

vi. Distribución del ingreso y mercado de crédito

vi.1. Introducción.

Siguiendo la línea planteada a partir de las observaciones realizadas en el capítulo iv, en este apartado se analiza la dinámica de crecimiento de una economía y la distribución del ingreso generada en el largo plazo a partir de una distribución desigual del capital humano inicialmente dada. Nuevamente, la existencia de heterogeneidad tanto en los niveles iniciales de conocimientos como en los rendimientos obtenidos sobre la inversión en educación, en conjunción con una senda de acumulación resultante de decisiones intergeneracionales, conducirá a la existencia de una trampa de pobreza⁸⁰. Aquí, la diferencia en los rendimientos obtenidos no es consecuencia de diferencias en la función de producción del capital humano sino de la existencia de preferencias con elasticidad de sustitución decreciente respecto del ingreso entre el consumo y el gasto educativo. Así, las personas de menores niveles educativos (y menores ingresos) requerirían mayores retornos sobre la inversión en educación para superar el coste mínimo y profundizar el gasto educativo para la generación subsiguiente. Bajo este marco, se pretende introducir una herramienta de política que permita la superación del equilibrio malo o trampa de pobreza para ciertas dinastías y establezca la convergencia de toda la economía hacia un estado estacionario alto. Tal herramienta será la introducción de un mercado de créditos, cuyas imperfecciones, de no ser controladas, conducirían a resultados contrapuestos a los deseados.

Loury (1981) fue uno de los primeros en estudiar la relación entre capital humano, crecimiento y desigualdad. Establecía como aspecto empírico fundamental en la literatura del capital humano la correlación positiva entre los niveles educativos alcanzados y el *status* social de una familia, generación tras generación. El autor se centró en la justificación habitual de la existencia de una estrecha relación entre la educación de los jóvenes y los ingresos generados por los padres, quienes cubrirán los costos educativos, al mismo tiempo que las generaciones adultas tendrán una probabilidad mayor de obtener mejores ingresos si han podido lograr mejores performances de aprendizaje.

⁸⁰ La misma fue definida en la Sección II, capítulo ii

Por supuesto, Loury (op. cit.) realizaba su análisis bajo el supuesto de tecnologías convexas, en donde a partir de la presencia de rendimientos decrecientes en la acumulación de conocimientos, dos padres con restricciones diferentes respecto de sus ingresos enfrentarán disímiles retornos esperados sobre la inversión que realicen. Aquellos padres que inviertan menos bajo la expectativa de mayores retornos marginales, podrían inducir a los padres que invierten más a transferir a sus hijos un pequeño monto de los recursos asignados a la capacitación de la propia descendencia de forma tal que los hijos de ambas familias tendrían, en promedio, un mayor ingreso en el período siguiente. La idea precedente implica la existencia de un mercado donde pueda realizarse semejante transferencia. De no existir tal mercado, como en la realidad sucede, las ineficiencias en términos productivos generados por la desigualdad de ingresos se perpetúan. Loury (op. cit.), citando a Okun (1975) remarcaba que "...la consecuencia más importante (de un mercado de créditos imperfecto) es el inadecuado desarrollo de los recursos humanos de los niños de las familias pobres..."

Sin embargo, introdujo otro concepto que ayudaría a sortear las desigualdades iniciales: las habilidades⁸¹ de las personas. Las mismas, otorgadas de manera aleatoria y reveladas *ex-post* de la asignación de los padres entre consumo y capacitación, originarán un proceso estocástico de distribución. Aún sin políticas redistributivas, un alto grado de movilidad podría ocurrir a causa de una amplia varianza en las habilidades o un alto grado de respuesta de la acumulación de capital humano respecto de las habilidades, y todas las economías convergirían a una misma distribución de equilibrio a causa de la existencia de procesos ergódicos⁸² (Loury, 1981).

Glomm y Ravikumar (1992) compararon las performances de dos economía con individuos heterogéneos bajo sistemas educativos público y privado. Utilizando un modelo de generaciones superpuestas, los autores suponen formas funcionales simples para las preferencias, la tecnología y la dinámica de distribución del ingreso. Respecto de la heterogeneidad de los agentes, concluyen que las desigualdades tenderán a desaparecer, aunque bajo un régimen de educación pública la inequidad de ingresos se

⁸¹ "Habilidad" representa "todos los factores fuera del control del individuo que afectan su capacidad de producción" (Loury, 1981).

⁸² Los procesos estacionarios dependen de un valor aleatorio y del tiempo. Un proceso estacionario es ergódico cuando las funciones de los valores esperados de distintas realizaciones pueden obtenerse a partir de una única realización. Dicho de otra forma, cuando las medias de cada realización coinciden con la media temporal.

reducirá más rápidamente que bajo un régimen de educación privada⁸³. Claro que el equilibrio alcanzado será mayor en este último caso dado que el mercado privado ofrece mejores incentivos para la acumulación de capital humano, siempre que la desigualdad inicial no sea suficientemente alta (conclusión también señalada por Bénabou, 1993).

La mayor parte de la literatura se ha focalizado en justificar, por el contrario, la baja movilidad observada entre sectores sociales y la persistencia en la desigualdad del ingreso, dentro y entre economías, a través de tres canales: la existencia de no convexidades y la generación de externalidades en el proceso de producción de capital humano (literatura que tuvo origen en Azariadis y Drazen, 1990), la presencia de restricciones sobre el financiamiento (por ejemplo, Galor y Zeira, 1993), y/o la existencia de preferencias con formas no convencionales (Berti Ceroni, 2001).

Azariadis y Drazen (1990) aseguraron que la función de producción del capital humano exhibe tramos con rendimientos crecientes a partir de cierto umbral mínimo de conocimientos desde el cual la acumulación se produce de forma más redituable; a la vez que tramos con rendimientos decrecientes, para niveles muy bajos de capital humano y a niveles lo suficientemente altos, donde la acumulación de conocimientos vuelve a desacelerarse.

Dentro de esta misma explicación, se hallan Galor y Tsiddon (1996), quienes modelaron el comportamiento de la inversión en capital humano a través de diferentes dinámicas no lineales. La frontera tecnológica se expande a partir de la acumulación de conocimientos, la cual muestra rendimientos no decrecientes a bajos niveles tecnológicos y, consecuentemente, múltiples estados estacionarios. En las primeras etapas de desarrollo de un país, la desigualdad inicial es consistente con la aceleración en las tasas de incremento del capital humano, dado que las personas más ricas encontrarán grandes incentivos a invertir a causa de los altos rendimientos. La desigualdad se incrementará a medida que el progreso tecnológico avance hasta el punto en que, incluso los individuos de los sectores sociales más bajos, encuentren beneficiosa la inversión en capacitación.

⁸³ Las desigualdades se eliminan en esta formulación, dado que los autores suponen una función Cobb-Douglas para la acumulación de capital humano. Esto refleja la existencia de rendimientos marginales decrecientes en la producción de conocimientos. Como señalaba Loury (1981), bajo esta forma funcional, aquellos con menores recursos se verán tentados a invertir proporcionalmente un monto mayor en educación que aquellos individuos más ricos, reduciendo las desigualdades generación tras generación.

Los autores llamaron la atención respecto de dos tipos de efectos, además del efecto directo de la decisión parental de invertir en educación: aquellos efectos producidos dentro de una misma dinastía (externalidades medioambientales del hogar), y aquellos producidos entre dinastías debido al impacto de cada generación sobre el nivel medio de capital humano de la sociedad.

Dentro de los autores que plantearon la existencia de ciertas externalidades en la línea del trabajo de Azariadis y Drazen (1990), se hallan Bénabou (1996a, 1996b) y Durlauf (1996a, 1996b, 1999, 2001).

Bénabou (1996a) observó que la fuerza laboral de los EEUU era mucho más heterogénea que la de Japón en términos de una más amplia dispersión en torno a las marcas promedio de las pruebas internacionales estandarizadas de calidad educativa, y sugirió que esta heterogeneidad podría ser, en gran parte, endógena, dado que ninguna diferencia exógena en capital humano (ya sea por factores históricos, inmigración, de diversidad cultural, etc.) es incrementada por la estratificación económica o social⁸⁴. Dadas estas observaciones, se propuso investigar la relación entre el punto en que una sociedad heterogénea se subdivide en comunidades homogéneas más pequeñas, su grado de desigualdad en los ingresos y su performance de crecimiento económico, analizando qué estructura social es la más eficiente y subrayando que el proceso de acumulación de capital humano se encuentra en la determinación tanto del crecimiento del producto como de la distribución del ingreso (Bénabou, 1996a, 1996b).

Siguiendo la misma línea de estudio con énfasis en la segregación, Durlauf (1996a, 1996b) mostró cómo la formación de una comunidad puede generar un *path-dependence* de ingresos en torno a la línea de sangre, atrapando a ciertas familias en una trampa de pobreza mientras otras disfrutarán de un crecimiento continuo. Asimismo, este autor introdujo la llamada “teoría de la membresía” (Durlauf, 1999, 2001), en donde la persistencia en el *status* social de una familia es generada por la influencia del grupo social al que pertenece. Lo que distingue a esta teoría en la explicación del surgimiento de trampas de pobreza es el acento puesto sobre el rol de la sociedad en oposición a la importancia atribuida por explicaciones alternativas a las características individuales de las familias, tal como es el caso de Loury (1981) (Bowles *et al.*, 2006).

⁸⁴ El autor establece que una población más diversa, como la que habita suelo norteamericano, puede incrementar el valor de la integración, acelerando la homogenización de la fuerza laboral.

En Galor y Zeira (1993) se analiza la interacción entre desigualdad e incremento del producto y los diferentes patrones de desarrollo que ello origina, tomando como inicio de las desigualdades intra-país la distribución no equitativa de capital humano. Mediante la introducción de mercados imperfectos de crédito, se observa que el incentivo a invertir en educación por parte de las personas más pobres es menor cuanto mayor es el monto que deberían pedir prestado para cubrir los costos de la educación de sus hijos. A largo plazo, la población convergirá hacia alguno de los dos estados estables, un equilibrio sin acumulación de capital humano y baja retribución salarial o un equilibrio de alta acumulación de capital humano y mayores salarios, determinando una sociedad fuertemente fraccionada. La causa principal de esta conclusión es la existencia de indivisibilidades en la acumulación de capital humano en presencia de habilidades idénticamente distribuidas.

Chiu (1998) formuló un modelo de generaciones superpuestas en donde la productividad de los individuos dependerá de sus habilidades y del capital humano generado, considerando los efectos directos de la desigualdad en la acumulación de conocimientos y la performance económica en presencia de imperfecciones en el mercado de capitales y restricciones de liquidez. A diferencia de Loury (1981), Chiu (1998) supone que las habilidades se revelan ex-ante de la realización del gasto, de manera que los padres decidirán cuánto invertirán en capacitación conociendo el nivel de desarrollo de las destrezas de sus hijos⁸⁵. Se concluye que siempre es rentable adquirir capacitación en el caso de los individuos más talentosos y se observa que al mejorar la distribución inicial de la renta de una generación a otra, no sólo la acumulación de capital humano total se incrementa sino que también mejora la distribución de todas las generaciones futuras. Por otra parte, cuanto más talentosos sean los individuos, menor importancia tendrá la restricción crediticia.

A partir de la crítica de los dos argumentos anteriores, Berti Ceroni (2001) estudia las implicancias de suponer preferencias no homotéticas sobre la distribución de conocimientos e ingresos y la existencia de trampas de pobreza. En primer lugar, la idea de rendimientos marginales relativamente mayores para las dinastías de altos ingresos y el planteamiento de mercados de crédito en el sector educativo, no parece convincente a

⁸⁵ El rol que asigna Chiu (1998) al talento innato de una persona es diferente en el sentido que, según el autor, “las posesiones materiales con las que uno nace tienen un efecto determinante sobre cómo el talento es desarrollado y usado y de ahí, cuán exitoso es luego en la vida”

los ojos de esta autora. El supuesto extremo de un auto-financiamiento restringido parece ser más acorde a la realidad, dado que el capital humano no puede suponerse como garantía del crédito ni puede exigirse legalmente a los hijos el cumplimiento de una deuda heredada; los costos variables en términos de costos de oportunidad tendrían mayores consecuencias que los costos fijos; y las no-convexidades no se producen de manera conclusiva. Si la educación es autofinanciada bajo tecnologías convexas, los individuos más pobres percibirían mayores rendimientos de la inversión en educación que los individuos más ricos, generando una convergencia entre familias hacia los mismos niveles educativos.

En segundo lugar, la autora hace referencia a la inconsistencia teórica en ciertos planteos de las trampas de pobreza. En la segunda parte de su trabajo, al incorporar incertidumbre idiosincrática en forma de *shocks* exógenos de habilidades, se observa que cuando los agentes poseen una probabilidad no nula de atravesar el umbral de pobreza, convergirán hacia una única distribución invariante y de movilidad completamente asintótica en el caso de *shocks* aleatorios suaves. En este caso, el estado estacionario no estará correlacionado con la distribución inicial del capital humano (Berti Ceroni, 2001).

London y Santos (2007), siguiendo a Berti Ceroni (2001) en la formulación de preferencias no homotéticas, introducen nuevamente el concepto de segregación. La segmentación producida entre familias de padres más y menos educados se produce debido a los efectos vecindario mencionados por Bénabou (1993, 1996a, 1996b) y Durlauf (1996a, b), en donde las personas mejor educadas (y, por lo tanto, que perciben mayores ingresos), suelen relacionarse y establecer círculos sociales cerrados con otras personas también altamente calificadas. Así, aún cuando dos padres de familias con diferente nivel de capacitación decidieran no brindar educación formal a su respectiva descendencia, los hijos de familias mejor posicionadas alcanzarán un nivel de capital humano mayor brindado únicamente por el *statu quo*, esto es, el medio ambiente en el cual son criados y el nivel de conocimiento básico generado en el hogar.

En este último trabajo, además, la educación es provista de manera pública (a diferencia de Berti Ceroni, 2001, quien supone un sistema privado de educación), aunque se asume la existencia de costos privados dados por los bienes complementarios necesarios tales como libros, transporte, etc., y los costos de oportunidad; y un nivel umbral de gasto necesario a partir del cual estos desembolsos comienzan a ser efectivos.

Finalmente, los hijos pertenecientes a diferentes estratos sociales acudirán a escuelas de distintas calidades, en donde el factor de productividad de incidencia en la acumulación de capital humano de los sectores ricos será mayor que el factor de productividad representativo de los sectores pobres.

A largo plazo, las dinastías se concentrarán en tres grupos: el grupo de los extremadamente pobres, quienes apenas invertirán en capital humano un gasto igual al nivel umbral; los pobres, quienes invertirán una cantidad suficiente como para alcanzar niveles mayores de capital humano que las generaciones anteriores pero, dado que pertenecen a los círculos sociales bajos y reciben educación de menor calidad, concluirán en un equilibrio inferior al óptimo; y los individuos ricos, quienes invertirán en capacitación una mayor proporción que los individuos pobres y recibirán una mejor calidad educativa, convergiendo a un equilibrio de altos niveles de ingresos y capital humano.

La inclusión de preferencias no homotéticas reflejan el hecho de que el ritmo de sustitución entre consumo de la generación presente y gasto educativo destinado a la próxima generación no es constante, sino que dependerá del nivel de ingresos alcanzado por los padres. En particular, siendo la tasa de sustitución entre el consumo de los padres y el gasto educativo de los hijos decreciente en el *stock* de capital humano (ingresos) de los padres, a bajos niveles de ingresos se requerirán relativamente mayores retornos sobre la inversión en educación para incrementar los gastos en capacitación.

En concordancia con esta idea, en el presente capítulo se desarrolla un modelo de generaciones superpuestas en donde las preferencias son del tipo planteado por Berti Ceroni (2001) y London y Santos (2007), y donde las mismas son la causa que origina múltiples estados estacionarios. Como en el caso de aquel último trabajo, se supondrá que la educación es financiada de manera pública aunque existirán desembolsos privados mínimos, relacionados a la concurrencia de los hijos a la escuela. Sin embargo, la mayor contribución de este acápite radica en la inclusión de mercados de crédito como herramienta fundamental para la superación del equilibrio de bajos ingresos. Se demostrará que la inclusión de mercados de capitales es una herramienta fundamental para la disminución o eliminación de la zona de trampa de pobreza. Respondiendo a la crítica planteada por Berti Ceroni (2001) acerca de la imposibilidad de suponer mercados de crédito, se establece que no es necesario suponer una “herencia castigo” a

las generaciones futuras mediante el supuesto de un mayor número de períodos en el ciclo vital, escindiendo la toma de decisiones individuales.

En países desarrollados, las personas jóvenes ahorran o realizan inversiones con el objetivo de solventar los gastos que supondrá la educación de sus hijos a futuro. Estas previsiones no son, a menudo, tenidas en cuenta por los habitantes de países pobres o por los sectores de bajos ingresos en economías de ingresos medio y altos, ya sea por la falta de perspectivas a largo plazo o por la imposibilidad de poder hacerlo a causa de restricciones de liquidez, aún bajo el reconocimiento de la importancia que reviste la educación para la generación futura. En estos casos es donde debería existir cierto margen para la intervención mediante políticas económicas adecuadas.

Por otra parte, muchos autores han reconocido que las habilidades no se encuentran aleatoriamente distribuidas (por ejemplo, Chiu, 1998), sino que dependen en gran parte del pasado familiar que determinará el nivel nutricional de los menores y los niveles socioeducativos del hogar, entre otras cosas. Desde esta óptica, postular el surgimiento de *shocks* aleatorios de habilidades como solución a las trampas de pobreza es fuertemente criticable. Será entonces necesaria la búsqueda de una nueva herramienta de intervención que permita mejorar la condición de las dinastías empobrecidas.

vi.2. Acumulación de capital humano con ausencia de crédito.

vi.2.1 Presentación del modelo.

Este modelo se encuentra en la línea de Berti Ceroni (2001) y London y Santos (2007). Se basa en un esquema de generaciones solapadas, en donde cada familia está compuesta de dos individuos: un padre y un hijo. No existe incremento poblacional, por lo tanto en cada momento nace y muere la misma cantidad de personas. A diferencia de aquellos trabajos citados, los cuales asumían dos períodos de vida para los agentes representativos, se supone la existencia de tres períodos vitales.

Una persona joven, transitando su primer período de existencia, no tomará decisiones en absoluto: se educará (o no) de acuerdo al gasto que realicen sus padres. En su segundo período de vida, el agente trabajará y tomará decisiones acerca del consumo y de la educación de su hijo, determinando el nivel de calificaciones que este

alcanzará; mientras que durante el tercer período cada persona trabajará y consumirá de acuerdo a sus preferencias. No se supondrá, en este primer apartado, la existencia de mercados de capitales a fin de establecer comparaciones posteriormente.

Llamando $\{0,1,\dots,t,t+1,\dots,\infty\}$ los momentos del tiempo y $\tau = \{1,2,3\}$ los diferentes períodos de vida del agente j nacido en el momento t , se postula una función de utilidad aditiva no homotética en relación al consumo y al capital humano de la descendencia: $u_{t,\tau=2}^j = f(c_{t,\tau=2,3}^j) + g(h_{t+1,\tau=2}^j)$. La relación de utilidad que buscará maximizar al inicio del período $\tau = 2$ estará en función de su consumo en $\tau = 2, 3$ y de la educación que otorgue a su descendencia en el periodo 2:

$$(iv.1) \quad u_{t,2}^j(c_{t,2}^j, c_{t,3}^j, h_{t+1,2}^j) = \left\{ \alpha \log(c_{t,2}^j) + (1 - \alpha) \log(c_{t,3}^j) \right\} + \delta h_{t+1,2}^j$$

En donde $0 \leq \delta \leq 1$ es un parámetro que mide la fuerza de la motivación altruista de los padres y $0 \leq \alpha \leq 1$ el parámetro de elasticidad sustitución del consumo.

Esta función es no homotética en el consumo y el capital humano. A diferencia de los modelos tradicionales que suponen funciones de elasticidad de sustitución constante (CES), aquí se muestra una tasa marginal de sustitución decreciente entre el consumo de una generación y los logros educativos de la generación subsiguiente. Un mayor nivel de capital humano por parte de los padres implica un mayor nivel de consumo (a través de incrementos en el nivel salarial) y una menor tasa de sustitución entre los dos argumentos de la función propuesta, siendo la tasa marginal de sustitución

$$TMS = \frac{u_{c_{t,\tau}^j}}{u_{h_{t+1,2}^j}} = \frac{\alpha}{\delta(c_{t,2}^j)} = \frac{1 - \alpha}{\delta(c_{t,3}^j)}, \text{ con } TMS_{c_{t,\tau}^j} \leq 0.$$

La justificación para establecer este supuesto es el hecho de querer reflejar cómo las personas de menores ingresos requerirán retornos relativamente más altos que las personas ricas sobre la inversión en educación para comenzar a invertir.

Del mismo modo que en London y Santos (2007), la educación es pública, pero para que los niveles de capital humano se incrementen generación tras generación, los padres deberán afrontar determinados costos privados los cuales determinarán la efectividad de la escolarización. Esto es, si ellos no realizaran ningún gasto, sus hijos no podrán concurrir a la escuela. Siendo la escolarización obligatoria, se requiere un desembolso mínimo b (se excluye la posibilidad de costos privados nulos), aunque el

verdadero incremento en las capacidades se dará una vez que el gasto privado supere dicho umbral. La función de acumulación de conocimientos será:

$$(vi.2) \quad h_{t+1,2}^j = f(e_{t,2}^j) = \ln[\gamma(e_{t,2}^j - b) + v] + m$$

$h_{t+1,2}^j$ es el nivel de calificación que el hijo del padre j obtendrá, en función del gasto $e_{t,2}^j$. Si dicho desembolso es exactamente igual al umbral establecido b a partir del cual el gasto realizado es efectivo, el nivel de calificaciones será constante e igual a $\ln(v) + m$. v es el nivel básico de habilidades y destrezas provistas en el hogar, y se supondrá constante aunque se reconoce que podría variar entre sectores sociales. m es una externalidad positiva del medioambiente en el cual las sucesivas generaciones se educarán. En términos de Galor y Tsiddon (1996), es el impacto del capital humano medio de una generación a otra. También se supone constante, aunque podría tratarse como una frontera tecnológica que se expande a medida de los conocimientos agregados se incrementan a lo largo del tiempo. Además, γ es un parámetro de productividad que reflejaría la calidad del sistema educativo. Por supuesto, $\{b, m, v\} > 0$ y $\{\gamma\} > 1$.

La economía produce un bien de consumo simple con una tecnología lineal que utiliza capital humano como único factor de producción. Al definir el producto total habrá que considerar que en cada período existen dos generaciones trabajando, aquella nacida en t y la nacida en $t - 1$:

$$(vi.3) \quad Y_t = H_t = \int_I h_t^j g_t(h_t^j) dh_t^j + \int_I h_{t-1}^j g_{t-1}(h_{t-1}^j) dh_{t-1}^j$$

Siendo H_t el stock de capital humano que coincide exactamente con el output agregado Y_t . $g_t(h_t^j)$ es la función de densidad característica de la distribución del capital humano de una generación al momento t , con $g_t(h_t^j) \geq 0 \quad \forall j$, $\int_I g_t(h_t^j) dh_t^j = 1$, y $g_0(h_0^j)$ la distribución inicial dada exógenamente tal que los individuos se distribuirán en el espacio de habilidades $h_0^j \in (x, z)$ y $\ln(v) + m = x \ll z$.

El salario, igual a la productividad marginal del trabajo, es el nivel de capital humano para cada j , por lo tanto y asumiendo en este primer apartado la ausencia total

de mercado de créditos⁸⁶, las personas tomarán decisiones afrontando las siguientes restricciones:

$$(vi.4) \quad h_{t,2}^j = e_{t,2}^j + c_{t,2}^j$$

$$(vi.5) \quad h_{t,3}^j = c_{t,3}^j$$

Dado que los individuos acumulan conocimientos sólo en su primer período de vida, haciendo uso de ellos en los dos períodos posteriores pero sin incrementos en el *stock* de capital humano (esto es, no existe *learning-by-doing*), el salario será el mismo para $\tau = 2, 3$. Bajo los supuestos de información perfecta y perfecta previsibilidad, cada agente tendrá un ingreso igual a $h_t^j = h_{t,2}^j = h_{t,3}^j$ en ambos períodos.

El problema se define como:

$$\begin{aligned} & \max_{e_t^j} \left\{ \alpha \log(c_{t,2}^j) + (1 - \alpha) \log(c_{t,3}^j) \right\} + \delta h_{t+1,2}^j \\ & s.a. \quad h_t^j = e_{t,1}^j + c_{t,2}^j \\ (vi.6) \quad & h_t^j = c_{t,3}^j \\ & h_{t+1,2}^j = f(e_{t,2}^j) = \ln[\gamma(e_{t,2}^j - b) + v] + m \\ & (c_{t,2}^j, c_{t,3}^j, e_{t,2}^j) \geq (0, 0) \end{aligned}$$

De la condición de primer orden, el gasto de equilibrio será:

$$(vi.7) \quad e_{t,2}^{j*} = \begin{cases} b & \text{si } h_t^j \leq \underline{h} \\ \frac{1}{\alpha + \delta} \left[\delta h_t^j + \alpha \left(b - \frac{v}{\gamma} \right) \right] & \text{si } h_t^j > \underline{h} \end{cases}$$

Siendo $\underline{h} = b + v\alpha/\gamma\delta$. Como puede verse, una solución esquina aparecerá cuando el nivel de ingreso de la generación precedente sea lo suficientemente bajo. Para niveles de ingreso familiar iguales o menores a ese umbral, los padres gastarán exactamente el nivel mínimo obligatorio b para enviar a sus hijos al sistema educativo. Esta solución surgirá a consecuencia de la existencia de preferencias no regulares, tal como Azariadis y Drazen (1990) lo habían observado. En este equilibrio, los gastos privados se reducen

⁸⁶ Con “ausencia total de mercado de créditos” se quiere reflejar el hecho de que, incluso, las personas no pospondrán consumo presente a favor de un mayor consumo futuro a causa de la imposibilidad de ahorrar ingresos en el momento 2 y que las decisiones de gasto en educación se tomarán independientemente del nivel de ingresos del período siguiente. Además de ausencia de crédito, podría hablarse aquí de ausencia de previsibilidad.

al mínimo necesario para la concurrencia a la escuela de los individuos, sin un mayor acrecentamiento del capital humano.

La proporción de ingreso destinada a inversión en capacitación está positivamente correlacionada con el factor de productividad γ , el ponderador de motivos altruistas δ y el nivel umbral b que, de incrementarse, obligaría a aumentos en los niveles de gasto de las familias. Por el contrario, aumentos en α o en ν disminuirán los gastos en educación por una mayor sustitución a favor de gastos en consumo y un mayor grado de aprendizaje en el hogar que atenúa la necesidad de adquirir conocimientos fuera de este.

Retomando las restricciones (vi.4) y (vi.5) del problema de maximización, se obtienen los niveles de consumo de equilibrio:

$$(vi.8) \quad c_{t,2}^j * = \begin{cases} h_t^j - b & \text{si } h_t^j \leq \underline{h} \\ \frac{\alpha}{\alpha + \delta} \left(h_t^j - b + \frac{\nu}{\gamma} \right) & \text{si } h_t^j > \underline{h} \end{cases}$$

$$(vi.9) \quad c_{t,3}^j * = h_t^j \quad \forall h_t^j$$

Por supuesto, ambos son función creciente del ingreso de las personas. El nivel mínimo que debe cubrirse de educación b afecta negativamente la determinación del consumo en el período $\tau = 2$. Esto reviste gran importancia, sobre todo en los sectores sociales más pobres si se piensa en la obligatoriedad establecida por ley en la mayoría de las sociedades modernas y en la evasión de dicha obligatoriedad por parte de los padres. Enviar a un niño a la escuela, más allá de que no exista ningún otro desembolso monetario, puede determinar significativas bajas en los niveles de consumo de una familia en términos de costos de oportunidad.

Una mayor productividad en la acumulación de capital humano llevará a la sustitución de gastos en consumo por gastos en educación, al percibir las diferentes dinastías rendimientos mayores de la inversión en conocimientos. Al mismo tiempo, ν guarda una relación positiva con el consumo al generar efectos sustitución exactamente opuestos. Cabe recordar que al asumir ausencia total de mercado de capitales se excluye la posibilidad de conexión intertemporal entre los ingresos y gastos de los dos períodos de decisión.

vi.2.2. Dinámica y trampa de pobreza

Sustituyendo (vi.7) en (vi.2) se determina la dinámica de la acumulación de capital humano:

$$(vi.10) \quad \psi(h_t^j) = h_{t+1}^j * = \begin{cases} \ln(v) + m & \text{si } h_t^j \leq \underline{h} \\ \ln\left[\frac{\delta}{\alpha + \delta}(\gamma h_t^j - \gamma b + v)\right] + m & \text{si } h_t^j > \underline{h} \end{cases}$$

Como en Berti Ceroni (2001) y London y Santos (2007), el comportamiento de cada dinastía a lo largo del tiempo es independiente del comportamiento agregado, por lo que puede ser estudiado aisladamente. La función de transición $\psi(h_t^j)$ muestra un comportamiento constante para valores menores a \underline{h} y es una función cóncava por encima de dicho umbral.

En este contexto de individuos de vida finita y generaciones solapadas, la distribución del ingreso no es estática, sino que la función de densidad definida en el momento t dependerá de la definida en $t - 1$ y la función de transición será tal que:

$$(vi.11) \quad g_t(h_t^j) = g_{t-1}[\psi^{-1}(h_t^j)] \quad \forall h_t^j \in [x, z]$$

Puesto en otros términos, la distribución del ingreso presente dependerá de la distribución del ingreso pasada sin que ningún *shock* aleatorio perturbe tal relación.

Una trampa de pobreza se caracterizará por una fracción de dinastías relegadas en todos los períodos futuros a los más bajos deciles de la distribución, mientras que el resto de las dinastías disfrutarán de altos niveles de bienestar. La pregunta es bajo qué condiciones la desigualdad persiste a lo largo del tiempo, dada una distribución inicialmente inequitativa.

La existencia de trampas de pobreza se exhibe a través de múltiples equilibrios en la función de transición individual. Dado que todas las dinastías poseen, al menos, un nivel de capital humano igual a $\ln(v) + m$, una condición necesaria y suficiente para que exista una solución de esquina es: $\underline{h} > \ln(v) + m = h_u$. Tal condición también garantiza que, una vez que una dinastía posee el *stock* de capital humano $h_u = \ln(v) + m$ se mantiene allí para siempre. Esto es, h_u es un estado estacionario o equilibrio estable.

Además, habrá un estado estacionario inestable o punto de silla $h_k > \underline{h}$ y un segundo estado estacionario estable $h^* > h_k$. Debido a la concavidad de la función para niveles de capital humano no muy bajos, para asegurar la existencia de los equilibrios enumerados se requiere que la pendiente de la función de transición tienda a un número mayor que uno cuando el nivel de capital humano tiende, por encima, a \underline{h} . La pendiente de la función de transición será:

$$\frac{d[h_{t+1}^j(e_{t,2}^j)]}{de_{t,2}^j} \times \frac{d[e_{t,2}^j(h_t^j)]}{dh_t^j} = \frac{\delta}{\alpha + \delta} \times \frac{\gamma}{v + (e_{t,2}^j - b)\gamma} \rightarrow \frac{\delta}{\alpha + \delta} \frac{\gamma}{v} > 1 \text{ cuando } e_{t,2}^j \rightarrow b$$

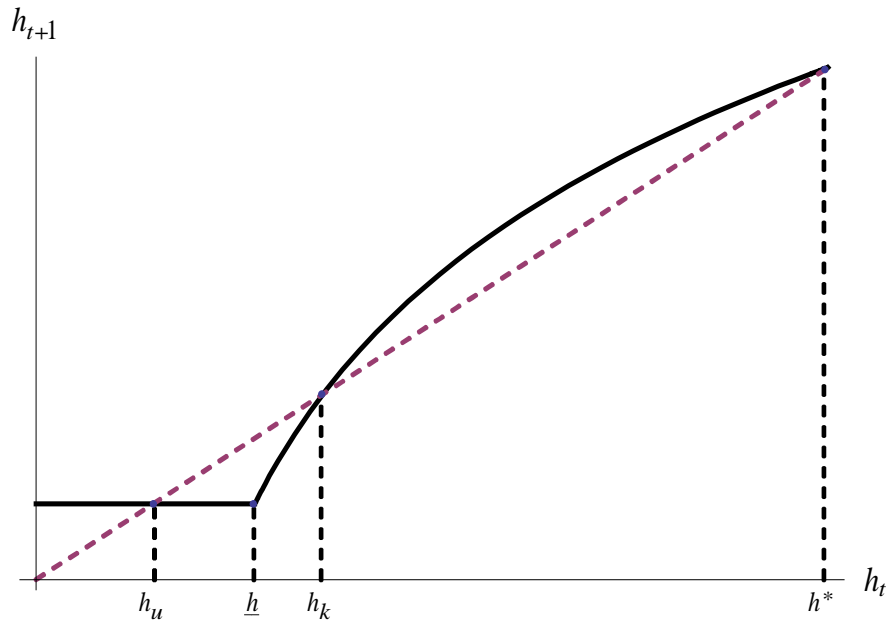
(o cuando $h_t^j \rightarrow \underline{h}$)

Las dos condiciones anteriores determinarán una configuración de parámetros tal que:

$$(vi.12) \frac{\alpha v}{\delta(\ln(v) + m - b)} > \gamma > \frac{v}{\alpha + \delta}$$

Aquellas familias cuyo capital humano se encuentra inicialmente debajo del equilibrio inestable h_k permanecerán a bajos niveles de ingresos convergiendo al nivel $\ln(v) + m = h_u$. Algunas dinastías podrían comenzar invirtiendo en capital humano (cuando $\underline{h} < h_0^j < h_k$), pero el gasto se reducirá generación tras generación dados los bajos rendimientos obtenidos, hasta que alguna generación cese la inversión más allá del nivel b . Por el contrario, padres cuyo capital humano inicial se encuentre por encima de h_k continuarán invirtiendo en descendencias sucesivas hasta alcanzar el equilibrio estable h^* .

Figura vi.1. Equilibrio sin presencia de mercado de créditos.



En el largo plazo, las familias se concentran en dos grupos, pobres y ricos, excluyendo la posibilidad de movilidad. Más aún, cuanto mayor sea la desigualdad en la distribución del ingreso al inicio del proceso de desarrollo, mayor será la desigualdad de la distribución en el equilibrio final dado por:

$$(vi.13) \quad h_{\infty}^{j*} = \begin{cases} h_u & \text{si } h_0^j \leq h_k \\ h^* & \text{si } h_0^j > h_k \end{cases}$$

Por su parte, los niveles de consumo de cada período convergirán a⁸⁷:

$$(vi.14) \quad c_{\infty,2}^{j*} = \begin{cases} h_u - b & \text{si } h_0^j \leq h_k \\ \frac{\alpha}{\alpha + \delta} \left(h^* - b + \frac{v}{\gamma} \right) & \text{si } h_0^j > h_k \end{cases}$$

$$(vi.15) \quad c_{\infty,3}^{j*} = \begin{cases} h_u & \text{si } h_0^j \leq h_k \\ h^* & \text{si } h_0^j > h_k \end{cases}$$

⁸⁷ Nótese que una condición adicional para la obtención de niveles de consumo no nulos será $\ln(v) + m = h_u \geq b$.

vi.2.3. Equilibrio macroeconómico.

Para cualquier t , la distribución del ingreso determinará la inversión presente en educación y el producto (o *stock* total de capital humano) futuro. Utilizando la expresión de la función de transición en la determinación del producto, se tiene que:

$$(vi.16) \quad Y_t = H_t = \int_I h_t^j g_t(h_t^j) dh_t^j + \int_I h_{t-1}^j g_{t-1}(h_{t-1}^j) dh_{t-1}^j = \int_I h_t^j g_t(h_t^j) dh_t^j + \int_I h_{t-1}^j g_{t-1}[\psi^{-1}(h_t^j)] dh_t^j = \int_I [h_t^j g_t(h_t^j) + h_{t-1}^j g_{t-1}(h_t^j)] dh_t^j = \int_I (h_t^j + h_{t-1}^j) g_t(h_t^j) dh_t^j$$

Reemplazando (10) en esta expresión e integrando $e_{t,2}^j$ sobre todos los j , se obtienen:

$$(vi.17) \quad E_t = \frac{\delta}{\alpha + \delta} \int_{\underline{h}}^z h_t^j g_t(h_t^j) dh_t^j + \frac{\alpha}{\alpha + \delta} \left\{ b \left[1 + \frac{\delta}{\alpha} G_t(\underline{h}) \right] - \frac{\nu}{\gamma} [1 - G_t(\underline{h})] \right\}$$

$$(vi.18) \quad Y_{t+1} = H_{t+1} = \int_{\underline{h}}^z \left\{ \log[\gamma(h_{t-1}^j - b) + \nu] + \log[\gamma(h_{t-2}^j - b) + \nu] \right\} g_t(h_t^j) dh_t^j + 2 \left[\log\left(\frac{\delta}{\alpha + \delta}\right) [1 - G_t(\underline{h})] + \log(\nu) G_t(\underline{h}) + m \right]$$

$$\text{Con } G_t(\underline{h}) = \int_x^{\underline{h}} g_t(h_t^j) dh_t^j.$$

Mayores niveles de altruismo intergeneracional δ , de nivel mínimo en gastos en educación b y de productividad en la acumulación de capital humano γ , incrementarán tanto la inversión total en educación como el producto de la economía. Al mismo tiempo, mientras que un mayor nivel de ν disminuirá la inversión en educación a causa de la sustitución entre educación formal y un mayor grado de habilidades y destrezas aprendidas en el hogar, el mismo aumento mostrará variaciones positivas en el producto, dado que este se incrementa a partir de mayores niveles de capital humano más allá de la fuente en que dichos incrementos tengan origen. De la misma manera, el ingreso total guarda una relación positiva con m .

Por supuesto, tanto (vi.17) como (vi.18) dependen de la distribución de los individuos en el espacio de habilidades. La evolución a lo largo del tiempo del gasto educativo y producto total obedecerá, a su vez, a la evolución de la distribución. Y siendo que la misma depende de la distribución originariamente dada en $t = 0$, el producto de equilibrio final determinado en el largo plazo dependerá, asimismo, de la distribución inicial. Para $t \rightarrow \infty$, el producto será:

$$Y_{\infty} = 2h^*[1 - G_0(h_k)] + 2h_u G_0(h_k)$$

Todos los individuos por encima de h_k convergirán a h^* , mientras que aquellos por debajo de h_k tenderán a $h_u = \ln(v) + m$. Reordenando los términos:

$$(vi.19) Y_{\infty} = 2[h^* - (h^* - h_u)G_0(h_k)]$$

Como puede verse, el producto de estado estacionario final será mayor cuanto mayor sea el equilibrio de altos ingresos y dependerá negativamente de la desigualdad inicial, establecida por la cantidad de individuos que se encuentren por debajo del equilibrio inestable h_k . Más individuos por debajo de h_k implican una mayor cantidad de dinastías acumulando capital humano a tasas nulas o, incluso, negativas, lo cual desacelera las tasas de crecimiento a lo largo de la senda de transición hacia el estado estacionario. Además, el producto final dependerá negativamente de la diferencia entre equilibrios alto y bajo. Cuanto mayor sea el *gap* de ingresos entre pobres y ricos, menor será el ingreso final de la economía.

vi.3. Acumulación de capital humano con existencia de crédito.

vi.3.1. Decisiones individuales.

En el siguiente apartado se analiza cuáles son las consecuencias de suponer la existencia de mercados de crédito perfectos en el contexto anteriormente descrito⁸⁸. Como ya se mencionó, muchos individuos toman medidas precautorias en sus primeras instancias dentro del mercado laboral con el objetivo de solventar la educación de sus hijos a futuro. Aquellos para quienes el salario sea lo suficientemente alto, podrán ahorrar aún más que lo requerido en cubrir los costos educativos. Tales personas utilizarán sus ahorros superfluos para cubrir un mayor monto de consumo o invertir en el mercado de capitales con el objetivo de encontrar un mejor pasar en su vejez.

Por otra parte, si el mercado de crédito permitiera el acceso a todos los individuos y las personas tuvieran una correcta apreciación de la importancia que reviste la educación de su descendencia, quienes posean ingresos bajos podrán tomar

⁸⁸ Si bien se reconoce que los mercados de crédito perfectos son sólo una construcción formal, su utilización servirá para establecer las consecuencias de las imperfecciones planteadas posteriormente.

préstamos para financiar parte de la inversión en educación de sus hijos, a condición de que lo devuelvan con el fruto de su trabajo futuro.

De allí que los agentes puedan optar por tomar un crédito cuando $h_t^j < e_{t,2}^j + c_{t,2}^j$, esto es, cuando el salario, igual al *stock* de capital humano de los padres, sea menor al gasto total en el primer período de decisión. Adicionalmente, se dirá que los prestatarios podrán utilizar dicho crédito tanto para fines de financiamiento educativo como para incrementar el consumo. De la misma manera, un individuo puede generar ahorros para otorgar préstamos cuando $h_t^j > e_{t,2}^j + c_{t,2}^j$, con la posibilidad de financiar un nivel de consumo mayor durante su tercer período de vida.

Se asume que todos los mercados son competitivos y no existen imperfecciones de ningún tipo, tal que r es la tasa de interés que equilibra el mercado de créditos y que pagarán (recibirán) los prestatarios (prestamistas). Bajo los supuestos de información perfecta y pleno empleo, el salario en el período siguiente, conocido tanto por la parte deudora como acreedora, es garantía suficiente para el otorgamiento de un préstamo, de forma que los padres que hayan podido acceder al crédito lo devolverán en el período siguiente, sin heredar deudas a sus hijos. Por su parte, los padres que hayan sido prestamistas, disfrutarán de mayores ingresos en su último período de vida, gracias a los rendimientos del préstamo otorgado. Las nuevas restricciones implican:

$$(vi.20) \quad h_{t,2}^j + d_{t,2}^j = e_{t,2}^j + c_{t,2}^j$$

$$(vi.21) \quad h_{t,3}^j = c_{t,3}^j + d_{t,2}^j(1+r)$$

El signo de $d_{t,2}^j$ dependerá de la posición del agente en el mercado de capitales, siendo negativo en el caso de un individuo acreedor y positivo para un agente deudor. Por otra parte, la condición de Euler indica la igualación de la utilidad marginal del consumo de ambos períodos:

$$(vi.22) \quad \frac{c_{t,3}^j}{c_{t,2}^j} = \frac{(1+r)(1-\alpha)}{\alpha}$$

Sabiendo que la totalidad de ingresos debe equipararse a los gastos a lo largo de la vida del individuo y tomando en consideración (19), (20) y (21), el nuevo problema se resume en:

$$\begin{aligned}
 & \max_{e_t^j} \{ \alpha \log(c_{t,2}^j) + (1 - \alpha) \log(c_{t,3}^j) \} + \delta h_{t+1,2}^j \\
 & \text{s.a.} \quad h_{t,2}^j + d_{t,2}^j = e_{t,2}^j + c_{t,2}^j \\
 & \quad \quad h_{t,3}^j = c_{t,3}^j + d_{t,2}^j (1 + r) \\
 \text{(vi.23)} \quad & \quad \quad c_{t,3}^j = \frac{(1+r)(1-\alpha)}{\alpha} c_{t,2}^j \\
 & \quad \quad h_{t+1,2}^j = f(e_{t,2}^j) = \ln[\gamma(e_{t,2}^j - b) + v] + m \\
 & \quad \quad (c_{t,2}^j, c_{t,3}^j, e_{t,2}^j) \geq (0, 0)
 \end{aligned}$$

El mercado de créditos abre la posibilidad de una conexión intertemporal entre los niveles de consumo previstos y el gasto en educación. Utilizando el guiño (\sim) para distinguir los resultados hallados en este apartado, el gasto óptimo determinado por la condición de primer orden será ahora:

$$\text{(vi.24)} \quad \tilde{e}_{t,2}^j * = \begin{cases} b & \text{si } h_t^j \leq \tilde{h} \\ \frac{1}{1+\delta} \left[\delta h_t^j \left(\frac{2+r}{1+r} \right) + b - \frac{v}{\gamma} \right] & \text{si } h_t^j > \tilde{h} \end{cases}$$

Con $\tilde{h} = [(1+r)/(2+r)](b + v/\gamma\delta)$.

El gasto en educación dependerá negativamente de la tasa de interés. Aumentos en r conducirán al encarecimiento del préstamo que podrían solicitar los padres para educar a sus hijos o al incremento del costo de oportunidad de aquellos padres que prefieran invertir sus ahorros en el mercado de créditos. Como puede verse, el nivel umbral determinado es menor que el establecido en el caso anterior dado que $\tilde{h} = [(1+r)/(2+r)]\underline{h}$. El consumo se determinará por:

$$\text{(vi.25)} \quad \tilde{c}_{t,2}^j * = \begin{cases} \alpha \left[h_t^j \left(\frac{2+r}{1+r} \right) - b \right] & \text{si } h_t^j \leq \underline{h} \\ \frac{\alpha}{1+\delta} \left[h_t^j \left(\frac{2+r}{1+r} \right) - b + \frac{v}{\gamma} \right] & \text{si } h_t^j > \underline{h} \end{cases}$$

$$\text{(vi.26)} \quad \tilde{c}_{t,3}^j * = \begin{cases} (1-\alpha)(1+r) \left[h_t^j \left(\frac{2+r}{1+r} \right) - b \right] & \text{si } h_t^j \leq \underline{h} \\ \frac{(1+r)(1-\alpha)}{(1+\delta)} \left[h_t^j \left(\frac{2+r}{1+r} \right) - b + \frac{v}{\gamma} \right] & \text{si } h_t^j > \underline{h} \end{cases}$$

Que el consumo sea mayor en el primer o segundo período dependerá de las preferencias y de la tasa de interés. Cuanto mayor sea el parámetro α y menor la tasa de

interés, mayor será el consumo en el período 2 en relación al consumo en 3. El parámetro de altruismo δ no juega rol alguno en el caso de las personas más empobrecidas, lo cual responde al hecho de que el gasto en educación es el mínimo indispensable y todo lo demás se destinará a consumo.

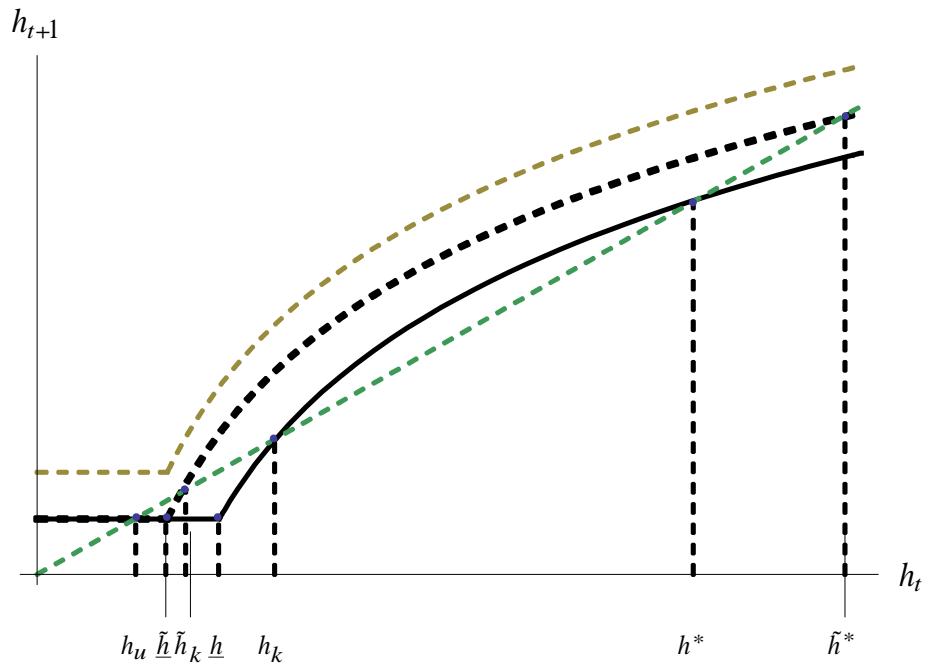
Para el caso de las personas de mayores recursos, este parámetro sí participa en la determinación del consumo de forma negativa, dado que un incremento en los deseos de educación de los hijos disminuirá el consumo en ambos períodos.

vi.3.2. Dinámica y equilibrios posibles.

Reemplazando (22) en (2) nuevamente:

$$(vi.27) \quad \tilde{\psi}(h_t^j) = \tilde{h}_{t+1}^j * = \begin{cases} \ln(v) + m & \text{si } h_t^j \leq \tilde{h} \\ \ln\left[\frac{\delta}{1+\delta}\left(\gamma\left(\frac{2+r}{1+r}\right)h_t^j - \gamma b + v\right)\right] + m & \text{si } h_t^j > \tilde{h} \end{cases}$$

Figura vi.2. Equilibrio con presencia de mercados de crédito perfectos.



Las consideraciones hechas más arriba para la forma que adopta la función $\psi(h_t^j)$ y la determinación de la distribución de los individuos en el espacio de

habilidades, siguen siendo valederas en el caso presente. La figura 2 ilustra los equilibrios conseguidos en el caso anterior (línea entera) y en el caso presente (líneas punteadas). Siendo $\psi(h_t^j)$ estrictamente creciente en $e_{t,2}^j$ y $\tilde{\psi}(h_t^j)$ estrictamente creciente en $\tilde{e}_{t,2}^j$, para todo $\{e_{t,2}^j; \tilde{e}_{t,2}^j\} > b$, si $\tilde{\psi}(h_t^j) > \psi(h_t^j)$ para todo $h_t^j > \tilde{h}$, entonces $\tilde{e}_{t,2}^j > e_{t,2}^j$ para todo $h_t^j > \tilde{h}$. Y, particularmente, $\tilde{e}_{t,2}^{j*} > e_{t,2}^{j*}$

En este segundo caso, debido a la inserción del crédito, existirán dos resultados posibles dependiendo de cuál sea la configuración de parámetros existente en la economía. En el caso de la línea punteada gruesa, la zona de trampa de pobreza se ve reducida a causa del crédito aunque conduce a un resultado de segregación. Lo primero se refleja a través de un umbral menor a partir del cual la función de acumulación de capital humano comienza a mostrar pendiente positiva. Gracias a la toma de préstamos, los individuos más empobrecidos lograrán incrementar el gasto en educación. Los que posean ingresos suficientes lograrán saltar la trampa de pobreza y convergir a un estado estacionario de ingresos altos señalado ahora por \tilde{h}^* . Aquellos que no logren hacerlo, aún con la toma de créditos, convergirán al mismo nivel de estado estacionario pobre generado en el caso anterior h_u , siendo el equilibrio final:

$$(vi.28) \quad \tilde{h}_{\infty}^{j*} = \begin{cases} h_u & \text{si } h_t^j \leq \tilde{h}_k \\ \tilde{h}^* & \text{si } h_t^j > \tilde{h}_k \end{cases}$$

Los niveles de consumo de estado estacionario, por lo tanto, serán:

$$(vi.29) \quad \tilde{c}_{\infty,2}^{j*} = \begin{cases} \alpha \left[h_u \left(\frac{2+r}{1+r} \right) - b \right] & \text{si } h_t^j \leq \tilde{h}_k \\ \frac{\alpha}{1+\delta} \left(\tilde{h}^* \left(\frac{2+r}{1+r} \right) - b + \frac{v}{\gamma} \right) & \text{si } h_t^j > \tilde{h}_k \end{cases}$$

$$(vi.30) \quad \tilde{c}_{\infty,3}^{j*} = \begin{cases} (1-\alpha)(1+r) \left[h_u \frac{2+r}{1+r} - b \right] & \text{si } h_t^j \leq \tilde{h}_k \\ \frac{(1+r)(1-\alpha)}{(1+\delta)} \left[\tilde{h}^* \left(\frac{2+r}{1+r} \right) - b + \frac{v}{\gamma} \right] & \text{si } h_t^j > \tilde{h}_k \end{cases}$$

El crédito ciertamente se traduce en incrementos del gasto en educación, pero no puede asegurarse cuáles serán las modificaciones en los niveles de consumo finales. Estableciendo comparaciones respecto de la situación anterior, puede demostrarse que

$\tilde{c}_{t,2}^j \geq c_{t,2}^j$ cuando $h_t^j \leq \tilde{h}_k$ sólo en el caso que $(1+r)/(2+r) < \alpha$. Esta condición representaría aquella situación de hogares empobrecidos cuyo gasto en educación continúa siendo el mínimo b , y en donde la posibilidad de acceso al crédito se traduce automáticamente en incrementos de los niveles de consumo. Para los individuos localizados a partir del umbral, aumentos o disminuciones en $\tilde{c}_{t,2}^j$ respecto de $c_{t,2}^j$ no pueden delimitarse tan claramente dado que estas variaciones no sólo dependerán de los parámetros que determinan la función de utilidad y la tasa de interés del mercado, sino también de la diferencia entre equilibrios hallados. De la misma forma, no puede asegurarse que $\tilde{c}_{t,3}^j$ sea indefectiblemente mayor que $c_{t,3}^j$ para ningún caso.

Si bien la situación de los más pobres puede no verse modificada, la situación de los individuos más ricos mejora notablemente al verse beneficiados con el rédito de su capacidad de ahorro. El estado estacionario alto es ahora mayor, dado por $\tilde{h}^* > h^*$. Esto indicaría una ampliación en la brecha de ingresos y una mayor desigualdad, con un menor número de individuos pobres pero con un mayor *gap* entre los extremos de la distribución.

Por otra parte, obsérvese la función de acumulación graficada en línea punteada fina. La misma corresponde a un mayor efecto m . Es posible demostrar que, para una configuración de parámetros determinada o para tasas de interés suficientemente bajas, el surgimiento del mercado crediticio conduciría a la eliminación de la trampa de pobreza. Esto es, bajo ciertas condiciones, el acceso al crédito beneficiaría tanto a ricos como a pobres, llevando a la población a convergir a altos niveles de capital humano e ingreso y eliminando las disparidades iniciales. En este caso $\{\tilde{h}^{**}, \tilde{c}_2^{**}, \tilde{c}_3^{**}\}$, no señalados en el gráfico por simplicidad, determinarían el único equilibrio posible de la economía. Todos los individuos mejorarán respecto de ambas situaciones anteriormente señaladas, siendo el nivel de ingreso superior a aquellos.

vi.3.3. Equilibrio macroeconómico.

Las ecuaciones análogas para (vi.17) y (vi.18) en el caso de existencia de mercados de crédito y resultado de segregación serán:

$$(vi.31) \quad \tilde{E}_t = \left(\frac{2+r}{1+r} \right) \frac{\delta}{1+\delta} \int_{\tilde{h}}^z h_t^j \tilde{g}_t(h_t^j) dh_t^j + \frac{1}{1+\delta} \left\{ b[1 + \delta \tilde{G}_t(\tilde{h})] - \frac{v}{\gamma} [1 - \tilde{G}_t(\tilde{h})] \right\}$$

$$(vi.32) \quad \tilde{Y}_{t+1} = \int_{\tilde{h}}^z \left\{ \left[\log \left(\gamma \left(\frac{2+r}{1+r} \right) h_{t-1}^j - \gamma b + v \right) \right] + \left[\log \left(\gamma \left(\frac{2+r}{1+r} \right) h_{t-2}^j - \gamma b + v \right) \right] \right\} \tilde{g}_t(h_t^j) dh_t^j \\ + 2 \left[m + \log \left(\frac{\delta}{1+\delta} \right) (1 - \tilde{G}_t(\tilde{h})) \right]$$

Como se mostró gráficamente, un mayor número de personas se encontrarán por encima del umbral señalado gracias al acceso al crédito. Por otra parte, al asegurar que ningún individuo disminuirá el gasto en educación, se establece que la inversión en educación será mayor que en el caso de ausencia de mercados de crédito.

Al mismo tiempo, el producto generado por la porción de población más educada es superior al generado anteriormente, mientras que la fracción de producto generado por los individuos más pobres tiene un menor peso relativo sobre la determinación del producto total. Por supuesto, existiendo una relación positiva entre la inversión en educación y el producto, el ingreso total generado en este caso será mayor.

El estado estacionario se determinará, nuevamente, en función de la diferencia inicial de ingresos pero, además, dependerá de la distancia entre equilibrios finales:

$$(vi.33) \quad Y_\infty = 2 \left\{ \tilde{h}^* - (\tilde{h}^* - h_u) G_0(\tilde{h}_k) \right\}$$

Si bien la población correspondiente a niveles de ingresos bajos es ahora menor siendo $G_0(\tilde{h}_k) < G_0(h_k)$, la brecha de ingresos entre las dos clases sociales es mayor, como ya se mencionó. Esto contrarresta, en parte, el más alto nivel alcanzado por \tilde{h}^* .

En el caso de existir un equilibrio integrador con eliminación de trampa de pobreza, las sendas de evolución del capital humano y el producto se determinarían a partir de las ecuaciones:

$$(vi.34) \quad \tilde{E}_t = \frac{\delta}{1+\delta} \left(\frac{2+r}{1+r} \right) \int_I \tilde{h}_t^j g_t(h_t^j) dh_t^j + \frac{1}{1+\delta} \left(b - \frac{v}{\gamma} \right)$$

$$(vi.35) \quad \tilde{Y}_{t+1} = \tilde{H}_{t+1} = \int_I \left\{ \log \left[\gamma \left(\frac{2+r}{1+r} \right) h_{t-1}^j - \gamma b + v \right] + \log \left[\gamma \left(\frac{2+r}{1+r} \right) h_{t-2}^j - \gamma b + v \right] \right\} \\ \tilde{g}_{t-1}(h_{t-1}^j) dh + 2 \left(\log \frac{\delta}{1+\delta} + m \right)$$

El equilibrio de estado estacionario no dependerá de la diferencia inicial de ingresos, sino únicamente, del producto per cápita final generado:

$$(vi.36) Y_{\infty} = 2\tilde{h}^{**} \int_I g_t(h_t^j) dh_t^j = 2\tilde{h}^{**}$$

vi.4. Imperfecciones en el mercado de capitales.

En su trabajo de 1993, Galor y Zeira analizaron cómo la desigualdad y el crecimiento económico interactuaban motivados por la diferencia entre los patrones evolutivos observados de las distintas economías del mundo. Ellos desarrollaron un modelo de generaciones solapadas en donde las personas decidirían, en base al legado recibido de generaciones pasadas, su inversión en conocimientos y los niveles de consumo. De recibir una herencia pequeña, las personas acudirían al mercado de créditos para tomar un préstamo y financiar su educación. Claro que esto podría conducir, en ciertos casos, a pasar un legado menor a la generación posterior. Esta cuestión fue una de las criticadas por Berti Ceroni (2001), al postular que el legado de deudas y la utilización del crédito para la inversión en capital humano son cuestiones irreales. A esto se puede sumar el hecho de que la educación básica y media no es decisión del individuo, sino que se trata de decisiones intergeneracionales.

En este trabajo ya se ha demostrado cómo la existencia de un mercado de crédito *podría*, bajo ciertas circunstancias o supuestos, ayudar a una economía a salir de la trampa de pobreza y cómo debiera plantearse el problema para que los supuestos no conduzcan a escenarios falsos. Galor y Zeira (1993), además, supusieron la existencia de imperfecciones en el mercado de capitales. La existencia de costos de supervisión y agencia causan una diferencia positiva entre la tasa activa (o sea, la pagada por el tomador de un préstamo) y la tasa pasiva (o la recibida por el prestamista). Siguiendo a aquellos autores, se verá cómo las imperfecciones en el mercado de créditos afectan seriamente los resultados obtenidos en el apartado anterior.

Asumiendo la existencia de imperfecciones en el mercado de capitales a causa de ausencia de información perfecta, los acreedores, creyendo que los tomadores de préstamos podrían evadir el pago del crédito, gastarán un monto f en seguir la conducta del deudor. Se supondrá que f es un costo fijo de monitoreo que no depende del monto

prestado. Recordando que $d_{t,2}^j = (e_{t,2}^j + c_{t,2}^j) - h_{t,2}^j$ es la totalidad del crédito, los deudores enfrentarán una tasa de interés i tal que:

$$(vi.37) \quad d_{t,2}^j i = d_{t,2}^j r + f$$

Como puede verse, $i > r$ para cualquier valor de $d_{t,2}^j$. Dado que los deudores podrían aún evadir el pago por un valor λf , donde $\lambda > 1$, los prestadores elegirán un f lo suficientemente alto como para evitar la evasión:

$$(vi.38) \quad d_{t,2}^j (1+i) = \lambda f$$

De (vi.37) y (vi.38) se obtiene la restricción de compatibilidad de incentivos:

$$(vi.39) \quad i = \frac{1 + \lambda r}{\lambda - 1} > r$$

El problema de optimización es análogo al caso anterior, con la salvedad de que los prestatarios tomarán en cuenta la tasa i para efectuar decisiones, mientras que los prestamistas considerarán la tasa r . Así, se definirán los niveles óptimos $\{\hat{e}_{t,2}^j(i)^*; \hat{c}_{t,2}^j(i)^*; \hat{c}_{t,3}^j(i)^*\}$ y $\{\hat{e}_{t,2}^j(r)^*; \hat{c}_{t,2}^j(r)^*; \hat{c}_{t,3}^j(r)^*\}$ para prestatarios y prestamistas, respectivamente, por ecuaciones similares a (24), (25) y (26). Seguirán sin realizar desembolsos adicionales en educación aquellos para quienes $\hat{e}_{t,2}^j(i)^* - b = 0$, determinando el nuevo nivel umbral al partir del cual el gasto comienza a ser efectivo:

$$(vi.40) \quad \hat{h} = \frac{1+r}{(2+r) - \lambda^{-1}} \left(b + \frac{v}{\gamma \delta} \right)$$

Este nuevo umbral será $\tilde{h} < \hat{h} < \underline{h}$, estableciendo una zona de trampa de pobreza inferior a la situación sin mercado de crédito pero superior a la situación con mercado de crédito perfecto. Aquellas personas con salarios suficientemente bajos serán tomadoras de préstamos, mientras que las demás serán otorgantes de créditos en el mercado de capitales. Dado que en el caso de $\hat{e}_{t,2}^j(i)^* + \hat{c}_{t,2}^j(i)^* > h_t^j$ se trata de agentes prestatarios, serán tomadores de créditos todos aquellos para los cuales el ingreso sea lo suficientemente bajo. Esto es, para quienes cuyo salario no supere h_q :

$$(vi.41) \quad h_t^j < h_q = \frac{(1+i)(1-\alpha)(b\gamma - v)}{\gamma[i(1-\alpha) - (\delta + 2\alpha) + 1]}$$

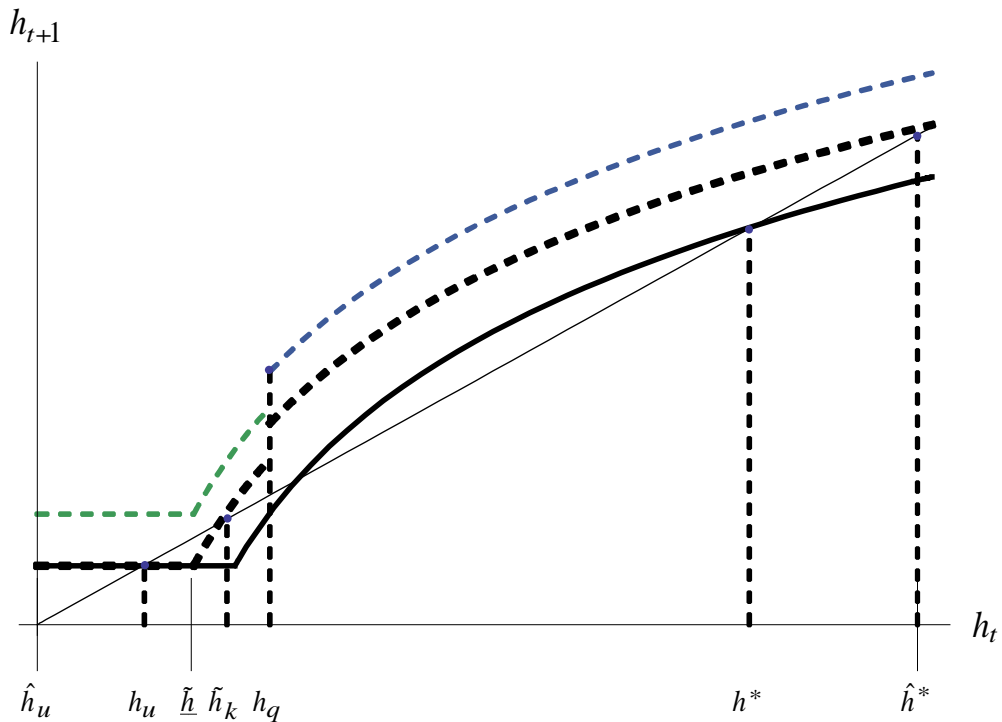
Por su parte, los individuos con salarios mayores a dicho nivel serán otorgantes de crédito. Luego, puede establecerse que el nuevo problema de maximización define dos puntos de quiebre tales que $\hat{h} < h_q < \hat{h}^*$, siendo \hat{h}^* el nuevo equilibrio de altos ingresos. Se asumirá, adicionalmente que $\hat{h} < h_k < h_q$, de forma tal que individuos por encima del equilibrio inestable pero suficientemente lejos del equilibrio de altos ingresos tomarán créditos para incrementar su bienestar.

Teniendo en cuenta estas condiciones, la nueva función de transición quedará definida por medio de una función discontinua en tres tramos:

$$(vi.42) \quad \hat{\psi}(h_t^j) = \hat{h}_{t+1}^{j*} = \begin{cases} \log(v) + m & \text{si } h_t^j \leq \hat{h} \\ \log\left\{\frac{\delta}{1+\delta}\left[\frac{\gamma}{\lambda} h_t^j \left(\frac{(2+r)\lambda-1}{1+r}\right) - \gamma b + v\right]\right\} + m & \text{si } \hat{h} < h_t^j \leq h_q \\ \log\left[\frac{\delta}{1+\delta}\left(\gamma\left(\frac{2+r}{1+r}\right)h_t^j - \gamma b + v\right)\right] + m & \text{si } h_t^j > h_q \end{cases}$$

En la figura vi.3 volvió a representarse el equilibrio correspondiente a un escenario con ausencia de crédito (línea entera negra) y dos dinámicas correspondientes a situaciones con mercado crediticio imperfecto bajo diferentes configuraciones de parámetros (líneas punteadas).

Figura vi.3. Equilibrio con presencia de mercado de crédito con imperfecciones.



Bajo el caso graficado mediante la línea punteada gruesa se observa que, como consecuencia de las imperfecciones en el mercado, aquellos individuos que se encuentren inmediatamente por encima del punto de silla \tilde{h}_k se verán tentados a tomar créditos para incrementar sus niveles de consumo y gasto en educación. Sin embargo, a causa de los altos costos que deberán afrontar devenidos de las imperfecciones en el mercado, convergirán al equilibrio h_u . Bajo estas imperfecciones, aún algunos individuos (los situados entre h_q y h_k , no escrita en el gráfico por simplicidad) se encontrarán en mejor situación que bajo el supuesto de ausencia de crédito.

Por su parte, los prestamistas accederán a niveles altos de capital humano, generándose nuevamente un importante *gap* en la distribución del ingreso final. El nuevo equilibrio de altos ingresos \hat{h}^* será mayor que en los casos de ausencia de mercado de crédito y existencia de mercados perfectos. La imagen representada por la línea discontinua fina corresponde, nuevamente, a un mayor valor de m . La zona de trampa de pobreza desaparecía en el caso de mercados de crédito perfectos bajo la misma configuración de parámetros, conduciendo a toda la economía hacia un equilibrio de altos ingresos. Sin embargo, la aparición de imperfecciones en este marco

podría llevar a los individuos más pobres a la peor de todas las situaciones, en donde el equilibrio bajo \hat{h}_u será menor que el obtenido sin la existencia de mercado de capitales. En este caso, los resultados posibles son dos equilibrios de segregación. Siendo los fundamentos de la economía los representados por la línea punteada negra, la dinámica de la acumulación de capital humano conducirá a un equilibrio tal que:

$$(vi.43) \hat{h}_\infty^{j*} = \begin{cases} h_u & \text{si } h_t^j \leq h_q \\ \hat{h}^* & \text{si } h_t^j > h_q \end{cases}$$

Donde, en relación a la situación de mercado de créditos perfectos, $\hat{h}^* > \tilde{h}^*$ aunque la cantidad de individuos que alcancen dicho equilibrio será menor, y el *gap* de ingresos final más elevado. Esto último tendrá consecuencias sobre el equilibrio final, establecido ahora:

$$(vi.44) \hat{Y}_\infty = 2 \left\{ \hat{h}^* - (\hat{h}^* - h_u) G_0(h_q) \right\}$$

En el caso graficado por la línea roja punteada, la dinámica conducirá a los equilibrios:

$$(vi.45) \hat{h}_\infty^{j**} = \begin{cases} 0 & \text{si } h_t^j \leq h_q \\ \hat{h}^{**} & \text{si } h_t^j > h_q \end{cases}$$

Por supuesto, $\hat{h}^{**} > \tilde{h}^*$ (y aún, $\hat{h}^{**} > \hat{h}^*$) y $\hat{h}_u = 0 > h_u$, marcando una brecha de ingresos más importante que en cualquiera de los casos anteriores, y siendo el producto final:

$$(vi.46) \hat{Y}_\infty = 2 \left\{ \hat{h}^{**} [1 - G_0(h_q)] \right\}$$

Como puede verse, la diferencia de ingresos al inicio del proceso de crecimiento posee, en este caso, la mayor importancia relativa.

vi.5. Consideraciones finales.

Mediante el análisis de un modelo de generaciones superpuestas, en donde el producto es una función lineal del capital humano, se verifica que la acumulación del mismo determinará el sendero de crecimiento que conducirá a la economía hacia un equilibrio particular. Al mismo tiempo, los conocimientos y habilidades se generarán a

partir de decisiones intergeneracionales, en donde los padres elegirán destinar sus ingresos a consumo e inversión, de acuerdo a sus preferencias y a la previsión que hagan respecto del futuro de su descendencia.

Asumiendo la presencia de agentes heterogéneos y preferencias no homotéticas, los individuos convergirán hacia dos estados estacionarios bien diferenciados: un estado de altos niveles de ingresos y acumulación de conocimientos o un equilibrio de bajos niveles de ingreso y gasto educativo sumamente reducido. En este contexto, existirá una distribución inicial del ingreso que determinará las posteriores configuraciones y que, por lo tanto, será determinante de la senda de crecimiento y de los estados estacionarios finales. Una mayor desigualdad inicial desacelerará el crecimiento y disminuirá los niveles de producto final.

Partiendo de la crítica de que *shocks* aleatorios de habilidades no serían una solución razonable para escapar a las trampas de pobreza, se incluyen mercados de crédito como herramienta fundamental para el desarrollo de las economías. Con el acceso al crédito el gasto en educación se ve incrementado en su totalidad, lo mismo que el producto final de equilibrio. Más allá de esto, se describen dos escenarios posibles de acuerdo a cuál sea la configuración de parámetros establecida. En primer lugar, una situación en donde la zona de trampa de pobreza se ve reducida y por lo cual habrá un menor número de individuos empobrecidos, aunque la brecha de ingresos generada entre ambos grupos sea aún mayor que en el caso de ausencia de crédito. En segundo lugar, y respondiendo a tasas de interés no muy elevadas o a fuertes externalidades, un escenario en donde la trampa de pobreza desaparece completamente y todos los individuos convergen a un estado estacionario de altos ingresos y acumulación de capital humano.

Reconociendo la posibilidad de imperfecciones en el mercado de créditos, se observa que las personas de ingresos medios-bajos podrían verse perjudicadas al tomar préstamos afrontando costos excesivamente altos. Asimismo, las personas de ingresos medios-altos y altos se verán beneficiadas de la existencia de mercados de crédito, alcanzando un equilibrio alto. En esta situación, la existencia de mercados de crédito imperfecto es preferible a la ausencia del mismo ya que eleva el bienestar de las personas situadas por encima de h_q (y en particular, de aquellas personas de ingresos bajos situadas entre h_q y h_k) sin modificar la situación del resto de los individuos. Sin

embargo, las imperfecciones del mercado de crédito en otro contexto diferente podrían llevar a una gran ampliación de las desigualdades iniciales al afrontar las personas de bajos ingresos costos excesivamente altos sin poder aprovechar los rendimientos que supone la inversión en educación.

Que una economía se encuentre en una u otra situación dependerá de la historia y las políticas económicas aplicadas, las cuales determinarán la configuración de parámetros que dibujen el escenario final. Bajo estas pautas, el surgimiento de mercados de crédito a bajas tasas de interés es un instrumento más que válido si se determinan correctamente los fundamentos de la economía.

vi.6. Referencias

- Azariadis, C. y Drazen, A., (1990), "Threshold Externalities in Economic Development", *The Quarterly Journal of Economics*, Vol. 105, N° 2, pp. 501-526.
- Bénabou, R. (1993), "Heterogeneity, Stratification and Growth", *NBER Working Paper Series*, N° 4311, Cambridge.
- Bénabou, R., (1996a), "Heterogeneity, Stratification and Growth: Macroeconomic Implications of Community Structure and School Finance", *American Economic Review*, Vol. 3, N° 86, pp. 584-609.
- Bénabou, R., (1996b), "Equity and Efficiency in Human Capital Investment: The Local Connection", *Review of Economic Studies*, N° 63, pp. 237-264.
- Berti Ceroni, C., (2001), "Poverty Traps and Human Capital Accumulation", *Economica*, New Series, Vol. 68, N° 270, pp. 203-219.
- Bowles, S., Durlauf, S.D. y Hoff, K. (2006), *Poverty Traps*, Princeton University Press, New York.
- Chiu, W.H. (1998), "Income Inequality, Human Capital Accumulation and Economic Performance", *The Economic Journal*, N° 108, pp. 44-59.
- Durlauf, S. (2001), "The Membership Theory of Poverty: The Rol of Group Affiliations in Determining Socioeconomics Outcomes", en *Understanding Poverty in*

- America*, Ed. Danziger, S. y Haveman, R., pp. 392-416, Harvard University Press, Cambridge.
- Durlauf, S., (1996a), “A Theory of Persistent Income Inequality”, *Journal of Economic Growth*, N° 1, pp. 75-93.
- Durlauf, S., (1996b), “Neighborhood Feedbacks, Endogenous Stratification and Income Inequality”, en *Dynamic Disequilibrium Modelling*, ed. Barnett, W., Gandolfo, G. y Hillinger, C., pp. 505-534, Cambridge University Press, Cambridge.
- Durlauf, S., (1999), “The Membership Theory of Inequality: Ideas and Implications”, en *Elites, Minorities and Economic Growth*, ed. Brezis, E. y Temin, P., pp. 161-178, North Holland, Amsterdam.
- Galor, O. y Tsiddon, D., (1996), “Income Distribution and Growth: The Kuznets Hypothesis Revisited”, *Economica*, Vol. 63, N° 250, Supplement: Economic Policy and Income Distribution, pp. S103-S117.
- Galor, O. y Zeira, J., (1993) ”Income Distribution and Macroeconomics”, *The Review of Economic Studies*, Vol. 60, N° 1, pp. 35-52.
- Glomm, G. y Ravikumar, B. (1992), “Public and Private Investment in Human Capital: Endogenous Growth and Income Inequality”, *The Journal of Political Economy*, The University of Chicago Press, Vol. 100, pp. 818-834.
- London, S. y Santos, M.E., (2007), “Two Sources of Low-Development Traps from a Human Capital Perspective”, *Anales de las IIX Jornadas Latinoamericanas de Teoría Económica*, EAFIT, Medellín, Colombia.
- Loury, G. (1981), “Intergenerational Transfers and The Distribution of Earnings”, *Econometrica*, Vol. 49, N° 4, pp. 843 – 867.
- Okun, A. (1975), *Equity and Efficiency: The Big Tradeoff*, The Brookings Institution, Washington D.C.