos hacia al paso fronterizo están bloqueados entonces nadie podrá llegar al Cristo Redentor. Se dice entonces que $VisitaSuspendida$ es un *derrotador* de $VisitaCristoRedentor$.

Un situación similar ocurre si se considera la frase:

> *Habrá mucho tránsito en el paso fronterizo Cristo Redentor, ya que es notable la cantidad de turistas chilenos que arribaron a Mendoza estos días y hoy es el último día de un feriado largo en ese país.*

que da lugar al argumento $PasoAbierto$. El argumento $VisitaSuspendida$ es un *derrotador* de $PasoAbierto$, ya que nuevamente se le da más relevancia al informe del noticiero que al hecho de que muchos turistas chilenos planeen volver a su país de origen.

La siguiente frase expone nueva información al respecto

> *Los caminos no están bloqueados, dado que Vialidad Nacional los liberó de nieve hace unas horas.*

Este argumento, denominado $CaminosHabilitados$ sustenta una conclusión contradiciendo al argumento $VisitaSuspendida$. Nuevamente, ambos argumentos deben ser comparados. En este caso, por ejemplo, puede considerarse al informe de Vialidad Nacional como más confiable que el reporte de noticias. Se presenta también una relación de *derrota*: se dice aquí que $CaminosHabilitados$ es un derrotador de $VisitaSuspendida$. Si no existe información adicional sobre el problema, entonces nada contradice al argumento $CaminosHabilitados$ (*i.e.*, carece de derrotadores), por lo que puede aceptarse en este contexto. Al aceptar $CaminosHabilitados$, debe rechazarse el argumento $VisitaSuspendida$ pues se contradicen entre sí. Al rechazar $VisitaSuspendida$, el argumento $PasoAbierto$ ya no posee información que lo contradiga y comprometa su aceptación, por lo que $PasoAbierto$ puede efectivamente aceptarse y concluir, finalmente, que los turistas chilenos podrán retornar a su país en el día de hoy.

Los argumentos pueden entrar en conflicto por diferentes mecanismos, siempre dependientes de la lógica elegida para la representación y construcción de los argumentos. Aún así, el elemento esencial presente en la amplia mayoría de las formalizaciones de conflictos es la *contradicción* lógica. Por ejemplo, un argumento $\mathcal{A}_p$ para una proposición p (donde p puede ser "*Es posible viajar a Chile en automóvil a través del paso fronterizo Cristo Redentor*") estará en conflicto con otro argumento $\mathcal{A}_{\neg p}$ para la proposición $\neg p$ ("*No es posible viajar a Chile en automóvil a través del paso fronterizo Cristo Redentor*"). Otras definiciones abstractas, menos comprometidas con la lógica clásica, son también aceptadas, como la propuesta en [Vreeswijk, 1997]. En general, la definición de *conflicto* debe indicar explícitamente cuándo dos o más argumentos son efectivamente conflictivos, es decir, cuándo incurren todos ellos en una *contradicción*. Esto puede variar en diferentes propuestas formales, aunque pueden identificarse algunos patrones clásicos en la literatura.

En la composición de los argumentos varias proposiciones quedan en evidencia, dependiendo del rol que cumplen en el mismo. Por lo general, un argumento posee una *conclusión final*, que básicamente es la proposición en la cual confluye el razonamiento modelado. Poseen también *conclusiones intermedias*, que son todas aquellas proposiciones fruto de razonamientos previos necesarios para obtener la conclusión final, y proposiciones iniciales o *premisas* del argumento. Estas últimas representan el conocimiento libre de explicaciones a partir del cual se construye el argumento, también denominados *hechos*.

Todos estos elementos (conclusiones finales, intermedias, premisas) son potenciales puntos de conflicto entre los argumentos.

Los diferentes esquemas generales de conflicto que pueden encontrarse son los siguientes:

- *Conclusiones finales contradictorias*: la conclusión final de ambos razonamientos es contradictoria. Suele denominarse *conflictos conclusión a conclusión* [Pollock, 1987]. Por ejemplo, un argumento $\mathcal{X}$ que sustenta que **el paso fronterizo permanecerá cerrado y un argumento $\mathcal{Y}$ que sustenta que el paso permanecerá abierto**.

- *Conclusiones intermedias contradictoras*: Los razonamientos han sido basados, en algún punto, en proposiciones contradictorias, aún cuando las conclusiones finales no se contradigan. Por ejemplo, los argumentos

  - $\mathcal{X}$="*Si hacemos el paseo con un guía entonces <u>tendremos que ajustarnos al itinerario</u> luego **llegaremos a tiempo para la merienda***"
  - $\mathcal{Y}$="*Si hacemos el paseo por nuestra cuenta entonces <u>no tendremos itinerario fijo</u> luego **podremos quedarnos disfrutando del paisaje cuando queramos***"

  poseen las conclusiones intermedias "tendremos que ajustarnos al itinerario" y "no tendremos que ajustarnos al itinerario" respectivamente que se contradicen, aún cuando las conclusiones de cada argumento (marcadas en negro) no.

- *Premisas contradictoras*: los razonamientos han estado basados en premisas contradictorias, aún cuando las conclusiones no se contradigan. Por ejemplo, los argumentos

  - $\mathcal{X}$="*El clima es templado y <u>no llueve</u>, luego conviene hacer la excursión a pie*"
  - $\mathcal{Y}$="*Es fin de semana y <u>llueve</u>, luego difícilmente encontremos estacionamiento*"

  poseen premisas contradictorias referentes al clima. Nótese que no hay fundamento (en el sentido de razonamiento como explicación) para estas afirmaciones sobre el clima, por lo que son en efecto premisas del razonamiento unidas con conflicto a pasos deductivos.

El primero de los esquemas de conflicto anteriores es el más importante; en realidad, la existencia de argumentos en conflicto por conclusiones intermedias implica la existencia de al menos dos piezas de razonamiento en conflicto por conclusiones finales. Pueden darse también situaciones mixtas, donde una conclusión final entra en conflicto con una conclusión intermedia del otro argumento. De la misma forma, esta situación puede reducirse a conflictos conclusión a conclusión. Los conflictos en función de las hipótesis que sostiene un argumento pueden interpretarse como conflictos *conclusión final a intermedia*, en donde el argumento que sustenta la hipótesis está conformado por la hipótesis misma, pues por ser tal no posee fundamento más que su enunciación.

Ante la presencia de argumentos conflictivos, es necesario realizar una comparación entre ellos para dilucidar dicho conflicto, puesto que argumentos diferentes pueden sustentar conclusiones con diferente fuerza relativa, dependiendo del criterio de comparación utilizado. Comparar dos argumentos significa, en realidad, establecer una preferencia entre ambos. Esta preferencia es la que permite disipar el conflicto vigente entre los dos argumentos.

3.1.1. Comparación de argumentos

Los criterios de comparación existentes usualmente se basan en aspectos sintácticos y constituyen un análisis estructural de los argumentos involucrados. El objetivo de los criterios de comparación es establecer una preferencia entre los argumentos. Si $\mathcal{A}$ y $\mathcal{B}$ son dos argumentos, la relación establecida por el criterio puede concluir, por ejemplo, que "$\mathcal{B}$ es un argumento tan fuerte como $\mathcal{A}$", o "$\mathcal{B}$ es un argumento más fuerte que $\mathcal{A}$". En estos términos, la diferencia de fuerza relativa determina una relación de preferencia entre argumentos.

Por ejemplo, puede establecerse que se prefieren aquellos argumentos con la menor cantidad de proposiciones involucradas o con el menor número de pasos deductivos. Si se utiliza este último criterio, un argumento que posee tres pasos será preferible a uno con cuatro y aquellos argumentos con igual cantidad de pasos poseerán la misma fuerza conclusiva. Pueden producirse también argumentos incomparables. Por ejemplo, si se establece que se prefiere al argumento $\mathcal{A}$ por sobre $\mathcal{B}$ siempre que las premisas de $\mathcal{A}$ estén contenidas en las de $\mathcal{B}$, entonces dos argumentos con premisas disjuntas no podrán compararse. Esto conforma el primer signo de que inevitablemente será necesario tratar con conflictos sin resolver, formados por dos argumentos involucrados en una situación simétrica.

El criterio también puede discernir la calidad de la información expuesta en los argumentos. En el ejemplo del paso fronterizo presentado anteriormente, puede preferirse el argumento $CaminosHabilitados$ antes que el argumento $PasoCerrado$, pues la fuente de información sobre las premisas del primero pueden considerarse más confiables que un noticiero radial. Aquí lo relevante no necesariamente es la estructura del argumento sino la confiabilidad de la información involucrada. De esta manera, $PasoCerrado$ surge de la siguiente frase:

> *Las visitas al monumento Cristo Redentor están suspendidas, por lo tanto el paso fronterizo está cerrado.*

Una vez presentado un conflicto entre dos argumentos, y aplicado algún criterio para compararlos entre sí y, como resultado de esa comparación, haber establecido una preferencia entre los dos, se ha determinado una relación denominada *de derrota* o *ataque* entre los argumentos. Esta relación surge simplemente de haber hecho una elección entre argumentos conflictivos. En una forma abstacta y elegante, esto puede expresarse de la siguiente manera:

$$\textit{derrota} = \textit{conflicto} + \textit{comparación}$$

El argumento preferido de acuerdo al criterio se denomina *derrotador* o *atacante* del argumento contrario, denominado argumento *derrotado* o *atacado*. Si $\mathcal{A}$ y $\mathcal{B}$ son dos argumentos en conflicto y el argumento $\mathcal{A}$ es preferido al argumento $\mathcal{B}$, entonces $\mathcal{A}$ derrota (ataca) a $\mathcal{B}$.

Observación 3.1.1 *Si un argumento $\mathcal{A}$ ataca a un argumento $\mathcal{B}$ entonces la aceptación de $\mathcal{B}$ está supeditada al rechazo de $\mathcal{A}$, pero no al revés. Suele decirse también que $\mathcal{A}$ es un derrotador de $\mathcal{B}$.*

Dada la contradicción entre los argumentos, éstos no pueden ser aceptados simultáneamente, pero puede notarse que la preferencia impone explícitamente un orden de evaluación de aceptación: únicamente cuando ya se ha determinado que $\mathcal{A}$ no es aceptable, puede llegar a aceptarse $\mathcal{B}$, pero no al revés. El argumento $\mathcal{A}$ puede aceptarse o no, pero $\mathcal{B}$ no influirá en esta decisión. Este orden de evaluación debe aplicarse igualitariamente a todos los derrotadores o atacantes del argumento $\mathcal{B}$.

Por ejemplo, si al momento de decidir si asistir o no a un concierto musical contamos con los dos únicos argumentos:

- $\mathcal{X}$: *El concierto de música se cancelará si sigue lloviendo con esta intensidad.*
- $\mathcal{Y}$: *El concierto de música no será cancelado si las entradas vendidas superan el 80 % de la capacidad del Estadio.*

y, de acuerdo al criterio de preferencia utilizado, $\mathcal{X}$ es un argumento más fuerte que $\mathcal{Y}$, entonces es posible concluir que el concierto se cancelará si continúa la lluvia, aún cuando las entradas vendidas superen el 80 % de la capacidad. Esto es así puesto que según la preferencia el hecho de que esté lloviendo intensamente es una razón más fuerte que la expuesta en $\mathcal{Y}$. Esta es la verdadera preferencia, causa de la relación de ataque o derrota. No puede concluirse la continuidad del concierto musical si lo único que se sabe es que los pases vendidos superan el 80 % del total. Debido a la preferencia establecida, antes será necesario averiguar la aceptación del argumento derrotador.

En la siguiente sección se presentan las nociones primarias de la semántica argumentativa. El objetivo general es lograr una clasificación de los argumentos como aceptados o rechazados. Sin embargo, algunas situaciones especiales dificultan esta tarea, como se verá en la Sección 3.3.

3.2. Clasificación de argumentos

Henry Prakken, refiriéndose al significado de los sistemas argumentativos, afirma en [Prakken and Vreeswijk, 2000] que:

> "..los sistemas argumentativos no conciernen a la verdad de las proposiciones, sino a la justificación de aceptar una proposición como verdadera.
>
> Una proposición puede ser aceptada como verdadera, si existe un argumento que sustente esa proposición, el cual se pueda aceptar *justificadamente*."

El significado básico de la relación de derrota es que no puede aceptarse el argumento derrotado si es aceptado el argumento derrotador. Es decir, si el argumento $\mathcal{A}$ derrota al argumento $\mathcal{B}$, éste último no puede aceptarse si se acepta el primero. Pero no sólo existe esa restricción, puesto que por lógica lo mismo puede decirse para el argumento $\mathcal{A}$, dado que son contradictorios y sólo uno de ellos puede aceptarse. La relación de derrota indica además una *dependencia* entre argumentos: la aceptación o justificación de un argumento está supeditada al rechazo de sus derrotadores, pero no al revés. He aquí el impacto de la preferencia entre argumentos, pues se impone también un orden en la evaluación de aceptación de argumentos. Esta diferencia se ve reflejada en la Definición 3.2.1. Debido a esta razón, en los sistemas argumentativos la atención principal recae, como se dijo anteriormente, en los argumentos y su interacción con sus derrotadores.

Vale recordar que la meta es lograr la identificación de argumentos aceptados. El caso más simple y trivial de un argumento que *debe* ser aceptado es aquel que no posee derrotadores. Debe ser aceptado, pues no existe ninguna información que lo contradiga, y de existir, ésta sin duda no es más convincente. Es decir, si existe información que lo contradice, entonces existe un argumento con el cual tiene conflictos. Sin embargo, si este último no se ha convertido en derrotador es porque, según el criterio de comparación, no es preferible al primero.

Si el argumento posee derrotadores, pues entonces la aceptación o rechazo de éste requiere un análisis con mayor detalle dado que, como se mencionó antes, depende de la aceptación o no de cada uno de sus derrotadores. Del análisis de todas estas interacciones surgen los argumentos *aceptados* (también denominados *justificados* o *garantizados*), aquellos argumentos que carecen de argumentos conflictivos, o son considerados mejores que ellos. Esta frase conlleva a una definición elemental de *argumento aceptado*.

Definición 3.2.1 (Regla de aceptación) *Un argumento está aceptado (o justificado, o garantizado), si todos los argumentos que lo derrotan no están aceptados. Un argumento no está aceptado, si al menos uno de sus derrotadores es un argumento aceptado.*

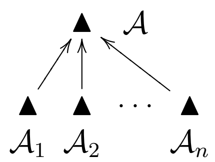


Figura 3.1: El argumento $\mathcal{A}$ y sus derrotadores

En este trabajo se utilizará mayoritariamente el término *argumento aceptado* o *rechazado*, pero eventualmente se los nombrará como *justificados* o *no-justificados*, como es habitual para muchos autores.

En la Figura 3.1 se muestra un argumento con sus derrotadores. La forma natural de graficar los argumentos y sus interacciones de ataque es por medio de grafos, lo que facilita la comprensión general del escenario mostrado.

Definición 3.2.2 (Grafo de ataques) *Un grafo de ataques o derrotas es un grafo dirigido (A, V) donde A es el conjunto de nodos representando los argumentos y un arco del nodo $\mathcal{A}$ al nodo $\mathcal{B}$ representa un ataque de $\mathcal{A}$ a $\mathcal{B}$.*

En este caso, si al menos uno de los derrotadores $\mathcal{A}_i$, $1 \leq i \leq n$ está aceptado, ya no podrá estarlo $\mathcal{A}$. De acuerdo a esto, el conjunto de todos los argumentos que pueden producirse en el sistema se divide en primera instancia en dos subconjuntos: el de argumentos *aceptados*, y el de los *rechazados*. Algunos autores clasifican a los argumentos como `IN` o `OUT`, tal cual se propone en [Caminada, 2006; Prakken and Vreeswijk, 2000], o utilizan otras etiquetas diferentes como en [Jakobovitz and Vermeir, 1996] donde se utilizan los símbolos $+$ y $-$. A pesar de la diversidad, el significado pretendido es el mismo: a un argumento le correspondería exactamente una única asignación de *status*.

Ejemplo 3.2.1 *Sean* CaminosHabilitados*,* VisitaSuspendida*,* PasoCerrado *y* PasoAbierto *cuatro argumentos tales que* CaminosHabilitados *derrota a* VisitaSuspendida *y* PasoCerrado *derrota a* PasoAbierto*. El argumento* CaminosHabilitados*, al no tener derrotadores, es un argumento aceptado o justificado.*

$$\text{CaminosHabilitados} \rightarrow \text{VisitaSuspendida} \rightarrow \text{PasoAbierto} \rightarrow \text{PasoCerrado}$$

Como VisitaSuspendida *posee un derrotador aceptado,* VisitasSuspendida *no está aceptado. De igual manera, el único derrotador de* PasoAbierto *es* VisitaSuspendida*, el cual está rechazado, por lo que finalmente* PasoAbierto *está aceptado. Un razonamiento similar se aplica a* PasoCerrado*, quién al poseer un derrotador aceptado (*PasoAbierto*), no está aceptado. Se dice que la asignación de status para los argumentos* CaminosHabilitados*,* VisitaSuspendida*,* PasoCerrado *y* PasoAbierto *en este ejemplo es la siguiente:*

- CaminosHabilitados *está aceptado (`IN`, $+$).*
- VisitaSuspendida *no está aceptado (`OUT`, $-$).*
- PasoAbierto *está aceptado (`IN`, $+$).*
- PasoCerrado *no está aceptado (`OUT`, $-$).*

En estas situaciones se dice que el argumento CaminosHabilitados *rehabilita (en Inglés, reinstates) al argumento* PasoAbierto*, puesto que causa el rechazo de* VisitaSuspendida*, y consecuentemente la aceptación de* PasoAbierto*.*

Ejemplo 3.2.2 *Considere el grafo de derrotas de la Figura 3.2. Los argumentos $\mathcal{E}$, $\mathcal{F}$ y $\mathcal{G}$ no poseen derrotadores, por lo que son argumentos* aceptados. *Los argumentos $\mathcal{C}$ y $\mathcal{D}$ tienen un derrotador aceptado ($\mathcal{F}$ y $\mathcal{G}$ respectivamente) por lo que son argumentos* rechazados. *El argumento $\mathcal{B}$ posee dos derrotadores $\mathcal{D}$ y $\mathcal{E}$, y aunque el primero está rechazado, el segundo no, por lo que $\mathcal{B}$ es un argumento* rechazado. *El argumento $\mathcal{A}$ posee dos derrotadores $\mathcal{C}$ y $\mathcal{B}$ los cuales son rechazados y, por lo tanto, $\mathcal{A}$ es un argumento* aceptado.

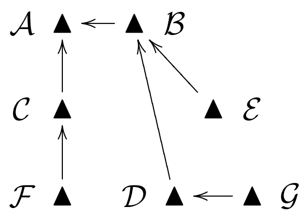


Figura 3.2: Aceptación y rechazo de argumentos

En los ejemplos 3.2.1 y 3.2.2, la única asignación de status posible es la indicada. Esto es inevitable de acuerdo a la Definición 3.2.1. Sin embargo, esta definición no es completamente adecuada. El escenario de las relaciones de derrota puede presentar inevitablemente una estructura tal que no es posible clasificar a todos los argumentos en *aceptados* o *rechazados*. Este problema guarda cierta relación con la imposibilidad de establecer una preferencia entre algunos pares de argumentos conflictivos, lo que induce una secuencia de relaciones de derrota circular. En las siguientes secciones se estudia esta problemática.

3.3. Situaciones controversiales de derrota

La Definición 3.2.1 presenta problemas bajo ciertas situaciones, como las que existen usualmente por conflictos entre argumentos para los cuales es imposible establecer una preferencia.

Definición 3.3.1 (Ciclo de derrotas) *Un ciclo de derrotas en un sistema argumentativo es una secuencia de argumentos $A_1, A_2, ..., A_n$ tal que A_1 derrota a A_2, A_2 derrota a A_3,..., A_{n-1} derrota a A_n y A_n derrota a A_1.*

Estas circularidades en la relación de derrota son conocidas también como *falacias o situaciones controversiales*. En los ciclos de derrotas se distinguen dos casos separados:

cuando la cantidad de argumentos en el ciclo es par, y cuando la cantidad es impar. El resultado de aplicar la Definición 3.2.1 es diferente en cada situación. En la primera es posible realizar más de una clasificación de argumentos, mientras que en la última esta clasificación es imposible.

3.3.1. Argumentación circular

Es simple comprender la problemática de la circularidad en la cual un número par de argumentos se ven involucrados. El mínimo ejemplo es suficientemente ilustrativo.

Ejemplo 3.3.1 *Sean $\mathcal{A}$ y $\mathcal{B}$ dos argumentos tales que $\mathcal{A}$ derrota a $\mathcal{B}$ y $\mathcal{B}$ derrota a $\mathcal{A}$, como se muestra en la Figura 3.3.1. Se dice en este caso que $\mathcal{A}$ y $\mathcal{B}$ son derrotadores mutuos o recíprocos.*

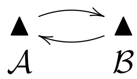


Figura 3.3: Argumentación circular recíproca

La controversia al respecto surge por lo siguiente. En el ejemplo anterior, para determinar el status del argumento $\mathcal{A}$, es necesario saber el status de su único derrotador $\mathcal{B}$. A su vez, para reconocer el status de $\mathcal{B}$ se necesita saber con anterioridad el status de $\mathcal{A}$. Proceduralmente hablando, la determinación del status de $\mathcal{A}$ conduce a un ciclo infinito. Aún así, la definición de argumento aceptado o justificado puede aplicarse a los dos argumentos en forma ambigua. Se puede decir que cuando $\mathcal{A}$ está aceptado $\mathcal{B}$ no lo está y viceversa.

Definición 3.3.2 (Argumentación circular) *[Simari* et al.*, 1994] Un ciclo de derrotas en un sistema argumentativo se denomina* argumentación circular *si la cantidad de argumentos que participan del ciclo es par.*

Cuando la cantidad de participantes en un ciclo de derrotas es par, es posible encontrar más de una forma de clasificar los argumentos en aceptados o rechazados, como se verá más adelante.

3.3.2. Argumentación contradictoria

Existen otras situaciones donde directamente es imposible aplicar la Definición 3.2.1, y está relacionada con la presencia de ciclos donde intervienen una cantidad impar de argumentos. Nuevamente el mínimo ejemplo es suficientemente explicativo.

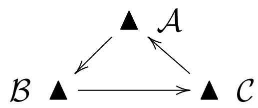


Figura 3.4: Argumentación contradictoria

Definición 3.3.3 (Argumentación contradictoria) *[Simari* et al.*, 1994] Un ciclo de derrotas en un sistema argumentativo se denomina* argumentación contradictoria *si la cantidad de argumentos que participan del ciclo es impar.*

Ejemplo 3.3.2 *Sean $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$ y $\mathcal{C}$ tres argumentos tales que $\mathcal{A}$ derrota a $\mathcal{B}$, $\mathcal{B}$ derrota a $\mathcal{C}$ y $\mathcal{C}$ derrota al argumento $\mathcal{A}$, como se ve en la Figura 3.4. Aquí no existe una asignación de status a cada argumento de acuerdo a la Definición 3.2.1. Si $\mathcal{A}$ está aceptado, entonces $\mathcal{B}$ no lo está, y por esta razón $\mathcal{C}$ está aceptado. Sin embargo, $\mathcal{C}$ es el derrotador de $\mathcal{A}$, que también está aceptado. Luego, se aceptan dos argumentos en conflicto, lo cual es incorrecto.*

En una situación de argumentación contradictora es imposible encontrar una clasificación de argumentos (una *asignación de status*) que sea coherente de acuerdo a la Definición 3.2.1.

Algunos autores distinguen como caso especial aquel en el que participa un sólo argumento en un ciclo. Se suele considerar aparte pues estas situaciones son un indicio de la construcción incorrecta de un argumento individual, como se explica en la siguiente sección.

3.3.3. Argumentos autoderrotados

Un caso particular de ciclos impares en las relaciones de derrota es cuando existe un *bucle* en el grafo, lo cual corresponde a un argumento que se derrota a sí mismo. Esta es una controversia común considerada incluso entre las falacias de diálogos informales.

En [Martínez, 2002] se estudian estas falacias en el contexto de sistemas formales. Un argumento que se derrota a sí mismo es básicamente una pieza de razonamiento que se contradice en algún punto de su estructura. Por ejemplo, el siguiente argumento padece este problema.

> "El cielo está nublado, luego no hace mucho calor. Como no hace calor, el agua no se evapora. Por lo tanto, no se forman nubes. Al no formarse nubes, evidentemente el cielo no está nublado".

Figura 3.5: Argumento autoderrotado

En la Figura 3.5, puede verse la representación gráfica correspondiente a un argumento autoderrotado (en Inglés, *self-defeating*). Algunos autores [Prakken and Sartor, 1997] los denominan, razonablemente, argumentos *incoherentes*. Nuevamente, aquí no se puede aplicar la Definición 3.2.1, pues se incurre en una contradicción. Por ejemplo, supongamos que el argumento $\mathcal{A}$ está *aceptado*. Entonces, los derrotadores de $\mathcal{A}$ deben ser todos *rechazados*, por lo que $\mathcal{A}$ no está aceptado, lo cual es una contradicción. Si, por el contrario, suponemos que $\mathcal{A}$ no está aceptado, entonces por la Definición 3.2.1, su único derrotador, el argumento $\mathcal{A}$, está aceptado, lo cual es también contradictorio.

Si bien algunos autores consideran este tipo de argumentos como inválidos (por ejemplo, [Simari, 1989; García and Simari, 2004]), algunos otros los aceptan en sus propuestas formales y los tratan acordemente en las nociones semánticas propuestas. Ya sea a nivel lógico o a nivel dialéctico, el consenso general es rechazar los argumentos autoderrotados.

3.4. Formas de asignación de status

Estas situaciones problemáticas son reconocidas por varios autores [Vreeswijk, 1997; Prakken and Vreeswijk, 2000; Simari *et al.*, 1994; Martínez, 2002; Jakobovitz and Vermeir, 1996]. Las situaciones controversiales son un problema intrínseco de la argumentación rebatible. En la literatura surgen diferentes posiciones al respecto.

Una establece que deben rechazarse aquellos argumentos que no encuadran en la definición anterior. En el Ejemplo 3.3.1, los argumentos $\mathcal{A}$ y $\mathcal{B}$ se consideran ambos *rechazados*, al igual que aquellos del Ejemplo 3.3.2.

Otra posición sugiere no adoptar una clasificación de los argumentos en particular, permitiendo en el sistema que argumentos como los del Ejemplo 3.3.1, en donde dos argumentos se atacan mutuamente, admitan dos asignaciones de status simultáneas, como se muestra en la siguiente tabla:

Asignación de status 1	Asignación de status 2
A aceptado	A rechazado
B rechazado	B aceptado

Sin embargo, se puede notar que esto no soluciona el dilema de la argumentación contradictoria, para la cual no existe una asignación de status.

Finalmente, la tercera posición reconoce que es imposible determinar el status de estos argumentos y que, por lo tanto, la clasificación de argumentos debe ser expandida para incluir una tercer categoría, la de argumentos *indecisos*. En las siguientes secciones se revisan algunos conceptos básicos de cada posición.

3.4.1. Asignación de status único

La asignación de status único divide el conjunto de argumentos de un sistema argumentativo en argumentos *aceptados (justificados)* y argumentos *rechazados (no justificados)*. Esto se denomina *semántica argumentativa bi-valuada*. Algunos autores realizan una clasificación adicional de los argumentos rechazados, dependiendo de la situación que los lleva al ser calificados como tales, pero conservan igualmente el status de *no justificados* o *rechazados* y cumplen el mismo rol. La forma más conocida de calcular el status único de los argumentos es a través de una función monótona, definida por Phan Minh Dung en [Dung, 1993b], sobre un sistema argumentativo abstracto (denominado *marco argumental* o en Inglés, *argumentation framework*), el cual se estudiará en el siguiente capítulo como base de la argumentación abstracta. Esta semántica es adoptada en muchos otras propuestas posteriores.

En el resto de este trabajo se utilizará el término Inglés *framework* en lugar de *marco argumental*, debido a que el mismo resulta en su semántica más claro que su traducción.

3.4.2. Asignación de status múltiple

A diferencia de la semántica anterior, donde a cada argumento le corresponde unívocamente el calificativo de *aceptado* (o *justificado*) o *rechazado* (o *no-justificado*), la asignación de status múltiple permite en el sistema la existencia de argumentos con doble status, correspondiente a dos interpretaciones diferentes del conflicto. Esto da lugar a la definición de diferentes *extensiones* de argumentos que son, básicamente, alternativas de aceptación. El punto de partida para esta clasificación de argumentos es la siguiente definición que asocia, a cada uno de ellos, una etiqueta de acuerdo al correspondiente etiquetamiento de sus derrotadores.

Definición 3.4.1 (Etiquetamiento de argumentos) *Un etiquetamiento de argumentos de un conjunto S es una asignación a cada argumento de S de una etiqueta que puede ser `IN` o `OUT`, pero no ambas, de acuerdo a las siguientes reglas:*

- *Un argumento está etiquetado como `IN` si todo argumento que lo derrota está etiquetado como `OUT`.*
- *Un argumento está etiquetado como `OUT` si al menos un argumento que lo derrota está etiquetado como `IN`.*

Nótese que ésta definición es completamente equivalente a la Definición 3.2.1 cuando no existen situaciones controversiales. De existir ciclos en la argumentación, es posible que exista más de una asignación posible de etiquetas, como se muestra en el siguiente ejemplo.

Ejemplo 3.4.1 *Sean $\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}$ y $\mathcal{D}$ argumentos tales que $\mathcal{A}$ derrota a $\mathcal{B}$, $\mathcal{B}$ derrota a $\mathcal{C}$, y $\mathcal{C}$ es derrotador de $\mathcal{D}$ y $\mathcal{D}$ derrota a $\mathcal{A}$, como se muestra en la Figura 3.6. Existen aquí dos posibles asignaciones:*

	`IN`	`OUT`
Asignación (1)	$\mathcal{A}, \mathcal{C}$	$\mathcal{B}, \mathcal{D}$
Asignación (2)	$\mathcal{B}, \mathcal{D}$	$\mathcal{A}, \mathcal{C}$

$$\begin{tikzcd} \mathcal{A} & \mathcal{B} \\ \blacktriangle \arrow[r] & \blacktriangle \arrow[d] \\ \blacktriangle \arrow[u] & \blacktriangle \arrow[l] \\ \mathcal{D} & \mathcal{C} \end{tikzcd}$$

Figura 3.6: Ciclo de argumentos $\mathcal{A}$-$\mathcal{B}$-$\mathcal{C}$-$\mathcal{D}$

Esta visión de la controversia no es estrictamente novedosa: la existencia de dos formas distintas de etiquetar los argumentos corresponde al hecho de tener dos extensiones en lógica no monótona [Reiter, 1980]. En los Ejemplos 3.3.1 y 3.4.1 existen dos etiquetamientos posibles, esto es, dos formas de asignar el status a un argumento.

La noción de consecuencia escéptica del sistema argumentativo surge de la intersección de todos los etiquetamientos.

Definición 3.4.2 (Argumento aceptado) *[Prakken and Vreeswijk, 2000] Un argumento se dice aceptado o justificado si está clasificado como* `IN` *en todos los etiquetamientos posibles.*

En el ejemplo anterior, no existen argumentos aceptados, puesto que a cada argumento le corresponde una etiqueta diferente en cada etiquetamiento.

Ejemplo 3.4.2 *Sean $\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}, \mathcal{D}, \mathcal{E}$ y $\mathcal{F}$ argumentos tales que las relaciones de derrota son las indicadas en el grafo de la Figura 3.4.2. Al existir un ciclo, existe más de una forma de etiquetar los argumentos. Los posibles etiquetamientos son los siguientes:*

	`IN`	`OUT`
Asignación (1)	$\mathcal{A}, \mathcal{C}, \mathcal{F}$	$\mathcal{B}, \mathcal{D}, \mathcal{E}$
Asignación (2)	$\mathcal{B}, \mathcal{D}, \mathcal{F}$	$\mathcal{A}, \mathcal{C}, \mathcal{E}$

El argumento $\mathcal{F}$ es clasificado como `IN` *en todo los etiquetamientos, por lo que es un argumento justificado.*

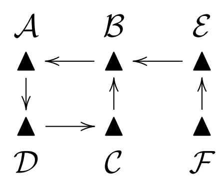


Figura 3.7: Situación controversial

Se puede también realizar alguna clasificación de los argumentos que ya no pueden ser etiquetados como aceptados en el sistema. Algunos de estos argumentos pertenecen a ciertas extensiones, mientras que otros no figuran en ninguna.

Definición 3.4.3 (Argumento denegado) *[Prakken and Vreeswijk, 2000] Se dice que un argumento está* denegado *si es etiquetado como* `OUT` *en todas las asignaciones de status. Un argumento es* defendible *si es clasificado como* `IN` *en algunos etiquetamientos, y como* `OUT` *en otros.*

Ejemplo 3.4.3 *En el Ejemplo 3.4.2, el único argumento denegado es $\mathcal{E}$. Los argumentos $\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}$ y $\mathcal{D}$ son todos argumentos defendibles.*

Sin embargo, éste método falla en asignar una etiqueta a argumentos en situación circular contradictoria, o de argumentos autoderrotados. En estas situaciones no existen etiquetamientos válidos. La alternativa es permitir que los argumentos puedan recibir más de una etiqueta simultáneamente. Esta forma de clasificar los argumentos permite, además, incluir la noción de argumentos indecisos en el sistema.

3.4.3. Argumentos indecisos

El carácter de *indeciso* de un argumento está relacionado con el hecho de que en una asignación de status el mismo pueda recibir diferentes etiquetas. Bajo la interpretación de asignaciones múltiples puede aceptarse una o la otra, pero no ambas, y hablar siempre de argumentos aceptados o rechazados en alguna de las extensiones posibles. Prakken y Vreeswijk identifican estos argumentos como *defendibles.*

Existe una tercer alternativa, basada en parte en la semántica anterior. Puede permitirse el doble etiquetamiento y de esta forma identificar una nueva categoría de argumentos. El etiquetamiento trivaluado de argumentos fue definido por Jakobovits [Jakobovitz and Vermeir, 1996] en 1996. Las etiquetas son símbolos, donde el "+" representa el `IN`, el "−" representa el `OUT` y "±" la posibilidad de realizar una asignación múltiple en ese argumento.

Definición 3.4.4 (Etiquetamiento de un conjunto de argumentos) *[Jakobovitz and Vermeir, 1996]*

Sea S un conjunto de argumentos. Un etiquetamiento de S es un mapeo

$$l : S \rightarrow 2^{\{+,-\}}$$

que satisface las siguientes condiciones:

- *Si $- \in l(s_1)$, entonces $\exists s_2$ tal que s_2 ataca a s_1, $+ \in l(s_2)$*

- *Si* $+ \in l(s_1)$*, entonces* $\forall s_2$ *tal que* s_2 *ataca a* s_1*,* $- \in l(s_2)$

- *Si* $+ \in l(s_1)$*, entonces* $\forall s_2$ *tal que* s_1 *ataca a* s_2*,* $- \in l(s_2)$

- $\forall s_1 \in S : \; l(s_1) \neq \emptyset$

Ejemplo 3.4.4 *Considere el conjunto de argumentos y sus ataques que se muestra en la Figura 3.8. Un etiquetamiento válido es indicado al lado de cada argumento.*

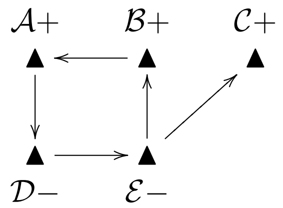


Figura 3.8: Etiquetamiento de argumentos

Los etiquetamientos no necesariamente son únicos, pues pueden existir diferentes combinaciones que satisfagan las condiciones anteriores.

Ejemplo 3.4.5 *Sea* $AF = \langle \{\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}, \mathcal{D}, \mathcal{E}\}, \{(\mathcal{A}, \mathcal{D}), (\mathcal{D}, \mathcal{E}), (\mathcal{E}, \mathcal{B}), (\mathcal{B}, \mathcal{A}), (\mathcal{E}, \mathcal{C})\}\rangle$*. El etiquetamiento de* AF *de la Figura 3.9 muestra que todos los argumentos son considerados indecisos. Sin embargo, el etiquetamiento del grafo de la Figura 3.10 es también un etiquetamiento válido, donde se muestra una posible elección de los argumentos indecisos.*

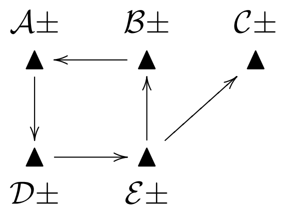


Figura 3.9: Argumentos indecisos en el etiquetamiento

La aceptabilidad de extensiones se define de acuerdo a los posibles etiquetamientos de los argumentos de la extensión.

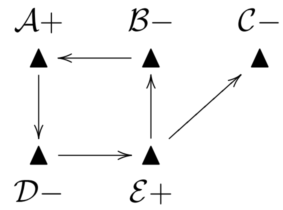


Figura 3.10: Etiquetamiento crédulo

Definición 3.4.5 (Extensión aceptable) *[Jakobovitz and Vermeir, 1996] Sea S un conjunto de argumentos. Se dice que S es una* extensión aceptable, *si existe un etiquetamiento l tal que $S = \{a : l(a) = +\}$. En este caso el conjunto $\{a : l(a) = \pm\}$ se denomina el* conjunto de indecisión *con respecto a S.*

Los argumentos etiquetados con el símbolo "+" son considerados argumentos aceptados. Aquellos etiquetados con "−" son los argumentos rechazados, o no justificados. Cuando el etiquetamiento de un argumento incluye los dos símbolos, es considerado un argumento *indeciso*. Bajo estos conceptos semánticos, un argumento puede ser clasificado *indeciso* si tiene entre sus derrotadores un argumento *indeciso*. Esta característica genera una propagación de la indecisión en el sistema, provocando la clasificación de argumentos como indecisos, aún cuando no necesariamente se ven involucrados en una situación circular.

3.5. Resumen

La salida (*output*) de un sistema argumentativo está conformada por aquellos argumentos que son clasificados como *aceptados* en el sistema. Para afirmar que un argumento $\mathcal{A}$ es un argumento aceptado, debe determinarse el status de todos los derrotadores de $\mathcal{A}$. De esta forma, la clasificación de argumentos requiere examinar sucesivamente todos los argumentos vinculados entre sí por relaciones de derrota. Este proceso de clasificación no presenta mayores inconvenientes siempre y cuando no ocurran ciclos de derrota.

Existen ciertas situaciones controversiales en las cuales existe más de una posible asignación de status, o directamente es imposible determinarla. Estas situaciones corresponden a la presencia de ciclos en el escenario de derrotas de los argumentos, usualmente denominadas *situaciones controversiales* o *falacias*.

Los argumentos que conforman un ciclo en el escenario de argumentos son usualmente clasificados como argumentos *indecisos*, pues la aceptación o el rechazo de estos argumentos no puede determinarse fehacientemente. Estos argumentos indecisos son quienes finalmente permiten diferentes extensiones al conjunto de argumentos aceptados en el sistema.

La semántica de asignación de status único, la de asignación de status múltiple y los etiquetamientos trivaluados son nociones primarias de la clasificación de argumentos en pos de determinar el o los conjuntos de aceptación. En el siguiente capítulo se presenta el framework abstracto de Dung. Este framework es la base de la mayoría de los sistemas desarrollados, tanto concretos como abstractos. Es el único framework que será presentado ya que la línea de trabajo de esta tesis está apoyada en él.

4

Sistema argumentativo de Dung

La argumentación rebatible es la base de numerosos sistemas de razonamiento que ven en esta teoría un formalismo adecuado para la modelización del razonamiento no monótono. Todos estos sistemas tienen un comportamiento general común y, a la vez, varias diferencias importantes en su constitución. Estas diferencias surgen básicamente de los objetivos particulares para los cuales cada sistema es creado y, en muchos casos, de la lógica subyacente utilizada. Con el objetivo de estudiar el significado de la argumentación en forma independiente de un sistema específico, varios investigadores han definido marcos de trabajo argumentativos en los cuales ciertos elementos no son especificados. El uso de esta abstracción permite centrar la atención en la semántica misma de la argumentación rebatible. El contenido de este capítulo está basado en el resumen del modelo de Dung presentado en [Martínez, 2006].

En este capítulo se repasa el más notable de los sistemas argumentativos abstractos, definido por Phan Minh Dung, en donde la simplicidad de las definiciones y la descripción de la semántica de argumentación permite una buena aproximación a esta área de la Inteligencia Artificial. El verdadero aporte del formalismo de Dung es la definición simple de nociones crédulas y escépticas de aceptación de argumentos. Muchos trabajos posteriores parten de estas nociones preliminares.

4.1. Sistema Argumentativo de Dung

En 1993, Phan Minh Dung propuso un sistema argumentativo abstracto [Dung, 1993b; Dung, 1995], donde deja la estructura interna de los argumentos completamente sin especificar. Trata la noción de argumento como una primitiva, y se centra principalmente en la forma en que estos argumentos interactúan, suponiendo la existencia de un conjunto de argumentos ordenado por una relación binaria de *derrota*.

Definición 4.1.1 (Marco Argumental [Dung, 1993b]) *Un marco argumental (*argumentation framework*, abreviado AF) es un par $\langle AR, attacks \rangle$ donde AR es un conjunto de argumentos y attacks $\subseteq$ AR $\times$ AR.*

Si un argumento $\mathcal{A}$ es derrotador o atacante de un argumento $\mathcal{B}$, entonces el par $(\mathcal{A}, \mathcal{B})$ pertenece al conjunto *attacks*. Como puede verse en el Ejemplo 4.1.1, la relación *attacks* no es simétrica, pero puede ocurrir que para dos argumentos cualesquiera $\mathcal{X}$ e $\mathcal{Y}$, se cumpla que $(\mathcal{X}, \mathcal{Y}) \in attacks$ e $(\mathcal{Y}, \mathcal{X}) \in attacks$.

Ejemplo 4.1.1 *Sea $AF = \langle AR, attacks \rangle$ dónde $AR = \{\mathcal{A},\ \mathcal{B},\ \mathcal{C},\ \mathcal{D},\ \mathcal{E},\ \mathcal{F},\ \mathcal{G},\ \mathcal{H}\}$ y $attacks = \{(\mathcal{B},\mathcal{A}), (\mathcal{B},\mathcal{C}), (\mathcal{C},\mathcal{B}), (\mathcal{B},\mathcal{F}), (\mathcal{H},\mathcal{G}), (\mathcal{G},\mathcal{H}), (\mathcal{E},\mathcal{G}), (\mathcal{E},\mathcal{F}), (\mathcal{D},\mathcal{E})\}$. En la Figura 4.1 se visualiza este marco argumental.*

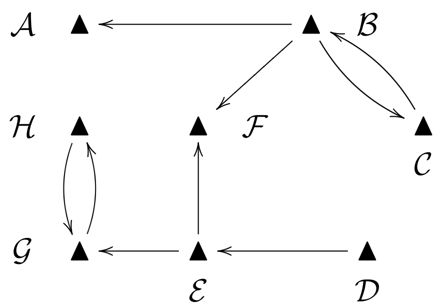


Figura 4.1: Marco argumental del Ejemplo 4.1.1

La relación de ataque es el factor primario en la semántica argumentativa, esto es, en la determinación y búsqueda de diversas alternativas de aceptación de argumentos. Si existen dos argumentos involucrados en una relación de ataque, entonces es necesario un análisis exhaustivo de los ataques existentes para determinar la aceptación de los argumentos participantes. Por esta razón, Dung define la noción elemental de conjuntos de argumentos en donde los ataques están ausentes, como indica la siguiente definición.

Definición 4.1.2 (Libre de conflictos [Dung, 1993b]) *Un conjunto de argumentos S se dice* libre de conflictos *si no existen dos argumentos $\mathcal{A}, \mathcal{B}$ en S tal que $\mathcal{A}$ ataca a $\mathcal{B}$.*

En el marco argumental de la Figura 4.1, el conjunto $\{\mathcal{A}, \mathcal{C}, \mathcal{E}\}$ es un conjunto libre de conflictos. No lo es, por ejemplo, el conjunto $\{\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{D}\}$ debido a que $\mathcal{A}$ es atacado por $\mathcal{B}$.

En base a los *marcos argumentales*, Dung desarrolla una teoría de argumentación cuya noción principal es la *aceptabilidad de argumentos*. El punto clave en esta teoría es que un argumento $\mathcal{A}$ que es derrotado por otro argumento $\mathcal{B}$ puede ser aceptado sólo si es *restablecido* (en Inglés, *reinstated*) por un tercer argumento, es decir, un argumento aceptado $\mathcal{C}$ que derrota a su derrotador $\mathcal{B}$. Esta situación también es mencionada en la literatura como *defensa entre argumentos*.

Definición 4.1.3 (Aceptabilidad de argumentos [Dung, 1993b]) *Sea $\mathcal{A}$ un argumento y S un conjunto de argumentos. Se dice que $\mathcal{A}$* ***es aceptable con respecto a*** *S, si cualquier argumento que ataque a $\mathcal{A}$, es atacado por algún elemento de S.*

En la Figura 4.2 se esquematiza la aceptabilidad de argumentos. Suele decirse también que el conjunto S *defiende* al argumento $\mathcal{A}$. En el ejemplo introductorio del centro de esquí del Capítulo 1, el argumento *CentroAbierto* es aceptable con respecto al conjunto $S = \{CaminosHabilitados\}$, pues lo defiende del ataque del argumento $CentroCerrado$.

La noción de aceptabilidad induce un hecho elemental que constituye el punto de partida de un análisis general de aceptación: si un argumento $\mathcal{A}$ es aceptable con respecto al conjunto vacío, entonces esto significa que no necesita defensores, luego no posee derrotadores.

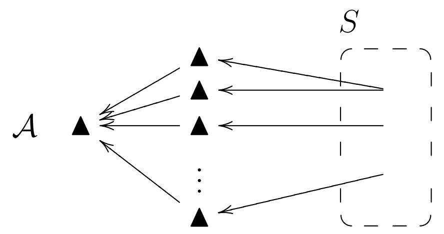


Figura 4.2: Aceptabilidad de argumentos

Naturalmente, un argumento $\mathcal{A}$ aceptable con respecto a un conjunto S, también será aceptable con respecto a cualquier conjunto S' tal que $S \subseteq S'$. Un argumento sin derrotadores será entonces aceptable con respecto a cualquier conjunto. En particular, es interesante considerar los conjuntos de argumentos que se defienden colectivamente entre sí, los cuales son capturados en la siguiente definición.

Definición 4.1.4 (Conjunto admisible [Dung, 1993b]) *Un conjunto S de argumentos libre de conflictos se dice* admisible, *si todo argumento perteneciente a S, es aceptable con respecto a S.*

Siguiendo con el ejemplo del Capítulo 1, el conjunto $S = \{PasoAbierto, CaminosHabilitados\}$ es un conjunto admisible de argumentos, dado que el argumento $CaminosHabilitados$ no posee derrotadores y, a su vez, es derrotador del único derrotador de $PasoAbierto$.

Ejemplo 4.1.2 *Considerando el AF de la Figura 4.3, se observa que*

- $\mathcal{F}$ *tiene dos derrotadores:* $\mathcal{G}$ *y* $\mathcal{A}$ *y es aceptable con respecto a* $\{\mathcal{B},\mathcal{C}\}$.
- $\mathcal{H}$ *es aceptable con respecto a* $\{\mathcal{E}\}$.
- $\mathcal{G}$ *no es aceptable con respecto a ningún conjunto, pues su derrotador* $\mathcal{C}$*, no tiene derrotadores.*
- $\mathcal{K}$ *es aceptable con respecto a cualquier conjunto, pues carece de derrotadores.*
- *El conjunto vacío es siempre un conjunto admisible.*
- $\{\mathcal{B},\mathcal{D},\mathcal{K}\}$ *es un conjunto admisible, pues los argumentos integrantes no tienen derrotadores y son todos aceptables con respecto a cualquier conjunto, en particular ese mismo.*
- $\{\mathcal{B},\mathcal{D},\mathcal{K},\mathcal{F},\mathcal{C}\}$ *es un conjunto admisible:* $\mathcal{F}$ *tiene dos derrotadores,* $\mathcal{G}$ *y* $\mathcal{A}$*, quienes son derrotados por* $\mathcal{C}$ *y* $\mathcal{B}$ *respectivamente.*

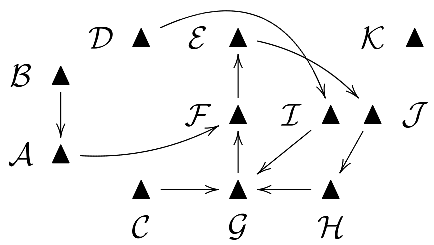


Figura 4.3: Marco argumental

Dung define varias extensiones de argumentos que intentan capturar diferentes clases de consecuencia rebatible: las extensiones *completas*, las extensiones *estables* y las *preferidas*. Estas últimas definen una semántica crédula para los *marcos argumentales*.

Definición 4.1.5 (Extensión completa [Dung, 1993b]) *Un conjunto admisible S de argumentos es una extensión completa, si cada argumento que es aceptable con respecto a S, pertenece a S.*

Ejemplo 4.1.3 *En el grafo de la Figura 4.3, el conjunto* $S_1 = \{\mathcal{B}, \mathcal{C}, \mathcal{D}, \mathcal{F}, \mathcal{J}, \mathcal{K}\}$ *es una extensión completa. No existe un argumento que sea aceptable con respecto a* S_1 *y que no esté incluido en* S_1*. Por otro lado, el conjunto* $S_2 = \{\mathcal{B}, \mathcal{C}\}$ *no es una extensión completa, puesto que* $\mathcal{F}$ *es aceptable con respecto* S_2 *pero* $\mathcal{F} \notin S_2$*.*

Las extensiones completas son conjuntos maximales con respecto a la propiedad de admisibilidad. En una extensión completa S, si un argumento $\mathcal{A}$ es aceptable con respecto a S entonces $\mathcal{A} \in S$. La extensión completa resulta una aproximación a un conjunto de argumentos aceptables en el sistema. Es factible, sin embargo, que esta extensión no sea única. Por ejemplo, un sistema compuesto por los argumentos $\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}, \mathcal{D}$ donde se produce un ataque circular entre ellos, como fue mostrado en la Figura 3.6 del Capítulo 3. En ese ejemplo, el argumento $\mathcal{A}$ ataca a $\mathcal{B}$, que a su vez ataca a $\mathcal{C}$. Este último ataca a $\mathcal{D}$, quien ataca a $\mathcal{A}$. Este tipo de situaciones se analizó previamente en la Sección 3.3.1. Debido a esta circularidad, cuya existencia es controversial, este sistema tiene dos extensiones completas: $\{\mathcal{A}, \mathcal{C}\}$ y $\{\mathcal{B}, \mathcal{D}\}$. Nótese que éstas son precisamente las dos alternativas de *asignación de status* analizadas en la Sección 3.4.2. Si bien la extensión completa captura un conjunto maximal de aceptación, no necesariamente es única, debido a las controversias.

Otra extensión definida por Dung no se basa en la aceptabilidad de argumentos, pero captura un conjunto de argumentos tal que, de ser aceptado, el resto de los argumentos es naturalmente rechazado.

Definición 4.1.6 (Extensión estable [Dung, 1993b]) *Un conjunto* S *de argumentos libres de conflicto es una extensión estable, si* S *ataca a cada argumento que no pertenece a* S*.*

Ejemplo 4.1.4 *En el framework de la Figura 4.3, el conjunto* $S = \{\mathcal{B}, \mathcal{C}, \mathcal{D}, \mathcal{E}, \mathcal{F}, \mathcal{H}, \mathcal{K}\}$ *es una extensión estable, pues entre ellos no existen conflictos, y* S *ataca a los restantes argumentos.*

Las extensiones estables no se basan en la noción de admisibilidad, pero representan un conjunto de argumentos consistentes (en el sentido de ausencia de contradicción) que forma un bloque de información en conflicto con el resto del sistema. Nuevamente, puede reconocerse probablemente más de una extensión estable, como muestra el siguiente ejemplo.

Ejemplo 4.1.5 *Sea* $AF_{AB} = \langle \{\mathcal{A}, \mathcal{B}\}, \{(\mathcal{A}, \mathcal{B}), (\mathcal{B}, \mathcal{A})\} \rangle$*. En este framework existen dos argumentos que se atacan mutuamente. El conjunto* $\{\mathcal{A}\}$ *es una extensión estable y también lo es* $\{\mathcal{B}\}$*.*

Nuevamente, las controversias son causantes de la diversidad de extensiones en el framework.

Dung propone también otra noción semántica basada en la aceptabilidad de argumentos, denominada *extensión preferida*.

Definición 4.1.7 (Extensión preferida [Dung, 1993b]) *Una extensión preferida de un framework AF es un conjunto maximal admisible de argumentos de AF.*

Ejemplo 4.1.6 *En el grafo de la Figura 4.3, el conjunto $S = \{\mathcal{B}, \mathcal{D}, \mathcal{F}, \mathcal{C}, \mathcal{J}, \mathcal{K}\}$ es una extensión preferida.*

Las extensiones preferidas se basan en el concepto de aceptabilidad de argumentos y la condición de ser maximal conlleva a alcanzar el máximo grado de aceptación en el sistema. Toda extensión preferida es una extensión completa, pero no al revés. Esto es evidente en el Ejemplo 4.1.5, puesto que el conjunto vacío es una extensión completa, pero no una extensión preferida dada la restricción de maximalidad. Las extensiones preferidas y completas guardan cierta relación con la semántica escéptica para los *marcos argumentales*, la cual se estudiará en la próxima sección.

Semántica escéptica para marcos argumentales

La semántica *escéptica*, aquella que rechaza argumentos involucrados por controversias, es definida a través de una función monótona F_{AF}, denominada *función característica* con la cual se puede caracterizar un conjunto de argumentos aceptados en el framework, bajo una posición escéptica. La función F_{AF} sobre conjuntos de argumentos se define para cualquier *framework* AF de la siguiente manera:

$$F_{AF}(S) = \{\mathcal{A} \mid \mathcal{A} \text{ es aceptable con respecto a S}\}$$

Debido a que si $\mathcal{A}$ es aceptable con respecto a S, también lo es con respecto a cualquier superconjunto de S, F_{AF} es una función **monótona** y, por lo tanto, tiene un menor punto fijo. Para toda función monótona T, el menor punto fijo puede ser aproximado (no necesariamente alcanzado) por repetición de T. Para la función característica F_{AF} se define

$F^0 = \emptyset$ y
$F^i = F_{AF}(F^{i-1})$, para todo i natural.

El menor punto fijo de F_{AF} es el conjunto F^k tal que $F^k = F^{k-1}$, para algún $k \geq 0$.

Definición 4.1.8 (Extensión Básica [Dung, 1993b]) *Se denomina extensión básica (grounded extension) de un framework* AF*, y se denota* GE_{AF}*, al menor punto fijo de* F_{AF}.

En función de esta última extensión se puede caracterizar el conjunto de argumentos que son consecuencia escéptica del framework. Esta extensión es una de las más relevantes de la propuesta de Dung y es utilizada en varios sistemas formales. En muchos sistemas, un argumento $\mathcal{A}$ de AF se dice aceptado, simplemente si $\mathcal{A} \in GE_{AF}$. Los argumentos fuera de la extensión GE_{AF} son los denominados argumentos *rechazados o no justificados* de acuerdo a esta extensión. Es importante notar que las extensiones denotan diferentes conjuntos posibles de aceptación de argumentos. En el caso de la extensión básica, este conjunto es único para cualquier framework.

Ejemplo 4.1.7 *Sea* $AF = \langle\{\mathcal{A},\mathcal{B},\mathcal{C},\mathcal{D},\mathcal{E}\},\{(\mathcal{A},\mathcal{D}),(\mathcal{B},\mathcal{E}),(\mathcal{D},\mathcal{E}),(\mathcal{E},\mathcal{C})\}\rangle$*, mostrado en la Figura 4.4. En la primer iteración,* $F^1 = F_{AF}(\emptyset) = \{\mathcal{A},\mathcal{B}\}$*, pues los dos argumentos carecen de derrotadores y son aceptables con respecto al conjunto vacío. El argumento* $\mathcal{B}$ *ataca el único derrotador de* $\mathcal{C}$*, por lo que* $F^2 = F_{AF}(\{\mathcal{A},\mathcal{B}\}) = \{\mathcal{A},\mathcal{B},\mathcal{C}\}$*. Como* $F^3 = F_{AF}(\{\mathcal{A},\mathcal{B},\mathcal{C}\}) = \{\mathcal{A},\mathcal{B},\mathcal{C}\}$ *es la extensión básica* GE_{AF}*.*

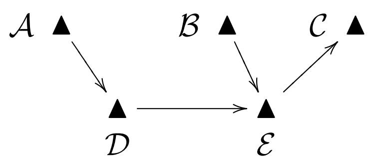


Figura 4.4: Marco argumentativo del Ejemplo 4.1.7

En función del operador F_{AF} se pueden caracterizar también los conjuntos admisibles y las extensiones completas:

- un conjunto S de argumentos es admisible si y sólo si $S \subseteq F_{AF}(S)$.
- un conjunto S de argumentos es una extensión completa si y sólo si $S = F_{AF}(S)$

En la Figura 4.5 se esquematiza la dependencia de las diferentes nociones recién examinadas, propuestas por Dung. El concepto elemental es la aceptabilidad de argumentos,

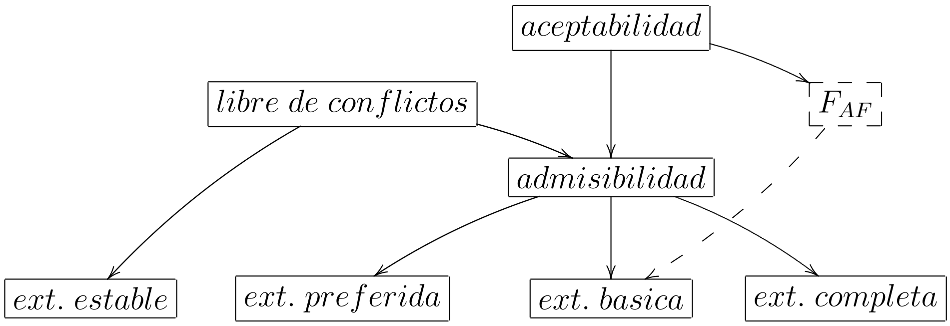


Figura 4.5: Dependencias conceptuales de Dung

que luego es utilizado para caracterizar diferentes extensiones que observan la propiedad de admisibilidad a excepción, por supuesto, de las extensiones estables.

Como se mencionó anteriormente, las controversias producidas por los ciclos entre argumentos son la causa de la pluralidad de extensiones. Esta observación es formalizada por Dung como se indica en la siguiente sección.

4.1.1. Marcos argumentales bien fundados

En el Capítulo 3 se presentaron algunas situaciones que dificultan el proceso de identificación de un conjunto único de argumentos aceptados. Estas situaciones están relacionadas con la presencia de ciclos en el framework. Con el fin de determinar condiciones para la existencia y equivalencia de ciertas extensiones, Dung clasifica los *marcos argumentales* de acuerdo a la estructura global de las relaciones de ataque.

Definición 4.1.9 (Marco argumental bien fundado [Dung, 1993b]) *Se dice que un framework AF está* ***bien fundado*** *si y sólo si no existe ninguna secuencia infinita* $\mathcal{A}_0$, $\mathcal{A}_1$, $\mathcal{A}_2, ...,$ $\mathcal{A}_n, ...$ *tal que para todo* i, $\mathcal{A}_{i+1}$ *ataca a* $\mathcal{A}_i$.

La definición anterior no implica que $\mathcal{A}_i \neq \mathcal{A}_k$ para todo i y k, por lo que en los marcos argumentales con un conjunto finito de argumentos, el hecho de no ser bien fundado implica poseer un ciclo. El siguiente teorema establece una condición suficiente para la existencia de las extensiones anteriores.

Teorema 4.1.1 *[Dung, 1993b] Todo framework bien fundado posee exactamente una extensión que es básica, preferida y estable.*

Al carecer de ciclos, no existen situaciones controversiales y, por lo tanto, determinar el status de los argumentos es un proceso trivial que corresponde en términos generales con la *asignación de status único* vista en el Capítulo 3. La extensión básica es admisible maximal y los argumentos incluidos en ella causan el rechazo del resto de los argumentos. Esto es, todo argumento rechazado tiene al menos un atacante aceptado, por lo que la extensión básica también es una extensión estable.

Nótese la importancia de la conclusión de Dung con respecto a la estructura de ataques y el protagonismo que le otorga a los ciclos, pues reconoce que éstos son causa de controversia al permitir la existencia de más de una extensión y, por ende, de más de una posible aceptación argumental. Por ejemplo, el framework del Ejemplo 4.1.5 posee dos extensiones estables que a su vez son extensiones completas, denotando dos alternativas de aceptación crédula. Sin embargo, la extensión básica es el conjunto vacío, pues ningún argumento en AF es aceptable con respecto a $\emptyset$. Aquí vuelve a encontrarse la problemática de asignación de status vista en el Capítulo 3. Por medio del Teorema 4.1.1, Dung afirma que al no existir ciclos la noción escéptica, propuesta por él, coincide con las otras semánticas crédulas, y es la única alternativa de aceptación posible.

El marco argumentativo propuesto por Dung es el trabajo fundacional de una serie de propuestas formales que exploran también diferentes nociones semánticas. Algunos autores toman como base el marco de Dung para aplicaciones particulares, como en [Amgoud and Parsons, 2002; Dung, 1993a; Kakas *et al.*, 1994] o estudios sobre nuevas extensiones [Caminada, 2006; Cayrol *et al.*, 2002; Baroni and Giacomin, 2006].

4.2. Resumen

La mayoría de las propuestas abstractas utilizan las extensiones semánticas de Dung como caracterización de posibles argumentos aceptados. En particular, la extensión básica es la que permite definir una semántica escéptica razonable para gran parte de los formalismos. Esta es una posición conservadora, dado que existen algunas situaciones controversiales en el escenario de argumentos que imposibilitan alcanzar un máximo grado de aceptación. Estas situaciones se relacionan con la presencia de ciclos entre argumentos, como se vió en el Capítulo 3.

Si bien se han planteado numerosas extensiones al framework de Dung, ninguna de ellas plantea la posibilidad de considerar el factor del tiempo asociado a los argumentos. Se puede notar que el argumento que habla de que *los caminos están habilitados porque Vialidad Nacional los despejó* no es un argumento que se pueda considerar siempre válido. Su validez depende del paso del tiempo, así para que el argumento tenga sentido, los caminos tienen que haber estado bloqueados en algún momento. Si nunca se bloquearon por nieve no tiene sentido utilizar este argumento en una discusión. Por otra parte, el desbloqueo de los mismos tiene lugar luego de que Vialidad los despejó; nuevamente aquí aparece una referencia temporal implícita. Resulta, por lo tanto, natural pensar que el argumento tiene asociado un período de validez.

Los motivos antes expuestos no son los únicos motivos para establecer la validez, ya que, de acuerdo a ello, una vez que aseguramos las condiciones el argumento pasaría a estar disponible de ahora en más. Se puede pensar en motivos para volver a dejar de utilizarlo. Por ejemplo, si se está en temporada invernal lo más probable es que vuelva a nevar haciendo que los caminos se vuelvan nuevamente intransitables. Por lo que nuevamente el argumento no sería utilizable. Claramente la eliminación del argumento, en este caso, se podría dejar a consideración del mecanismo de argumentación: La ventaja de asociar períodos de validez es permitir al sistema considerar solo los argumentos que se consideran relevantes en ese momento o período. Esta observación motiva la existencia de al menos un nuevo formalismo abstracto. En la siguiente parte de esta tesis se presentarán dos sistemas argumentativos extendidos para considerar argumentos restringidos en disponibilidad.

Parte II

Argumentación Abstracta Temporizada

5

Motivaciones

Los sistemas de argumentación abstracta [Dung, 1995; Vreeswijk, 1997; Amgoud and Cayrol, 1998; Amgoud and Cayrol, 2002] son formalismos diseñados para capturar el concepto y la dinámica de la argumentación. Se trata de formalismos abstractos, ya que algunas componentes se mantienen sin especificar; en ellos la noción de argumento conforma la principal abstracción. Este tipo de formalismos se utiliza como plataforma para el estudio de semánticas para la argumentación. La semántica establece un criterio racional para determinar conjuntos de argumentos aceptados en forma colectiva. La mayoría de estos sistemas están basados en el concepto abstracto de *ataque (o derrota)* y definen extensiones como conjuntos de argumentos posiblemente aceptados. La naturaleza subyacente de la noción de ataque también es abstracta. Un argumento $\mathcal{A}$ *ataca* a otro argumento $\mathcal{B}$ si la aceptación de $\mathcal{B}$ está condicionada por la aceptación de $\mathcal{A}$, pero no al revés.

El framework de mayor abstracción fue definido por Dung [Dung, 1995], e incluye un conjunto de argumentos abstractos y una relación binaria de ataque entre argumentos. Se han definido varias nociones semánticas y las extensiones de argumentos de Dung se han convertido en las bases de las investigaciones posteriores, ya sea por el agregado de nuevos elementos al framework [Amgoud and Cayrol, 1998; Bench-Capon, 2002; Martínez *et al.*, 2007], o por la elaboración de nuevas nociones semánticas [Jakobovits, 1999; Baroni and Giacomin, 2008].

En los frameworks abstractos existentes, como el framework de Dung y los enriquecidos basados en éste, los argumentos son *atemporales*, es decir no tienen status temporal ya que "siempre" son válidos como piezas tentativas de razonamiento en el juego de la argumentación. El tiempo involucrado en ellos no es tenido en cuenta y son manipulados como si se estuviera mirando una fotografía del conocimiento actual del mundo. Esto se puede observar en el primer ejemplo que presenta Dung en su trabajo [Dung, 1995]. El ejemplo muestra una negociación entre dos personas I y A, cuyos países están en guerra. La discusión tiene lugar acerca de qué país es responsable por el bloqueo de las negociaciones en la región. El participante I esgrime dos argumentos y A sólo uno. La interacción se observa en el siguiente diálogo:

I : *Mi gobierno no puede negociar con el tuyo porque tu gobierno no reconoce al gobierno de mi país como tal.*

A : *El gobierno de tu país tampoco reconoce al gobierno del mío.*

I : *Pero el gobierno de tu país es un gobierno terrorista.*

Para el framework de Dung lo único relevante en este escenario son los tres argumentos expuestos. La "temporalidad" involucrada en el problema no es representada. La "atemporalidad" en los sistemas existentes, no solo el de Dung, es determinada en la representación del problema. De esta manera el framework solo obtendrá conclusiones de esta imagen del mundo real, no siendo posible extraer ningún cambio relativo a una instancia anterior o posterior a la representada.

Las limitaciones de este esquema están dadas en al menos dos lugares importantes. Primero, la representación del problema no permite el uso de argumentos basados en sentencias temporalmente indefinidas. Si se considera un proceso en el cual el objetivo es saber si un persona podrá o no asistir al estreno de una obra de teatro, el momento de tiempo donde se hace el análisis es de vital importancia y, sin embargo, no es tenido en cuenta en el sistema, a menos que la sentencia se transforme en temporalmente definida antes de realizar el análisis. A modo de ejemplo se puede considerar la sentencia temporalmente indefinida

Mañana iremos, con los chicos, al cine a ver "Megamente".

Una manera de transformar esta sentencia en temporalmente definida es hacer explícito el día de hoy o a que día se hace referencia con "mañana". Así, un equivalente temporalmente definido de la sentencia anterior sería:

Mañana, 14 de noviembre de 2010, iremos al cine a ver "Megamente".

La segunda de las limitaciones del esquema es la imposibilidad de visualizar el comportamiento dinámico del problema. No hay manera de ver qué es lo que sucede con el problema a lo largo del tiempo. Si se tiene en cuenta la situación del problema anterior hay dos factores claros que afectan el resultado de esta negociación: la situación de guerra en la región y el período dónde se considera que el país es gobernado por terroristas. Esto puede notarse en otros ejemplos clásicos de argumentación, como el de “los pájaros vuelan”. Cuando se argumenta si un pájaro determinado, Tweety, vuela o no, no se está teniendo en cuenta la dimensión temporal del problema. Tweety puede volar y al mismo tiempo no volar dependiendo de que momento de la vida de Tweety se esté mirando. Así al comienzo de su vida se podría afirmar que, independientemente de que especie de pájaro sea Tweety, nunca volará, ya que ningún pájaro vuela siendo pichón. Para tener este nivel de flexibilidad es necesario modelar en forma separada cada uno de los momentos de la vida de Tweety.

Si bien hay una gran variedad de problemas para los cuales la aproximación “atemporal” resulta suficiente, existen otros donde es imperativo poder contar con el factor tiempo. Una visión donde se tenga en cuenta la temporalidad de la información brindará mayor flexibilidad a los argumentos con los que se cuenta, además de contar con un marco para sostener un registro histórico de la situación del problema. En la siguiente sección se detallan algunas de las razones para considerar el tiempo explícitamente en el contexto argumentativo.

5.1. Motivos para considerar argumentos con restricciones tiempo

Se pueden observar una diversidad de motivos para considerar restricciones temporales en el uso de los argumentos. Por ejemplo para un argumento como:

Diego frecuenta en invierno centros de ski, ya que es su deporte favorito.

Si bien este argumento se puede considerar en forma atemporal, desde el punto de vista de la información que representa, solo tiene sentido considerarlo durante un período de tiempo. En este caso el mencionado período está vinculado a la existencia de la persona mencionada, “Diego”. Es más, en este caso particular está vinculado a la existencia de un “Diego” particular o aquellos “Diegos” para los cuales se pueda afirmar que el “ski es su deporte favorito”. En el resto del tiempo este argumento no debería ser considerado. Los riesgos de considerarlo van desde conducir a garantizar información sin sentido o incorrecta a complicar sustancialmente el proceso de garantizar información innecesariamente.

Los motivos para temporizar los argumentos pueden básicamente dividirse en tres categorías. La posibilidad de utilizar:

- sentencias temporalmente indefinidas,
- argumentos desconocidos,
- sólo argumentos relevantes.

En las siguientes subsecciones se analizará cada categoría en forma independiente para clarificar cada tipo de situación.

5.1.1. Representación con sentencias temporalmente indefinidas

Los argumentos se construyen a través de sentencias. A las sentencias se las puede clasificar de acuerdo a su status temporal; identificándose tres tipos básicos:

- sentencias atemporales,
- sentencias temporalmente definidas,
- sentencias temporalmente indefinidas.

De esta manera una sentencia como:

> *El número 21 es triangular.*

es atemporal, ya que no utiliza ningún tipo de referencia temporal y lo expuesto en ella es una verdad absoluta. Las sentencias atemporales conducen a argumentos "especiales" ya que son esencialmente teoremas.

Por otro lado sentencias como:

> *El Departamento de Ciencias e Ingeniería de la Computación de la U.N.S se creó el 4 de agosto de 1994.*

son temporalmente definidas. Son sentencias que, si bien hacen referencia al tiempo, tienen una validez que resulta independiente de él. Es decir, no importa el momento en el cual se analice la sentencia, su validez es siempre la misma. Se puede decir que el tiempo está embebido en la sentencia haciendo que su valor de verdad no cambie con el tiempo.

Finalmente, se consideran las sentencias temporalmente indefinidas. La validez de estas sentencias depende del momento en el que se enuncian. Así, por ejemplo:

Mañana se estrena la obra "ART" en el teatro Tabaris de Buenos Aires.

Claramente la veracidad de la sentencia depende de cuál sea el "hoy" en el que se enuncia. La validez de la sentencia queda reducida al período de 24 horas anterior al día del estreno. Si la obra de teatro se estrena efectivamente el "8 de enero de 2010", el período donde la sentencia anterior es válida es el correspondiente al día "7 de enero de 2010". En cualquier otro momento la sentencia no resulta válida. Puede también notarse que para una obra de teatro tan importante como "ART" puede llegar a darse el caso que se estrene más de una vez en el mismo teatro. Este hecho hace que la sentencia tenga asociados varios períodos de validez. En todos los casos los períodos están reducidos a las 24 horas anteriores a cada estreno.

Un ejemplo claro que ilustra la diferencia entre las sentencias temporalmente definidas e indefinidas surge de la manera cómo se decida transmitir la edad de una persona. Se puede proporcionar la fecha de nacimiento, por ejemplo "*La fecha de nacimiento de Lucas es el 4 de enero de 1998*" o indicando la edad como en la sentencia "*Lucas tiene 12 años*". Desde el punto de vista del momento actual ambas sentencias resultan equivalentes; sin embargo, desde el punto de vista de representación de información no lo son. La primera sentencia es temporalmente definida, su valor de verdad es siempre el mismo independientemente de en que momento sea utilizada para razonar. Así si en el proceso deductivo la utilizo hoy o dentro de 3 años no se notará ningún cambio en el status de la información. En cambio en el caso de la segunda sentencia, su valor de verdad está supeditado al período comprendido entre el 4 de enero de 2010 y el 3 de enero de 2011, único período en el cual se verifica que Lucas tiene 12 años. El status de la sentencia no es el mismo el día de hoy, 13 de mayo de 2010, que luego de tres meses.

Las sentencias temporalmente indefinidas son conflictivas. Los sistemas tradicionales las evitan o las realizan temporalmente en la representación considerándolas solo en el *snapshot* o fotografía que capturan [Rescher and Urquart, 1971].

5.1.2. Información desconocida

En el mundo científico, particularmente en el de la medicina, es habitual que ciertos argumentos que eran totalmente válidos en un momento dejen de serlo más adelante en el tiempo. La principal razón asociada a esta situación es el desconocimiento de otros argumentos, ya sea porque todavía no se desarrolló la tecnología necesaria, no se cuenta con la información suficiente para construirlo, no se obtuvieron aún resultados de los experimentos o no se tiene información sobre ese tópico. Así un argumento como:

> *Tomar sol al mediodía es perjudicial para la piel por la incidencia de los rayos ultravioletas.*

está disponible desde el momento en el que se descubrió la incidencia de los rayos ultravioletas sobre la piel, aunque claramente la veracidad de este argumento es, en la actualidad, indiscutible. Hace no mucho tiempo atrás este argumento no se conocía, al menos no a nivel masivo.

Esto mismo sucede en los marcos históricos, por ejemplo:

> *La tierra es circunnavegable.*

Las razones para creer o no en este argumento han ido cambiando a medida que se obtuvo más conocimiento sobre la tierra. Haciendo una simplificación sobre los estudios de este tema particular, se podría decir que este argumento era la tesis que motivó los viajes de Colón y que, por lo tanto, la validez del mismo comienza a partir de la ratificación de tal tesis.

5.1.3. Relevancia

Otro motivo para considerar restringir temporalmente a un argumento es su relevancia en el problema. La relevancia de los argumentos puede estar dada por el contexto de su uso. De esta manera, algunos argumentos pueden llegar a:

- no tener sentido, o bien;
- no ser válidos, o bien;
- no ser conveniente esgrimirlos, por razones políticas, culturales o religiosas.

La relevancia por sentido está relacionada precisamente con la connotación temporal de la información involucrada en el argumento. De esta manera, un argumento que expone alguna característica de determinado individuo, solo tiene sentido durante la existencia del mismo. En cualquier otro momento resulta sin sentido. Así el argumento:

> *La casa de Tomás es blanca.*

es un argumento con sentido mientras exista la casa mencionada en él y la misma sea propiedad de Tomás. De esta manera está también ligada a la existencia de la persona llamada "Tomás".

De alguna manera, el sentido y la validez pueden estar asociados. Se mencionó previamente que *a veces* no tiene sentido considerar un argumento cuando el sujeto u objeto del que habla no existe, y de la misma manera se puede considerar que el argumento es válido sólo mientras se dan ciertas condiciones. Es importante remarcar el por qué del "a veces". El argumento puede hablar de personajes históricos como por ejemplo "*Richard Nixon es pacifista porque es cuáquero*" tal como lo hace un ejemplo tradicional en la literatura. Si bien es cierto que Richard Nixon ya no existe el argumento aún puede ser considerado válido en algunos contextos. Puede notarse que si el argumento es del estilo "Nixon compró un inmueble en Argentina" claramente se trata de un argumento no válido, a pesar de hablar de la misma persona (notar que este último argumento es temporalmente indefinido).

Para un argumento como

> *Hay una baja de producción en la planta por mantenimiento.*

se puede notar que la validez del mismo está asociado a los períodos de tiempo donde se realizan las tareas de mantenimiento.

Finalmente otra posibilidad para restringir temporalmente a un argumento surge de la inconveniencia de utilizarlo por razones políticas, culturales, religiosas o de otra naturaleza. Considérese la situación de un experto en relaciones internacionales o un empresario de una compañía internacional. Esta persona, a la hora de realizar negociaciones, cuenta con un conjunto de posibles argumentos a utilizar. La relevancia de los mismos puede determinarse por alguna de las cuestiones mencionadas. Uno de los argumentos generales con los que cuenta es:

> *Para cerrar un trato, la negociación debe ser lo más directa posible, i.e., yendo "al grano".*

Es habitual en el mundo de los negocios intentar evitar perder tiempo y no mezclar la vida personal con ellos. Si bien este argumento en general es válido, no lo es en todos los contextos. Así, por ejemplo, el uso de esta estrategia de negocios no tendrá los efectos esperados si la negociación se está llevando a cabo con saudíes. En Arabia Saudita "ir al grano" es irrespetuoso. Las conversaciones con los saudíes son, a menudo, bastante largas y tranquilas. Les gusta hablar de todo un poco. Aún en los negocios, les gusta conocer algo más sobre la persona, su familia y sus gustos, sin ser demasiado indiscretos. De esta manera, la estrategia de negocios planteada por el argumento es totalmente inapropiada.

Si el empresario a cargo de las negociaciones pertenece a una firma internacional de seguros, cuenta con este argumento entre las piezas de razonamiento. Se puede plantear la restricción temporal del mismo a los períodos donde el empresario no se encuentre negociando seguros con los saudíes. En este ejemplo la temporización del argumento corresponde a la relevancia cultural de la información.

Otro marco dónde se notan este tipo de restricciones en la argumentación es en la elaboración de diagnósticos en medicina. Así, por ejemplo, un argumento como:

Juan está sufriendo una reacción alérgica por la aplicación de la vacuna.

resultará relevante si la aplicación de la vacuna está dentro de un rango de tiempo aceptable, o si Juan no pertenece a una familia que por motivos religiosos o culturales no permita la vacunación. En caso de que Juan se haya aplicado la vacuna, la disponibilidad del argumento anterior en la determinación del diagnóstico está reducida al período comprendido entre la inoculación y la duración de los efectos. En cambio, en el caso de que la restricción temporal surja a causa de motivos culturales o religiosos contra la vacunación, el argumento no tendrá disponibilidad. Si el argumento estuviese planteado en forma más general, por ejemplo:

La aplicación de la vacuna X provoca reacciones alérgicas.

En este caso, la disponibilidad del argumento se establece por los períodos de atención del paciente. En caso de que el paciente sea "Juan" el argumento anterior no debería estar disponible.

5.2. Tipos de restricciones temporales

Los argumentos que se utilizaron para ejemplificar los diferentes motivos para considerar restricciones temporales, indican un momento a partir del cual el argumento está disponible y un posible momento de finalización. De esta manera, el argumento tiene un único período de tiempo asociado. Por otra parte, argumentos como el de *la producción de la planta* tienen su disponibilidad asociada a intervalos no consecutivos de tiempo. Supongamos que las tareas de mantenimiento se realizan en forma periódica, por ejemplo, cada 20 días y el mismo dura dos días. Teniendo en cuenta esto se puede notar que el argumento estará disponible siguiendo ese patrón. Sea B el argumento "*Hay una baja de producción en la planta por mantenimiento*". En la Figura 5.1 se puede observar esquemáticamente la disponibilidad del argumento B. También podría ser el caso de que el mantenimiento

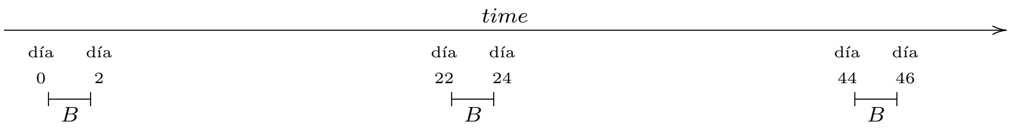


Figura 5.1: Disponibilidad periódica de un argumento

no siga un patrón fijo, sino que se realice por demanda o necesidad. Podría entonces tener un patrón de disponibilidad como el que se muestra en la Figura 5.2.

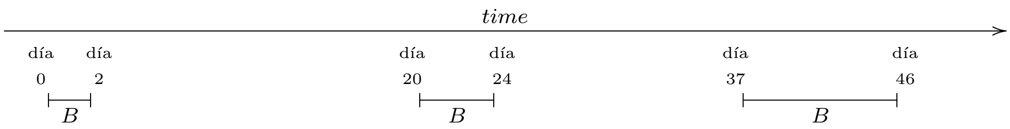


Figura 5.2: Disponibilidad no-periódica de un argumento

La diferencia entre ambos tipos de intermitencia en la disponibilidad implica desafíos diferentes en la representación. De alguna manera, la intermitencia periódica puede pensarse como un caso especial de intermitencia que puede expresarse con las mismas herramientas que la no periódica. Lo contrario no es cierto.

La incidencia de los argumentos con disponibilidad intermitente será analizada más adelante en el contexto de uno de los frameworks de argumentación temporizada.

5.3. Resumen

Considerar argumentos temporizados es una posible extensión a los frameworks o marcos argumentales existentes. Los motivos para considerar esta extensión tienen muchos orígenes, algunos de los cuales se detallaron en este capítulo. En particular, se puede observar el creciente interés del manejo del tiempo en áreas como Inteligencia Artificial, siendo el razonamiento no monótono uno de los tópicos afectados. A la hora de razonar en la forma "humana" mas similar posible, es imposible eliminar el factor tiempo. Los humanos utilizamos referencias a él continuamente en nuestra manera de extraer conclusiones. La formalización del razonamiento de sentido común, tampoco lo ha podido dejar al margen. Sin embargo, los formalismos para argumentación deliberadamente no lo han tenido en cuenta.

6

Representación del tiempo

En el Capítulo 5 se presentó un análisis de por qué resulta de interés extender los marcos argumentativos actuales para que consideren la relevancia de los argumentos con el paso del tiempo. Para poder enfrentar el desafío de esta extensión resulta determinante elegir una representación para el tiempo que resulte apropiada para la tarea en cuestión.

Hay muchas maneras de representar el tiempo, muchas de ellas presentadas en el Capítulo 2. Una manera usual es definir una *primitiva* para representar el tiempo, y las posibles relaciones entre ellas. Típicamente, estas relaciones se conocen como *relaciones métricas* y establecen una manera de comparar ordenadamente las primitivas, tal como lo hacen James Allen [Allen, 1983], Rina Dechter [Dechter *et al.*, 1989] e Itay Meiri [Meiri, 1992]. La primitiva puede ser *momentos de tiempos*, *intervalos temporales* o ambos. Un *momento de tiempo* hace referencia a un punto específico de tiempo, mientras que un *intervalo* hace referencia a un período de tiempo. De esta manera "*hoy a las doce en punto*", hace referencia a un punto específico de tiempo, mientras que "*ayer*" hace referencia a un período de tiempo de 24 horas.

Si se decide representar el tiempo en forma discreta, es posible definir una de las primitivas en términos de la otra; en cambio, si se utiliza una representación densa con los intervalos se pueden definir momentos, pero no al revés. Una vez que la primitiva para representar el tiempo es establecida, se deben definir las relaciones entre ellas. Por ejemplo:

1. Relaciones métricas punto-punto, [Meiri, 1992; Dechter *et al.*, 1989].

2. Relaciones intervalo-intervalo, donde el conjunto de estas relaciones se conoce como *algebra de intervalos* [Allen, 1983].

3. Relaciones punto-intervalo [Meiri, 1992].

Las relaciones métricas definen la situación de orden temporal entre dos primitivas. Generalmente se terminan reduciendo a determinar si una primitiva es anterior o posterior a otra o si se trata de la misma. La complejidad y cantidad de relaciones cambia de acuerdo al tipo de primitiva seleccionada.

En el primer caso la representación de tiempo se realiza a través de puntos o momentos de tiempo; por lo tanto, las únicas relaciones posibles que pueden darse entre un par de puntos p_1 y p_2 son que p_1 sea anterior a p_2, denotado $p_1 < p_2$; que se trate del mismo punto, denotado $p_1 = p_2$ o que p_1 sea posterior a p_2, denotado $p_1 > p_2$. La relación posterior o $>$ es muchas veces omitida ya que puede expresarse a partir de la relación $<$.

Relación métrica	*Ejemplo*
$p_1 < p_2$	$\bullet^{p_1}$ $\bullet^{p_2}$
$p_1 = p_2$	$\bullet^{p_1}$ $\bullet_{p_2}$
$p_1 > p_2$	$\bullet^{p_2}$ $\bullet^{p_1}$

El segundo caso establece que el tiempo se representa a través de intervalos, requiriéndose en este caso las relaciones entre pares de intervalos. De esta manera dos intervalos I_1 e I_2 pueden ser iguales, uno ser anterior a otro (es decir, no comparten ningún momento de tiempo); uno estar incluido en otro, o pueden superponerse. Las relaciones entre intervalos fueron presentadas en detalle en el Capítulo 2. Al tratarse de una primitiva más compleja, la cantidad de relaciones posibles es mayor. De acuerdo al algebra de intervalos de Allen, hay trece relaciones posibles.

Por último, se pueden considerar en forma conjunta ambas primitivas *i.e.*, puntos e intervalos. En este caso, al definir las posibles relaciones, se tendrán todas las relaciones definidas sólo para puntos, todas las definidas sólo para intervalos, más las que establezcan un orden entre un punto y un intervalo. Las relaciones posibles entre un punto p y un intervalo I pueden resumirse en la siguiente tabla:

Relación métrica	*Ejemplo*
p before I	$\bullet^{p}$ I
p starts I	$\bullet^{p}$ I
p during I	$\bullet^{p}$ I
p finishes I	$\bullet^{p}$ I
p after I	I $\bullet^{p}$

En esta tesis se trabajará con intervalos como primitiva, por lo que se aplicarán las relaciones del álgebra de intervalos. Se trabajará tanto con tiempo discreto como con tiempo denso. En cada caso se requieren consideraciones especiales.

En las siguientes Secciones se presentarán las dos representaciones de tiempo a utilizar en los Capítulos 7 y 8. Las representaciones están acompañadas de la definición de diferentes operaciones y propiedades necesarias para el contexto de uso de las mismas. Si bien algunas de estas operaciones y propiedades han sido desarrolladas por Allen como parte de su Álgebra [Allen, 1983] hay otras que han sido particularmente diseñadas para cubrir requerimientos específicos relevantes para esta tesis.

6.1. Representando tiempo discreto

Los intervalos se denotan mediante un par de elementos entre corchetes, representando momentos de tiempo. Estos elementos se conocen como *puntos de definición* del intervalo o *endpoints* en Inglés.

Definición 6.1.1 (Intervalo discreto) *Un intervalo temporal I representa un período discreto de tiempo [Allen, 1983], identificado mediante un par de momentos de tiempo. Un intervalo discreto I, notado $[a, b]$, se define como:*

$$[a, b] = \{x : x \in \mathbb{Z}, a \leq x \leq b\}$$

En la representación para tiempo discreto se utilizan habitualmente los números enteros o cualquier otra estructura isomorfa a los mismos, como pueden ser los naturales.

El momento de tiempo inicial, de un intervalo I, suele llamarse el *startpoint* de I, mientras que el momento final del mismo es el *endpoint* de I. De ahora en más se utilizarán estos términos en Inglés para referirse a los momentos de definición del intervalo. De esta manera, un intervalo $[2, 7]$ tiene como startpoint el momento 2 y como endpoint el momento 7, y define el conjunto de momentos $\{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$. La Figura 6.1 muestra dos maneras de representar gráficamente el intervalo. El gráfico (a) de la Figura 6.1 muestra una representación más detallada del intervalo, ya que se pueden observar todos los instantes de tiempo que conforman al intervalo. Mientras que el gráfico (b) de la misma figura, presenta una representación más general, detallando sólo los puntos de definición del intervalo. Por cuestiones de simplicidad gráfica los intervalos discretos se representarán como se observa en la Figura 6.1 (b).

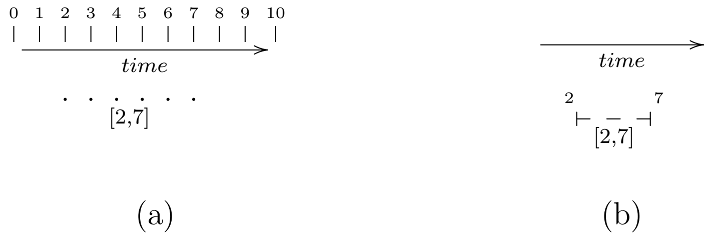


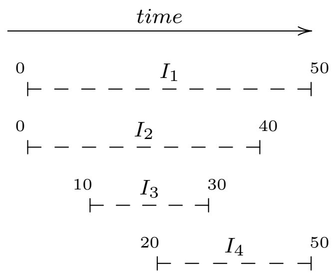
Figura 6.1: Representación de un intervalo discreto

Para cualquier intervalo genérico X, se denotará con los nombres X^-, X^+ a su startpoint y endpoint respectivamente. De esta manera, la definición de X es $[X^-, X^+]$. Los endpoints pueden estar vinculados a cualquier número entero o al símbolo infinito, el cual es representado con el símbolo habitual, ∞. Este símbolo se utiliza para indicar que el intervalo tiene un endpoint indeterminado, dando lugar a intervalos infinitos. De acuerdo a la Definición 6.1.1, si X es un intervalo entonces debe verificarse que $X^- \leq X^+$. Cabe aclarar que en este sentido se considera $-\infty < i$ e $i < \infty$ para cualquier posible valor de i en $\mathbb{Z}$. De la misma manera, se puede afirmar que $\infty = \infty$ y $-\infty = -\infty$.

Teniendo en cuenta las relaciones definidas por Allen [Allen, 1983] en su cálculo de intervalos, se puede observar que hay trece relaciones posibles. La tabla que muestra siete de ellas puede observarse en el Capítulo 2, las seis restantes se definen como inversas a las presentadas (esto se debe a que la inversa de la relación *Equal* es la misma relación).

Teniendo en cuenta que el tiempo representado a través de los intervalos es discreto, un intervalo se puede pensar como un conjunto contable de puntos o momentos de tiempo. Un conjunto de intervalos se puede graficar como se observa en la Figura 6.2. Es importante notar que la línea no es continua ya que entre un momento y el siguiente hay un salto o *gap*. Como fue previamente mencionado un intervalo discreto como $[5, 10]$ representa el conjunto de momentos de tiempo $\{5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, de allí que la representación deba considerar que, por ejemplo, no están presentes todos los momentos entre 5 y 6 ya que son ajenos a la representación discreta.

A fin de poder elaborar nociones semánticas resulta importante contar con operaciones que trabajen sobre conjuntos de intervalos. En las siguientes secciones se irán presentando las operaciones y propiedades de la representación, en particular aquellas que se necesitarán en el Capítulo 7. Si bien algunas de las operaciones se definen para la primitiva, otras se definen para conjuntos de intervalos.



$$\begin{aligned} I_1 &= [0,50] \\ I_2 &= [0,40] \\ I_3 &= [10,30] \\ I_4 &= [20,50] \end{aligned}$$

Figura 6.2: Representación gráfica de intervalos discretos

6.1.1. Operaciones mínimo y máximo

Dado un conjunto de intervalos conocer el momento mínimo (máximo) en el conjunto resulta relevante para determinar propiedades entre conjuntos de intervalos.

Definición 6.1.2 (Momento mínimo y máximo) *Sea S un conjunto de intervalos. El mínimo momento de tiempo de S, denotado como $\mathsf{min_{tp}}(S)$, se define matemáticamente como:*

$$\mathsf{min_{tp}}(S) =_{def} I^{-} \textit{ tal que } I \in S \textit{ y } \nexists I_2 \in S \textit{ con } I_2- < I^{-}.$$

El máximo momento de tiempo de S, denotado como $\mathsf{max_{tp}}(S)$, se define matemáticamente como:

$$\mathsf{max_{tp}}(S) =_{def} I^{+} \textit{ tal que } I \in S \textit{ y } \nexists I_2 \in S \textit{ con } I_2^{+} > I^{+}.$$

Por ejemplo, si $S = \{[12,23],[6,9],[15,26]\}$ entonces $\mathsf{min_{tp}}(S) = 6$ y $\mathsf{max_{tp}}(S) = 26$.

En la notación elegida el subíndice tp hace referencia a “momento de tiempo”, *time point* en inglés.

6.1.2. Diferencia para intervalos

La semántica de la operación de diferencia puede variar dependiendo de los operandos involucrados y lo que se espera de la operación. En el contexto de esta tesis es necesaria la diferencia entre un conjunto de intervalos y un intervalo. Para poder definir esta operación será necesario definir la diferencia entre un conjunto de intervalos y un punto en primera instancia. Intuitivamente la diferencia entre un conjunto de intervalos, S, y un momento de tiempo, i, resulta en la unión de:

- el conjunto de intervalos I que pertenecen a S y no contienen al punto i.
- el conjunto formado por los subintervalos de I que surgen de eliminar i del conjunto de puntos que representa el intervalo I. Resulta claro que I debe pertenecer al conjunto S.

La definición 6.1.3 muestra la formalización de este concepto.

Definición 6.1.3 (Diferencia, eliminar un punto de un intervalo) *Sea S un conjunto de intervalos y sea i un momento de tiempo. La exclusión del momento i de S, denotada como $S \ominus i$, se define de la siguiente manera:*

$$\begin{aligned} S \ominus i = \quad & \{I : I \in S \wedge i \notin I\} & \cup \\ & \{[I^-, i-1] : I \in S \wedge i \in I, I \neq I^-\} & \cup \\ & \{[i+1, I^+] : I \in S \wedge i \in I, I \neq I^+\} & \end{aligned}$$

Si se considera el conjunto $S = \{[12, 23], [6, 9], [15, 26]\}$ y el momento $i = 22$, la diferencia es:

$$\{[12, 23], [6, 9], [15, 26]\} \ominus 22 = \{[11, 21], [23, 23], [6, 9], [15, 21], [23, 26]\}.$$

Aplicando la definición el resultado se obtiene como:

$$\begin{aligned} \{[12, 23], [6, 9], [15, 26]\} \ominus 22 \quad = \quad & \{[6, 9]\} \cup \\ & \{[11, 21], [15, 21]\} \cup \\ & \{[23, 23], [23, 26]\} \\ = \quad & \{[11, 21], [23, 23], [6, 9], [15, 21], [23, 26]\} \end{aligned}$$

independientemente del orden de los elementos.

Finalmente $\{[12, 24], [6, 10], [14, 26]\} \ominus 11 = \{[12, 24], [6, 10], [14, 26]\}$. Como el punto no pertenece a ningún intervalo la diferencia da como resultado el mismo conjunto de partida; mientras que $\{[12, 23], [6, 12], [10, 26]\} \ominus 12 = \{[6, 11], [10, 11], [13, 23], [13, 26]\}$. En éste último caso el momento que se elimina con la operación pertenece a todos los intervalos del conjunto.

Tomando la Definición 6.1.3 como primitiva se puede definir la diferencia entre un conjunto de intervalos y un intervalo.

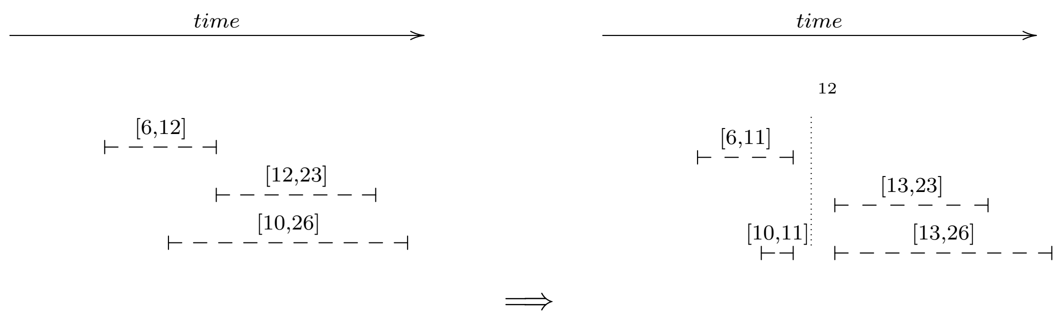


Figura 6.3: Representación gráfica de la operación de diferencia

Definición 6.1.4 (Diferencia, eliminar un intervalo de un conjunto) *Sea S un conjunto de intervalos y sea i un momento de tiempo. La exclusión del intervalo I de S, denotada como $S \textcircled{I} i$, se define recursivamente de la siguiente manera:*

$$
\begin{array}{rlll}
i. & S \textcircled{I} I = & S \ominus I^- & \text{si } I^- = I^+ \\
ii. & S \textcircled{I} I = & (S \ominus I^-) \textcircled{I} [I^- + 1, I^+] & \text{si } I^- \neq I^+
\end{array}
$$

Sea $S = \{[12, 24], [6, 10], [14, 26]\}$ e $I = [11, 12]$. Véase como se obtiene el resultado de $S \textcircled{I} I$ aplicando la Definición 6.1.4.

$$
\begin{array}{rcll}
\{[12, 24], [6, 11], [14, 26]\} \textcircled{I} [11, 12] & = & (\{[12, 24], [6, 11], [14, 26]\} \ominus 11) \textcircled{I} [11 + 1, 12] & (1) \\
& = & (\{[12, 24], [6, 11], [14, 26]\} \ominus 11) \textcircled{I} [12, 12] & \\
& = & \{[12, 24], [6, 10], [14, 26]\} \textcircled{I} [11 + 1, 12] & (2)
\end{array}
$$

Justificación de las igualdades:

(1) Por definición de la operación $\textcircled{I}$ ya que $11 \neq 12$.

(2) Por definición de la operación $\textcircled{I}$ pues $\{[12, 24], [6, 11], [14, 26]\} \ominus 11 = \{[12, 24], [6, 10], [14, 26]\}$.

$$
\begin{array}{rcll}
\{[12, 24], [6, 10], [14, 26]\} \textcircled{I} [12, 12] & = & (\{[12, 24], [6, 11], [14, 26]\} \ominus 12) & (3) \\
& = & \{[13, 24], [6, 10], [14, 26]\} & (4)
\end{array}
$$

Justificación de las igualdades:

(3) Por definición de la operación $\textcircled{I}$ ya que $12 = 12$

(4) Por definición de la operación Ⓘ pues $\{[12,24],[6,11],[14,26]\} \ominus 12 = \{[13,24],$ $[6,10],\ [14,26]\}$.

Por lo tanto $\{[12,24],[6,11],[14,26]\}$Ⓘ$[11,12] = \{[12,24],[6,10],[14,26]\}$.

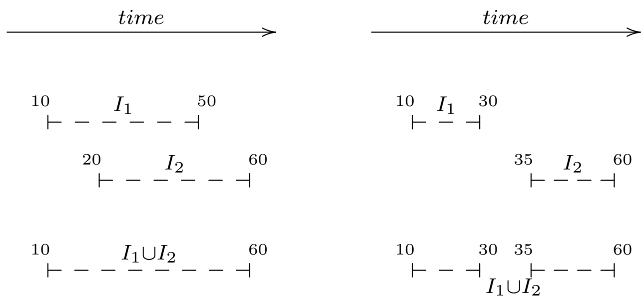
6.1.3. Unión de intervalos

Contrariamente a lo que sucede con otras operaciones sobre intervalos, la unión de dos intervalos no necesariamente es un intervalo. Se podría pensar a esta operación como una operación trivial que devuelve un conjunto formado por los intervalos afectados a la operación.

Definición 6.1.5 (Unión - versión preliminar) *Sean I_1 e I_2 dos intervalos. La unión de ambos se define como:*

$$I_1 \cup I_2 = \{I_1, I_2\}$$

La idea de la operación es obtener un único intervalo, en caso de que esto sea posible. El sentido esperado puede observarse en la Figura 6.4. La unión de los intervalos $[10,50]$ y $[20,60]$ debería dar un único intervalo como resultado, ya que ambos intervalos poseen puntos en común. El resultado de $[10,50] \cup [20,60]$ se espera sea $[10,60]$ en lugar de $\{[10,50],[20,60]\}$.



(a) (b)

Figura 6.4: Representación gráfica de la unión de intervalos discretos

Si bien la Definición 6.1.5 es correcta, desde el punto de vista matemático, no captura en forma completa el sentido esperado de la operación. Puede notarse que la unión deseada será idéntica a la presentada si resulta el caso de que los intervalos no poseen puntos en común, tal como se observa en la Figura 6.4 (b). En cualquier otro caso se podrá expresar como un sólo intervalo. La Definición 6.1.6 captura esta semántica para la operación.

Definición 6.1.6 (Unión) *Sean I_1 e I_2 dos intervalos y $S = \{I_1, I_2\}$. La unión de ambos se define matemáticamente como:*

- $I_1 \cup I_2 = S$ *si* $I_1^+ + 1 < I_2^-$ *o* $I_2^+ + 1 < I_1^-$ *(i.e., no hay puntos en común)*
- $I_1 \cup I_2 = \{[I_I, I_F]\}$ *en caso contrario. Siendo* $I_I = \mathsf{min_{tp}}(S)$ *e* $I_F = \mathsf{max_{tp}}(S)$

En el caso (a) mostrado en la Figura 6.4 el resultado de la unión es un solo intervalo. Hay una relación de superposición entre los intervalos a unir dado que $I_2^- \leq I_1^+ + 1$, $i.e. 20 \leq 50 + 1$. De esta manera $[10, 50] \cup [20, 60] = [10, 60]$, ya que 10 es el punto mínimo del conjunto formado por los argumentos de la unión y 60 es el punto máximo del mismo conjunto.

Claramente en el caso (b) se observa que la condición $I_1^+ + 1 < I_2^-$ se verifica, $(30+1) < 35$ y, por lo tanto, la unión resulta en el conjunto formado por I_1 e I_2. No es posible fusionar ambos intervalos en uno único. La razón por la cual se utiliza $I_j^+ + 1$ está justificada en que si bien los intervalos pueden llegar a no tener puntos en común, aún pueden expresarse como un solo intervalo. Esta situación se encuentra ejemplificada en la Figura 6.5. Se puede observar que, $I_1^+ = 7$, $I_2^- = 8$ y claramente $I_1^+ < I_2^-$, por lo que en un principio la unión estaría dada por un conjunto con ambos intervalos. Sin embargo, debido a la naturaleza discreta del tiempo, entre los momentos 7 y 8 no hay otro momento de tiempo y, por lo tanto, se puede expresar el mismo resultado a través de un único intervalo. De ahí que la comparación se realice entre el momento siguiente al endpoint de uno de los intervalos y el startpoint del otro.

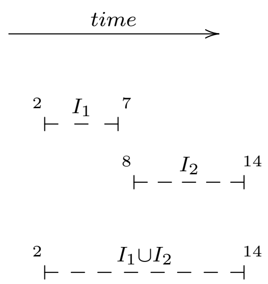


Figura 6.5: Unión de intervalos discretos consecutivos sin puntos en común

6.1.4. Intersección de intervalos

La intersección de dos intervalos es el intervalo formado por todos los puntos comunes a ambos. Los endpoints del intervalo fruto de la intersección son los puntos mínimos y máximos en común.

Definición 6.1.7 (Intersección) *Sean I_1 e I_2 dos intervalos. La intersección entre ambos se define como:*

$$I_1 \cap I_2 = [x, y] \text{ con } x, y \in I_1 \text{ y } x, y \in I_2 \text{ tales que no hay } w, z : w, z \in I_1 \text{ y } w, z \in I_2 \text{ con } w < x \text{ o } y < z.$$

Teniendo en cuenta la definición previa, la intersección entre $[7, 44]$ y $[24, 100]$ da como resultado $[24, 44]$. La figura 6.6 muestra una representación gráfica de la operación.

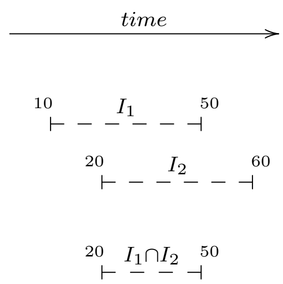


Figura 6.6: Representación gráfica de la intersección de dos intervalos discretos

En caso de que los intervalos no se superpongan, es decir no tengan puntos en común, la intersección da como resultado el intervalo vacío (notado como []).

6.1.5. Subintervalo

Dados dos intervalos cualquiera es necesario formalizar cuándo uno es subintervalo del otro, es decir si el conjunto de puntos del primero está incluido en el conjunto de puntos del segundo.

Definición 6.1.8 (Subintervalo) *Sean I_1 e I_2 dos intervalos. I_1 es un subintervalo de I_2, denotado como $I_1 \subseteq I_2$ si:*

$$\forall_i : i \in I_1 \text{ se verifica que } i \in I_2$$

La propiedad que establece que el intervalo I_1 es un subintervalos de I_2 también se puede establecer utilizando las relaciones de Allen. De esta manera, se puede afirmar que $I_1 \subseteq I_2$ si $I_1 R I_2$ con $R \in \{$ⓢ, ⓓ, ⓕ, ⓔ$\}$.

6.1.6. Propiedad de conexión

Los intervalos que están dentro de un mismo conjunto pueden solaparse y de esta manera en forma colectiva cubren un período de tiempo mayor que en forma separada. Los conjuntos de intervalos que pueden fusionarse de manera tal que formen un único intervalo que "cubre" todos los anteriores, son de especial interés. Esta cobertura, sin embargo, puede existir aún cuando no haya solapamiento de los intervalos. Si tenemos en cuenta que el tiempo se representa en forma discreta, no hay un momento de tiempo entre los puntos i e $i-1$. Luego, dos intervalos $[a, b-1]$ y $[b, c]$ pueden fusionarse o *conectarse*, cubriendo el intervalo $[a, c]$ que es más amplio, dado que no hay un *gap* o *agujero temporal* entre ellos.

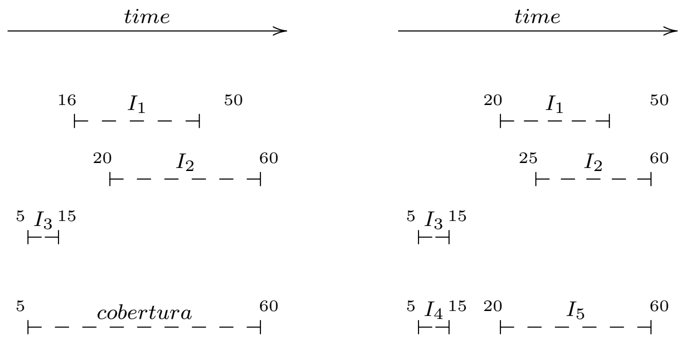
La figura 6.7 (a) muestra un conjunto de intervalos que verifica la propiedad. Se puede notar que si bien los intervalos I_1 e I_2 no comparten puntos de definición ni se solapan, I_1^+ es el punto inmediato anterior a I_2^-.

La figura 6.7(b) muestra un conjunto de intervalos que no verifica la mencionada propiedad, ya que el período cubierto por el conjunto no puede expresarse como un único intervalo. Claramente el endpoint de I_4 y el startpoint de I_5 no son momentos consecutivos, entre ellos están los momentos 16, 17, 18 y 19 que no son cubiertos por ninguno de los intervalos del conjunto.

Básicamente la propiedad establece la conectividad de un conjunto de intervalos de un intervalo particular I. Una manera de garantizar esto es asegurar que todos los momentos de tiempo de I estén en el conjunto. Así, si en el conjunto hay un intervalo del cual I es un subconjunto, la propiedad se verifica trivialmente. En caso contrario, si alguno de los intervalos del conjunto contiene a I^+ se puede asegurar que dicho punto está en el conjunto. Luego resta verificar si el conjunto contiene a los demás, es decir, si es conectado en el intervalo $[I^-, I^+ - 1]$.

Esta propiedad de los conjuntos de intervalos puede definirse como sigue.

Definición 6.1.9 (Conjunto t-conectado) *Sea S un conjunto de intervalos, y sea I un intervalo de tiempo. El conjunto S se dice t-conectado en I, denotado como $S \leftrightsquigarrow I$, si se verifica una de las siguientes condiciones:*



(a) (b)

Figura 6.7: Representación gráfica de intervalos t-conectados

1. *$\exists X \in S$ tal que $I^- \in X$ e $I^+ \in X$.*
2. *$\exists Y \in S$ tal que $I^+ \in Y$ y $S \leftrightsquigarrow [I^-, (Y^- - 1)]$.*

Definición 6.1.10 (Conjunto no fragmentado) *Sea P un conjunto de intervalos. Si P es t-conectado en $[\mathsf{min}_{\mathsf{tp}}(P), \mathsf{max}_{\mathsf{tp}}(P)]$ entonces se dice que P es un conjunto no fragmentado; de lo contrario, se dice fragmentado.*

Cualquier conjunto de intervalos, fragmentado o no, tiene varios subconjuntos no fragmentados. De hecho, cualquier subconjunto unitario es trivialmente no fragmentado.

Sea el siguiente conjunto de intervalos $\{[75, 100], [24, 50], [12, 24]\}$. El mismo está fragmentado, pues los puntos entre 50 y 75 no pertenecen al conjunto. Se puede notar que a pesar de ser fragmentado es t-conectado en $[12, 50]$, *i.e.*verifica $\{[75, 100], [24, 50], [12, 24]\} \leftrightsquigarrow [12, 50]$. En cambio el conjunto $\{[30, 100], [24, 50], [12, 24]\}$ es no fragmentado, ya que es t-conectado en $[12, 100]$.

En esta sección se presentaron las operaciones y propiedades que se utilizarán en el Capítulo 7. A continuación se hará lo propio para la representación tiempo denso, definiéndose las operaciones a utilizar en el Capítulo 8.

6.2. Representando tiempo denso

Al igual que en la sección anterior se presentará una representación para el tiempo basada en intervalos. La principal diferencia en la representación radica en que el intervalo de disponibilidad representa un período de tiempo *denso*, es decir, no se pueden numerar en forma discreta los momentos de tiempo que conforman dicho intervalo ya que cualquier período, por más pequeño que sea, resulta ser un conjunto infinito. Ejemplo de estos intervalos de disponibilidad son:

- $[5, 10] = \{x : x \in \mathbb{R}, 5 \leq x \leq 10\}$
- $(2, 6] = \{x : x \in \mathbb{R}, 2 < x \leq 6\}$

La única excepción a esta regla, la conforman los conjuntos unitarios, *i.e.*, aquellos intervalos cuyos extremos coinciden, como por ejemplo $[2, 2] = \{2\}$.

Teniendo en cuenta esto, un *intervalo temporal* puede definirse de la siguiente manera:

Definición 6.2.1 (Intervalo Denso) *Un intervalo temporal I representa un período continuo de tiempo denso [Allen, 1983], identificado mediante un par de momentos de tiempo. El momento de tiempo inicial suele llamarse el* startpoint *de I, mientras que el momento final del mismo es el* endpoint *de I. Los intervalos pueden ser:*

- *cerrados: determina un período de tiempo que incluye los momentos de tiempo que lo definen (startpoint y endpoint). Los intervalos cerrados se notan $[a, b]$. El intervalo $[a, b]$ representa el conjunto $\{x : x \in \mathbb{R}, a \leq x \leq b\}$.*
- *abiertos: define un período de tiempo sin incluir el startpoint ni el endpoint. Los intervalos abiertos son notados (a, b).El intervalo (a, b) representa el conjunto $\{x : x \in \mathbb{R}, a < x < b\}$.*
- *semi-cerrados: los períodos de tiempo que definen incluyen uno de los puntos de definición, pero no ambos. Dependiendo de cuál está incluido, se notan $(a, b]$ (incluye el endpoint) o $[a, b)$ (incluye el startpoint). El intervalo $(a, b]$ representa el conjunto $\{x : x \in \mathbb{R}, a < x \leq b\}$ mientras que $[a, b)$ representa a $\{x : x \in \mathbb{R}, a \leq x < b\}$.*

La Figura 6.8 muestra las alternativas de representación gráfica de los tres tipos de intervalos. Es importante remarcar que para el caso discreto solo se utilizaron intervalos cerrados ya que las otras representaciones (abiertos o semi-cerrados) se pueden reformular utilizando sólo intervalos cerrados. Este hecho no resulta posible para otras interpretaciones del tiempo, como por ejemplo la representación objeto de esta sección.

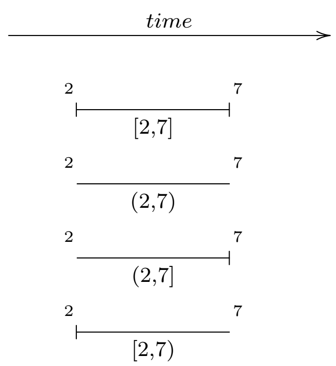


Figura 6.8: Representación de intervalos densos

Como fue explicado en la Sección 6.1 para cada momento de tiempo se puede determinar cuál es el momento anterior y siguiente. Esta particularidad del tiempo discreto hace que un intervalo abierto (a, b), puede expresarse mediante un intervalo cerrado equivalente, $[a+1, b-1]$. Esta estrategia puede aplicarse también a los intervalos semi-cerrados, de esta manera $(a, b]$ puede escribirse como $[a+1, b]$ y $[a, b)$ como $[a, b-1]$. Si se consideran intervalos particulares se puede observar que las equivalencias son tales:

Intervalo		Conjunto definido		Equivalente Cerrado
$(5, 8)$	$=$	$\{6, 7\}$	$=$	$[5+1, 8-1] = [6, 7]$
$[5, 8)$	$=$	$\{5, 6, 7\}$	$=$	$[5, 8-1] = [5, 7]$
$(5, 8]$	$=$	$\{6, 7, 8\}$	$=$	$[5+1, 8] = [6, 8]$

Esta estrategia no es aplicable en tiempo denso ya que la representación se mapea al conjunto de números reales y, por lo tanto, no se puede determinar con precisión cuál es el momento previo y siguiente a un punto de tiempo particular.

Al igual que en el caso discreto $-\infty < i$ y $i < \infty$ para cualquier valor i, $\infty = \infty$ y $-\infty = -\infty$. Los símbolos ∞ y $-\infty$ pueden utilizarse para la definición de intervalos; ∞ como endpoint en un intervalo semi-cerrado o abierto (debe necesariamente ser abierto en el endpoint, ya que ∞ no es un valor concreto) y $-\infty$ como startpoint en un intervalo semi-cerrado o abierto (debe necesariamente ser abierto en el starpoint).

Dado que un argumento está asociado a diferentes intervalos de tiempo, se requieren operaciones precisas para trabajar con conjuntos de intervalos. Estas operaciones resultan necesarias para la futura elaboración de semánticas en el Capítulo 8.

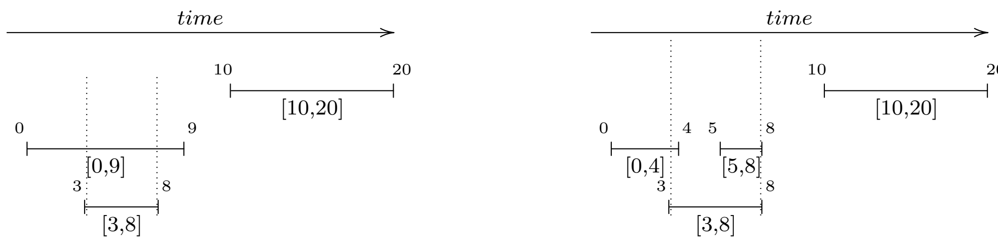
6.2.1. Operación de inclusión

Dado que uno de los puntos de interés es tratar con referencias de tiempo, una de las operaciones que resulta indispensable es saber si un determinado intervalo puede estar *incluido* en un conjunto de intervalos. Esta operación sería análoga a la inclusión tradicional a excepción que la inclusión podría llegar a no ser explícita, *i.e.*, el intervalo podría no aparecer como tal en el conjunto pero ser parte de uno de los intervalos que está en ese conjunto.

Definición 6.2.2 (Subintervalo) *Sea I un intervalo y S un conjunto de intervalos. El intervalo I es un subintervalo de S, notado como $I \Subset S$ si:*

$$\exists I_a \in S : I \subseteq I_a$$

Por ejemplo: $[3,8] \not\Subset \{[10,20],[0,4],[5,8]\}$, en cambio $[3,8] \Subset \{[10,20],[0,9]\}$ y $[1,5] \Subset \{[10,20],[0,4],[1,5]\}$. La Figura 6.9 muestra gráficamente los dos primeros. Es importante



$[3,8] \Subset \{[10,20],[0,9]\}$ $\quad$ $[3,8] \not\Subset \{[10,20],[0,4],[5,8]\}$

Figura 6.9: Ejemplos propiedad inclusión

notar que $[15,25] \not\Subset \{[10,20],[20,30]\}$ a pesar de que el período $[15,25]$ está totalmente cubierto por el conjunto $\{[10,20],[20,30]\}$. Esto se debe a que ninguno de los dos intervalos que forman parte del conjunto contienen al intervalo $[15,25]$.

6.2.2. Unión de intervalos

La unión de intervalos densos tiene las mismas características que la definición para intervalos densos, la diferencia entre ambos radica en la complejidad que agrega el considerar intervalos abiertos y semi-cerrados. La incorporación de estos tipos de intervalos cambia

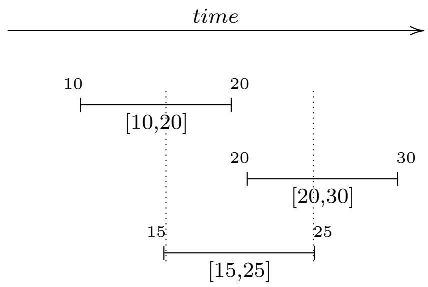


Figura 6.10: $[15, 25] \notin \{[10, 20], [20, 30]\}$

la definición de cuando dos intervalos son disjuntos y, por lo tanto, tiene un impacto en la definición de la unión.

Definición 6.2.3 (Intervalos no consecutivos) *Sean I_1 e I_2 dos intervalos, I_1 e I_2 son no consecutivos si:*

- $I_1^+ < I_2^-$*, o bien;*
- $I_1^+ = I_2^-$ *verificándose que* $I_1^+ \notin I_1$ *y* $I_2^- \notin I_2$

De esta manera, los intervalos $[10, 50)$ y $(50, 60]$ son no consecutivos, mientras que $[10, 50)$ y $[50, 60]$ si lo son. En el primer caso el momento 50 está excluido de ambos intervalos; por lo tanto, existe un intervalo (mínimo en este caso) entre ambos. En el segundo caso el espacio temporal definido mediante ambos intervalos puede reexpresarse mediante un único intervalo, específicamente el intervalo $[10, 60]$.

La operación de unión para intervalos densos quedaría entonces definida como se observa en la Definición 6.2.4

Definición 6.2.4 (Unión) *Sean I_1 e I_2 dos intervalos y $S = \{I_1, I_2\}$. La unión de ambos se define matemáticamente como:*

- $I_1 \cup I_2 = S$ *si I_1 e I_2 son no consecutivos (i.e., verifican la Definición 6.2.3).*
- $I_1 \cup I_2 = \{I_3\}$ *si I_1 e I_2 son consecutivos. Sean $I_I = \mathsf{min}_{\mathsf{tp}}(S)$ e $I_F = \mathsf{max}_{\mathsf{tp}}(S)$, el intervalo I_3 se define como:*
    1. $I_3 = [I_I, I_F]$*, si $I_I \in I_i$ y $I_F \in I_j$ con $i, j \in \{1, 2\}$.*
    2. $I_3 = (I_I, I_F]$*, si $I_I \notin I_i$ y $I_F \in I_j$ con $i, j \in \{1, 2\}$.*

3. $I_3 = [I_I, I_F)$, *si* $I_I \in I_i$ *y* $I_F \notin I_j$ *con* $i, j \in \{1, 2\}$.

4. $I_3 = (I_I, I_F)$, *si* $I_I \notin I_i$ *y* $I_F \notin I_j$ *con* $i, j \in \{1, 2\}$.

Es importante notar que las operaciones $\mathsf{min_{tp}}(S)$ y $\mathsf{max_{tp}}(S)$ se definen de la misma manera que para intervalos discretos (Definición 6.1.2).

El primer caso de la definición se ejemplifica en la Figura 6.11 (a) y (b). El gráfico (a) ilustra la posibilidad de que ambos intervalos compartan un momento de tiempo en la definición pero sin incluirlo, razón por la cual son no consecutivos. De esta manera, resulta que $[2, 10) \cup (10, 12] = \{[2, 10), (10, 12]\}$. En el gráfico (b) se observa que I_1 e I_2 son no consecutivos y, por lo tanto, la unión resulta en el conjunto formado por I_1 e I_2, ya que nuevamente resulta imposible fusionar ambos intervalos en uno único. El segundo caso de la definición se muestra en la Figura 6.4 (c) dónde el resultado de la unión es un único intervalo. Esto se debe a que los intervalos I_1 e I_2 son consecutivos. De esta manera, $[2, 10] \cup [4, 12] = [2, 12]$, ya que 2 es el punto mínimo del conjunto formado por los argumentos de la unión y 12 es el punto máximo del mismo conjunto.

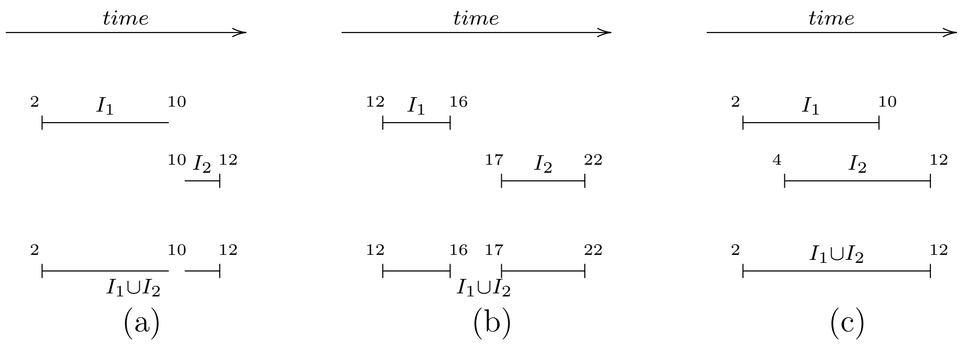


Figura 6.11: Representación gráfica de la unión de intervalos densos

6.2.3. Intersección

Una operación que es comúnmente requerida sobre intervalos es la intersección, ya que brinda como resultado los períodos comunes a varios intervalos. La intersección de dos intervalos es un intervalo formado por todos los puntos comunes a ambos. Teniendo en cuenta que los intervalos definen períodos continuos de tiempo, el resultado de la intersección también será un intervalo continuo. Su definición estará dada por un startpoint y un endpoint, los cuales corresponderán al mínimo y máximo momento en común respectivamente.

Definición 6.2.5 (Intersección de intervalos - preliminar) *Sean I_1 e I_2 dos intervalos. Su intersección se define como: $I_1 \cap I_2 = [x, y]$ con $x, y \in I_1$ y $x, y \in I_2$ tales que, no existen $w, z : w, z \in I_1$ y $w, z \in I_2$ con $w < x$ o $y < z$.*

La intersección de los intervalos $[10, 20]$ y $[15, 30]$ da como resultado el intervalo $[15, 20]$. La Figura 6.12 representa la situación.

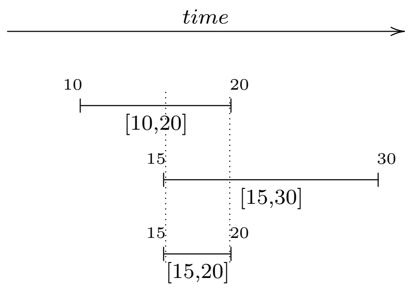


Figura 6.12: $[10, 20] \cap [15, 30] = [15, 20]$

La definición 6.2.5 requiere una revisión, ya que sólo es correcta en caso de que se trate de intervalos cerrados o de una representación discreta del tiempo. Si se considerara la intersección de $[1, 5]$ con $(3, 10]$ el resultado correcto sería $(3, 5]$ porque el momento 3 no pertenece a ambos intervalos, ya que no está incluido en el segundo. Si se decidiera tomar otro valor, que no sea 3 como posible startpoint, la intersección dejaría puntos en común fuera de la definición, ya que sin importar lo cercano sea el número elegido a 3 siempre habrá otro que está más cerca. Este problema viene asociado a la elección de representación de tiempo denso, y no existe en tiempo discreto. Los motivos, por lo tanto, son los mismos que los expuestos anteriormente para la operación de sub-intervalo.

La intersección de los intervalos $[10, 20]$ y $(15, 30]$ debería dar como resultado el intervalo $(15, 20]$, pero la definición dada hasta ahora no considera intervalos abiertos y, por lo tanto, siempre incluye algún momento no considerado; en el caso del ejemplo, el momento 15. La Figura 6.13 representa esta situación. Para que la definición de la operación sea correcta, se necesita reformular la definición para que tenga en cuenta los intervalos abiertos y semi-cerrados. Claramente la definición es correcta para intervalos cerrados. Se podría, entonces, pensar en realizar la operación de intersección de dos intervalos I_1 e I_2 asumiendo a ambos como intervalos cerrados. De acuerdo al cálculo, establecido en la Definición 6.2.5, resulta que la intersección es un intervalo I tal que $I^- = I_i^- = a$ e $I^+ = I_i^+ = b$ con $i = 1$ o $i = 2$. El intervalo I resulta entonces abierto, cerrado o semi-cerrado según se muestra en las siguientes tablas:

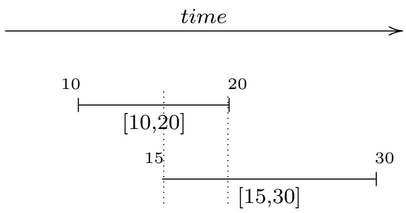


Figura 6.13: $[10, 20] \cap (15, 30]$

$I = I_1 \cap I_2$	$I_2 = (a, b)$ ó $I_2 = (a, y)$ ó $I_2 = (a, y]$	$I_2 = [a, b]$ ó $I_2 = [a, y)$ ó $I_2 = [a, y]$	$I_2 = (a, b]$	$I_2 = [a, b)$
$I_1 = (x, b)$ ó $I_1 = [x, b)$	$I = (a, b)$	$I = [a, b)$	$I = (a, b)$	$I = [a, b)$
$I_1 = (x, b]$ ó $I_1 = [x, b]$	$I = (a, b)$	$I = [a, b]$	$I = (a, b]$	$I = [a, b)$
$I_1 = (a, b)$	$I = (a, b)$	$I = (a, b)$	$I = (a, b)$	$I = (a, b)$
$I_1 = (a, b]$	$I = (a, b)$	$I = (a, b]$	$I = (a, b]$	$I = (a, b)$
$I_1 = [a, b)$	$I = (a, b)$	$I = [a, b)$	$I = (a, b)$	$I = [a, b)$
$I_1 = [a, b]$	$I = (a, b)$	$I = [a, b]$	$I = (a, b]$	$I = [a, b)$

$I = I_1 \cap I_2$	$I_2 = (a, b)$ $I_2 = (y, b)$ $I_2 = [y, b)$	$I_2 = [a, b]$ $I_2 = (y, b]$ $I_2 = [y, b]$
$I_1 = (a, x)$ o $I_1 = (a, x]$	$I = (a, b)$	$I = (a, b]$
$I_1 = [a, x)$ o $I_1 = [a, x]$	$I = (a, b)$	$I = [a, b]$

En ambas tablas se debe considerar que $x \neq a$, $x \neq b$ e $y \neq a$, $y \neq b$. Lo mostrado en las tablas precedentes se refleja en la Definición 6.2.7.

Definición 6.2.6 (Intersección de intervalos densos cerrados) *Sean I_1 e I_2 dos intervalos cerrados. La intersección de los intervalos cerrados, notada como $I_1 \overset{c}{\cap} I_2$ es el intervalo cerrado I definido como:*

$$I = [x, y] \text{ con } x, y \in I_1 \text{ y } x, y \in I_2 \text{ tales que, no existen } w, z : w, z \in I_1 \text{ y } w, z \in I_2 \text{ con } w < x \text{ o } y < z.$$

Definición 6.2.7 (Intersección de intervalos densos) *Sean I_1 e I_2 dos intervalos. Sean I_{1_C} e I_{2_C} dos intervalos cerrados con los con los mismos puntos de definición que I_1 e I_2 respectivamente. Sea $I = I_{1_C} \overset{c}{\cap} I_{2_C}$.*

La intersección de los intervalos I_1 e I_2 se define como:

- $I_1 \cap I_2 = [I^-, I^+]$ *si* $I^- \in I_1 \wedge I^- \in I_2$ *y* $I^+ \in I_1 \wedge I^+ \in I_2$.
- $I_1 \cap I_2 = (I^-, I^+]$ *si* $I^- \notin I_1 \vee I^- \notin I_2$ *y* $I^+ \in I_1 \wedge I^+ \in I_2$.
- $I_1 \cap I_2 = [I^-, I^+)$ *si* $I^- \in I_1 \wedge I^- \in I_2$ *y* $I^+ \notin I_1 \vee I^+ \notin I_2$.
- $I_1 \cap I_2 = (I^-, I^+)$ *si* $I^- \notin I_1 \vee I^- \notin I_2$ *y* $I^+ \notin I_1 \vee I^+ \notin I_2$.

Considerar a los intervalos como cerrados elimina el problema de determinar cuáles serán los puntos de definición del intervalo resultante de la operación de intersección. Esto se debe a que dichos momentos de definición siempre coinciden con los puntos de definición de alguno de los dos intervalos que intervienen en la operación. Restaría determinar la naturaleza del intervalo intersección. La misma se determina verificando si el startpoint del intervalo intersección pertenece a los dos intervalos (originales) a los que se aplicó la operación (resultado cerrado en ese extremo) o no (resultando abierto en ese extremo). El mismo razonamiento se aplica al endpoint determinado.

La intersección de intervalos hace viable una operación que resultará indispensable; la intersección de conjuntos de intervalos. La intersección de conjuntos tradicional construye un conjunto con los elementos comunes a ambos conjuntos, en este caso el conjunto de intervalos (completos) en común. En este caso, como los intervalos representan períodos de tiempo, resulta interesante obtener el conjunto de momentos de tiempo comunes referenciados por sus intervalos ya que es de relevancia en ciertos contextos. La siguiente definición captura está idea.

Definición 6.2.8 (Intersección de conjuntos de intervalos) *Sean S_1 y S_2 dos conjuntos de intervalos. La intersección de estos intervalos, $S_1 \Cap S_2$, es:*

$$S_1 \Cap S_2 = \{I : I = I_1 \cap I_2 \neq [\ ], \forall I_1 \in S_1, I_2 \in S_2\}$$

Por ejemplo, sean $S_1 = \{[2, 15], (20, 35), [32, 36)\}$, $S_2 = \{[0, 30), [40, 100]\}$. Como $[2, 15] \cap [40, 100]\}$ $=(20, 25) \cap [40, 100]$ $=[32, 36) \cap [40, 100]$ $=[32, 36) \cap [0, 30)$ $=[\ ]$ entonces, la intersección de S_1 y S_2, $S_1 \Cap S_2$ es $\{[2, 15], (20, 32]\}$, es decir $\{[2, 15] \cap [0, 30), (20, 35) \cap [0, 30)\}$.

6.2.4. Diferencia Básica

Siguiendo la misma idea planteada para la intersección, surge la necesidad de redefinir otras operaciones básicas para conjuntos. El caso de la diferencia es significativo, ya que debido a la naturaleza de los elementos de los conjuntos, intervalos de tiempo, el comportamiento es ligeramente diferente. Se contará entonces con un operación de diferencia especial que llamaremos *timed-difference*. La diferencia entre dos intervalos da como resultado un conjunto de intervalos. Este conjunto puede ser vacío, unitario o puede incluir dos intervalos. Por ejemplo:

- $I_1 - I_2$ es el conjunto vacío: en este caso el intervalo I_1 es un subintervalo del I_2, por lo que al eliminar de I_1 todos los puntos comunes se obtiene el intervalo vacío. De esta manera, por ejemplo, $[35, 50] - [10, 100] = \{\}$.
- $I_1 - I_2$ es un conjunto unitario: es necesario que la relación entre I_1 e I_2 no sea $\circledcirc$. Un ejemplo de este caso es la diferencia entre $[35, 50]$ y $[20, 40]$ ya que $[35, 50] - [20, 40] = \{(40, 50]\}$ (ver Figura 6.15).
- $I_1 - I_2$ es un conjunto no unitario: para que se de esta situación I_2 debe ser un subintervalo de I_1. Los puntos de definición de ambos intervalos deben ser diferentes. La Figura 6.14 muestra la representación gráfica de $[35, 50] - [40, 45]$. El resultado de la operación es $\{[35, 40), (45, 50]\}$.

Esta complejidad en la operación se debe a que el intervalo en si mismo se puede pensar como un conjunto de momentos de tiempo.

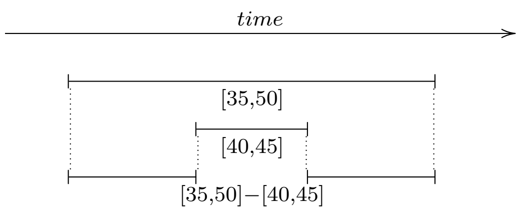


Figura 6.14: $[35, 50] - [40, 45]$

Definición 6.2.9 (Diferencia Básica) *Sean S_1 y S_2 dos conjuntos de intervalos. La* diferencia básica *de S_1 y S_2, notada como $S_1 \bumpeq S_2$ se define como:*

$$S_1 \bumpeq S_2 = \{I : I \in I_1 - I_2, I \neq [\,], \forall I_1 \in S_1, I_2 \in S_2\}$$

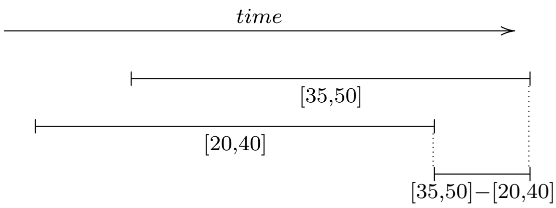


Figura 6.15: $[35, 50] - [20, 40]$

La diferencia básica solo calcula la operación de diferencia elemento a elemento, así por ejemplo la diferencia entre $S_1 = \{[24, 100]\}$ y $S_2 = \{[30, 50], [50, 100]\}$ da como resultado el conjunto $\{[24, 30), [24, 50)\}$ mientras que el resultado esperado es $\{[24, 30)\}$. Es por ello que se requiere la operación *timed-difference*.

Definición 6.2.10 (Timed-difference) *Sean S_1 y S_2 dos conjuntos de intervalos. La diferencia temporal o timed-difference, en Inglés, notada como $S_1 \stackrel{I}{-} S_2$, se define como:*

$$
\begin{array}{lll}
(a) & S_1 \stackrel{I}{-} S_2 = S_1 \stackrel{\frown}{-} S_2 & \textit{si } (S_1 \stackrel{\frown}{-} S_2) \stackrel{\frown}{-} S_2 = S_1 \stackrel{\frown}{-} S_2 \\
(b) & S_1 \stackrel{I}{-} S_2 = (S_1 \stackrel{\frown}{-} S_2) \stackrel{I}{-} S_2 & \textit{en otro caso}
\end{array}
$$

Se trata de una definición recursiva, en la cual desde el punto de vista procedural se aplica la diferencia básica en forma repetida hasta que no haya cambios en el conjunto resultante. Si volvemos al ejemplo anterior, se computa la diferencia básica entre $S_1 = \{[24, 30), [24, 50)\}$ y $S_2 = \{[30, 50], [50, 100]\}$, *i.e.*, $S_1 \stackrel{\frown}{-} S_2$. Si en lugar de calcular la diferencia básica se evalúa la diferencia temporal, *i.e.*, $S_1 \stackrel{I}{-} S_2$, el resultado de esta operación es: $\{[24, 30)\}$. Analizando la forma en la que se alcanza el resultado, lo primero a evaluar es la condición:

$$
\begin{array}{rcl}
S_1 \stackrel{\frown}{-} S_2 & = & \{[24, 30), [24, 50)\} \\
(S_1 \stackrel{\frown}{-} S_2) \stackrel{\frown}{-} S_2 & = & \{[24, 30), [24, 50)\} \stackrel{\frown}{-} \{[30, 50], [50, 100]\} \\
 & = & \{[24, 30)\}
\end{array}
$$

Como los conjuntos no son iguales, se utiliza el caso (b) de la definición, resultando que:

$$
\begin{array}{rcl}
S_1 \stackrel{I}{-} S_2 & = & (S_1 \stackrel{\frown}{-} S_2) \stackrel{I}{-} S_2 \\
 & = & \{[24, 30), [24, 50)\} \stackrel{I}{-} \{[30, 50], [50, 100]\} \\
 & = & S_A \stackrel{I}{-} S_2
\end{array}
$$

Es necesario volver a evaluar la condición, es decir si $(S_A \doteq S_B) \doteq S_B = S_A \doteq S_B$

$$\begin{aligned} S_A \doteq S_2 &= \{[24,30),[24,50)\} \doteq \{[30,50],[50,100]\} \\ &= \{[24,30)\} \\ (S_A \doteq S_2) \doteq S_2 &= \{[24,30)\} \doteq \{[30,50],[50,100]\} \\ &= \{[24,30)\} \end{aligned}$$

Como resulta que son iguales, se utiliza el caso (a) de la definición, por lo tanto

$$\begin{aligned} S_A \stackrel{I}{-} S_2 &= S_A \doteq S_2 \\ &= \{[24,30)\} \end{aligned}$$

como $S_1 \stackrel{I}{-} S_2 = S_A \stackrel{I}{-} S_2$ entonces $S_1 \stackrel{I}{-} S_2 = \{[24,30)\}$.

6.2.5. Minimización de un conjunto de intervalos

La minimización es una operación que permite observar el espacio temporal cubierto por un conjunto de intervalos en forma más compacta. El objetivo de la operación es escribir el mismo espacio temporal descripto por el conjunto original, utilizando la menor cantidad de intervalos posible.

Definición 6.2.11 (Minimización de un conjunto de intervalos) *Sea S un conjunto de intervalos. La minimización de S, denotada como $(S)^{\mathsf{mInt}}$, es el conjunto definido de la siguiente manera:*

- $(S)^{\mathsf{mInt}} = S$ *si* $\forall I_1, I_2 \in S, I_1 \cap I_2 = \emptyset$.
- $(S)^{\mathsf{mInt}} = [S - \{I_1, I_2\} \cup \{I_1 \cup I_2\}]^{\mathsf{mInt}}$, *con* $I_1, I_2 \in S$ *y* $I_1 \cap I_2 \neq \emptyset$.

De esta manera se puede observar que un conjunto como $\{[4,24],[14,35),[35,50]\}$ no es minimal en representación, ya que el mismo espacio temporal puede ser representado por el conjunto unitario $\{[4,50]\}$, como se muestra en la Figura 6.16.

La representación gráfica que se observa en la Figura 6.17 muestra que un conjunto de intervalos puede no ser representado como un único intervalo, pero se puede expresar con un conjunto de intervalos de cardinalidad menor. El ejemplo es interesante ya que muestra que el resultado del proceso de minimización no es necesariamente un conjunto unitario.

Proposición 6.2.1 *Si $(S)^{\mathsf{mInt}}$ es un conjunto unitario, entonces S es un conjunto no fragmentado.*

Observación 6.2.1 *Si S es un conjunto no fragmentado entonces es t-conectado en* $[\mathsf{min}_{\mathsf{tp}}(S), \mathsf{max}_{\mathsf{tp}}(S)]$. *Luego,* $(S)^{\mathsf{mInt}} = [\mathsf{min}_{\mathsf{tp}}(S), \mathsf{max}_{\mathsf{tp}}(S)]$.

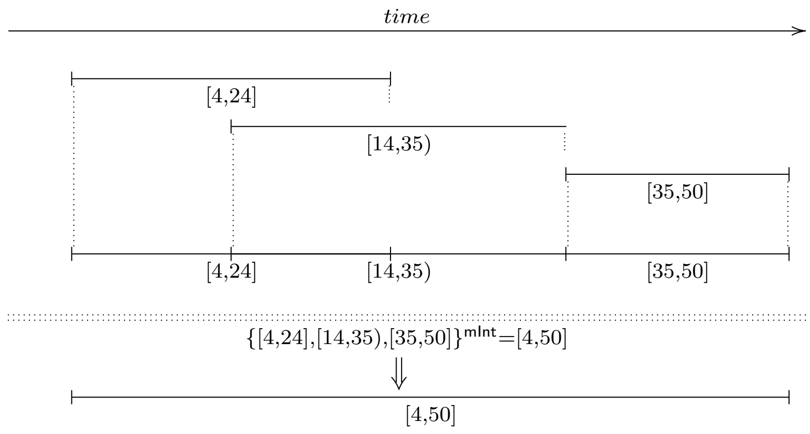


Figura 6.16: $\{[4,24],[14,35),[35,50]\}^{\mathsf{mInt}} = \{[4,50]\}$

Unión de conjuntos de intervalos

La operación de minimización presentada en la subsección anterior permite definir la unión de manera más simple. De hecho permite la definición de una operación de unión de conjuntos de intervalos en forma directa.

Definición 6.2.12 (Unión de conjuntos de intervalos) *Sean S_1 e S_2 dos conjunto de intervalos. La unión de estos conjuntos de intervalos, notada $S_1 \Cup, S_2$, se define matemáticamente como:*

$$S_1 \Cup S_2 = \{I : I \in S_1 \text{ o } I \in S_2\}^{\mathsf{mInt}}$$

Intuitivamente es la minimización del conjunto formado por todos los elementos de I_1 y I_2.

La Figura 6.16 representa también la unión de $S_1 = \{[4,24],[35,50]\}$ y $S_2 = \{[14,35)\}$. De la misma manera, la Figura 6.17 representa $S_1 \Cap S_2$ con $S_1 = \{[4,24],(30,40]\}$ y $S_2 = \{[14,20),[35,50]\}$ ya que por definición $S_1 \Cap S_2 = \{[4,24],(30,40],[14,20),[35,50]\}^{\mathsf{mInt}} = \{[4,24],(30,50]\}$.

6.2.6. Subconjunto de intervalos

Esta operación también es análoga a la habitual en conjuntos. Un conjunto de intervalos es un subconjunto de otro si cada uno de los intervalos del primer conjunto es subintervalo

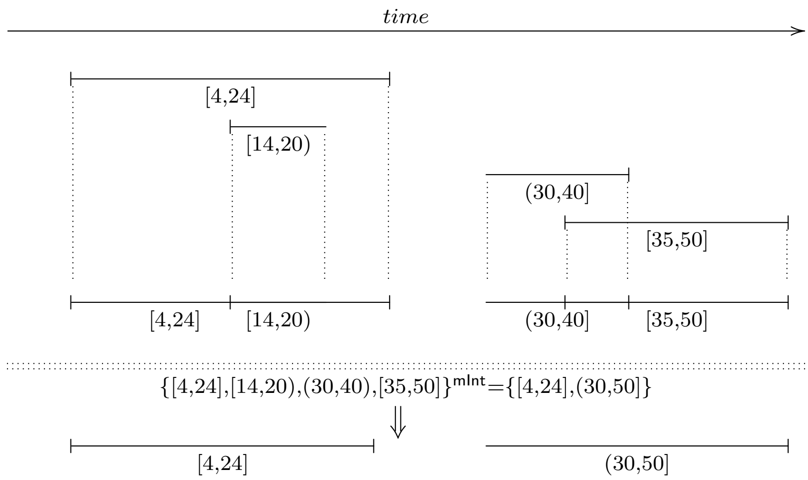


Figura 6.17: $\{[4,24],[14,20),(30,40),[35,50]\}^{\mathsf{mInt}} = \{[4,24],(30,50]\}$

de alguno de los intervalos del segundo conjunto. Formalmente, la operación se puede definir como se muestra en la Definición 6.2.13.

Definición 6.2.13 (Subconjunto de intervalos) *Sean S_1 e S_2 dos conjuntos de intervalos. S_1 es un subconjunto de S_2, $S_1 \subseteq_I S_2$ si:*

$$\forall I_1 \in S_1, \exists I_2 \in (S_2)^{\mathsf{mInt}} \text{ tal que } I_1 \subseteq I_2 \ (i.e. I_1^- \geq I_2^-, I_1^+ \leq I_2^+)$$

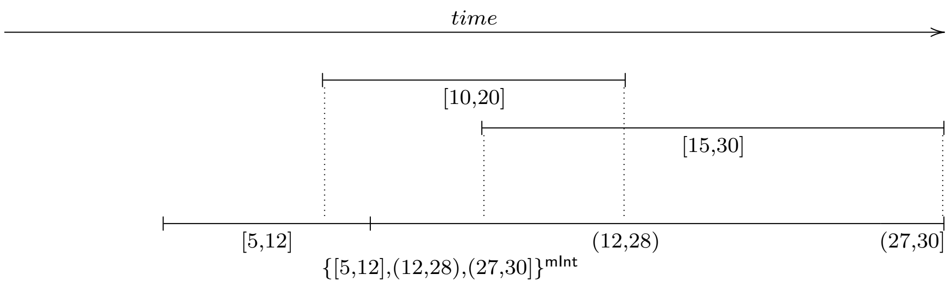


Figura 6.18: $\{[10,20],[15,30]\} \subseteq_I \{[5,12],(12,28),(27,30]\}$

Se puede observar que el conjunto $\{[10,20],[15,30]\} \subseteq_I \{[5,30],[20,30]\}$ como así también que $\{[10,20],[15,30]\} \subseteq_I \{[5,12],(12,28),(27,30]\}$. La clave de esta respuesta afirmativa está en que para el intervalo del primer conjunto debe existir un intervalo en la minimización del segundo. La situación se puede observar claramente en la Figura 6.18. Por otra parte, $\{[10,20],[15,25]\} \not\subseteq_I \{[5,12],[22,30]\}$, y la Figura 6.19 muestra gráficamente la razón por la cual no se verifica la propiedad.

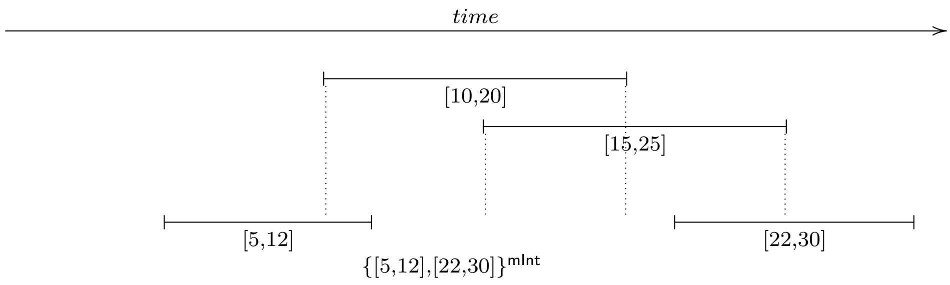


Figura 6.19: $\{[10,20],[15,25]\} \not\subseteq_I \{[5,12],[22,30]\}$

Puede notarse que algunas de las operaciones definidas en esta sección pueden adaptarse para la representación de tiempo discreto. No aparecen explícitamente en esa sección ya que no son necesarias en el marco de este trabajo de investigación.

6.3. Resumen

En este Capítulo se presentaron con detalle las representaciones de tiempo a utilizar en los Capítulo 7 y 8. Ambas representaciones utilizan como primitiva la noción de intervalo y están acompañadas de las operaciones y propiedades que se requerirán en el contexto de argumentación que se utilizarán más de adelante en esta tesis. Algunas de estas operaciones y propiedades se han definido especialmente para este trabajo y conforman abreviaturas que simplifican significativamente algunas de las definiciones y demostraciones futuras.

La principal diferencia entre ambas está vinculada a la concepción del tiempo y a la granularidad de la representación del mismo. En el caso discreto, la estructura de la representación es isomorfa a los enteros, donde cada intervalo representa un conjunto finito de momentos de tiempo. En cambio, los intervalos densos representan conjuntos infinitos de puntos. La estructura de tiempo densa es isomorfa a los reales, aunque el uso de los intervalos como primitiva hace que esta representación sea representable de manera discreta. Este detalle hace que puedan implementarse todos las operaciones presentadas en este trabajo.

7

TAF: Marco argumental temporizado

En este Capítulo se presenta un marco argumental temporizado, que utiliza una representación temporal discreta, *i.e.*, una representación en la cual la estructura temporal es isomorfa a los números enteros $\mathbb{Z}$. Este tipo de representación y sus operaciones métricas asociadas ya fueron analizadas en el Capítulo 6. Se organiza de la siguiente manera: en la Sección 7.1 se realiza una introducción a los marcos argumentales temporizados, haciendo énfasis en la manera de adicionar el tiempo. La formalización de los sistemas $TAF_{\mathbb{Z}}$ se realiza en la Sección 7.2. La siguiente sección reformula las nociones de ataque y defensa en forma acorde para considerar las restricciones de tiempo. La Sección 7.4 presenta una semántica basada en aceptabilidad para los marcos argumentativos temporizados, mientras que la siguiente sección hace lo propio con la extensión básica o grounded. Finalmente, la última Sección presenta algoritmos para la evaluación de algunas de las nociones semánticas presentadas previamente.

7.1. Introducción

Como se mencionó en el Capítulo 5, los diferentes marcos argumentales existentes definen la situación de los argumentos en un contexto atemporal, es decir no consideran el paso del tiempo en la definición de los mismos. Si se ubica a estos sistemas atemporales en un contexto temporal se interpreta que los argumentos del framework "siempre" están disponibles para su uso o, en forma alternativa, que cada uno de los frameworks actuales trabaja con el tiempo congelado, como en una fotografía o *snapshot* de la evolución del tiempo. Si se pretende tener en cuenta la evolución del tiempo en el marco argumental, los argumentos ya no tendrán un único status de disponibilidad, ya que su disponibilidad dependerá del tiempo.

Resulta necesario, entonces, enriquecer el modelo definiendo restricciones de tiempo aplicables a los argumentos. Estas restricciones serán formalizadas a través de una función, llamada *función de disponibilidad* (*availability function* en Inglés). Esta función determina los períodos de tiempo en los cuales los argumentos estarán disponibles o serán relevantes para su consideración en un escenario de argumentación. La función de disponibilidad está definida para cada argumento en forma independiente. En el Capítulo 6 se presentó con detalle la representación del tiempo que se utilizará en este primer formalismo argumentativo. De acuerdo a lo presentado allí, el tiempo se presentará con intervalos cerrados para el caso discreto, si bien en general los intervalos pueden definirse como abiertos (no incluye los extremos de definición del intervalo), cerrados (incluye los extremos) o mixtos (incluye uno de los extremos, pero no ambos).

La definición formal de la función de disponibilidad necesaria para modificar los marcos argumentales atemporales puede entonces observarse en la Definición 7.1.1.

Definición 7.1.1 (Función de disponibilidad) *La función de disponibilidad de argumentos denotada como* $\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}$ *se define como:*

$$\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}} : Args \rightarrow [a, b] \text{ con } a, b \in \mathbb{Z} \cup \{-\infty, \infty\},$$

La función $\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{A})$ es la restricción temporal del argumento $\mathcal{A}$. Su significado intuitivo está dado de la siguiente manera.

- $\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{A}) = (-\infty, \infty)$ denota que $\mathcal{A}$ es siempre relevante o está siempre disponible.
- $\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{A}) = [i, \infty)$ denota que el argumento $\mathcal{A}$ es relevante o está disponible desde el momento i en adelante (incluyendo i).
- $\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{A}) = (-\infty, i]$ denota que el argumento $\mathcal{A}$ está disponible hasta el momento i (incluyendo i).
- $\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{A}) = [i, j]$ con $i < j$, denota que $\mathcal{A}$ está disponible desde el momento i hasta el momento j (incluyendo i y j).
- $\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{A}) = [i, i]$ denota que el argumento $\mathcal{A}$ es sólo relevante en el momento i o está sólo disponible en ese momento.

Considérense, $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$, $\mathcal{C}$, $\mathcal{D}$, cuatro argumentos. La función de disponibilidad de los mismos está definida como:

$$\begin{aligned}
\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{A}) &= [4, 50] \\
\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{B}) &= [25, 80] \\
\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{C}) &= [-10, 10] \\
\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{D}) &= [-10, -10]
\end{aligned}$$

El *mapa* temporal del framework se observa en la Figura 7.1. Se puede notar que en el período $[25, 50]$ están disponibles los argumentos $\mathcal{A}$ y $\mathcal{B}$, mientras que en el período $[51, 80]$ sólo está disponible el argumento $\mathcal{B}$. De la misma manera, en el período $[-9, 3]$ sólo está disponible $\mathcal{C}$, así como en $[4, 10]$ están disponibles $\mathcal{A}$ y $\mathcal{C}$ y en el intervalo $[-10, -10]$ lo están $\mathcal{C}$ y $\mathcal{D}$. Es importante remarcar que la representación elegida referencia intervalos, pero un intervalo cerrado donde sus puntos de definición coinciden es equivalente a un punto o momento de tiempo. De esta manera, cuando hablamos del intervalo $[-10, -10]$ se indica que se está hablando del momento -10.

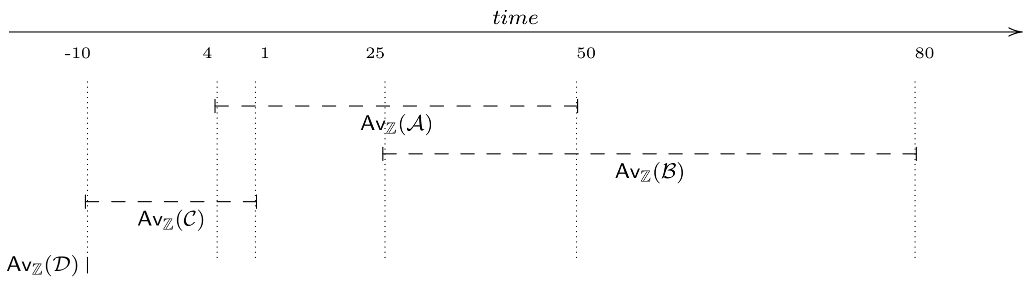


Figura 7.1: Ejemplo de disponibilidad de argumentos

Alternativamente considérese otra distribución de disponibilidades, como la indicada a continuación:

$$\begin{aligned}
\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{A}) &= [4, \infty) \\
\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{B}) &= [25, 80] \\
\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{C}) &= [-\infty, 10] \\
\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{D}) &= [-\infty, \infty]
\end{aligned}$$

En este caso $\mathcal{A}$ comienza a estar disponible desde el momento 4 y se mantiene en ese status desde ahí en adelante. El argumento $\mathcal{D}$ siempre está disponible. La situación de cómo se mantiene la disponibilidad puede observarse en la Figura 7.2. En este caso, como el argumento $\mathcal{D}$ está disponible en todos los momentos de tiempo, cualquier otro argumento compartirá su disponibilidad con él. Así, por ejemplo, en el intervalo $[25, 80]$ los argumentos disponibles son $\mathcal{B}$, $\mathcal{A}$ y $\mathcal{D}$; el único no disponible es $\mathcal{C}$ ya que de acuerdo a su función de disponibilidad deja de estar accesible en el momento 10.

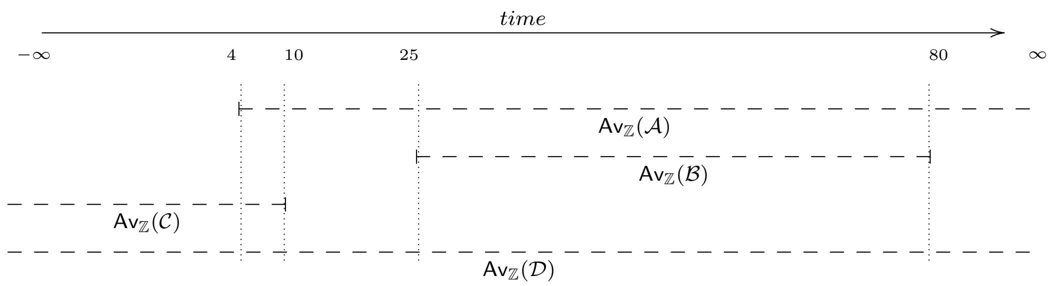


Figura 7.2: Ejemplo de disponibilidad de argumentos (2)

En la siguiente Sección se definirá el marco argumental que utiliza las nociones de disponibilidad recién definidas.

7.2. Marco argumental temporal discreto

Un framework o marco argumental temporal tendrá las mismas primitivas que los marcos argumentales no temporales, *i.e.*, constará de un conjunto de argumentos y una noción de ataque definida sobre ese conjunto aunque los argumentos tendrán una cierta disponibilidad o relevancia. En la sección anterior se definió la función de *disponibilidad temporal* para argumentos, (Definición 7.1.1), mientras que en la Sección 6.1 se puede observar la definición de la representación temporal vinculada. De ahora en más se utilizará el término framework a la hora de referenciar a los marcos argumentales por considerarse que este término resume mejor su significado.

El framework para argumentación abstracta temporal, se notará como $TAF_\mathbb{Z}$. El nombre TAF proviene de *Timed Argumentation Framework*. La mención al conjunto de los números enteros $\mathbb{Z}$ en el nombre está relacionada a la granularidad del tiempo utilizada. La representación del tiempo es discreta y, por lo tanto, isomorfa a los números enteros.

Definición 7.2.1 (Framework $TAF_\mathbb{Z}$) *Un framework para argumentación abstracta temporal ($TAF_\mathbb{Z}$) es una terna $\langle Args, Atts, \mathsf{Av}_\mathbb{Z}\rangle$ donde $Args$ es un conjunto de argumentos, $Atts$ es una relación binaria definida sobre $Args$ y $\mathsf{Av}_\mathbb{Z}$ es la función de disponibilidad* *definida para argumentos.*

El Ejemplo 7.2.1 muestra un framework muy simple. El mismo cuenta con tres argumentos y dos ataques. Los argumentos tienen su disponibilidad definida mediante la función $\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}$, mientras que los ataques tienen una disponibilidad limitada por la disponibilidad de los argumentos que intervienen en la relación de ataque, como se analizará más adelante.

Ejemplo 7.2.1 *La terna* $\langle Args, Atts, \mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}\rangle$*, con* $Args = \{\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}\}$*,* $Atts = \{(\mathcal{B}, \mathcal{A}), (\mathcal{C}, \mathcal{B})\}$ *y la función de disponibilidad* $\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}$ *definida de la siguiente manera:*

$Args$	$\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}$
$\mathcal{A}$	$[0, 20]$
$\mathcal{B}$	$[10, 20]$
$\mathcal{C}$	$[5, 25]$

es un framework de argumentación abstracta temporal.

Los frameworks pueden ser representados en forma gráfica, utilizando un digrafo donde los nodos representan a los argumentos y los arcos representan las relaciones de ataque. Existirá un arco desde el argumento $\mathcal{X}$ hasta el argumento $\mathcal{Y}$ si existe una relación de ataque $(\mathcal{X}, \mathcal{Y}) \in Atts$. La representación incluye la función de disponibilidad para cada argumento, como una referencia gráfica de la función $\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}$. Muestra básicamente la evolución del framework en el tiempo. Los startpoints y endpoints de cada intervalo son marcados con líneas verticales, a excepción de $-\infty$ y ∞. En general, en el gráfico sólo aparecen marcados los momentos de tiempo (time-points) más relevantes. Así el framework del Ejemplos 7.2.1 se puede representar como se muestra en la Figura 7.3. A lo largo de este trabajo de tesis se trabajará indistintamente con el grafo y la definición, introduciéndose muchas veces un framework nuevo sólo a través de su representación gráfica.

Los ejemplos 7.2.2 y 7.2.3 muestran diferentes frameworks y sus correspondientes grafos.

Ejemplo 7.2.2 *La terna* $\langle Args, Atts, \mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}\rangle$*, con* $Args = \{\mathcal{A}, \mathcal{B}\}$*,* $Atts = \{(\mathcal{B}, \mathcal{A})\}$ *la función de disponibilidad* $\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}$ *definida de la siguiente manera:*

$Args$	$\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}$
$\mathcal{A}$	$[0, 15]$
$\mathcal{B}$	$[20, 30]$

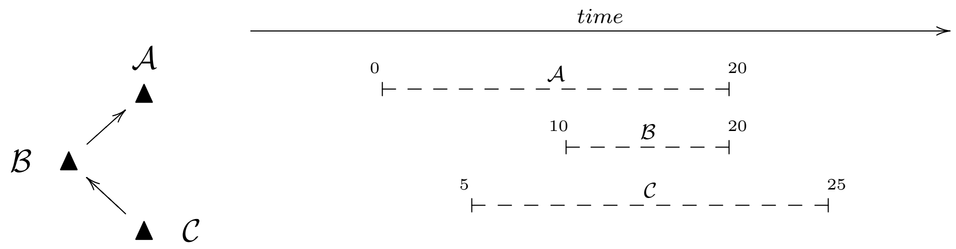


Figura 7.3: Framework del Ejemplo 7.2.1

es un framework de argumentación abstracta temporal.

La Figura 7.4 muestra la representación del framework del Ejemplo 7.2.2.

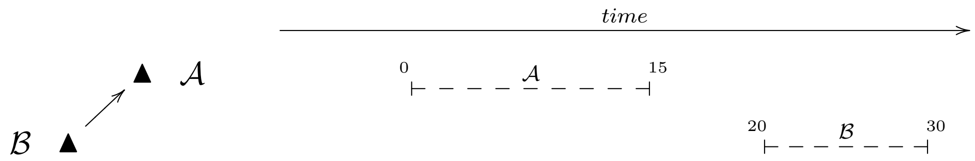


Figura 7.4: Framework del Ejemplo 7.2.2

Ejemplo 7.2.3 *La terna* $\langle Args, Atts, \mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}\rangle$, *con* $Args = \{\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}, \mathcal{D}, \mathcal{E}, \mathcal{F}, \mathcal{G}, \mathcal{H}, \mathcal{I}\}$, $Atts = \{(\mathcal{B}, \mathcal{A}), (\mathcal{C}, \mathcal{A}), (\mathcal{C}, \mathcal{B}), (\mathcal{D}, \mathcal{C}), (\mathcal{E}, \mathcal{B}), (\mathcal{F}, \mathcal{E}), (\mathcal{G}, \mathcal{F}), (\mathcal{H}, \mathcal{F}), (\mathcal{A}, \mathcal{I})\}$ *y la función de disponibilidad* $\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}$ *definida de la siguiente manera:*

$Args$	$\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}$	$Args$	$\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}$
$\mathcal{A}$	$[5, 20]$	$\mathcal{B}$	$[10, 20]$
$\mathcal{C}$	$(-\infty, 7]$	$\mathcal{D}$	$(-\infty, \infty)$
$\mathcal{E}$	$[7, 50]$	$\mathcal{F}$	$(-\infty, 15]$
$\mathcal{G}$	$[0, 12]$	$\mathcal{H}$	$[13, \infty)$
$\mathcal{I}$	$[22, \infty)$		

es un framework de argumentación abstracta temporal.

Aquellos sistemas en los cuales la consideración de la restricción del tiempo es superflua se pueden considerar equivalentes a un framework atemporal. En el caso particular de los framework $TAF_{\mathbb{Z}}$ resultarán equivalentes al framework de Dung. Por lo tanto, se pueden establecer las siguientes observaciones que clarifican la vinculación entre los dos formalismos.

Observación 7.2.1 *Sea $\langle Args, Atts\rangle$ un AF (marco argumental de Dung) y sea $\langle Args, Atts, \mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}\rangle$ un $TAF_{\mathbb{Z}}$.*

$$\textit{Si } \forall_{\mathcal{X}} \mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{X}) = (-\infty, \infty) \textit{ entonces } \langle Args, Atts, \mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}\rangle \equiv \langle Args, Atts\rangle.$$

La observación anterior se puede particularizar, ya que también resulta equivalente en caso de que todos los argumentos se encuentren disponibles en el mismo intervalo, aunque en este contexto la diferencia se aprecia en el significado.

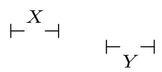
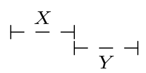
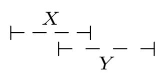
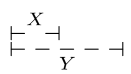
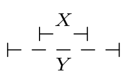
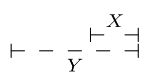
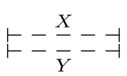
Observación 7.2.2 *Sea $\langle Args, Atts\rangle$ un AF (marco argumental de Dung) y sea $\langle Args, Atts, \mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}\rangle$ un $TAF_{\mathbb{Z}}$.*

$$\textit{Si existe un intervalo } I \textit{ tal que } \forall_{\mathcal{X}} \mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{X}) = I \textit{ entonces } \langle Args, Atts, \mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}\rangle \equiv \langle Args, Atts\rangle.$$

La disponibilidad de los argumentos supone una restricción temporal sobre ellos. De esta manera, el ataque a un argumento puede sólo ocurrir si ambos, el atacante y el atacado, están disponibles. Expresado de otra manera, un ataque entre dos argumentos puede estar *asequible* (o *attainable* en Inglés) bajo ciertas condiciones. Como no existe ninguna limitación en la definición de los frameworks con respecto al período de tiempo que se asocia a un argumento podría ocurrir que los argumentos del framework no compartan espacio temporal, como se muestra en el framework del Ejemplo 7.2.2. Allí, se puede observar que los argumentos $\mathcal{A}$ y $\mathcal{B}$ no comparten ningún momento de disponibilidad, *i.e.*, la intersección de sus intervalos de disponibilidad da vacío; por lo tanto, a pesar de existir un ataque definido entre ambos el mismo no está asequible en ningún momento.

Los *ataques asequibles* son aquellos ataques que pueden eventualmente ocurrir en algún período de tiempo, *i.e.*, ambos participantes comparten espacio temporal. De esta manera, en el framework del Ejemplo 7.2.1 el ataque del argumento $\mathcal{B}$ al argumento $\mathcal{A}$ resulta asequible porque hay un período de tiempo en el cual ambos argumentos están disponibles. Lo mismo sucede con el ataque del argumento $\mathcal{C}$ a $\mathcal{B}$ pues el argumento $\mathcal{C}$ está disponible sobre todo el período $\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(ArgB)$. Este hecho puede observarse en la Figura 7.3 que muestra gráficamente el framework definido en el ejemplo mencionado. En el framework de la Figura 7.4 se puede observar que no hay ningún ataque asequible. Esto se debe a que el atacante y el atacado nunca están disponibles al mismo tiempo. Es posible concluir entonces que, para que un ataque sea asequible, los dos argumentos involucrados en la relación de ataque deben estar disponibles.

Para poder formalizar esta noción, se utilizaran las relaciones entre intervalos presentadas en el Capítulo 6. Por comodidad para el lector se replicará la tabla que muestra las mismas a continuación, reformuladas para tiempo discreto:

Relación métrica	*Símbolo*	*Ejemplo*	*Relación de endpoints requerida*
X Before Y	ⓑ		$X^+ < Y^-$
X Meets Y	ⓜ		$X^+ + 1 = Y^-$
X Overlaps Y	ⓞ		$X^- < Y^-$, $X^+ > Y^-$
X Starts Y	ⓢ		$X^- = Y^-$, $X^+ < Y^+$
X During Y	ⓓ		$X^- > Y^-$, $X^+ < Y^+$
X Finishes Y	ⓕ		$X^+ = Y^+$, $X^- > Y^-$
X Equal Y	ⓔ		$X^- = Y^-$, $X^+ = Y^+$

La noción de ataque asequible se define formalmente en la Definición 7.2.2.

Definición 7.2.2 (Ataque asequible) *Sea $\Phi = \langle Args, Atts, \mathsf{Av}_{\mathbb{Z}} \rangle$ un $TAF_{\mathbb{Z}}$, y sea $\mathcal{A}, \mathcal{B} \subseteq Args$ tales que $(\mathcal{B}, \mathcal{A}) \in Atts$. El ataque $(\mathcal{B}, \mathcal{A})$ se dice que es asequible si se verifica una de las siguientes condiciones:*

- $\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{A})\ R\ \mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{B})$, *siendo* $R \in \{$ⓢ, ⓓ, ⓕ, ⓞ, ⓔ$\}$.
- $\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{B})\ R\ \mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{A})$, *siendo* $R \in \{$ⓢ, ⓓ, ⓕ, ⓞ$\}$.

Se puede decir que el ataque es asequible en $\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{A}) \cap \mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{B})$.

Asegurar que la intersección de los intervalos de disponibilidad no es vacía, es otra manera de garantizar que el ataque es asequible.

En el $TAF_{\mathbb{Z}}$ del Ejemplo 7.2.2 no hay ataques asequibles. De hecho en este framework solo hay un ataque $(\mathcal{B}, \mathcal{A})$ y $\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{A})\textcircled{b}\,\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{B})$, *i.e.*, $\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{A}) \cap \mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{B}) = [0, 15] \cap [20, 30] = \emptyset$. En el $TAF_{\mathbb{Z}}$ del Ejemplo 7.2.1 los ataques $(\mathcal{B}, \mathcal{A})$ y $(\mathcal{C}, \mathcal{B})$ son asequibles ya que $\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{B})\textcircled{f}\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{A})$ y $\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{B})\textcircled{d}\,\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{C})$, *i.e.*, $\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{B}) \cap \mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{A}) \neq [\,]$, $\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{C}) \cap \mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{B}) \neq [\,]$. De hecho $\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{B}) \cap \mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{A}) = [10, 20] \cap [0, 20] = [10, 20]$ y $\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{C}) \cap \mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{B}) = [5, 25] \cap [10, 20] = [10, 20]$. Por último, en el $TAF_{\mathbb{Z}}$ del Ejemplo 7.2.3 que se observa en la Figura 7.5, los ataques $(\mathcal{E}, \mathcal{B})$ y $(\mathcal{H}, \mathcal{F})$ son asequibles en el framework. El ataque $(\mathcal{E}, \mathcal{B})$ es asequible dado que $\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{B})\textcircled{d}\ \mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{E})$. El ataque $(\mathcal{H}, \mathcal{F})$ también es asequible dado que $\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{F})\textcircled{o}\ \mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{H})$ en $[13, 15]$. Claramente la intersección entre los intervalos de disponibilidad es no vacía en ambos casos. Siguiendo la misma línea de razonamiento, el ataque $(\mathcal{B}, \mathcal{A})$ es asequible en $[10, 20]$, $(\mathcal{C}, \mathcal{A})$ en $[5, 7]$, $(\mathcal{D}, \mathcal{C})$ en $\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{C})$, $(\mathcal{F}, \mathcal{E})$ en $[7, 15]$, y $(\mathcal{G}, \mathcal{F})$ en $\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{G})$. Por otra parte, el ataque $(\mathcal{C}, \mathcal{B})$ no es asequible, dado que $\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{C})\textcircled{b}\,\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{B})$. Se puede observar claramente que $\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{C})\ \cap\ \mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{B}) = \emptyset$. Lo mismo se aplica para el ataque $(\mathcal{A}, \mathcal{I})$. Para estos dos últimos ataques la explicación intuitiva de por qué resultan no asequibles es que los argumentos involucrados jamás están disponibles al mismo tiempo.

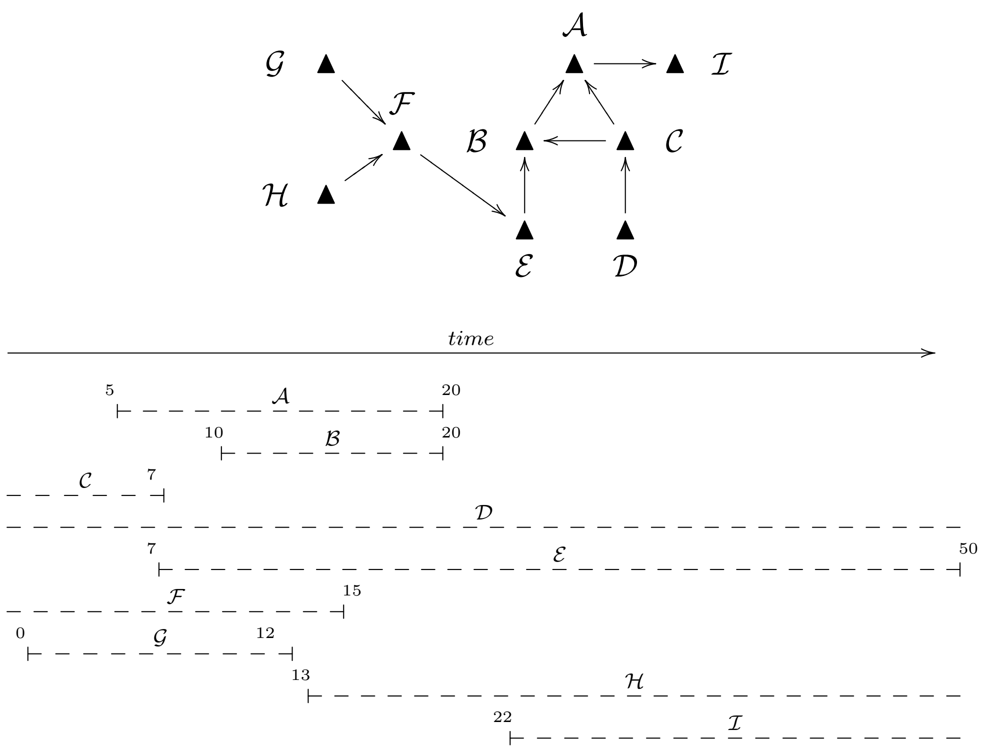


Figura 7.5: Framework del Ejemplo 7.2.3

Definición 7.2.3 (Conjunto de ataques asequibles) *Sea Φ un $TAF_{\mathbb{Z}}$, el conjunto de todos los ataques asequibles en el framework Φ, denotado como $\mathsf{AttAtts}_\Phi$ se define como*

$$\mathsf{AttAtts}_\Phi = \{(\mathcal{B},\mathcal{A}) : (\mathcal{B},\mathcal{A}) \in Atts \text{ y es un ataque asequible}\}$$

Siguiendo esta idea se podrían definir conjuntos que estén formados por todos los ataques asequibles en un momento de tiempo particular o en un intervalo de tiempo de interés.

Definición 7.2.4 (Ataque asequible en el momento i) *Sea $\Phi = \langle Args, Atts, \mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}\rangle$ un $TAF_{\mathbb{Z}}$, y sea $\mathcal{A},\mathcal{B} \in Args$ tales que $(\mathcal{A},\mathcal{B}) \in Atts$. El ataque $(\mathcal{A},\mathcal{B})$ se dice que es asequible en un momento i si $i \in \mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{A}) \cap \mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{B})$.*

El conjunto de ataques asequibles de Φ en un momento i se denotará $\mathsf{AttAtts}_\Phi(i)$.

A modo de ejemplo, se puede tener en cuenta el framework de la Figura 7.5. El conjunto $\mathsf{AttAtts}_\Phi$ es: $\{(\mathcal{B},\mathcal{A}),(\mathcal{C},\mathcal{A}),(\mathcal{D},\mathcal{C}),(\mathcal{E},\mathcal{B}),(\mathcal{F},\mathcal{E}),(\mathcal{G},\mathcal{F}),(\mathcal{H},\mathcal{F})\}$, mientras que el conjunto de ataques asequibles al momento $i = 13$ es $\mathsf{AttAtts}_\Phi(13) = \{(\mathcal{B},\mathcal{A}),(\mathcal{E},\mathcal{B}),(\mathcal{F},\mathcal{E}),(\mathcal{H},\mathcal{F})\}$.

Previamente se indicó la necesidad de definir el conjunto de ataques asequibles de Φ en un intervalo I. Para poder construirlo es necesario definir cuándo un ataque resulta asequible en un intervalo de tiempo determinado.

Definición 7.2.5 (Ataque asequible en el intervalo I) *Sea $\Phi = \langle Args, Atts, \mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}\rangle$ un $TAF_{\mathbb{Z}}$, y sea $\mathcal{A},\mathcal{B} \subseteq Args$ tales que $(\mathcal{B},\mathcal{A}) \in Atts$. El ataque $(\mathcal{B},\mathcal{A})$ se dice que está asequible en I si: $I \cap \mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{A}) \neq [\ ]$ y se verifica una de las siguientes condiciones:*

- *$I \cap \mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{A})\ R\ \mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{B})$, con $R \in \{ⓢ, ⓓ, ⓕ, ⓞ, ⓔ\}$*
- *$\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{B})\ R\ I \cap \mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{A})$, con $R \in \{ⓢ, ⓓ, ⓕ, ⓞ\}$*

El conjunto de ataques asequibles de Φ en un intervalo I se denotará $\mathsf{AttAtts}_\Phi^I$.

Intuitivamente los ataques asequibles en el intervalo I son aquellos ataques $(\mathcal{A},\mathcal{B}) \in Atts$ que son asequibles y cuyo período de asequibilidad incluye al intervalo I, *i.e.*$I \cap \mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{A}) \cap \mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{B}) \neq \emptyset$. Considere el framework de argumentación temporal de la Figura 7.5. Ya fue mencionado que el conjunto $\mathsf{AttAtts}_\Phi$ es: $\{(\mathcal{B},\mathcal{A})$, $(\mathcal{C},\mathcal{A})$, $(\mathcal{D},\mathcal{C})$, $(\mathcal{E},\mathcal{B})$, $(\mathcal{F},\mathcal{E})$, $(\mathcal{G},\mathcal{F})$, $(\mathcal{H},\mathcal{F})\}$. El conjunto de ataques asequibles en $[5,9]$ será un subconjunto de $\mathsf{AttAtts}_\Phi$, en este caso $\mathsf{AttAtts}_\Phi^{[5,9]}$ es $\{(\mathcal{C},\mathcal{A}),(\mathcal{D},\mathcal{C}),(\mathcal{F},\mathcal{E}),(\mathcal{G},\mathcal{F})\}$. Se puede observar que el ataque $(\mathcal{B},\mathcal{A})$ está en $\mathsf{AttAtts}_\Phi$ pero no en $\mathsf{AttAtts}_\Phi^{[5,9]}$, dado que $[5,9] \cap \mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{A}) = [5,9]$ y

$[5,9]\textcircled{b}\,\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{B})$. El ataque $(\mathcal{F},\mathcal{E})$ está en $\mathsf{AttAtts}_{\Phi}$ y también está en $\mathsf{AttAtts}_{\Phi}^{[5,9]}$, ya que $[5,9] \cap \mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{E}) = [7,9]$ y $[7,9]\textcircled{d}\,\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{B})$.

Puede notarse que la Definición 7.2.4 puede ser reformulada en términos de asequibilidad en intervalos.

Observación 7.2.3 *El conjunto de ataques asequibles de* Φ *en un momento* i, $\mathsf{AttAtts}_{\Phi}(i)$, *puede definirse como* $\mathsf{AttAtts}_{\Phi}(i) = \mathsf{AttAtts}_{\Phi}^{[i,i]}$.

Dado que existen ataques asequibles y otros que no, en la siguiente sección se formalizarán las nociones de ataque y defensa. En el contexto temporal en el que ahora se encuentran los argumentos no sólo resulta relevante si hay un ataque entre los argumentos sino *cuándo* el ataque es asequible.

7.3. Las nociones de ataque y defensa

Como los ataques pueden ocurrir sólo en períodos de tiempo (en los cuales los participantes están disponibles), la defensa de los argumentos es también ocasional. Esto se debe a que las defensas son resultado de que los atacantes sean a su vez atacados, *i.e.*, el argumento original recibe una defensa contra el ataque.

Considérese el framework de la Figura 7.6. En él se puede observar que en el momento 18 el argumento $\mathcal{A}$ resulta defendido por el argumento $\mathcal{C}$, ya que los ataques $(\mathcal{B},\mathcal{A})$ y $(\mathcal{C},\mathcal{B})$ pertenecen a $\mathsf{AttAtts}_{\Phi}(18)$, es decir, ambos son asequibles en ese momento. Por otro lado, el argumento $\mathcal{A}$ no resulta defendido en el momento 12 ya que en ese momento el ataque $(\mathcal{B},\mathcal{A})$ es un ataque asequible y no hay ningún ataque asequible contra $\mathcal{B}$ en ese momento. Por último en el momento 5 el argumento $\mathcal{A}$ no es atacado por ningún argumento.

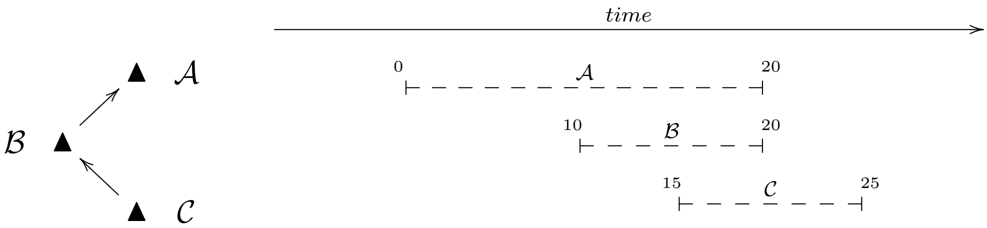


Figura 7.6: Framework $TAF_{\mathbb{Z}}$ para mostrar defensas simples

Durante el transcurso del tiempo, entonces, el mismo argumento puede:

- no ser atacado.
- ser atacado.
- ser atacado y defendido.

De esta manera, resulta fácil analizar la defensa sobre momentos de tiempo particulares, dado que los ataques están simplemente disponibles o no en ese punto de la estructura temporal y, por lo tanto, el argumento puede o no estar defendido. Sin embargo, cuando se expande el análisis sobre dominios temporales más amplios la situación se vuelve más compleja, dado que las defensas pueden ocurrir y alternarse esporádicamente. Un argumento debería considerarse defendido si tiene defensores durante todo el período de disponibilidad. Por ejemplo, un argumento $\mathcal{A}$ pude ser defendido por un argumento $\mathcal{X}$ en la primera parte del intervalo de tiempo donde necesita ser defendido, pero sin cubrirlo completamente, y luego es defendido por un argumento $\mathcal{Y}$ en la segunda mitad. A pesar de que $\mathcal{X}$ no es capaz de proveer una defensa completa al argumento $\mathcal{A}$, igualmente $\mathcal{A}$ resulta defendido mientras está disponible. Esta situación puede observarse en el framework de la Figura 7.7. El argumento $\mathcal{A}$ está defendido en el período $[10, 20]$, que es el espacio temporal donde está siendo atacado por $\mathcal{B}$, primero por $\mathcal{D}$ en $[10, 15]$ y luego por $\mathcal{C}$ en $[15, 20]$. Ninguno de los dos en forma independiente puede defender a $\mathcal{A}$ en todo el período, pero entre ambos cubren el período donde el argumento necesita defensa. En el framework de la Figura 7.6, el argumento $\mathcal{A}$ no resulta defendido en el período $[10, 20]$ ya que si bien $\mathcal{C}$ le provee defensa, la misma no cubre todo el período donde la necesita. La defensa tiene lugar en el intervalo $[15, 20]$, lo que deja al intervalo $[10, 14]$ como período en el cual $\mathcal{A}$ es atacado y sin defensas.

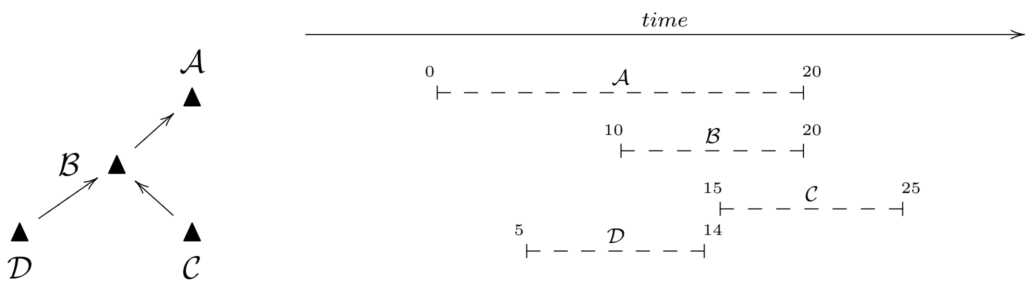


Figura 7.7: Framework $TAF_{\mathbb{Z}}$ con defensas parciales

A fin de definir la noción de defensa de argumentos en argumentación abstracta temporal, es necesario definir *cuándo* un argumento es *amenazado* por otro. De esta manera, será posible determinar qué defensas son aseguradas sobre ese intervalo. El intervalo de tiempo en el cuál el ataque está asequible o *activo*, depende de los intervalos de disponibilidad de los argumentos involucrados en la relación de ataque. De esta manera, el período de tiempo donde el argumento es amenazado termina siendo siempre un subintervalo de su intervalo de disponibilidad. El intervalo de amenaza es de hecho un subintervalo de los intervalos de disponibilidad de ambos participantes.

Definición 7.3.1 (Argumento amenazado) *Sea* $\Phi = \langle Args, Atts, \mathsf{Av}_{\mathbb{Z}} \rangle$ *un* $TAF_{\mathbb{Z}}$*, y sea* $\mathcal{A} \in Args$*. El argumento* $\mathcal{A}$ *es un argumento amenazado si existe al menos un argumento* $\mathcal{B}$*, tal que* $\mathcal{B}$ *es un atacante de* $\mathcal{A}$ *y* $(\mathcal{B}, \mathcal{A}) \in \mathsf{AttAtts}_{\Phi}$*.*

Claramente para que un argumento resulte amenazado debe ser atacado por al menos un argumento y que ese ataque sea posible (asequible) en algún momento de tiempo. En el framework de la Figura 7.7 se puede concluir que $\mathcal{A}$ es un argumento amenazado, y en este caso existe solo un argumento que lo amenaza, $\mathcal{B}$. Por otra parte, los argumentos $\mathcal{C}$ y $\mathcal{D}$ no están amenazados, ya que ninguno de los dos es atacado. Finalmente $\mathcal{B}$ sufre dos ataques asequibles por lo que también resulta un argumento amenazado.

Observación 7.3.1 *Sea* $TAF_{\mathbb{Z}} = \langle Args, Atts, \mathsf{Av}_{\mathbb{Z}} \rangle$*, se puede afirmar que un argumento,* $\mathcal{A} \in Args$*,* $\mathcal{A}$ *resultará no amenazado si para todo* $\mathcal{B} \in Args$ *tal que* $(\mathcal{B}, \mathcal{A}) \in Atts$ *se cumple una de las siguientes condiciones:*

- $\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{B})\ R\ \mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{A})$ *con* $R \in \{ⓑ, ⓜ\}$.
- $\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{A})\ R\ \mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{B})$ *con* $R \in \{ⓑ, ⓜ\}$.

El argumento $\mathcal{A}$ del framework de la Figura 7.8 resulta no-amenazado a pesar de estar involucrado en una relación de ataque. Esto se debe a que $\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{A})$ⓑ$\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{B})$, $[0,5]$ⓑ$[7,10]$. De la misma manera, el argumento $\mathcal{B}$ también resulta no amenazado a pesar de sufrir el ataque de $\mathcal{C}$. En este caso la situación del argumento $\mathcal{B}$ queda establecida por la condición $\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{C})$ⓜ$\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{B})$, $[4,6]$ⓜ$[7,10]$. Si el argumento resulta amenazado, es necesario determinar el período de tiempo donde esto ocurre y cuál es el argumento responsable de la amenaza, ya que el período puede llegar a ser diferente para cada amenaza posible. Esto es lo que sucede en el caso del argumento $\mathcal{B}$ del framework de la Figura 7.7, que tiene un período de ataque diferente para cada uno de sus dos atacantes, $[15,20]$ para el caso de $\mathcal{C}$ y $[10,14]$ para el ataque de $\mathcal{D}$. Teniendo en cuenta que las defensas dependerán tanto

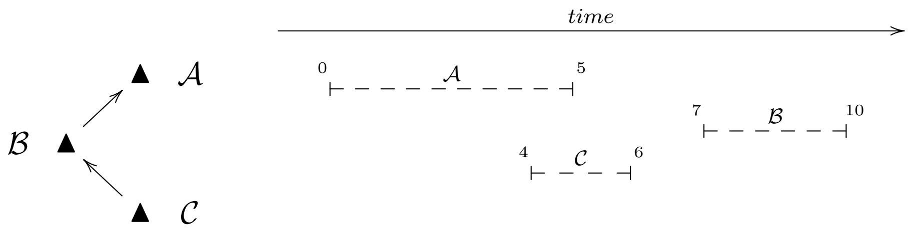


Figura 7.8: Framework $TAF_{\mathbb{Z}}$ con argumentos no amenazados

de quién es el atacante como de cuando éste ocurre, es necesario formalizar la noción de *intervalo de amenaza.*

Definición 7.3.2 (Intervalo de amenaza) *Sea* $\Phi = \langle Args, Atts, \mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}\rangle$ *un* $TAF_{\mathbb{Z}}$*, y sean* $\mathcal{A}, \mathcal{B} \in Args$ *tales que* $(\mathcal{B}, \mathcal{A}) \in \mathsf{AttAtts}_{\Phi}$*. El intervalo de amenaza de* $\mathcal{B}$ *a* $\mathcal{A}$*, denotado como* $\tau_{\mathcal{B}}^{\mathcal{A}}$*, se define como:*

- $\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{A})$ *: si* $\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{A})\ R\ \mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{B})$ *y* $R \in \{ⓔ, ⓓ, ⓢ, ⓕ\}$.
- $\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{B})$ *: si* $\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{B})\ R\ \mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{A})$ *y* $R \in \{ⓓ, ⓢ, ⓕ\}$.
- $[\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{B})^-, \mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{A})^+]$ *: si* $\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{A}) \circledcirc \mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{B})$.
- $[\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{A})^-, \mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{B})^+]$ *: si* $\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{B}) \circledcirc \mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{A})$.

El intervalo de amenaza es también la intersección de los intervalos de disponibilidad de los argumentos involucrados en la relación de ataque. Luego $\tau_{\mathcal{B}}^{\mathcal{A}} = \mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{A}) \cap \mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{B})$.

El intervalo de amenaza es el período de tiempo en el cual un argumento ataca a otro, y para ello ambos deben estar disponibles. En el framework de la Figura 7.7 se puede observar que el intervalo de amenaza de $\mathcal{B}$ a $\mathcal{A}$, $\tau_{\mathcal{B}}^{\mathcal{A}}$, es $[10, 20] = \mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{B})$ ya que $\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{B})ⓕ\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{A})$, *i.e.*, $[10, 20]ⓕ[0, 20]$. Mientras que $\tau_{\mathcal{C}}^{\mathcal{B}} = [15, 20]$ ya que $\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{B}) \circledcirc \mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{C})$, *i.e.*, $[10, 20] \circledcirc [15, 25]$ y, de acuerdo a la definición, $\tau_{\mathcal{C}}^{\mathcal{B}} = [\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{C})^-, \mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{B})^+] = [15, 20]$.

En el framework del Ejemplo 7.2.3 (Figura 7.5), es posible notar que el argumento $\mathcal{A}$ es un argumento amenazado. El argumento $\mathcal{A}$ tiene dos intervalos de amenaza asociados dado que hay dos ataques que son asequibles que lo afectan, $(\mathcal{B}, \mathcal{A})$ y $(\mathcal{C}, \mathcal{A})$. El intervalo de ataque $\tau_{\mathcal{B}}^{\mathcal{A}}$ es $[10, 20]$ mientras que el correspondiente al ataque de $\mathcal{C}$, $\tau_{\mathcal{C}}^{\mathcal{A}}$, es $[5, 7]$.

La noción de defensa es la base para la aceptabilidad de los argumentos. En los frameworks $TAF_{\mathbb{Z}}$, la defensa ocurre cuando un argumento $\mathcal{X}$ es amenazado por otro argumento, $\mathcal{Y}$, el cual a su vez resulta amenazado por un tercer argumento $\mathcal{Z}$. Este tercer argumento, $\mathcal{Z}$, es un potencial defensor para el primero, $\mathcal{X}$. Se dice que es un potencial defensor ya que el requerimiento de que sea un atacante del argumento que amenaza el argumento de interés, no es condición suficiente, aunque sí necesaria. Para que ese *potencial* defensor se transforme en *auténtico* defensor hay tener en cuenta las restricciones de tiempo. De esta manera $\mathcal{Z}$ debe atacar al argumento $\mathcal{Y}$ *mientras* este argumento ataca a $\mathcal{X}$, *i.e.*, durante su intervalo de amenaza, para poder ser considerado un defensor de $\mathcal{X}$.

Definición 7.3.3 (Intervalo de defensa) *Sea* $\Phi = \langle Args, Atts, \mathsf{Av}_{\mathbb{Z}} \rangle$ *un* $TAF_{\mathbb{Z}}$*, y sean* $\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C} \in Args$ *tales que* $(\mathcal{B}, \mathcal{A}) \in \mathsf{AttAtts}_{\Phi}$ *y* $(\mathcal{C}, \mathcal{B}) \in \mathsf{AttAtts}_{\Phi}$*. El intervalo en el cual* $\mathcal{C}$ *defiende a* $\mathcal{A}$ *contra el ataque de* $\mathcal{B}$*, denotado como* $\delta^{\mathcal{A}}_{\mathcal{CB}}$*, se define como:*

(a) $\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{C})$*: si* $\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{C})\ R\ \tau^{\mathcal{A}}_{\mathcal{B}}$ *y* $R \in \{ⓔ, ⓓ, ⓢ, ⓕ\}$.

(b) $\tau^{\mathcal{A}}_{\mathcal{B}}$*: si* $\tau^{\mathcal{A}}_{\mathcal{B}}\ R\ \mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{C})$ *y* $R \in \{ⓓ, ⓢ, ⓕ\}$.

(c) $[\tau^{\mathcal{A}^-}_{\mathcal{B}}, \mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{C})^+]$*: si* $\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{C})\odot\ \tau^{\mathcal{A}}_{\mathcal{B}}$.

(d) $[\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{C})^-, \tau^{\mathcal{A}^+}_{\mathcal{B}}]$*: si* $\tau^{\mathcal{A}}_{\mathcal{B}}\odot\ \mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{C})$.

(e) [ ]*: en otro caso.*

En el caso (a) el defensor $\mathcal{C}$ no alcanza a cubrir con su disponibilidad todo el intervalo de amenaza por lo que $\mathcal{A}$ resulta defendido del ataque de $\mathcal{B}$ en $\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{C})$. En el caso (b) el argumento $\mathcal{C}$ cubre completamente el intervalo de amenaza, de allí que $\mathcal{A}$ resulte defendido en todo el intervalo de amenaza. Si el intervalos de disponibilidad del posible defensor y el intervalo de amenaza no tienen puntos en común entonces el intervalo de defensa resulta ser el intervalo vacío (caso (e)). El caso más complejo se da cuando estos dos intervalos están en relación $\odot$ (casos (c) y (d)), en cuyo caso el intervalo de defensa es el período común a ambos intervalos. Intuitivamente el intervalo de defensa surge de la intersección de los períodos de disponibilidad de los tres argumentos involucrados, *i.e.*$\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{A}) \cap \mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{B}) \cap \mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{C})$ La Figura 7.9 ejemplifica cada uno de los casos de la definición anterior. El argumento $\mathcal{C}$ es realmente un defensor de $\mathcal{A}$ si el intervalo de defensa que se consigue aplicando la definición anterior no es vacío. Si el intervalo de defensa no alcanza a cubrir todo el intervalo de amenaza, entonces la tarea de defensa no es conseguida en forma completa ya que hay momentos en los cuales la amenaza de $\mathcal{B}$ prevalece.

En el framework de la Figura 7.7 se puede observar que $\mathcal{C}$ defiende a $\mathcal{A}$ de $\mathcal{B}$ en $[15, 20]$ ya que $\tau^{\mathcal{A}}_{\mathcal{B}} \odot \mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{C})$, *i.e.*, $[10, 20] \odot [15, 25]$ y por definición $\delta^{\mathcal{A}}_{\mathcal{CB}} = [\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{C})^-, \tau^{\mathcal{A}^+}_{\mathcal{B}}] = [15, 20]$. De la misma manera, $\mathcal{D}$ defiende a $\mathcal{A}$ de $\mathcal{B}$ en $[10, 14]$, es decir $\delta^{\mathcal{A}}_{\mathcal{DB}} = [\tau^{\mathcal{A}^-}_{\mathcal{B}}, \mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{D})^+] = [10, 14]$, ya que $\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{D}) \odot \tau^{\mathcal{A}}_{\mathcal{B}}$ $([5, 15] \odot [20, 30])$.

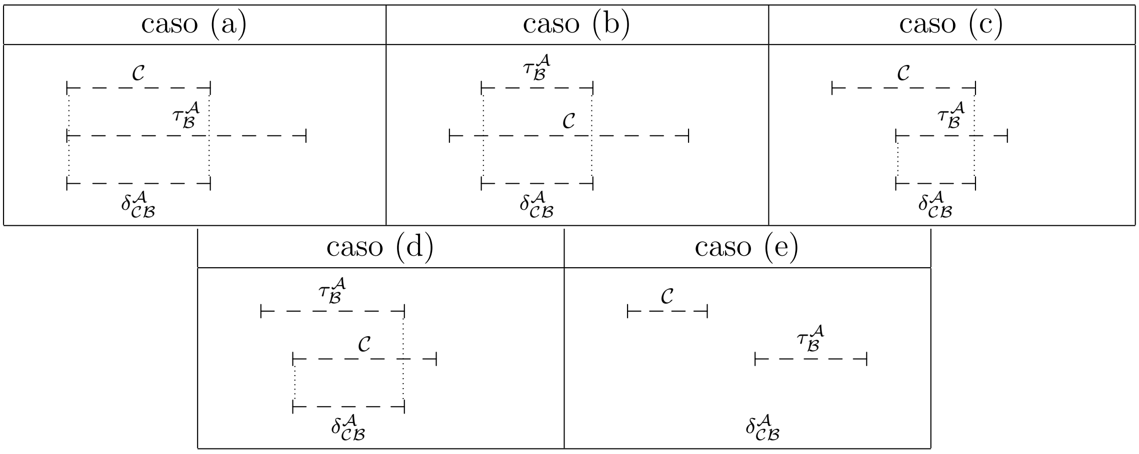


Figura 7.9: Casos de la Definición 7.3.3

Para que un argumento se considere defensor de otro frente a un ataque particular, es necesario que provea efectivamente defensa en algún momento, es decir, su intervalo de disponibilidad debe coincidir con el intervalo de ataque en al menos un punto.

Definición 7.3.4 (Defensor) *Sea* $\Phi = \langle Args, Atts, \mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}\rangle$ *un* $TAF_{\mathbb{Z}}$*, y sean* $\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C} \in Args$ *tales que* $(\mathcal{B}, \mathcal{A}) \in \mathsf{AttAtts}_{\Phi}$ *y* $(\mathcal{C}, \mathcal{B}) \in \mathsf{AttAtts}_{\Phi}$*. El argumento* $\mathcal{C}$ *es un defensor de* $\mathcal{A}$ *frente al ataque de* $\mathcal{B}$ *si* $\delta^{\mathcal{A}}_{\mathcal{CB}} \neq [\,]$.

Tanto $\mathcal{C}$ como $\mathcal{D}$ resultan ser defensores de $\mathcal{A}$ contra el ataque de $\mathcal{B}$ ya que sus intervalos de defensa no son vacíos. Pero ninguno en forma independiente logra defender a $\mathcal{A}$ en todo el período de amenaza. Se puede entonces catalogar a los defensores de manera de saber si pueden por sí solos completar la defensa en todo el período de ataque o no.

Definición 7.3.5 (Defensores completos y parciales) *Si* $\mathcal{C}$ *es un argumento defensor de* $\mathcal{A}$ *ante el ataque de* $\mathcal{B}$*, se dirá que el mismo es un defensor completo si se cumple que:* $\delta^{\mathcal{A}}_{\mathcal{CB}} \textcircled{e}\ \tau^{\mathcal{A}}_{\mathcal{B}}$*; de otro modo, se dirá que es un defensor parcial.*

De acuerdo a la Definición 7.3.5 los argumentos $\mathcal{C}$ y $\mathcal{D}$ del framework de la Figura 7.7 son defensores parciales, ya que no se verifica que $\delta^{\mathcal{A}}_{\mathcal{CB}} \textcircled{e}\ \tau^{\mathcal{A}}_{\mathcal{B}}$, esto es $[15, 20] \textcircled{e} [10, 20]$ es falso. De la misma manera, tampoco se verifica $\delta^{\mathcal{A}}_{\mathcal{DB}} \textcircled{e}\ \tau^{\mathcal{A}}_{\mathcal{B}}$, *i.e.*, $[10, 14] \textcircled{e} [10, 20]$ es falso.

Si se considera el framework de la Figura 7.5, el argumento $\mathcal{D}$ es un defensor completo de $\mathcal{A}$ bajo la amenaza de $\mathcal{C}$, dado que $\tau^{\mathcal{A}}_{\mathcal{C}} = [5, 7] = \delta^{\mathcal{A}}_{\mathcal{DC}}$. El argumento $\mathcal{G}$ es un defensor parcial del argumento $\mathcal{E}$, teniendo en cuenta el ataque al que lo somete $\mathcal{F}$, debido a que

$\tau^{\mathcal{E}}_{\mathcal{F}} = [5, 15]$ y $\delta^{\mathcal{E}}_{\mathcal{GF}} = [5, 12]$, la relación que se da entre ambos intervalos es entonces, $\delta^{\mathcal{E}}_{\mathcal{GF}} ⓓ \tau^{\mathcal{E}}_{\mathcal{F}}$. Claramente en este caso hay defensa porque la intersección no es vacía, pero la misma falla en proveer defensa en todo el intervalo de amenaza.

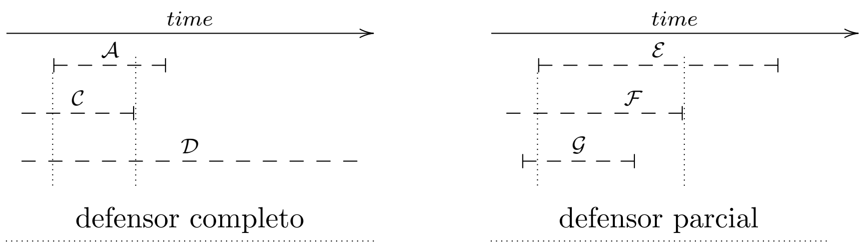


Figura 7.10: Defensores completos y parciales en el Ejemplo 7.2.3

Una vez que se puede determinar si un argumento es un defensor contra un ataque, es posible determinar el conjunto de todos los defensores con los que cuenta el argumento objeto del ataque.

Definición 7.3.6 (Conjunto de defensores) *Sea $\Phi = \langle Args, Atts, \mathsf{Av}_{\mathbb{Z}} \rangle$ una framework de argumentación temporal, $TAF_{\mathbb{Z}}$, y sean $\mathcal{A}, \mathcal{B} \in Args$ tales que $(\mathcal{B}, \mathcal{A}) \in \mathsf{AttAtts}_{\Phi}$. El conjunto de todos los defensores de $\mathcal{A}$ contra $\mathcal{B}$ se define de la siguiente manera: $\mathsf{Df}(\mathcal{A}, \mathcal{B}) = \{\mathcal{C} : \mathcal{C} \in Args, \mathcal{C}$ es un defensor de $\mathcal{A}$ contra el ataque de $\mathcal{B}\}$*

Observando el framework de la Figura 7.7 el conjunto de defensores de $\mathcal{A}$ contra $\mathcal{B}$ es $\mathsf{Df}(\mathcal{A}, \mathcal{B}) = \{\mathcal{C}, \mathcal{D}\}$. En el framework de la Figura 7.11, $\mathsf{Df}(\mathcal{A}, \mathcal{B}) = \{\mathcal{D}\}$ y $\mathsf{Df}(\mathcal{A}, \mathcal{C}) = \{\mathcal{E}, \mathcal{F}\}$. Si bien el argumento $\mathcal{B}$ es atacado también por $\mathcal{E}$, el período de defensa que este último argumento le provee a $\mathcal{A}$ contra $\mathcal{B}$ es [ ], razón por la cual $\mathcal{E}$ no se considera un defensor para el ataque $(\mathcal{B}, \mathcal{A})$.

Para poder definir el concepto de *aceptabilidad* de argumentos, es necesario conocer los intervalos dónde las defensas tienen lugar, no solamente los defensores. Es tan importante el *cuándo* de la defensa como *quién* es el que provee la misma. Para un argumento $\mathcal{A}$ y un conjunto de argumentos S, es de interés evaluar el intervalo de defensa de cada uno de los defensores que estén incluidos en el conjunto S.

Definición 7.3.7 (Conjunto de intervalos de defensa) *Sea $\Phi = \langle Args, Atts, \mathsf{Av}_{\mathbb{Z}} \rangle$ un framework de argumentación temporal, $TAF_{\mathbb{Z}}$, sean $\mathcal{A}, \mathcal{B} \in Args$ tales que $(\mathcal{B}, \mathcal{A}) \in \mathsf{AttAtts}_{\Phi}$, y sea $S \subseteq Args$. El conjunto de intervalos de defensa de $\mathcal{A}$ contra $\mathcal{B}$ en S, denotado como $\Delta^{\mathcal{A}}_{\mathcal{B}}(S)$, se define como:*

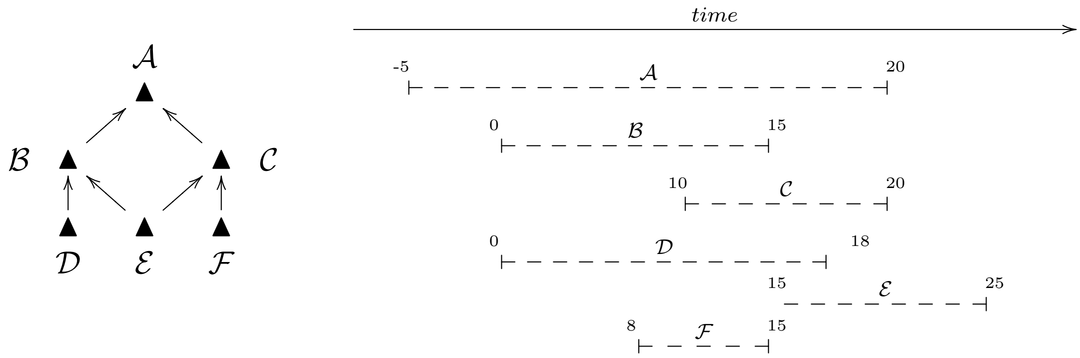


Figura 7.11: Un Framework $TAF_{\mathbb{Z}}$ para ejemplificar la Definición 7.3.6

$$\Delta^{\mathcal{A}}_{\mathcal{B}}(S) = \{\delta^{\mathcal{A}}_{\mathcal{X}\mathcal{B}} : \mathcal{X} \in S, \mathcal{X} \textit{ es un defensor de } \mathcal{A} \textit{ contra } \mathcal{B}\}$$

El conjunto $\Delta^{\mathcal{Y}}_{\mathcal{X}}(S)$ sólo contiene los intervalos de defensa, *i.e.*, no hace referencia a los defensores.

Considere el framework de la Figura 7.12. Se puede observar que $\mathsf{Df}(\mathcal{A}, \mathcal{B}) = \{\mathcal{D}\}$. Si se calculan los intervalos de defensa para el ataque $(\mathcal{B}, \mathcal{A})$ a partir de este conjunto se obtiene $\Delta^{\mathcal{A}}_{\mathcal{B}}(\mathsf{Df}(\mathcal{A}, \mathcal{B})) = \{[0, 15]\}$. Se puede observar que si se calcula $\Delta^{\mathcal{A}}_{\mathcal{B}}(Args)$, siendo $Args$ el conjunto de todos los argumentos del framework considerado, el resultado sigue siendo $\{[0, 15]\}$. Esto se debe a que entre los argumentos que hay en el conjunto hay un solo defensor para $\mathcal{A}$ contra $\mathcal{B}$, el argumento $\mathcal{D}$ que es un defensor completo.

Por otra parte si se calculan los intervalos de defensa para el ataque $(\mathcal{C}, \mathcal{A})$ a partir de $Args$, se obtiene un conjunto de cardinalidad 2, ya que $\mathsf{Df}(\mathcal{A}, \mathcal{C}) = \{\mathcal{D}, \mathcal{E}\}$.

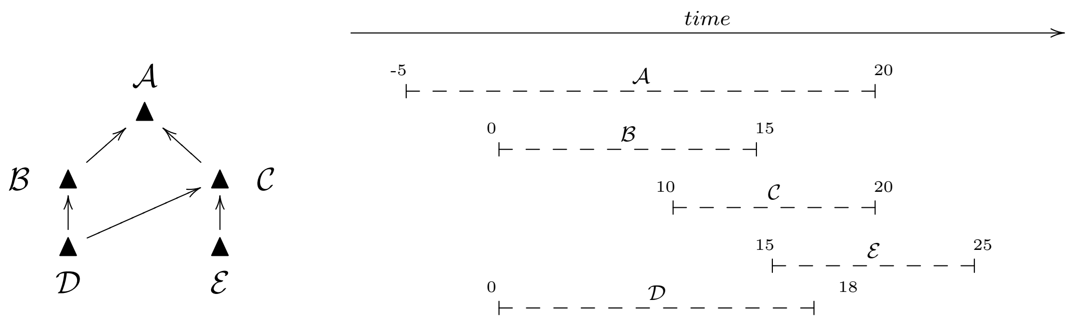


Figura 7.12: Un Framework $TAF_{\mathbb{Z}}$ para ejemplificar la Definición 7.3.7

En el framework definido en la Figura 7.5 y se considera $S = \{\mathcal{B}, \mathcal{D}\}$, se puede observar que $\mathcal{D}$ es un defensor completo de $\mathcal{A}$ contra el ataque de $\mathcal{C}$, mientras que claramente el conjunto S no provee de un defensor para $\mathcal{A}$ contra el ataque de $\mathcal{B}$. Luego, $\Delta^{\mathcal{A}}_{\mathcal{C}}(S) = \{[5,7]\}$ y $\Delta^{\mathcal{A}}_{\mathcal{B}}(S) = \emptyset$. En este caso $\Delta^{\mathcal{A}}_{\mathcal{C}}(S)$ termina con un solo intervalo ya que en el conjunto S sólo hay un defensor para el argumento y el ataque considerado. En general se obtendrá como resultado un conjunto con la misma cardinalidad de defensores presentes en S. Luego, puede darse el caso que el conjunto de intervalos de defensa sea vacío, mientras que S no lo es.

En la siguiente Sección se presentará la noción de aceptabilidad para los marcos argumentales temporizados. La noción de aceptabilidad es clave para la definición de las semánticas admisibles.

7.4. Aceptabilidad en argumentación temporal

En las semánticas definidas para argumentación clásica, el concepto de aceptabilidad resulta ser una noción importante. Esto se debe principalmente a que es la base para definir las extensiones admisibles. Para los frameworks con tiempo, esta noción requiere una adaptación que tome en cuenta los intervalos de disponibilidad.

Es necesario definir previamente la semántica basada en la ausencia de conflictos. Notar que, a pesar de que en el framework puede haber un ataque definido entre dos argumentos, lo relevante es que el mismo sea asequible, *i.e.*, el ataque realmente puede ocurrir en algún momento.

Definición 7.4.1 (Conjunto libre de conflictos) *Sea $\langle Args, Atts, \mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}\rangle$ un framework de argumentación temporal, $TAF_{\mathbb{Z}}$, y sea $S \subseteq Args$. El conjunto S se dice que es libre de conflictos si no existen dos argumentos $\mathcal{A}$ y $\mathcal{B} \in S$ tales que existe $i \in \mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{A}) : (\mathcal{A}, \mathcal{B}) \in \mathsf{AttAtts}^{[i,i]}_{\Phi}$.*

El conjunto $\{\mathcal{A}, \mathcal{C}, \mathcal{D}\}$ del framework de la Figura 7.13 es un conjunto libre de conflictos, ya que no existe una relación de ataque entre ninguno de los miembros del conjunto. Por otro lado, el conjunto $\{\mathcal{A}, \mathcal{C}, \mathcal{D}\}$ del framework de la Figura 7.14 también es libre de conflictos. En la figura se puede observar que a pesar de existir un ataque de $\mathcal{D}$ a $\mathcal{C}$ el mismo no es asequible, por lo que el conjunto termina siendo libre de conflictos.

La semántica admisible de los sistemas de argumentación clásicos establece que la libertad de conflictos no es suficiente. Se requiere además la defensa de los argumentos

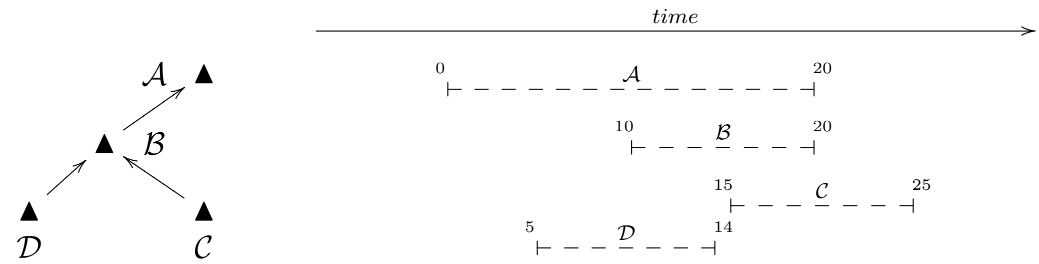


Figura 7.13: Framework $TAF_{\mathbb{Z}}$ para ejemplificar la Definición 7.4.1

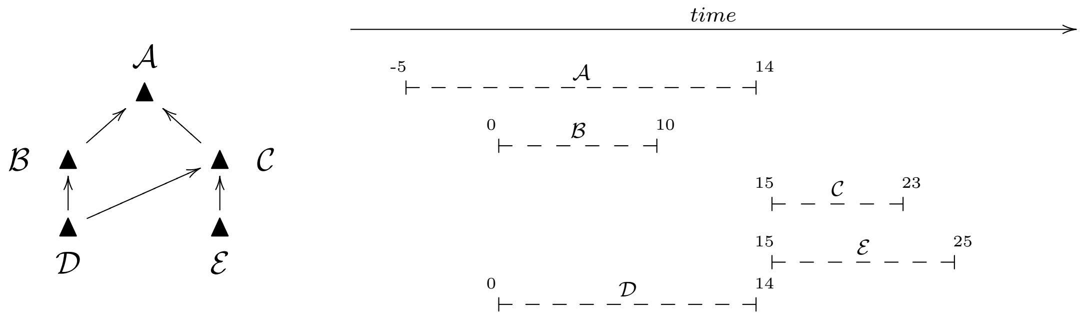


Figura 7.14: Framework para ejemplificar la propiedad de libertad de conflictos

siempre que un ataque se presente. En el contexto temporizado la defensa debe actuar en todo el intervalo de amenaza que genere el atacante.

Un conjunto de argumentos S defiende a un argumento $\mathcal{A}$ siempre y cuando S provea los intervalos suficientes para garantizar la defensa contra cada atacante de $\mathcal{A}$. La defensa puede estar sostenida por sólo un defensor completo o por un conjunto de defensores parciales.

Definición 7.4.2 (Conjunto defensor) *Sea* $\Phi = \langle Args, Atts, \mathsf{Av}_{\mathbb{Z}} \rangle$ *un* $TAF_{\mathbb{Z}}$*, y sean* $\mathcal{A}, \mathcal{B} \in Args$ *tales que* $(\mathcal{B}, \mathcal{A}) \in \mathsf{AttAtts}_{\Phi}$*. Sea* $S \subseteq Args$*. Se dirá que* S *defiende a* $\mathcal{A}$ *de* $\mathcal{B}$ *si* $\Delta^{\mathcal{A}}_{\mathcal{B}}(S)$ *es un conjunto no fragmentado y* $[\mathsf{min}_{\mathsf{tp}}(\Delta^{\mathcal{A}}_{\mathcal{B}}(S)), \mathsf{max}_{\mathsf{tp}}(\Delta^{\mathcal{A}}_{\mathcal{B}}(S))] \textcircled{e} \tau^{\mathcal{A}}_{\mathcal{B}}$*.*

La noción de conjunto defensor plantea que el conjunto de intervalos de defensas es un conjunto t-conectado, *i.e.*, se puede reescribir como un único intervalo. Esta característica, a pesar de ser necesaria, no es suficiente pues el intervalo obtenido debe coincidir con el intervalo de amenaza. Observando como se definen los intervalos de defensa, es claro que el intervalo obtenido solo puede estar incluido o ser igual al intervalo de amenaza (estar en relación ⓢ, ⓓ, ⓕ o ⓔ).

Definición 7.4.3 (Argumento Aceptable) *Sea* $\Phi = \langle Args, Atts, \mathsf{Av}_{\mathbb{Z}} \rangle$ *un* $TAF_{\mathbb{Z}}$*, y sea* $\mathcal{A} \in Args$*,* $S \subseteq Args$*. El argumento* $\mathcal{A}$ *es aceptable con respecto a* S *si* $\forall \mathcal{X} \in Args$ *tal que* $(\mathcal{X}, \mathcal{A}) \in \mathsf{AttAtts}_{\Phi}$*, el conjunto* S *defiende* $\mathcal{A}$ *de* $\mathcal{X}$*.*

En el framework de la Figura 7.14 el argumento $\mathcal{A}$ es aceptable con respecto a $\{\mathcal{D}\}$, y de hecho es aceptable con respecto a cualquier conjunto de argumentos del framework que contenga al argumento $\mathcal{D}$. Esto se debe a que $\mathcal{D}$ le provee la defensa necesaria contra el único ataque asequible que sufre, *i.e.*, el ataque de $\mathcal{B}$. Se puede observar que el argumento $\mathcal{A}$ es aceptable con respecto a S, con $S = \{\mathcal{D}, \mathcal{E}\}$, en el framework de la Figura 7.11.

Ahora que ya está redefinida la noción de aceptabilidad para $TAF_{\mathbb{Z}}$s, en la Definición 7.4.3, es posible aplicar la función característica clásica

$$F_{\Phi}(S) = \{\mathcal{A} : \mathcal{A} \text{ es aceptable con respecto a } S\}$$

Considérese Φ el framework de la Figura 7.14 y $S = \emptyset$. El conjunto $F_{\Phi}(S)$ es $\{\mathcal{D}, \mathcal{E}\}$ ya que los argumentos defendidos por el conjunto vacío son aquellos que no tienen ataques asequibles. El conjunto $F_{\Phi}(S)$ con $S = \{\mathcal{D}\}$ es $\{\mathcal{A}, \mathcal{D}\}$; en cambio, si se considera $S = \{\mathcal{C}\}$ entonces $F_{\Phi}(S) = \emptyset$.

7.4.1. Extensión *Grounded*

Esta extensión está basada en la *grounded extension* de Dung [Dung, 1995], y generalmente se traduce como *extensión básica*. En este trabajo se utilizará el nombre en Inglés por cuestiones de claridad.

La extensión grounded para argumentación abstracta puede caracterizarse como el menor punto fijo de la función de admisibilidad. Esta función de admisibilidad fue reformulada para frameworks de argumentación temporizada, por lo que análogamente se puede definir la extensión grounded para $TAF_{\mathbb{Z}}$. La extensión grounded para argumentación abstracta temporal, notada como tGE_{Φ}, es el menor punto fijo de la función F_{Φ}.

Considérese el $TAF_{\mathbb{Z}}$ la Figura 7.15, el conjunto de argumentos libre de ataques asequibles es $F_{\Phi}^0 = F_{\Phi}(\emptyset) = \{\mathcal{D}, \mathcal{G}, \mathcal{H}, \mathcal{I}\}$, *i.e.*, es el conjunto de argumentos que son defendidos por el conjunto vacío[1]. El conjunto F_{Φ}^1 es el conjunto de los argumentos que pueden ser defendidos por F_{Φ}^0.

[1] Por simplicidad, $F_{\Phi}^0 = F_{\Phi}(\emptyset)$ y $F_{\Phi}^n = F_{\Phi}(F_{\Phi}^{n-1})$ para todo $n \geq 1$.

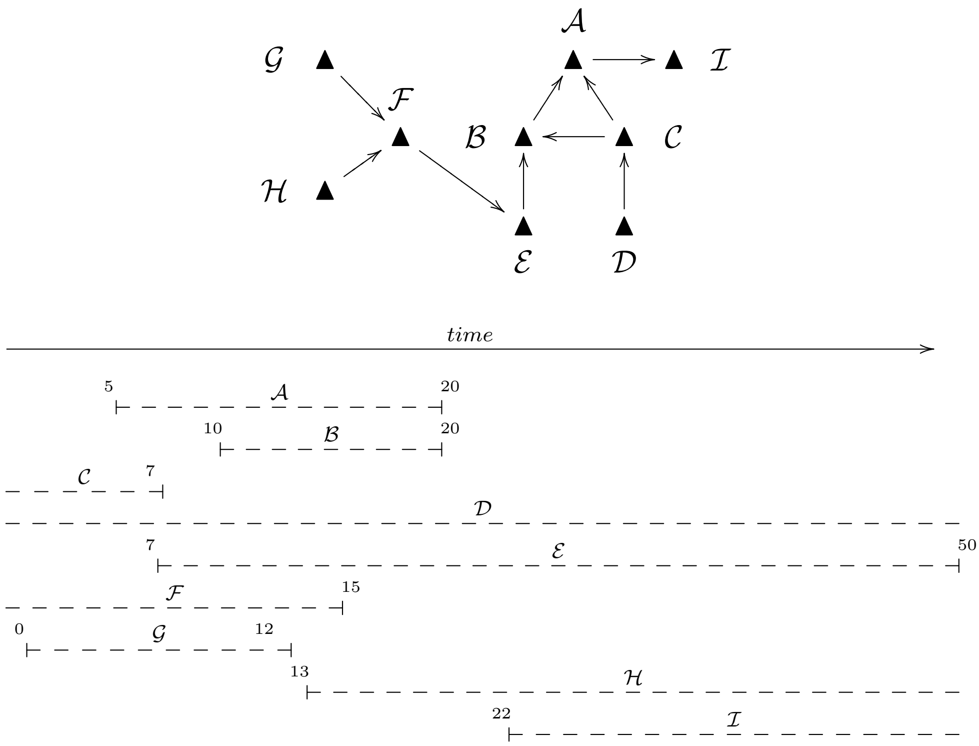


Figura 7.15: Framework del Ejemplo 7.2.3 para ejemplificar la evaluación de F_Φ

- El argumento $\mathcal{A}$ es atacado por los argumentos $\mathcal{B}$ y $\mathcal{C}$, dando como resultado los intervalos de amenaza $\tau_{\mathcal{B}}^{\mathcal{A}} = [10, 20]$ y $\tau_{\mathcal{A}}^{\mathcal{C}} = [5, 7]$. En particular, $\mathcal{A}$ no tiene defensores contra el ataque de $\mathcal{B}$ en F_Φ^0 y, por lo tanto, $\Delta_{\mathcal{B}}^{\mathcal{A}}(F_\Phi^0) = \{[\,]\}$.

- El argumento $\mathcal{E}$ es atacado por $\mathcal{F}$ en $\tau_{\mathcal{F}}^{\mathcal{E}} = [7, 15]$ y tiene dos defensores: $\mathcal{G}$ y $\mathcal{H}$, ambos en F_Φ^0. Los intervalos de defensa son: $\Delta_{\mathcal{F}}^{\mathcal{E}}(F_\Phi^0) = \{[7, 12], [13, 15]\}$. Este conjunto es no-fragmentado y $[\mathsf{min}_{\mathsf{tp}}(\Delta_{\mathcal{F}}^{\mathcal{E}}(F_\Phi^0)), \mathsf{max}_{\mathsf{tp}}(\Delta_{\mathcal{F}}^{\mathcal{E}}(F_\Phi^0))] = [7, 15]$ que resulta ser el intervalo $\tau_{\mathcal{F}}^{\mathcal{E}}$.

Luego, F_Φ^0 defiende $\mathcal{E}$ y $F_\Phi^1 = \{\mathcal{D}, \mathcal{E}, \mathcal{G}, \mathcal{H}, \mathcal{I}\}$. Ahora, el argumento $\mathcal{A}$ tiene defensores en F_Φ^1. Los intervalos de defensa son:

- $\Delta_{\mathcal{B}}^{\mathcal{A}}(F_\Phi^1) = \{[10, 20]\}$ el cual es no-fragmentado e igual a $\tau_{\mathcal{B}}^{\mathcal{A}}$.

- $\Delta_{\mathcal{C}}^{\mathcal{A}}(F_\Phi^1) = \{[5, 7]\}$ el cual es no-fragmentado e igual a $\tau_{\mathcal{C}}^{\mathcal{A}}$.

Luego, $F_\Phi^2 = \{\mathcal{A}, \mathcal{D}, \mathcal{E}, \mathcal{G}, \mathcal{H}, \mathcal{I}\}$. Notar que existe un ataque definido en el framework entre

$\mathcal{A}$ e $\mathcal{I}$, pero que no es asequible. Como no hay otros argumentos que puedan ser defendidos por F_Φ^2, luego $F_\Phi^3 = F_\Phi^2$ y $tGE_\Phi = \{\mathcal{A}, \mathcal{D}, \mathcal{E}, \mathcal{G}, \mathcal{H}, \mathcal{I}\}$.

Se puede garantizar que la función característica definida construye siempre conjuntos libres de conflictos.

Propiedad 7.4.1 *Dado Φ un $TAF_\mathbb{Z}$, el conjunto F_Φ^i es libre de conflictos, para todo i.*

Demostración 7.4.1 *Se quiere probar que $\forall i$, F_Φ^i es libre de conflictos. Se realizará una demostración por inducción sobre los posibles valores de i.*

Caso base: $F_\Phi^0 = F_\Phi(\emptyset)$. *Se supone por el absurdo que F_Φ^0 no es libre de conflictos. Luego hay dos argumentos $\mathcal{X}$, $\mathcal{Y} \in Args$ tales que $(\mathcal{X}, \mathcal{Y}) \in \mathsf{AttAtts}_\Phi$ tales que ambos pertenecen a F_Φ^0.*

Si $\mathcal{Y} \in F_\Phi(\emptyset)$ entonces $\mathcal{Y}$ es aceptable con respecto al conjunto vacío (definición $F_\Phi(S)$). Pero de acuerdo a la suposición $\mathcal{Y}$ es atacado por $\mathcal{X}$ y para ser aceptable debe poseer defensores en el conjunto vacío. Lo que resulta imposible, ya que $\mathcal{Y}$ no es aceptable respecto al conjunto vacío. Al no ser aceptable no puede pertenecer al conjunto F_Φ^0.

Resulta entonces que $\mathcal{Y} \in F_\Phi^0$ y al mismo tiempo $\mathcal{Y} \notin F_\Phi^0$. ABSURDO, que provino de suponer que F_Φ^0 no es libre de conflictos.

Hipótesis Inductiva: F_Φ^i *es libre de conflicto, para $i = k$ con $k > 0$*

Paso inductivo: *Probar que F_Φ^i es libre de conflicto, para $i = k + 1$ con $k > 0$. Se supone por el absurdo que F_Φ^{k+1} no es libre de conflictos. Luego hay dos argumentos $\mathcal{X}$, $\mathcal{Y} \in Args$ tales que $(\mathcal{X}, \mathcal{Y}) \in \mathsf{AttAtts}_\Phi$ tales que ambos pertenecen a F_Φ^{k+1}.*

Por definición de $F_\Phi^{k+1} = F_\Phi(F_\Phi^k)$.

Si $\mathcal{Y} \in F_\Phi^{k+1}$ entonces $\mathcal{Y}$ es aceptable con respecto al conjunto F_Φ^k. Pero de acuerdo a la suposición $\mathcal{Y}$ es atacado por $\mathcal{X}$ y para ser aceptable debe poseer defensores en el conjunto (F_Φ^k). Sea s_1 el conjunto de defensores de $\mathcal{Y}$ contra el ataque de $\mathcal{X}$ en F_Φ^k, y sea $\mathcal{Z} \in s_1$ uno de los defensores.

De la misma manera si $\mathcal{X} \in F_\Phi^{k+1}$ entonces $\mathcal{X}$ es aceptable con respecto al conjunto F_Φ^k. Pero $\mathcal{X}$ es atacado por todos los argumentos en s_1, en particular por $\mathcal{Z}$ y para ser aceptable debe poseer defensores en el conjunto (F_Φ^k). Sea s_2 el conjunto de defensores de $\mathcal{X}$ contra el ataque de $\mathcal{Z}$ en F_Φ^k, y sea $\mathcal{K} \in s_2$ uno de los defensores.

Si $\mathcal{K}$ es un defensor de $\mathcal{X}$ contra el ataque de $\mathcal{Z}$ entonces $(\mathcal{K}, \mathcal{Z}) \in \mathsf{AttAtts}_\Phi$. Si se tiene en cuenta que además $\mathcal{K} \in F_\Phi^k$ y $\mathcal{Z} \in F_\Phi^k$ se tiene que F_Φ^k no es libre de conflictos. Esto contradice la hipótesis inductiva que asegura que el conjunto F_Φ^k es libre de conflictos.

Luego o bien $\mathcal{X} \notin F_\Phi^{k+1}$ o $\mathcal{Y} \notin F_\Phi^{k+1}$. Pero de acuerdo a la suposición $\mathcal{X}, \mathcal{Y} \in F_\Phi^{k+1}$. ABSURDO, que provino de suponer que F_Φ^{k+1} no es libre de conflictos.

Se demostró entonces que $\forall i$, F_Φ^i es libre de conflictos.

La siguiente proposición establece que ningún ataque asequible puede existir en la extensión grounded temporal.

Proposición 7.4.1 *tGE_Φ es libre de conflictos.*

Demostración 7.4.2 *Como tGE_Φ es el mínimo punto fijo de $F_\Phi(S)$ y se demostró que todos los conjuntos F_Φ^i son libres de conflicto. Como $tGE_\Phi = F_\Phi^j$ para algún $j \geq 0$, luego tGE_Φ es libre de conflictos.*

La extensión grounded para frameworks abstractos con tiempo caracteriza el conjunto de argumentos que puede ser defendido de manera tal que sus defensores también sean defendidos y así sucesivamente hasta que los defensores no requieran defensa o sean defendidos por el conjunto vacío. Se dice que un argumento no requiere defensa, o resulta trivialmente defendido, si no sufre ataques asequibles. Este proceso se conoce en Inglés como *defended to the grounds*. Ninguna de las traducciones propuestas en la literatura captura totalmente la idea del proceso, es por ello que aquí no se aventura el uso de ninguna.

Considérese el marco argumental temporal abstracto que se muestra en la Figura 7.16. Los argumentos $\mathcal{C}$ y $\mathcal{D}$ son defensores parciales de $\mathcal{A}$ contra $\mathcal{B}$, con $\delta_{\mathcal{CB}}^{\mathcal{A}} = [3, 7]$ y $\delta_{\mathcal{DB}}^{\mathcal{A}} = [9, 15]$. El conjunto $\Delta_{\mathcal{A}}^{\mathcal{B}}(\{\mathcal{C}, \mathcal{D}\}) = \{\delta_{\mathcal{CB}}^{\mathcal{A}}, \delta_{\mathcal{DB}}^{\mathcal{A}}\}$ es un conjunto fragmentado y, por lo tanto, $\mathcal{A}$ no es aceptable con respecto a $\{\mathcal{C}, \mathcal{D}\}$. Luego, $\mathcal{A}$ no puede ser incluido en la extensión grounded y, por lo tanto, $tGE_\Phi = \{\mathcal{C}, \mathcal{D}\}$. Sin embargo, el argumento $\mathcal{A}$ está privado de defensores sólo en el momento de tiempo 8, esto es, $\mathcal{A}$ no está defendido en $[8, 8]$. En cualquier otro momento de tiempo de su intervalo de disponibilidad, el argumento $\mathcal{A}$ está bien defendido. La situación del argumento $\mathcal{A}$ es claramente mejor que la del argumento $\mathcal{E}$, que no tiene defensa en todo su *tiempo de vida*. Un refinamiento de la extensión grounded podría ayudar a graduar los argumentos de acuerdo a esta idea. En la siguiente Sección se formaliza una extensión grounded reducida a intervalos de interés, a fin de capturar la idea descripta.

Ejemplo 7.4.1 *Sea el siguiente* $TAF_{\mathbb{Z}}$ $\langle Args, Atts, \mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}\rangle$, *donde* $Args = \{\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}, \mathcal{D}\}$, $Atts = \{(\mathcal{B}, \mathcal{A}), (\mathcal{C}, \mathcal{B}), (\mathcal{D}, \mathcal{B})\}$ *y la función de disponibilidad está definida de la siguiente manera:*

$Args$	$\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}$	$Args$	$\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}$
$\mathcal{A}$	$[5, 20]$	$\mathcal{B}$	$[5, 15]$
$\mathcal{C}$	$(-\infty, 7]$	$\mathcal{D}$	$(9, \infty)$

La Figura 7.16 muestra la representación gráfica de este framework.

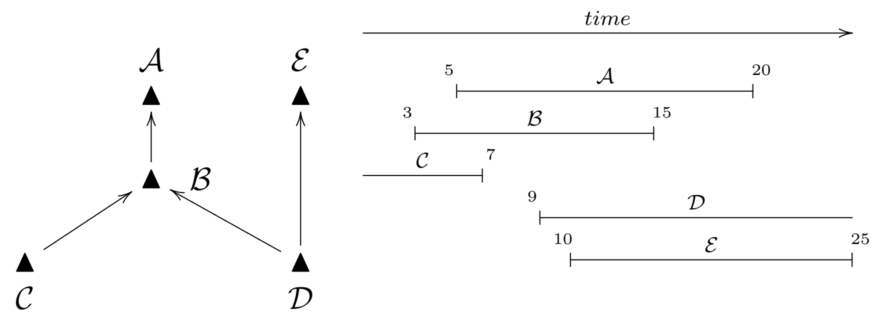


Figura 7.16: $TAF_{\mathbb{Z}}$ simple del ejemplo 7.4.1

7.5. Extensión grounded basada en intervalos

El análisis de admisibilidad que conduce a la extensión grounded puede ser restringido a un intervalo de tiempo particular. En este caso, la defensa del argumento es sólo relevante al intervalo en cuestión y no en la disponibilidad planteada en el framework. Para ello es necesario reajustar algunas de las definiciones dadas en la sección anterior.

Uno de estos conceptos es el *conjunto defensor*. En un marco reducido a un intervalo I, no resultan relevantes todos los defensores de un argumento sino sólo aquellos que le proporcionan defensa en el intervalo I. Para que un conjunto de argumentos se considere defensor de un argumento $\mathcal{A}$ contra un ataque particular, el conjunto de intervalos de defensa debe cubrir todo el intervalo I.

Definición 7.5.1 (Conjunto defensor en I) *Sea $\Phi = \langle Args, Atts, \mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}\rangle$ un $TAF_{\mathbb{Z}}$ e I un intervalo. Sea $\mathcal{A}, \mathcal{B} \in Args$ tal que $(\mathcal{B}, \mathcal{A}) \in \mathsf{AttAtts}_{\Phi}^{I}$ y sea $S \subseteq Args$. Se dirá que S defiende a $\mathcal{A}$ de $\mathcal{B}$ en I si $\Delta_{\mathcal{B}}^{\mathcal{A}}(S)$ es t-conectado en $I \cap \tau_{\mathcal{B}}^{\mathcal{A}}$*

Considérese el $TAF_{\mathbb{Z}}$ de la Figura 7.15. ¿Defiende $S = \{\mathcal{G}, \mathcal{H}\}$ a $\mathcal{E}$ de $\mathcal{F}$ en $[11, 14]$? El conjunto $\Delta_{\mathcal{F}}^{\mathcal{E}}(S) = \{[7, 12], [13, 15]\}$ es t-conectado en $[11, 14] \cap \tau_{\mathcal{F}}^{\mathcal{E}} = [11, 14] \cap [7, 15] = [11, 14]$. Esto implica que, S defiende a $\mathcal{E}$ en $[11, 14]$. Por otro lado si se considera el $TAF_{\mathbb{Z}}$ de la Figura 7.16, el conjunto de argumentos $Args$ no defiende a $\mathcal{A}$ de $\mathcal{B}$ en $[6, 20]$. Esto se debe a que $\Delta_{\mathcal{B}}^{\mathcal{A}}(Args) = \{[5, 7], [9, 15]\}$ que resulta ser un conjunto no t-conectado en $[6, 20] \cap \tau_{\mathcal{B}}^{\mathcal{A}} = [6, 20] \cap [5, 15] = [6, 15]$.

Algunos argumentos pueden no estar disponibles en varios períodos de tiempo. En la extensión grounded temporal esto no resulta relevante ya que las defensas se analizan de acuerdo a las eventuales amenazas. Sin embargo, cuando el análisis se restringe a un intervalo de tiempo particular la disponibilidad de los argumentos juega un rol más preponderante. Sólo tiene sentido tener en cuenta los argumentos que están disponibles en el intervalo de estudio, aún cuando la presencia del argumento no sea completa en el mismo. En el peor caso el argumento puede estar disponible en un único momento de tiempo del intervalo. Por ejemplo, considere que el intervalo de interés es $I = [24, 36]$ y en determinado framework la disponibilidad del argumento $\mathcal{X}$ es $\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{X}) = [36, 100]$. La presencia de $\mathcal{X}$ en el intervalo I se ve reducida al subintervalo $[36, 36]$, *i.e.*, al momento de tiempo 36.

La noción de aceptabilidad adaptada a intervalos queda redefinida como sigue.

Definición 7.5.2 (Argumento aceptable con respecto a S en I) *Sea Φ un $TAF_{\mathbb{Z}}$ tal que $\Phi = \langle Args, Atts, \mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}\rangle$, y sea $\mathcal{A} \in Args$, $S \subseteq Args$ e I un intervalo. El argumento $\mathcal{A}$ es aceptable con respecto a S en I si $\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{A}) \cap I \neq [\,]$ y $\forall \mathcal{X} \in Args$ tal que $(\mathcal{X}, \mathcal{A}) \in \mathsf{AttAtts}_{\Phi}^{I}$ se satisface que S defiende a $\mathcal{A}$ de $\mathcal{X}$ en I.*

Un argumento $\mathcal{A}$ es aceptable con respecto a un conjunto S en un intervalo I, si está disponible en I y existe un conjunto de defensores, S_1, $S_1 \subseteq S$, tal que $\Delta_{\mathcal{X}}^{\mathcal{A}}(S_1)$ cubre el intervalo de ataque en I, para todo atacante $\mathcal{X}$ de $\mathcal{A}$. Puede notarse que un argumento puede no ser aceptable en su intervalo de disponibilidad completo con respecto a cada uno de los conjuntos de argumentos posibles; pero puede resultar aceptable con respecto a algún conjunto en un intervalo particular.

Definición 7.5.3 (Función de Aceptabilidad en intervalos) *La función de aceptabilidad basada en un intervalo se define como:*

$$F_\Phi^I = \{\mathcal{A} : \mathcal{A} \textit{ es aceptable con respecto a } S \textit{ en } I\}$$

Considérese la aceptabilidad del argumento $\mathcal{A}$ en el contexto del framework de la Figura 7.17. $\mathcal{A}$ no resultará aceptable nunca, ya que no posee defensa contra el ataque de $\mathcal{C}$. Sin embargo, si se analiza la situación de aceptabilidad en un entorno temporal más reducido, donde $\mathcal{C}$ no esté disponible, ésta podría ser diferente. Sea el intervalo $[5, 15)$. El argumento $\mathcal{A}$ resulta aceptable, en este intervalo, con respecto al conjunto S, siendo $S = \{\mathcal{D}\}$. Si bien el argumento $\mathcal{A}$ sigue siendo amenazado por $\mathcal{C}$, este ataque no es asequible en el intervalo de análisis.

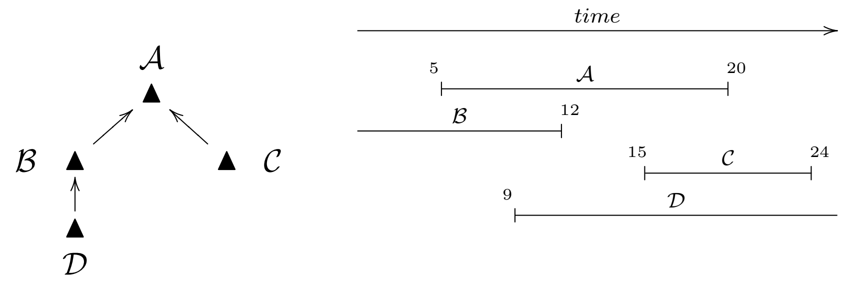


Figura 7.17: Aceptabilidad en un intervalo

La aplicación iterativa de la función de aceptabilidad conduce a una noción de extensión grounded restringida en el tiempo.

Definición 7.5.4 (Extensión Grounded en intervalos) *Sea $\Phi = \langle Args, Atts, \mathsf{Av}_\mathbb{Z}\rangle$ un $TAF_\mathbb{Z}$ e I un intervalo. La extensión grounded temporal en I de Φ, notada como tGE_Φ^I, es el menor punto fijo de la función F_Φ^I*

Considérese el $TAF_\mathbb{Z}$ de la Figura 7.16. Sea $I = [10, 50]$. El conjunto de argumentos libre de ataques asequibles en $[10, 50]$ es $(F_\Phi^I)^0 = \{\mathcal{D}\}$. El conjunto $(F_\Phi^I)^1$ es el conjunto de argumentos que puede ser defendido por $(F_\Phi^I)^0$. El argumento $\mathcal{A}$ es atacado por el argumento $\mathcal{B}$, con intervalo de amenaza $\tau_\mathcal{B}^\mathcal{A} = [5, 15]$. El intervalo de interés es $I \cap \tau_\mathcal{B}^\mathcal{A} = [10, 15]$. El argumento $\mathcal{A}$ tiene un defensor contra el ataque de $\mathcal{B}$ en $(F_\Phi^I)^0$ y el conjunto de los intervalos de defensa es $\Delta_\mathcal{F}^\mathcal{E}((F_\Phi^I)^0) = \{[9, 15]\}$. Este conjunto es no-fragmentado (se trata de un conjunto unitario) y $[\mathsf{min}_\mathsf{tp}(\Delta_\mathcal{F}^\mathcal{E}((F_\Phi^I)^0)), \mathsf{max}_\mathsf{tp}(\Delta_\mathcal{F}^\mathcal{E}((F_\Phi^I)^0))] = [9, 15]$ que es t-conectado en $\tau_\mathcal{B}^\mathcal{A} \cap [10, 50] = [10, 15]$. Luego, $(F_\Phi^I)^0$ defiende $\mathcal{A}$ y $(F_\Phi^I)^1 = \{\mathcal{D}, \mathcal{A}\}$. Como no hay otros argumentos que puedan ser defendidos por $(F_\Phi^I)^1$, entonces $(F_\Phi^I)^2 = (F_\Phi^I)^1$ y, por lo tanto, $tGE_\Phi^{[10,50]} = \{\mathcal{D}, \mathcal{A}\}$.

El conjunto tGE^{I}_{Φ} contiene argumentos que pueden ser defendidos *to the grounds* mientras están disponibles en I. En el framework que se muestra en la Figura 7.16, la extensión grounded temporal en el momento 8 es $tGE^{[8,8]}_{\Phi} = \{\mathcal{B}\}$. Esto se debe a que solo en ese momento el argumento $\mathcal{B}$ no tiene atacantes. El argumento $\mathcal{A}$ está disponible en $[8, 8]$ pero no puede ser defendido en ese momento de tiempo particular. En el intervalo $[8, 9]$, la extensión grounded es $tGE^{[8,9]}_{\Phi} = \{\mathcal{D}\}$ ya que los argumentos $\mathcal{A}$ y $\mathcal{B}$ no puede ser defendidos de sus atacantes. El argumento $\mathcal{C}$ *comienza* a atacar a $\mathcal{B}$, pero comienza a hacerlo demasiado tarde como para poder defender a $\mathcal{A}$. Es importante recordar que se analiza la situación en el intervalo completo.

Si el intervalo que se toma en consideración incluye los tiempos de disponibilidad de todos los argumentos en el framework, entonces el resultado es la extensión grounded temporal.

Proposición 7.5.1 $tGE^{[\mathsf{min}_{\mathsf{tp}}(Args),\mathsf{max}_{\mathsf{tp}}(Args)]}_{\Phi} = tGE_{\Phi}$.

Demostración 7.5.1 *Supongamos por el absurdo que* $tGE^{[\mathsf{min}_{\mathsf{tp}}(Args),\mathsf{max}_{\mathsf{tp}}(Args)]}_{\Phi} \neq tGE_{\Phi}$. *Esto significa que existe un argumento,* $\mathcal{X} \in Args$, *tal que:*

1. $\mathcal{X} \in tGE^{[\mathsf{min}_{\mathsf{tp}}(Args),\mathsf{max}_{\mathsf{tp}}(Args)]}_{\Phi}$ *pero* $\mathcal{X} \notin tGE_{\Phi}$, *o bien*
2. $\mathcal{X} \in tGE_{\Phi}$ *pero* $\mathcal{X} \notin tGE^{[\mathsf{min}_{\mathsf{tp}}(Args),\mathsf{max}_{\mathsf{tp}}(Args)]}_{\Phi}$.

Consideremos cada caso.

1. *Si* $\mathcal{X} \in tGE^{[\mathsf{min}_{\mathsf{tp}}(Args),\mathsf{max}_{\mathsf{tp}}(Args)]}_{\Phi}$ *pero* $\mathcal{X} \notin tGE_{\Phi}$, *luego por las definiciones de* $tGE^{[\mathsf{min}_{\mathsf{tp}}(Args),\mathsf{max}_{\mathsf{tp}}(Args)]}_{\Phi}$ *y* tGE_{Φ} $\mathcal{X}$ *resulta estar defendido en el intervalo* $[\mathsf{min}_{\mathsf{tp}}(Args), \mathsf{max}_{\mathsf{tp}}(Args)]$ *pero no en su intervalo de disponibilidad.*

   Pero este resulta imposible ya que $\mathcal{X} \in Args$, *luego* $\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{X})^{-}$ *no puede ser menor a* $\mathsf{min}_{\mathsf{tp}}(Args)$ *y tampoco puede darse que* $\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{X})^{+}$ *sea mayor a* $\mathsf{max}_{\mathsf{tp}}(Args)$. *ABSURDO, no puede haber un argumento en* $tGE^{[\mathsf{min}_{\mathsf{tp}}(Args),\mathsf{max}_{\mathsf{tp}}(Args)]}_{\Phi}$ *que no esté en* tGE_{Φ}.

2. $\mathcal{X} \in tGE_{\Phi}$ *pero* $\mathcal{X} \notin tGE^{[\mathsf{min}_{\mathsf{tp}}(Args),\mathsf{max}_{\mathsf{tp}}(Args)]}_{\Phi}$, *luego por definición de* tGE_{Φ} *y* $tGE^{[\mathsf{min}_{\mathsf{tp}}(Args),\mathsf{max}_{\mathsf{tp}}(Args)]}_{\Phi}$, $\mathcal{X}$ *resulta estar defendido en su intervalo de disponibilidad, pero no en el intervalo* $[\mathsf{min}_{\mathsf{tp}}(Args), \mathsf{max}_{\mathsf{tp}}(Args)]$. *Pero este resulta imposible ya que* $\mathcal{X} \in Args$, *luego* $\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{X})^{-}$ *siempre es mayor o igual* $\mathsf{min}_{\mathsf{tp}}(Args)$ *y* $\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{X})^{+}$ *debe ser menor o igual* $\mathsf{max}_{\mathsf{tp}}(Args)$. *Luego si está defendido en su intervalo de disponibilidad, lo estará en cualquier intervalo que contenga a éste, en particular*

$[\mathsf{min}_{\mathsf{tp}}(Args), \mathsf{max}_{\mathsf{tp}}(Args)]$. *ABSURDO, no puede existir un argumento en* tGE_Φ *que no esté en* $tGE_\Phi^{[\mathsf{min}_{\mathsf{tp}}(Args),\mathsf{max}_{\mathsf{tp}}(Args)]}$.

Luego $tGE_\Phi^{[\mathsf{min}_{\mathsf{tp}}(Args),\mathsf{max}_{\mathsf{tp}}(Args)]} = tGE_\Phi$ *como queríamos demostrar.*

Si un argumento $\mathcal{X}$ pertenece a tGE_Φ, luego pertenece a la extensión grounded restringida a cualquier intervalo en el cual $\mathcal{X}$ esté disponible. Esta idea es formalizada en la siguiente proposición.

Proposición 7.5.2 *Si* $\mathcal{A} \in tGE_\Phi$*, entonces* $\mathcal{A} \in tGE_\Phi^I$ *para todo* I *tal que* $I \; R \; \mathsf{Av}_\mathbb{Z}(\mathcal{A})$*, siendo* $R \in \{ⓢ, ⓓ, ⓕ, ⓞ, ⓔ\}$.

Demostración 7.5.2 *La demostración resulta trivial, ya que si* $\mathcal{A}$ *pertenece a la extensión grounded,* tGE_Φ *entonces es aceptable en todo su intervalo de disponibilidad. Si está defendido en todo su intervalo de disponibilidad entonces en particular es aceptable en todos los subintervalos,* I*, de* $\mathsf{Av}_\mathbb{Z}(\mathcal{A})$*. Luego pertenece a la* tGE_Φ^I *como se quería demostrar. Es importante notar que si* I *es un subintervalo de* $\mathsf{Av}_\mathbb{Z}(\mathcal{A})$ *entonces las únicas relaciones que pueden verificarse entre ambos intervalos son:* ⓢ, ⓓ, ⓕ, ⓞ *o* ⓔ.

7.5.1. Extensión Invariable

La extensión grounded temporal restringida a intervalos permite la identificación de períodos de tiempo en los cuales el comportamiento del framework (de acuerdo a la semántica) se mantiene *invariable* o estable.

Definición 7.5.5 (Extensión invariable) *Sea* $\Phi = \langle Args, Atts, \mathsf{Av}_\mathbb{Z}\rangle$ *un* $TAF_\mathbb{Z}$ *y sea* I *un intervalo de tiempo. La extensión* tGE_Φ^I *es invariable si* $tGE_\Phi^I = tGE_\Phi^{[i,i]}$ *para todo* $i \in I$.

Es claro que esto es posible en tiempo discreto solamente. En el resto de las representaciones de tiempo no es posible considerar cada uno de los momentos del intervalo en forma aislada, y este hecho será profundizado oportunamente en el próximo capítulo.

Las extensiones maximales invariables son interesantes. Un extensión invariable es maximal si no puede obtenerse considerando un intervalo más amplio.

Definición 7.5.6 (Extensión maximal invariable) *Sea* $\Phi = \langle Args, Atts, \mathsf{Av}_\mathbb{Z}\rangle$ *un* $TAF_\mathbb{Z}$ *y sea* I *un intervalo de tiempo. La extensión* tGE_Φ^I *se dice maximal estable si* tGE_Φ^I *es invariable y no existe* $I_1 \supset I$ *tal que* $tGE_\Phi^I = tGE_\Phi^{I_1}$*, con* $tGE_\Phi^{I_1}$ *invariable.*

En el $TAF_{\mathbb{Z}}$ de la Figura 7.16 y siendo $I_1 = [5,6]$, $I_2 = [3,9]$ y $I_3 = [8,8]$, se puede observar que la extensión $tGE_{\Phi}^{I_1}$ es invariable dado que $tGE_{\Phi}^{[5,5]} = tGE_{\Phi}^{[6,6]} = \{\mathcal{C},\mathcal{A}\}$. Pero no es maximal invariable ya que $tGE_{\Phi}^{[5,7]} = tGE_{\Phi}^{I_1}$ e $I_1 ⓓ [5,7]$. La extensión $tGE_{\Phi}^{I_2}$ no es invariable dado que $tGE_{\Phi}^{[3,3]} = \{\mathcal{C}\}$, $tGE_{\Phi}^{[6,6]} = \{\mathcal{C},\mathcal{A}\}$ y $tGE_{\Phi}^{[8,8]} = \{\mathcal{B}\}$. Por otra parte, la extensión $tGE_{\Phi}^{I_3} = \{\mathcal{B}\}$ es trivialmente invariable y es maximal invariable ya que no hay otro intervalo que contenga al intervalo $[8,8]$ con $\{\mathcal{B}\}$ como su extensión grounded temporal.

Notar que si tGE_{Φ}^{I} es una extensión invariable, los argumentos aún pueden estar o no disponibles durante I. Las extensiones invariables son una división discreta de la evolución del framework a través del tiempo. Se pueden ordenar naturalmente por sus intervalos de acuerdo a su precedencia en el tiempo, pero el tamaño del intervalo es también relevante. En el $TAF_{\mathbb{Z}}$ de la Figura 7.16, el argumento $\mathcal{A}$ pertenece a una extensión invariable basada en un intervalo más amplio que el de la extensión invariable que contiene al argumento $\mathcal{B}$. De esta manera, se podría graduar la relevancia de un argumento en un framework con tiempo.

Dado un framework Φ y un intervalo I, si se considera un nuevo framework Φ_2 tal que es el mismo framework pero con las disponibilidades afectadas al intervalo I, *i.e.*, la disponibilidad de cada argumento se define como la intersección entre la función $\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}$ del framework Φ y el intervalo. Si resulta que para Φ existe la extensión invariable entonces ésta coincide con la extensión grounded de Φ_2 y, de acuerdo a la Observación 7.2.2, también coincide con la extensión grounded de Dung calculada sobre el framework Φ_2 eliminando $\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}$ de la definición.

7.6. Resumen

En este capítulo se introdujo un formalismo de argumentación abstracta que considera restricciones temporales sobre los argumentos. Las restricciones están asociadas a la disponibilidad o relevancia de los argumentos. Se formaliza entonces un sistema argumentativo abstracto, llamado $TAF_{\mathbb{Z}}$, que utiliza una representación de tiempo discreta para las restricciones de tiempo.

Un vez formalizado el sistema, se reformulan las nociones de ataque y derrota, a fin de que consideren la extensión realizada. De la misma manera, se hace lo propio con la noción de admisibilidad y las extensiones tradicionales de la literatura [Dung, 1995].

En el Apéndice A se introducen los algoritmos para evaluar algunas de las nociones semánticas presentadas en este capítulo.

8

TAF-Denso: Marco argumental temporizado

En el Capítulo 7 se presentó un nuevo framework, llamado *timed abstract framework*, denotado $TAF_{\mathbb{Z}}$. Este framework combina argumentos y nociones de tiempo discreto. En este formalismo, los argumentos son relevantes sólo en un período de tiempo, el cual es llamado *intervalo de disponibilidad*. Este tipo de argumentos temporizados tienen una influencia limitada en el sistema, vinculada al contexto temporal en el cual estos argumentos son tenidos en cuenta. Se propone una semántica basada en intervalos de tiempo utilizando nociones de admisibilidad.

El framework que se propone en este capítulo permite un manejo más flexible de las restricciones de tiempo. Los argumentos pueden estar disponibles en más de un período de tiempo, considerando la posibilidad de apariciones intermitentes. Los argumentos intermitentes son aquellos que están disponibles en más de un período de tiempo, *i.e.*, la repetición del argumento se da en intervalos que no pueden ser expresados como uno solo. Se admitirán entonces argumentos como el del ejemplo del mantenimiento de una fábrica del Capítulo 5.

Por otra parte, el framework utiliza nociones de tiempo densas en lugar de discretas, por lo que la concepción de tiempo subyacente es diferente. El uso de intervalos de tiempo denso, posiblemente no-continuos, requiere un tratamiento más complejo que el definido por la aceptabilidad clásica, razón por la cual será necesario readaptar nuevamente este concepto. En este tipo de formalismos la clave no está en encontrar un conjunto de argumentos que *sea* admisible, sino en *cuándo* la admisibilidad sucede en el framework mientras el tiempo evoluciona. Para este framework se realizará un estudio profundo de las diferentes adaptaciones de las semánticas clásicas. Se definirá no solo la semántica *grounded* sino también las semánticas *completa* y *estable*.

En la siguiente sección se presentará el nuevo framework, que llamaremos $TAF_{\mathbb{R}}$ por utilizar una estructura temporal isomorfa a los números reales $\mathbb{R}$.

8.1. Un framework de argumentación con tiempo denso

El uso de tiempo discreto o denso implica que, aún utilizando la misma representación en forma de intervalo, el tiempo representado será diferente. Esta diferencia implicará revisar los conceptos presentados en el Capítulo anterior. El primer cambio aparece en la definición de la función de disponibilidad. La misma ya no puede ser definida únicamente con intervalos cerrados, como ocurre en el caso de tiempo discreto. En su lugar se utilizarán intervalos abiertos, cerrados y mixtos, como fue presentado en el Capítulo 6. La función de disponibilidad se definirá como se especifica en la Definición 8.1.2, y para ello es necesario definir la primitiva de representación.

Definición 8.1.1 (Conjunto ι) *El conjunto ι es el conjunto de todos los intervalos que se pueden definir sobre el conjunto de números reales, un intervalo es un subconjunto conexo de la recta real.*

Más precisamente, los miembros de ι son las únicas partes I de $\mathbb{R}$ que verifican la siguiente propiedad:

> si x e y pertenecen a I, $x \leq y$, entonces para todo z tal que $x \leq z \leq y$, z pertenece a I.

Teniendo en cuenta la representación de tiempo densa presentada en el Capítulo 6, los elementos del conjunto ι son intervalos con alguna de la siguientes acepciones para cualquier $i, j \in \mathbb{R}$:

- $(-\infty, \infty)$ denota que $\mathcal{A}$ está siempre disponible.
- $[i, \infty)$ denota que el argumento $\mathcal{A}$ está disponible desde el momento i en adelante (incluyendo i).

- (i, ∞) denota que el argumento $\mathcal{A}$ está disponible desde el momento i en adelante (excluyendo i).
- $(-\infty, i]$ denota que el argumento $\mathcal{A}$ está disponible hasta el momento i (incluyendo a i).
- $(-\infty, i)$ denota que el argumento $\mathcal{A}$ está disponible hasta el momento i (excluyendo a i).
- $[i, j]$ denota que $\mathcal{A}$ está disponible desde el momento i hasta el momento j (incluyendo i y j).
- (i, j) denota que $\mathcal{A}$ está disponible desde el momento i hasta el momento j (excluyendo i y j).
- $[i, j)$ denota que $\mathcal{A}$ está disponible desde el momento i hasta el momento j (incluyendo i y excluyendo j).
- $(i, j]$ denota que $\mathcal{A}$ está disponible desde el momento i hasta el momento j (excluyendo i e incluyendo j).
- $[i, i]$ denota que el argumento $\mathcal{A}$ está solo disponible en el momento i.

Esta definición es análoga a la que se utilizó para la definición de $TAF_{\mathbb{Z}}$ y sólo que considera el cambio en la granularidad de la representación. Para que los argumentos no sigan estando disponibles en un único período continuo de tiempo, la función de disponibilidad debe considerar la posibilidad de asociar más de un intervalo a un argumento. De esta manera, la imposibilidad de representar argumentos recurrentes o que puedan darse en períodos no continuos de tiempo, con o sin patrón de repetición establecido, ya no existe. Será posible, entonces, definir argumentos como el argumento $\mathcal{A}$ cuya situación de disponibilidad se observa en la Figura 8.1.

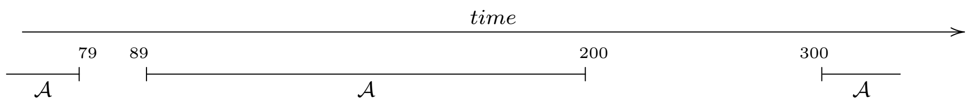


Figura 8.1: Disponibilidad en forma no periódica

La disponibilidad de un argumento puede darse también en varios períodos no consecutivos pero siguiendo un patrón de repetición como se muestra en la Figura 8.2 con respecto a cierto argumento $\mathcal{B}$.

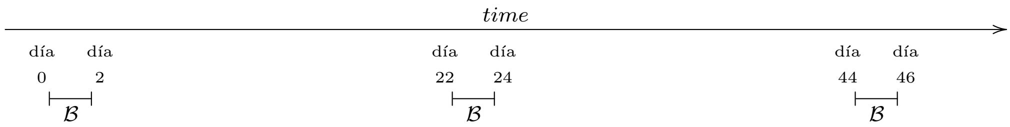


Figura 8.2: Disponibilidad periódica de un argumento

Para poder tratar con este tipo de situaciones es necesario reformular la definición de la función de disponibilidad de manera que, además de considerar tiempo denso, permita que los argumentos estén disponibles sobre un conjunto de intervalos. Este conjunto puede estar formado por intervalos no necesariamente contiguos y que no tengan necesariamente un patrón de repetición. La disponibilidad de un argumento está determinada entonces a través de una función que mapea los argumentos a conjuntos de intervalos.

Definición 8.1.2 (Función de Disponibilidad) *La función de disponibilidad,* $\mathsf{Av}_{\mathbb{R}}$*, se define como* $\mathsf{Av}_{\mathbb{R}} : Args \rightarrow \wp(\iota)$*, tal que* $\mathsf{Av}_{\mathbb{R}}(\mathcal{A})$ *es un conjunto de intervalos de disponibilidad para un argumento* $\mathcal{A}$*.*

La disponibilidad de un argumento $\mathcal{A}$ puede estar definida como un conjunto unitario de intervalos, por ejemplo $\mathsf{Av}_{\mathbb{R}}(\mathcal{A}) = \{[13, 24]\}$, o por un conjunto de cardinalidad mayor como $\{(2, 9), [15, 28), (50, 88]\}$. De la misma manera, para los argumentos $\mathcal{A}$ y $\mathcal{B}$ de las Figuras 8.1 y 8.2 la disponibilidad es múltiple, la función de disponibilidad queda definida como $\mathsf{Av}_{\mathbb{R}}(\mathcal{A}) = \{(-\infty, 79], [89, 200], [300, \infty)\}$ y $\mathsf{Av}_{\mathbb{R}}(\mathcal{B}) = \{[0, 2], [22, 24], [44, 46]\}$ respectivamente.

En la siguiente sección se definirá el framework de argumentación abstracta que utiliza la función previamente definida como medio para adicionar tiempo denso a los argumentos.

8.2. Marco Argumental Temporal Denso

Un framework o marco argumental temporal, tiene las mismas primitivas que los marcos argumentales no temporales, *i.e.*, constará de argumentos con cierta disponibilidad y la noción de ataque. En esencia es similar al framework del Capítulo 7 pero utilizando la representación de tiempo presentada en la Sección 6.2 .

En esta sección se define un nuevo framework para argumentación abstracta temporal, que se notará como $TAF_{\mathbb{R}}$. La mención al conjunto de los números reales $\mathbb{R}$ se debe nuevamente a la granularidad escogida en la representación del tiempo. La representación del tiempo es densa y, por lo tanto, isomorfa a los números reales.

Definición 8.2.1 (Framework $TAF_{\mathbb{R}}$) *Un framework de argumentación abstracto temporizado o timed abstract argumentation framework, notado como $TAF_{\mathbb{R}}$, es una terna o 3-upla $\langle Args, Atts, \mathsf{Av}_{\mathbb{R}}\rangle$ donde $Args$ es un conjunto de argumentos, $Atts$ es una relación binaria definida sobre argumentos en $Args$ y $\mathsf{Av}_{\mathbb{R}}$ es la función de disponibilidad de los argumentos.*

El Ejemplo 8.2.1 define un framework con un número pequeño de argumentos y ataques. Concretamente cuenta con tres argumentos y dos ataques. Los argumentos tienen su disponibilidad definida mediante la función $\mathsf{Av}_{\mathbb{R}}$ y, nuevamente, la disponibilidad de los ataques está sujeta a la disponibilidad de los argumentos intervinientes en la relación.

Ejemplo 8.2.1 *La terna $\langle Args, Atts, \mathsf{Av}_{\mathbb{R}}\rangle$, con $Args = \{\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}\}$, $Atts = \{(\mathcal{B}, \mathcal{A}), (\mathcal{C}, \mathcal{B})\}$ y la función de disponibilidad $\mathsf{Av}_{\mathbb{R}}$ definida como:*

$Args$	$\mathsf{Av}_{\mathbb{R}}$
$\mathcal{A}$	$\{[0, 12], [14, 20]\}$
$\mathcal{B}$	$\{[10, 20]\}$
$\mathcal{C}$	$\{[5, 12], [15, 25)\}$

es un framework de argumentación abstracta temporal $TAF_{\mathbb{R}}$.

De la definición del framework del Ejemplo 8.2.1 puede verse que el argumento $\mathcal{B}$ tiene asociado un conjunto de intervalos unitario, *i.e.*, está disponible en un único intervalo de tiempo. Por otra parte, los argumentos $\mathcal{A}$ y $\mathcal{C}$ están disponibles en más de un intervalo de tiempo, en este caso dos cada uno.

Al igual que para el framework presentado en el Capítulo 7 se puede utilizar una representación gráfica para observar las relaciones y la disponibilidad de los argumentos de manera más natural. En las representaciones gráficas para un framework los puntos de definición, startpoints y endpoints, son marcados con líneas verticales sólo cuando los mismos pertenezcan al intervalo, *i.e.*, se trate de un intervalo cerrado en ese punto de definición. La Figura 8.3 ilustra la representación gráfica del framework del Ejemplo 8.2.1. En la representación pueden observarse las consideraciones sobre la organización visual de los puntos de definición. En el Ejemplo 8.2.2 se define un framework $TAF_{\mathbb{R}}$ de mayor complejidad, debido a la cantidad de argumentos y disponibilidades de los mismos (véase la Figura 8.4).

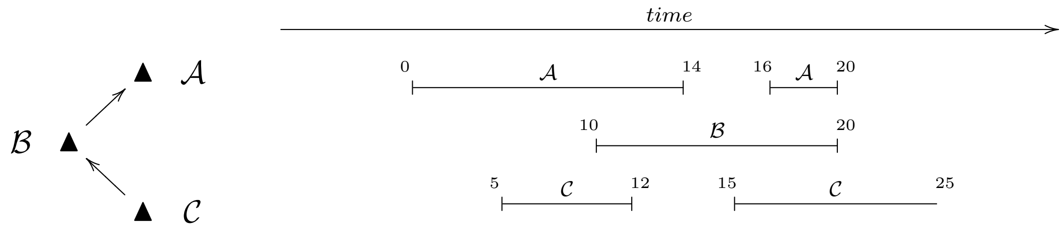


Figura 8.3: Framework del Ejemplo 8.2.1

Ejemplo 8.2.2 *La terna* $\langle Args, Atts, \mathsf{Av}_{\mathbb{R}} \rangle$*, donde* $Args = \{\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}, \mathcal{D}, \mathcal{E}\}$*,* $Atts = \{ (\mathcal{B}, \mathcal{A}), (\mathcal{C}, \mathcal{B}), (\mathcal{D}, \mathcal{A}), \}$ *y la definición de la función de disponibilidad se puede observar en la siguiente tabla:*

$Args$	$\mathsf{Av}_{\mathbb{R}}$
$\mathcal{A}$	$\{[10, 40], [60, 75]\}$
$\mathcal{B}$	$\{[30, 50]\}$
$\mathcal{C}$	$\{[20, 40], [45, 55], [60, 70]\}$
$\mathcal{D}$	$\{[47, 65]\}$
$\mathcal{E}$	$\{[10, +\infty)\}$

es un framework de argumentación abstracto temporizado o $TAF_{\mathbb{R}}$*.*

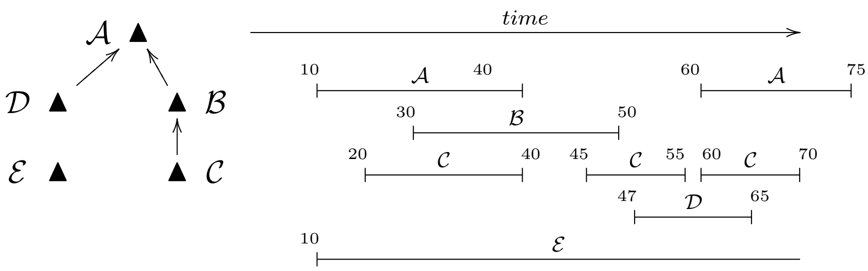


Figura 8.4: Framework del Ejemplo 8.2.2

8.2.1. Ordenando los argumentos y los tiempos relevantes

En este tipo de frameworks, resulta fundamental determinar *cuándo* un argumento reúne ciertas condiciones como los períodos dónde un argumento resulta amenazado o dónde defendido. Se podrían definir funciones específicas pero esta aproximación resulta altamente engorrosa y oscurece la funcionalidad del framework en forma innecesaria. Otra manera sería recurrir a una estructura general que permita vincular argumentos a conjuntos de intervalos de tiempo. La semántica de la estructura estaría dada a través del significado del conjunto de intervalos que se asocia mediante ella.

Para simplificar el tratamiento de los argumentos temporizados, se definirá una estructura que mantenga a cada argumento acompañado de la información temporal relevante. Dicha estructura se define a continuación.

Definición 8.2.2 (t-profile) *Sea* $\Phi\langle Args, Atts, \mathsf{Av}_{\mathbb{R}}\rangle$ *un* $TAF_{\mathbb{R}}$. *El perfil de un argumento temporal de* Φ, *o simplemente* t-profile, *es un par* $\langle \mathcal{A}, T\rangle$ *dónde:*

1. $\mathcal{A} \in Args$,
2. $T \subseteq_I \mathsf{Av}_{\mathbb{R}}(\mathcal{C})$,

siendo T *un conjunto de intervalos de tiempo.*

La segunda condición de la definición determina cierta coherencia en la definición de un profile, asegurando que sea válido o posible. Para ello requiere que el conjunto T que aparece vinculado al argumento en el t-profile sea siempre un subconjunto de la disponibilidad de ese argumento en el framework. Un posibilidad es que ambos conjuntos coincidan, y en ese caso el t-profile se denominará *básico*.

Definición 8.2.3 (t-profile básico) *Sea* $\Phi = \langle Args, Atts, \mathsf{Av}_{\mathbb{R}}\rangle$ *un* $TAF_{\mathbb{R}}$ *tal que* $\mathcal{A} \in Args$. *El* t-profile básico de $\mathcal{A}$ *es el t-profile* $\langle \mathcal{A}, \mathsf{Av}_{\mathbb{R}}(\mathcal{A})\rangle$.

Así, si tenemos en cuenta el argumento $\mathcal{C}$ del Ejemplo 8.4 se tendría que el t-profile básico es $\langle \mathcal{C}, \{[20, 40], [45, 55], [60, 70]\}\rangle$. Para este mismo argumento, los siguientes serían t-profiles válidos o posibles:

- $\langle \mathcal{C}, \{[20, 40]\}\rangle$
- $\langle \mathcal{C}, \{[22, 28], [30, 40], [65, 69]\}\rangle$
- $\langle \mathcal{C}, \{[20, 22], [28, 40], [30, 40], [60, 62], [65, 69]\}\rangle$

Nótese que los conjuntos de intervalos de los t-profiles anteriores verifican las dos condiciones impuestas en la definición, *i.e.*, $\mathcal{C} \in Args$ y:

- $\{[20,40]\} \subseteq_I \mathsf{Av}_{\mathbb{R}}(\mathcal{C}) =$
  $\{[20,40]\} \subseteq_I \{[20,40],[45,55],[60,70]\}$
- $\{[22,28],[30,40],[65,69]\} \subseteq_I \mathsf{Av}_{\mathbb{R}}(\mathcal{C}) =$
  $\{[22,28],[30,40],[65,69]\} \subseteq_I \{[20,40],[45,55],[60,70]\}$
- $\{[20,22],[28,40],[30,40],[60,62],[65,69]\} \subseteq_I \mathsf{Av}_{\mathbb{R}}(\mathcal{C}) =$
  $\{[20,22],[28,40],[30,40],[60,62],[65,69]\} \subseteq_I \{[20,40],[45,55],[60,70]\}$

Por otra parte

- $\langle \mathcal{C}, \{[10,40]\}\rangle$
- $\langle \mathcal{C}, \{[15,28],[30,42],[65,69]\}\rangle$

no son t-profiles ya que $\{[10,40]\} \not\subseteq_I \mathsf{Av}_{\mathbb{R}}(\mathcal{C})$, ya que el período $[10,20)$ no está dentro de los períodos de disponibilidad. De la misma manera, $\{[15,28],[30,40],[65,69]\} \not\subseteq_I \mathsf{Av}_{\mathbb{R}}(\mathcal{C})$. En este caso, los períodos donde $\mathcal{C}$ no está disponible son: $[15,20)$ y $(40,42]$.

Al igual que en el framework del Capítulo 7 la noción de ataque se ve afectada por la introducción de la función de disponibilidad $\mathsf{Av}_{\mathbb{R}}$. En la siguiente sección se realizará el análisis correspondiente.

8.3. La noción de ataque afectada por el tiempo

En la definición de un framework, el ataque establece una relación entre argumentos. En los frameworks temporales esta relación va a adquirir un estado temporal, ya que los argumentos involucrados en la relación establecida tienen cierta disponibilidad limitada. Al igual que como sucede para el framework $TAF_{\mathbb{Z}}$, el ataque puede solamente existir si los dos argumentos involucrados en la relación de ataque están disponibles simultáneamente. Un ataque, entonces, puede ocurrir si al menos alguno de los intervalos de disponibilidad del atacante se solapa con alguno de los intervalos de disponibilidad del atacado, *i.e.*, hay al menos un intervalo en cada uno de los conjuntos de disponibilidad tal que la intersección no es vacía (tienen momentos de tiempo en común). El concepto difiere del presentado en el Capítulo 7 en que esta posibilidad de solapamiento entre intervalos es múltiple, y de allí la necesidad de conocer *cuándo* determinado argumento es atacado. Esta noción será capturada a través de un t-profile pues las porciones de tiempo donde atacante y atacado se solapan en el tiempo conforman el conjunto de intervalos donde el ataque es asequible o posible.

Definición 8.3.1 (Ataque asequible) *Sea $\mathcal{A}, \mathcal{B} \in Args$ tal que $(\mathcal{A}, \mathcal{B}) \in Atts$. El conjunto de intervalos en los cuales el ataque $(\mathcal{A}, \mathcal{B})$ es asequible, denotado $\mathsf{AttAtts}_\Phi((\mathcal{A}, \mathcal{B}))$ se define como:*

$$\mathsf{AttAtts}_\Phi((\mathcal{A}, \mathcal{B})) = \mathsf{Av}_\mathbb{R}(\mathcal{A}) \Cap \mathsf{Av}_\mathbb{R}(\mathcal{B})$$

El framework que se observa en la Figura 8.5 es muy sencillo ya que solo cuenta con dos argumentos y una relación de ataque entre ellos, sin embargo, se puede observar que los períodos donde el ataque resulta asequible son múltiples. El hecho de que los argumentos estén disponibles en un conjunto de intervalos conduce a un incremento en la complejidad en el cálculo de *cuándo* cada ataque resulta asequible. En este caso, y siguiendo lo propuesto por la definición, el ataque $(\mathcal{B}, \mathcal{A})$ resulta asequible en $\mathsf{Av}_\mathbb{R}(\mathcal{A}) \Cap \mathsf{Av}_\mathbb{R}(\mathcal{B})$, *i.e.*, $\{[0, 3], [5, 12], [16, 20]\} = \{[0, 14], [16, 20]\} \Cap \{(-\infty, 3], [5, 12], [15, 25)\}$. Este conjunto de intervalos es exactamente dónde $\mathcal{A}$ es amenazado por $\mathcal{B}$.

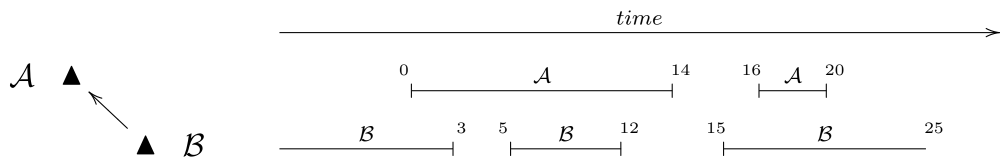


Figura 8.5: Framework $TAF_\mathbb{R}$ simple para ejemplificar ataques asequibles múltiples

Definición 8.3.2 (Conjunto libre de conflictos en un intervalo) *Sea $\Phi = \langle Args, Atts, \mathsf{Av}_\mathbb{R} \rangle$ un $TAF_\mathbb{R}$, I un intervalo y $S \subseteq Args$. El conjunto S se dice libre de conflictos en I, si no hay dos argumentos $\mathcal{A}, \mathcal{B} \in S$ tales que $(\mathcal{A}, \mathcal{B}) \in Atts : \{I\} \Cap \mathsf{AttAtts}_\Phi(\mathcal{A}, \mathcal{B}) \neq \{\}$.*

Intuitivamente la propiedad se sostiene en que en ninguno de los momentos considerados en I resulte asequible un ataque entre dos argumentos del conjunto S. Es importante recordar que la operación $\Cap$ es la intersección entre conjuntos de intervalos. Por lo tanto, si la misma da como resultado el conjunto vacío entonces se verifica la intuición de la propiedad.

El conjunto $\{\mathcal{A}, \mathcal{B}\}$ en el framework de la Figura 8.5 en los intervalos $[0, 3]$,$[5, 12]$,$[16, 20]$ no es un conjunto libre de conflictos ya que en ellos el ataque $(\mathcal{B}, \mathcal{A})$ es asequible. En cambio, si se considera el mismo conjunto pero sobre el intervalo $(12, 16)$ resulta ser libre de conflictos, ya que en ese período el ataque de $\mathcal{B}$ a $\mathcal{A}$ nunca está asequible y, de acuerdo a la definición, esto se garantiza ya que $\{(12,16)\} \Cap \{[0,3],[5,12],[16,20]\} = \{\}$. Es importante notar que en este caso el ataque de $\mathcal{B}$ a $\mathcal{A}$ es el único ataque definido en el framework.

Es posible determinar para cada argumento los períodos de tiempo donde resulta amenazado por el ataque de otro argumento. Para ello se define una función para calcular todos los períodos donde determinado argumento resulta amenazado. Reconocer donde un argumento es amenazado resultará esencial para su defensa.

Definición 8.3.3 (Amenazado) *Sea* $\Phi = \langle Args, Atts, \mathsf{Av}_{\mathbb{R}} \rangle$ *un* $TAF_{\mathbb{R}}$. *El conjunto de intervalos de amenaza para* $\mathcal{A} \in Args$*, denotado como* $\tau_{\Phi}^{\mathcal{A}}$*, es:*

$$\tau_{\Phi}^{\mathcal{A}} = \bigcup_{\mathcal{X} \in Args} \mathsf{AttAtts}_{\Phi}((\mathcal{X}, \mathcal{A}))$$

Se puede observar en la definición que la función recoge todos los intervalos c a ataques asequibles sobre el argumento de interés.

A la hora de determinar las defensas de un argumento, es necesario conocer dónde el mismo es amenazado y por quién. Para poder decir que un argumento está defendido, debe estarlo contra todos los ataques que sean asequibles en ese período particular de tiempo. Resulta necesario determinar entonces los períodos de tiempo donde el argumento resulta atacado por el mismo conjunto de atacantes. Para ello es necesario efectuar una operación de *particionamiento* del conjunto $\tau_{\Phi}^{\mathcal{X}}$ considerando los solapamientos entre sus elementos. Teniendo en cuenta que los elementos corresponden a intervalos de ataque un solapamiento entre los elementos implica que el argumento atacado necesita defensa en el período compartido, contra al menos dos atacantes. A modo ilustrativo, puede observarse la situación de la Figura 8.6, el argumento $\mathcal{X}$ requiere defensa en los intervalos $[35,45)$, $[45,50]$ y $(50,60]$. Estos intervalos se obtienen del conjunto $\tau_{\Phi}^{\mathcal{X}}$, siendo $\tau_{\Phi}^{\mathcal{X}} = \{[35,50],[45,60]\}$, *i.e.*, $\mathsf{AttAtts}_{\Phi}((\mathcal{A},\mathcal{X})) \cup \mathsf{AttAtts}_{\Phi}((\mathcal{B},\mathcal{X}))$. La división mencionada anteriormente es interesante de obtener ya que en cada uno de los intervalos obtenidos se requieren defensas contra diferentes argumentos, y así:

- en el intervalo $[35,45)$ $\mathcal{X}$ sólo se requiere defensa contra $\mathcal{A}$.
- en el intervalo $[45,50]$ $\mathcal{X}$ requiere defensa contra $\mathcal{A}$ y $\mathcal{B}$, ya que ambos ataques son asequibles en ese período.
- en el intervalo $[50,60]$ $\mathcal{X}$ sólo se requiere defensa contra $\mathcal{B}$.

Una de las claves para asegurar la defensa está en determinar el conjunto minimal de intervalos de amenaza, tal que no existen dos intervalos consecutivos con exactamente

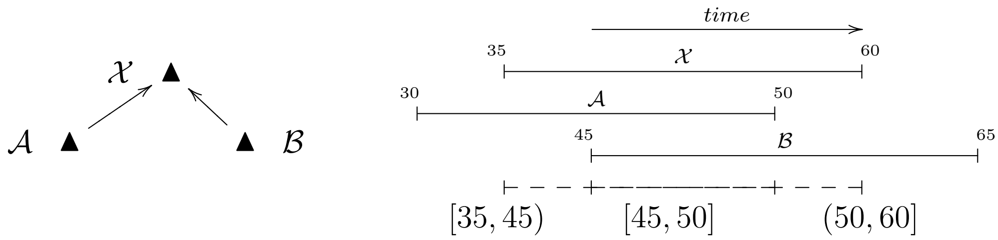


Figura 8.6: Intervalos donde $\mathcal{X}$ requiere defensa

el mismo conjunto de ataques asequibles en él. Esta propiedad minimiza el trabajo de determinar las defensas y maximiza los espacios defendidos.

8.3.1. Operaciones necesarias sobre el particionado de intervalos

Los intervalos que se solapan definen implícitamente varios subintervalos, que resultan interesantes en el contexto de la disponibilidad de un argumento y los períodos de amenaza que sufre. Estos subintervalos están determinados a partir de los puntos de definición de los intervalos involucrados, *i.e.*, a partir de los correspondientes startpoints y endpoints. La Figura 8.7 muestra la situación que se plantea a partir de dos intervalos cerrados que se solapan, induciendo la aparición de tres subintervalos en este caso. Si el argumento $\mathcal{B}$ ataca al argumento $\mathcal{A}$, entonces este ataque es asequible en $[45, 50]$, que es exactamente el período en el que ambos argumentos están disponibles. Este hecho deja a la vista dos situaciones adicionales que no son despreciables: por un lado, es posible afirmar que en el framework el argumento $\mathcal{A}$ no es atacado por $\mathcal{B}$ en $[30, 45)$ ni en $(50, 65]$ pero, por otro lado, el segundo intervalo no es relevante ya que $\mathcal{A}$ no está disponible allí. Un detalle interesante es que estos subintervalos, $[30, 45)$ y $(50, 65]$ son semi-cerrados, ya que los momentos 45 y 50 pertenecen al intervalo de amenaza de $\mathcal{A}$.

La situación puede complicarse aún más. Sobre la base de la misma figura, supóngase que $\mathcal{A}$ y $\mathcal{B}$ son dos atacantes para un tercer argumento $\mathcal{C}$, de manera tal que la disponibilidad de $\mathcal{C}$ es $\mathsf{Av}_{\mathbb{R}}(\mathcal{C}) = \{[30, 65)\}$. En este contexto el argumento $\mathcal{C}$ requiere defensa contra el ataque de $\mathcal{A}$ en $[30, 45)$. En el intervalo $[45, 50]$ requiere defensa contra ambos, $\mathcal{A}$ y $\mathcal{B}$, y finalmente requiere sólo defensa contra el argumento $\mathcal{B}$ en $(45, 65)$. La importancia de determinar estos subintervalos es crucial, ya que los argumentos pueden estar

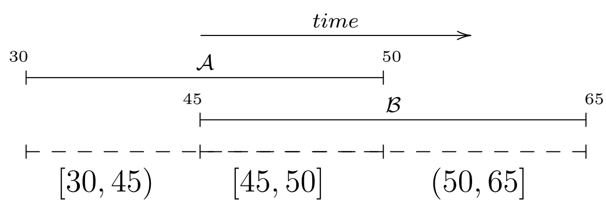


Figura 8.7: Subintervalos inducidos por la superposición de intervalos

bien defendidos sólo en ciertos períodos de tiempo. Estos períodos dependen de las porciones superpuestas de atacantes y defensores. Observando el framework de la Figura 8.5, se puede observar que el argumento $\mathcal{A}$ es defendido por $\mathcal{C}$ en $[30, 40]$ del ataque de $\mathcal{B}$.

Teniendo en cuenta que tanto los ataques como las defensas comienzan y cesan con la disponibilidad de los argumentos, es posible definir un conjunto formado por los subintervalos mínimos que tengan lugar por superposición múltiple. Esta noción es formalizada en la siguiente definición.

Definición 8.3.4 (Partición) *Sea S un conjunto de intervalos. La partición de S, denotada como* $\mathsf{Part}(S)$, *es una función definida como sigue:*

- $\mathsf{Part}(S) = S$ *si* $\forall I_1, I_2 \in S, I_1 \cap I_2 = \emptyset$.
- $\mathsf{Part}(S) = \mathsf{Part}(S - \{I_1, I_2\} \cup \{I_1 - (I_1 \cap I_2), I_2 - (I_1 \cap I_2), I_1 \cap I_2\})$, *con* $I_1, I_2 \in S$ *y* $I_1 \cap I_2 \neq \emptyset$

La función $\mathsf{Part}(S)$ tiene una definición recursiva. El caso base indica que el conjunto particionado es el mismo conjunto que queremos particionar S si no hay intervalos que solapen. Claramente en ese caso no hay nada que particionar. En el caso recursivo, hay al menos un par de intervalos que se solapan. En este caso, se eliminan del conjunto original estos dos intervalos que se solapan y en su lugar se colocan los subintervalos que correspondan. En general se trata del subintervalo que corresponde a la parte solapada y de dos que corresponden a lo que resta de los intervalos originales sin la parte común. Estos últimos dos sólo se adicionan en caso de no ser vacíos. El conjunto no tiene elementos repetidos, es decir, antes de agregar un intervalo la unión asegura que el mismo no esté ya incluido en el conjunto resultado.

El siguiente ejemplo muestra la obtención del conjunto de subintervalos para un conjunto de intervalos S.

Ejemplo 8.3.1 *Sea* $S = \{[5,25],(20,50],(15,45)\}$.

$$\begin{aligned}
\mathsf{Part}(S) &= \mathsf{Part}(S - \{I_1, I_2\} \cup \{I_1 - (I_1 \cap I_2), I_2 - (I_1 \cap I_2), I_1 \cap I_2\}) \\
&= \mathsf{Part}((S - \{[5,25],(20,50]\} \cup \{[5,25] - ([5,25] \cap (20,50]), \\
&\qquad (20,50] - ([5,25] \cap (20,50]), [5,25] \cap (20,50]\}) \\
&= \mathsf{Part}(\{[5,25],(20,50],(15,45)\} - \{[5,25],(20,50]\} \cup \\
&\qquad \{[5,25] - (20,25],(20,50] - (20,25],(20,25]\}) \\
&= \mathsf{Part}(\{(15,45)\} \cup \{[5,20],(25,50],(20,25]\}) \\
&= \mathsf{Part}(\{(15,45),[5,20],(25,50],(20,25]\}) \\
&= \mathsf{Part}(S_1)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathsf{Part}(S_1) &= \mathsf{Part}(S_1 - \{I_1, I_2\} \cup \{I_1 - (I_1 \cap I_2), \\
&\qquad I_2 - (I_1 \cap I_2), I_1 \cap I_2\}) \\
&= \mathsf{Part}(S_1 - \{(15,45),[5,20]\} \cup \{(15,45) - ((15,45) \cap [5,20]), \\
&\qquad [5,20] - ((15,45) \cap [5,20]), (15,45) \cap [5,20]\}) \\
&= \mathsf{Part}(\{(15,45),[5,20],(25,50],(20,25]\} - \{(15,45),[5,20]\} \cup \\
&\qquad \{(15,45) - (15,20],[5,20] - (15,20],(15,20]\}) \\
&= \mathsf{Part}(\{(25,50],(20,25]\} \cup \{(20,45),[5,15],(15,20]\}) \\
&= \mathsf{Part}(\{(25,50],(20,25],(20,45),[5,15],(15,20]\}) \\
&= \mathsf{Part}(S_2)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathsf{Part}(S_2) &= \mathsf{Part}(S_2 - \{I_1, I_2\} \cup \{I_1 - (I_1 \cap I_2), I_2 - (I_1 \cap I_2), I_1 \cap I_2\}) \\
&= \mathsf{Part}(S_2 - \{(25,50],(20,45)\} \cup \{(25,50] - ((25,50] \cap (20,45)), \\
&\qquad (20,45) - ((25,50] \cap (20,45)), (25,50] \cap (20,45)\}) \\
&= \mathsf{Part}(\{(25,50],(20,25],(20,45),[5,15],(15,20]\} - \\
&\qquad \{(25,50],(20,45)\}) \cup \{(25,50] - (25,45),(20,45) - \\
&\qquad (25,45),(25,45)\}) \\
&= \mathsf{Part}(\{(20,25],[5,15],(15,20]\} \cup \{[45,50],(25,45),(15,20]\}) \\
&= \mathsf{Part}(\{(20,25],[5,15],(15,20],[45,50],(25,45)\}) \\
&= \mathsf{Part}(S_3)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathsf{Part}(S_3) &= \mathsf{Part}(S_3) \\
&= \mathsf{Part}(\{(20,25],[5,15],(15,20],[45,50],(25,45)\})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathsf{Part}(S) &= \mathsf{Part}(S_3) \\
&= \mathsf{Part}(\{(20,25],[5,15],(15,20],[45,50],(25,45)\})
\end{aligned}$$

La Figura 8.8 muestra gráficamente la situación planteada en el Ejemplo 8.3.1

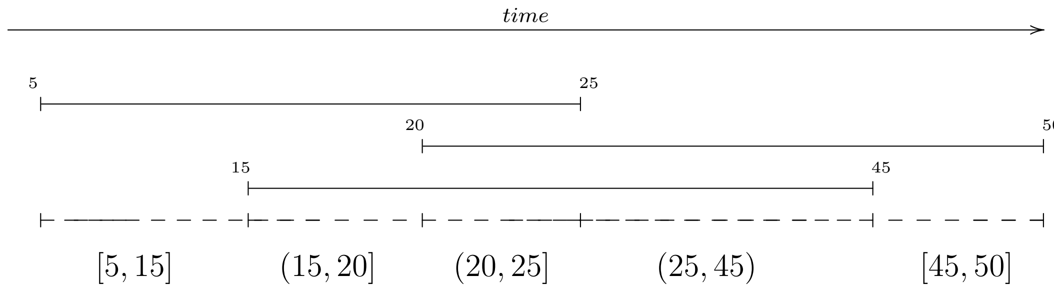


Figura 8.8: Subintervalos inducidos por la superposición de intervalos (2)

El uso de las particiones simplifica la elaboración de las semánticas. Esta definición plantea la siguiente proposición.

Propiedad 8.3.1 *Sea S un conjunto de intervalos. No hay dos intervalos $I_1, I_2 \in \mathsf{Part}(S)$ tales que $I_1 \cap I_2, I \neq [\,]$.*

Demostración 8.3.1 *Sea P el conjunto de intervalos que se obtiene como resultado de particionar S, i.e., $P = \mathsf{Part}(S)$. Suponga por el absurdo que existen un par de intervalos I_1 e I_2 tales que $I_1, I_2 \in P$ tales que su intersección no es vacía.*

Si $I_1 \cap I_2 \neq \emptyset$ entonces $\mathsf{Part}(S) = \mathsf{Part}(S - \{I_1, I_2\} \cup \{I_1 - (I_1 \cap I_2), I_2 - (I_1 \cap I_2), I_1 \cap I_2\})$ por definición y por lo tanto $\mathsf{Part}(S) \neq P$. Pero como por hipótesis $P = \mathsf{Part}(S)$ entonces $I_1 \cap I_2 = \emptyset$. Esto contradice la suposición. Luego $I_i \cap I_j = \emptyset, \forall I_i, I_j \in \mathsf{Part}(S)$.

Como se indicó previamente, la noción de partición resulta de importancia para los ataques y las defensas. En la siguiente sección se profundiza y define la noción de defensa de argumentos en el framework $TAF_{\mathbb{R}}$.

8.4. Noción de defensa

Como se dijo anteriormente, un argumento puede ser atacado en varios momentos de tiempo. Se puede afirmar que el mismo es defendido en esos intervalos de amenaza, solo cuando otro argumento tiene un ataque asequible contra el atacante. En este aspecto el tipo de framework presentado se diferencia de los frameworks clásicos en los cuales un argumento está o defendido o no lo está. En el framework presente, un argumento puede estar defendido en algunos momentos y no defendido en otros. Determinar si un argumento resulta defendido y *dónde* o *cuándo* ya no es una tarea tan trivial, y esto se debe a que no se reduce a mirar el conjunto de ataques.

Definición 8.4.1 (Intervalos de defensa) *Sea* $\Phi = \langle Args, Atts, \mathsf{Av}_{\mathbb{R}} \rangle$ *un* $TAF_{\mathbb{R}}$ *y* S *un conjunto de argumentos. El conjunto de intervalos de defensa para* $\mathcal{A}$ *contra el ataque de* $\mathcal{B}$*, denotado como* $\delta_{\mathcal{A}}^{\mathcal{B}}(S)$*, se define como:*

$$\bigcup_{\forall \mathcal{X} \in S} \{\mathsf{AttAtts}_{\Phi}((\mathcal{X}, \mathcal{B})) \Cap \mathsf{AttAtts}_{\Phi}((\mathcal{B}, \mathcal{A}))\}$$

Los intervalos de defensa surgen de la unión de todos los intervalos donde $\mathcal{B}$ resulta atacado. Los únicos intervalos que en realidad son de interés son aquellos relacionados a los períodos donde $\mathcal{A}$ es atacado por $\mathcal{B}$. Es por esta razón que sólo se retienen aquellos que hacen que la intersección de conjuntos correspondientes a ambos ataques, $\mathsf{AttAtts}_{\Phi}$, no sea vacía. Esta situación puede ejemplificarse observando la interacción de los argumentos presentados en la Figura 8.9. El argumento $\mathcal{C}$ le provee defensa a $\mathcal{A}$ ya que ataca a $\mathcal{B}$. Observando la disponibilidad de los argumentos, se puede concluir que el ataque $(\mathcal{C}, \mathcal{B})$ es asequible en $\{[15, 20], [25, 45], (80, 100]\}$ y es en esos intervalos donde provee defensa a $\mathcal{A}$. Si al análisis le agregamos la disponibilidad de $\mathcal{A}$ puede notarse que ciertos períodos son irrelevantes a la hora de plantear la defensa, ya que $\mathcal{A}$ no está disponible o lo que es lo mismo, el ataque de $(\mathcal{B}, \mathcal{A})$ no es asequible y, por lo tanto, no se requiere defensa. En el caso del ejemplo se puede eliminar el período $(80, 100]$ y el subintervalo $(30, 40)$ pues ninguno de los dos períodos está considerado en $\mathsf{Av}_{\mathbb{R}}(\mathcal{A})$ y, por lo tanto, tampoco en $\mathsf{AttAtts}_{\Phi}((\mathcal{B}, \mathcal{A}))$.

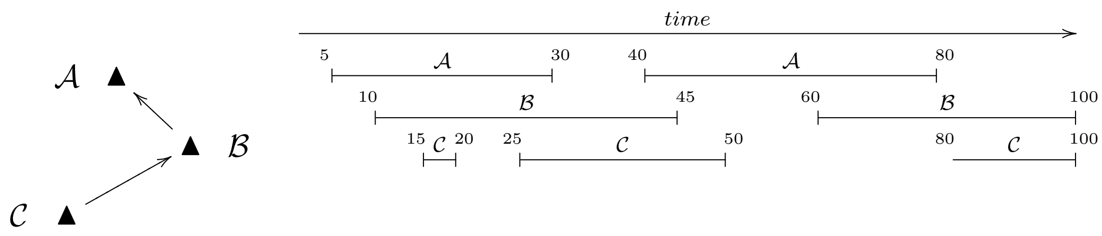


Figura 8.9: Defensas al argumento $\mathcal{A}$

Dado un argumento $\mathcal{A}$, si $\tau_{\Phi}^{\mathcal{A}} \neq \emptyset$, es decir el conjunto de intervalos donde $\mathcal{A}$ es amenazado por otro argumento no es vacío, entonces $\mathcal{A}$ necesita defensa en los períodos de tiempo que forman el conjunto $\tau_{\Phi}^{\mathcal{A}}$. Un argumento $\mathcal{B}$ puede atacar al argumento $\mathcal{A}$ en diferentes momentos, y obviamente estos períodos están incluidos dentro del conjunto de intervalos donde está amenazado. Pero para determinar la defensa contra determinado ataque es necesario asociar quien es responsable de la amenaza en cada uno de los períodos identificados. Aprovechando las nociones de ataque asequible, t-profile y partición, es posible definir este concepto.

Definición 8.4.2 (t-profiles de amenaza) *Sea* $\Phi = \langle Args, Atts, \mathsf{Av}_{\mathbb{R}} \rangle$ *un* $TAF_{\mathbb{R}}$ *y* $\mathcal{A} \in Args$*. El conjunto de todos los atacantes y sus períodos de amenaza para el argumento* $\mathcal{A}$*, denotado* $\mathsf{needsDefense}(\mathcal{A})$*, se define formalmente de la siguiente manera:*

$$\mathsf{needsDefense}(\mathcal{A}) = \{\langle \mathcal{X}, I \rangle : I = \mathsf{Part}(\tau_{\Phi}^{\mathcal{A}}) \Cap \mathsf{AttAtts}_{\Phi}((\mathcal{X}, \mathcal{A}))\}$$

El conjunto $\mathsf{needsDefense}(\mathcal{A})$ es un conjunto de t-profiles que denota las amenazas concretas contra el argumento $\mathcal{A}$, llevando un registro de *quién* y *cuándo*. Los intervalos que hacen referencia al *cuándo* están especializados, ya que están basados en la partición del conjunto de intervalos de amenaza de $\mathcal{A}$. De esta manera, los intervalos obtenidos están relacionados a los argumentos que provoquen ataques asequibles en él, y se puede determinar si en cada uno de estos períodos hay un solo atacante "activo" o más de uno. Esto permite la individualización de los períodos de tiempo o intervalos con múltiples atacantes, hecho sustancial a la hora de determinar la defensa. Un argumento será defendido en un período donde es atacado en forma múltiple en aquellos subintervalos donde sea defendido contra **todos** sus atacantes asequibles.

Supóngase que tenemos un argumento $\mathcal{A}$ tal que $\mathsf{Av}_{\mathbb{R}}(\mathcal{A}) = (-\infty, \infty)$, el mismo es atacado por tres argumentos $\mathcal{B}$, $\mathcal{C}$ y $\mathcal{D}$. La disponibilidad de estos argumentos es $\mathsf{Av}_{\mathbb{R}}(\mathcal{B}) = [5, 25]$,$\mathsf{Av}_{\mathbb{R}}(\mathcal{C}) = (20, 50]$ y $\mathsf{Av}_{\mathbb{R}}(\mathcal{D}) = (15, 45)$. De esta manera, el conjunto de amenazas, $\tau_{\Phi}^{\mathcal{A}} = \{[5, 25], (20, 50], (15, 45)\}$. La Figura 8.10 muestra la partición de $\tau_{\Phi}^{\mathcal{A}}$. Estos intervalos

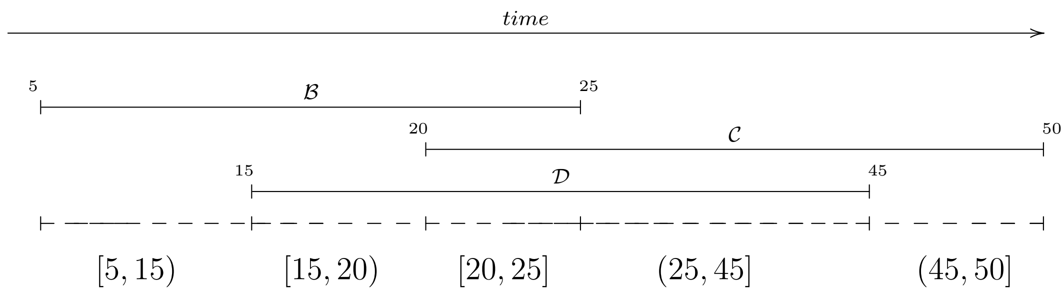


Figura 8.10: Subintervalos inducidos por la superposición de intervalos de $\tau_{\Phi}^{\mathcal{A}}$

determinan qué atacantes tienen ataques asequibles con más precisión, con respecto a las futuras defensas requeridas. Observando el gráfico es simple notar que en el intervalo $[5, 15)$, el argumento $\mathcal{A}$ sólo necesita defenderse del ataque de $\mathcal{B}$ mientras que en $(45, 50]$ solo de $\mathcal{C}$. En los intervalos $[15, 20)$ y $(25, 45]$, el argumento $\mathcal{A}$ requiere defensa contra $\mathcal{B}$ y $\mathcal{D}$ en el primer caso y contra el ataque de $\mathcal{C}$ y $\mathcal{D}$ en el segundo caso. Por otro lado, en el intervalo $[20, 25]$ el argumento $\mathcal{A}$ es atacado por los tres argumentos, $\mathcal{B}$, $\mathcal{C}$ y $\mathcal{D}$. Luego:

$$\mathsf{needsDefense}(\mathcal{A}) = \left\{ \begin{array}{l} \langle \mathcal{B}, \{[5, 15), [15, 20), [20, 25]\} \rangle, \\ \langle \mathcal{C}, \{[20, 25], (25, 45], (45, 50]\} \rangle, \\ \langle \mathcal{D}, \{[15, 20), (20, 25], (25, 45]\} \rangle \end{array} \right\}$$

Propiedad 8.4.1 *Sea* $\langle Args, Atts, \mathsf{Av}_{\mathbb{R}} \rangle$ *un* $TAF_{\mathbb{R}}$*, si para algún* $\mathcal{Z} \in Args$ *existen t-profiles* $\langle \mathcal{X}, I_X \rangle$*,* $\langle \mathcal{Y}, I_Y \rangle \in \mathsf{needsDefense}(\mathcal{Z})$ *tales que* $I_X \Cap I_Y \neq \emptyset$*, entonces* $\mathsf{Av}_{\mathbb{R}}(\mathcal{X}) \Cap \mathsf{Av}_{\mathbb{R}}(\mathcal{Y}) \neq \emptyset$ *y* $(\mathcal{X}, \mathcal{Z}), (\mathcal{Y}, \mathcal{Z}) \in \mathsf{AttAtts}_{\Phi}$.

Demostración 8.4.1 *La demostración resulta trivial a partir de las definiciones de los conceptos involucrados.*

Para analizar el comportamiento del framework en cierto intervalo, se requieren algunas definiciones adicionales. Por ejemplo, es necesario recuperar los atacantes de un argumento en un período de tiempo I.

Definición 8.4.3 (Atacantes en I) *Sea* $\Phi = \langle Args, Atts, \mathsf{Av}_{\mathbb{R}} \rangle$ *un* $TAF_{\mathbb{R}}$*,* $\mathcal{A} \in Args$ *e* $I \in \mathsf{Part}(\tau_{\Phi}^{\mathcal{A}})$*. Luego:*

$$attackers(\mathcal{A}, I) = \{\mathcal{X} : \langle \mathcal{X}, I_{\mathcal{X}} \rangle \in \mathsf{needsDefense}(\mathcal{A}), I \in I_{\mathcal{X}}\}$$

Observando la Figura 8.10 y la definición de $\mathsf{needsDefense}(\mathcal{A})$ recién presentada se puede observar que:

$$\begin{array}{l} attackers(\mathcal{A}, [5, 15)) = \{\mathcal{B}\} \\ attackers(\mathcal{A}, [15, 20)) = \{\mathcal{B}, \mathcal{D}\} \\ attackers(\mathcal{A}, [20, 25]) = \{\mathcal{B}, \mathcal{C}, \mathcal{D}\} \\ attackers(\mathcal{A}, (25, 45]) = \{\mathcal{C}, \mathcal{D}\} \\ attackers(\mathcal{A}, (45, 50]) = \{\mathcal{C}\} \end{array}$$

El conjunto $attackers(\mathcal{A}, (25, 45])$ resulta ser $\{\mathcal{C}, \mathcal{D}\}$ debido a que $(25, 45]$ pertenece al conjunto de intervalos del profile de los argumentos $\mathcal{C}$ y $\mathcal{D}$ pertenecientes a $\mathsf{needsDefense}(\mathcal{A})$. En detalle se tiene que:

1. $\langle \mathcal{C}, \{[20,25],(25,45],(45,50]\}\rangle \in \mathsf{needsDefense}(\mathcal{A})$.

2. $\langle \mathcal{D}, \{[15,20),(20,25],(25,45]\}\rangle \in \mathsf{needsDefense}(\mathcal{A})$.

3. $(25,45] \in \{[20,25],(25,45],(45,50]\}$ luego $\mathcal{C} \in attackers(\mathcal{A},(25,45])$.

4. $(25,45] \in \{[15,20),(20,25],(25,45]\}$ luego $\mathcal{D} \in attackers(\mathcal{A},(25,45])$.

5. como no existe otro t-profile $\langle \mathcal{X}, I_{\mathcal{X}}\rangle$ tal que $(25,45] \in I_{\mathcal{X}}$ luego $attackers(\mathcal{A},(25,45])=$ $\{\mathcal{C},\mathcal{D}\}$.

Paralelamente resulta indispensable conocer en qué intervalos un argumento $\mathcal{A}$ es defendido del ataque de un argumento $\mathcal{X}$ a partir de un conjunto determinado de argumentos.

Definición 8.4.4 (Defensa contra un atacante en un intervalo) *Sea un* $TAF_{\mathbb{R}}$ $\Phi = \langle Args, Atts, \mathsf{Av}_{\mathbb{R}}\rangle$*,* S *un conjunto de argumentos,* $\mathcal{A} \in Args$ *e* $I \in \mathsf{Part}(\tau_{\Phi}^{\mathcal{A}})$*. Sea* $\mathcal{X} \in attackers(\mathcal{A}, I)$*, el conjunto de intervalos donde* S *defiende a* $\mathcal{A}$ *de* $\mathcal{X}$*, notado como* $\mathsf{Defense}(\mathcal{X},\mathcal{A},I)$*, se define como:*

$$\mathsf{Defense}(\mathcal{X},\mathcal{A},I) = \delta_{\mathcal{A}}^{\mathcal{X}}(S) \Cap \{I\}$$

Los períodos de tiempo dónde $\mathcal{A}$ recibe defensa desde S contra $\mathcal{X}$ están considerados en el conjunto $\delta_{\mathcal{A}}^{\mathcal{X}}(S)$. Si el interés está centrado en un intervalo I, entonces la defensa del argumento $\mathcal{A}$ contra $\mathcal{X}$ en el intervalo I se reduce a aquellos momentos presentes en ambos conjuntos de intervalos, *i.e.*, la intersección de estos conjuntos de intervalos retiene sólo aquellos períodos de tiempo defendidos que resultan relevantes al intervalo I. Como se explicó anteriormente en un intervalo I varios ataques pueden ser asequibles, por lo que los subintervalos de I en los cuales $\mathcal{A}$ resulta defendido no son aquellos en los cuales es defendido de un único ataque, sino que surgen de los períodos de defensa en los cuales coinciden todos los ataques que sufre el argumento. Claro que la única excepción tendría lugar si en el intervalo I hay un único ataque asequible.

Definición 8.4.5 (Momentos de defensa en un intervalo) *Sea* $\Phi = \langle Args,\ Atts,$ $\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}\rangle$ *un* $TAF_{\mathbb{R}}$ *y* S *un conjunto de argumentos. Sea* $I \in \mathsf{Part}(\tau_{\Phi}^{\mathcal{A}})$*. El conjunto de intervalos donde* $\mathcal{A}$ *resulta defendido en* I*, notado como* $\Delta_{\mathcal{A}}^{S}(I)$*, se define de la siguiente manera:*

$$\Delta_{\mathcal{A}}^{S}(I) = \Cap_{\mathcal{X} \in attackers(\mathcal{A},I)} \mathsf{Defense}(\mathcal{X},\mathcal{A},I)$$

Notar que $attackers(\mathcal{A}, I)$ es un conjunto que tiene al menos un miembro. Es posible asegurar esto ya que su definición establece que I pertenece a la partición de los intervalos de amenaza para $\mathcal{A}$. El intervalo pertenece a ese conjunto solo si hay al menos un ataque asequible o activo en él.

Hasta ahora se restringió el análisis a determinado intervalo de tiempo. Si se pretende hacer un análisis sobre el framework en forma completa, se puede calcular el conjunto de intervalos en los cuales el argumento resulta defendido.

Definición 8.4.6 (Intervalos de defensa) *Sea* $\Phi = \langle Args, Atts, \mathsf{Av}_{\mathbb{R}} \rangle$ *un* $TAF_{\mathbb{R}}$ *y* S *un conjunto de t-profiles. El conjunto de intervalos de defensa para* $\mathcal{A}$*, notado como* $\Delta^S_{\mathcal{A}}$*, es:*

$$\Delta^{\emptyset}_{\mathcal{A}} = \mathsf{Av}_{\mathbb{R}}(\mathcal{A}) \stackrel{I}{-} \tau^{\mathcal{A}}_{\Phi}$$
$$\Delta^{S}_{\mathcal{A}} = \Delta^{\emptyset}_{\mathcal{A}} \cup \bigcup_{I \in \mathsf{Part}(\tau^{\mathcal{A}}_{\Phi})} \Delta^{S}_{\mathcal{A}}(I) \textit{ cuando } S \neq \emptyset.$$

En los frameworks abstractos tradicionales un argumento $\mathcal{A}$ puede resultar aceptable o no con respecto a un conjunto de argumentos S. Es decir, el conjunto S provee defensores contra todos los ataques que sufre $\mathcal{A}$ o falla en este aspecto. En los frameworks abstractos temporizados, debido a la disponibilidad de tiempo de todos los argumentos y a la noción de ataque, un argumento $\mathcal{A}$ es aceptable con respecto a un conjunto de argumentos S sólo durante el tiempo definido por la función $\Delta^S_{\mathcal{A}}$. Nuevamente el aspecto más importante a considerar no es si es aceptable o no, sino *dónde o cuando* es aceptable. Es claro que en el mejor de los casos será en todo su período de disponibilidad, *i.e.*, el período de aceptabilidad de $\mathcal{A}$ coincidirá con $\mathsf{Av}_{\mathbb{R}}(\mathcal{A})$. De otra manera, la aceptabilidad se verá reducida a subintervalos de $\mathsf{Av}_{\mathbb{R}}(\mathcal{A})$, incluyendo la posibilidad que no sea aceptable (*i.e.*, el período donde resulta aceptable es vacío).

El Ejemplo 8.4.1 ilustra cómo se determina si un argumento es aceptable.

Ejemplo 8.4.1 *Sea* $\Phi = \langle Args, Atts, \mathsf{Av}_{\mathbb{R}} \rangle$ *un* $TAF_{\mathbb{R}}$ *dónde* $Args = \{\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}, \mathcal{D}, \mathcal{E}, \mathcal{F}\}$, $Atts = \{(\mathcal{B}, \mathcal{A}), (\mathcal{C}, \mathcal{A}), (\mathcal{D}, \mathcal{C}), (\mathcal{E}, \mathcal{B}), (\mathcal{F}, \mathcal{B}),\}$ *y la función de disponibilidad está definida como:*

$Args$	$\mathsf{Av}_{\mathbb{R}}$
$\mathcal{A}$	$\{[0, 30], [60, 75], [80, 100]\}$
$\mathcal{B}$	$\{[0, 20], (85, 95)\}$
$\mathcal{C}$	$\{[10, 30]\}$
$\mathcal{D}$	$\{[0, 15], [25, 40]\}$
$\mathcal{E}$	$\{[12, 30]\}$
$\mathcal{F}$	$\{[80, 90]\}$

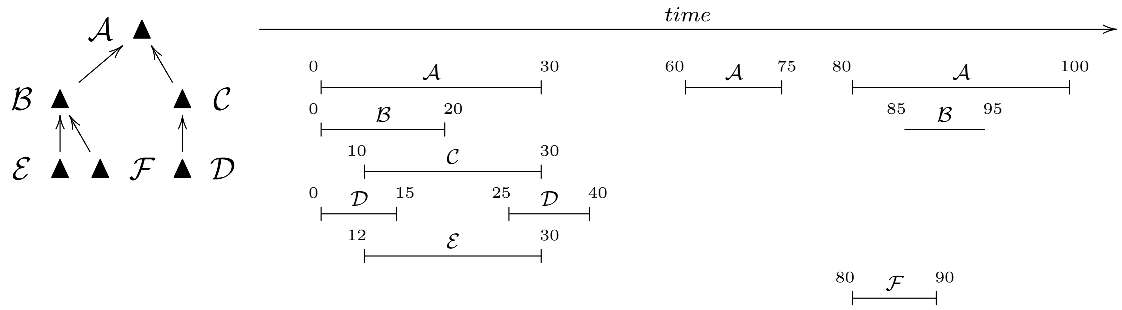


Figura 8.11: $TAF_{\mathbb{R}}$ del Ejemplo 8.4.1

El framework puede observarse gráficamente en la Figura 8.11. De allí se observa que el conjunto de intervalos donde los ataques son asequibles es el siguiente.

Atts	$\mathsf{AttAtts}_{\Phi}$
$(\mathcal{B},\mathcal{A})$	$\{[0,20],(85,95)\}$
$(\mathcal{C},\mathcal{A})$	$\{[10,30]\}$
$(\mathcal{D},\mathcal{C})$	$\{[10,15],[25,30]\}$
$(\mathcal{E},\mathcal{B})$	$\{[12,20]\}$
$(\mathcal{F},\mathcal{B})$	$\{(85,90]\}$

La asequibilidad del ataque $(\mathcal{B},\mathcal{A})$ se obtiene de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
\mathsf{AttAtts}_{\Phi}((\mathcal{B},\mathcal{A})) &= \mathsf{Av}_{\mathbb{R}}(\mathcal{B}) \Cap \mathsf{Av}_{\mathbb{R}}(\mathcal{A}) \\
&= \{[0,20],(85,95)\} \Cap \{[0,30],[60,75],[80,100]\} \\
&= \{[0,20]\cap[0,30],(85,95)\cap[80,100]\} \qquad [*] \\
&= \{[0,20],(85,95)\}
\end{aligned}$$

[$*$] *el resto de las intersecciones posibles conducen a* [ ], *i.e.*, $[0,20]\cap[60,75] = [0,20]\cap[80,100] = (85,95)\cap[0,30] = (85,95)\cap[60,75] = [\ ]$. *Teniendo presente la Definición 6.2.8 el intervalo vacío no se incluye en la intersección.*

Para determinar dónde un argumento $\mathcal{A}$ es defendido, es necesario determinar dónde está siendo amenazado.

$$\begin{aligned}
\tau_{\Phi}^{\mathcal{A}} &= \mathsf{AttAtts}_{\Phi}((\mathcal{B},\mathcal{A})) \cup \mathsf{AttAtts}_{\Phi}((\mathcal{C},\mathcal{A})) \\
&= \{[0,20],(85,95)\} \cup \{[10,30]\} \\
&= \{[0,20],(85,95),[10,30]\}
\end{aligned}$$

Determinar las defensas sería el próximo paso, pero para ello es necesario identificar los atacantes y vincularlos a los períodos de amenaza teniendo en cuenta posibles ataques múltiples. Para ello es necesario calcular la partición de $\tau_\Phi^\mathcal{A}$.

$$
\begin{array}{rcll}
\mathsf{Part}(\tau_\Phi^\mathcal{A}) & = & \mathsf{Part}(\{[0,20],(85,95),[10,30]\}) & \\
& = & \mathsf{Part}(\{[0,20],(85,95),[10,30]\} - \{[0,20],[10,30]\} \cup & \\
& & \quad \{[0,20]-[10,20],[10,30]-[10,20],[10,20]\}) & [\dagger] \\
& = & \mathsf{Part}(\{(85,95)\} \cap \{[0,10),(20,30],[10,20]\}) & \\
& = & \mathsf{Part}(\{(85,95),[0,10),(20,30],[10,20]\}) & \\
& = & \{\{(85,95),[0,10),(20,30],[10,20]\}\} & [\ddagger]
\end{array}
$$

- $[\dagger]$: *la recursión de la definición de la función de partición se aplica dado que* $[0,20] \cap [10,30] = [10,20] \neq [\ ]$.
- $[\ddagger]$: *se aplica el caso base, ya que todas las posibles intersecciones entre los miembros del conjunto* S *dan como resultado el intervalo vacío.*

El conjunto $\mathsf{needsDefense}(\mathcal{A})$ *contiene todos los atacantes de* $\mathcal{A}$ *junto a un conjunto de intervalos dónde cada uno de ellos efectivamente resulta una amenaza para* $\mathcal{A}$. *Como se mencionó previamente la diferencia con los intervalos en* $\mathsf{AttAtts}_\Phi$ *es que los mismos han sido particionados teniendo en cuenta el resto de las amenazas.*

$\mathsf{needsDefense}(\mathcal{A}) = \{\langle\mathcal{B}, \{[0,10),[10,20],(85,95)\}\rangle, \langle\mathcal{C}, \{(20,30],[10,20]\}\rangle\}$.

Es posible determinar quién ataca al argumento $\mathcal{A}$ *en cada intervalo presente en* $\mathsf{Part}(\tau_\Phi^\mathcal{A})$ *y, por lo tanto, los períodos donde resulta defendido.*

$I \in \mathsf{Part}(\tau_\Phi^\mathcal{A})$	$attackers(\mathcal{A}, I)$
$[0,10)$	$\{\mathcal{B}\}$
$[10,20]$	$\{\mathcal{B},\mathcal{C}\}$
$(20,30]$	$\{\mathcal{C}\}$
$(85,95)$	$\{\mathcal{B}\}$

Las defensas provistas por el conjunto S *contra un atacante de* $\mathcal{A}$, *llamado* $\mathcal{X}$, *suceden durante* $\delta_\mathcal{X}^\mathcal{A}(S)$.

$$
\delta_\mathcal{A}^\mathcal{B}(Args) = \{[12,20],(85,90]\}
$$
$$
\delta_\mathcal{A}^\mathcal{C}(Args) = \{[10,15],[25,30]\}
$$

Notar que, por ejemplo,

$$\begin{array}{rlcl} \delta_{\mathcal{A}}^{\mathcal{B}} = & \mathsf{AttAtts}_{\Phi}((\mathcal{E},\mathcal{B})) \Cap \mathsf{AttAtts}_{\Phi}((\mathcal{B},\mathcal{A})) & \cup & \mathsf{AttAtts}_{\Phi}((\mathcal{F},\mathcal{B})) \Cap \mathsf{AttAtts}_{\Phi}((\mathcal{B},\mathcal{A})) \\ = & \{(12,20]\} \Cap \{[0,20],(85,95)\} & \cup & \{(85,90]\} \Cap \{[0,20],(85,95)\} \\ = & \{[12,20],(85,90]\} & & \end{array}$$

Los períodos dónde el argumento $\mathcal{A}$ es defendido de un ataque particular sobre cada intervalo del conjunto $\mathsf{Part}(\tau_{\Phi}^{\mathcal{A}})$ se obtienen de la siguiente manera:

$$\mathsf{Defense}(\mathcal{B},\mathcal{A},[0,10) = \delta_{\mathcal{A}}^{\mathcal{B}} \Cap \{[0,10]\} = \{[12,20],(85,90]\} \Cap \{[0,10]\} = \emptyset$$

el resto son:

$$\begin{array}{l} \mathsf{Defense}(\mathcal{B},\mathcal{A},[0,10)) = \emptyset \\ \mathsf{Defense}(\mathcal{C},\mathcal{A},[10,20]) = \{[10,15]\} \\ \mathsf{Defense}(\mathcal{B},\mathcal{A},[10,20]) = \{[12,20]\} \\ \mathsf{Defense}(\mathcal{C},\mathcal{A},(20,30]) = \{[25,30]\} \\ \mathsf{Defense}(\mathcal{B},\mathcal{A},(85,95)) = \{(85,90]\} \end{array}$$

Ahora se cuenta con todos los elementos necesarios para determinar los momentos donde $\mathcal{A}$ resulta defendido contra todos los atacantes en un intervalo determinado.

$$\begin{array}{lcl} \Delta_{\mathcal{A}}^{Args}([0,10)) & = & \emptyset \\ & = & \mathsf{Defense}(\mathcal{B},\mathcal{A},[10,20]) \\ \Delta_{\mathcal{A}}^{Args}([10,20]) & = & \{[12,15]\} \\ & = & \mathsf{Defense}(\mathcal{B},\mathcal{A},[10,20) \Cap \mathsf{Defense}(\mathcal{C},\mathcal{A},[10,20]) \\ & = & \{[12,20]\} \Cap \{[10,15]\} \\ \Delta_{\mathcal{A}}^{Args}((20,30]) & = & \{[25,30]\} \\ & = & \mathsf{Defense}(\mathcal{C},\mathcal{A},(20,30]) \\ \Delta_{\mathcal{A}}^{Args}((85,95)) & = & \{(85,90]\} \\ & = & \mathsf{Defense}(\mathcal{B},\mathcal{A},(85,90)) \end{array}$$

Luego el argumento $\mathcal{A}$ resulta defendido por el conjunto $Args$ en:

$$\begin{array}{lcl} \Delta_{\mathcal{A}}^{\emptyset} & = & \mathsf{Av}_{\mathbb{R}}(\mathcal{A}) \stackrel{I}{-} \tau_{\Phi}^{\mathcal{A}} \\ & = & \{[0,30],[60,75],[80,100]\}) \stackrel{I}{-} \{[0,20],(85,95),[10,30]\} \\ & = & \{[60,75],[80,85),(95,100]\} \\ \Delta_{\mathcal{A}}^{Args} & = & \Delta_{\mathcal{A}}^{\emptyset} \cup \Delta_{\mathcal{A}}^{Args}([0,10)) \cup \Delta_{\mathcal{A}}^{Args}([10,20]) \cup \Delta_{\mathcal{A}}^{Args}((20,30]) \cup \Delta_{\mathcal{A}}^{Args}((85,95)) \\ & = & \{[60,75],[80,85),(95,100]\} \cup \emptyset \cup \{[12,15]\} \cup \{[25,30]\} \cup \{(85,90]\} \\ & = & \{[60,75],[80,85),(95,100],[12,15],[25,30],(85,90] \\ & = & \{[12,15],[25,30],[60,75],[80,85),(85,90],(95,100] \end{array}$$

Se cuenta ahora con todo el contexto formal para definir la noción de aceptabilidad de argumentos y conjuntos admisibles adaptadas para el nuevo framework presentado ($TAF_{\mathbb{R}}$).

Definición 8.4.7 (Aceptabilidad) *Sea $\Phi = \langle Args, Atts, \mathsf{Av}_{\mathbb{R}} \rangle$ un $TAF_{\mathbb{R}}$ y S un conjunto de argumentos. Un argumento $\mathcal{A} \in Args$ es aceptable con respecto a S si $\Delta_{\mathcal{A}}^{S} \neq \emptyset$. Si $\mathcal{A}$ es aceptable entonces es aceptable en $\Delta_{\mathcal{A}}^{S}$.*

Una vez definida la noción aceptabilidad es posible definir semánticas basadas en este concepto. La adaptación de las semánticas basadas en aceptabilidad tradicionales serán presentadas en la siguiente sección.

8.5. Adaptaciones de las semánticas tradicionales

En esta sección se definirán varias semánticas basadas en aceptabilidad. En particular se definen las nociones temporizadas equivalentes a las extensiones *estable*, *admisible* y *grounded* de Dung [Dung, 1993b].

Para poder definir estas extensiones de manera más simple es necesario reformular algunos de los conceptos anteriores y definir algunas abreviaturas matemáticas que simplifican las definiciones centrales.

8.5.1. Definiciones y abreviaturas

Para poder definir las semánticas con mayor facilidad, necesitaremos de algunas abreviaturas. Las mismas apelan a operaciones sobre t-profiles. Como se definió previamente (Definición 8.2.2) para que un t-profile se considere válido el argumento mencionado en él debe estar definido en el framework y el espacio temporal definido debe estar enteramente considerado por la función de disponibilidad del argumento en cuestión. Además se definirán dos funciones, ambas teniendo un conjunto de t-profiles como dominio. La primera de las funciones recupera, en forma de conjunto, los argumentos mencionados en los t-profiles, mientras que la segunda hace lo propio con los conjuntos de intervalos.

Definición 8.5.1 (Conjunto universal de t-profiles) *Sea $\Phi = \langle Args, Atts, \mathsf{Av}_{\mathbb{R}} \rangle$ un $TAF_{\mathbb{R}}$. El conjunto de t-profiles definibles a partir de Φ, denotado como $\mathfrak{P}_{\Phi}$, se define como:*

$$\mathfrak{P}_{\Phi} = \{ \langle \mathcal{X}, \mathfrak{D}_{\mathcal{X}} \rangle : \mathcal{X} \in Args, \mathfrak{D}_{\mathcal{X}} \subseteq_{I} \mathsf{Av}_{\mathbb{R}}(\mathcal{X}) \}$$

Claramente, para cualquier conjunto S de t-profiles válidos se cumple que $S \subseteq \mathfrak{P}_{\Phi}$.

Dado un conjunto S de t-profiles, habrá ocasiones en las cuales será necesario apelar al conjunto de argumentos involucrados en los t-profiles del conjunto o solo a los períodos de disponibilidad. Para ello se utilizarán dos funciones $\prod_{Args}$ y $\prod_{\iota}$ definidas de la siguiente manera:

Definición 8.5.2 (Argumentos de un conjunto de t-profiles) *Sea S un conjunto de t-profiles. La función $\prod_{Args}(S)$ se define como:*

$$\prod\nolimits_{Args}(S) = \{\mathcal{X} : \langle \mathcal{X}, \mathfrak{D}_{\mathcal{X}} \rangle \in S\}$$

Definición 8.5.3 (Intervalos de un conjunto de t-profiles) *Sea S un conjunto de t-profiles. La función $\prod_{\iota}(S)$ se define como:*

$$\prod\nolimits_{\iota}(S) = \Cup \mathfrak{D}_{\mathcal{X}} : \langle \mathcal{X}, \mathfrak{D}_{\mathcal{X}} \rangle \in S$$

La operación $\Cup$ fue definida en el Capítulo 6 (Definición 6.2.12) y es la unión de conjuntos de intervalos.

Considérese el conjunto de t-profiles

$$S = \{\langle \mathcal{A}, \{[2, 14], (30, 100)\}\rangle, \langle \mathcal{X}, \{(20, 35)\}\rangle,\ \langle \mathcal{F}, \{[1, 1], [3, 24]\}\rangle\}$$

El conjunto $\prod_{Args}(S)$ es el conjunto formado sólo por los argumentos mencionados en los t-profiles de S, por lo que en este caso $\prod_{Args}(S) = \{\mathcal{A}, \mathcal{X}, \mathcal{F}\}$. De manera análoga, el conjunto $\prod_{\iota}(S)$ está formado por la unión (minimal) de todos los intervalos mencionados en los perfiles de S. Por lo tanto, $\prod_{\iota}(S) = \{[2, 14], (30, 100), (20, 35), [1, 1],\ [3, 24]\}^{\mathsf{mInt}} = \{[1, 1], [2, 100)\}$. Si se considera el conjunto de t-profiles:

$$S_2 = \{\langle \mathcal{B}, \{(20, 44]\}\rangle,\ \langle \mathcal{D}, \{[2, 14], (50, 90)\}\rangle\}$$

entonces el conjunto $\prod_{Args}(S)$ es $\{\mathcal{B}, \mathcal{D}\}$ mientras que el conjunto $\prod_{\iota}(S)$ es:

$$\begin{aligned}
\{(20, 44]\} \Cup \{[2, 14], (50, 90)\} &= \\
\{[2, 14], (50, 90), (20, 44]\}^{\mathsf{mInt}} &= \\
\{[2, 14], (20, 44], (50, 90)\}
\end{aligned}$$

La noción de defensa puede reformularse para trabajar sobre conjunto de profiles en lugar de hacerlo sobre conjuntos de argumentos. Para ello es necesario modificar algunas definiciones. Los conceptos que resultan de vital importancia son los de *intervalos de defensa*, *defensa contra un atacante* y *momentos de defensa*. Las siguientes definiciones reformulan tales conceptos para que se apliquen a t-profiles.

Definición 8.5.4 (Intervalos de defensa, revisado) *Sea* $\Phi = \langle Args, Atts, \mathsf{Av}_{\mathbb{R}} \rangle$ *un* $TAF_{\mathbb{R}}$ *y* S *un conjunto de t-profiles. El conjunto de intervalos de defensa para* $\mathcal{A}$ *contra el ataque de* $\mathcal{B}$*, denotado como* $\delta_{\mathcal{A}}^{\mathcal{B}}(S)$*, se define como:*

$$\delta_{\mathcal{A}}^{\mathcal{B}}(S) = \bigcup_{\langle \mathcal{X}, \mathfrak{D}_{\mathcal{X}} \rangle \in S} \{(\mathfrak{D}_{\mathcal{X}} \Cap \mathsf{AttAtts}_{\Phi}((\mathcal{X}, \mathcal{B})) \Cap \mathsf{AttAtts}_{\Phi}((\mathcal{B}, \mathcal{A}))\}$$

Un determinado t-profile $\langle \mathcal{X}, \mathfrak{D}_{\mathcal{X}} \rangle$ provee defensa a un argumento $\mathcal{A}$ contra el ataque de un argumento $\mathcal{B}$ en aquellos momentos en los cuales tanto el ataque de $\mathcal{B}$ a $\mathcal{A}$ como el de $\mathcal{X}$ a $\mathcal{B}$ están asequibles. La clave para determinar los momentos dónde resulta defendido está en *cuándo* el ataque $(\mathcal{X}, \mathcal{B})$ es asequible, ya que la defensa que puede proveer $\mathcal{X}$ está limitada al tiempo definido en el t-profile en lugar de su función de disponibilidad. Es necesario, entonces, realizar la intersección entre los tres conjuntos de intervalos mencionados. Por tratarse de conjuntos de intervalos es necesario utilizar la operación $\Cap$ presentada en la Definición 6.2.8.

La defensa contra un ataque en un intervalo implica conocer cuándo el conjunto de t-profiles le provee defensa a un argumento contra un ataque particular, pero focalizando la atención sobre determinado intervalo.

Definición 8.5.5 (Defensa contra un atacante en un intervalo, revisado) *Sea* $\Phi = \langle Args,\ Atts,\ \mathsf{Av}_{\mathbb{R}} \rangle$ *un* $TAF_{\mathbb{R}}$*,* S *un conjunto de t-profiles,* $\mathcal{A} \in Args$ *e* $I \in \mathsf{Part}(\tau_{\Phi}^{\mathcal{A}})$*. Sea* $\mathcal{X} \in attackers(\mathcal{A}, I)$*. El conjunto de intervalos donde* S *defiende a* $\mathcal{A}$ *de* $\mathcal{X}$*, notado como* $\mathsf{Defense}(\mathcal{X}, \mathcal{A}, I)$*, se define como:*

$$\mathsf{Defense}(\mathcal{X}, \mathcal{A}, I) = \delta_{\mathcal{A}}^{\mathcal{X}}(S) \Cap \{I\}$$

Nuevamente se utiliza la operación $\Cap$ ya que $\delta_{\mathcal{A}}^{\mathcal{X}}(S)$ es un conjunto de intervalos. De cada uno de los intervalos que pertenecen a $\delta_{\mathcal{A}}^{\mathcal{X}}(S)$ son de interés solo aquellos momentos que también pertenecen a I.

La siguiente definición generaliza el concepto anterior ya que determina cuándo un argumento resulta defendido en un intervalo I pero con respecto a todos sus atacantes.

Definición 8.5.6 (Momentos de defensa en un intervalo, revisado) *Sea* $\Phi = \langle Args,\ Atts,\ \mathsf{Av}_{\mathbb{R}}\rangle$ *un* $TAF_{\mathbb{R}}$ *y* S *un conjunto t-profiles.*

Sea $I \in \mathsf{Part}(\tau_{\Phi}^{\mathcal{A}})$*. El conjunto de intervalos donde* $\mathcal{A}$ *resulta defendido en* I*, notado como* $\Delta_{\mathcal{A}}^{S}(I)$*, se define de la siguiente manera:*

$$\Delta_{\mathcal{A}}^{S}(I) = \Cap_{\forall\langle\mathcal{X},\mathfrak{D}_{\mathcal{X}}\rangle\in S:\mathcal{X}\in attackers(\mathcal{A},I)}\ (\delta_{\mathcal{A}}^{\mathcal{X}}(S) \Cap \{I\})$$

Notar que $attackers(\mathcal{A}, I)$ es un conjunto que siempre tiene al menos un miembro. Es posible asegurar esto ya que su definición establece que I pertenece a la partición de los intervalos de amenaza para $\mathcal{A}$. El intervalo pertenece a ese conjunto solo si hay al menos un ataque asequible o activo en él.

Finalmente los intervalos donde el argumento resulta defendido resultan de la unión de las defensas de cada período que surja de la partición. La definición es análoga a la Definición 8.4.1 solo que en lugar de determinar las defensas a partir de una conjunto de argumentos se determinan a partir de un conjunto de t-profiles.

Definición 8.5.7 (Intervalos de defensa, revisado) *Sea* $\Phi = \langle Args, Atts, \mathsf{Av}_{\mathbb{R}}\rangle$ *un* $TAF_{\mathbb{R}}$ *y* S *un conjunto de argumentos. El conjunto de intervalos de defensa para* $\mathcal{A}$*, notado como* $\Delta_{\mathcal{A}}^{S}$*, es:*

$$\Delta_{\mathcal{A}}^{\emptyset} = \mathsf{Av}_{\mathbb{R}}(\mathcal{A}) \stackrel{I}{-} \tau_{\Phi}^{\mathcal{A}}$$
$$\Delta_{\mathcal{A}}^{S} = \Delta_{\mathcal{A}}^{\emptyset} \cup \bigcup_{I\in\mathsf{Part}(\tau_{\Phi}^{\mathcal{A}})} \Delta_{\mathcal{A}}^{S}(I) \text{ cuando } S \neq \emptyset.$$

Ejemplo 8.5.1 *Sea* Φ *el framework de la Figura 8.12. Se quiere conocer el conjunto de períodos donde el argumento* $\mathcal{A}$ *resulta defendido a partir del conjunto:*

$$S = \{\langle\mathcal{C}, \{[15, 20], [25, 45]\}\rangle\}$$

Los intervalos de defensa del argumento $\mathcal{A}$ *a partir de* S *son los especificados en el siguiente conjunto:*

$$\Delta_{\mathcal{A}}^{S} = \{\quad [5, 10), [25, 30], [40, 60)\quad \}$$

Este conjunto es obtenido a partir de la Definición 8.5.7, de acuerdo a la misma $\Delta_{\mathcal{A}}^{S} = \Delta_{\mathcal{A}}^{\emptyset} \cup \bigcup_{I\in\mathsf{Part}(\tau_{\Phi}^{\mathcal{A}})} \Delta_{\mathcal{A}}^{S}(I)$ *ya que* S *no es un conjunto vacío. Dado que*

$$\begin{array}{rcl} \tau_{\Phi}^{\mathcal{A}} & = & \{[10, 20], [10, 30], [40, 45], [60, 80]\} \\ \mathsf{Part}(\tau_{\Phi}^{\mathcal{A}}) & = & \{[10, 20], (20, 30], [40, 45], [60, 80]\} \end{array}$$

luego

$$\begin{array}{rll}\Delta^S_{\mathcal{A}} = & \Delta^{\emptyset}_{\mathcal{A}} & \Cup \\ & \Delta^S_{\mathcal{A}}([10,20]) & \Cup \\ & \Delta^S_{\mathcal{A}}([(20,30]) & \Cup \\ & \Delta^S_{\mathcal{A}}([40,45]) & \Cup \\ & \Delta^S_{\mathcal{A}}([60,80]) & \end{array}$$

El conjunto $\Delta^{\emptyset}_{\mathcal{A}}$ *determina los momentos dónde* $\mathcal{A}$ *no es atacado y, por lo tanto, trivialmente defendido por* S*. De esta manera:*

$$\begin{array}{rcl}\Delta^{\emptyset}_{\mathcal{A}} & = & \mathsf{Av}_{\mathbb{R}}(\mathcal{A}) \stackrel{I}{-} \tau^{\mathcal{A}}_{\Phi} \\ & = & \{[5,30],[40,80] \stackrel{I}{-} \{[10,20],[10,30],[40,45],[60,80]\}\} \\ & = & \{[5,10),(45,60)\}\}\end{array}$$

Resta calcular los momentos donde S *provee defensa a* $\mathcal{A}$ *en aquellos períodos dónde resulta amenazado. En el período* $[10,20]$ *el argumento* $\mathcal{A}$ *requiere defensa contra los argumentos* $\mathcal{B}$ *y* $\mathcal{D}$*.*

$$\Delta^S_{\mathcal{A}}([10,20]) \quad = \quad (\delta^{\mathcal{B}}_{\mathcal{A}}(S) \Cap \{[10,20]\}) \Cap (\delta^{\mathcal{D}}_{\mathcal{A}}(S) \Cap \{[10,20]\})$$

Se puede observar que $\delta^{\mathcal{B}}_{\mathcal{A}}(S) = \{[15,20],[25,45]\} \Cap \mathsf{AttAtts}_{\Phi}((\mathcal{C},\mathcal{B})) \Cap \mathsf{AttAtts}_{\Phi}((\mathcal{B},\mathcal{A}))$ *ya que en este caso* S *solo contiene un t-profile. Luego:*

$$\begin{array}{rcl}\delta^{\mathcal{B}}_{\mathcal{A}}(S) & = & \{[15,20],[25,45]\} \Cap \{[15,20],[25,45]\} \Cap \{[10,30],[40,45],[60,80]\} \\ & = & \{[15,20],[25,30],[40,45]\}\end{array}$$

De la misma manera, $\delta^{\mathcal{D}}_{\mathcal{A}}(S) = \{[15,20],[25,45]\} \Cap \mathsf{AttAtts}_{\Phi}((\mathcal{C},\mathcal{D})) \Cap \mathsf{AttAtts}_{\Phi}((\mathcal{B},\mathcal{A}))$ *pero como en este caso no existe un ataque del argumento* $\mathcal{C}$ *a* $\mathcal{D}$*:*

$$\begin{array}{rcl}\delta^{\mathcal{D}}_{\mathcal{A}}(S) & = & \{[15,20],[25,45]\} \Cap \{\ \} \Cap \{[10,30],[40,45],[60,80]\} \\ & = & \{\ \}\end{array}$$

Por lo tanto, en el período $[10,20]$ *el conjunto* S *no provee defensa al argumento* $\mathcal{A}$*, ya que*

$$\begin{array}{rcl}\Delta^S_{\mathcal{A}}([10,20]) & = & (\delta^{\mathcal{B}}_{\mathcal{A}}(S) \Cap \{[10,20]\}) \Cap (\delta^{\mathcal{D}}_{\mathcal{A}}(S) \Cap \{[10,20]\}) \\ & = & (\{\{[15,20],[25,30],[40,45]\} \Cap \{[10,20]\}) \Cap (\{\ \} \Cap \{[10,20]\}) \\ & = & \{[15,20]\} \Cap \{\ \} \\ & = & \{\ \}\end{array}$$

Siguiendo un razonamiento similar se calculan $\Delta^S_{\mathcal{A}}((20,30])$, $\Delta^S_{\mathcal{A}}([40,45])$ *y* $\Delta^S_{\mathcal{A}}([60,80])$, *en los tres casos se requiere defensa sólo contra* $\mathcal{B}$.

$$\begin{aligned}\Delta^S_{\mathcal{A}}((20,30]) &= \delta^{\mathcal{B}}_{\mathcal{A}}(S) \Cap \{(20,30]\}\\ &= \{\{[15,20],[25,30],[40,45]\} \Cap \{(20,30]\}\\ &= \{[25,30)\}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta^S_{\mathcal{A}}([40,45]) &= \delta^{\mathcal{B}}_{\mathcal{A}}(S) \Cap \{[40,45]\}\\ &= \{\{[15,20],[25,30],[40,45]\} \Cap \{[40,45]\}\\ &= \{[40,45]\}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta^S_{\mathcal{A}}([60,80]) &= \delta^{\mathcal{B}}_{\mathcal{A}}(S) \Cap \{[60,80]\}\\ &= \{\{[15,20],[25,30],[40,45]\} \Cap \{[60,80]\}\\ &= \{\ \}\end{aligned}$$

Por lo tanto:

$$\begin{aligned}\Delta^S_{\mathcal{A}} &= \Delta^{\emptyset}_{\mathcal{A}} \Cup \Delta^S_{\mathcal{A}}([10,20]) \Cup \Delta^S_{\mathcal{A}}([(20,30)) \Cup \Delta^S_{\mathcal{A}}([40,45]) \Cup \Delta^S_{\mathcal{A}}([60,80])\\ &= \{[5,10),(45,60)\} \Cup \{[25,30]\} \Cup \{\ \} \Cup \{[40,45]\} \Cup \{\ \}\\ &= \{[5,10),[25,30],[40,60)\}\end{aligned}$$

En este caso el conjunto de intervalos en los cuales resulta defendido por S *es un conjunto formado por tres elementos. Puede notarse que el resultado preliminar es un conjunto de cuatro elementos. Las relaciones existentes entre los elementos permite expresar a* S *como un conjunto de cardinalidad menor.*

El concepto de admisibilidad requiere de la noción de conjunto libre de conflictos. Como se formalizó en la Definición 8.3.2, para que un conjunto se considere libre de conflictos no debe haber ataques asequibles en él. Se requiere de una definición nueva si se trata de determinar que un conjunto de t-profiles es libre de conflictos. Hasta el momento la propiedad de *libertad de conflictos* se formuló sobre conjuntos de argumentos.

Definición 8.5.8 (Conjunto de t-profiles libre de conflictos) *Sea* $\Phi = \langle Args, Atts, \mathsf{Av}_{\mathbb{R}}\rangle$ *un* $TAF_{\mathbb{R}}$, *y* $S \subseteq_I \mathfrak{P}_\Phi$ *un conjunto de t-profiles. El conjunto* S *se dice libre de conflictos, si no hay dos t-profiles* $\langle \mathcal{A}, \mathfrak{D}_{\mathcal{A}}\rangle, \langle \mathcal{B}, \mathfrak{D}_{\mathcal{B}}\rangle \in S$ *tales que* $(\mathcal{A},\mathcal{B}) \in Atts$ *y* $\mathfrak{D}_{\mathcal{A}} \Cap \mathfrak{D}_{\mathcal{B}} \neq \emptyset$.

Si un conjunto de t-profiles es libre de conflictos, todos los argumentos incluidos en él son tales que no se atacan entre si o, en caso de atacarse, el ataque no resulta asequible de acuerdo a la disponibilidad definida en sus respectivos t-profiles ($\mathfrak{D}_{\mathcal{A}}$ y $\mathfrak{D}_{\mathcal{B}}$ en la definición).

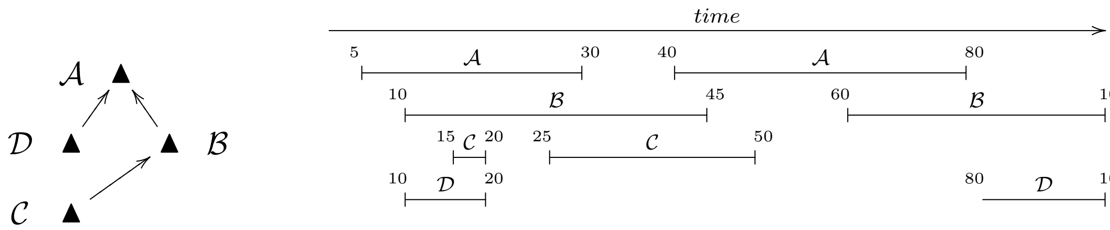


Figura 8.12: Framework Φ para ejemplificar la Definición 8.5.8

Sea Φ el framework de la Figura 8.12 los conjuntos S_1 y S_2 son libres de conflictos, siendo $S_1 = \{\langle\mathcal{A}, [5, 10), (45, 60)\rangle, \langle\mathcal{C}, [15, 20], [25, 50]\rangle\}$ y $S_2 = \{\langle\mathcal{B}, [10, 15), (20, 25)\rangle, \langle\mathcal{D}, [10, 20], (80, 100]\rangle\}$. En ambos casos no existen ataques entre los miembros del conjunto. El conjunto $S_3 = \{\langle\mathcal{A}, [40, 80]\rangle, \langle\mathcal{B}, (80, 100)\rangle, \langle\mathcal{C}, [25, 50]\rangle\}$ también es libre de conflictos, aunque en este caso hay ataques que involucran a los argumentos $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$ y $\mathcal{C}$, aunque no resultan asequibles en los tiempos considerados en el conjunto S_3. De acuerdo al framework el ataque $(\mathcal{B}, \mathcal{A}) \in Atts$ y $\{[40, 80]\} \Cap \{(80, 100)\} = \emptyset$; también el ataque $(\mathcal{C}, \mathcal{B}) \in Atts$ y nuevamente la intersección de sus disponibilidades en S_3 da como resultado el conjunto vacío, $\{(80, 100)\} \Cap \{[25, 50]\} = \emptyset$. Finalmente el conjunto $S_4 = \{\langle\mathcal{B}, \{[10, 30]\}\rangle, \langle\mathcal{C}, \{[25, 40]\}\rangle\}$ no es libre de conflictos, ya que $(\mathcal{C}, \mathcal{B}) \in Atts$ y $\{[10, 30]\} \Cap \{[25, 40]\} = \{[25, 30]\} \neq \emptyset$.

En la siguiente sección, se presentan las adaptaciones de las extensiones tradicionales para el framework $TAF_{\mathbb{R}}$.

8.5.2. Semánticas

Como ya fue mencionado en el Capítulo 4 el framework de argumentación de Dung es abstracto, ya que en su definición se mantienen sin especificar la lógica subyacente, la definición de lo que se considera un argumento, y la relación de derrota entre ellos. La última componente necesaria en el framework es la definición del estado de los argumentos. En su trabajo, Dung [Dung, 1995] se concentra en la definición de aspectos semánticos fundamentales asociados principalmente con la identificación y resolución de conflictos. Estas definiciones conducen a conjuntos de argumentos conocidos en la literatura como *extensiones*. Intuitivamente una extensión puede describirse como un conjunto de argumentos que poseen la capacidad de sobrevivir en forma conjunta a los conflictos planteados en el framework.

La definición de las semánticas juega un rol preponderante, ya que definen las propiedades que se requieren para que determinado conjunto de argumentos sea una extensión. Se espera que la definición de la semántica sea lo más declarativa posible. Para algunas semánticas resulta posible que más de un conjunto de argumentos verifique el conjunto de propiedades que lo definen. Dado que la definición de semánticas resulta indispensable para poder razonar con el framework, diversos investigadores han invertido esfuerzos en definirlas. De esta manera se han definido las que en la literatura se han dado a conocer como *clásicas*, entre las que se destacan las propuestas por Dung. También se han definido otras como las semánticas *SCC-recursive* [Baroni and Giacomin, 2004; Baroni *et al.*, 2005], entre la que se destaca la *CF2* [Baroni *et al.*, 2005; Baroni and Giacomin, 2003], la semántica *prudente* [Coste-Marquis *et al.*, 2005] y la *semi-estable* [Caminada, 2006]. En esta Tesis, el trabajo de definir semánticas para el framework $TAF_{\mathbb{R}}$ se realizará adaptando las semánticas *clásicas*.

Semántica estable

La semántica estable de Dung establece que el conjunto de argumentos justificados no sólo debe ser internamente consistente sino que también debe ser capaz de rechazar a los argumentos que están fuera de ese conjunto. Hasta el momento, se han definido conceptos apoyados en la noción de defensa; sin embargo, la definición de la semántica estable se apoya en la noción de ataque. Es por esta razón que, para poder adaptar la semántica estable a frameworks $TAF_{\mathbb{R}}$, se definirá cuando un conjunto de t-profiles ataca a un t-profile.

Definición 8.5.9 (Ataque de un conjunto a un t-profile) *Sea $\Phi = \langle Args, Atts, \mathsf{Av}_{\mathbb{R}} \rangle$ un $TAF_{\mathbb{R}}$, y S un conjunto de t-profiles de forma que $S \subseteq_I \mathfrak{P}_\Phi$. El conjunto S ataca a $\langle \mathcal{X}, \mathfrak{D}_\mathcal{X} \rangle$, $\langle \mathcal{X}, \mathfrak{D}_\mathcal{X} \rangle \in \mathfrak{P}_\Phi$ si:*

$$\tau_\Phi^\mathcal{X} \Cap \prod_\iota (atacantes) = \mathfrak{D}_\mathcal{X}$$

siendo $atacantes = \{\langle \mathcal{Z}, \mathfrak{D}_\mathcal{Z} \rangle : \langle \mathcal{Z}, \mathfrak{D}_\mathcal{Z} \rangle \in S \text{ y } \mathcal{Z} \in \prod_{Args}(\mathsf{needsDefense}(()\mathcal{X})) \cap \prod_{Args}(S)\}$

La idea detrás de este concepto es afirmar que un profile $\langle \mathcal{X}, \mathfrak{D}_\mathcal{X} \rangle$ es atacado por un conjunto de t-profiles S si las amenazas que tiene el argumento $\mathcal{X}$ considerando los profiles de S coinciden con la disponibilidad del mismo en el t-profile, es decir $\mathfrak{D}_\mathcal{X}$.

La siguiente definición establece las propiedades necesarias para que un conjunto de t-profiles sea una extensión estable.

Definición 8.5.10 (Extensión estable) *Sea $\Phi = \langle Args, Atts, \mathsf{Av}_{\mathbb{R}} \rangle$ un $TAF_{\mathbb{R}}$, y $S \subseteq_I \mathfrak{P}_\Phi$ un conjunto de t-profiles. El conjunto S es una extensión estable de Φ si y solo si:*

1. *S es libre de conflictos y,*
2. *se verifica que:*
   - *$\forall \mathcal{X} \in Args, \mathcal{X} \notin \prod_{Args}(S)$, S ataca a $\langle \mathcal{X}, \mathsf{Av}_{\mathbb{R}}(\mathcal{X}) \rangle$.*
   - *$\forall \mathcal{X} \in Args, \mathcal{X} \in \prod_{Args}(S)$ con $\mathsf{Av}_{\mathbb{R}}(\mathcal{X}) \stackrel{I}{-} \mathfrak{D}_{\mathcal{X}} = \mathfrak{D}'_{\mathcal{X}} \neq \emptyset$, S ataca a $\langle \mathcal{X}, \mathfrak{D}'_{\mathcal{X}} \rangle$.*

Para aquellos argumentos que no están en $\prod_{Args}(S)$, la propiedad que se requiere se podría haber establecido en base a las defensas. De esta manera, se debería exigir que los momentos de defensa resultan en el conjunto vacío, *i.e.*, el argumento no resulta defendido en ningún momento por el conjunto S.

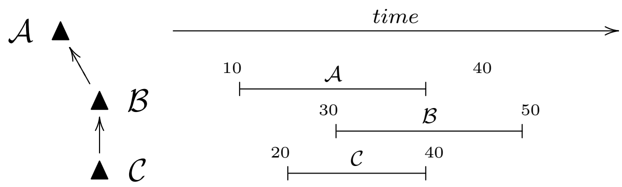


Figura 8.13: Framework $\Phi_{\mathcal{E}}$ para ilustrar la semántica estable

Ejemplo 8.5.2 *Sea $\Phi_{\mathcal{E}} = \langle Args, Atts, \mathsf{Av}_{\mathbb{R}} \rangle$, el framework denotado a través de la Figura 8.13. El conjunto $S = \{\langle \mathcal{A}, [10, 40] \rangle, \langle \mathcal{B}, (40, 50] \rangle, \langle \mathcal{C}, [20, 40] \rangle\}$ conforma una extensión estable del framework $\Phi_{\mathcal{E}}$. Claramente el conjunto es libre de conflictos y verifica las dos condiciones establecidas en la definición. Esto se debe a que, por un lado, no existe un argumento que pertenezca a $Args$ y no pertenezca a $\prod_{Args}(S)$. Por otra parte, en aquellos períodos de disponibilidad no tenidos en cuenta en S para algún argumento, éste resulta amenazado. En el caso del ejemplo, el único argumento en esta condición es $\mathcal{B}$, la disponibilidad de este argumento en $\Phi_{\mathcal{E}}$ es $[30, 50]$. Sin embargo, el profile de $\mathcal{B}$ en S está asociado al período $(40, 50]$ solamente. En el período $[30, 40]$ el argumento $\mathcal{B}$ resulta atacado por $\mathcal{C}$ y dicho argumento está en S en un profile que indica la disponibilidad del mismo en un período que cubre $[30, 40]$. En este caso particular el período es $[20, 40]$ que corresponde con la disponibilidad el argumento en $\Phi_{\mathcal{E}}$. Por otra parte, si se considera la siguiente extensión $S_2 = \{\langle \mathcal{A}, [10, 20] \rangle, \langle \mathcal{C}, [20, 40] \rangle\}$, se puede afirmar que S_2 no es una extensión* *estable, ya que existe un argumento que no pertenece a* $\prod_{Args}(S_2)$ *y que no es atacado por* S_2*. En el caso del ejemplo, se trata del argumento* $\mathcal{B}$*, se puede observar que el profile* $\langle\mathcal{B}, \mathsf{Av}_{\mathbb{R}}(\mathcal{B})\rangle$ *no es atacado por* S_2*. Intuitivamente se puede observar que hay un período de tiempo en el cual* $\mathcal{B}$ *está disponible y no está siendo atacado por ningún otro argumento. Finalmente* $S_3 = \{\langle\mathcal{A}, [10, 30)\rangle, \langle\mathcal{B}, [30, 50]\rangle, \langle\mathcal{C}, [20, 30)\rangle\}$ *tampoco es una extensión estable, ya que en este caso el problema se presenta con* $\mathfrak{D}_{\mathcal{C}} = \{[20, 30)\}$*. El argumento* $\mathcal{C}$ *en el framework tiene una disponibilidad de* $\{[20, 40]\}$ *y no tiene atacantes, por lo que falla la tercera condición para hacer que* S_3 *sea una extensión estable. Una situación similar, se produce si* $S_3 = \{\langle\mathcal{A}, [10, 30)\rangle, \langle\mathcal{B}, (40, 50]\rangle, \langle\mathcal{C}, [20, 40]\rangle\}$ *solo que aquí el problema se produce con* $\mathfrak{D}_{\mathcal{A}}$*. En este caso, por la defensa que le provee el profile del argumento* $\mathcal{C}$ *en el período no considerado en* S_3 *y en el cual está disponible.*

Resulta interesante notar que la extensión estable para un framework $TAF_{\mathbb{R}}$ es única, al igual que su homónima para el framework de Dung. Esto se debe a que la misma se determina con respecto al framework completo, es decir, se considera la disponibilidad de los argumentos, no la de posible interés para un análisis temporalmente específico.

Aceptabilidad

Al momento de razonar con los sistemas argumentativos, la noción de *aceptabilidad* adquiere importancia. Este concepto implica que para el agente racional que está llevando a cabo el razonamiento, un argumento resulta aceptable si puede ser defendido de sus atacantes a partir de la información que él ya reconoce como aceptable. La "información" ya conocida como aceptable por el agente queda reducida a un conjunto de t-profiles en la definición de aceptabilidad para $TAF_{\mathbb{R}}$ que se presenta a continuación.

Definición 8.5.11 (Aceptabilidad) *Sea* $\Phi = \langle Args, Atts, \mathsf{Av}_{\mathbb{R}}\rangle$ *un* $TAF_{\mathbb{R}}$ *y* S *un conjunto de t-profiles de la forma* $\langle\mathcal{A}, \mathfrak{D}_{\mathcal{A}}\rangle$ *tal que* $\mathcal{A} \in Args$*. Un argumento* $\mathcal{A} \in Args$ *es aceptable con respecto a* S *si* $\Delta^S_{\mathcal{A}} \neq \emptyset$*. Si* $\mathcal{A}$ *es aceptable, es aceptable en* $\Delta^S_{\mathcal{A}}$*.*

La aceptabilidad de un argumento es importante pero en el contexto de los $TAF_{\mathbb{R}}$ también lo es *cuándo* dicha propiedad se sostiene para el argumento. La siguiente definición determina un perfil que retiene ambas nociones.

Definición 8.5.12 (Aceptabilidad, perfil) *Sea* $\Phi = \langle Args, Atts, \mathsf{Av}_{\mathbb{R}}\rangle$ *un* $TAF_{\mathbb{R}}$ *y* $S \subseteq \mathfrak{P}_{\Phi}$*. Un argumento* $\mathcal{A} \in Args$ *es aceptable con respecto a* S *si* $\Delta^S_{\mathcal{A}} \neq \emptyset$*. El t-profile de aceptabilidad de* $\mathcal{A}$ *con respecto al conjunto* S *es* $\langle\mathcal{A}, \Delta^S_{\mathcal{A}}\rangle$*.*

Si se considera el framework de la Figura 8.14 y el conjunto $S = \{\langle \mathcal{D}, \{[15, 60]\}\rangle\}$, el conjunto $\mathcal{A}$ es aceptable con respecto S y el t-profile de aceptabilidad es $\langle \mathcal{A}, \{[15, 75]\}\rangle$. Si se considera el mismo framework pero el conjunto $S = \{\langle \mathcal{D}, \{[15, 20]\}\rangle\}$, el argumento $\mathcal{A}$ resulta aceptable siendo su t-profile de aceptabilidad $\langle \mathcal{A}, \{(45, 75]\}\rangle$, que es el período donde no es amenazado. En este sentido el conjunto S falla en proveerle defensa al argumento $\mathcal{A}$.

Observación 8.5.1 *Dado $S \subseteq \mathfrak{P}_\Phi$, el perfil de aceptabilidad de un argumento con respecto a S es único.*

También resulta útil verificar si determinado perfil resulta aceptable.

Definición 8.5.13 (Profile aceptable) *Sea $\Phi = \langle Args, Atts, \mathsf{Av}_\mathbb{R}\rangle$ un $TAF_\mathbb{R}$, $S \subseteq \mathfrak{P}_\Phi$ y $\langle \mathcal{X}, \mathfrak{D}_\mathcal{X}\rangle$ un profile válido. El t-profile $\langle \mathcal{X}, \mathfrak{D}_\mathcal{X}\rangle$ es aceptable con respecto a S si $\mathfrak{D}_\mathcal{X} \subseteq_I (\Delta^S_\mathcal{X})^{\mathsf{mInt}}$.*

En un principio los dos últimos conceptos podrían confundirse. Sin embargo, la primer definición construye el t-profile de aceptabilidad de un argumento con respecto a un conjunto de t-profiles sobre el framework completo. La segunda definición determina si un dado t-profile es aceptable con respecto al conjunto S, lo que básicamente se reduce a asegurar que este t-profile es un *sub-profile* del t-profile de aceptabilidad. El siguiente ejemplo ilustra la diferencia entre ambos. Considérese el framework de la Figura 8.13. El t-profile de aceptabilidad para $\mathcal{A}$ es el profile básico, es decir $\langle \mathcal{A}, \mathsf{Av}_\mathbb{R}(\mathcal{A})\rangle$, ya que $\Delta^S_\mathcal{A}$=$\mathsf{Av}_\mathbb{R}(\mathcal{A})$=$\{[10, 40]\}$. Los profiles $\langle \mathcal{A}, \{[10, 25], [35, 40]\}\rangle$ y $\langle \mathcal{A}, \{[30, 40]\}\rangle$, entre otros, son t-profiles aceptables. Esto se debe a que los tiempos considerados conforman un subconjunto de los considerados por $\Delta^S_\mathcal{X}$. Sin embargo ninguno de ellos es el t-profile de aceptabilidad de $\mathcal{A}$. El t-profile de aceptabilidad, $\langle \mathcal{A}, \{[10, 40]\}\rangle$, es además un profile aceptable ya que verifica trivialmente la condición establecida en la definición, ya que se trata del mismo conjunto.

Proposición 8.5.1 *Sea $\Phi = \langle Args, Atts, \mathsf{Av}_\mathbb{R}\rangle$ un $TAF_\mathbb{R}$, $S \subseteq \mathfrak{P}_\Phi$ y $\langle \mathcal{X}, \mathfrak{D}_\mathcal{X}\rangle$ un profile aceptable con respecto a S. El t-profile $\langle \mathcal{X}, \mathfrak{D}_\mathcal{X}\rangle$ es el t-profile de aceptabilidad de $\mathcal{A}$ con respecto a S si:*

$$\forall \langle \mathcal{X}, \mathfrak{D}'_\mathcal{X}\rangle \text{ tal que } \langle \mathcal{X}, \mathfrak{D}'_\mathcal{X}\rangle \text{ es aceptable, se verifica que } (\mathfrak{D}'_\mathcal{X})^{\mathsf{mInt}} \subseteq_I (\mathfrak{D}_\mathcal{X})^{\mathsf{mInt}}$$

La demostración resulta trivial a partir de la definición de t-profile aceptable. La proposición indica que el t-profile de aceptabilidad es t-profile maximal con respecto al tiempo que define de todos lo t-profiles aceptables.

Dado un framework y un subconjunto de argumentos, se puede definir una función $\mathcal{F}_\Phi$ que, a partir de ese conjunto, define el conjunto de argumentos aceptables. Para utilizar una función de aceptabilidad en un framework $TAF_\mathbb{R}$ es necesario reformular esta idea para incorporar la dimensión temporal del framework

Definición 8.5.14 (Función característica de Φ) *Sea $\Phi = \langle Args, Atts, \mathsf{Av}_\mathbb{R}\rangle$ un $TAF_\mathbb{R}$, la función de aceptabilidad $F_\Phi : 2^{\mathfrak{P}_\Phi} \rightarrow 2^{\mathfrak{P}_\Phi}$ esta definida de la siguiente manera:*

$$F_\Phi(E) = \{\langle \mathcal{X}, \mathfrak{D}_\mathcal{X}\rangle : \langle \mathcal{X}, \mathfrak{D}_\mathcal{X}\rangle \textit{ es el perfil de aceptabilidad de } \mathcal{X} \textit{ con respecto a } E\}$$

Esta función característica permite la definición de semánticas basadas en admisibilidad. La siguiente definición presenta el concepto de *conjunto admisible.*

Definición 8.5.15 (Conjunto admisible) *Sea Φ un $TAF_\mathbb{R}$ y $S \subseteq_I \mathfrak{P}_\Phi$ un conjunto de t-profiles. El conjunto S es admisible si es libre de conflictos y defiende a todos sus elementos.*

La clave de la definición anterior está en la afirmación *defiende a todos sus elementos.* La implicancia de esta propiedad es asegurar que todos los t-profiles presentes en S son admisibles con respecto a S. Esta propiedad puede garantizarse utilizando la función de admisibilidad. La función de admisibilidad $F_\Phi(S)$ debe verificar que todos los elementos del conjunto S están en la imagen de la función, *i.e.*, todos los elementos de S pertenecen a $F_\Phi(S)$. La siguiente proposición establece en forma más detallada esta misma propiedad.

Proposición 8.5.2 *Sea $S \subseteq_I \mathfrak{P}_\Phi$ un conjunto de t-profiles, se puede afirmar que S defiende a todos sus elementos si $\forall \langle \mathcal{X}, \mathfrak{D}_\mathcal{X}\rangle \in S$ se verifica que $\mathfrak{D}_\mathcal{X} \subseteq_I \Delta^S_\mathcal{X}$.*

Intuitivamente el conjunto S defiende a todos sus elementos si los t-profiles en S son t-profiles aceptables con respecto a S.

Demostración 8.5.1 *Supongamos por el absurdo que S defiende a todos sus elementos aún si existe un t-profile, $\langle \mathcal{X}, \mathfrak{D}_\mathcal{X}\rangle$, tal que el conjunto S no lo defiende en todo el conjunto $\mathfrak{D}_\mathcal{X}$, es decir $\mathfrak{D}_\mathcal{X} \not\subseteq_I \Delta^S_\mathcal{X}$.*

Sea $\langle \mathcal{X}, \mathfrak{D}_\mathcal{X}\rangle \in S$ un t-profile. Si S defiende a todos sus elementos, en particular defiende a $\langle \mathcal{X}, \mathfrak{D}_\mathcal{X}\rangle$. El profile de aceptabilidad del argumento $\mathcal{X}$ es $\langle \mathcal{X}, \Delta^S_\mathcal{X}\rangle$. Por lo tanto, es imposible que $\mathfrak{D}_\mathcal{X} \not\subseteq_I \Delta^S_\mathcal{X}$, ya que en ese caso el t-profile no sería aceptable.

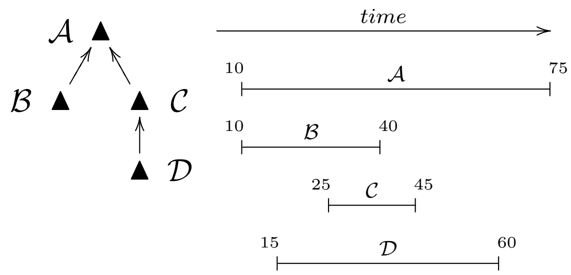


Figura 8.14: Framework para ejemplificar conjunto admisible

Ejemplo 8.5.3 *En el framework de la Figura 8.14 se puede observar que el conjunto* S_1=$\{\langle \mathcal{C}, \mathfrak{D}_\mathcal{C}\rangle\}$ *no es un conjunto admisible ya que, independientemente de qué intervalos pertenezcan al conjunto* $\mathfrak{D}_\mathcal{C}$*, el argumento* $\mathcal{C}$ *es atacado por un argumento sin atacantes (trivialmente defendido), el argumento* $\mathcal{D}$*. El conjunto* S_2=$\{\langle \mathcal{A}, \{[20, 35]\}\rangle\}$ *no es un conjunto admisible ya que* $\mathcal{A}$ *es atacado por* $\mathcal{B}$ *en ese período por el argumento* $\mathcal{B}$*, contra el que no cuenta defensa en* S_2*. Por otro lado, el conjunto* S_3=$\{\langle \mathcal{D}, \mathsf{Av}_\mathbb{R}(\mathcal{D})\rangle\}$ *es un conjunto admisible; al igual que el* S_4=$\{\langle \mathcal{D}, \{[25, 40]\}\rangle, \langle \mathcal{A}, \{(40, 70]\}\rangle\}$.

El concepto de admisibilidad definido está ligado a la disponibilidad de los argumentos establecida en los t-profiles, mientras que la admisibilidad definida por Dung es atemporal, y está asociada al framework completo. La manera de aproximar los frameworks $TAF_\mathbb{R}$ y el framework de Dung es análoga a la planteada para el framework $TAF_\mathbb{Z}$ en la Observación 7.2.2. La aproximación en el aspecto de la admisibilidad puede sostenerse en una idea similar: el conjunto S debe plantear a todos los profiles con el mismo conjunto de intervalos asociado, *i.e.*, los t-profiles que conformen S serán todos de la forma $\langle argumento, disponibilidad\rangle$ siendo *disponibilidad* el mismo conjunto para todos los elementos del conjunto. Además de considerar esta restricción, los t-profiles que resulten deberán coincidir en la forma, teniendo la misma *disponibilidad*.

Definición 8.5.16 (Argumento fuertemente aceptable) *Sea* Φ *un* $TAF_\mathbb{R}$ *y* $S \subseteq_I \mathfrak{P}_\Phi$ *un conjunto de t-profiles. Un argumento* $\mathcal{A}$ *se dice que es fuertemente aceptable con respecto a* S *si* $\Delta^S_\mathcal{A} = \mathsf{Av}_\mathbb{R}(\mathcal{A})$.

En el framework de la Figura 8.14 el argumento $\mathcal{A}$ no es fuertemente aceptable ya que no es defendido en su período de disponibilidad. Este mismo argumento es fuertemente aceptable en el framework de la Figura 8.15 considerando el conjunto S =$\{\langle \mathcal{D}, \{[25, 45]\}\rangle\}$.

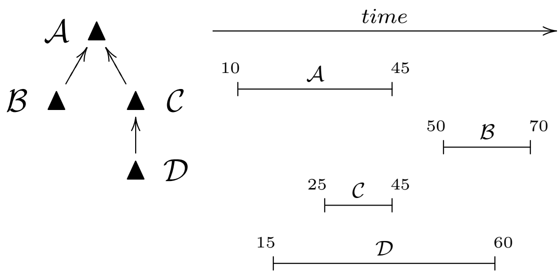


Figura 8.15: Framework para ejemplificar la Definición 8.5.16

Extensión completa

De acuerdo a Dung un conjunto de argumentos E conforma una extensión completa si E es un conjunto admisible y cada argumento del framework que resulta aceptable con respecto a E pertenece a E. En esta sección se considera la definición de una semántica que capture el espíritu de la extensión completa pero para frameworks $TAF_{\mathbb{R}}$. La idea subyacente es análoga a la establecida por Dung, y la diferencia radica en la noción modificada de aceptabilidad. En la definición para framework $TAF_{\mathbb{R}}$ los argumentos ya no resultan solamente aceptables o no. Ahora, la aceptabilidad determina un t-profile que define el conjunto de períodos en los cuales el argumento es aceptable con respecto a un conjunto S. Un argumento resulta no aceptable con respecto a S sólo en caso de que el conjunto de momentos en los cuales resulta aceptable es vacío.

La extensión completa es un conjunto admisible S, donde todo lo que resulta admisible a partir de S, pertenece a S. Formalmente se define como sigue.

Definición 8.5.17 (Extensión Completa) *Sea $\Phi = \langle Args, Atts, \mathsf{Av}_{\mathbb{R}} \rangle$ un $TAF_{\mathbb{R}}$, un conjunto $E \subseteq \mathfrak{P}_\Phi$ conforma una extensión completa si y solo si:*

- *E es un conjunto admisible,*
- *cada argumento perteneciente a $Args$ tal que aceptable con respecto a E en el t-profile $\langle \mathcal{A}, \mathfrak{D}_\mathcal{A} \rangle$, se verifica una de las siguientes dos condiciones:*
    1. *$\langle \mathcal{A}, \mathfrak{D}_\mathcal{A} \rangle \in E$.*
    2. *$\exists \langle \mathcal{A}, \mathfrak{D}'_\mathcal{A} \rangle \in E$ tal que $\mathfrak{D}_\mathcal{A} \subseteq_I \mathfrak{D}'_\mathcal{A}$.*

Intuitivamente la segunda condición establece que si hay algún t-profile $\mathcal{T}$ aceptable con respecto a E, entonces $\mathcal{T}$ es uno de los miembros de E o está incluído por definición en algún t-profile perteneciente a E.

En el framework de la Figura 8.15 el conjunto de t-profiles $\{\langle\mathcal{A}, \mathsf{Av}_{\mathbb{R}}(\mathcal{A})\rangle, \langle\mathcal{B}, \mathsf{Av}_{\mathbb{R}}(\mathcal{B})\rangle, \langle\mathcal{D}, \mathsf{Av}_{\mathbb{R}}(\mathcal{D})\rangle\}$ en una extensión completa. Mientras que el conjunto $S = \{\langle\mathcal{A}, \mathsf{Av}_{\mathbb{R}}(\mathcal{A})\rangle, \langle\mathcal{D}, \mathsf{Av}_{\mathbb{R}}(\mathcal{D})\rangle\}$ no es una extensión completa ya que $\mathcal{B}$ es aceptable con respecto a S en el t-profile $\langle\mathcal{B}, \mathsf{Av}_{\mathbb{R}}(\mathcal{B})\rangle$ y $\langle\mathcal{B}, \mathsf{Av}_{\mathbb{R}}(\mathcal{B})\rangle$ no pertenece a S.

Para el framework de la Figura 8.14 el conjunto $S_1 = \{\langle\mathcal{A}, \{(40, 75]\}\rangle, \langle\mathcal{B}, \mathsf{Av}_{\mathbb{R}}(\mathcal{B})\rangle, \langle\mathcal{D}, \mathsf{Av}_{\mathbb{R}}(\mathcal{D})\rangle\}$ es una extensión completa. En cambio, el conjunto $S_2 = \{\langle\mathcal{A}, \{(40, 75]\}\rangle, \langle\mathcal{B}, \{[10, 15]\}\rangle, \langle\mathcal{D}, \mathsf{Av}_{\mathbb{R}}(\mathcal{D})\rangle\}$ no es una extensión completa, ya que $\mathcal{B}$ es aceptable con respecto a S en el t-profile $\langle\mathcal{B}, \mathsf{Av}_{\mathbb{R}}(\mathcal{B})\rangle$ y si bien existe un t-profile del argumento $\mathcal{B}$ en S, $\langle\mathcal{B}, \{[10, 15]\}\rangle$ no se verifica que $\mathsf{Av}_{\mathbb{R}}(\mathcal{B}) \subseteq_I \{[10, 15]\}$, ya que $\{[10, 40]\} \not\subseteq_I \{[10, 15]\}$.

Extensión *grounded*

La última de las semánticas tradicionales es la *grounded* extensión. Esta semántica es también conocida en la literatura como semántica de punto-fijo o semántica escéptica (*skeptical* en Inglés). Las semánticas *escépticas* son aquellas que rechazan argumentos involucrados por controversias. A continuación se definirá una semántica escéptica para el framework $TAF_{\mathbb{R}}$, la misma es definida a través de una función monótona denominada *función característica* F_Φ presentada en la Definición 8.5.14, con la cual se puede caracterizar un conjunto de argumentos aceptados en el framework bajo una postura de razonamiento escéptico.

Definición 8.5.18 (Extensión Grounded) *Sea $\Phi = \langle Args, Atts, \mathsf{Av}_{\mathbb{R}}\rangle$ un $TAF_{\mathbb{R}}$. La grounded extensión de Φ, notada como tGE_Φ, es el menor punto fijo de la función característica F_Φ*

El siguiente ejemplo muestra la evaluación de la extensión grounded para el framework de la Figura 8.16.

Ejemplo 8.5.4 *Sea Φ el framework de la Figura 8.16. Para determinar la extensión grounded del framework, el primer paso es determinar el conjunto de profiles defendidos por el conjunto vacío.*

$$F_\Phi^0 = F_\Phi(\{\}) = \{ \begin{array}{l} \langle \mathcal{A}, \{(110,130]\}\rangle \\ \langle \mathcal{B}, \{[10,70)\}\rangle \\ \langle \mathcal{D}, \mathsf{Av}_{\mathbb{R}}(\mathcal{D})\rangle \\ \langle \mathcal{E}, \mathsf{Av}_{\mathbb{R}}(\mathcal{E})\rangle \end{array} \}$$

Un vez completado este paso, es necesario determinar los profiles que resultan admisibles a partir de F_Φ^0.

$$F_\Phi^1 = F_\Phi(F_\Phi^0) = F_\Phi^0 \cap \{\langle \mathcal{A}, \{(110,130],(90,110],[70,90]\}\rangle\}$$

es decir:

$$F_\Phi^1 = \{ \begin{array}{l} \langle \mathcal{A}, \{[70,130]\}\rangle \\ \langle \mathcal{B}, \{[10,70)\}\rangle \\ \langle \mathcal{D}, \mathsf{Av}_{\mathbb{R}}(\mathcal{D})\rangle \\ \langle \mathcal{E}, \mathsf{Av}_{\mathbb{R}}(\mathcal{E})\rangle \end{array} \}$$

Como $F_\Phi^2 = F_\Phi^1$*, entonces la extensión grounded es:*

$$\{ \begin{array}{l} \langle \mathcal{A}, \{[70,130]\}\rangle, \\ \langle \mathcal{B}, \{[10,70)\}\rangle, \\ \langle \mathcal{D}, \mathsf{Av}_{\mathbb{R}}(\mathcal{D})\rangle, \\ \langle \mathcal{E}, \mathsf{Av}_{\mathbb{R}}(\mathcal{E})\rangle \end{array} \}$$

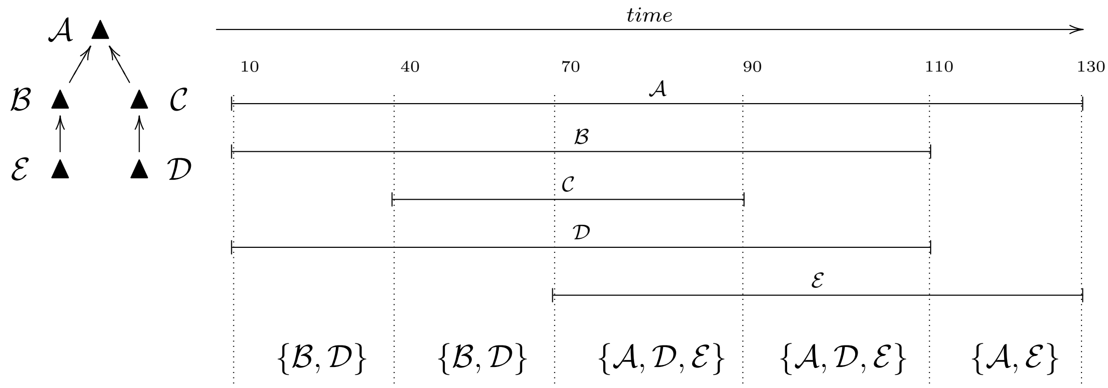


Figura 8.16: Framework para ejemplificar la extensión grounded

Al igual que como se analizó para el framework del Capítulo 7 la extensión grounded puede acotarse a intervalos de interés. Esta extensión se diferencia de la extensión grounded tGE_{Φ} en el hecho en que no es un conjunto de t-profiles sino un conjunto de argumentos. Los argumentos que pertenecen a la extensión son aceptables en el período I y para ello deben estar disponibles y aceptables en el intervalo I completo.

Definición 8.5.19 (Función característica de Φ restringida a I) *Sea $\Phi = \langle Args,$ $Atts$, $\mathsf{Av}_{\mathbb{R}}\rangle$ un $TAF_{\mathbb{R}}$ e I un intervalo, la función de aceptabilidad $F^I_{\Phi} : 2^{\mathfrak{P}_{\Phi}} \rightarrow 2^{Args}$ se define como:*

$$F_{\Phi}(E)^I = \{\mathcal{X} : \langle \mathcal{X}, \mathfrak{D}_{\mathcal{X}}\rangle \textit{ es el perfil de aceptabilidad de } \mathcal{X} \textit{ con respecto a } E \textit{ y } \mathfrak{D}_{\mathcal{X}} \Cap \{I\} = \{I\}\}$$

Definición 8.5.20 (Extensión Grounded en intervalos) *Sea $\Phi = \langle Args, Atts, \mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}\rangle$ un $TAF_{\mathbb{R}}$ e I un intervalo. La extensión grounded temporal de Φ restringida al intervalo I, notada como tGE^I_{Φ}, es el menor punto fijo de la función F^I_{Φ}.*

Se recuerda que la función F^I_{Φ} es la función característica restringida a I, la cual se caracterizó formalmente en la Definición 8.5.19.

La extensión grounded temporal restringida a intervalos permite la identificación de períodos de tiempo en los cuales el comportamiento del framework (de acuerdo a la semántica) se mantiene *estable* o sin modificar.

Propiedad 8.5.1 (Invariabilidad) *Sea $\Phi = \langle Args, Atts, \mathsf{Av}_{\mathbb{R}}\rangle$ un $TAF_{\mathbb{R}}$ y sea I un intervalo de tiempo. tGE^I_{Φ} es invariable si $tGE^I_{\Phi} = tGE^{I'}_{\Phi}$ para todo $I' \subset I$.*

Esta definición difiere de la presentada oportunamente para tiempo discreto, ya que en tiempo denso es imposible evaluar las extensiones de cada instante. La naturaleza del tiempo denso indica que entre un momento particular de tiempo y el siguiente existe una cantidad infinita de unidades de tiempo. Para asegurar la propiedad de invariabilidad en tiempo denso, deberían evaluarse una cantidad infinita de extensiones y, por lo tanto, nunca se llegaría a una conclusión. En cambio si la estabilidad se hace con respecto a los posibles subintervalos, la cantidad es finita (aunque el número puede ser considerable).

Un estrategia para reducir la complejidad sería intentar evaluar una menor cantidad de extensiones. Para ello en lugar de pedir la extensión de todos los subintervalos se podría pedir para $I_0 = [I^-, I^- + 1)$, $I_n = [I^+ - 1, I^+]$ y para todo I_j con $0 < j < n$ tal que $I_j = [I^+_{j-1}, I^+_{j-1} + 1)$. De esta manera, la cantidad de intervalos para los cuales hay que calcular la extensión es proporcional al tamaño del intervalo. El problema de esta aproximación aparece cuando algunos de los extremos es $-\infty$ o ∞.

Otra manera de realizar el cálculo para determinar si se verifica la propiedad de estabilidad es dividirlos de acuerdo a los puntos establecidos por la función de disponibilidad ya que son en los momentos de cambio donde se producen las diferencias en las extensiones. Así se omite el problema que tiene la aproximación anterior.

Determinar los períodos de invariabilidad es interesante ya que proveen marcos donde el razonamiento se mantiene estable y, de esta manera, si se agregan nuevos argumentos, se consideran sólo dentro de los períodos invariables relevantes y no sobre todo el framework mejorando notablemente la evaluación en promedio. En el peor caso los argumentos adicionados colisionan con todos los períodos invariables requiriendo la evaluación sobre todo el sistema.

8.6. Caracterización formal de las extensiones

Oportunamente en el Capítulo 4 se presentaron las dependencias conceptuales de Dung, y la relación entre las diferentes semánticas. Es importante verificar si las mismas relaciones conceptuales se siguen manteniendo sobre los conceptos análogos definidos en este Capítulo para el framework $TAF_{\mathbb{R}}$ lo que asegura la coherencia de los formalismos presentados en esta Tesis. En esta sección se analiza si las extensiones presentadas en la sección anterior verifican las mismas propiedades que las correspondientes a Dung.

Lema 8.6.1 *Sea S un conjunto admisible de t-profiles de argumentos. Sean $\mathcal{A}$ y $\mathcal{B}$ argumentos aceptables con respecto a S. Se verifica que:*

1. $S' = S \cup \{\langle \mathcal{A}, \Delta^S_{\mathcal{A}} \rangle\}$ *es admisible.*
2. $\mathcal{B}$ *es aceptable con respecto a* S' *en* $\Delta^S_{\mathcal{B}}$.

Observación: un profile $\langle \mathcal{X}, \mathfrak{D}_{\mathcal{X}} \rangle$ es aceptable con respecto a un conjunto si $\mathfrak{D}_{\mathcal{X}} \subseteq_I \Delta^S_{\mathcal{X}}$.

Demostración 8.6.1 *La demostración se dividirá en dos partes:*

1. *Se quiere probar que:* $S' = S \cup \{\mathcal{A}\}$ *es admisible.*

   Supongamos por el absurdo que el conjunto S' **no** *es admisible. Si S' no es admisible entonces o*

a) *no es libre de conflictos, o bien:*

b) *no defiende a todos sus elementos.*

Supongamos que S' no es libre de conflictos. Si no es libre conflictos entonces existe $S_1 \subseteq S$ tal que $\langle \mathcal{A}, \Delta^S_{\mathcal{A}} \rangle$ es atacado por S_1; pero, dado que $\mathcal{A}$ es aceptable con respecto a S en $\Delta^S_{\mathcal{A}}$ entonces para algún profile $\langle \mathcal{X}, \mathfrak{D}_{\mathcal{X}} \rangle \in S_1$, existe $S_2 \subseteq S$ tal que ataca a $\langle \mathcal{X}, \mathfrak{D}_{\mathcal{X}} \rangle$. Pero por hipótesis S es libre de conflictos, ya que es admisible, y $S_2 \cup \{\langle \mathcal{X}, \mathfrak{D}_{\mathcal{X}} \rangle\}$ es un subconjunto de S que no es libre de conflictos, lo que contradice la suposición. Luego S' es un conjunto libre de conflictos. Para que S' no sea admisible no debería defender a todos sus elementos; pero como S defiende a todos sus elementos, ya que por hipótesis S es admisible y $\mathcal{A}$ es aceptable con respecto a S, entonces no es posible que S' no defienda a todos sus elementos.

Por lo tanto, S' es un conjunto admisible como queríamos demostrar.

2. *Se quiere probar que $\mathcal{B}$ es aceptable con respecto a S' en $\Delta^S_{\mathcal{B}}$.*

   Supongamos por el absurdo que $\mathcal{B}$ no es aceptable con respecto a S'. Sabemos por hipótesis que $\mathcal{B}$ es aceptable con respecto a S y que S' es libre de conflictos (demostrado en el inciso anterior). Teniendo en cuenta las hipótesis con las que contamos, la única manera en la cual $\mathcal{B}$ puede dejar de ser aceptable, es que $\{\langle \mathcal{A}, \Delta^S_{\mathcal{A}} \rangle\}$ ataque a $\mathcal{B}$ en $\Delta^S_{\mathcal{B}}$[1]. Esto implica que en el conjunto S (admisible por hipótesis) existen defensores contra los atacantes de $\mathcal{B}$ en $\Delta^S_{\mathcal{B}}$, incluyendo obviamente el ataque de $\mathcal{A}$ por lo que este argumento no sería aceptable con respecto a S. Por lo tanto, $\mathcal{A}$ no puede atacar a $\mathcal{B}$ en $\Delta^S_{\mathcal{B}}$, lo que genera una contradicción con la suposición inicial.

   Por lo tanto, $\mathcal{B}$ es aceptable con respecto a S' en $\Delta^S_{\mathcal{B}}$

La primera de la relaciones entre extensiones se plantea entre las extensiones estable y preferida y se establece en el siguiente lema.

Lema 8.6.2 *Cada extensión estable es una extensión preferida, pero no viceversa.*

Demostración 8.6.2 *Nuevamente la demostración se descompone en dos partes. La primera asegura que toda extensión estable es preferida, la segunda demuestra que no toda extensión preferida es estable.*

$\Rightarrow$ *Supongamos que existe una extensión E que es estable, pero no preferida.*

Si S es estable entonces:

[1]*Es importante notar que $\mathcal{A}$ puede atacar a $\mathcal{B}$ en otros momentos fuera de la defensa proporcionada por S*

- *E es libre conflictos.*
- *ataca a todo perfil que no esté incluido en E, i.e.:*
  - $\forall \mathcal{X} \in Args, \notin \prod_{Args}(S)$, *$S$ ataca a* $\langle \mathcal{X}, \mathsf{Av}_{\mathbb{R}}(\mathcal{X}) \rangle$.
  - $\forall \mathcal{X} \in Args, \in \prod_{Args}(S)$ *con* $\mathfrak{D}_{\mathcal{X}} \Cap \mathsf{Av}_{\mathbb{R}}(\mathcal{X}) = \iota \neq \emptyset$, *$S$ ataca a* $\langle \mathcal{X}, \iota \rangle$.

Si E no es una extensión preferida o bien E no es un conjunto aceptable o bien no es maximal. Es imposible que E no sea aceptable ya que es una extensión estable. Luego debe existir algún perfil $\langle \mathcal{X}, \mathfrak{D}_{\mathcal{X}} \rangle$, $\langle \mathcal{X}, \mathfrak{D}_{\mathcal{X}} \rangle \in \mathfrak{P}$ tal que es aceptable con respecto a E. Nuevamente esto resulta imposible ya que como E es una extensión estable (hipótesis) ataca a todo perfil que no esté incluido en E (exactamente como perfil o incluido por otro perfil más abarcativo en disponibilidad).

$\Leftarrow$ *Veamos que existe una extensión preferida que no es estable.*

Sea $\Phi = \langle Args, Atts, \mathsf{Av}_{\mathbb{R}} \rangle$ un $TAF_{\mathbb{R}}$ con $Args = \{\mathcal{A}\}$, $Atts = \{(\mathcal{A}, \mathcal{A})\}$ y una función de disponibilidad $\mathsf{Av}_{\mathbb{R}}$. Resulta claro que a partir del framework Φ resulta que el conjunto vacío es una extensión preferida, ya que es un conjunto maximal aceptable. Veamos si el conjunto vacío es una extensión estable. Si fuera estable debería verificar:

1. *$\emptyset$ es libre de conflictos. Claramente $\emptyset$ es un conjunto libre de conflictos.*
2. - $\forall \mathcal{X} \in Args, \notin \prod_{Args}(\emptyset)$, *$\emptyset$ ataca a* $\langle \mathcal{X}, \mathsf{Av}_{\mathbb{R}}(\mathcal{X}) \rangle$.
     En este caso se debe verificar que el profile $\langle \mathcal{A}, \mathsf{Av}_{\mathbb{R}}(\mathcal{A}) \rangle$ es atacado por $\emptyset$, lo que claramente no se verifica.
   - $\forall \mathcal{X} \in Args, \in \prod_{Args}(\emptyset)$ *con* $\mathfrak{D}_{\mathcal{X}} \Cap \mathsf{Av}_{\mathbb{R}}(\mathcal{X}) = \iota \neq \emptyset$, *$\emptyset$ ataca a* $\langle \mathcal{X}, \iota \rangle$.
     No hay ningún perfil en $\emptyset$. Por lo tanto, no hay ningún argumento para el que controlar esta condición.

Como no se verifica la segunda condición luego $\emptyset$ no es una extensión estable, aunque si es una extensión preferida.

El siguiente teorema introduce la relación entre el concepto de conjunto admisible y la extensión preferida.

Teorema 8.6.1 *Sea Φ un $TAF_{\mathbb{R}}$.*

1. *El conjunto de todos los conjuntos admisibles forma un orden parcial completo con respecto a inclusión.*

2. *Para cada conjunto admisible S de Φ existe una extensión preferida E tal que $S \subseteq E$.*

Un orden parcial completo es un orden parcial que verifica que cada subconjunto tiene un supremo y un mínimo. Un orden parcial, verifica las propiedades de transitividad y asimetría además de reflexividad. En caso de que se trate de un orden parcial estricto se verifica irreflexividad en lugar de reflexividad.

Intuitivamente este teorema se mantiene en los $TAF_{\mathbb{R}}$, ya que el ordenamiento de orden parcial sucedería en dos niveles, el primero con respecto a los argumentos considerados en los profiles (en cuyo caso se obtendría el mismo ordenamiento que consigue Dung en los frameworks no temporales), y en segundo lugar cuando el conjunto está formado por los mismos argumentos, los cuales se ordenan por los tiempos asociados.

A continuación se establece la relación entre las extensiones preferida y completa.

Teorema 8.6.2 *Cada extensión preferida es completa, pero no viceversa.*

Demostración 8.6.3 *En forma análoga al teorema anterior, primero se demostrará que toda extensión preferida es completa ($\Rightarrow$) y luego que hay al menos una extensión completa que no es preferida ($\Leftarrow$).*

$\Rightarrow$ *Supongamos que existe una extensión E que es preferida, pero no completa.*

Si E es preferida entonces es un conjunto maximal admisible. Para que E no sea una extensión completa entonces:

- *no es admisible, lo que es imposible ya que es un conjunto maximal admisible, o bien:*
- *existe algún argumento aceptable con respecto a E tal que su profile de aceptación no está considerado en E. Esto es imposible, ya que en caso de existir un argumento $\mathcal{X}$ tal que es aceptable con respecto a E y $\langle \mathcal{X}, \Delta^S_{\mathcal{X}} \rangle \notin E$ entonces E no es un conjunto maximal. La otra posibilidad sería que $\langle \mathcal{X}, \mathfrak{D}_{\mathcal{X}} \rangle \in E$ y $\Delta^S_{\mathcal{A}} \nsubseteq_I \mathfrak{D}_{\mathcal{X}}$. Nuevamente en este caso E dejaría de ser maximal y, por lo tanto, no sería una extensión preferida.*

Luego E es una extensión completa, como queríamos demostrar.

$\Leftarrow$ *Veamos que existe una extensión completa que no es preferida.*

Sea $\Phi = \langle Args, Atts, \mathsf{Av}_{\mathbb{R}} \rangle$ un $TAF_{\mathbb{R}}$ con $Args = \{\mathcal{A}, \mathcal{B}\}$, $Atts = \{(\mathcal{A}, \mathcal{B}), (\mathcal{B}, \mathcal{A})\}$ y una función disponibilidad $\mathsf{Av}_{\mathbb{R}}$ con $\mathsf{Av}_{\mathbb{R}}(\mathcal{A}) = \mathsf{Av}_{\mathbb{R}}(\mathcal{B})$.

Una extensión completa para el framework Φ *es* $\emptyset$*. Sin embargo,* $\emptyset$ *no es una extensión preferida, ya que no es un conjunto maximal admisible. Los conjuntos maximales admisibles son* $\{\langle \mathcal{A}, \mathsf{Av}_{\mathbb{R}}(\mathcal{A})\rangle\}$ *y* $\{\langle \mathcal{B}, \mathsf{Av}_{\mathbb{R}}(\mathcal{B})\rangle\}$*. Resulta claro que a partir del framework* Φ *resulta que el conjunto vacío es una extensión completa, ya que es un conjunto maximal aceptable.*

Otra relación entre extensiones de interés es la que Dung establece entre la extensión grounded y la extensión completa. Como se puede observar en el siguiente teorema la relación entre ambas extensiones se sigue manteniendo en el contexto de los $TAF_{\mathbb{R}}$.

Teorema 8.6.3 *La grounded extensión es la menor extensión completa (con respecto a inclusión).*

Intuitivamente la extensión completa es un conjunto de t-profiles E tal que E es un conjunto admisible que contiene a todos los profiles aceptables a partir de E. La extensión grounded es el menor punto fijo de la función de aceptabilidad. Como la función de aceptabilidad retorna el conjunto de profiles aceptables con respecto a E, luego la grounded extensión es la menor extensión completa. La grounded extensión no existe en caso de que haya ciclos en las relaciones de ataque, mientras que la extensión completa no tiene tal requerimiento. De allí que el teorema asegure que la grounded extensión es la menor extensión completa.

Mediante los teoremas y lemas presentados pudo demostarse que la relación entre las extensiones *estable*, *preferida*, *completa* y *grounded* para $TAF_{\mathbb{R}}$ es la misma que tienen las extensiones del mismo nombre en le framework de Dung. Se puede concluir que la expresividad de las extensiones presentadas en esta Tesis es análogo al de las extensiones clásicas desarrolladas por Dung, pero con la posibilidad de hacer referencia a un tiempo denso.

8.7. Resumen

En este capítulo se introdujo un segundo formalismo de argumentación abstracta que considera restricciones temporales sobre los argumentos. Este framework utiliza una representación de tiempo más rica, ya que permite que los argumentos tengan una disponibilidad intermitente. El framework formalizado utiliza una representación densa para el tiempo y es denotado a través del nombre $TAF_{\mathbb{R}}$.

Esta riqueza adicional de la representación requiere una reformulación de las nociones de ataque y defensa. Las extensiones de este tipo de frameworks ponen en relevancia *cuándo* las diferentes propiedades se verifican, es por ello que se definió una estructura general, t-profile, que permite asociar a un argumento los períodos de tiempo dónde determinada condición de interés se sostiene.

Una de las nociones que depende de esta estructura es la noción de admisibilidad, que luego da lugar a la reformulación de las extensiones tradicionales de la literatura [Dung, 1995]. En particular se definieron las extensiones *estable*, *preferida*, *completa* y *grounded*, demostrándose además la relación entre las mismas.

9

Conclusiones

Uno de los tópicos fundacionales del área de Inteligencia Artificial dentro de las Ciencias de la Computación es la formalización del razonamiento no monótono. Esta inquietud fue propuesta principalmente en la década del 70 por quienes son hoy considerados los primeros investigadores del área. El principal problema de entonces era que las lógicas clásicas son monótonas, en el sentido de que si $S \vdash p$ y $S \subseteq Q$, entonces $Q \vdash p$. En otras palabras, si el mecanismo de inferencia es la deducción clásica, entonces la prueba de p con S como premisa es válida también como prueba con Q como premisa. O si la inferencia está basada en modelos, si p es verdadera en todos los modelos de S también lo está en los de Q. Si bien esta característica se corresponde en parte con el razonamiento humano, este último no siempre respeta esa propiedad. Por ejemplo, si nos enteramos que "Juan está en el hospital" es lógico deducir que estará enfermo. Si luego descubrimos que Juan es médico de ese hospital, la conclusión anterior ya no es válida. Y esto ocurre aún cuando el único cambio es la adquisición de nueva información a la ya existente.

Varios formalismos de razonamiento no monótono han sido propuestos, mayoritariamente lógicas capaces de encarar algunos situaciones paradigmáticas, como razonamiento default, abducción o revisión de creencias. Siguiendo el mismo espíritu, la *argumentación rebatible* surge en la Inteligencia Artificial como una interesante alternativa a las ya existentes en este tipo de razonamiento. Aquí, el principal protagonista es el *argumento*, una pieza tentativa de razonamiento que sustenta una o más conclusiones, cuya aceptación debe ser especialmente analizada. Se han definido varios sistemas de argumentación rebatible, algunos de ellos de propósito general, mientras que otros orientados hacia alguna aplicación en particular. En particular, entre los frameworks para realizar argumentación abstracta, el más general de todos es el desarrollado por Dung. Sobre su trabajo

[Dung, 1993b] se han desarrollado otros que lo extienden o enriquecen. Entre estos frameworks se destacan el que agrega preferencias entre argumentos [Amgoud and Cayrol, 1998; Bench-Capon, 2002] o subargumentos [Martínez *et al.*, 2007]. Otros autores utilizan el framework original para elaborar nuevas extensiones [Caminada, 2006; Jakobovits, 1999; Baroni and Giacomin, 2008].

Lo que ninguno de los formalismos propuestos ha realizado, es considerar la relevancia o disponibilidad de los argumentos a lo largo del tiempo. De esta manera, una vez que una nueva pieza de información fue agregada, como en el ejemplo anterior, ya no se podrá deducir que "Juan está enfermo". Si se está argumentando sobre la salud de una persona, habrá argumentos que resulten relevantes para considerar en determinados momentos que no son apropiados en otros, tal como se explicó con detalle en el Capítulo 5. Un efecto de considerar restricciones temporales para los argumentos es que paralelamente se mantiene la evolución histórica de un argumento. Por ejemplo, el argumentar sobre las bajas en producción de una planta, tiene como efecto no solamente saber si el argumento "hay baja producción" está garantizado sino que también se retiene cuándo lo está. El conocer el *cuando* los argumentos son garantizados permite realizar planificaciones o mejoras a futuro. Se cuenta con más información para la toma de decisiones; de otra manera, solo se tiene la radiografía de la situación actual sin el contexto del que viene.

En este trabajo se propusieron dos frameworks de argumentación abstracta donde los argumentos son sólo validos en algunos períodos de tiempo. Los períodos denominados de disponibilidad se definen en forma individual para cada argumento. De esta manera, las nociones de ataque y defensa, propias de cualquier sistema argumentativo, se ven afectadas por el tiempo. Los resultados que se obtienen de los procesos argumentativos desarrollados pasan a concentrarse en el *cuando* y no solo en el *que*. Las diferencias entre los sistemas propuestos está dada fundamentalmente en el hecho de que los otros no consideran tiempo.

La incorporación del tiempo implica la elección de una concepción de este concepto a utilizar y en la manera en la que se determina la disponibilidad de los argumentos. A tal fin en el Capítulo 6 se detallan las características de las dos representaciones de tiempo utilizadas. Ambas se basan en la noción de intervalo, que no resulta novedosa en el área. Existen desarrollos apoyados en está primitiva, como por ejemplo el *Algebra de Intervalos* de Allen [Allen, 1983]. El trabajo de Allen fue tomado como punto de partida, tomando la misma primitiva de representación y las relaciones métricas entre intervalos definidas por él. En el contexto de los frameworks definidos, la manipulación de los intervalos generó la necesidad de definir operaciones y propiedades sobre intervalos y conjuntos de intervalos.

El framework del Capítulo 7 define la función de disponibilidad en un intervalo. De esta manera, cada argumento sólo puede estar disponible en único período de tiempo. Esta restricción fue planteada para reducir la complejidad de la primera aproximación. La extensión de conjuntos de intervalos puede hacerse en forma bastante directa, más aún teniendo presente las consideraciones realizadas en el framework del Capítulo 8. Para este primer framework se eligió una representación discreta del tiempo. Es decir los intervalos son conjuntos finitos de puntos o momentos de tiempo. En este framework se definieron nuevos conceptos y se reformularon en forma acorde otros aspectos inherentes a los sistemas argumentativos. En particular, se definió la noción de *ataque asequible*, que establece si determinado ataque puede llegar a "ocurrir" en el tiempo o no. Para que un ataque pueda eventualmente "ocurrir", los dos argumentos vinculados por la relación deben coexistir temporalmente, *i.e.*, sus períodos de disponibilidad o relevancia deben solaparse. El hecho de que los ataques estén asociados al tiempo provoca que las defensas también lo estén. De esta manera, para que un argumento defienda a otro frente a un ataque particular, su disponibilidad debe solaparse con el período de amenaza. La *defensa temporal* para un argumento $\mathcal{X}$ tiene lugar si existe un argumento que ataca a quien lo amenaza y el período dónde el ataque es asequible se solapa con el período de amenaza de $\mathcal{X}$. Una vez definidos estos conceptos se definió la noción de *aceptabilidad* correspondiente y una semántica escéptica basada en la semántica *grounded* de Dung.

El framework del Capítulo 8 presenta un cambio con respecto a la disponibilidad de los argumentos, ya que los mismos lo están en un conjunto de intervalos. La definición del conjunto de intervalos en los cuales cada argumento, en forma individual, estará disponible se determina a través de la función $\mathsf{Av}_{\mathbb{R}}$. La representación del tiempo, en este caso, es también más compleja. El tiempo se representa mediante una estructura densa, *i.e.*, el tiempo tiene una estructura isomorfa a la estructura de los número reales. A nivel teórico los intervalos son conjuntos infinitos de puntos, pero la representación siempre trabaja con la noción de intervalo, nunca con momentos de tiempo. Esto hace que la representación sea computacionalmente tratable. La combinación de la representación de tiempo y disponibilidad de los argumentos hacen a este framework más complejo, más realista y, por lo tanto más cercano a las maneras generales de razonamiento. Con este framework resultó necesario adaptar las definiciones de ataque y defensa provistas para $TAF_{\mathbb{Z}}$. Las definiciones se diferencian en que al tener la disponibilidad de los argumentos ligada a conjuntos de intervalos, tanto las defensas como los ataques también suceden en conjuntos de intervalos. Se introdujo entonces la noción de *t-profile*, a fin de poder ligar a un argumento los intervalos de tiempo relevantes según el caso. Para este framework se elaboraron más nociones semánticas, estableciéndose una vinculación más extensa a las semánticas basadas en aceptabilidad de Dung.

9.1. Trabajo Futuro

El trabajo futuro tiene varias direcciones posibles. Estas direcciones pueden dividirse en dos grandes grupos:

- Desarrollo de semánticas propias a la naturaleza del tiempo.
- Cambios en la concepción y/o representación temporal.

Dentro del primer grupo se plantea la posibilidad de estudiar otras semánticas para argumentación temporizada mas allá de las basadas en admisibilidad, que son las únicas exploradas hasta el momento, prestando particular atención al tratamiento y comportamiento de los ciclos en este contexto. Dentro del segundo grupo, se abre un abanico interesante de posibilidades. La riqueza de este segunda aproximación afecta directamente el desarrollo de las semánticas debido a la vinculación entre ellas y la naturaleza del tiempo.

Dentro de las posibilidades previstas en el segundo item, se incluye la alternativa de trabajar con el tiempo en forma menos precisa, en particular, al estilo de la lógica de Prior. La lógica de Prior define operadores modales temporales como:

- Fp o $\diamondplus p$: p es verdadera en algún momento futuro.
- Pp o $\diamondminus p$: p fue verdadera en algún momento pasado.
- Gp o $\boxplus p$: p será verdadera en todo momento futuro.
- Hp o $\boxminus p$: p fue verdadera en todo momento pasado.

De esta manera, las referencias al tiempo no son mensurables. En lugar de poder indicar en qué momentos el argumento está garantizado, el framework determinará si el argumento será garantizado en algún momento del futuro o pasado, si siempre está garantizado en el futuro o pasado, o si no lo está. Bajo esta alternativa un ataque en un framework de Dung, por ejemplo $(\mathcal{A}, \mathcal{B})$, sería equivalente a plantear el siguiente ataque temporal:

$$(\boxplus\mathcal{A}, \diamondplus\mathcal{B}) \wedge (\boxminus\mathcal{A}, \diamondminus\mathcal{B})$$

Así, se indicaría que si el argumento $\mathcal{A}$ "siempre" está disponible entonces el argumento $\mathcal{B}$ está atacado independientemente de cuál sea el momento en el cuál esté disponible.

La definición de un framework que considere el agregado de estos operadores temporales permitiría establecer otro tipo de relaciones de ataque no equivalentes a la noción tradicional de Dung.

Otra posibilidad es razonar con *eras*. Si bien esta idea se apoya nuevamente sobre una concepción temporal menos rígida que la utilizada en este trabajo, se sostiene sobre el sistema de fechas o pseudo-fechas, descripto en el Capítulo 2 aunque las mismas no se utilicen en forma explícita. Así, el razonamiento que se lleva a cabo con los argumentos puede llegar a cambiar la constitución de la "eras" al ir adquiriendo nuevos argumentos. El manejo del tiempo es más flexible y, de alguna manera, la concepción del framework sería diferente, ya que el tiempo no estaría ligado a los argumentos en el mismo sentido utilizado en los frameworks presentados en este trabajo. Este tipo de razonamiento parece apropiado para agentes racionales o sociedades, donde se dimensiona el impacto de nuevos argumentos.

Otro rumbo posible es analizar con mayor detenimiento el impacto de la propiedad de estabilidad definida en el Capítulo 8, y que implicancias tiene desde el punto de vista conceptual y computacional trabajar con períodos estables. El uso de esta propiedad pareciera aportar facilidades para identificar el impacto de nuevos argumentos en el sistema, ya que solo habría que analizar que sucede con los períodos estables que afecta dicho argumento. Este razonamiento no solo es válido para el agregado de nuevos argumentos, sino también para su eliminación o la modificación de su disponibilidad.

Un aspecto de interés no menor, es el estudio teórico de los frameworks presentados en esta Tesis en relación a los principios fundamentales desarrollados por Pietro Baroni y Massimiliano Giacomin [Baroni and Giacomin, 2006] para la evaluación y comparación de semánticas basadas en extensión. En ese trabajo, los autores indican que dentro del contexto de los frameworks abstractos de argumentación asociados a la teoría de Dung no se ha llevado a cabo, en general, un análisis comparativo entre las diferentes semánticas desarrolladas. El significado de las semánticas queda supeditado a los ejemplos específicos que se presentan. Los autores indican que el análisis comparativo debe ser más completo que el provisto por la intuición de los ejemplos, para ello resulta fundamental contar con un criterio de evaluación general basado en principios básicos, que resulten independientes de los ejemplos. En su trabajo presentan un conjunto de principios, identificándolos en término de extensiones y analizan sus relaciones con la noción de estado de justificación del argumento. Los autores realizan además una evaluación y comparación de varias semánticas utilizando los principios propuestos.

A

Implementación marcos argumentales discretos

Para el framework $TAF_{\mathbb{Z}}$ se han desarrollado algoritmos que implementan las nociones de defensa y el cálculo de algunas extensiones. En este apéndice se presenta el detalle de los algoritmos desarrollados [Cobo *et al.*, 2010c]. Se incluye además algunos algoritmos complementarios, pero fundamentales para la implementación. La introducción explícita de los algoritmos auxiliares provee una marco que mejora la comprensión de la complejidad y lógica de los algoritmos principales.

En la siguiente sección se presentarán los algoritmos auxiliares, mientras que en la siguiente se hará lo propio con los algoritmos principales. Los algoritmos principales son dos, el primero determina la aceptabilidad de un argumento *to the grounds* mientras que el segundo realiza un cómputo similar al de la extensión *grounded* presentada en el Capítulo 7

A.1. Algoritmos auxiliares

Para el desarrollo de los algoritmos principales son necesarias dos operaciones que requieren estar implementadas. Ellas se corresponden a dos de las definiciones presentadas oportunamente, la *unión* de intervalos y el concepto de argumento *defendido* a partir de un conjunto de argumentos. A continuación se presentan los algoritmos respectivos.

A.1.1. Unión de intervalos

La unión de intervalos, no necesariamente da como resultado un único intervalo, como se discutió en el Capítulo 6. El Algoritmo 1 construye el menor conjunto de intervalos que puede obtenerse a partir de determinado conjunto de intervalos, generalizando la operación de unión de intervalos. La definición de la operación está planteada para un par de intervalos, no para un conjunto de cardinalidad no determinada previamente.

Este algoritmo resulta fundamental para determinar si determinado argumento es defendido de un ataque.

Algorithm 1 Unión de intervalos

Require: un conjunto de intervalos, σ

Ensure: γ, el mínimo conjunto de intervalos obtenido como la unión de los intervalos en σ.

1: $\gamma \leftarrow \emptyset$
2: Elegir X de σ de manera que X^- es el menor startpoint en σ
3: Eliminar X de σ
4: **while** $\sigma \neq \emptyset$ **do**
5:     Elegir Y del conjunto σ de manera que Y^- es el menor startpoint en σ
6:     Eliminar Y de σ
7:     **if** $X \, \mathsf{b} \, Y$ **then**
8:         $\gamma \leftarrow \gamma \cup X$
9:         $X \leftarrow Y$
10:     **else if** $X \, \mathsf{m} \, Y$ **then**
11:         $X \leftarrow [X^-, Y^+]$
12:     **else if** $X \, \mathsf{o} \, Y$ **then**
13:         $X \leftarrow [X^-, Y^+]$
14:     **else if** $X \, \mathsf{s} \, Y$ **then**
15:         $X \leftarrow Y$
16:     **end if**
17: **end while**
18: $\gamma \leftarrow \gamma \cup X$
19: **return** γ

La elección que se hace en los puntos 2 y 5 del algoritmo dependen de la implementación, ya que puede haber varios intervalos en el conjunto con el mismo startpoint. Independientemente de ello, el resultado del algoritmo es el mismo. Otro detalle que puede llegar a llamar la atención es que las relaciones e, f y d no son tenidas en cuenta en la implementación. Como la elección de los intervalos se lleva a cabo en forma ordenada, ninguna de las tres relaciones aporta nuevos puntos a la unión y es por ello que no aparecen consideradas en forma explícita. En los tres casos el intervalo de comparación X sigue siendo el mismo.

El orden de ejecución del algoritmo depende de la cardinalidad del conjunto σ, ya que cuenta con un ciclo **while** que se ejecuta una vez por cada miembro del mencionado conjunto.

A.1.2. Defensa de un argumento contra un ataque

El Algoritmo 2 determina si determinado argumento $\mathcal{X}$ es defendido de un ataque asequible determinado. Para poder determinar su respuesta requiere un conjunto de argumentos, posibles defensores del argumento y el framework que da el marco de definición sobre el cual trabajar.

El algoritmo construye un conjunto de intervalos de tiempo *conj_de_intervalos*. Este conjunto está formado por los períodos de disponibilidad de todos los posibles defensores del argumento de interés. Para que la disponibilidad de un argumento sea agregada al conjunto *conj_de_intervalos*, debe atacar al atacante de $\mathcal{X}$. Luego se realiza la unión de todos los intervalos que quedaron en el conjunto. El resultado de la operación son los períodos maximales donde se le puede proveer defensa a $\mathcal{X}$ de su atacante. Resta analizar si alguno de los períodos que se consideran en la unión cubre el período de amenaza que sufre argumento $\mathcal{X}$ o no. Para que el argumento se considere defendido debe haber algún intervalo en la unión que contenga al intervalo de amenaza o sea igual a él. La relación debe ser *during*, *starts* o *finishes* ya que en cualquier otra relación habrá momentos para los cuales no hay defensa.

En tiempo de ejecución, el algoritmo depende de la cardinalidad del conjunto S, denotado n. En el peor caso el algoritmo ejecuta dos ciclos repetitivos n veces, teniendo entonces un orden de $2n$. Para alcanzar el peor caso la respuesta debería ser negativa y la unión dar como resultado el mismo conjunto de entrada.

El comportamiento del algoritmo se puede observar mediante el siguiente ejemplo. Aplíquese el Algoritmo 2 sobre el framework de la Figura A.1, tomando como entradas el conjunto de argumentos $Args$ y el par de argumentos $\mathcal{E}$ y $\mathcal{F}$, se puede observar que $(\mathcal{F}, \mathcal{E}) \in \mathsf{AttAtts}_{\Phi}$ se obtiene el siguiente comportamiento.

El intervalo de amenaza $\tau_{\mathcal{F}}^{\mathcal{E}}$ es $[5, 15]$. En las líneas 3-5 del algoritmo, se construye el conjunto con todos los intervalos de disponibilidad de los atacantes de $\mathcal{F}$ (y por lo tanto, de cada posible defensor de $\mathcal{E}$). En este caso particular, el conjunto termina con dos intervalos $\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{G})$ y $\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{H})$. El algoritmo, en su línea 6, calcula la unión de esos intervalos. El fin es obtener el cubrimiento temporal maximal del conjunto. Esto conduce, en esta llamada particular, a un único intervalo: $[0, \infty)$, dado que $\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{G})$ es $[0, 12]$ y $\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{H})$ es $[13, \infty)$. Para poder afirmar que el conjunto defiende a $\mathcal{E}$, alguno de los intervalos obtenidos en la unión debe cubrir el intervalo $[5, 15]$ completamente. Claramente en este framework, $\mathcal{E}$ es defendido en $Args$ del ataque de $\mathcal{F}$ dado que $[5, 15]$ⓓ$[0, \infty)$.

Algorithm 2 DEFENDIDO DE UN ATAQUE

Require: $\Phi = \langle Args, Atts, \mathsf{Av}_{\mathbb{Z}} \rangle$ un $TAF_{\mathbb{Z}}$,
Require: Dos argumentos $\mathcal{A}, \mathcal{B} \in Args$ tales que $(\mathcal{B}, \mathcal{A}) \in \mathsf{AttAtts}_{\Phi}$
Require: S, $S \subseteq Args$ (posibles defensores de interés)
Ensure: $defendido$ (determina si $\mathcal{A}$ es defendido de $\mathcal{B}$ por S o no)

$\delta \leftarrow \tau_{\mathcal{B}}^{\mathcal{A}}$
$conj\_de\_intervalos = \emptyset$
for all $\mathcal{C} \in S$ such that $(\mathcal{C}, \mathcal{B}) \in \mathsf{AttAtts}_{\Phi}$ tal que $\delta_{\mathcal{CB}}^{\mathcal{A}} \neq \emptyset$ **do**
    $conj\_de\_intervalos \leftarrow conj\_de\_intervalos \cup \mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{C})$
end for
$\gamma \leftarrow$ Algoritmo 1($set\_of\_intervals$)
$defendido \leftarrow false$
while $defendido = false \wedge \gamma \neq \emptyset$ **do**
    Elegir X de γ tal que X^{-} es el menor startpoint de todos los startpoints en γ
    Eliminar X de γ
    if $\delta\, \mathsf{d}\, X \;\vee\; \delta\, \mathsf{s}\, X \;\vee\; \delta\, \mathsf{f}\, X$ **then**
        $defendido \leftarrow true$
    end if
end while
return $defendido$

A.2. Computando defensas

Dado un argumento $\mathcal{X}$ y un atacante $\mathcal{Y}$, la búsqueda de defensores para $\mathcal{X}$ no es una tarea trivial, ya que los defensores deben ser suficientes. El Algoritmo de la subsección anterior controla si determinado conjunto de argumentos incluye los argumentos necesarios para defender a un argumento de un ataque, en este caso a $\mathcal{X}$ de $\mathcal{Y}$. El Algoritmo 2 toma en cuenta un único ataque y descubre si determinado argumento es defendido o no a partir de un conjunto determinado de argumentos. No está teniendo en cuenta las defensas requeridas para los defensores (*i.e.*, defensores de defensores).

El Algoritmo 3 es una aproximación para profundizar las defensas. Toma un argumento particular $\mathcal{A}$ y un intervalo I, y determina si es posible defender al argumento $\mathcal{A}$ hasta las últimas consecuencias o bases, en Inglés *to the grounds*. Esto es, defiende a todos los defensores directos e indirectos de $\mathcal{A}$, computando las defensas al estilo de extensión grounded de Dung [Dung, 1993b] (por cuestiones de simplicidad, el algoritmo no considera el control de ciclos requerido). De esta manera, es posible determinar si determinado argumento es defendido en su intervalo de disponibilidad, es decir durante todo su tiempo de vida o "*lifetime*".

Algorithm 3 DEFENDIDO *to the grounds*

Require: $\Phi = \langle Args, Atts, \mathsf{Av}_{\mathbb{Z}} \rangle$ un $TAF_{\mathbb{Z}}$,
Require: un argumento $\mathcal{A}$, $\mathcal{A} \in Args$
Require: un intervalo I tal que $I \subseteq \mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{A})$ (*i.e.*donde $\mathcal{A}$ esté disponible)
Ensure: Si $\mathcal{A}$ está asegurado a partir de Φ en el intervalo I

$\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{A}) = I$
respuesta $\leftarrow$ true
for all $\mathcal{B} \in Args$ tal que $(\mathcal{B}, \mathcal{A}) \in \mathsf{AttAtts}_{\Phi}$ **do**
    Crear un conjunto ρ que contenga todos los defensores de $\mathcal{A}$ contra $\mathcal{B}$
    for all $\mathcal{C} \in \rho$ **do**
        $I \leftarrow \mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{C}) \cap \tau_{\mathcal{B}}^{\mathcal{A}}$
        if $\neg$ Algoritmo 3$(\Phi, \mathcal{C}, I)$ **then**
            Eliminar $\mathcal{C}$ de ρ
        end if
    end for
    respuesta = respuesta $\wedge$ Algoritmo 2 $(\Phi, \mathcal{A}, \mathcal{B}, \rho)$
end for
return respuesta

El Algoritmo 3 es un algoritmo recursivo que al tener dos ciclos repetitivos (con un orden de ejecución cuadrático, n^2, en el peor caso) tiene un orden de ejecución exponencial. Para determinar la respuesta, se utiliza el Algoritmo 2 sobre cada uno de los argumentos que se necesitan para sostener al argumento $\mathcal{A}$ defendido *to the grounds*.

Resulta interesante a la vez considerar los intervalos. Es decir determinar conjuntos libres de ataque o defendidos, aunque eso resulte en la no cobertura de todo el espacio de definición. Es decir, dado determinado intervalo de tiempo, $[a, b]$, es posible identificar dos conjuntos de argumentos:

- un conjunto formado por aquellos intervalos que estarán presentes en la extensión grounded de cada momento $i \in [a, b]$.
- un conjunto con aquellos argumentos que están presente solo en algunas extensiones, pero al menos en una.

La idea del siguiente algoritmo es computar estos conjuntos. El Algoritmo 4 retornará dos conjuntos: el conjunto Λ que contiene a los argumentos que estarán en todas las extensiones grounded para cada momento $i \in I$, y el conjunto Ψ que contiene los que solo están presentes en al menos una extensión pero no en todas, dado que, o bien no están disponibles en todo el intervalo I, o bien no estan defendidos en todos los momentos de I.

El primer ciclo repetitivo determina a cual de ambos conjuntos pertenecen aquellos argumentos que no son atacados en el intervalo de análisis del algoritmo. En ese caso la elección del conjunto depende de la disponibilidad, si está disponible en todo el intervalo I entonces pertenecerá a Λ; caso contrario, será agregado al conjunto Ψ. La clave para esta división está en que la función de disponibilidad que utiliza el algoritmo no es la función del framework, sino que para cada argumento se define como la intersección entre la función original para el argumento en el intervalo I. Los únicos argumentos relevantes son aquellos cuya intersección no es vacía, es por eso que la redefinición que se realiza en el primer paso del algoritmo sólo retiene a aquellos argumentos que verifican esta condición. Resulta claro que los argumentos cuya disponibilidad resulta vacía no pertenecen a ninguno de los dos conjuntos y por eso son descartados por el algoritmo antes de comenzar el análisis.

El segundo ciclo que presenta el algoritmo simula el comportamiento de la función característica utilizada para la grounded extensión. La condición de corte está establecida en el hecho de que exista algún argumento aún no incluido en los conjuntos Λ o Ψ que resulta posiblemente defendido por los elementos de estos conjuntos. Se determina si el mismo está defendido o no utilizando para ello el Algoritmo 2. A partir de la respuesta obtenida y la disponibilidad del argumento, en el algoritmo se determina a qué conjunto pertenece o si no pertenece a ninguno de los dos por no estár defendido en I. Finalmente el algoritmo retorna los dos conjuntos.

Observando la complejidad en el tiempo de ejecución el primer ciclo tiene orden n en el peor caso. Mientras que el segundo, por tratarse de dos ciclos anidados, en el peor caso tiene un orden de n^2. Es importante remarcar que la complejidad de los dos últimos algoritmos se verá agravada sustancialmente cuando se le agregue la posibilidad de computar sobre frameworks que contengan ciclos en las relaciones de ataque.

Reconsiderando el framework de la Figura A.1 y el intervalo $I = [6, 14]$. El primer paso del algoritmo (línea 1) redefine la función de disponibilidad, $\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}$, en forma local de la siguiente manera:

Algorithm 4 DEFENDIDO COMPLETA O PARCIALMENTE

Require: $\Phi = \langle Args, Atts, \mathsf{Av}_{\mathbb{Z}} \rangle$ un $TAF_{\mathbb{Z}}$ y un intervalo I
Ensure: Λ, el conjunto de los argumentos presentes en cada extensión grounded de I
Ensure: Ψ, el conjunto de los argumentos presentes en algunas de las extensiones de I.

Redefinir $\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{X})$ como la intersección entre $\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{X})$ e I, $\forall \mathcal{X} \in Args$
for all $\mathcal{A} \in Args$ tal que no existe $(\mathcal{B}, \mathcal{A}) \in \mathsf{AttAtts}_{\Phi}$ **do**
 if $I \textcircled{e} \mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{A})$ **then**
  $\Lambda = \Lambda \cup \mathcal{A}$
 else
  $\Psi = \Psi \cup \mathcal{A}$
 end if
end for
while exista un argumento $\mathcal{C} \in Args$ tal que $\mathcal{C} \notin \Lambda \cup \Psi$ y no haya $(\mathcal{C}, \mathcal{B}), (\mathcal{B}, \mathcal{A}) \in \mathsf{AttAtts}_{\Phi}$ con $\mathcal{A} \notin \Lambda \cup \Psi$ **do**
 $defendido = true$
 for all $\mathcal{B} \in Args$ such that $(\mathcal{C}, \mathcal{B}) \in \mathsf{AttAtts}_{\Phi}$ **do**
  Determinar, ϕ, el conjunto de defensores de $\mathcal{C}$ a partir de $\Lambda \cup \Psi$ (todos los $\mathcal{A}$ tales que $(\mathcal{B}, \mathcal{A}) \in \mathsf{AttAtts}_{\Phi} \wedge \mathcal{A} \in \Lambda \cup \Psi$)
  if hay un defensor completo en ϕ **then**
   $defendido = defendido \wedge true$
  else
   $defendido = defendido \wedge$ Algoritmo 2$(\Phi, \mathcal{C}, \mathcal{B}, \Lambda \cup \Psi)$
  end if
 end for
 if $defendido = true \wedge \mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}(\mathcal{C}) \textcircled{e} I$ **then**
  $\Lambda = \Lambda \cup \mathcal{C}$
 else
  if $defendido = true$ **then**
   $\Psi = \Psi \cup \mathcal{C}$
  end if
 end if
end while
return Λ, Ψ

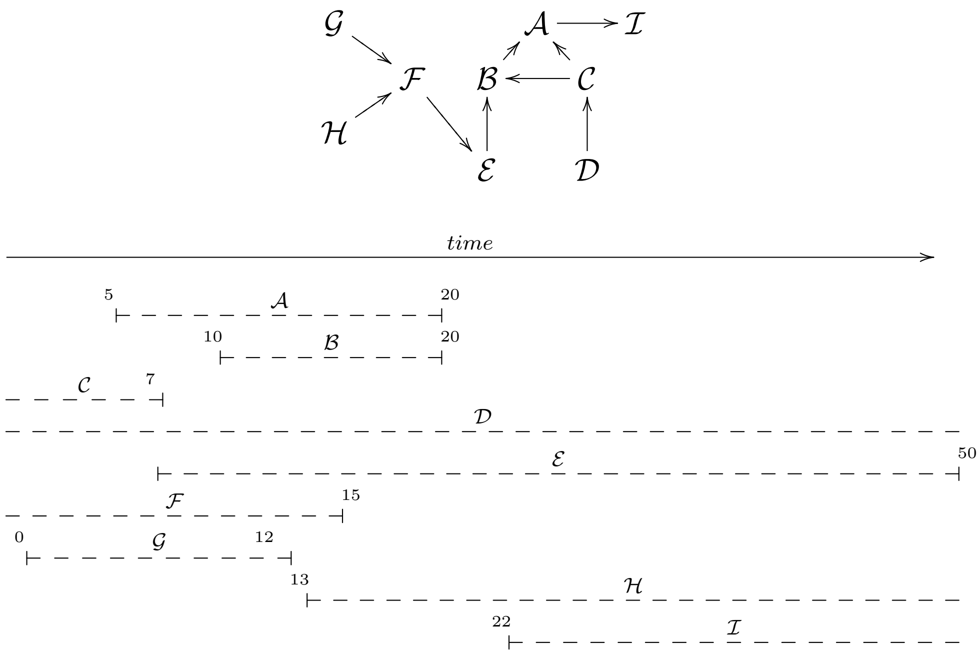


Figura A.1: Framework del Ejemplo 7.5

$Args$	$\mathsf{Av}_{\mathbb{Z}}$
$\mathcal{A}$	$[6, 14]$
$\mathcal{B}$	$[10, 14]$
$\mathcal{C}$	$[6, 7]$
$\mathcal{D}$	$[6, 14]$
$\mathcal{E}$	$[6, 14]$
$\mathcal{F}$	$[6, 14]$
$\mathcal{G}$	$[6, 12]$
$\mathcal{H}$	$[13, 14]$

Esta redefinición local simplifica el control del algoritmo sobre el framework ya que lo reduce al intervalo de interés, ignorándose el resto de los períodos de tiempo definidos en el framework original. Su efecto es reducir el intervalo de determinado argumento, por lo que cada argumento aún se considera en su período de disponibilidad. La función de disponibilidad sigue siendo la misma, ya que solo se aplica como una operación interna del algoritmo que no se traslada a su contexto.

La iteración del bloque **para todo** que comienza en la línea 2, retorna: $\Lambda = \{\mathcal{D}\}$ y

$\Psi = \{\mathcal{G}, \mathcal{H}\}$. $\mathcal{D}$ no tiene atacantes y, por lo tanto, como su función de disponibilidad (redefinida) es igual al intervalo I proporcionado como dato de entrada, se puede afirmar que estará presente en todas las extensiones grounded del período mencionado. Los argumentos $\mathcal{G}$ y $\mathcal{H}$ tampoco son atacados. En este caso, su disponibilidad no cubre el intervalo I. Una vez establecida la condición de los argumentos que no tienen atacantes, el algoritmo está en condiciones de determinar que otros argumentos pueden agregarse a los conjuntos, *i.e.*, qué argumentos son defendidos por los argumentos que ya se identificaron como defendibles.

Se elige un argumento que puede ser defendido por los argumentos $\mathcal{D}$, $\mathcal{G}$ y/o $\mathcal{H}$. Considere al argumento $\mathcal{E}$; el argumento $\mathcal{A}$ no puede elegirse ya que tiene una relación de ataque (en particular el ataque que recibe de $\mathcal{B}$) para el cual aún no cuenta con defensas. Un vez escogido el argumento, el algoritmo busca todos los atacantes de $\mathcal{E}$. En este caso, es sólo el argumento $\mathcal{F}$. Se pregunta entonces si $\mathcal{E}$ es defendido del ataque buscando su defensa en el conjunto $\Lambda \cap \Psi$. Los argumentos $\mathcal{G}$ y $\mathcal{H}$ defienden a $\mathcal{E}$ en todo el intervalo de amenaza, $\tau^{\mathcal{E}}_{\mathcal{F}}$, (a pesar que ambos son defensores parciales). Dado que $\mathcal{E}$ es defendido de todos sus atacantes y su período de disponibilidad (redefinido) es igual a I entonces $\mathcal{E}$ es agregado al conjunto Λ. El siguiente paso del algoritmo consiste en encontrar otro argumento que pueda ser defendido por los argumentos en $\Lambda \cap \Psi$. Realiza entonces un análisis similar sobre el argumento $\mathcal{A}$ solo que, en ese caso, debe utilizar el bloque **para todo** más interno dado que $\mathcal{A}$ tiene dos atacantes. Sin embargo, $\mathcal{A}$ es defendido por $\mathcal{E}$ y $\mathcal{D}$. Dado que nuevamente $\mathcal{A}$ es defendido de todos sus atacantes y su función de disponibilidad es igual a I, el argumento $\mathcal{A}$ es agregado al conjunto Λ. De esta manera, el algoritmo retorna los siguientes conjuntos: $\Lambda = \{\mathcal{A}, \mathcal{E}, \mathcal{D}\}$ and $\Psi = \{\mathcal{G}, \mathcal{H}\}$.

Claramente los argumentos $\mathcal{E}$ y $\mathcal{A}$ terminaron en el conjunto Λ por el intervalo I que consideró el algoritmo; para otro intervalo podría resultar que pertenezcan a Ψ. Si el intervalo en cuestión hubiese sido $[0, 14]$ ambos hubiesen terminado en el conjunto Ψ ya que la evaluación es idéntica pero en ninguno de los dos casos se verifica que la función de disponibilidad sea igual a I.

Bibliografía

[Allen, 1983] James Allen. Maintaining knowledge about temporal intervals. *CACM*, 26(11):832–843, 1983. En este trabajo se introdujeron por primera vez las nocióne básicas de lo que más tarde constituirá la Lógica de Intervalos de Tiempo. Se presentan las relaciones básicas entre intervalos y métodos para realizar deducciones en términos de restricciones relativas a las relaciones primitivas. Este trabajo marca el nacimiento de una de las propuestas de mayor relevancia para representar información temporal surgida desde el seno de la Inteligencia Artificial.

[Allen, 1991] James F. Allen. Time and time again: The many ways to represent time. *International Journal of Intelligent Systems*, 6:341–355, 1991.

[Amgoud and Cayrol, 1998] Leila Amgoud and Claudette Cayrol. On the acceptability of arguments in preference-based argumentation. In *14th Conference on Uncertainty in Artificial Intelligence (UAI'98)*, pages 1–7. Morgan Kaufmann, 1998.

[Amgoud and Cayrol, 2002] Leila Amgoud and Claudette Cayrol. A reasoning model based on the production of acceptable arguments. In *Annals of Mathematics and Artificial Intelligence*, volume 34, 1-3, pages 197–215. 2002.

[Amgoud and Parsons, 2002] Leila Amgoud and Simon Parsons. Agent dialogues with conflicting preferences. In *ATAL '01: Revised Papers from the 8th International Workshop on Intelligent Agents VIII*, pages 190–205, London, UK, 2002. Springer-Verlag.

[Baroni and Giacomin, 2003] Pietro Baroni and Massimiliano Giacomin. Solving semantic problems with odd-length cycles in argumentation. In Thomas D. Nielsen and Nevin Lianwen Zhang, editors, *ECSQARU*, volume 2711 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 440–451. Springer, 2003.

[Baroni and Giacomin, 2004] Pietro Baroni and Massimiliano Giacomin. A recursive approach to argumentation: motivation and perspectives. In James P. Delgrande and Torsten Schaub, editors, *NMR*, pages 50–58, 2004.

[Baroni and Giacomin, 2006] Pietro Baroni and Massimiliano Giacomin. Evaluation and comparison criteria for extension-based argumentation semantics. In *Proc. of I International Conf. on Computational Models of Arguments, COMMA 2006*, pages 157–168, 2006.

[Baroni and Giacomin, 2008] P. Baroni and M. Giacomin. Resolution-based argumentation semantics. In *Proc. of 2nd International Conference on Computational Models of Argument (COMMA 2008)*, pages 25–36, 2008.

[Baroni *et al.*, 2005] Pietro Baroni, Massimiliano Giacomin, and Giovanni Guida. Scc-recursiveness: a general schema for argumentation semantics. *Artif. Intell.*, 168(1-2):162–210, 2005.

[Beek, 1989] Peter Van Beek. Approximation algorithms for temporal reasoning. In *Proceedings of the 8th National Conference on Artificial Intelligence*, pages 1291–1296, 1989. Se proveen algoritmos para tratar el problema de realizar deducciones sobre información incompleta en el marco de trabajo de la Lógica Temporal de Allen. Se estudia la complejidad de los algoritmos y se definen sus límites aplicativos.

[Bench-Capon, 2002] T.J.M. Bench-Capon. Value-based argumentation frameworks. In *Proc. of Nonmonotonic Reasoning*, pages 444–453, 2002.

[Caminada, 2006] Martin Caminada. Semi-stable semantics. In *Proceedings of I International Conference on Computational Models of Arguments, COMMA 2006*, pages 121–130, 2006.

[Cayrol *et al.*, 2002] C. Cayrol, S. Doutre, M. C. Lagasquie-Schiex, and J. Mengin. “Minimal Defence”: a refinement of the preferred semantics for argumentation frameworks. In *Proc. of the 9th International Workshop on Non-Monotonic Reasoning*, pages 408–415, July 2002.

[Chellas, 1980] Brian Chellas. *Modal Logic: An Introduction.* Cambridge University Press, Cambridge, 1980.

[Cobo *et al.*, 2010a] Maria Laura Cobo, Diego C. Martínez, and Guillermo Ricardo Simari. Admissible sets of arguments in a timed context. In *Argentine Symposium on Artificial Intelligence (ASAI 2010)*, pages 13–24, 2010.

[Cobo *et al.*, 2010b] Maria Laura Cobo, Diego C. Martínez, and Guillermo Ricardo Simari. On admissibility in timed abstract argumentation frameworks. In Helder Coelho, Rudi Studer, and Michael Wooldridge, editors, *ECAI*, volume 215 of *Frontiers in Artificial Intelligence and Applications*, pages 1007–1008. IOS Press, 2010.

[Cobo *et al.*, 2010c] M.L. Cobo, D.C. Martinez, and G.R. Simari. An approach to timed abstract argumentation. In *Proc. of NMR 2010 (to appear)*, 2010.

[Coste-Marquis *et al.*, 2005] Sylvie Coste-Marquis, Caroline Devred, and Pierre Marquis. Prudent semantics for argumentation frameworks. In *ICTAI '05: Proceedings of the 17th IEEE International Conference on Tools with Artificial Intelligence*, pages 568–572, Washington, DC, USA, 2005. IEEE Computer Society.

[Dean and McDermott, 1987] Thomas L. Dean and Drew McDermott. Temporal data base management. *Artif. Intell.*, 32(1):1–55, 1987.

[Dechter *et al.*, 1989] R. Dechter, I. Meiri, and J. Pearl. Temporal constaints networks. In *Proceedings KR '89*, pages 83–93, 1989.

[Dermott, 1982] Drew Mc Dermott. A temporal logic for reasoning about plans and actions. *Cognitive Science*, 6:101–155, 1982. Se describe un sistema para realizar razonamiento temporal en el contexto de resolución de problemas. El sistema es definido a través de su implementación en Lisp. Aunque posteriormente la propuesta ha recibido muchas críticas técnicas, constituyó uno de los primeros sistemas detalladamente definidos para razonamiento temporal.

[Dung, 1993a] Phan M. Dung. An argumentation semantics for logic programming with explicit negation. In *Proc. 10th. Intenational Conference on Logic Programming*, pages 616–630. MIT Press, 1993.

[Dung, 1993b] Phan M. Dung. On the Acceptability of Arguments and its Fundamental Role in Nomonotonic Reasoning and Logic Programming. In *Proc. of the 13th. IJCAI 93.*, pages 852–857, 1993.

[Dung, 1995] Phan Minh Dung. On the acceptability of arguments and its fundamental role in nonmonotonic reasoning, logic programming and n-person games. *Artificial Intelligence*, 77(2):321–358, 1995.

[Feyerabend, 1985] Paul Feyerabend. *¿Por qué no Platón?* Tecnos, Spain, 1985.

[García and Simari, 2004] Alejandro J. García and Guillermo R. Simari. Defeasible logic programming: An argumentative approach. *Theory and Practice of Logic Programming*, 4(1-2):95–138, 2004.

[Gardies, 1979] Jean Louis Gardies. *Lógica del Tiempo*. Paraninfo, Madrid, 1979. Ofrece un comentario acerca de distintas aproximaciones realizadas en el estudio del tiempo desde una perspectiva filosófica. Si bien en forma resumida, considera tanto los orígenes de su filosofía como las últimas propuestas y tanto la perspectiva de un lenguaje con tiempo absoluto como relativizado.

[Jakobovits, 1999] Hadassa Jakobovits. Robust semantics for argumentation frameworks. *Journal of Logic and Computation*, 9(2):215–261, 1999.

[Jakobovitz and Vermeir, 1996] Hadassa Jakobovitz and Dirk Vermeir. Contradiction in argumentation frameworks. In *Proceedings of de Information Processing and Management of Uncertainty in Knowledge Based Systems (IPMU) International Conference*, pages 821–826, 1996.

[Kakas *et al.*, 1994] Antonis C. Kakas, Paolo Mancarella, and Phan Minh Dung. The acceptability semantics for logic programs. In Pascal Van Hentenryck, editor, *Logic Programming - Proc. of the Eleventh International Conference on Logic Programming*, pages 504–519, Massachusetts Institute of Technology, 1994. The MIT Press.

[Kamp, 1968] J. A. W. Kamp. *On Tense Logic and the Theory of Order*. PhD thesis, University of California - Los Angeles, 1968. Presenta el calculo basado en los operadores $Since$ y $Until$ discutiendo su expresividad y mostrando que sobre estructuras temporales lineales es estrictamente mas expresivo que el calculo basado en los operadores P y F de Prior [Prior, 1967].

[Kowalski and Sergot, 1986] R. Kowalski and M. Sergot. A logic-based calculus of events. *New Generation Computing*, 4:67–95, 1986. Se expone un sistema para razonamiento temporal fuertemente basado en la noción de evento. Constituye una de las propuestas mejor consideradas para tal fin en la última década. Una de sus características es la de estar definida en programación en lógica con lo cual también constituyó una de las primeras implementaciones conocidas de un razonador temporal.

[Ladkin, 1987] Peter Ladkin. Models of axioms for time intervals. In *Proceedings of the sixth National conference on Artificial intelligence - Volume 1*, AAAI'87, pages 234–239. AAAI Press, 1987.

[Malik and Binford, 1983] Jitendra Malik and Thomas 0. Binford. Reasoning in time and space. In *IJCAI'83: Proceedings of the Eighth international joint conference on Artificial intelligence*, pages 343–345, San Francisco, CA, USA, 1983. Morgan Kaufmann Publishers Inc.

[Martínez *et al.*, 2007] D. C. Martínez, A. J. García, and G. R. Simari. Modelling well-structured argumentation lines. In *Proc. of XX IJCAI-2007.*, pages 465–470, 2007.

[Martínez, 2002] Diego C. Martínez. *Formalización del conflicto entre agentes: argumentación y derrota.* Tesis de Magister en Cs. de la Computación. Departamento de Ciencias e Ing. de la Computación, Universidad Nacional del Sur, Argentina, 2002.

[Martínez, 2006] Diego C. Martínez. *Sistemas Argumentativos Abstractos Extendidos.* Tesis de Doctor en Cs. de la Computación. Departamento de Ciencias e Ing. de la Computación, Universidad Nacional del Sur, Argentina, 2006.

[McArthur, 1976] Robert McArthur. *Tense Logic.* Reidel, 1976. Brinda una introducción a los principales conceptos y resultados asociados al estudio de las lógicas de tiempo gramaticales. Considera lógicas de tipo modal y sigue la notación de Prior [Prior, 1967].

[McTaggart, 1908] John McTaggart. The unreality of time. *Mind: A Quaterly Review of Psychology and Philosophy*, 17:456–473, 1908.

[Meiri, 1992] Itai Meiri. *Temporal Reasoning: A Constraint-Based Approach.* PhD thesis, University of California, 1992. Desarrolla una metodología para razonamiento temporal basado en la combinación de satisfacción de restricciones cualitativas y cuantitativas. Dado que considera tanto a los puntos como a los intervalos los objetos primitivos del lenguaje, este trabajo provee una unificación para propuestas previas donde la importancia de uno de ambos era enfatizada.

[Pinto and Reiter, 1993] J. Pinto and R. Reiter. Temporal reasoning in logic programming: A case for the situation calculus. In *Proceedings of the Tenth International Conference on Logic Programming*, pages 203–221, 1993. Presenta una axiomatización de una versión extendida del Cálculo de Situaciones para razonamiento temporal en un entorno de programación en lógica. Se defiende la tesis de que el Cálculo de Situaciones extendido provee mayor expresividad que el Cálculo de Eventos.

[Platón *et al.*, 1961] Platón, (Author) Hamilton (Editor), Cairns (Editor), and Cooper (Translator). *The Collected Dialogues of Plato.* Princeton University Press, Princeton, New Jersey, USA, 1961.

[Pollock, 1987] John Pollock. Defeasible Reasoning. *Cognitive Science*, 11:481–518, 1987.

[Polya, 1957] G. Polya. *How to Solve It: A New Aspect of Mathematical Method.* Princeton University Press, Princeton, New Jersey, USA, 1957.

[Prakken and Sartor, 1997] Henry Prakken and Giovanni Sartor. Argument-based logic programming with defeasible priorities. *J. of Applied Non-classical Logics*, 7(25-75), 1997.

[Prakken and Vreeswijk, 2000] Henry Prakken and Gerard Vreeswijk. Logical systems for defeasible argumentation. In D.Gabbay, editor, *Handbook of Philosophical Logic, 2nd ed.* Kluwer Academic Pub., 2000.

[Prior, 1957] Arthur Prior. *Time and Modality*. Clarendon Press, 1957. En este libro Prior da las nociones básicas del tiempo, formalizado a través de una lógica modal, es decir con operadores.

[Prior, 1967] Arthur Prior. *Past, Present and Future*. Clarendon Press, 1967. Este libro es considerado uno de los más relevantes de las últimas décadas relativo al estudio de lógicas tiempo gramatical. Su notación prefija lo torna un tanto difícil de leer pero su contenido es amplio, correcto y útil para acceder al trabajo realizado desde la filosofía y la lógica.

[Quine, 1960] W. B. O. Quine. *Word and Object*. MIT Press, 1960.

[Reiter, 1980] Raymond Reiter. A logic for default reasoning. *Artificial Intelligence*, 13:81–132, 1980.

[Reiter, 1992] Raymond Reiter. The projection problem in the situational calculus: A soundness and completeness result, with an application to database updates. In James Hendler, editor, *Artificial Intelligence Planning Systems: Proceedings of the First International Conference (AIPS 92)*, pages 198–203, San Mateo, California, 1992. AAAI, Morgan Kaufmann Publishers. Describe una aplicación novedosa del problema de planificación en el Cálculo de Situaciones para formalizar la evolución de una base de datos bajo transacciones de actualización.

[Reiter, 1993] Raymond Reiter. Proving properties of states in the situational calculus. *Artificial Intelligence*, (64):337–351, 1993. Motiva la necesidad de demostrar propiedades relativas a estados accesibles desde el estado inicial propone principios de inducción adecuados para esta tarea y ejemplifica su uso.

[Rescher and Urquart, 1971] Nicholas Rescher and Alasdair Urquart. *Temporal Logic*. Springer Verlag, 1971. Esta obra, constituye uno de los mejores textos sobre el estudio filosófico del tiempo de las últimas décadas. Su lectura es altamente recomendable por cubrir un amplio espectro de consideraciones filosóficas relativas al estudio del tiempo.

[Rescher, 1966] Nicholas Rescher. On the logic of chronological propositions. *Mind 75*, (297):75–96, 1966. Presenta postulados de la lógica conológica o métrica, comparando los logros del autor con los del famoso filósofo Arthur Prior.

[Simari *et al.*, 1994] Guillermo R. Simari, Carlos I. Chesñevar, and Alejandro J. García. The role of dialectics in defeasible argumentation. In *XIV International Conference of the Chilenean Computer Science Society*, pages 111–121, November 1994.

[Simari, 1989] Guillermo R. Simari. *A Mathematical Treatment of Defeasible Reasoning and its Implementation*. PhD thesis, Washington University, Department of Computer Science (Saint Louis, Missouri, EE.UU.), December 1989.

[Turner, 1984] Raymond Turner. *Logic for Artificial Intelligence*. John Wiley & Sons., 1984. Considera varias lógicas de interés para el investigador en Inteligencia Artificial. Para una serie de areas importantes se presenta el problema considerado y las principales propuestas, comparándolas como medio de representación de conocimiento.

[van Benthem, 1983] J. F. A. K. van Benthem. *The Logic of Time*. Reidel, 1983.

[Vilain and Kautz, 1986] M. Vilain and H. Kautz. Constraint propagation algorithms for temporal reasoning. In *Proceedings of the 5th National Conference on Artificial Intelligence*, pages 377–382, 1986. Se define el álgebra de puntos de tiempo, el cual es equivalente en poder expresivo a un subconjunto de la Lógica Temporal de Allen. Su presentación es motivada en el intento de proveer medios más eficientes que la propuesta de Allen para razonamiento temporal basado en la técnica de satisfacción de restricciones.

[Vilain *et al.*, 1990] Marc Vilain, Henry Kautz, and Peter van Beek. Constraint propagation algorithms for temporal reasoning: a revised report. pages 373–381, 1990.

[Vreeswijk, 1997] Gerard A. W. Vreeswijk. Abstract argumentation systems. *Artificial Intelligence*, 90(1–2):225–279, 1997.

[Walton, 1999] Douglas Walton. The new dialectics: A method for evaluating an argument used purpose in a given case. *Proto Sociology: An International Journal of Interdisciplinary Research*, 13:70–91, 1999.

[Wright, 1965] Georg Henrik Von Wright. And next. *Acta Philosophica Fennica*, (18):293–304, 1965. Presenta una extensión a la lógica de predicados basada en el el operador Next, el cual presupone una estructura de tiempo discreta y lineal.

[Wright, 1966] Georg Henrik Von Wright. And next. *Commentationes Physico-Mathematicae of the Finish Society of Siences*, (32), 1966. Presenta una extensión a la lógica de predicados basada en el el operador Then, el cual puede ser utilizado tanto en una estructura de tiempo discreta como densa o contínua.

[Wright, 1968] Georg Henrik Von Wright. An essay in deontic logic and the general theory of action. *Acta Philosophica Fennica*, (21), 1968.