



# Universidad Nacional del Sur

TESIS DE DOCTOR EN CIENCIAS DE LA COMPUTACIÓN

*Dinámica de Conocimiento en Sistemas Multi-Agentes:  
Plausibilidad, Revisión de Creencias y Retransmisión de  
Información*

Luciano H. Tamargo

BAHÍA BLANCA

ARGENTINA

2010



## Prefacio

Esta Tesis se presenta como parte de los requisitos para optar al grado Académico de Doctor en Ciencias de la Computación, de la Universidad Nacional del Sur y no ha sido presentada previamente para la obtención de otro título en esta Universidad u otra. La misma contiene los resultados obtenidos en investigaciones llevadas a cabo en el ámbito del Departamento de Ciencias e Ingeniería de la Computación durante el período comprendido entre el 30 de agosto de 2006 y el 10 de noviembre de 2010, bajo la dirección del Dr. Alejandro J. García, Profesor Asociado del Departamento de Ciencias e Ingeniería de la Computación y del Dr. Marcelo A. Falappa, Profesor Adjunto del Departamento de Ciencias e Ingeniería de la Computación.

.....  
Luciano H. Tamargo

lt@cs.uns.edu.ar

Departamento de Ciencias e Ingeniería de la Computación

Universidad Nacional del Sur

Bahía Blanca, 10 de noviembre de 2010



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL SUR  
Secretaría General de Posgrado y Educación Continua

La presente tesis ha sido aprobada el .../.../..., mereciendo la calificación de .....(.....)



# Agradecimientos

Durante los primeros años en la realización de esta tesis, he tenido algunos contratiempos causados por mi poca experiencia en investigación, lo cual motivó un comienzo duro. Gracias a la dirección, guía, dedicación y apoyo de mis directores, los Dres. Alejandro García y Marcelo Falappa, pude madurar y crecer en esta profesión. Es por esto, que deseo expresar un sincero agradecimiento hacia ellos, ya que les reconozco un gran trabajo realizado en mi formación científica, brindándome sus conocimientos y experiencias. Además, durante el desarrollo de esta investigación, he tenido la suerte de contar con el apoyo del Dr. Guillermo Simari, quien ha contribuido en esta tesis realizando valiosos aportes, y ha dedicado de su tiempo para guiarme como un tercer director. Sin ellos, no hubiese sido posible la realización de este trabajo.

Agradezco a mis compañeros de la sala de becarios, por hacerme vivir el trabajo en forma amena, generando diariamente un clima laboral placentero. Particularmente agradezco a Martín Moguillansky, Mauro Gómez, Julieta Marcos, Sebastián Gottifredi, Mariano Tucacat, Andrea Cohen, Nicolás Rotstein, Carlos Lorenzetti, Rocío Cecchini, Fernando Sagui, Diego García y Ana Carolina Olivera, por brindarme su amistad, apoyo y ayudarme incondicionalmente en estos cinco años de trabajo.

Agradezco, además, a todos los integrantes del Departamento de Ciencias e Ingeniería de la Computación (DCIC) de la Universidad Nacional del Sur (UNS), por haberme dado la posibilidad de contar con un lugar de trabajo cómodo con los recursos necesarios para el desarrollo de la tesis. Especialmente, agradezco a los docentes que fueron profesores durante mi carrera de grado, por formarme como profesional y prepararme para esta etapa que culmina con este trabajo. También agradezco al personal administrativo del DCIC, quienes hicieron que los trámites durante estos años sean ágiles.

Agradezco especialmente a mi esposa y gran amor, Gaby, por darme la posibilidad de compartir la vida con ella, por su paciencia, contención y compañía, que sirvieron de apoyo en los momentos duros y me dieron fuerza para continuar.

Quiero dedicar este trabajo a mis padres, Horacio y Zulema, por haberme enseñado a no bajar los brazos nunca y a pelearla siempre con honestidad, y que con gran esfuerzo y amor me educaron, dándome a mí y a mis hermanos la posibilidad de vivir una infancia y adolescencia hermosa, apuntalando en nosotros principios y valores basados en la dignidad, el respeto y la integridad. Agradezco a mis hermanos, Lucas, Hernán y Gustavo (hermano postizo), por ser mis ejemplos a seguir como hombres de bien, por escucharme y aconsejarme en la vida. Además, dedico este trabajo a mis cuñadas, Ana y Tati (las hermanas que nunca tuve), y a mis dulces sobrinas Luana y Anna Luz.

Considero que es necesario tener una vida social activa y buena para que los emprendimientos profesionales sean plenos. Basado en esta premisa, también deseo agradecer a mis amigos del barrio, “los pibes del entubado”, que me enseñaron una óptica diferente de la vida, y que más allá de vivir una realidad distinta, y en algunos casos dura, siempre se preocuparon por seguir mis pasos, alentándome y sintiéndose orgullosos de cada uno de los pequeños logros que he obtenido, dándome así motivos suficientes como para querer mejorar cada día más. Extiendo este agradecimiento a mis grandes amigos de “Tehuelche”, equipo de fútbol de liga amateur, particularmente a Germán y Jauni, por la amistad que mantenemos y por permitirme discutir con ellos diferentes aspectos de la vida que me llevaron a tomar decisiones certeras. También siento la necesidad de agradecer al Club Atlético Boca Juniors por ser una de mis pasiones, y de esta manera ser la distracción y el pasatiempo necesario en los momentos de ocio.

Por último, agradezco al Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET) por haber confiado en mí, otorgándome diferentes becas, financiando de esta manera el doctorado en forma completa. Esta tesis no hubiera sido posible sin el apoyo económico de esta institución.

¡Simplemente gracias a todos!

Lucho

# Resumen

Esta tesis propone formalismos para modelar la dinámica de conocimiento en bases de creencias de agentes en un sistema multi-agente, los cuales adquieren información de sus pares. Dicha dinámica es modelada por la teoría de cambio de creencias, la cuál busca mostrar como quedan constituidas las creencias de un agente después de recibir cierta información externa. Nuestra propuesta se enfoca en revisión de creencias con múltiples fuentes (*Multi-Source Belief Revision*), ya que los agentes pueden recibir información a través de múltiples informantes, los cuales son agentes independientes con sus propios intereses y podrían no ser completamente fiables. Por este motivo, en esta tesis se propone la utilización de un orden parcial de informantes que representa la credibilidad de los mismos para el agente que se está modelando. El orden parcial de credibilidad entre agentes no necesita permanecer estático ya que el agente puede elegir actualizar su relación de orden parcial para reflejar una nueva percepción de la credibilidad de un informante. Es por esto que, otro de los objetivos de esta tesis es el estudio y desarrollo de técnicas y formalismos para la actualización del grado de credibilidad que se le asigna a un agente por interactuar en el marco de un sistema multi-agente. Por lo tanto, se proponen operadores de cambio, tanto para revisar las creencias de un agente, como para revisar la credibilidad que un agente tiene sobre los demás agentes del sistema. De esta manera, la investigación desarrollada también se enfoca en la caracterización y desarrollo de operadores de cambio, que permitan modelar la dinámica de la confianza y reputación de agentes en un sistema. En resumen, se propone combinar formalismos de revisión de creencias y actualización de conocimiento con técnicas de mantenimiento de confianza y reputación de agentes en un ambiente distribuido, para representar la dinámica de órdenes parciales de credibilidad.



# Abstract

This Thesis proposes formalisms to model the dynamics of knowledge on belief bases of agents in a multi-agent system, where agents interact with peers exchanging information about their beliefs. This dynamics of knowledge is modeled by the belief change theory, which seeks to show how beliefs of an agent remain formed after receiving some external information. Our proposal focuses on multiple source belief revision (MSBR), where agents can receive information through multiple informants which are independent agents with their own interests and may not be completely reliable. For this reason, this Thesis proposes the use of a partial order of informants that represents the credibility of them for the agent being modeled. The partial order of credibility among agents can be changed, since the agent can update its partial order relation to reflect a new perception of the credibility of an informant. Therefore, another goal of this Thesis is the study and development of techniques and formalisms for the update of the credibility degree assigned to an agent by interacting within a multi-agent system. Thus, the research developed also focuses on the characterization and development of exchange operators, which allow modeling the dynamic of trust and reputation of agents in a system. In summary, we propose to combine the formalism of belief revision and knowledge updating with technical maintenance of trust and reputation of agents in a distributed environment, in order to represent the dynamic of partial orders of credibility.



# Índice general

<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Contribuciones . . . . .	2
1.2. Contexto en el cual se desarrolla esta tesis . . . . .	4
1.3. Publicaciones . . . . .	6
1.4. Organización de la tesis . . . . .	7
<b>2. Conceptos preliminares</b>	<b>9</b>
2.1. Agentes y sistemas multi-agentes . . . . .	9
2.1.1. Agentes de software . . . . .	10
2.1.2. Sistemas multi-agentes . . . . .	12
2.1.3. Aplicaciones de los sistemas multi-agentes . . . . .	13
2.2. Teoría de cambio de creencias . . . . .	15
2.2.1. Modelo epistémico y estado epistémico . . . . .	17
2.2.2. Expansiones . . . . .	19
2.2.3. Contracciones . . . . .	22
2.2.4. Revisiones . . . . .	30
2.3. Revisión de creencias en sistemas multi-agentes . . . . .	32
2.4. Mecanismos computacionales de confianza y reputación . . . . .	34
2.5. Conclusión . . . . .	35

<b>3. Dinámica del conocimiento en SMA basado en informantes</b>	<b>39</b>
3.1. Introducción y motivación . . . . .	40
3.2. Modelo epistémico para MSBR . . . . .	42
3.2.1. Base de creencias con meta-información . . . . .	43
3.2.2. Base compactada . . . . .	48
3.3. Función de plausibilidad . . . . .	51
3.4. Operadores de cambio basados en informantes . . . . .	56
3.4.1. Operador de expansión usando plausibilidad . . . . .	57
3.4.2. Operador de contracción usando plausibilidad . . . . .	59
3.4.3. Revisión priorizada usando plausibilidad . . . . .	66
3.4.4. Revisión no priorizada usando plausibilidad . . . . .	70
3.5. Conclusión . . . . .	74
<b>4. Dinámica del orden de credibilidad en SMA</b>	<b>77</b>
4.1. Introducción y motivación . . . . .	78
4.2. Conceptos preliminares . . . . .	80
4.2.1. Fuentes de información para mantenimiento de confianza y reputación	80
4.2.2. Medida de fiabilidad de la confianza y reputación . . . . .	81
4.2.3. Modelo de cambio para el orden . . . . .	81
4.3. Modelo de cambio para orden parcial desde las fuentes . . . . .	82
4.3.1. Representación de relaciones de credibilidad de los informantes: con-	
junto generador y grafo . . . . .	83
4.3.2. Propiedades de los conjuntos generadores . . . . .	86
4.3.3. Operador de expansión . . . . .	87
4.3.4. Operador de contracción . . . . .	88
4.3.5. Operador de revisión . . . . .	91
4.4. Fiabilidad en las tuplas de credibilidad . . . . .	93

4.4.1.	Función de fiabilidad . . . . .	96
4.4.2.	Nuevos operadores para credibilidad . . . . .	99
4.5.	Modelo de cambio de creencias adaptado a orden parcial . . . . .	103
4.6.	Revisión de orden parcial basado en creencias . . . . .	109
4.7.	Técnica que combina revisión de creencias y revisión de credibilidad . . . . .	113
4.8.	Conclusión . . . . .	114
<b>5.</b>	<b>Retransmisión de información basado en órdenes de credibilidad</b>	<b>117</b>
5.1.	Introducción y motivación . . . . .	118
5.2.	Criterios de retransmisión . . . . .	119
5.2.1.	Criterio 1: Identificador del emisor . . . . .	120
5.2.2.	Criterio 2: Identificador de la fuente . . . . .	122
5.2.3.	Criterio 3: Combinado . . . . .	123
5.2.4.	Criterio 4: basado en la función de plausibilidad . . . . .	124
5.3.	Análisis de los criterios para órdenes parciales . . . . .	125
5.3.1.	Análisis del criterio combinado con orden parcial . . . . .	125
5.3.2.	Análisis del criterio basado en la función de plausibilidad con orden parcial . . . . .	127
5.4.	Conclusión . . . . .	128
<b>6.</b>	<b>Trabajos relacionados</b>	<b>131</b>
6.1.	Formalismos de MSBR . . . . .	131
6.1.1.	Dragoni <i>et.al.</i> . . . . .	132
6.1.2.	Cantwell . . . . .	133
6.2.	Revisión sobre bases de conocimiento priorizadas: Benferhat <i>et. al.</i> . . . . .	134
6.3.	Equivalencia entre la función de plausibilidad y bases estratificadas de Ben- ferhat . . . . .	135
6.3.1.	Argumentos en una base de conocimiento priorizada . . . . .	135

6.3.2. Equivalencia entre los dos métodos . . . . .	137
6.3.3. Diferencias . . . . .	140
6.4. Revisión de creencias con dinámica de confianza y reputación: Barber y Kim	141
6.5. Sistema de mantenimiento de confianza y reputación ReGreT . . . . .	145
6.6. Modelos de reputación Online . . . . .	147
6.7. Conclusión . . . . .	148
<b>7. Conclusiones</b>	<b>151</b>
<b>A. Demostraciones</b>	<b>157</b>

# Capítulo 1

## Introducción

En esta tesis se presentan formalismos para modelar la dinámica de conocimiento en bases de creencias de agentes que son parte de un sistema multi-agente. En el contexto de sistemas multi-agente un agente puede a menudo recibir información a través de informantes. Estos informantes son agentes independientes quienes tienen sus propios intereses y, por lo tanto, podrían no ser completamente fiables. Es natural para un agente creerle más a un informante que a otro. Es por esto que en nuestro trabajo se propondrá la organización de los informantes en un orden parcial que compara la credibilidad de los mismos. De esta manera, esta tesis se enfoca en revisión de creencias con múltiples fuentes (*MSBR: Multi-Source Belief Revision*) proponiendo un modelo completo de cambio basado en informantes.

La dinámica del conocimiento es modelada por la teoría de cambio de creencias, la cuál busca mostrar como quedan constituidas las creencias de un agente después de recibir cierta información externa. Existen diferentes modelos de cambio en la teoría de cambio de creencias. Uno de sus principales referentes, el modelo AGM [AGM85], distingue claramente tres operaciones de cambio: expansiones, contracciones y revisiones. La operación de expansión es la más simple de caracterizar desde el punto de vista lógico pues consiste solamente en la adición de nuevas creencias. Sin embargo, las contracciones y revisiones no tienen esta propiedad. Las contracciones involucran la eliminación de creencias mientras que las revisiones involucran tanto la adición como la eliminación de creencias.

El orden parcial de credibilidad entre agentes no necesita permanecer estático, ya que el agente puede decidir actualizar su relación de orden parcial para reflejar una nueva percepción de la credibilidad de un informante. Es por esto que, otro de los objetivos

de esta tesis es el estudio y desarrollo de técnicas y formalismos para la actualización del grado de credibilidad que se le asigna a un agente por interactuar en el marco de un sistema multi-agente.

En esta tesis también estudiamos operadores de cambio, no sobre creencias (como mencionamos antes), sino sobre orden parcial de credibilidad. Con estos operadores se puede modelar la dinámica de sistemas de confianza y reputación. Por lo tanto, la investigación también se enfocará en la caracterización y desarrollo de operadores de cambio, que permitan modelar la dinámica de la confianza y reputación de agentes en un sistema. De esta manera, los agentes podrán actualizar la relación de orden con la cual se representa la reputación de sus pares. Así, estos operadores podrán ser usados para alterar dinámicamente la estructura de la credibilidad de los informantes a fin de reflejar una nueva percepción de la credibilidad de un informante o la llegada de un nuevo agente al sistema. En resumen, se pretende combinar formalismos de revisión de creencias y actualización de conocimiento con técnicas de mantenimiento de confianza y reputación de agentes en un ambiente distribuido, para representar la dinámica de órdenes parciales de credibilidad.

En lo que resta de este capítulo, mostraremos las contribuciones de la tesis, el contexto en el cual se desarrolla la misma, las publicaciones que surgieron en su desarrollo y finalmente se detallará como está organizada esta disertación.

## 1.1. Contribuciones

Las principales contribuciones de esta tesis pueden sintetizarse como sigue:

### **Modelo de cambio completo para revisión de creencias con múltiples fuentes.**

Se desarrolla un modelo epistémico para revisión de creencias con múltiples fuentes (*multi-source belief revision* - MSBR) para el cual se propone una manera racional de comparación de creencias usando un orden de credibilidad entre agentes. Esta propuesta se desarrolla en el Capítulo 3 y contiene a los resultados que fueron aceptados para su publicación en el artículo *Modeling knowledge dynamics in multi-agent systems based on informants* aceptado para su publicación en el *Knowledge Engineering Review (KER)* [TGFS10]. En este formalismo se incluye una función de plausibilidad la cual es utilizada en la definición de un criterio para comparar las creencias. Luego, definimos

diferentes operadores que describen un modelo de cambio completo basado en informantes: expansión, contracción, revisión priorizada y revisión no-priorizada. Estos operadores pueden ser vistos como habilidades agregadas a los agentes para mejorar el razonamiento colectivo de un sistema multi-agente. Para cada uno de ellos damos una definición en forma constructiva y mostramos una caracterización axiomática a través de teoremas de representación. Además, formalmente mostramos que nuestro formalismo cumple con algunos principios reconocidos en la literatura: mínimo cambio, mantenimiento de consistencia y no-priorización. De esta manera, definimos un modelo completo de cambio donde introducimos revisión priorizada y no-priorizada. Finalmente, incluimos todas las pruebas de estos resultados de manera detallada en el Apéndice A.

### **Actualización de órdenes parciales de credibilidad entre agentes.**

Proponemos dos maneras de realizar cambios en el orden de credibilidad de un agente siguiendo algunos conceptos de los mecanismos de reputación y confianza. Uno de los formalismos desarrollados consiste en la descripción de un modelo completo de cambio para órdenes parciales de credibilidad de informantes, basado en [SF01]. El otro formalismo sugiere una revisión del orden de credibilidad basado en una creencia y su meta-información asociada. Finalmente, presentamos una técnica que brinda la posibilidad de revisar la base de creencias de un agente con el efecto colateral de modificar el orden de credibilidad cuando es necesario. El desarrollo de esta propuesta se encuentra detallado en el Capítulo 4.

### **Criterios de retransmisión de información.**

Hemos introducido algunos criterios que mejoran las habilidades de interacción de un agente en un sistema multi-agente, combinándolos con sus habilidades de razonamiento para permitir la propagación de información creíble. Investigamos como un agente puede retransmitir información a otros agentes, la cual podría haber sido adquirida desde otros agentes. En particular, estudiamos como elegir racionalmente la meta-información a ser retransmitida. Hemos presentado diferentes maneras de elegir esta meta-información y dimos una categorización de posibles enfoques, donde discutimos ventajas y desventajas. Esta discusión nos llevó a la definición de un criterio que usa una función de plausibilidad que determina la plausibilidad de una creencia basada en todas sus pruebas de acuerdo a una base. Todos estos aspectos se analizan en detalle en el capítulo 5 de esta disertación el cual contiene los resultados presentados en el artículo *Forwarding Credible Information*

*in Multi-agent Systems*, publicado en *the 3rd International Conference on Knowledge Science, Engineering and Management (KSEM 2009)* [KTGF09].

## 1.2. Contexto en el cual se desarrolla esta tesis

Los agentes son entidades computacionales autónomas, ya sea programas o robots, con la capacidad de percibir el entorno en que se desenvuelven, y actuar para llevar a cabo tareas específicas. La percepción del entorno por parte de un agente es usualmente limitada, y diferentes agentes dentro de un sistema multi-agente pueden tener una percepción diferente del mismo. Por lo tanto, es importante que los agentes puedan cooperar compartiendo su conocimiento acerca del entorno. Además, si cada agente almacena conocimiento producto de su experiencia, es importante que pueda compartir este conocimiento con otros agentes con los cuales coopera. De esta manera, agentes especialistas en cierto aspecto podrán intercambiar conocimiento con otros que tienen experiencia en otras áreas.

Los primeros modelos de revisión de creencias han sido pensados teniendo en cuenta un único agente. Esto es, consideraban únicamente como se producen cambios en la base de conocimiento de un agente cuando recibe nueva información. La revisión de creencias (*BR: Belief Revision*) es el proceso de cambiar las creencias teniendo en cuenta una nueva pieza de información, observación, o evidencia. El paradigma AGM [AGM85] ha sido ampliamente aceptado como un *framework* estándar para revisión de creencias; usualmente, la Revisión de Creencias Individual (*IBR: Individual Belief Revision*) en un ambiente de único agente es logrado satisfaciendo o adaptando los postulados AGM.

Con el tiempo los sistemas evolucionaron hacia sistemas multi-agentes. Esta tesis está enfocada en la teoría de cambio en sistemas multi-agentes. En muchos dominios y aplicaciones multi-agentes, cada agente tiene sus propias creencias iniciales también como creencias adquiridas desde otros agentes informantes. De esta manera, un agente puede recibir información desde otros agentes que es contradictoria con sus propias creencias actuales. Por lo tanto, IBR necesita ser extendida hacia ambientes multi-agentes.

En las áreas de revisión de creencias y sistemas multi-agente se distingue revisión de creencias en sistemas multi-agentes (*MABR: Multi-Agent Belief Revision*), revisión de creencias con múltiples fuentes (*MSBR: Multi-Source Belief Revision*) y revisión de

creencias con un único agente (SBR: *Single agent Belief Revision*). MABR investiga el comportamiento de la revisión de creencias global de un equipo o sociedad de agentes en la cual, para alcanzar una meta mutua, los agentes involucrados necesitan comunicarse, cooperar, coordinar, y negociar con otros. Un sistema MABR es un SMA cuya meta mutua involucra revisión de creencias. Diferentes formalismos han sido presentados para tratar con MABR [LW99, LW01, KDT96, MJO94]. En cambio, en MSBR, se lleva a cabo un proceso de revisión de creencias individual en un ambiente multi-agente donde la nueva información puede venir desde múltiples informantes.

Como fue dicho antes, una de las contribuciones de nuestro enfoque es la definición de un modelo epistémico para MSBR que considera creencias y meta-información que representa la credibilidad de la fuente de la creencia. Investigamos como la base de creencias de un agente puede ser racionalmente modificada cuando el agente recibe información desde otros agentes que pueden tener diferentes grados de credibilidad. De esta manera, nuestra principal contribución es la definición basada en el modelo AGM de diferentes operadores de cambio de creencias que usan la credibilidad de los agentes informantes para decidir que información prevalece. Estos operadores son definidos a través de modelos constructivos y teoremas de representación que proveen una caracterización axiomática para el formalismo propuesto. Los mismos están definidos sobre un modelo epistémico para revisión de creencias basado en múltiples fuentes (MSBR) en el cual se desarrolla una manera racional de comparar las creencias usando un orden de credibilidad entre agentes.

Las investigaciones en el área de confianza y reputación se encaminan a desarrollar mecanismos computacionales para medir estos aspectos en los agentes. Si bien el interés en esta temática es reciente (estando impulsado por la aparición de sistemas complejos de información social, como *social networks*), su importancia general para las aplicaciones de sistemas multi-agente es creciente, siendo un ejemplo significativo el comercio electrónico en todas sus formas. Una característica sobresaliente de estos sistemas es la dinámica que debe existir en la confianza y/o reputación asignada/o a un agente, *i.e.*, la reputación de un agente que no cumple con sus compromisos asumidos debería decrementarse.

El contenido de esta tesis conjuga aspectos de varias áreas de Ciencias de la Computación, las cuales han tenido un notable desarrollo en los últimos años: sistemas multi-agentes (*multi-agent system*), teoría de cambio (*belief revision*), revisión de creencias en sistemas multi-agentes (*multi-agent belief revision*) y sistemas computacionales de confianza y reputación (*trust and reputation*). Muchos de los resultados obte-

nidos durante el desarrollo de esta tesis han sido publicados en los siguientes artículos [TGF07, TGFS08, TFG08, TGFS09, KTGF09, TGFS10] los cuales se detallan a continuación.

### 1.3. Publicaciones

Seguidamente se mencionan los principales trabajos realizados en los últimos años durante el desarrollo de esta tesis. Muchos de sus contenidos están integrados a lo largo de los distintos capítulos de la misma. Para cada uno de ellos se detalla brevemente su contribución.

1. En el trabajo “*Modeling knowledge dynamics in multi-agent systems based on informants*” [TGFS10], aceptado para su publicación en la revista *Knowledge Engineering Review (KER)*, hemos desarrollado un modelo completo de cambio para MSBR donde se proponen diferentes operadores de manera constructiva y a través de teoremas de representación. Los resultados de este artículo se incluyen en el Capítulo 3 y en el Apéndice A.
2. En el trabajo “*Forwarding Credible Information in Multi-agent Systems*” [KTGF09], publicado en *the 3rd International Conference on Knowledge Science, Engineering and Management (KSEM 2009)*, hemos propuesto diferentes estrategias para la retransmisión de información a otros agentes basados en el modelo epistémico propuesto en [TGFS08]. Este resultado es presentado como parte del Capítulo 5.
3. En el trabajo “*A Belief Revision Approach to Inconsistency Handling in Multi-Agent Systems*” [TGFS09], publicado en *The IJCAI-09 Workshop on Nonmonotonic Reasoning, Action and Change (NRAC 2009)*, hemos realizado una comparación del método utilizado por la función de plausibilidad que definimos en la tesis y un método utilizado por Benferhat *et. al.* en [BDP93], en el desarrollo de un procedimiento que determina si una sentencia es una consecuencia argumentativa de una base de conocimiento. Mostramos que a pesar de sus diferencias, los sistemas son equivalentes bajo ciertas restricciones razonables. Estos resultados los introducimos en el Capítulo 6.

4. En el trabajo “*A Comparative Analysis of Different Models of Belief Revision using Information from Multiple Sources*” [TFG08], publicado en el *XIV Congreso Argentino de Ciencias de la Computación (CACIC 2008)*, mostramos una comparación de nuestro formalismo con otros en el área. Estas comparaciones son parte del Capítulo 6.
5. En el trabajo “*Consistency Maintenance of Plausible Belief Bases Based on Agents Credibility*” [TGFS08], publicado en el *Twelfth International Workshop on Non-Monotonic Reasoning (NMR 2008)*, presentamos la primer aproximación al modelo de cambio que introducimos en el Capítulo 3 de esta tesis, *i.e.*, en este artículo se desarrolla el modelo epistémico y la función de plausibilidad de las creencias. Luego, en base a esto último, sólo definimos el operador de revisión no priorizado.
6. En el trabajo “*Knowledge Dynamics in a Khepera Robots’ Application*” [TGF07], publicado en el *XIII Congreso Argentino de Ciencias de la Computación (CACIC 2007)*, se introdujo un preprocesador de percepciones que podía ser parte de un agente. El propósito del preprocesador es elegir un operador de cambio adecuado para almacenar las percepciones que un agente percibe desde el ambiente donde realiza sus actividades. En este artículo hemos introducido por primera vez la noción de orden de credibilidad entre agentes. Este trabajo fue la base de las contribuciones especificadas en el Capítulo 3.

## 1.4. Organización de la tesis

A continuación se describe sintéticamente la organización de la tesis.

**Capítulo 2.** En este capítulo incluimos en forma resumida los conceptos básicos de las áreas de investigación que involucra esta tesis: sistemas multi-agentes, teoría de cambio, revisión de creencias en sistemas multi-agentes y sistemas computacionales de confianza y reputación.

**Capítulo 3.** En este capítulo se desarrolla un modelo epistémico para *multi-source belief revision* (MSBR) para el cual se propone una manera racional de pesar las creencias usando un orden de credibilidad entre agentes. Para ello, se propone una función de plausibilidad que es utilizada en la definición de un criterio para comparar creencias. A continuación

se definen diferentes operadores que describen un modelo de cambio completo basado en informantes: expansión, contracción, revisión priorizada y revisión no-priorizada.

**Capítulo 4.** Este capítulo está orientado hacia la actualización de órdenes de credibilidad buscando definir una teoría de cambio sobre la reputación y confianza de agentes. De esta manera, se pretende combinar formalismos de revisión de creencias y actualización de conocimiento con técnicas de mantenimiento de confianza y reputación de agentes en un ambiente distribuido. Si bien en la literatura existe mucho trabajo realizado en ambas áreas, la combinación de las mismas es algo novedoso.

**Capítulo 5.** En este capítulo comentamos brevemente diferentes estrategias para la re-transmisión de información a otros agentes. En particular, estudiamos cómo elegir racionalmente meta-información a ser enviada con las creencias.

**Capítulo 6.** El objetivo de este capítulo es mostrar resumidamente desarrollos similares, comparándolos con nuestra propuesta. En primera instancia, analizamos formalismos de revisión de creencias en sistemas multi-agentes, y luego, mostramos algunos sistemas computacionales de confianza y reputación.

**Capítulo 7.** En este capítulo se detallan los resultados y conclusiones obtenidas en el trabajo presente y se detallan líneas de investigación para el futuro.

**Apéndice A.** En este capítulo se presentan las demostraciones de las proposiciones, lemas y teoremas propuestos en la tesis.

# Capítulo 2

## Conceptos preliminares

Como fue indicado antes, esta tesis involucra diferentes áreas de investigación de inteligencia artificial: sistemas multi-agentes (*multi-agent system*), teoría de cambio (*belief revision*), revisión de creencias en sistemas multi-agentes (*multi-agent belief revision*) y sistemas computacionales de confianza y reputación (*trust and reputation*). En este capítulo lo incluimos en forma resumida los conceptos básicos de dichas áreas. En primer lugar, desarrollaremos brevemente conceptos básicos que atañen al área de agentes y sistemas multi-agentes. Luego, mostraremos algunos conceptos preliminares de la teoría de cambio de creencias que luego serán adaptados al modelo epistémico presentado en el capítulo 3. Continuamos este capítulo de conceptos preliminares mostrando como están relacionadas las áreas de revisión de creencias y sistemas multi-agentes según una jerarquía propuesta por Liu y Williams en [LW99]. Finalmente, introducimos en forma resumida nociones relacionadas a los mecanismos computacionales de confianza y reputación. Note que, las dos últimas áreas que presentaremos son las que impulsaron el aporte de esta tesis.

### 2.1. Agentes y sistemas multi-agentes

Los Sistemas Multi Agentes (SMA) han sido, tradicionalmente, un área de investigación de la Inteligencia Artificial Distribuida. Sin embargo, en los últimos años han adquirido un significado más general, siendo utilizados para hacer referencia a sistemas compuestos de múltiples componentes autónomos. En un SMA los agentes pueden competir, cooperar, o simplemente coexistir en un entorno generalmente abierto y dinámico, en donde el control del sistema es distribuido y la información está descentralizada.

Si bien el concepto de SMA proporciona muchas ventajas potenciales, también afronta varios desafíos. Numerosos problemas inherentes al diseño e implementación de un SMA son presentados en [JSW98]. El objetivo de esta tesis es el de abordar uno de ellos: el problema de cómo los agentes de un SMA almacenan las creencias percibidas por medio de comunicación con otros agentes, como hacen para mantener consistentes sus creencias y como retransmiten las creencias. En esta sección se introducen los elementos necesarios para definir el marco en el cual se desarrollan los temas de esta tesis.

### 2.1.1. Agentes de software

Michael Wooldridge [Woo98] define a un agente como “*un sistema de computación, situado en algún entorno, capaz de actuar en forma autónoma sobre ese entorno con el propósito de cumplir sus objetivos de diseño*”. El término “autónomo” significa que el agente es, en cierta medida, capaz de actuar sin la intervención humana o de otros agentes, teniendo control sobre su estado interno y su comportamiento.

Jeffrey Bradshaw, en [Bra97], distingue dos motivos principales para la utilización de agentes de software: (1) simplificar la complejidad de la computación distribuida, y (2) superar las limitaciones de las actuales interfaces de usuario, que actúan simplemente como sirvientes del usuario en lugar de tener una actitud más cooperativa. Esencialmente, ambos motivos pueden ser vistos como una continuación de la tendencia hacia una mayor abstracción de las interfaces de servicios informáticos.

Siguiendo las ideas de Wooldridge, un agente inteligente es un “*agente autónomo capaz de actuar de forma flexible*”. Un agente opera flexiblemente si presenta las siguientes características:

- **Reactividad:** el agente puede percibir su entorno y responder de manera oportuna y adecuada a los cambios que se producen en éste.
- **Pro actividad:** el agente posee un comportamiento dirigido por objetivos, tomando la iniciativa a fin de satisfacer los mismos.
- **Habilidad social:** el agente es capaz de interactuar con otros agentes y, posiblemente, con humanos.

De acuerdo a los requisitos de un problema particular, cada agente podría tener además, en mayor o menor grado, los siguientes atributos [FG96]:

- Comportamiento cooperativo: capacidad de trabajar en coordinación con otros agentes en el logro de un objetivo común.
- Capacidad de inferencia: habilidad para actuar sobre la especificación de una tarea abstracta, utilizando conocimiento previo acerca de los objetivos generales y métodos preferidos.
- Continuidad temporal: persistencia de identidad y estado durante largos períodos de tiempo.
- Adaptabilidad: habilidad de aprender y mejorar con la experiencia.
- Movilidad: capacidad para emigrar, de manera auto dirigida, de una plataforma a otra (agentes móviles).

### Modelos de agente

Existen distintos modelos o arquitecturas de agentes. Wooldridge [Woo98] distingue los siguientes:

- Agentes basados en lógica, en donde el mecanismo de decisión se basa en la deducción lógica. El comportamiento del agente es determinado por un conjunto de reglas de deducción aplicadas sobre la representación simbólica del comportamiento deseado del agente y de su entorno.
- Agentes reactivos, en donde el mecanismo de decisión está implementado en cierta forma de mapeo directo entre un estado (interno y del entorno) y la acción a ejecutar.
- Agentes BDI (*Belief Desire Intention*), en donde el mecanismo de decisión depende de la manipulación de estructuras de datos que representan las creencias, deseos e intenciones del agente.

Un análisis pormenorizado de estos modelos escapa al objetivo de esta tesis. No obstante, dado que el modelo BDI se encuentra relacionado con el modelo epistémico que presentamos en el Capítulo 3, el mismo es ampliado en los párrafos siguientes.

En el modelo BDI [RG95], los agentes son caracterizados por un “estado mental” formado de tres componentes: creencias, deseos e intenciones. Las creencias corresponden a la información que el agente tiene acerca de su entorno. Los deseos representan opciones disponibles al agente, diferentes estados posibles sobre los cuales el agente puede comprometerse. Las intenciones representan los estados seleccionados por el agente y para los cuales ha comprometido recursos. El modelo BDI tiene sus raíces en la noción filosófica tradicional de “razonamiento empírico”: el proceso de decidir, momento a momento, qué acción ejecutar a fin de lograr ciertos objetivos. Este razonamiento comprende dos procesos importantes: decidir cuáles objetivos se desean lograr, y cómo se pretende lograrlos. Estos procesos son denominados, respectivamente, “deliberación” y “razonamiento *means ends*”. El razonamiento empírico de un agente implica un proceso repetido de actualización de sus creencias a partir de la información en el entorno, determinación de las opciones disponibles, filtrado de esas opciones a fin de determinar nuevas intenciones, y actuación de acuerdo a esas intenciones.

Un problema clave en el diseño de agentes BDI es el relacionado con la reconsideración de sus intenciones, específicamente con la frecuencia en que un agente se detiene para analizar si debe seguir manteniendo cierta intención o es necesario desprenderse de ella. Este conflicto es, esencialmente, el problema de equilibrio entre un comportamiento pro activo (dirigido por objetivos) y uno reactivo (conducido por eventos).

### 2.1.2. Sistemas multi-agentes

Tradicionalmente, la investigación en sistemas compuestos de múltiples agentes se ha llevado a cabo bajo la denominación de Inteligencia Artificial Distribuida (IAD), y ha sido dividida en dos campos principales: Resolución Distribuida de Problemas (RDP), en donde la tarea de solucionar un problema específico es dividida entre varios nodos, los cuales comparten información acerca del problema y de la solución siendo desarrollada, y Sistemas Multi-agentes (SMA), en los cuales varios agentes coordinan sus conocimientos y actividades, y razonan acerca del proceso de coordinación. Recientemente, el término “sistema multi-agente” ha adquirido un significado más general, siendo utilizado para hacer referencia a todos los tipos de sistemas compuestos de múltiples componentes autónomos.

Un sistema multi-agente posee varias características principales [JSW98], entre las cuales se pueden mencionar:

- Cada agente tiene información incompleta y capacidades restringidas.
- Los agentes pueden competir, cooperar, o simplemente coexistir.
- El control del sistema es distribuido.
- La información está descentralizada.
- La computación es asincrónica.
- El entorno es, en general, abierto y dinámico.

Los sistemas multi-agentes, como sistemas distribuidos, tienen la capacidad de ofrecer varias propiedades deseables:

- Velocidad y eficiencia: los agentes pueden operar en forma asincrónica y en paralelo, lo que puede resultar en un incremento de la velocidad global.
- Robustez y confiabilidad: la falla de uno o varios agentes no necesariamente provoca que todo el sistema quede fuera de servicio, ya que otros agentes disponibles pueden encargarse de las tareas desarrolladas por los agentes que han tenido fallas.
- Escalabilidad y flexibilidad: el sistema puede ser aplicado a problemas de mayor complejidad a través de la incorporación de nuevos agentes, hecho que no necesariamente afecta la operación de los demás agentes.
- Costos: el sistema puede ser mucho más efectivo, en términos de costos, que un sistema centralizado, ya que podría estar compuesto de subsistemas simples de bajo costo unitario.
- Desarrollo y reusabilidad: los agentes pueden ser desarrollados en forma separada por especialistas, el sistema completo puede ser probado y mantenido con mayor facilidad, y puede ser posible reconfigurar y reutilizar agentes en diferentes escenarios.

### **2.1.3. Aplicaciones de los sistemas multi-agentes**

En la actualidad, miles de productos de software están disponibles al usuario, proporcionando una gran riqueza y diversidad de servicios para una extensa variedad de

dominios. A pesar de que muchos de esos programas tienen un valor significativo cuando son utilizados en forma aislada, existe una creciente demanda de programas que sean capaces de interoperar en forma autónoma. En otras palabras, se requiere de programas que tengan la capacidad de intercambiar información y servicios con otros programas y, de este modo, solucionar problemas que no pueden ser resueltos individualmente.

Una de las principales causas que dificulta la interoperabilidad es la heterogeneidad [GK94]. Los programas son escritos por diferentes personas, en distintos momentos, y en diferentes lenguajes; como resultado, esos programas ofrecen diferentes interfaces. Las dificultades creadas por la heterogeneidad están agravadas por el dinamismo del entorno del software: los programas son frecuentemente reescritos, nuevos programas son incorporados, y otros son removidos. La ingeniería de software basado en agentes fue concebida para facilitar la creación de software capaz de interoperar en un escenario de ese tipo. Bajo esta estrategia de desarrollo de software, los programas de aplicación son escritos como agentes de software, es decir, “componentes” de software que se comunican con sus pares a través del intercambio de mensajes en un lenguaje de comunicación. Wooldridge también hace mención al mismo problema en [Woo99], cuando dice que *“quizás la mayor barrera presente en el camino de una amplia utilización industrial de la tecnología de agentes es el problema de la interoperabilidad”*. Es decir, debe ser posible que agentes construidos por diferentes organizaciones, utilizando diferentes plataformas de hardware y software, se comuniquen, cooperen y negocien a través de lenguajes y protocolos de comunicación mutuamente aceptados.

Son numerosas y variadas las áreas en donde los sistemas multi-agente están siendo aplicados. La siguiente lista presenta algunas de las aplicaciones más comunes:

- Comercio electrónico, en donde agentes compradores y vendedores adquieren y venden productos en nombre de sus usuarios.
- Administración y monitoreo de redes de telecomunicaciones en tiempo real, en donde los agentes son responsables, por ejemplo, del reenvío de llamadas.
- Manejo de información en ambientes tales como Internet, en donde los agentes se encargan, entre otras cosas, del filtrado y recolección de información.
- Perfeccionamiento del flujo de tráfico urbano o aéreo, en donde los agentes son responsables de interpretar correctamente los datos que se originan en diferentes estaciones censoras.

- Optimización de procesos de fabricación industrial, tales como la programación de obreros y la administración de la cadena de suministro (ver [CPF<sup>+</sup>99]), en donde los agentes representan unidades de trabajo o empresas enteras.
- Análisis de procesos comerciales dentro de empresas e interempresas, en donde los agentes representan las personas o los distintos departamentos involucrados en esos procesos.
- Entretenimiento electrónico y juegos de computación interactivos basados en realidad virtual, en donde agentes animados, equipados con diferentes caracteres, juegan uno contra otro o contra oponentes humanos.
- Investigación de los aspectos sociales de la inteligencia y simulación de complejos fenómenos sociales tales como la evolución de roles, normas y estructuras organizacionales, en donde los agentes desempeñan el rol de miembros de las sociedades naturales consideradas.

## 2.2. Teoría de cambio de creencias

El principal objetivo de la teoría de cambio es tratar de modelar la dinámica del conocimiento, esto es, como quedan constituidas las creencias de un agente después de recibir cierta información externa. Los orígenes de la teoría del cambio de creencias (*belief revision*) se remonta hacia los 1970s, cuando Isaac Levi discutió los problemas que conciernen a este campo de investigación [Lev77]. También, William Harper propuso una manera racional de relacionar algunos operadores de cambio de creencias [Har75]. Sin embargo, el principal avance en la teoría de cambio de creencias fue durante los 1980s cuando Carlos Alchourrón y David Makinson estudiaron los cambios en el código legal [AM81] y Peter Gärdenfors estaba preocupado con los postulados racionales para operadores de cambio [Gär82]. Este avance quedó marcado después de que los tres autores escribieran un artículo internacionalmente conocido como modelo AGM [AGM85], así llamado por los apellidos de sus tres creadores: Alchourrón, Makinson y Gärdenfors. Dicho modelo proveyó el marco de trabajo formal más general hasta ese momento para estudios de cambio de creencias y representa un punto de quiebre en la evolución de la teoría de cambio de creencias.

Hay muchos marcos de trabajos diferentes para revisión de creencias con sus respectivos modelos epistémicos. El modelo epistémico es el formalismo en el cual las creencias son representadas y en el cual diferentes clases de operadores pueden ser definidos. El modelo AGM representa estados epistémicos por medio de conjunto de creencias (conjunto de sentencias cerrado bajo consecuencia lógica) y la entrada epistémica por una única sentencia. AGM define tres operadores de cambio básicos: expansión, contracción y revisión. Las contracciones en AGM son llamadas *partial meet contractions* y sus operadores de revisión asociados (por identidad de Levi) son llamados *partial meet revisions*. Ambas clases de operadores pueden ser presentados en dos maneras: dando una construcción explícita (algoritmo) para el operador, o dando un conjunto de postulados de racionalidad a ser satisfechos. Los postulados de racionalidad [AGM85, Gär88] determinan restricciones que los operadores deben satisfacer. Ellos tratan a los operadores como cajas negras, describiendo sus comportamientos con respecto a la entrada en casos básicos, pero no los mecanismos internos usados. El impacto de AGM fue enorme así como los teoremas de representación provistos (también llamados caracterizaciones axiomáticas) de la contracción y la revisión, caracterizando operaciones en términos de algoritmos y conjunto de postulados.

El modelo AGM ha sido el trabajo más influyente en la teoría de cambio de creencias. Sin embargo, hay modelos equivalentes tales como: *safe contractions* [AM85], *epistemic entrenchment* [GM88], *sphere systems* [Gro88], y *kernel contractions* [Han94]. Supongamos que  $K$  representa el conjunto de creencias de algún agente  $A$  y  $\alpha$  representa una nueva pieza de información. Supongamos que una contracción de  $K$  por  $\alpha$  es realizada. Siguiendo el modelo AGM, una *partial meet contraction* está basada en una selección entre los subconjuntos (maximales) de  $K$  que no implican  $\alpha$ . Otro posible enfoque para las contracciones está basado en una selección entre los subconjuntos (minimales) de  $K$  que contribuyen a implicar  $\alpha$  tal como en *safe contraction* [AM85]. Una variante más general del mismo enfoque fue introducido más tarde y es conocido como *kernel contraction* [Han94]. Ha sido mostrado que las *safe contractions* y las *kernel contractions* son equivalentes a las *partial meet contractions*.

De acuerdo a [Gär92a]: “*Ciertas piezas de nuestro conocimiento y creencias acerca del mundo son más importantes que otras cuando se planean acciones futuras, conduciendo investigaciones científicas, o razonando en general. Diremos que algunas sentencias en un sistema de creencias tienen más alto grado de importancia epistémica (epistemic*

*entrenchment*) que otras....”

*Epistemic entrenchment* permite que una contracción (o revisión) pueda estar basada en una relación entre sentencias que, cuando es forzada a elegir entre dos creencias, un agente descartará la menos importante. Además, ha sido mostrado que una contracción basada en una relación de epistemic entrenchment es equivalente a una *partial meet contraction* [GM88]. Finalmente, el sistema de esferas de Grove es muy similar a las semántica de esferas para contrafácticas propuesto por David Lewis [Lew73]. El sistema de Grove son esferas concéntricas que permiten el ordenamiento de mundos posibles de acuerdo a alguna noción de similitud o preferencia. Luego, el resultado de revisar por  $\alpha$  puede ser semánticamente descrito por el conjunto de  $\alpha$ -modelos que son los más cercanos a los  $K$ -modelos. Se ha mostrado que estas visiones usando el sistema de esferas de Grove es equivalente a una *partial meet revision* [Gro88].

Otro de los modelos propuestos es *updating* [KM92]. Mientras que en revisión viejas creencias y la nueva información se refieren a la misma situación, en *updating* la nueva información es acerca de una situación actual. La meta principal de revisión de creencias es cambiar las creencias preservando tanto más como sea posible la vieja información; el objetivo del *updating* es sólo cambiar los mundos en los cuales el cambio es posible. Todos ellos, son modelos priorizados, de esta manera cuando un cambio es realizado, la nueva información tiene primacía sobre las creencias del conjunto original. Una presentación completa de los modelos clásicos priorizados de revisión de creencias pueden ser encontrados en [Han99], y un conjunto amplio y general para revisiones no priorizadas puede ser encontrado en [Han97b, HF01].

### 2.2.1. Modelo epistémico y estado epistémico

Como hemos mencionado anteriormente, un modelo epistémico es el formalismo en el cual las creencias son representadas y en el cual diferentes clases de operadores pueden ser definidos. En cambio, un estado epistémico o estado de creencias es una representación del conocimiento y de las creencias de un agente en un momento en el tiempo [Gär88]. Es claro que este concepto está fuertemente conectado con la teoría de cambio de creencias. Los estados epistémicos no son entidades psicológicas; son presentadas como idealizaciones racionales de estados psicológicos. Esto es, computacionalmente, un estado epistémico puede estar representado físicamente mediante una secuencia de 0's y 1's. Los estados epistémi-

cos son las entidades centrales en las teorías epistemológicas y se usan para representar el posible estado cognitivo de agentes individuales en un momento del tiempo. El concepto de un estado epistémico no se entiende como un concepto que expresa algo acerca de como las creencias se representan y son tratadas en nuestro cerebro; sino que, es un concepto epistemológico que se entiende como una idealización del concepto psicológico [Gär88].

Para representar las creencias de un agente, en esta tesis adoptamos un lenguaje proposicional  $\mathcal{L}$  con un conjunto completo de conectivos booleanos, particularmente  $\{\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow\}$ . También asumimos la existencia de un operador  $Cn$  que incluye el operador de consecuencia clásica, y que para todo conjunto de creencias  $B$  satisface las siguientes propiedades:

- *inclusión*:  $B \subseteq Cn(B)$ ,
- *iteración*:  $Cn(B) = Cn(Cn(B))$ ,
- *monotonidad*: si  $B \subseteq C$  luego  $Cn(B) \subseteq Cn(C)$ , y
- *compacidad*: si  $\alpha \in Cn(B)$ , entonces  $\alpha \in Cn(B')$  para algún subconjunto finito  $B' \subseteq B$ .

En general, escribiremos  $\alpha \in Cn(B)$  como  $B \vdash \alpha$ .

## Conjuntos de creencias

El objetivo de estudiar las operaciones de cambio sobre conjuntos de creencias (*i.e.*, sobre conjuntos de sentencias de un lenguaje determinado clausuradas bajo cierta operación de consecuencia lógica) permite reconocer más directamente las propiedades de las mismas sin perder de vista las intuiciones que las motivaron. Si bien no es posible tratar con conjuntos de creencias en una computadora (puesto que en general, los conjuntos de creencias son infinitos) es posible caracterizar las propiedades que debe satisfacer cada una de las operaciones de cambio sobre representaciones finitas de un estado de creencias. En tal sentido, Mukesh Dalal [Dal88] ha formulado el principio de irrelevancia de la sintaxis para bases de datos (o bases de creencias), el cual establece que el resultado de una operación de cambio sobre bases de creencias, bases de conocimiento o bases de datos no deberían depender de la sintaxis (representación) tanto en la información original como en la información actualizada. Esto significa que el resultado de una operación de cambio no debería depender de la base de creencias usada para representar un estado epistémico.

## Bases de creencias

Las bases de creencias se representan mediante un conjunto de sentencias no necesariamente clausurado. Esta característica hace que las operaciones de cambio sobre estados de creencias representados mediante bases de creencias sean computacionalmente tratables. Esto puede hacernos pensar que nuestro esfuerzo en el desarrollo de operaciones de cambio debe estar centrado en bases de creencias y no en conjuntos de creencias. Sin embargo, veremos que esta primera visión parece un poco apresurada. Los modelos que emplean bases de creencias están fundamentados en la intuición de que algunas de nuestras creencias no tienen una sustentación independiente, sino que surgen como consecuencia de aplicar reglas de inferencia sobre nuestras creencias más fundamentales, de las cuales dependen totalmente [GR92b, HR95].

En resumen, el uso de bases de creencias hace la representación del estado cognitivo del agente más natural y computacionalmente más tratable. Esto es, siguiendo [Han99, page 24], consideramos que las creencias de los agentes podrían ser representadas por un número limitado de sentencias que corresponden a las creencias explícitas del agente.

Un punto importante a notar es que toda operación de cambio sobre una base de creencias tiene asociada una operación de cambio sobre un conjunto de creencias (que se obtiene clausurando la base de creencias). Esto es,  $K$  es una base de creencias para un conjunto de creencias  $K$  si su clausura lógica coincide con el conjunto de creencias  $K$ . Luego, podemos definir un operador de cambio sobre el conjunto de creencias  $K$  a partir de uno más elemental definido sobre la base que lo genera.

### 2.2.2. Expansiones

En esta sección trataremos la más simple de las operaciones de cambio. Tal operación se denomina *expansión* y consiste en el agregado de nueva información al estado epistémico de un agente. La definición de la misma puede darse en términos puramente lógicos. Por tal motivo, iremos dando una a una, las propiedades que debe satisfacer todo operador de expansión hasta llegar a una definición concreta del proceso de cambio.

## Propiedades de un operador de expansión

Las operaciones de expansión toman lugar cuando se observan cambios o existe información externa provista por otros agentes (por ejemplo, personas) mediante algún canal de comunicación. Para simplificar la caracterización de un operador de expansión, asumiremos que  $K$  es un *conjunto de creencias*, es decir,  $K$  es cerrado bajo consecuencia lógica. El operador de expansión será representado mediante el símbolo  $+$ , el cual es una función que, dado un conjunto de creencias y una sentencia del lenguaje relaciona un nuevo conjunto de creencias.

A continuación daremos los *Postulados de Racionalidad para Expansiones* que fueron introducidos por Peter Gärdenfors para caracterizar las operaciones de cambio [Gär88].

Partiendo del hecho que el estado de creencias se representa mediante un conjunto de creencias  $K$  el cual incluye todas sus consecuencias lógicas (*i.e.*,  $K = Cn(K)$ ), es deseable que el conjunto expandido sea un conjunto de creencias, esto es,  $K+\alpha = Cn(K+\alpha)$ . Esto da lugar al primer postulado para expansiones:

( $E^+1$ ) *Clausura* (Closure): Para cualquier conjunto de creencias  $K$  y cualquier sentencia  $\alpha$ ,  $K+\alpha$  es un conjunto de creencias.

Si expandimos un conjunto de creencias  $K$  con respecto a una creencia  $\alpha$  es natural que  $\alpha$  sea aceptada en el conjunto de creencias expandido. Esta idea da lugar al segundo postulado para expansiones:

( $E^+2$ ) *Éxito* (Success):  $\alpha \in K+\alpha$ .

Puesto que obtener información es un proceso muy costoso, es deseable evitar pérdida innecesaria de información en cualquier operación de cambio. Este criterio heurístico es llamado criterio de *economía informacional* y juega un rol importante en la teoría de cambio de creencias (particularmente en el modelo AGM). Si  $K$  es consistente y  $\alpha$  está en  $K$  entonces  $\neg\alpha$  no está en  $K$ . En ese caso,  $\alpha$  no contradice las creencias de  $K$ . Por lo tanto, si  $\neg\alpha \notin K$ , podemos retener tanto como sea posible de las creencias originales y respetamos el criterio de economía informacional:

$$\text{Si } \neg\alpha \notin K, \text{ entonces } K \subseteq K+\alpha \quad (2.1)$$

Sin embargo, en el caso en que  $\neg\alpha$  pertenezca a  $K$ , la expansión de  $K$  por  $\alpha$  produce una inconsistencia. Luego, como el conjunto de creencias expandido está clausurado bajo

consecuencia lógica entonces  $K+\alpha$  es el *conjunto de creencias absurdo* el cual lo notaremos  $K_{\perp}$  y es igual a  $\mathcal{L}$ .

$$\text{Si } \neg\alpha \in K, \text{ entonces } K+\alpha = K_{\perp} \quad (2.2)$$

Como  $H \subseteq K_{\perp}$  para todo  $H \in \mathcal{K}_{\mathcal{L}}$  entonces, a partir de las fórmulas 2.1 y 2.2 podemos obtener el tercer postulado para expansiones el cual motiva el nombre de la operación de cambio:

( $E^+3$ ) *Inclusión*:  $K \subseteq K+\alpha$ .

Un caso especial de expansión ocurre cuando expandimos por una creencia en la que ya creemos. Esto es, cuando expandimos  $K$  por  $\alpha$  y  $\alpha$  está en  $K$ . En ese caso, la entrada epistémica no produce cambios en el conjunto de creencias expandido, puesto que  $\alpha$  ya está en  $K$ . Esta propiedad da lugar al cuarto postulado para expansiones:

( $E^+4$ ) *Vacuidad* (Vacuity): Si  $\alpha \in K$  entonces  $K+\alpha = K$ .

Supongamos contar con dos conjuntos de creencias, uno de los cuales está contenido en el otro. Esto es, contamos con dos estados epistémicos de los cuales uno de ellos está “más informado” que el otro. Si expandimos ambos estados con respecto a una misma creencia es deseable que la relación de inclusión entre los estados epistémicos expandidos se preserve. Esta propiedad da lugar al quinto postulado para expansiones:

( $E^+5$ ) *Monotonía*: Si  $H \subseteq K$  entonces  $H+\alpha \subseteq K+\alpha$ .

Los postulados  $E^+1...E^+5$  no excluyen la posibilidad de que  $K+\alpha$  contenga creencias no pertenecientes a  $K$  que no tengan ninguna conexión con  $\alpha$  (excepto en el caso límite que  $\alpha \in K$  puesto que en tales circunstancias  $K+\alpha = K$ ). Es deseable que  $K+\alpha$  no contenga más creencias que las requeridas por los otros postulados. Esto motiva el sexto y último postulado para expansiones:

Para todo conjunto de creencias  $K$  y toda sentencia  $\alpha$ ,  $K+\alpha$  es el más pequeño conjunto de creencias que satisface  $E^+1...E^+5$ .

Este postulado puede escribirse también de la siguiente forma:

( $E^+6$ )  $K+\alpha \subseteq Cn(K \cup \{\alpha\})$ .

Los postulados  $E^+1...E^+5$  aseguran que se satisfaga el siguiente requerimiento:

$$Cn(K \cup \{\alpha\}) \subseteq K+\alpha$$

El postulado  $E^+6$  permite transformar la inclusión anterior en una igualdad. Esto da lugar al siguiente *teorema de representación* el cual da una definición explícita del proceso de expansión.

**Teorema 2.1** (AGM [AGM85]) *La operación de expansión “+” satisface  $E^+1\dots E^+6$  si y solo si:*

$$K+\alpha = Cn(K \cup \{\alpha\})$$

### 2.2.3. Contracciones

Una contracción pura [Han99] consiste en una operación de cambio en la cual se eliminan creencias sin el agregado de ninguna creencia nueva. Una operación de contracción toma lugar cuando un agente constata que ciertas creencias que componen su conocimiento dejan de ser ciertas, o bien, como consecuencia de la descomposición de otra operación de cambio.

A continuación mostraremos dos operadores de contracción de manera constructiva y por medio de teoremas de representación. Primero introduciremos el operador de *partial meet contraction* presentado en el modelo AGM [AGM85] y luego mostraremos el operador *kernel contraction* definido en [Han94].

#### Partial meet contractions

Las funciones de contracción *partial meet contraction* fueron definidas por Alchourrón, Gärdenfors y Makinson [AGM85] y constituyen las operaciones de contracción más generales puesto que la mayoría de las contracciones se definen como un tipo especial de *partial meet contraction*.

#### Construcción

Supongamos que se desea contraer un conjunto de creencias  $K$  con respecto a una creencia  $\alpha$ . Una operación de *partial meet contraction* consiste en lo siguiente:

1. Se obtienen los subconjuntos maximales de  $K$  que fallan en implicar  $\alpha$ .
2. Se seleccionan los “mejores” subconjuntos con esas características.

3. Se intersectan esos subconjuntos seleccionados y se obtiene la función de contracción correspondiente.

Con el fin de expresar formalmente estas ideas, definiremos la noción de *conjunto de restos* o *conjunto restante* (*remainder set*).

**Definición 2.1** AGM [AGM85] Sean  $K$  un conjunto de sentencias y  $\alpha$  una sentencia. El conjunto  $K^\perp\alpha$ , denominado conjunto de restos, es el conjunto de conjuntos  $X$  tales que:

1.  $X \subseteq K$ .
2.  $\alpha \notin Cn(X)$ .
3. No existe  $Y$  tal que  $X \subset Y \subseteq K$  tal que  $\alpha \notin Cn(Y)$ .

Ya hemos definido el conjunto de restos. Ahora definiremos formalmente el concepto de función de selección. Esta función se encargará de seleccionar los “mejores elementos” del conjunto de restos.

**Definición 2.2** AGM [AGM85] Sean  $K$  un conjunto de sentencias,  $\alpha$  una sentencia y  $K^\perp\alpha$  el conjunto de restos de  $K$  con respecto a  $\alpha$ . Decimos que “ $\gamma$ ” es una función de selección si y solo si:

1. Si  $K^\perp\alpha = \emptyset$  entonces  $\gamma(K^\perp\alpha) = \{K\}$ .
2. Si  $K^\perp\alpha \neq \emptyset$  entonces  $\gamma(K^\perp\alpha) = X$  tal que  $\emptyset \subset X \subseteq (K^\perp\alpha)$ .

En realidad esta definición no determina unívocamente una función sino que define una *clase* o *familia* de funciones con ciertas características. A partir del conjunto de restos y la función de selección, podemos obtener la primera definición constructiva de las operaciones de *partial meet contraction*.

**Definición 2.3** AGM [AGM85] Sean  $K$  un conjunto de creencias,  $\alpha$  una sentencia y  $K^\perp\alpha$  el conjunto de restos de  $K$  con respecto a  $\alpha$ . Sea “ $\gamma$ ” una función de selección para  $K^\perp\alpha$ . El operador “ $-\gamma$ ”, denominado *partial meet contraction* determinado por “ $\gamma$ ” se define de la siguiente manera:

$$K-\gamma\alpha = \bigcap \gamma(K^\perp\alpha)$$

La idea intuitiva de esto es que la función de selección “ $\gamma$ ” elija los subconjuntos maximales de  $K^\perp\alpha$  que sean más importantes en algún sentido epistemológico.

En la definición de *partial meet contraction*, la función de selección “ $\gamma$ ” se asume como dada. Pero si deseamos obtener un método de contracción más específico, debemos saber como determinar los elementos a seleccionar basándonos en un criterio de preferencia epistemológica.

### *Propiedades*

Asumiremos que  $K$  es un *conjunto de creencias*. El operador de contracción será representado mediante el símbolo “ $-$ ”, el cual es una función que, dado un conjunto de creencias y una sentencia del lenguaje, produce un nuevo conjunto de creencias.

A continuación daremos los *Postulados de Racionalidad para Contracciones* [Gär88]. Estos postulados no son suficientes para determinar unívocamente una operación de contracción ya que existen otros factores epistémicos que juegan un rol importante. Sin embargo, tales postulados permiten dar una caracterización general, y por lo tanto incompleta, de una operación de contracción.

El primer postulado para contracciones establece que si contraemos un conjunto de creencias con respecto a una creencia determinada, obtenemos un nuevo conjunto de creencias (cerrado bajo consecuencia lógica), esto es,  $K-\alpha = Cn(K-\alpha)$ . Más formalmente esto equivale a decir:

(PMC-1) *Clausura* (Closure): Para cualquier conjunto de creencias  $K$  y cualquier sentencia  $\alpha$ ,  $K-\alpha$  es un conjunto de creencias.

Puesto que  $K-\alpha$  surge a partir de la eliminación de ciertas creencias de  $K$  sin el agregado de ninguna creencia, es de esperar que  $K-\alpha$  no contenga ninguna creencia que no pertenece a  $K$ . Esto da lugar al segundo postulados para contracciones:

(PMC-2) *Inclusión*:  $K-\alpha \subseteq K$

Cuando  $\alpha \notin K$ , el criterio de economía informacional exige que ninguna creencia sea eliminada de  $K-\alpha$ . Este tercer postulado para contracciones está relacionado a la idea de mínimo cambio.

(PMC-3) *Vacuidad* (Vacuity): Si  $\alpha \notin K$  entonces  $K-\alpha = K$ .

Cuando se realiza una contracción de un conjunto de creencias  $K$  con respecto a una creencia  $\alpha$ , es deseable que  $\alpha$  no pertenezca al conjunto de creencias contraído, salvo que  $\alpha$  sea un teorema o una sentencia lógicamente válida. Este es el cuarto postulado para contracciones:

(PMC-4) *Éxito* (Success): Si  $\not\vdash \alpha$  entonces  $\alpha \notin K-\alpha$ .

Si  $\alpha$  fuera un teorema<sup>1</sup>, entonces  $\alpha \in Cn(\emptyset)$ . Como  $\emptyset \subseteq H$  para todo  $H \in \mathcal{K}_{\mathcal{L}}$ , por propiedad de monotonía del operador de consecuencia  $Cn$ , tenemos que  $Cn(\emptyset) \subseteq Cn(H)$ . Luego,  $\alpha \in H$  para todo  $H \in \mathcal{K}_{\mathcal{L}}$ . Esto es,  $\alpha \in Cn(\emptyset)$  debe pertenecer a las consecuencias de cualquier conjunto de creencias (contraído o no).

A partir de los postulados (PMC-1)...(PMC-4) y de los postulados para expansiones  $(E^+1)$ ... $(E^+6)$  es posible obtener la siguiente propiedad:

$$\text{Si } \alpha \in K, \text{ entonces } (K-\alpha)+\alpha \subseteq K$$

Esta propiedad garantiza que al contraer un conjunto de creencias con respecto a  $\alpha$  y luego expandir el conjunto de creencias resultante con respecto a la misma sentencia, el conjunto final no contendrá ninguna creencia que no estaba en el conjunto de creencias original. Sin embargo, el criterio de economía informacional exige que  $K-\alpha$  sea el mayor subconjunto posible de  $K$ . En analogía con  $(E+6)$ , el siguiente postulado [AGM85, Gär88] exige que *todas* las creencias en  $K$  deben *recuperarse* como consecuencia de contraer e inmediatamente expandir un conjunto de creencias con respecto a una creencia cualquiera. Este postulado, conocido como *recuperación* (*recovery*) [AGM85, Gär88] es uno de los más controvertidos de toda la teoría de cambio de creencias (principalmente en el modelo AGM) y ha motivado un gran debate en la comunidad científica. Formalmente, tal postulado puede expresarse de la siguiente forma:

$$\text{Si } \alpha \in K \text{ entonces } K \subseteq (K-\alpha)+\alpha.$$

Si  $\alpha \notin K$  entonces (por vacuidad)  $K-\alpha = K$ . Esto implica que  $K \subseteq (K-\alpha)+\alpha = K+\alpha$ . Por lo tanto, el postulado de recuperación también puede definirse como sigue:

(PMC-5) *Recuperación* (Recovery):  $K \subseteq (K-\alpha)+\alpha$ .

---

<sup>1</sup>Es importante remarcar que todas las sentencias demostrables en una teoría son teoremas de la misma. Sin embargo, cuando hablemos de teorema nos estaremos refiriendo a aquellas sentencias demostrables en la teoría que pueden demostrarse usando lógica proposicional.

El postulado de recuperación puede valer cuando se realizan operaciones de cambio sobre conjuntos de creencias pero no ocurre lo mismo cuando se realiza sobre bases de creencias. Cuando tratamos con bases de creencias, si deseamos contraer  $K$  con respecto a  $\alpha$ , debemos eliminar  $\alpha$  o bien otras sentencias con el objetivo de eliminar cualquier posible derivación de la misma. Sin embargo, como  $K$  no está clausurada bajo consecuencia lógica, una vez eliminadas las creencias que permiten la deducción de  $\alpha$  pero que no se deducen a partir de  $\alpha$ , es imposible poder recuperarlas con una expansión (con respecto a  $\alpha$ ) de la base de creencias contraída.

En la operación de contracción es deseable que se respete el principio de irrelevancia de la sintaxis, esto es, la contracción de un conjunto de creencias con respecto a sentencias lógicamente equivalentes debe producir el mismo resultado. Este postulado se conoce como *extensionalidad* (*extensionality*) o *preservación* (*preservation*), y se define como sigue:

(PMC-6) *Extensionalidad/Preservación*: Si  $\vdash \alpha \leftrightarrow \beta$  entonces  $K-\alpha = K-\beta$ .

Los operadores de contracción del tipo *partial meet* satisfacen los postulados básicos para contracciones. Esto da lugar al siguiente teorema.

**Teorema 2.2** *AGM [AGM85]* Sea “ $-$ ” un operador de contracción. Diremos que “ $-$ ” es un operador de *partial meet contraction* si y solo si satisface (PMC – 1)...(PMC – 6), es decir, *satisface clausura, inclusión, vacuidad, éxito, recuperación y extensionalidad*.

Las siguientes propiedades también permiten obtener otra caracterización axiomática de las operaciones de *partial meet contraction*.

*Uniformidad (Uniformity)* (Hansson [Han92a]) Para todo subconjunto  $K'$  de  $K$  vale que si  $\alpha \in Cn(K')$  si y solo si  $\beta \in Cn(K')$  entonces  $K-\alpha = K-\beta$ .

Esta propiedad establece que si dos sentencias  $\alpha$  y  $\beta$  son implicadas exactamente por los mismos subconjuntos de  $K$  entonces la contracción de  $K$  por  $\alpha$  debería ser igual a la contracción de  $K$  por  $\beta$ .

*Relevancia (Relevance)* (Hansson [Han89, Han92a]) Si  $\beta \in K$  y  $\beta \notin K-\alpha$  entonces existe un conjunto  $K'$  tal que  $K-\alpha \subseteq K' \subseteq K$ ,  $\alpha \notin Cn(K')$  pero  $\alpha \in Cn(K' \cup \{\beta\})$ .

*Retención de Núcleo (Core Retainment)* (Hansson [Han91]) Si  $\beta \in K$  y  $\beta \notin K-\alpha$  entonces existe un conjunto  $K'$  tal que  $K' \subseteq K$ ,  $\alpha \notin Cn(K')$  pero  $\alpha \in Cn(K' \cup \{\beta\})$ .

La propiedad de retención de núcleo determina que si una sentencia  $\beta$  es excluida en la contracción de  $K$  por  $\alpha$ , entonces  $\beta$  contribuye de alguna manera al hecho de que  $K$

implique a  $\alpha$  [Han99]. Relevancia, por su parte, determina que  $\beta$  contribuye al hecho de que  $K$  (pero no  $K-\alpha$ ) implique a  $\alpha$ . Claramente, el postulado de retención de núcleo es más débil (o menos restrictivo) que el postulado de relevancia.

El siguiente teorema da otra caracterización axiomática de las operaciones de *partial meet contraction* sobre conjuntos no necesariamente clausurados.

**Teorema 2.3** *Hansson [Han92a]* Sea “ $-$ ” un operador de contracción. Diremos que “ $-$ ” es un operador de *partial meet contraction* para un conjunto  $K$  si y solo si satisface inclusión, éxito, relevancia y uniformidad.

### Kernel contractions

Las operaciones de *partial meet contraction* se basan en la selección de subconjuntos maximales de  $K$  que fallan en implicar  $\alpha$ . Para hacer posible esto es necesario contar con una relación de preferencia entre los subconjuntos del conjunto  $K$ . Si  $K$  es cerrado bajo consecuencia lógica entonces es de una cardinalidad infinita por lo que la factibilidad de “encontrar” una operación de *partial meet contraction* sobre un conjunto de creencias resulta poco tratable. Otra propuesta diferente, que es aplicable tanto a bases de creencias como a conjuntos de creencias, consiste en construir un operador de contracción que selecciona entre los elementos de  $K$  que contribuyen a implicar  $\alpha$  aquellos que serán descartados. Este tipo de operación de contracción fue inicialmente introducida por Alchourrón y Makinson [AM85] y se conoce como *safe contraction*. Una variante más general de esta propuesta es la que se conoce como *kernel contraction* [Han94] que fue introducida por Hansson un tiempo después.

#### Construcción

Las sentencias que se eliminan en una operación de *kernel contraction* de un conjunto  $K$  con respecto a una creencia  $\alpha$  son aquellas creencias que de alguna manera contribuyen a que  $K$  derive  $\alpha$ . Para poder definir la operación de *kernel contraction*, daremos una nueva definición de conjunto de kernels.

**Definición 2.4** *Hansson [Han94]* Sean  $K$  un conjunto de sentencias y  $\alpha$  una sentencia. El conjunto  $K^{\perp\alpha}$ , denominado conjunto de kernels es el conjunto de conjuntos  $K'$  tales que:

1.  $K' \subseteq K$ .
2.  $K' \vdash \alpha$ .
3. Si  $K'' \subset K'$  entonces  $K'' \not\vdash \alpha$ .

El conjunto  $K^\perp \alpha$  también se denomina conjunto de  $\alpha$ -kernels y cada uno de sus elementos se denomina  $\alpha$ -kernel. Cada kernel o  $\alpha$ -kernel también es conocido como (entailment set) [Fuh91].

**Ejemplo 2.1** Sea  $B$  el conjunto formado por las siguientes sentencias:

$$\{a, b, a \rightarrow b, b \rightarrow a, c\}$$

donde  $a$ ,  $b$  y  $c$  son sentencias lógicamente independientes. Supongamos que deseamos contraer con respecto a  $a \wedge b$ . El conjunto de  $(a \wedge b)$ -kernels es el siguiente:

$$B^\perp(a \wedge b) = \{\{a, b\}, \{a, a \rightarrow b\}, \{b, b \rightarrow a\}\}$$

Cada uno de los elementos de  $B^\perp(a \wedge b)$  implica a  $(a \wedge b)$ . A su vez, cada uno de estos conjuntos es minimal en el sentido de que no existe ningún subconjunto estricto de ellos que derive  $(a \wedge b)$ .

Para que la operación de contracción de  $B$  con respecto a  $(a \wedge b)$  sea exitosa es necesario eliminar al menos un elemento de cada  $(a \wedge b)$ -kernel. Haciendo esto, se garantiza que la operación de contracción satisfaga la propiedad de éxito. Los elementos a ser eliminados son seleccionados por una *función de incisión* la cual es denominada así porque realiza un “corte” sobre cada kernel.

**Definición 2.5** Hansson [Han94] Una función “ $\sigma$ ” es una función de incisión para un conjunto  $K$  si para toda sentencia  $\alpha$  vale que:

1.  $\sigma(K^\perp \alpha) \subseteq \cup(K^\perp \alpha)$ .
2. Si  $K' \in K^\perp \alpha$  y  $K' \neq \emptyset$  entonces  $K' \cap \sigma(K^\perp \alpha) \neq \emptyset$ .

La función de incisión selecciona que sentencias serán descartadas. El resultado de contraer un conjunto  $K$  con respecto a una creencia  $\alpha$  debería consistir de todos los elementos del conjunto original  $K$  que no son removidos por la función de incisión.

**Definición 2.6** *Hansson [Han94]* Sea  $K$  un conjunto de sentencias,  $\alpha$  una sentencia cualquiera y  $K^\perp\alpha$  el conjunto de  $\alpha$ -kernels de  $K$ . Sea “ $\sigma$ ” una función de incisión para  $K$ . El operador “ $-\sigma$ ”, denominado *kernel contraction* determinado por “ $\sigma$ ” se define de la siguiente manera:

$$K-\sigma\alpha = K \setminus \sigma(K^\perp\alpha)$$

En el caso límite en que  $\alpha$  sea una sentencia tautológica entonces  $\alpha \in Cn(\emptyset)$  y, por Definición 2.4, tenemos que  $K^\perp\alpha = \{\emptyset\}$ . Luego, por Definición 2.6, obtenemos que  $\sigma(K^\perp\alpha) = \emptyset$  y  $K-\sigma\alpha = K \setminus \sigma(K^\perp\alpha) = K$ . En el otro caso límite, cuando  $\alpha \notin Cn(K)$ , sucede que  $K^\perp\alpha = \emptyset$  y nuevamente tenemos que  $\sigma(K^\perp\alpha) = \emptyset$  y  $K-\sigma\alpha = K \setminus \sigma(K^\perp\alpha) = K$ . Como podemos ver, ambos casos límite son tratados como en una operación de *partial meet contraction*.

### Propiedades

A continuación daremos los postulados de racionalidad para el operador de *kernel contraction* enunciados en [Han94, Han99]. Sea  $K$  una base de creencias. El operador de contracción será representado por “ $-$ ”.

(KC-1) *Éxito* (Success): Si  $\alpha \notin Cn(\emptyset)$ , entonces  $\alpha \notin Cn(K-\alpha)$ .

El primer postulado establece que la contracción debe ser exitosa; *i.e.*, el resultado de contraer una base de creencias  $K$  por una sentencia  $\alpha$  (que no es una tautología) debe ser una nueva base de creencias que no implica  $\alpha$ .

(KC-2) *Inclusión*:  $K-\alpha \subseteq K$ .

Como  $K-\alpha$  sigue de quitar algunas creencias de  $K$  sin agregar alguna creencia, es natural pensar  $K-\alpha$  no contiene creencias que no pertenecen a  $K$ .

(KC-3) *Uniformidad* (Uniformity): Si para todo  $K' \subseteq K$ ,  $\alpha \in Cn(K')$  si y sólo si  $\beta \in Cn(K')$  entonces  $K-\alpha = K-\beta$ .

Esta propiedad establece que si dos sentencias  $\alpha$  y  $\beta$  son implicadas por exactamente los mismos subconjuntos de  $K$ , luego la contracción de  $K$  por  $\alpha$  debe ser igual a la contracción de  $K$  por  $\beta$ .

(KC-4) *Retención de Núcleo* (Core-retainment): Si  $\beta \in K$  y  $\beta \notin K-\alpha$  entonces existe un conjunto  $K'$  tal que  $K' \subseteq K$ ,  $\alpha \notin Cn(K')$  pero  $\alpha \in Cn(K' \cup \{\beta\})$ .

Las creencias que quitamos por contraer  $K$  por  $\alpha$  deben ser todas tal que contribuyeron al hecho que  $K$ , pero no  $K-\alpha$ , implica  $\alpha$ . Más precisamente, para  $\beta$  ser borrada en el proceso de formar  $K-\alpha$  desde  $K$ , debe haber algún orden en el cual los elementos de  $K$  puedan ser removidos, tal que la extracción de  $\beta$  es el paso crucial por el cual  $\alpha$  cesa de ser lógicamente implicada.

**Teorema 2.4** *Hansson [Han94]* El operador “-” para un conjunto  $K$  es un operador de kernel contraction si y solo si satisface éxito, inclusión, uniformidad y retención de núcleo.

Este teorema da una caracterización axiomática de la operación de *kernel contraction*. Es muy similar al Teorema 2.3, el cual da una caracterización axiomática de las operaciones de *partial meet contraction* a partir de las propiedades de éxito, inclusión, uniformidad y relevancia. Sin embargo, la caracterización del operador de *kernel contraction* está basado en la propiedad de retención de núcleo y no en la propiedad de relevancia. Como la propiedad de retención de núcleo es más débil que la propiedad de relevancia (si un operador de contracción satisface relevancia entonces satisface retención de núcleo, pero la recíproca no es cierta) toda operación de *partial meet contraction* es una operación de *kernel contraction*.

#### 2.2.4. Revisiones

Las revisiones son operaciones de cambio que permiten agregar información a un conjunto de creencias o a una base de creencias respetando las siguientes premisas:

1. Preservar consistencia en el conjunto revisado.
2. Preservar tantas creencias del conjunto original como sea posible.

Por lo tanto, la revisión tiene la propiedad de que permite incorporar creencias a un conjunto de creencias generando un nuevo conjunto de creencias consistente (salvo en casos límite en los que la sentencia a incorporar sea contradictoria). Esta característica hace que la operación de revisión sea la más interesante dentro de la teoría de cambio de creencias, así como en las ciencias de la computación.

La revisión es una de las operaciones más comunes que desarrolla un agente que se desenvuelve en un entorno dinámico. Si un agente cree en un conjunto  $K$ , y se produce cierta entrada epistémica, el mismo deberá revisar el contenido de  $K$  para determinar cuáles de sus creencias están en desacuerdo con  $\alpha$ , eliminar algunas de ellas, para luego incorporar  $\alpha$  y producir un nuevo conjunto  $K'$ . Por ejemplo, si un agente cree que Tweety vuela porque Tweety es un pájaro, recibe una entrada epistémica que dice que los pájaros que son pingüinos no vuelan, y que Tweety es un pingüino, el mismo no solo dejará de creer que Tweety vuela, sino que también creará que Tweety no vuela.

A diferencia de las expansiones, las cuales son operaciones de cambio monótonas, las revisiones tienen la propiedad de ser operaciones de cambio no monótonas. Esto es, en la lógica clásica, si a partir de un conjunto  $K$  se deduce una sentencia (*i.e.*,  $K \vdash \alpha$ ) entonces se satisface la propiedad de monotonía, es decir, cualquier sentencia agregada a  $K$  no invalida anteriores derivaciones de  $\alpha$  (*i.e.*,  $K \cup \{\beta\} \vdash \alpha$ ), incluso si entre las nuevas sentencias está  $\neg\alpha$ . Sin embargo, en los sistemas de razonamiento no monótono esta propiedad no se satisface. En un sistema de razonamiento no monótono, si un conjunto  $K$  deduce una sentencia  $\alpha$ , entonces no es seguro que se satisfaga que el conjunto  $K$  junto con la nueva sentencia incorporada siga deduciendo a  $\alpha$ . Precisamente, la operación de revisión se la considera una operación de cambio no monótona puesto que, si  $K \vdash \alpha$  y “ $*$ ” es un operador de revisión, entonces no es necesariamente cierto que  $K * \beta \vdash \alpha$ .

Como se ha mencionado anteriormente, una revisión es una operación que permite agregar consistentemente una creencia a un conjunto de creencias. Por ejemplo, si se desea incorporar una sentencia  $\alpha$  a  $K$  debe eliminarse toda posible derivación de  $\neg\alpha$  en  $K$  (si es que existe). Por lo tanto, una operación de revisión es más compleja que una operación de contracción ya que involucra el agregado y la eliminación de creencias. De esta manera, podemos notar que las revisiones tienen una estrecha relación con las contracciones. Más aún, existen varios operadores de revisión conocidos que están definidos a partir de diferentes operaciones de contracción mediante la aplicación de la identidad de Levi. Esto es, para revisar un conjunto de creencias  $K$  con respecto a una sentencia, es posible descomponer el proceso en dos operaciones de cambio:

- Contraer  $K$  con respecto a  $\neg\alpha$ , para eliminar toda posible forma de inferencia de  $\neg\alpha$ .
- Expandir  $K - \neg\alpha$  con respecto a  $\alpha$ .

Esta descomposición garantiza (salvo en el caso límite que la entrada epistémica sea inconsistente) que el conjunto de creencias resultante sea consistente, es decir, esté en estado de equilibrio. Esta relación entre contracciones y revisiones está determinada en la Identidad de Levi. Formalmente, la definición de la Identidad de Levi es la siguiente:

$$K * \alpha = (K - \neg\alpha) + \alpha$$

Esta identidad nos da una definición formal de la operación de revisión a partir de las operaciones de contracción y expansión. De esta manera, basado en las dos contracciones vistas en la sección anterior, si el operador “−” de la identidad de Levi es un operador *partial meet contraction*, el operador “\*” de la identidad es un operador *partial meet revision*. Del mismo modo, si el operador “−” de la identidad de Levi es un operador *kernel contraction*, el operador “\*” de la identidad es un operador *kernel revision*.

### 2.3. Revisión de creencias en sistemas multi-agentes

Aquí, con la intención de especificar el foco de nuestro aporte, mostramos una descripción desarrollada en [LW99] donde se muestra un análisis de revisión de creencias en sistemas multi-agente donde se detalla una jerarquía (ver Figura 2.1) que ilustra los diferentes enfoques que existen en el área mencionada.

Existen una variedad de nociones que han sido adoptadas en investigaciones previas de *Revisión de Creencias en Sistemas Multi-Agentes*. Un buen entendimiento de las relaciones entre estas aproximaciones es esencial antes de llevar a cabo cualquier futura investigación. Dependiendo de si la revisión de creencias involucra metas individuales o metas mutuas, los investigadores han distinguido entre MABR y MSBR.

Por un lado, revisión de creencias podría ser considerada como parte de las habilidades del agente para mantener consistente su propio estado epistémico. En este caso, un proceso de revisión de creencias individual es llevado a cabo en un ambiente multi-agente, donde la nueva información puede venir desde múltiples fuentes y muy probablemente en conflicto. Revisión de creencias en este sentido es llamado MSBR por Dragoni en [DGP94]. Cantwell, en [Can98], trata de resolver el conflicto de información ordenando las fuentes de información sobre las bases de la fiabilidad. Esto podría servir como una manera racional de generar la nueva credibilidad de la información basada en la fiabilidad de la fuente usando los términos de MSBR.

Por otro lado, revisión de creencias podría ser usado para lograr metas de un grupo de agentes (por ejemplo, alcanzar consenso antes de llevar a cabo planes). En este escenario, más de un agente toma parte en el proceso. Para buscar una meta mutua, los agentes involucrados necesitan comunicarse, cooperar, coordinar y negociar con el otro. Un sistema MABR es un SMA cuya meta mutua involucra revisión de creencias.

MSBR estudia comportamientos de agentes que usan revisión individual, es decir, cuando un agente recibe información desde múltiples agentes de quienes tiene opiniones sociales. MABR investiga el comportamiento global de revisión de creencias de un grupo de agentes. MSBR es uno de los componentes esenciales de MABR.

El paradigma AGM ha sido ampliamente aceptado como un framework estándar para revisión de creencias. Solamente es capaz de formular el comportamiento de la revisión en un único agente. El proceso de revisión de creencias es más complejo en el caso de múltiples agentes. Además del principio de mínimo cambio, existen otros requisitos debido a las interacciones sofisticadas entre los agentes.

Un agente es capaz de llevar a cabo revisión de creencias individual (IBR), mientras que un grupo de agentes es capaz de MABR. IBR en un ambiente de un único agente (*single belief revision*) podría ser logrado usando revisión de creencias clásica satisfaciendo los postulados AGM. IBR en un ambiente de múltiples agentes es MSBR, es decir, un agente tiene que procesar información viniendo desde más de una fuente. Después de obtener la nueva credibilidad de la nueva información evaluando las múltiples fuentes usando alguna técnica (Cantwel y Dragonni), MSBR se vuelve SBR. En la Figura 2.1 se especifica la jerarquía de sistemas de revisión de creencias.

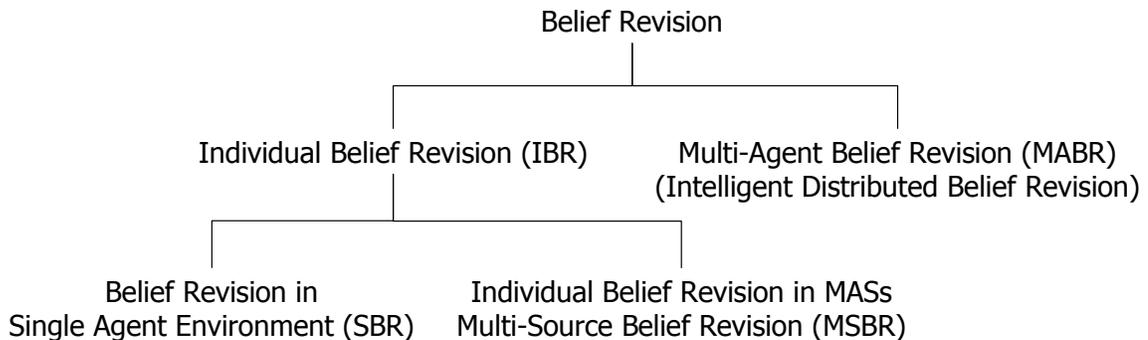


Figura 2.1: Jerarquía de Revisión de Creencias.

## 2.4. Mecanismos computacionales de confianza y reputación

La investigación científica en el área de mecanismos computacionales de confianza y reputación en sociedades virtuales, es una disciplina reciente orientada a incrementar la fiabilidad y performance de comunidades electrónicas. En artículos recientes como [SS05, Ama02, eBa02, Del03, MM02, BK01, GS00, MC02] se desprende que el paradigma de agentes autónomos y sistemas multi-agentes junto con la aparición creciente de las tecnologías de información social (especialmente reflejado por la popularidad del comercio electrónico) son los responsables del creciente interés sobre mecanismos de confianza y reputación aplicados a sociedades electrónicas.

En [SS05], Sabater y Sierra sostienen que la importancia de la confianza y reputación en sociedades humanas está fuera de discusión, por lo tanto, no es sorpresa que varias disciplinas, cada una desde una perspectiva diferente, haya estudiado y utilizado ambos conceptos. En ciencias de la computación hay dos elementos que han contribuido sustancialmente en incrementar el interés en confianza y reputación: el paradigma de sistemas multi-agentes y la evolución creciente del e-commerce. Hay que notar que en la literatura las palabras confianza y reputación se utilizan generalmente para referirse al mismo concepto.

El estudio de confianza y reputación tiene muchas aplicaciones en tecnologías de Comunicación e Información. Estos sistemas han sido reconocidos como factores claves para el éxito de la adopción del comercio electrónico. Los mismos son usados por agentes de software inteligentes como un mecanismo para buscar compañeros confiables y como un incentivo en toma de decisiones acerca de si se tiene en cuenta un contrato. La reputación es usada en el mercado electrónico como un mecanismo para evitar fraudes y estafas [Ama02, eBa02, Del03]. Los e-markets no son el único campo de aplicación, por ejemplo, en [BK01] usan la confianza para mejorar la performance de mecanismos de revisión de creencias. Otra importante área de aplicación en tecnología de agentes es el trabajo de equipo y cooperación.

En la actualidad, es difícil encontrar trabajos relevantes que estudien una visión general de confianza y reputación desde el punto de vista de ciencias de la computación. Dellarocas [Del03] presenta una visión general de mecanismos de reputación online que son usados en sitios web comerciales. En el área de confianza, Grandison [GS00] examina

varias definiciones de confianza que existen en la literatura y proveen una definición de confianza para aplicaciones de Internet. Hay también algunas propuestas que establecen una tipología de reputación [MM02] y confianza [MC02].

No obstante, en la literatura no se encuentra un desarrollo formal para la dinámica de la reputación con características análogas a los formalismos de revisión de creencias. Es por este motivo que nuestra investigación se enfoca en el estudio de técnicas y formalismos de actualización de reputación a través de operadores de cambio como revisión, expansión y contracción.

Los agentes son entidades computacionales autónomas, ya sea programas o robots, con la capacidad de percibir el entorno en que se desenvuelven y actuar para llevar a cabo alguna tarea. La percepción del entorno por parte de un agente es usualmente limitada, y diferentes agentes dentro de un sistema multi-agente pueden tener una percepción diferente del entorno. Por lo tanto, es importante que los agentes puedan cooperar compartiendo su conocimiento acerca del entorno. Además, si cada agente almacena conocimiento producto de su experiencia, es importante que pueda compartir este conocimiento con otros agentes con los cuales coopera. De esta manera, agentes especialistas en cierto aspecto podrán intercambiar conocimiento con otros que tienen experiencia en otras áreas. Por lo tanto, en el contexto de sistemas multi-agente, un agente puede a menudo recibir información a través de otro que por lo general llamamos informante. Estos informantes son agentes independientes quienes tiene sus propios intereses y, por lo tanto, no son completamente fiables. Es natural para un agente estar más inclinado a creerle más a un informante sobre otro. Es por esto que en algunos trabajos se ha propuesto la organización de los informantes en un orden parcial que compara la plausibilidad de los mismos. En el capítulo 4 se pretende combinar formalismos de revisión de creencias y actualización de conocimiento con técnicas de mantenimiento de confianza y reputación de agentes en un ambiente distribuido.

## 2.5. Conclusión

El objetivo principal de la tesis es desarrollar un modelo de cambio completo para cada agente en un sistema multi-agente. Para ello es necesario conocer algunos conceptos preliminares de las áreas de sistemas multi-agentes, revisión de creencias, revisión de creencias en sistemas multi-agentes y mecanismos computacionales de confianza y reputación. Es

por esto que en este capítulo introductorio hemos mostrado en forma resumida nociones relacionadas a cada una de ellas.

En primer lugar, hemos dado conceptos acerca de agentes y sistemas multi-agente basados en nociones establecidas por autores reconocidos en el área. Luego, ya en forma más detallada, hemos mostrado algunos nociones preliminares de la teoría de cambio de creencias que luego serán adaptados al modelo epistémico presentado en el siguiente capítulo. Para ello, hemos comenzado analizando dos formas de representar el conocimiento en el área de revisión de creencias, *conjuntos de creencias* (belief sets) y *bases de creencias* (belief bases). Los conjuntos de creencias (conjuntos de sentencias clausurados lógicamente) son útiles desde el punto de vista filosófico, analizando los cambios en el nivel de conocimiento. En cambio, las bases de creencias (conjuntos de sentencias arbitrarios) son útiles para aplicaciones computacionales, analizando cambios en el nivel simbólico. Como mostraremos en el capítulo siguiente, el aporte de esta tesis está enfocado en una versión adaptada de bases de creencias.

El primer operador de cambio que presentamos ha sido el de *expansión* siguiendo el modelo AGM [AGM85]. Este es el operador de cambio más simple ya que sólo consiste en el agregado de nueva información a la base de creencias de un agente, sin ninguna garantía de mantenimiento de consistencia en la base resultante. Luego, hemos mostrado de forma amplia dos operadores de contracción: *partial meet contraction* y *kernel contraction*. Ambas fueron presentadas mediante modelos constructivos y teoremas de representación. En primer lugar, hemos visto el operador de contracción más general, *partial meet contraction*, presentado siguiendo el modelo AGM [AGM85]. Luego, fue mostrado el operador de *kernel contractions* definido por Hansson en [Han94]. El modelo de cambio que presentamos en la Sección 3.4 está basado en las *kernel contractions*. Además, hemos mostrado en forma breve el operador de cambio más complejo de la teoría: el operador de revisión. Este operador lo hemos presentado siguiendo la *identidad de Levi*, la cual define la revisión basada en la contracción y la expansión.

Una vez presentada la teoría de cambio, con la intención de especificar el foco de nuestro aporte, hemos mostrado una descripción desarrollada por Liu y Williams en [LW99] donde se muestra un análisis de revisión de creencias en sistemas multi-agente. Allí se detalla una jerarquía que ilustra los diferentes enfoques que existen en el área mencionada, entre los que se destacan revisión de creencias en sistemas multi-agentes (*Multi-agent*

*belief revision*) y revisión de creencias basado en múltiples fuentes (*Multi-source belief revision*) en la cual está basado nuestro aporte.

Finalmente, hemos mostrado las motivaciones del área de mecanismos computacionales de confianza y reputación, las cuales nos estimularon en el desarrollo de un modelo de cambio sobre la credibilidad de los agentes. Este aporte, será especificado en el capítulo 4.



# Capítulo 3

## Dinámica del conocimiento en SMA basado en informantes

En este capítulo introduciremos un formalismo para modelar la dinámica de conocimiento en bases de creencias de agentes que interactúan en un sistema-multi agente colaborativo. Como hemos mencionado anteriormente, la dinámica del conocimiento es modelada por la teoría de cambio de creencias, la cuál busca mostrar como quedan constituidas las creencias de un agente después de recibir cierta información externa. En el Capítulo 2 mostramos que existen diferentes modelos de cambio, los cuales han sido pensados teniendo en cuenta un único agente. Esto es, consideraban únicamente como se producen cambios en la base de conocimiento de un agente cuando recibe nueva información.

Con el tiempo los sistemas de un único agente han evolucionado hacia sistemas multi-agentes, donde múltiples agentes que interactúan entre sí pueden colaborar, negociar o discutir, para lograr sus metas. En muchos dominios y aplicaciones multi-agentes, cada agente tiene sus propias creencias iniciales y también creencias adquiridas desde otros agentes informantes. Por lo tanto, un agente puede recibir información desde otros agentes que es contradictoria con sus propias creencias actuales.

Este capítulo se enfoca en revisión de creencias con múltiples fuentes (*MSBR: Multi-Source Belief Revision*); *i.e.*, revisión de creencias realizada por un único agente que puede obtener nuevas creencias desde múltiples informantes. Por lo tanto, una de las contribuciones de nuestro enfoque es la definición de un modelo epistémico para MSBR que considera creencias y meta-información que representa la credibilidad de la fuente de la creencia.

Investigamos como la base de creencias de un agente puede ser racionalmente modificada cuando un agente  $A$  recibe información desde otros agentes, los cuales para  $A$  pueden tener diferentes grados de credibilidad. De esta manera, nuestra principal contribución es la definición de diferentes operadores de cambio de creencia que usan la credibilidad de los agentes informantes para decidir que información prevalece. En este capítulo, estos operadores son definidos a través de modelos constructivos y teoremas de representación que proveen una caracterización axiomática para el formalismo propuesto.

El formalismo y los resultados presentados en este capítulo fueron publicados en el “*Twelfth International Workshop on Non-Monotonic Reasoning (NMR 2008)*” [TGFS08] y aceptados en la revista “*The Knowledge Engineering Review (KER)*” [TGFS10].

### 3.1. Introducción y motivación

Considere, por ejemplo, el siguiente escenario simplificado. Un agente  $A_v$  quiere viajar a un poblado que se encuentra en una montaña y tiene que tomar una decisión: realizar el viaje (que para simplificar lo representamos con  $\alpha$ ) o no realizar el viaje ( $\neg\alpha$ ). El agente  $A_v$  sabe, por el agente de la oficina de turismo ( $A_t$ ), que si nieva ( $s$ ) el camino al poblado no estará abierto ( $s \rightarrow \neg o$ ).  $A_v$  también sabe que si el camino no está abierto, entonces no realizará el viaje ( $\neg o \rightarrow \neg\alpha$ ) y si el camino está abierto, sí realizará el viaje ( $o \rightarrow \alpha$ ). El agente  $A_v$  también sabe que puede obtener información desde otras fuentes: algún agente  $A_c$  que viene por el camino desde el poblado, un agente  $A_g$  de la estación de servicio, un agente  $A_r$  de un restaurante en el camino, o el informe climático de la radio ( $A_w$ ). Para  $A_v$ ,  $A_c$  es más creíble que  $A_w$ , que este último es más creíble que  $A_t$ , que a su vez es más creíble que  $A_g$  y que  $A_g$  es más creíble que  $A_r$  (*i.e.*,  $A_c > A_w > A_t > A_g > A_r$ )<sup>1</sup>. Luego, supongamos que en la estación de servicio  $A_g$  informa a  $A_v$  que el camino no está abierto y por lo tanto,  $A_v$  revisa sus creencias para tomar en cuenta esta nueva pieza de información. Si luego en el restaurant  $A_r$  informa a  $A_v$  que el camino está abierto, como  $A_r$  es menos creíble que  $A_g$ , luego  $A_v$  debería rechazar la nueva información. En cambio, si  $A_c$  informa a  $A_v$  que el camino está abierto, como  $A_c$  es más creíble que  $A_g$ , luego  $A_v$  debería cambiar sus creencias.

---

<sup>1</sup>Este orden será introducido formalmente en este capítulo.

Como fue detallado en el Capítulo 2, en la literatura, hay varios métodos priorizados estudiados (*e.g.*, *partial meet revision* [AGM85] y *kernel revision* [Han99]). En estos métodos, la nueva información tiene prioridad sobre las creencias en la base del agente receptor. Sin embargo, como se menciona en [FH99] y [FKIS02], en algunos escenarios un método priorizado puede resultar irreal. De esta manera, algunos modelos de revisión de creencias han sido desarrollados permitiendo dos opciones: la nueva información es completamente aceptada o completamente rechazada [Han97a, Mak97, HFCF01, KGP10]. Por ejemplo, si la información viene desde diferentes fuentes, y estas fuentes no son igualmente creíbles, puede ser más adecuado un método no-priorizado. En contraste, si un agente siempre adquiere información desde la misma fuente, entonces puede ser usado un método priorizado.

En este capítulo, desarrollamos un modelo de cambio completo para MSBR donde se define un operador de revisión priorizado y uno no-priorizado. En primer lugar, proponemos un formalismo para representar conocimiento en un SMA; y luego, basado en este formalismo definimos diferentes operadores de cambio para MSBR, tanto para agregar creencias (expansión), quitar creencias (contracción), o mantener consistencia (revisión). Hemos decidido adjuntar a cada creencia un identificador de agente, el cual representa la fuente de la misma. Por ejemplo, continuando con el escenario del camino planteado antes, el agente  $A_v$  podría tener en su conocimiento las siguientes tuplas  $(\neg o, A_g)$  y  $(\neg o \rightarrow \neg \alpha, A_v)$  que representan que el agente  $A_g$  de la estación de servicio informó que el camino está cerrado ( $\neg o$ ), y que el agente  $A_v$  tiene una creencia propia que indica que si el camino no está abierto, entonces no realizará el viaje ( $\neg o \rightarrow \neg \alpha$ ). El agente tendrá además, un orden de credibilidad entre agentes y, basado en este orden, definimos un criterio de comparación entre creencias. De esta manera, por ejemplo la creencia  $\neg o$  del agente  $A_g$  será menos creíble que la creencia  $o$  del agente  $A_c$ . De igual manera, la sentencia  $\alpha$  (deducida a partir de  $(o, o \rightarrow \alpha)$ ) será más creíble que  $\neg \alpha$  (obtenida a partir de  $(\neg o, \neg o \rightarrow \neg \alpha)$ ) si la credibilidad de  $o$  y  $o \rightarrow \alpha$  es mayor que la credibilidad de  $\neg o$  y  $\neg o \rightarrow \neg \alpha$ . En el proceso de revisión, si surge una inconsistencia, el orden de credibilidad será usado para decidir que información prevalece. El operador de contracción está basado en las *kernel contractions* [Han94] y también usa el orden de credibilidad para decidir que información prevalece. Mostramos que el operador de revisión no-priorizado propuesto satisface el principio de mínimo cambio y, además, mostramos que la información entrante puede ser rechazada cuando un agente tiene creencias más creíbles que contradicen la nueva información.

En la literatura, hay otros enfoques que también adjuntan a las creencias de los agentes información que representa su credibilidad: [BDP93], [DGP94], [Can98] y [BDPW02]. Sin embargo, nuestro enfoque difiere de ellos como explicaremos en detalle en el Capítulo 6. A diferencia de nuestro trabajo, hay autores que representan en forma numérica la información adicional. Consideramos que esto representa una limitación para el modelo, ya que de este modo no se podrían representar ordenes parciales entre los informantes; sin embargo, como mostraremos en el Capítulo 4, siguiendo nuestro modelo es posible hacerlo. Además, mostraremos que, de la forma en que representamos las bases de creencias, el orden de un agente podría ser reemplazado o modificado de manera modular sin cambiar su base de creencias y sin afectar los ordenes de otros agentes.

En resumen, en este capítulo se desarrolla en la Sección 3.2 un modelo epistémico para MSBR para el cual se desarrolla una manera racional de pesar las creencias usando un orden de credibilidad entre agentes. En la Sección 3.3 se propone una función de plausibilidad la cual es utilizada en la definición de un criterio para comparar las creencias. Luego en la Sección 3.4 definiremos diferentes operadores que describen un modelo de cambio completo basado en informantes. Estos operadores pueden ser vistos como habilidades agregadas a los agentes para mejorar el razonamiento colectivo de un sistema multi-agente. Para cada uno de ellos damos una definición en forma constructiva y mostramos una caracterización axiomática a través de teoremas de representación. Además, formalmente mostramos que nuestro formalismo cumple con algunos principios reconocidos en la literatura: mínimo cambio, mantenimiento de consistencia y no-priorización. De esta manera, definimos un modelo completo de cambio donde introducimos revisión priorizada y no-priorizada. Todas las pruebas de estos resultados están detalladas en el Apéndice A.

## 3.2. Modelo epistémico para MSBR

En esta sección introducimos un modelo epistémico para *Multi-Source Belief Revision* que está basado en informantes. Luego, basado en las interacciones de los agentes, en las siguientes secciones definiremos operadores de cambio para agregar creencias (expansión), quitar creencias (contracción), y revisar creencias. Note que el modelo AGM [AGM85] representa estados epistémicos por medio de conjuntos de creencias, esto es, conjuntos de sentencias cerrados bajo consecuencia lógica. Otros modelos [Fuh91, Han92b] usan bases

de creencias; *i.e.*, conjuntos arbitrarios de sentencias que no requieren estar clausurados. Nuestro modelo epistémico está basado en una versión adaptada de base de creencias. Esto es, el modelo que presentamos aquí representa el conocimiento de los agentes por medio de bases de creencias con información adicional.

### 3.2.1. Base de creencias con meta-información

Cuando interactúan, los agentes incorporarán la información recibida en sus bases de conocimiento en forma de *objetos de información (information objects)*. Un objeto de información asociará una sentencia con un agente. Para identificar a los agentes introduciremos un conjunto finito de identificadores de agentes que denotamos  $\mathbb{A} = \{A_1, \dots, A_n\}$ .

**Definición 3.1 (Objeto de información)** *Un objeto de información es una tupla  $I = (\alpha, A_i)$ , donde  $\alpha$  es una sentencia de un lenguaje proposicional  $\mathcal{L}$  y  $A_i \in \mathbb{A}$ .*

Los objetos de información son usados para representar la base de creencias de un agente. Observe que el identificador de agente de un objeto de información  $I$  puede ser usado para representar el agente desde el cual la información es recibida, o el agente que ha generado la información. Por ejemplo, considere el agente  $A_v$  mencionado en la introducción de este capítulo que quiere viajar a un poblado en la montaña.  $A_v$  recibe la información que el camino está cerrado de un agente  $A_g$  de la estación de combustible. Luego, el objeto de información que almacenará  $A_v$  es (camino cerrado,  $A_g$ ). En el Capítulo 5, analizaremos diferentes criterios para retransmitir información los cuales determinarán que identificador de agente será usado.

**Definición 3.2 (Base de creencias)** *Sea  $\mathbb{A} = \{A_1, \dots, A_n\}$  un conjunto de identificadores de agentes. Una base de creencias de un agente  $A_i$  ( $1 \leq i \leq n$ ) es un conjunto  $K_{A_i} = \{I_1, \dots, I_k\}$  que contiene objetos de información  $(\alpha, A_j)$  ( $1 \leq j \leq n$ ) recibidos desde otros agentes ( $j \neq i$ ) y creencias propias ( $j = i$ ).*

**Ejemplo 3.1** *Considere el conjunto de identificadores de agentes  $\mathbb{A} = \{A_1, A_2, A_3, A_4\}$  y la base de creencias del agente  $A_1$ ,  $K_{A_1} = \{(\beta, A_1), (\alpha, A_2), (\alpha, A_3), (\alpha \rightarrow \beta, A_4), (\omega, A_3), (\omega \rightarrow \beta, A_4), (\alpha \rightarrow \delta, A_1), (\alpha \rightarrow \delta, A_2), (\delta \rightarrow \beta, A_1), (\gamma, A_3), (\gamma, A_4), (\gamma \rightarrow \epsilon, A_2)\}$ . Observe que  $K_{A_1}$  tiene dos objetos de información con la sentencia  $\alpha$ ; sin embargo, cada uno tiene un identificador de agente diferente.*

El conjunto  $\mathcal{K} = 2^{\mathcal{L} \times \mathbb{A}}$  representará todas las bases de creencias. Consideramos nuevamente el escenario introducido en la Sección 3.1, en el cual el agente  $A_v$  quiere viajar a un poblado en la montaña y tiene que tomar la decisión de realizar el viaje (que para simplificar lo representamos con  $\alpha$ ) o no realizar el viaje ( $\neg\alpha$ ). Habíamos mencionado que  $A_v$  sabe, por el agente de la oficina de turismo ( $A_t$ ), que si nieva ( $s$ ) el camino al poblado no estará abierto ( $s \rightarrow \neg o$ ). Además,  $A_v$ , reconoce él mismo, que si el camino no está abierto, entonces no realizará el viaje ( $\neg o \rightarrow \neg\alpha$ ) y si el camino está abierto, sí realizará el viaje ( $o \rightarrow \alpha$ ). De esta manera,  $K_{A_v} = \{(s \rightarrow \neg o, A_t), (\neg o \rightarrow \neg\alpha, A_v), (o \rightarrow \alpha, A_v)\}$ . A continuación, son introducidas dos funciones auxiliares para obtener el conjunto de sentencias o el conjunto de agentes que pertenecen a una base de creencias  $K \in \mathcal{K}$ .

**Definición 3.3 (Función sentencia)** *La función sentencia  $Sen$  ( $Sen : \mathcal{K} \rightarrow 2^{\mathcal{L}}$ ) es una función tal que para una base de creencias  $K \in \mathcal{K}$ ,  $Sen(K) = \{\alpha : (\alpha, A_i) \in K\}$ .*

En nuestra propuesta, cada agente  $A \in \mathbb{A}$  tendrá una base de creencias consistente  $K_A$ . Una base de creencias  $K_A$  es consistente si  $Cn(Sen(K_A))$  es consistente.

**Definición 3.4 (Función identificador de agente)** *La función identificador de agente  $Ag$  ( $Ag : \mathcal{K} \rightarrow 2^{\mathbb{A}}$ ) es una función tal que para una base de creencias  $K \in \mathcal{K}$ ,  $Ag(K) = \{A_i : (\alpha, A_i) \in K\}$ .*

**Ejemplo 3.2** *Considere la base de creencias  $K_{A_1}$  del Ejemplo 3.1. Luego,*

- $Sen(K_{A_1}) = \{\beta, \alpha, \alpha \rightarrow \beta, \omega, \omega \rightarrow \beta, \alpha \rightarrow \delta, \delta \rightarrow \beta, \gamma, \gamma \rightarrow \epsilon\}$ .
- $Ag(K_{A_1}) = \{A_1, A_2, A_3, A_4\}$ .

El identificador de agente de un objeto de información puede ser usado para evaluar la veracidad de la información recibida. En nuestro enfoque, una función de valoración (*assessment*) es usada para representar la credibilidad que cada agente asigna a otros agentes. Para definir esta valoración, usamos un conjunto de etiquetas de credibilidad  $\mathcal{C} = \{c_1, \dots, c_k\}$  (comunes a todos los agentes) con un orden  $\prec_c$  tal que para todo  $c_1, c_2, c_3 \in \mathcal{C}$ :

- si  $c_1 \prec_c c_2$  y  $c_2 \prec_c c_3$  luego  $c_1 \prec_c c_3$ ;

- $c_1 \prec_c c_2$  o  $c_2 \prec_c c_1$ ;
- no se cumple  $c_1 \prec_c c_1$ ; y
- si  $c_1 \prec_c c_2$ , luego  $c_2 \prec_c c_1$  no se cumple.

Esto es, siguiendo [Hei10], asumimos un orden total irreflexivo (también conocido como orden total estricto).

**Definición 3.5 (Assessment)** *Sea  $\mathbb{A} = \{A_1, \dots, A_n\}$  un conjunto de identificadores de agentes y  $\mathcal{C} = \{c_1, \dots, c_k\}$  un conjunto de etiquetas de credibilidad. Un assessment  $c_{A_i}$  para el agente  $A_i$  es una función  $c_{A_i} : \mathbb{A} \rightarrow \mathcal{C}$  que asigna un valor de credibilidad desde  $\mathcal{C}$  a cada agente  $A_j \in \mathbb{A}$ .*

Es importante destacar, que el conjunto de etiquetas de credibilidad  $\mathcal{C}$  es el mismo para todos los agentes del sistema. Sin embargo, cada agente tendrá su propio assessment y diferentes agentes pueden tener diferentes assessments.

**Ejemplo 3.3** *Considere el conjunto de identificadores de agentes  $\mathbb{A} = \{A_1, A_2, A_3, A_4\}$  y el conjunto de etiquetas de credibilidad  $\mathcal{C} = \{c_1, c_2, c_3, c_4, c_5, c_6\}$ , donde  $c_1 \prec_c c_2 \prec_c c_3 \prec_c c_4 \prec_c c_5 \prec_c c_6$ . Los agentes de  $\mathbb{A}$  pueden tener los siguientes assessments:*

$$A_1 : c_{A_1}(A_1) = c_1, c_{A_1}(A_2) = c_2, c_{A_1}(A_3) = c_2 \text{ y } c_{A_1}(A_4) = c_3.$$

$$A_2 : c_{A_2}(A_1) = c_2, c_{A_2}(A_2) = c_2, c_{A_2}(A_3) = c_2 \text{ y } c_{A_2}(A_4) = c_2.$$

$$A_3 : c_{A_3}(A_1) = c_4, c_{A_3}(A_2) = c_3, c_{A_3}(A_3) = c_2 \text{ y } c_{A_3}(A_4) = c_1.$$

$$A_4 : c_{A_4}(A_1) = c_4, c_{A_4}(A_2) = c_3, c_{A_4}(A_3) = c_2 \text{ y } c_{A_4}(A_4) = c_1.$$

*Observe que para el agente  $A_2$  todos los agentes tienen la misma credibilidad, para el agente  $A_3$  todos los agentes tienen diferente credibilidad, y los agentes  $A_3$  y  $A_4$  tiene el mismo assessment.*

En el caso del agente  $A_v$  que quiere viajar a un poblado en la montaña, como supusimos que  $A_v$  considera más creíble al agente  $A_c$  (que viene del poblado) que el agente  $A_g$  (de una estación de combustible), entonces la función de assessment  $c_{A_v}$  del agente  $A_v$  retornará  $c_{A_v}(A_g) = c_3$  y  $c_{A_v}(A_c) = c_6$  donde  $c_3 \prec_c c_6$ .

Una ventaja adicional de esta aproximación, es que el assessment de un agente podría ser reemplazado o modificado de manera modular sin cambiar su base de creencias y sin afectar los assessments de otros agentes. De esta manera, cada agente puede definir un orden de credibilidad sobre el conjunto  $\mathbb{A}$  basado en su propio *assessment*.

**Definición 3.6 (Orden de credibilidad entre agentes)** *Un orden de credibilidad entre agentes para un agente  $A_i$ , denotado por ' $\leq_{C_o}^{A_i}$ ', es un orden total sobre  $\mathbb{A}$  donde  $A_1 \leq_{C_o}^{A_i} A_2$  significa que de acuerdo a  $A_i$ ,  $A_2$  es al menos tan creíble que  $A_1$ , y se cumple si  $c_{A_i}(A_1) \prec_c c_{A_i}(A_2)$  or  $c_{A_i}(A_1) = c_{A_i}(A_2)$ . La relación estricta  $A_1 <_{C_o}^{A_i} A_2$ , denotando que  $A_2$  es estrictamente más creíble que  $A_1$ , es definida como  $A_1 \leq_{C_o}^{A_i} A_2$  y  $A_2 \not\leq_{C_o}^{A_i} A_1$ . Además,  $A_1 =_{C_o}^{A_i} A_2$  significa que  $A_1$  es tan creíble como  $A_2$ , y se cumple cuando  $A_1 \leq_{C_o}^{A_i} A_2$  y  $A_2 \leq_{C_o}^{A_i} A_1$ .*

Note que, el orden de credibilidad entre agentes es total porque está basado en la definición de *assessment*, el cual asigna una etiqueta de credibilidad a cada identificador de agente, estando estas etiquetas totalmente ordenadas. De esta manera, como ' $\leq_{C_o}^{A_i}$ ' es un orden total sobre  $\mathbb{A}$ , para todo  $A_1, A_2, A_3 \in \mathbb{A}$  se cumple:

- Reflexividad:  $A_1 \leq_{C_o}^{A_i} A_1$ .
- Totalidad:  $A_1 \leq_{C_o}^{A_i} A_2$  o  $A_2 \leq_{C_o}^{A_i} A_1$ .
- Transitividad: si  $A_1 \leq_{C_o}^{A_i} A_2$  y  $A_2 \leq_{C_o}^{A_i} A_3$ , entonces  $A_1 \leq_{C_o}^{A_i} A_3$ .
- Antisimetría: si  $A_1 \leq_{C_o}^{A_i} A_2$  y  $A_2 \leq_{C_o}^{A_i} A_1$ , entonces  $A_1 =_{C_o}^{A_i} A_2$ .

**Ejemplo 3.4** *Considere el conjunto de identificadores de agentes  $\mathbb{A} = \{A_1, A_2, A_3, A_4\}$  y el conjunto de etiquetas de credibilidad  $\mathcal{C} = \{c_1, c_2, c_3\}$ , donde  $c_1 \prec_c c_2 \prec_c c_3$ . Suponga que de acuerdo al assessment del agente  $A_1$ ,  $c_{A_1}(A_1) = c_1$ ,  $c_{A_1}(A_2) = c_2$ ,  $c_{A_1}(A_3) = c_2$  y  $c_{A_1}(A_4) = c_3$ . Luego, el orden de credibilidad, de acuerdo a  $A_1$ , es:  $A_1 \leq_{C_o}^{A_1} A_2$ ,  $A_1 \leq_{C_o}^{A_1} A_3$ ,  $A_1 \leq_{C_o}^{A_1} A_4$ ,  $A_2 \leq_{C_o}^{A_1} A_3$ ,  $A_3 \leq_{C_o}^{A_1} A_2$ ,  $A_2 \leq_{C_o}^{A_1} A_4$ , y  $A_3 \leq_{C_o}^{A_1} A_4$ . Por lo tanto,  $A_1 <_{C_o}^{A_1} A_2 =_{C_o}^{A_1} A_3 <_{C_o}^{A_1} A_4$ .*

Si consideramos el agente  $A_v$  que quiere viajar a un poblado en la montaña, y su función de assessment  $c_{A_v}$ , mencionada anteriormente, donde  $c_{A_v}(A_g) = c_3$  y  $c_{A_v}(A_c) = c_6$  con  $c_3 \prec_c c_6$ , entonces  $A_g <_{C_o}^{A_v} A_c$  de acuerdo a  $A_v$ .

La información recibida por un agente puede ser contradictoria con sus creencias actuales. Por ejemplo, considere otra vez la base de creencias ( $K_{A_1}$ ) del Ejemplo 3.1, donde  $Sen(K_{A_1}) \vdash \beta$  (observe que hay varias derivaciones para  $\beta$ ). Suponga ahora que el agente  $A_1$  recibe el objeto de información  $I = (\neg\beta, A_4)$ . Es claro que agregar  $(\neg\beta, A_4)$  a  $K_{A_1}$  producirá una base de creencias inconsistente. Por lo tanto, el agente tiene que decidir si rechazar  $(\neg\beta, A_4)$  o quitar  $\beta$ . En nuestro enfoque, el orden de credibilidad ' $\leq_{C_o}^{A_i}$ ' será usado para decidir que información prevalece. Si la nueva información prevalece, entonces el agente tiene que quitar  $\beta$ . Para hacer esto, una versión adaptada de *Kernel contractions* (ver Sección 2.2.3) será introducida donde todos los subconjuntos minimales de  $K_{A_1}$  que derivan  $\beta$  serán considerados.

Como hemos visto en el Capítulo 2, las *kernel contractions* fueron introducidas en [Han94] y están basadas en una selección entre las sentencias que son relevantes para derivar la sentencia a ser quitada. Note que las *kernel contractions* son una generalización de las *safe contractions* propuestas en [AM85]. Para realizar una contracción, las *kernel contractions* usan funciones de incisión las cuales cortan en los subconjuntos minimales que derivan la información a ser quitada. Por lo tanto, adaptaremos la definición de  $\alpha$ -kernel a nuestro modelo epistémico el cual será usado debajo para definir un criterio de comparación entre sentencias (llamado plausibilidad) y para definir funciones de incisión.

**Definición 3.7 ( $\alpha$ -kernel)** *Sea  $K \in \mathcal{K}$  y  $\alpha \in \mathcal{L}$ . Luego,  $H$  es un  $\alpha$ -kernel de  $K$  si y solo si*

1.  $H \subseteq K$ .
2.  $Sen(H) \vdash \alpha$ .
3. si  $H' \subset H$ , entonces  $Sen(H') \not\vdash \alpha$ .

Note que un  $\alpha$ -kernel es un conjunto minimal de tuplas de  $K$  que deriva  $\alpha$ . El conjunto de  $\alpha$ -kernels de  $K$  es denotado  $K^\perp \alpha$  y se llama *kernel set* [Han94].

**Ejemplo 3.5** *Considere la base de creencias  $K_{A_1}$  del Ejemplo 3.1. El conjunto de  $\beta$ -kernels de la base de creencias de  $A_1$  es:  $K_{A_1}^\perp \beta = \{H_a, H_b, H_c, H_d, H_e, H_f, H_g, H_h\}$ , donde*

$$H_a = \{(\beta, A_1)\},$$

$$H_b = \{(\alpha, A_2), (\alpha \rightarrow \beta, A_4)\},$$

$$H_c = \{(\alpha, A_3), (\alpha \rightarrow \beta, A_4)\},$$

$$H_d = \{(\omega, A_3), (\omega \rightarrow \beta, A_4)\},$$

$$H_e = \{(\alpha, A_2), (\alpha \rightarrow \delta, A_1), (\delta \rightarrow \beta, A_1)\},$$

$$H_f = \{(\alpha, A_3), (\alpha \rightarrow \delta, A_1), (\delta \rightarrow \beta, A_1)\},$$

$$H_g = \{(\alpha, A_2), (\alpha \rightarrow \delta, A_2), (\delta \rightarrow \beta, A_1)\} \text{ and}$$

$$H_h = \{(\alpha, A_3), (\alpha \rightarrow \delta, A_2), (\delta \rightarrow \beta, A_1)\}.$$

### 3.2.2. Base compactada

Una base de creencias puede contener la misma sentencia en más de un objeto de información con diferentes identificadores de agente. En el Ejemplo 3.1  $\{(\alpha, A_2), (\alpha, A_3)\} \subseteq K_{A_1}$ . Desde el punto de vista de los objetos de información, no hay redundancia debido al hecho que cada objeto de información representa diferentes informantes. Si  $(\alpha, A_2)$  y  $(\alpha, A_3)$  pertenecen a  $K_{A_1}$ , esto representa que la sentencia  $\alpha$  fue informada por dos agentes, de los cuales uno de ellos puede ser más creíble de acuerdo a ' $\leq_{C_o}^{A_1}$ '.

De esta manera, en una base de creencias la misma sentencia puede estar en varios objetos de información (con diferentes identificadores de agentes). Esta representación tiene como ventaja adicional que, si el assessment de un agente es cambiado y la credibilidad de un agente particular es incrementada, entonces todas las sentencias asociadas a este agente automáticamente tienen más credibilidad.

Como se verá más adelante, dada una base de creencias  $K_{A_i}$ , una base de creencias compactada  $K'_{A_i}$  pueda ser obtenida; donde solamente se mantiene una única tupla para cada sentencia de  $Sen(K_{A_i})$  con el identificador de agente más creíble según ' $\leq_{C_o}^{A_i}$ '. A estas las llamamos bases compactadas porque, a los efectos de ciertos cálculos, representa la misma información que la base original, pero tiene menos elementos. Más abajo veremos que, las bases compactadas pueden hacer más eficiente la construcción de los cambios si se computan los *kernels* desde ellas.

A continuación, es introducida una función que dada una base de creencias, retorna una base compactada (Definition 3.10). Esta función necesita conocer cual es el agente asociado más creíble con respecto a una sentencia dada, y este es retornado por la *función agente top*.

**Definición 3.8 (Función agente top)** La función agente top,  $Top : \mathcal{L} \times \mathcal{K} \rightarrow 2^{\mathbb{A}}$ , es una función tal que para una base de creencias  $K_{A_i} \in \mathcal{K}$  y una sentencia  $\alpha \in Sen(K_{A_i})$ ,  $Top(\alpha, K_{A_i}) = \{A_k : (\alpha, A_k) \in K_{A_i} \text{ y para todo } (\alpha, A_j) \in K_{A_i}, A_j \leq_{C_o}^{A_i} A_k\}$ .

Asumimos que hay una función (ver Definition 3.9) que basada en una política<sup>2</sup> dada, devuelve un único identificador de agente desde un conjunto de identificadores de agentes para los cuales el assessment asigna la misma etiqueta. Por ejemplo, la política podría estar basada en el orden lexicográfico entre los identificadores de agentes -  $A_1$  es menor que  $A_2$ .

**Definición 3.9 (Función selección)** La función selección de un agente  $A_i$ ,  $\mathcal{S}_{A_i} : 2^{\mathbb{A}} \rightarrow \mathbb{A}$ , es una función tal que para un conjunto de identificadores de agentes con igual credibilidad con respecto al assessment de  $A_i$ , retorna un único identificador de agente basado en una política dada.

**Definición 3.10 (Función base compacta)** La función base compacta ( $Compact : \mathcal{K} \rightarrow \mathcal{K}$ ) es una función tal que para una base de creencias  $K_{A_i} \in \mathcal{K}$ :

$$Compact(K_{A_i}) = \{(\alpha, A_j) : (\alpha, A_j) \in K_{A_i} \text{ and } A_j = \mathcal{S}_{A_i}(Top(\alpha, K_{A_i}))\}$$

Para simplificar la notación utilizamos  $K_{A_i}^\uparrow$  en vez de  $Compact(K_{A_i})$ .

**Ejemplo 3.6** Considere otra vez el agente  $A_1$  del Ejemplo 3.1, donde

$K_{A_1} = \{(\beta, A_1), (\alpha, A_2), (\alpha, A_3), (\alpha \rightarrow \beta, A_4), (\omega, A_3), (\omega \rightarrow \beta, A_4), (\alpha \rightarrow \delta, A_1), (\alpha \rightarrow \delta, A_2), (\delta \rightarrow \beta, A_1), (\gamma, A_3), (\gamma, A_4), (\gamma \rightarrow \epsilon, A_2)\}$ , y considere el orden de credibilidad entre agentes de acuerdo a  $A_1$  del Ejemplo 3.4,  $A_1 <_{C_o}^{A_1} A_2 =_{C_o}^{A_1} A_3 <_{C_o}^{A_1} A_4$ . Luego,

- El agente top para la sentencia  $\gamma$  en la base  $K_{A_1}$  es:

$$Top(\gamma, K_{A_1}) = \{A_4\} \text{ y } Top(\alpha \rightarrow \delta, K_{A_1}) = \{A_2\}.$$

- Los agentes top para la sentencia  $\alpha$  en la base  $K_{A_1}$  es:

$$Top(\alpha, K_{A_1}) = \{A_2, A_3\}.$$

---

<sup>2</sup>Una política puede ser vista como una decisión de diseño.

- La función de selección sobre  $(A_2, A_3)$  elige:

$\mathcal{S}_{A_1}(\{A_2, A_3\}) = A_2$  donde la política adoptada está basada en un orden lexicográfico entre los identificadores de agentes.

- La base de creencias compactada de  $K_{A_1}$  es:

$$K_{A_1}^\uparrow = \{(\beta, A_1), (\alpha, A_2), (\alpha \rightarrow \beta, A_4), (\omega, A_3), (\omega \rightarrow \beta, A_4),\} \cup \\ \cup \{(\alpha \rightarrow \delta, A_2), (\delta \rightarrow \beta, A_1), (\gamma, A_4), (\gamma \rightarrow \epsilon, A_2)\}$$

- El kernel set de la sentencia  $\beta$  a partir de la base compactada  $K_{A_1}$  es:

$$K_{A_1}^\uparrow \perp\!\!\!\perp \beta = \{H_a, H_b, H_d, H_g\} \text{ donde}$$

$$H_a = \{(\beta, A_1)\},$$

$$H_b = \{(\alpha, A_2), (\alpha \rightarrow \beta, A_4)\},$$

$$H_d = \{(\omega, A_3), (\omega \rightarrow \beta, A_4)\}, \text{ and}$$

$$H_g = \{(\alpha, A_2), (\alpha \rightarrow \delta, A_2), (\delta \rightarrow \beta, A_1)\}.$$

Es importante notar que a partir de las Definiciones 3.3, 3.7 , 3.8 y 3.10, se deduce sencillamente la siguiente proposición, que establece que una base compactada siempre está contenida en su base original, que el conjunto de sentencias de una base compactada es igual al conjunto de sentencias de su base original, y que el conjunto de  $\alpha$ -kernels de una base compactada siempre está contenido en el conjunto de  $\alpha$ -kernels de su base original.

**Proposición 3.1** Sea  $K_{A_i} \in \mathcal{K}$ , entonces se cumple que:  $K_{A_i}^\uparrow \subseteq K_{A_i}$ ,  $Sen(K_{A_i}^\uparrow) = Sen(K_{A_i})$ , y  $K_{A_i}^\uparrow \perp\!\!\!\perp \alpha \subseteq K_{A_i} \perp\!\!\!\perp \alpha$ .

A continuación será explicado informalmente como llegar a la proposición anterior. Considere  $\alpha \in \mathcal{L}$  y  $\beta \in Sen(K_{A_i})$  tal que  $\beta$  está en  $m$  tuplas de  $K_{A_i}$  ( $m > 1$ ). Luego  $K_{A_i}^\uparrow \subset K_{A_i}$ . Si  $X \in K_{A_i}^\uparrow \perp\!\!\!\perp \alpha$  y  $\beta \in Sen(X)$ , entonces en  $K_{A_i} \perp\!\!\!\perp \alpha$  habrá al menos  $m$   $\alpha$ -kernels que difieren sólo en el identificador de agente de la tupla en la cual está  $\beta$ . Sin embargo, como  $K_{A_i}^\uparrow$  tiene solamente una tupla conteniendo a  $\beta$ , luego  $K_{A_i}^\uparrow \perp\!\!\!\perp \alpha \subset K_{A_i} \perp\!\!\!\perp \alpha$ . En la siguiente sección, probaremos que es equivalente computar la plausibilidad de una sentencia tanto con  $K_{A_i}^\uparrow$  o con  $K_{A_i}$ .

### 3.3. Función de plausibilidad

Como hemos mencionado arriba, cuando un agente  $A_i$  recibe un objeto de información que es inconsistente con su base de creencias (*e.g.*, recibe  $(\neg\beta, A_4)$  y se cumple que  $Sen(K_{A_i}) \vdash \beta$ ), luego el orden de credibilidad entre agentes ' $\leq_{C_o}^{A_i}$ ' será usado para decidir que sentencia prevalece. Note que una sentencia puede tener mas de una derivación desde una base de creencias dada. Por lo tanto, un orden de comparación entre sentencias (llamado *Plausibilidad*) será definido. Esto es, si  $\alpha$  y  $\beta$  son sentencias, la notación  $\alpha \preceq_{K_{A_i}} \beta$  representará lo siguiente: para el agente  $A_i$ ,  $\beta$  es al menos tan plausible como  $\alpha$  relativo a su assessment  $c_{A_i}$  y su base de creencias  $K_{A_i}$ . La plausibilidad de una sentencia será usada para definir los operadores de contracción y revisión.

El concepto de plausibilidad está relacionado a *importancia epistémica* (*epistemic entrenchment*) [GM88] aunque los ordenes de importancia epistémica estén estructurados en una manera muy específica, y nosotros apliquemos la plausibilidad sobre bases de creencias en vez de conjuntos de creencias. De acuerdo a [Gär92a], "...algunas sentencias en un sistema de creencias tienen un grado más alto de importancia epistémica que otras... La idea que guía la construcción es que cuando un conjunto de creencias  $\mathbf{K}$  es revisado o contraído, las sentencias en  $\mathbf{K}$  que son eliminadas son aquellas que tienen el grado más bajo de importancia epistémica".

La siguiente función caracteriza todas las sentencias que pueden ser deducidas desde una base de creencias.

**Definición 3.11 (Función creencias)** La función creencias,  $Bel : \mathcal{K} \rightarrow 2^{\mathcal{L}}$ , es una función tal que para una base de creencias  $K \in \mathcal{K}$ ,  $Bel(K) = \{\alpha : \alpha \in \mathcal{L} \text{ y } Sen(K) \vdash \alpha\}$ .

Da manera similar a la Proposición 3.1, note que a partir de las Definiciones 3.8, 3.10 y 3.11, se deduce en forma sencilla la siguiente proposición.

**Proposición 3.2** Sea  $K_{A_i} \in \mathcal{K}$ , se cumple que  $Bel(K_{A_i}^\uparrow) = Bel(K_{A_i})$ .

Para computar la plausibilidad de una sentencia  $\beta$ , todas sus pruebas tienen que ser analizadas. Como adoptamos una actitud cauta, de cada  $\beta$ -kernel consideraremos aquellas tuplas que tienen los identificadores de agentes menos creíbles. Debajo son introducidas dos funciones auxiliares, la primera recibe como entrada una base de creencias y retorna los

objetos de información que tienen asociados los identificadores de agentes menos creíbles; y la segunda, de manera similar a la anterior, retorna los objetos de información cuyos identificadores de agentes asociados son los más creíbles.

**Definición 3.12 (Función fuentes menos creíbles)** *La función  $min : \mathcal{K} \rightarrow 2^{\mathcal{K}}$ , es una función tal que para una base de creencias  $K_{A_i} \in \mathcal{K}$ ,  $min(K_{A_i}) = \{(\alpha, A_k) : (\alpha, A_k) \in K_{A_i} \text{ y para todo } (\delta, A_j) \in K_{A_i}, A_k \leq_{C_o}^{A_i} A_j\}$ .*

**Definición 3.13 (Función fuentes más creíbles)** *La función  $max : \mathcal{K} \rightarrow 2^{\mathcal{K}}$ , es una función tal que para una base de creencias  $K_{A_i} \in \mathcal{K}$ ,  $max(K_{A_i}) = \{(\alpha, A_k) : (\alpha, A_k) \in K_{A_i} \text{ y para todo } (\delta, A_j) \in K_{A_i}, A_j \leq_{C_o}^{A_i} A_k\}$ .*

**Ejemplo 3.7** *Considere el conjunto de identificadores de agentes  $\mathbb{A} = \{A_1, A_2, A_3\}$  y el orden de credibilidad del agente  $A_1$ :  $A_1 <_{C_o}^{A_1} A_2 <_{C_o}^{A_1} A_3$ . Sea  $K_{A_1} = \{(\alpha, A_1), (\alpha, A_2), (\beta, A_1), (\gamma, A_1), (\alpha \rightarrow \gamma, A_3)\}$  la base de creencias de  $A_1$ . Luego,*

- $min(K_{A_1}) = \{(\alpha, A_1), (\beta, A_1), (\gamma, A_1)\}$ .
- $max(K_{A_1}) = \{(\alpha \rightarrow \gamma, A_3)\}$ .

A continuación, basado en el criterio de comparación de agentes ' $\leq_{C_o}^{A_i}$ ', definiremos un criterio de comparación entre sentencias de  $Bel(K_{A_i})$ . Primero, introducimos la función  $Pl(\alpha, K_{A_i})$  que dada una sentencia  $\alpha \in Bel(K_{A_i})$ , retorna un identificador de agente que representa la plausibilidad de  $\alpha$  con respecto al assessment del agente  $A_i$ . Luego, basado en la función  $Pl$ , en la Definición 3.15, introduciremos un criterio de comparación  $\preceq_{K_{A_i}}$  entre sentencias de  $Bel(K_{A_i})$ .

**Definición 3.14 (Función plausibilidad)** *La función plausibilidad,  $Pl : \mathcal{L} \times \mathcal{K} \rightarrow \mathbb{A}$ , es una función tal que dada una base de creencias  $K_{A_i} \in \mathcal{K}$  y una sentencia  $\alpha \in Bel(K_{A_i})$ :*

$$Pl(\alpha, K_{A_i}) = \mathcal{S}_{A_i}(Ag(max(\bigcup_{X \in K_{A_i}^{\uparrow} \perp \alpha} min(X))))$$

Observe que la función  $max$  puede retornar más de un identificador de agente, por lo tanto  $Pl$  usa la función de selección  $\mathcal{S}_{A_i}$  de la Definición 3.9 que retorna sólo un identificador. Note también que puede darse el caso en el cual  $(\gamma, A_1) \in K_{A_1}$  y  $Pl(\gamma, K_{A_1}) \neq A_1$ . Por ejemplo, considere el Ejemplo 3.7, allí  $Pl(\alpha, K_{A_1}) = A_2$ ,  $Pl(\beta, K_{A_1}) = A_1$  y  $Pl(\gamma, K_{A_1}) = A_2$ .

**Definición 3.15 (Criterio de plausibilidad)** Sea  $K_{A_i} \in \mathcal{K}$  la base de creencias del agente  $A_i$  y sea  $\{\alpha, \beta\} \subseteq \text{Bel}(K_{A_i})$ , luego  $\alpha \preceq_{K_{A_i}} \beta$  si y sólo si se cumple que  $Pl(\alpha, K_{A_i}) \leq_{C_o}^{A_i} Pl(\beta, K_{A_i})$ .

De esta manera, la noción  $\alpha \preceq_{K_{A_i}} \beta$  representará: “para el agente  $A_i$ ,  $\beta$  es al menos tan plausible como  $\alpha$ ”. La relación estricta  $\alpha \prec_{K_{A_i}} \beta$ , representa “ $\beta$  es más plausible que  $\alpha$ ”, y es definida como  $\alpha \preceq_{K_{A_i}} \beta$  y  $\beta \not\preceq_{K_{A_i}} \alpha$ . Más aún,  $\alpha \simeq_{K_{A_i}} \beta$  significa que  $\alpha$  es tan plausible como  $\beta$ , y se cumple cuando  $\alpha \preceq_{K_{A_i}} \beta$  y  $\beta \preceq_{K_{A_i}} \alpha$ . Desde la definición previa podemos observar que la plausibilidad de las sentencias heredan las propiedades del *orden de credibilidad entre agentes* ( $\preceq_{K_{A_i}}$  es un orden total sobre  $\mathcal{L}$ ). Además, note que la relación  $\preceq_{K_{A_i}}$  está solamente definida con respecto a una base  $K_{A_i}$  (diferentes bases de creencias pueden estar asociadas con diferentes ordenes de plausibilidad).

**Ejemplo 3.8** Considere el conjunto  $\mathbb{A} = \{A_1, A_2, A_3\}$ . Suponga que el agente  $A_2$  tiene la siguiente base de creencias  $K_{A_2} = \{(\alpha, A_1), (\beta, A_2), (\gamma, A_3)\}$  y de acuerdo a  $A_2$  el orden de credibilidad es  $A_1 <_{C_o}^{A_2} A_2 <_{C_o}^{A_2} A_3$ . Además, suponga que el agente  $A_3$  tiene la siguiente base de creencias  $K_{A_3} = \{(\alpha, A_1), (\beta, A_3), (\gamma, A_2)\}$  y el mismo orden de credibilidad que  $A_2$ ,  $A_1 <_{C_o}^{A_3} A_2 <_{C_o}^{A_3} A_3$ . Luego, para ambos agentes,  $\beta$  es más plausible que  $\alpha$  (i.e.,  $\alpha \prec_{K_{A_2}} \beta$  y  $\alpha \prec_{K_{A_3}} \beta$ ). Sin embargo, para  $A_2$ ,  $\gamma$  es más plausible que  $\beta$  ( $\beta \prec_{K_{A_2}} \gamma$ ) mientras que para  $A_3$ ,  $\beta$  es más plausible que  $\gamma$  ( $\gamma \prec_{K_{A_3}} \beta$ ). En este ejemplo  $A_2$  y  $A_3$  tienen el mismo assessment y  $\text{Sen}(K_{A_2}) = \text{Sen}(K_{A_3})$  pero sus creencias tienen diferentes agentes asociados. Es claro que dos agentes con la misma base de creencias pero diferentes ordenes de credibilidad producen diferentes ordenes de plausibilidad. Por ejemplo, considere  $K_{A_1} = K_{A_2}$  y  $A_2 <_{C_o}^{A_1} A_1 <_{C_o}^{A_1} A_3$  luego  $\alpha \prec_{K_{A_2}} \beta$  pero  $\beta \prec_{K_{A_1}} \alpha$ .

El siguiente ejemplo muestra como la plausibilidad de una sentencia puede ser computada desde un conjunto de kernels obtenido desde una base de creencias compactada.

**Ejemplo 3.9** Considere otra vez el Ejemplo 3.1, donde la base de creencias de  $A_1$  es  $K_{A_1} = \{(\beta, A_1), (\alpha, A_2), (\alpha, A_3), (\alpha \rightarrow \beta, A_4), (\omega, A_3), (\omega \rightarrow \beta, A_4), (\alpha \rightarrow \delta, A_1), (\alpha \rightarrow \delta, A_2), (\delta \rightarrow \beta, A_1), (\gamma, A_3), (\gamma, A_4), (\gamma \rightarrow \epsilon, A_2)\}$ , y considere el orden de credibilidad entre agentes de acuerdo al agente  $A_1$  del Ejemplo 3.4,  $A_1 <_{C_o}^{A_1} A_2 =_{C_o}^{A_1} A_3 <_{C_o}^{A_1} A_4$ . Luego, suponga que el agente  $A_1$  necesita computar la plausibilidad de  $\beta$ . Para hacer dicho cómputo,  $A_1$  hará los siguientes pasos.

- En primer lugar hay que obtener los subconjuntos minimales que derivan  $\beta$  de la base de creencias compactada  $K_{A_1} (K_{A_1}^{\uparrow \perp\perp} \beta)$ . A partir del Ejemplo 3.6 podemos ver que:

$$K_{A_1}^{\uparrow \perp\perp} \beta = \{H_a, H_b, H_d, H_g\} \text{ donde}$$

$$H_a = \{(\beta, A_1)\},$$

$$H_b = \{(\alpha, A_2), (\alpha \rightarrow \beta, A_4)\},$$

$$H_d = \{(\omega, A_3), (\omega \rightarrow \beta, A_4)\}, \text{ y}$$

$$H_g = \{(\alpha, A_2), (\alpha \rightarrow \delta, A_2), (\delta \rightarrow \beta, A_1)\}.$$

- Luego, hay que aplicar ‘min’ a cada  $\beta$ -kernel  $\in K_{A_1}^{\uparrow \perp\perp} \beta$ :
 
$$\begin{aligned} \min(H_a) &= \{(\beta, A_1)\} & \min(H_d) &= \{(\omega, A_3)\} \\ \min(H_b) &= \{(\alpha, A_2)\} & \min(H_g) &= \{(\delta \rightarrow \beta, A_1)\} \end{aligned}$$
- Después, hay que aplicar ‘max’ a la unión de todos los conjuntos obtenidos en el paso anterior.

$$\max(\{(\beta, A_1), (\alpha, A_2), (\omega, A_3), (\delta \rightarrow \beta, A_1)\}) = \{(\alpha, A_2), (\omega, A_3)\}.$$

- Una vez realizado lo anterior, hay que obtener desde las tuplas del paso previo, el conjunto de identificadores de agentes que ellas contienen:

$$Ag(\{(\alpha, A_2), (\omega, A_3)\}) = \{A_2, A_3\}.$$

- Finalmente, hay que obtener desde el conjunto de identificadores de agentes del paso previo, un único identificador de agente basado en una política dada. Por ejemplo, si la política es el orden lexicográfico entre identificadores de agentes, entonces  $\mathcal{S}_{A_1}(\{A_2, A_3\}) = A_2$ .

Por lo tanto,  $Pl(\beta, K_{A_1}) = A_2$ .

Considere nuevamente el escenario simplificado enunciado en la Sección 3.1, donde un agente  $A_v$  quiere viajar a un poblado que se encuentra en una montaña. Como hemos mencionado antes,  $A_v$  puede obtener información desde: un agente  $A_t$  de la oficina de turismo, algún agente  $A_c$  que viene por el camino desde el poblado, un agente  $A_g$  de la estación de servicio, un agente  $A_r$  de un restaurante en el camino, o el informe climático de la radio ( $A_w$ ). Supongamos nuevamente que el orden de credibilidad entre estos agentes

según  $A_v$  es  $A_v <_{C_o}^{A_v} A_r <_{C_o}^{A_v} A_g <_{C_o}^{A_v} A_t <_{C_o}^{A_v} A_w <_{C_o}^{A_v} A_c$ . Como habíamos mencionado antes,  $A_v$  sabe, por el agente de la oficina de turismo ( $A_t$ ), que si nieva ( $s$ ) el camino al poblado no estará abierto ( $s \rightarrow \neg o$ ). Además,  $A_v$  reconoce él mismo que si el camino está abierto, sí realizará el viaje ( $o \rightarrow \alpha$ ); sin embargo, sabe que si el camino no está abierto, entonces no realizará el viaje ( $\neg o \rightarrow \neg \alpha$ ) por que lo asegura  $A_g$ . Supongamos ahora que,  $A_v$  también sabe por el informe climático de la radio ( $A_w$ ) que está nevando ( $s$ ) en el camino al poblado, y por  $A_r$  sabe que el camino está cerrado ( $\neg o$ ). De esta manera,  $K_{A_v} = \{(\neg o, A_r), (s, A_w), (s \rightarrow \neg o, A_t), (\neg o \rightarrow \neg \alpha, A_g), (o \rightarrow \alpha, A_v)\}$ . Como  $A_v$  tiene que tomar la decisión de realizar el viaje ( $\alpha$ ) o no realizar el viaje ( $\neg \alpha$ ), desea obtener la plausibilidad de  $\neg \alpha$ . Note que  $K_{A_v}^\uparrow \perp \neg \alpha = \{\{(s, A_w), (s \rightarrow \neg o, A_t), (\neg o \rightarrow \neg \alpha, A_g)\}, \{(\neg o, A_r), (\neg o \rightarrow \neg \alpha, A_g)\}\}$ . Luego,  $\min(\{(s, A_w), (s \rightarrow \neg o, A_t), (\neg o \rightarrow \neg \alpha, A_g)\}) = \{(\neg o \rightarrow \neg \alpha, A_g)\}$  y  $\min(\{(\neg o, A_r), (\neg o \rightarrow \neg \alpha, A_g)\}) = \{(\neg o, A_r)\}$ . De esta manera,  $Pl(\neg \alpha, K_{A_v}) = A_g$ .

La Proposición 3.3 muestra que dada una base de creencias  $K_{A_i}$ , la plausibilidad de una sentencia puede ser obtenida desde  $K_{A_i}$  o desde  $K_{A_i}^\uparrow$ . Sin embargo, aplicar el cómputo a  $K_{A_i}$  puede requerir computar más kernels que con  $K_{A_i}^\uparrow$ .

**Proposición 3.3** *Sea  $K_{A_i} \in \mathcal{K}$  y sea  $\alpha \in Bel(K_{A_i})$ , luego la plausibilidad de  $\alpha$  en la base de creencias  $K_{A_i}$  es igual a la plausibilidad de  $\alpha$  en la base de creencias compactada  $K_{A_i}^\uparrow$ . Esto es,*

$$Pl(\alpha, K_{A_i}) = \mathcal{S}_{A_i}(Ag(max(\bigcup_{X \in K_{A_i}^\uparrow \perp \alpha} min(X)))) = \mathcal{S}_{A_i}(Ag(max(\bigcup_{X \in K_{A_i} \perp \alpha} min(X)))).$$

*Demostración:* Ver Apéndice A.

Como la base de creencias de un agente puede contener la misma sentencia en varias tuplas diferentes, podría resultar natural preservar sólo “la derivación más plausible” de cada sentencia. Sin embargo, en el siguiente ejemplo se muestra que este criterio puede ser problemático.

**Ejemplo 3.10** *Considere  $\mathbb{A} = \{A_1, A_2, A_3\}$  donde  $A_3 <_{C_o}^{A_2} A_2 <_{C_o}^{A_2} A_1$ . Sea  $K_{A_2} = \{(\beta \rightarrow \alpha, A_2), (\alpha, A_3)\}$  la base de creencias de  $A_2$ . Suponga que  $A_2$  incorpora  $(\beta, A_2)$  a  $K_{A_2}$ . En este escenario hay dos derivaciones para  $\alpha$ , y  $Pl(\alpha, K_{A_2}) = A_2$ . Note que la plausibilidad de  $\alpha$  fue incrementada y es poco natural quitar sentencias desde  $K_{A_2}$  para preservar sólo una derivación de  $\alpha$ .*

Como hemos mostrado en el ejemplo previo, es muy restrictivo tener cada sentencia soportada por sólo una derivación. Por esta razón, las bases de creencias son no compactadas. De esta manera, la credibilidad de una sentencia será determinada sólo por la *función de plausibilidad*. Otra razón por la cual se tomó esta decisión es que de este modo logramos un *framework* más dinámico ya que la evaluación de la credibilidad de los identificadores de agentes está separada por el uso de la función de assessment.

Es importante notar que como ventaja adicional de este formalismo, el assessment de un agente podría ser reemplazado o modificado de manera modular sin cambiar su base de creencias y sin afectar los assessments de otros agentes. El cambio en el assessment de un agente  $A_i$  podría generar un cambio implícito en el orden de credibilidad del agente  $A_i$  y, por lo tanto, podría generar un cambio implícito en el orden de las creencias de la base  $K_{A_i}$ .

Note, además, que en el formalismo propuesto aquí, la plausibilidad de las sentencias no es almacenada explícitamente, sino que es obtenida por medio de la *función de plausibilidad*. Como se muestra en el Ejemplo 3.11, dada una sentencia  $\alpha$ , su plausibilidad depende de sus pruebas ( $\alpha$ -*kernels*). Por lo tanto, si una de las sentencias de estas pruebas cambia, entonces la plausibilidad de  $\alpha$  puede cambiar. Por lo tanto, si el orden de credibilidad es reemplazado, entonces la plausibilidad de la sentencia puede cambiar sin cambiar la base de creencias.

**Ejemplo 3.11** *Considere un conjunto  $\mathbb{A} = \{A_1, A_2\}$  donde el orden de credibilidad de acuerdo a  $A_1$  es  $A_1 \leq_{C_{A_1}}^{A_1} A_2$ ,  $K_{A_1} = \{(\alpha, A_1), (\alpha \rightarrow \beta, A_2)\}$  y  $K_{A_2} = \{(\alpha, A_2)\}$ . Por la Definición 3.14,  $Pl(\beta, K_{A_1}) = A_1$ . Ahora, suponga que  $A_1$  recibe desde  $A_2$  la creencia  $\alpha$ . Ahora  $K_{A_1} = \{(\alpha, A_1), (\alpha, A_2), (\alpha \rightarrow \beta, A_2)\}$  y  $A_1$  tiene dos derivaciones para  $\beta$ , por lo tanto  $Pl(\beta, K_{A_1}) = A_2$ . Observe que la plausibilidad de  $\beta$  es incrementada.*

### 3.4. Operadores de cambio basados en informantes

A continuación, definiremos una teoría de cambio para sistemas multi-agentes haciendo foco en Multi-Source Belief Revision (MSBR). Como hemos mencionado en el Capítulo 2, el modelo más estudiado en revisión de creencias es el modelo AGM [AGM85] el cual distingue tres operadores de cambio: expansiones, contracciones y revisiones. El modelo

AGM representa estados epistémicos por medio de conjunto de creencias, esto es, conjunto de creencias cerrados bajo consecuencia lógica. Sin embargo, como hemos mencionado antes, nuestro modelo epistémico usa bases de creencias; esto es, conjuntos arbitrarios de sentencias. A continuación, en la sección 3.4.1 definiremos un operador de expansión basado en nuestro modelo epistémico. Luego en la Sección 3.4.2, introduciremos dos operadores de contracción. En la Sección 3.4.3, vamos a definir un operador de revisión priorizada y finalmente, en la Sección 3.4.4 propondremos un operador de revisión no-priorizada.

### 3.4.1. Operador de expansión usando plausibilidad

En esta sección definiremos un operador de expansión para nuestro modelo epistémico. Este es el operador más simple de caracterizar desde el punto de vista lógico porque consiste sólo en el agregado de un nuevo objeto de información.

**Definición 3.16 (Expansión usando plausibilidad)** *Sea  $K_{A_i} \in \mathcal{K}$  la base de creencias de un agente  $A_i$  y  $(\alpha, A_j)$  un objeto de información. El operador “+”, llamado expansión usando plausibilidad, es definido como sigue:*

$$K_{A_i}+(\alpha, A_j) = K_{A_i} \cup \{(\alpha, A_j)\}$$

A diferencia de la expansión propuesta en [Han99], aquí consideramos objetos de información en vez de sólo sentencias. Por lo tanto, si  $\alpha \in Bel(K_{A_i})$ , entonces esta operación podría incrementar la plausibilidad de  $\alpha$ . Esta operación, como la expansión definida en [Han99], no garantiza un estado epistémico consistente.

Sea  $K_{A_i}, K_{A_j} \in \mathcal{K}$  dos bases de creencias y sean  $A_i, A_j, A_k \in \mathbb{A}$ . Proponemos los siguientes cinco postulados para el operador de expansión usando plausibilidad.

(EP-1) *Éxito (Success):*  $(\alpha, A_j) \in K_{A_i}+(\alpha, A_j)$ .

El postulado EP-1 establece que la expansión debe ser exitosa; *i.e.*, el resultado de expandir una base de creencias  $K_{A_i}$  por un objeto de información  $(\alpha, A_j)$  debe ser una nueva base de creencias que contiene a  $(\alpha, A_j)$ .

(EP-2) *Inclusión*:  $K_{A_i} \subseteq K_{A_i} + (\alpha, A_j)$ .

El postulado EP-2 se incluye porque obtener información es un proceso muy costoso, de esta manera, se desea evitar la pérdida innecesaria de información en cualquier operador de cambio. Como  $K_{A_i} + (\alpha, A_j)$  sigue de agregar un objeto de información a  $K_{A_i}$  sin quitar alguna creencia, es natural pensar que  $K_{A_i}$  no contiene creencias que no pertenecen a  $K_{A_i} + (\alpha, A_j)$ .

(EP-3) *Vacuidad* (Vacuity): Si  $(\alpha, A_j) \in K_{A_i}$  entonces  $K_{A_i} + (\alpha, A_j) = K_{A_i}$ .

El postulado EP-3 considera que un caso particular de la expansión ocurre cuando una base de creencias  $K_{A_i}$  es expandida por un objeto de información  $(\alpha, A_j)$  el cual está en  $K_{A_i}$ . En este caso, expandir  $K_{A_i}$  por  $(\alpha, A_j)$  no genera algún cambio en  $K_{A_i}$ .

(EP-4) *Monotonicidad* (Monotonicity): Si  $K_{A_j} \subseteq K_{A_i}$  entonces  $K_{A_j} + (\alpha, A_k) \subseteq K_{A_i} + (\alpha, A_k)$ .

El postulado EP-4 considera lo siguiente: supongamos que hay dos bases de creencias y una de ellas está contenida en la otra. Si ambas bases de creencias son expandidas por el mismo objeto de información entonces la relación de inclusión entre ellas debe ser preservada.

(EP-5) *Plausibilidad dinámica* (Dynamic Plausibility): Si  $\alpha \in Bel(K_{A_i})$  entonces  $Pl(\alpha, K_{A_i}) \leq_{Co}^{A_i} Pl(\alpha, K_{A_i} + (\alpha, A_j))$ .

Finalmente, para el postulado EP-5 supongamos que una base de creencias  $K_{A_i}$  es expandida por un objeto de información  $(\alpha, A_j)$  donde  $\alpha \in Bel(K_{A_i})$ . En este caso, el resultado de expandir  $K_{A_i}$  por  $(\alpha, A_j)$  no debe decrementar la plausibilidad de  $\alpha$ . Sin embargo, esta operación podría incrementar la plausibilidad de  $\alpha$ .

Los postulados EP-1 ... EP-5 caracterizan axiomáticamente nuestro operador de expansión. Para toda base de creencias  $K$  y todo objeto de información  $(\alpha, A_i)$ ,  $K + (\alpha, A_i)$  es la base de creencias más pequeña que satisface EP-1 ... EP-5. Note que, EP-1 ... EP-4 están definidos de una manera similar a aquellos que definen la expansión en AGM [AGM85], mientras que el nuevo postulado EP-5 considera el caso que nuestra base de creencias contenga una creencia con diferentes agentes asociados.

### 3.4.2. Operador de contracción usando plausibilidad

En esta sección introducimos dos operadores de contracción que están basados en las *kernel contractions* y adaptadas a nuestro modelo epistémico.

#### Construcción

A partir de la base de creencias de un agente pueden existir varias derivaciones de una sentencia. Por ejemplo, considere otra vez la base de creencias  $(K_{A_1})$  del Ejemplo 3.9. Suponga ahora que el agente  $A_1$  necesita quitar  $\beta$  de su base de creencias. Como hay varias derivaciones de  $\beta$ , luego hay que “cortar” todas ellas. El orden de credibilidad será usado para decidir que información prevalece. Para hacer esto, se obtendrán todos los subconjuntos mínimos de  $K_{A_1}$  que deducen  $\beta$ .

Las *kernel contractions* están basadas en una selección entre sentencias que son relevantes para derivar la sentencia a ser retirada. Para realizar una contracción, las *kernel contractions* usan funciones de incisión las cuales cortan en los subconjuntos mínimos que derivan la información a ser abandonada. Adaptaremos esta noción para nuestro modelo epistémico. Una función de incisión sólo elige objetos de información que pueden ser relevantes para  $\alpha$  y al menos un elemento de cada  $\alpha$ -kernel.

**Definición 3.17 (Función de incisión)** *Una función de incisión  $\sigma$  para  $K_{A_i} \in \mathcal{K}$  es una función tal que para todo  $\alpha$ :*

1.  $\sigma(K_{A_i} \perp\!\!\!\perp \alpha) \subseteq \cup(K_{A_i} \perp\!\!\!\perp \alpha)$ , y
2. si  $\emptyset \neq X \in K_{A_i} \perp\!\!\!\perp \alpha$ , entonces  $X \cap \sigma(K_{A_i} \perp\!\!\!\perp \alpha) \neq \emptyset$ .

En la definición de *función de incisión* del trabajo de Hansson [Han94] no se especifica como la función elige las sentencias que serán descartadas de cada  $\alpha$ -kernel. En nuestro enfoque, esto será resuelto con la plausibilidad de las sentencias que hemos definido arriba. De esta manera, la función de incisión elegirá los objetos de información menos creíbles de cada  $\alpha$ -kernel.

**Definición 3.18 (Función de incisión por debajo)**  $\sigma_\downarrow$  es una función de incisión por debajo para  $K_{A_i}$  si  $\sigma_\downarrow$  es una función de incisión tal que,  $\sigma_\downarrow(K_{A_i}^\perp \alpha) = \{(\delta, A_k) : (\delta, A_k) \in X \in K_{A_i}^\perp \alpha \text{ y para todo } (\beta, A_j) \in X \text{ se cumple que } \delta \preceq_X \beta\}$ <sup>3</sup>.

**Ejemplo 3.12** Considere el conjunto  $\mathbb{A} = \{A_1, A_2, A_3\}$  donde el orden de credibilidad de acuerdo a  $A_2$  es  $A_1 <_{C_0}^{A_2} A_2 <_{C_0}^{A_2} A_3$ . Suponga que el agente  $A_2$  tiene la siguiente base de creencias  $K_{A_2} = \{(\alpha, A_3), (\beta, A_2), (\beta \rightarrow \alpha, A_1), (\beta \rightarrow \alpha, A_3), (\omega, A_1), (\omega \rightarrow \alpha, A_3), (\delta, A_1)\}$ . Luego,  $K_{A_2}^\perp \alpha = \{H_a, H_b, H_c, H_d\}$  donde:

$$H_a = \{(\alpha, A_3)\},$$

$$H_b = \{(\beta, A_2), (\beta \rightarrow \alpha, A_1)\},$$

$$H_c = \{(\beta, A_2), (\beta \rightarrow \alpha, A_3)\},$$

$$H_d = \{(\omega, A_1), (\omega \rightarrow \alpha, A_3)\}.$$

Luego, la función de incisión por debajo es:

$$\sigma_\downarrow(K_{A_2}^\perp \alpha) = \{(\alpha, A_3), (\beta \rightarrow \alpha, A_1), (\beta, A_2), (\omega, A_1)\}$$

Ahora que hemos dado las nociones previas necesarias, vamos a definir dos operadores de contracción. Uno de estos operadores (Definición 3.19) toma en consideración la base de creencias completa, y el otro (Definición 3.20) considera su base de creencias compactada cuando un agente quiere aplicar el operador de contracción. Luego de introducir el segundo operador de contracción, mostraremos que éste último es más conservativo.

**Definición 3.19 (Contracción usando plausibilidad)** Sea  $K_{A_i} \in \mathcal{K}$ ,  $\alpha \in \mathcal{L}$  y sea  $\sigma_\downarrow$  una función de incisión por debajo para  $K_{A_i}$ . El operador “ $\ominus_{\sigma_\downarrow}$ ”, llamado contracción usando plausibilidad, se define como sigue:

$$K_{A_i} \ominus_{\sigma_\downarrow} \alpha = K_{A_i} \setminus \sigma_\downarrow(K_{A_i}^\perp \alpha)$$

<sup>3</sup>Asumimos que, dada una relación  $\preceq_{K_{A_i}}$  sobre  $\mathcal{L} \times \mathcal{L}$ , es posible definir una relación  $\preceq_X$  sobre cada  $X \subseteq K_{A_i}$ .

Note que cuando un agente desea contraer su base de creencias por una sentencia, aplica el operador de contracción sobre la sentencia y no sobre un objeto de información. Además, note que tiene sentido contar con una versión de contracción donde el objeto a ser quitado sea una tupla determinada (y no una sentencia); sin embargo, consideramos que no es necesario para el objetivo de la tesis.

**Ejemplo 3.13** *Considere el conjunto  $\mathbb{A} = \{A_1, A_2, A_3, A_4\}$  donde el orden de credibilidad de acuerdo a  $A_1$  es  $A_1 <_{C_o}^{A_1} A_2 =_{C_o}^{A_1} A_3 <_{C_o}^{A_1} A_4$ . Suponga que el agente  $A_1$  tiene la siguiente base de creencias  $K_{A_1} = \{(\beta, A_1), (\alpha, A_2), (\alpha, A_3), (\alpha \rightarrow \beta, A_2), (\alpha \rightarrow \beta, A_4), (\omega, A_1), (\omega \rightarrow \beta, A_4), (\alpha \rightarrow \delta, A_2), (\delta \rightarrow \beta, A_1), (\gamma, A_3), (\gamma \rightarrow \epsilon, A_2), (\epsilon \rightarrow \beta, A_2), (\epsilon \rightarrow \beta, A_3), (\epsilon \rightarrow \beta, A_4)\}$ . Luego, suponga que  $A_1$  quiere contraer por  $\beta$  usando “ $\ominus_{\sigma_{\downarrow}}$ ”.*

- *En primer lugar, hay que obtener los subconjuntos minimales que derivan  $\beta$  desde  $K_{A_1}$ .*

$$K_{A_1}^{\perp\perp}\beta = \{H_a, H_b, H_c, H_d, H_e, H_f, H_g, H_h, H_i, H_j, H_k\} \text{ donde}$$

$$H_a = \{(\beta, A_1)\},$$

$$H_b = \{(\alpha, A_2), (\alpha \rightarrow \beta, A_2)\},$$

$$H_c = \{(\alpha, A_3), (\alpha \rightarrow \beta, A_2)\},$$

$$H_d = \{(\alpha, A_2), (\alpha \rightarrow \beta, A_4)\},$$

$$H_e = \{(\alpha, A_3), (\alpha \rightarrow \beta, A_4)\},$$

$$H_f = \{(\omega, A_1), (\omega \rightarrow \beta, A_4)\},$$

$$H_g = \{(\alpha, A_2), (\alpha \rightarrow \delta, A_2), (\delta \rightarrow \beta, A_1)\},$$

$$H_h = \{(\alpha, A_3), (\alpha \rightarrow \delta, A_2), (\delta \rightarrow \beta, A_1)\},$$

$$H_i = \{(\gamma, A_3), (\gamma \rightarrow \epsilon, A_2), (\epsilon \rightarrow \beta, A_2)\}.$$

$$H_j = \{(\gamma, A_3), (\gamma \rightarrow \epsilon, A_2), (\epsilon \rightarrow \beta, A_3)\}.$$

$$H_k = \{(\gamma, A_3), (\gamma \rightarrow \epsilon, A_2), (\epsilon \rightarrow \beta, A_4)\}.$$

- *Luego, hay que aplicar la función de incisión por debajo “ $\sigma_{\downarrow}$ ” a  $K_{A_1}^{\perp\perp}\beta$  para encontrar el conjunto que contiene los objetos de información menos creíbles de cada*

$\beta$ -kernel.

$$\begin{aligned} \sigma_{\downarrow}(K_{A_1}^{\perp\perp}\beta) &= \{(\beta, A_1), (\alpha, A_2), (\alpha \rightarrow \beta, A_2), (\alpha, A_3), (\omega, A_1)\} \cup \\ &\cup \{(\delta \rightarrow \beta, A_1), (\gamma, A_3), (\gamma \rightarrow \epsilon, A_2), (\epsilon \rightarrow \beta, A_2), (\epsilon \rightarrow \beta, A_3)\} \end{aligned}$$

- Finalmente,  $K_{A_1} \ominus_{\sigma_{\downarrow}} \beta = K_{A_1} \setminus \sigma_{\downarrow}(K_{A_1}^{\perp\perp}\beta)$ .

$$K_{A_1} \ominus_{\sigma_{\downarrow}} \beta = \{(\alpha \rightarrow \beta, A_4), (\omega \rightarrow \beta, A_4), (\alpha \rightarrow \delta, A_2), (\epsilon \rightarrow \beta, A_4)\}.$$

Note que, en el Ejemplo 3.13 hay kernels que difieren sólo en el identificador de agente asociado. Esto ocurre cuando una base contiene la misma sentencia en varios objetos de información. Como la función de incisión elige los objetos de información menos creíbles de cada  $\alpha$ -kernel, luego cuanto más objetos de información haya con la misma sentencia en  $K_{A_i}$ , más objetos de información serán elegidos por la función de incisión por debajo. Como consecuencia, en algunos casos, este operador quita varios objetos de información. En contraste, si un agente considera una base de creencias compactada cuando aplica el operador de contracción, habrá menos objetos de información elegidos por la función de incisión.

**Definición 3.20 (Contracción optimizada usando plausibilidad)** Sea  $K_{A_i} \in \mathcal{K}$ ,  $\alpha \in \mathcal{L}$  y sea  $\sigma_{\downarrow}$  una función de incisión por debajo para  $K_{A_i}$ . El operador “ $-\sigma_{\downarrow}$ ”, llamado contracción optimizada usando plausibilidad, se define como sigue:

$$K_{A_i} -_{\sigma_{\downarrow}} \alpha = K_{A_i} \setminus X$$

donde:  $X = \{(\omega, A_j) : \omega \in \text{Sen}(\sigma_{\downarrow}(K_{A_i}^{\uparrow\perp}\alpha)) \text{ y } (\omega, A_j) \in K_{A_i}\}$ .

**Ejemplo 3.14** Considere  $K_{A_1}$  y ‘ $\leq_{Co}^{A_1}$ ’ del Ejemplo 3.13. Luego, suponga que  $A_1$  quiere contraer por  $\beta$  usando “ $-\sigma_{\downarrow}$ ”.

- En primer lugar, encontrar los subconjunto minimales que derivan  $\beta$  desde una base de creencias compactada  $K_{A_1}$ .

$$\begin{aligned} K_{A_1}^{\uparrow} &= \{(\beta, A_1), (\alpha, A_2), (\alpha \rightarrow \beta, A_4), (\omega, A_1), (\omega \rightarrow \beta, A_4)\} \cup \\ &\cup \{(\alpha \rightarrow \delta, A_2), (\delta \rightarrow \beta, A_1), (\gamma, A_3), (\gamma \rightarrow \epsilon, A_2), (\epsilon \rightarrow \beta, A_4)\} \end{aligned}$$

Note que, la política usada por la función de selección (Definición 3.9), cuando aplicamos la función base compacta (Definición 3.10), está basada en un orden lexicográfico entre los identificadores de agentes.

$$K_{A_1}^\uparrow \perp\!\!\!\perp \beta = \{H_a, H_d, H_f, H_g, H_k\} \text{ donde}$$

$$H_a = \{(\beta, A_1)\},$$

$$H_d = \{(\alpha, A_2), (\alpha \rightarrow \beta, A_4)\},$$

$$H_f = \{(\omega, A_1), (\omega \rightarrow \beta, A_4)\},$$

$$H_g = \{(\alpha, A_2), (\alpha \rightarrow \delta, A_2), (\delta \rightarrow \beta, A_1)\},$$

$$H_k = \{(\gamma, A_3), (\gamma \rightarrow \epsilon, A_2), (\epsilon \rightarrow \beta, A_4)\}.$$

- Luego, aplicar la función de incisión por debajo “ $\sigma_\downarrow$ ” a  $K_{A_1}^\uparrow \perp\!\!\!\perp \beta$ .

$$\sigma_\downarrow(K_{A_1}^\uparrow \perp\!\!\!\perp \beta) = \{(\beta, A_1), (\alpha, A_2), (\omega, A_1), (\delta \rightarrow \beta, A_1), (\gamma, A_3), (\gamma \rightarrow \epsilon, A_2)\}.$$

- Finalmente,  $K_{A_1 - \sigma_\downarrow} \beta = \{(\alpha \rightarrow \beta, A_2), (\alpha \rightarrow \beta, A_4), (\omega \rightarrow \beta, A_4), (\alpha \rightarrow \delta, A_2), (\epsilon \rightarrow \beta, A_2), (\epsilon \rightarrow \beta, A_3), (\epsilon \rightarrow \beta, A_4)\}.$

Note que, como la base de creencias  $K_{A_1}$  tiene sentencias que están en más de una tupla, al computar  $K_{A_1 - \sigma_\downarrow} \beta$  en el último paso del Ejemplo 3.14, se descartaron desde  $K_{A_1}$  todas aquellas tuplas cuyas creencias fueron elegidas por la función de incisión por debajo sin importar los respectivos agentes asociados. Además, observe que en los últimos dos ejemplos las bases de creencias contraídas tienen las mismas creencias (ver Proposición 3.4). Sin embargo, en el último ejemplo, la base de creencias contiene más objetos de información que en el ejemplo previo (ver Proposición 3.5). Luego, este operador no pierde los agentes asociados de las creencias que permanecen después de la contracción. Consecuentemente, este tipo de contracción es más conservativa.

**Proposición 3.4** Sea  $K_{A_i} \in \mathcal{K}$ ,  $\alpha \in \mathcal{L}$ , “ $\Theta_{\sigma_\downarrow}$ ” un operador de contracción usando plausibilidad y “ $-\sigma_\downarrow$ ” un operador de contracción optimizada usando plausibilidad, luego

$$\text{Sen}(K_{A_i} \Theta_{\sigma_\downarrow} \alpha) = \text{Sen}(K_{A_i - \sigma_\downarrow} \alpha)$$

*Demostración:* Ver Apéndice A.

**Proposición 3.5** Sea  $K_{A_i} \in \mathcal{K}$ ,  $\alpha \in \mathcal{L}$ , “ $\ominus_{\sigma_{\downarrow}}$ ” un operador de contracción usando plausibilidad y “ $-\sigma_{\downarrow}$ ” un operador de contracción optimizada usando plausibilidad, luego

$$K_{A_i} \ominus_{\sigma_{\downarrow}} \alpha \subseteq K_{A_i} - \sigma_{\downarrow} \alpha$$

*Demostración:* Ver Apéndice A.

## Propiedades

A continuación daremos los postulados de racionalidad para el operador de contracción optimizada usando plausibilidad, adaptando algunos de los postulados dados en [Han99], considerando el siguiente principio.

**Mínimo cambio.** Tanto conocimiento como sea posible debe ser retenido en el conocimiento revisado/contraído. Esto es, debemos quitar creencias sólo cuando es forzado hacerlo, y luego debemos descartar tan pocas como sean posibles.

Sea  $A_i, A_j, A_k, A_p \in \mathbb{A}$  y sea  $K_{A_i} \in \mathcal{K}$  una base de creencias. El operador de contracción será representado por “ $-$ ”. Proponemos los siguientes postulados para contracción.

(CP-1) *Éxito (Success):* Si  $\alpha \notin Cn(\emptyset)$ , entonces  $\alpha \notin Bel(K_{A_i} - \alpha)$ .

El postulado CP-1 establece que la contracción debe ser exitosa; *i.e.*, el resultado de contraer una base de creencias  $K_{A_i}$  por una sentencia  $\alpha$  (que no es una tautología) debe ser una nueva base de creencias que no implica  $\alpha$ .

(CP-2) *Inclusión:*  $K_{A_i} - \alpha \subseteq K_{A_i}$ .

En CP-2, como  $K_{A_i} - \alpha$  sigue de quitar algunas creencias de  $K_{A_i}$  sin agregar alguna creencia, es natural pensar  $K_{A_i} - \alpha$  no contiene creencias que no pertenecen a  $K_{A_i}$ .

(CP-3) *Uniformidad* (Uniformity): Si para todo  $K' \subseteq K_{A_i}$ ,  $\alpha \in Bel(K')$  si y sólo si  $\beta \in Bel(K')$  entonces  $K_{A_i} - \alpha = K_{A_i} - \beta$ .

CP-3 establece que si dos sentencias  $\alpha$  y  $\beta$  son implicadas por exactamente los mismos subconjuntos de  $K_{A_i}$ , luego la contracción de  $K_{A_i}$  por  $\alpha$  debe ser igual a la contracción de  $K_{A_i}$  por  $\beta$ .

A continuación, proponemos un nuevo postulado que es una versión adaptada del postulado “retención de núcleo” (*core-retainment*) definido en [Han94]: “*Las creencias que quitamos al contraer  $K$  por  $\alpha$  deben ser todas tal que contribuyeron al hecho que  $K$ , pero no  $K - \alpha$ , implica  $\alpha$ . Más precisamente, para  $\beta$  ser borrada en el proceso de formar  $K_{A_i} - \alpha$  desde  $K_{A_i}$ , debe haber algún orden en el cual los elementos de  $K_{A_i}$  puedan ser removidos, tal que la extracción de  $\beta$  es el paso crucial por el cual  $\alpha$  cesa de ser lógicamente implicada.*” En nuestro operador de contracción, este orden está basado en el orden de credibilidad entre agentes.

(CP-4) *Mínimo cambio por plausibilidad*: Si  $(\beta, A_p) \in K_{A_i}$  y  $(\beta, A_p) \notin K_{A_i} - \alpha$  entonces hay un  $K' \subseteq K_{A_i}$  donde  $\alpha \notin Bel(K')$  pero existe  $(\beta, A_j) \in K_{A_i}$  tal que:

- $\alpha \in Bel(K' \cup \{(\beta, A_j)\})$ ,
- $p = j$  o  $A_p \leq_{C_o}^{A_i} A_j$ , y
- para todo  $(\delta, A_k) \in K'$  tal que  $\alpha \notin Bel((K' \cup \{(\beta, A_j)\}) \setminus \{(\delta, A_k)\})$  se cumple que  $A_j \leq_{C_o}^{A_i} A_k$ .

La intuición detrás de (CP-4) es que, si  $\beta$  es removida,  $\delta$  es preservada y ambas son usadas en una derivación de  $\alpha$ , entonces  $\beta$  es removida por que es menos creíble que  $\delta$ . Para remover  $\beta$  de  $K_{A_i}$ , debemos quitar de  $K_{A_i}$  todos los objetos de información que contienen  $\beta$ .

**Teorema 3.1** *Sea  $K_{A_i} \in \mathcal{K}$  y sea “ $-\sigma_\downarrow$ ” un operador de contracción. “ $-\sigma_\downarrow$ ” es una contracción optimizada usando plausibilidad para  $K_{A_i}$  si y sólo si satisface CP-1, ..., CP-4, i.e., satisface éxito, inclusión, uniformidad y mínimo cambio por plausibilidad.*

*Demostración:* Ver Apéndice A.

Note que, desde CP-4 es posible verificar en forma sencilla la siguiente observación.

**Observación 3.1** *El operador de contracción optimizada usando plausibilidad sigue el principio de mínimo cambio.*

### 3.4.3. Revisión priorizada usando plausibilidad

En muchos dominios y aplicaciones multi-agente, cada agente tiene usualmente sus propias creencias iniciales así como también conocimiento adquirido desde otros agentes. En esta sección y en la Sección 3.4.4, desarrollamos dos maneras diferentes en las cuales la base de creencias de un agente puede ser racionalmente modificada cuando el agente recibe información desde otros agentes que pueden tener diferente grado de credibilidad. En la literatura, hay varios métodos priorizados estudiados (*e.g.*, *partial meet revision* [AGM85] y *kernel revision* [Han99]). En estos métodos, la nueva información tiene prioridad sobre las creencias en la base del agente receptor. Nuestro aporte está basado en las revisiones de tipo kernel y el modelo epistémico definido arriba. De esta manera, nosotros nos enfocamos en MSBR, donde cada agente mantiene la consistencia de su base de creencias.

#### Construcción

El operador de revisión es el operador más complejo. Este tipo de cambio garantiza un estado epistémico consistente. Cuando una base de creencias  $K_{A_i} \in \mathcal{K}$  es revisada por un objeto de información  $(\alpha, A_j)$  tendremos dos tareas:

- mantener la consistencia de  $K_{A_i}$ . Si  $\alpha$  es inconsistente con  $Bel(K_{A_i})$ , esto es  $\neg\alpha \in Bel(K_{A_i})$ , un análisis más profundo es requerido porque es necesario quitar algunos objetos de información de  $K_{A_i}$ .
- agregar  $(\alpha, A_j)$  a  $K_{A_i}$ . Este es la tarea más simple de caracterizar desde el punto de vista lógico porque sólo consiste en el agregado del nuevo objeto de información. Como mostramos arriba, si  $\alpha \in Bel(K_{A_i})$  luego esta operación podría incrementar la plausibilidad de  $\alpha$ .

La primer tarea puede ser lograda haciendo una contracción por  $\neg\alpha$ . La segunda tarea puede ser lograda haciendo una expansión por  $(\alpha, A_j)$ . Si una base de creencias no

implica  $\neg\alpha$ , entonces  $(\alpha, A_j)$  puede ser agregado sin perder consistencia. Esta composición está basada en la *Identidad de Levy* [Gär81, AGM85] la cual propone que una revisión puede ser construida con dos sub-operaciones: una contracción por  $\neg\alpha$  y una expansión por  $(\alpha, A_j)$ .

**Definición 3.21 (Revisión priorizada usando plausibilidad)** *Sea  $K_{A_i} \in \mathcal{K}$ , sea  $(\alpha, A_j)$  un objeto de información y sea  $\sigma_\downarrow$  una función de incisión por debajo para  $K_{A_i}$ . Sea  $-\sigma_\downarrow$  el operador de contracción optimizada usando plausibilidad y  $+$  el operador de expansión usando plausibilidad. El operador “ $*_{\sigma_\downarrow}$ ”, llamado revisión priorizada usando plausibilidad, se define como sigue:*

$$K_{A_i} *_{\sigma_\downarrow} (\alpha, A_j) = (K_{A_i} -_{\sigma_\downarrow} \neg\alpha) + (\alpha, A_j)$$

**Ejemplo 3.15** *Considere el conjunto  $\mathbb{A} = \{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5\}$  donde el orden de credibilidad de acuerdo a  $A_1$  es  $A_1 <_{C_0}^{A_1} A_2 =_{C_0}^{A_1} A_3 <_{C_0}^{A_1} A_4 <_{C_0}^{A_1} A_5$ . Suponga que el agente  $A_1$  tiene la siguiente base de creencias  $K_{A_1} = \{(\beta, A_1), (\alpha, A_2), (\alpha, A_3), (\alpha \rightarrow \beta, A_2), (\alpha \rightarrow \beta, A_4), (\omega, A_1), (\omega \rightarrow \beta, A_4), (\alpha \rightarrow \delta, A_2), (\delta \rightarrow \beta, A_1), (\gamma, A_3), (\gamma \rightarrow \epsilon, A_2), (\epsilon \rightarrow \beta, A_2), (\epsilon \rightarrow \beta, A_3), (\epsilon \rightarrow \beta, A_4)\}$ . Luego, suponga que  $A_1$  quiere revisar por  $(\neg\beta, A_5)$  usando “ $*_{\sigma_\downarrow}$ ”. Como  $\beta \in \text{Bel}(K_{A_1})$  luego es necesario contraer  $K_{A_1}$  por  $\beta$  y luego expandir  $K_{A_1}$  por  $(\neg\beta, A_5)$ . De esta manera,  $K_{A_1} *_{\sigma_\downarrow} (\neg\beta, A_5) = \{(\alpha \rightarrow \beta, A_2), (\alpha \rightarrow \beta, A_4), (\omega \rightarrow \beta, A_4), (\alpha \rightarrow \delta, A_2), (\epsilon \rightarrow \beta, A_2), (\epsilon \rightarrow \beta, A_3), (\epsilon \rightarrow \beta, A_4)\} \cup \{(\neg\beta, A_5)\}$ .*

## Propiedades

A continuación daremos los postulados de racionalidad para el operador de revisión priorizada usando plausibilidad. Antes de esto, debemos introducir el siguiente principio, similar al principio propuesto en [Dal88].

**Mantenimiento de consistencia.** *Si una base de creencias  $K$  y una creencia  $\alpha$  son ambas consistentes, entonces  $K$  revisado por  $\alpha$  es consistente.*

Sea  $A_i, A_j, A_k, A_p, A_q \in \mathbb{A}$  y sea  $K_{A_i} \in \mathcal{K}$  una base de creencias. El operador de revisión priorizada será representado por “ $*$ ”.

(RP-1) *Éxito* (Success):  $(\alpha, A_j) \in K_{A_i} * (\alpha, A_j)$ .

Como el operador de revisión definido aquí es considerado priorizado; *i.e.*, la nueva información tiene prioridad, el postulado RP-1 establece que la revisión debe ser exitosa. Esto es, el resultado de revisar una base de creencias  $K_{A_i}$  por un objeto de información  $(\alpha, A_j)$  debe ser una nueva base de creencias que contiene  $(\alpha, A_j)$ .

(RP-2) *Inclusión*:  $K_{A_i} * (\alpha, A_j) \subseteq K_{A_i} \cup \{(\alpha, A_j)\}$ .

Un caso particular en el proceso de revisión de creencias ocurre cuando una base de creencias  $K_{A_i}$  es revisada por  $(\alpha, A_j)$  y  $\neg\alpha \in Bel(K_{A_i})$ . En este caso, antes de agregar  $(\alpha, A_j)$ ,  $\neg\alpha$  debe ser quitado de  $K_{A_i}$ . Por lo tanto, si  $\neg\alpha \in Bel(K_{A_i})$  entonces la revisión de  $K_{A_i}$  por  $(\alpha, A_j)$  está contenida en la expansión de  $K_{A_i}$  por  $(\alpha, A_j)$ . A diferencia de esto, si  $\alpha \in Bel(K_{A_i})$  (*i.e.*,  $\alpha$  es consistente con  $K_{A_i}$ ) entonces la operación de revisión es equivalente a una operación de expansión.

(RP-3) *Consistencia* (Consistency): Si  $\alpha$  es consistente entonces  $K_{A_i} * (\alpha, A_j)$  es consistente.

El objetivo principal del operador de revisión es mantener la consistencia de la base de creencias revisada. Sin embargo, existen casos especiales en los cuales esto no es posible. Si una base de creencias es revisada por un objeto de información que contiene una sentencia contradictoria, luego la base de creencias resultante es inconsistente. Por lo tanto, el operador de revisión debe preservar la consistencia en la base de creencias si y sólo si un objeto de información que contiene una sentencia contradictoria no es agregado a la base de creencias.

(RP-4) *Uniformidad* (Uniformity): Si para todo  $K' \subseteq K_{A_i}$ ,  $\{\alpha\} \cup Sen(K') \vdash \perp$  si y sólo si  $\{\beta\} \cup Sen(K') \vdash \perp$  entonces  $K_{A_i} \cap (K_{A_i} * (\alpha, A_j)) = K_{A_i} \cap (K_{A_i} * (\beta, A_k))$ .

Este postulado determina que si dos creencias  $\alpha$  y  $\beta$  son inconsistentes con las mismas sub-bases de  $K_{A_i}$  entonces  $K_{A_i}$  revisado por objetos de información que contienen aquellas creencias debe preservar los mismos objetos de información de  $K_{A_i}$ .

(RP-5) *Mínimo cambio por plausibilidad*: Si  $(\beta, A_p) \in K_{A_i}$  y  $(\beta, A_p) \notin K_{A_i} * (\alpha, A_k)$  entonces hay un  $K' \subseteq K_{A_i}$  donde  $\neg\alpha \notin \text{Bel}(K')$  pero existe  $(\beta, A_j) \in K_{A_i}$  tal que:

- $\neg\alpha \in \text{Bel}(K' \cup \{(\beta, A_j)\})$ ,
- $p = j$  o  $A_p \leq_{C_o}^{A_i} A_j$ , y
- para todo  $(\delta, A_q) \in K'$  tal que  $\neg\alpha \notin \text{Bel}((K' \cup \{(\beta, A_j)\}) \setminus \{(\delta, A_q)\})$  se cumple que  $A_j \leq_{C_o}^{A_i} A_q$ .

La intuición detrás de este postulado es análoga a aquél postulado de *mínimo cambio por plausibilidad* (CP-4) para contracciones introducido arriba.

**Teorema 3.2** *Sea  $K_{A_i} \in \mathcal{K}$  y sea “ $*_{\sigma_{\downarrow}}$ ” un operador de revisión. “ $*_{\sigma_{\downarrow}}$ ” es una revisión priorizada usando plausibilidad para  $K_{A_i}$  si y sólo si satisface RP-1, ..., RP-5, i.e., satisface éxito, inclusión, consistencia, uniformidad y mínimo cambio por plausibilidad.*

*Demostración:* Ver Apéndice A.

Note que, a partir de RP-3 y RP-5, es posible verificar en forma sencilla la siguiente observación.

**Observación 3.2** *El operador de revisión priorizada usando plausibilidad sigue los principios de mínimo cambio y mantenimiento de consistencia.*

**Proposición 3.6** *Si “+” satisface EP-1, ..., EP-5 y “ $-\sigma_{\downarrow}$ ” satisface CP-1, ..., CP-4 entonces “ $*_{\sigma_{\downarrow}}$ ” satisface RP-1, ..., RP-5.*

*Demostración:* Ver Apéndice A.

### 3.4.4. Revisión no priorizada usando plausibilidad

Un operador de revisión priorizado es caracterizado por el postulado de éxito desde el cual podemos inferir que  $\alpha \in Bel(K_{A_i} * (\alpha, A_j))$ . Esto es, la información entrante tiene prioridad sobre las creencias en la base del agente receptor. Sin embargo, como es mencionado en [FH99], esta es una característica poco realista, ya que el estado epistémico real de los agentes, cuando es confrontado con información que contradice las creencias previas, a menudo la rechaza. Varios modelos de revisión de creencias han sido desarrollado para permitir dos opciones: la información es completamente aceptada o es completamente rechazada [Han97a, Mak97]. Debajo, introducimos un operador de revisión no priorizado para nuestro modelo epistémico.

Cuando un agente siempre adquiere información desde la misma fuente, un método priorizado puede ser usado. Sin embargo, si la información viene desde diferentes fuentes, y estas fuentes no son igualmente creíbles, un método no priorizado puede ser más adecuado. Esto ocurre en dominios y aplicaciones multi-agentes. De esta manera, nos enfocamos sobre un operador de revisión no priorizado que está basado en el orden de credibilidad entre agentes. Proponemos un método para analizar la información recibida; si surge una inconsistencia, el orden de credibilidad es usado para decidir que información prevalece. De esta manera, mostramos que, con este nuevo operador de revisión, la información entrante puede no ser aceptada cuando el agente receptor tiene creencias más creíbles que contradicen la nueva información.

#### Construcción

Cuando una base de creencias  $K \in \mathcal{K}$  es revisada por un objeto de información  $I = (\alpha, A_i)$  usando un operador de revisión no priorizado, hay dos casos:

- $\alpha$  es consistente con  $Bel(K)$ . En este caso, el operador es equivalente a la versión priorizada.
- $\alpha$  es inconsistente con  $Bel(K)$ , esto es  $\neg\alpha \in Bel(K)$ . Primero, es necesario determinar si la sentencia será aceptada; y luego, si la entrada es aceptada, entonces el operador es equivalente a la versión priorizada.

De acuerdo a esto, surgen dos opciones: aceptar completamente la entrada, o rechazar toda la entrada. En la literatura hay otros operadores que pueden parcialmente aceptar la nueva información, por ejemplo, *Revisión por un Conjunto de Sentencias* (Revision by a Set of Sentences) definido sobre bases de creencias [FKIS02] y *Revisión Selectiva* (Selective Revision) definido sobre conjuntos de creencias [FH99].

**Definición 3.22 (Revisión no priorizada usando plausibilidad)** Sea  $K_{A_i}$  una base de creencias en  $\mathcal{K}$ ,  $(\alpha, A_j)$  un objeto de información, y  $\sigma_{\downarrow}$  una función de incisión para  $K_{A_i}$ . Sea  $*_{\sigma_{\downarrow}}$  el operador de revisión priorizada usando plausibilidad y  $+$  el operador de expansión usando plausibilidad. El operador “ $\circ_{\sigma_{\downarrow}}$ ”, llamado revisión no priorizada usando plausibilidad, se define como sigue:

$$K_{A_i} \circ_{\sigma_{\downarrow}} (\alpha, A_j) = \begin{cases} K_{A_i} + (\alpha, A_j) & \text{si } \neg\alpha \notin \text{Bel}(K_{A_i}) \\ K_{A_i} & \text{si } \neg\alpha \in \text{Bel}(K_{A_i}) \text{ y } A_j <_{C_o}^{A_i} \text{Pl}(\neg\alpha, K_{A_i}) \\ K_{A_i} *_{\sigma_{\downarrow}} (\alpha, A_j) & \text{si } \neg\alpha \in \text{Bel}(K_{A_i}) \text{ y } \text{Pl}(\neg\alpha, K_{A_i}) \leq_{C_o}^{A_i} A_j \end{cases}$$

Note que, si la información entrante es tan creíble como las creencias que posiblemente sean quitadas, este operador prioriza la entrada. De esta manera, si un agente recibe información desde el mismo informante, es natural que la información más reciente sea aceptada.

**Ejemplo 3.16** Considere  $K_{A_1}$  y ‘ $\leq_{C_o}^{A_1}$ ’ del Ejemplo 3.15. Luego, suponga que  $A_1$  quiere revisar por  $(\neg\beta, A_5)$  usando “ $\circ_{\sigma_{\downarrow}}$ ”. Como  $\text{Pl}(\beta, K_{A_1}) = A_2 <_{C_o}^{A_1} A_5$  luego  $K_{A_1} \circ_{\sigma_{\downarrow}} (\neg\beta, A_5) = K_{A_1} *_{\sigma_{\downarrow}} (\neg\beta, A_5) = \{(\alpha \rightarrow \beta, A_2), (\alpha \rightarrow \beta, A_4), (\omega \rightarrow \beta, A_4), (\alpha \rightarrow \delta, A_2), (\epsilon \rightarrow \beta, A_2), (\epsilon \rightarrow \beta, A_3), (\epsilon \rightarrow \beta, A_4)\} \cup \{(\neg\beta, A_5)\}$ .

Es importante notar que si la entrada del Ejemplo 3.16 es  $(\neg\beta, A_1)$  en vez de  $(\neg\beta, A_5)$ , luego la revisión no tendrá efectos porque  $A_1 <_{C_o}^{A_1} A_2$ . De esta manera, este operador nunca descartará sentencias más plausibles que la entrada

### Propiedades: el postulado de éxito debe ser debilitado

Un operador definido siguiendo la Definición 3.22, en general, satisface los mismo postulados que satisface la versión priorizada. Sin embargo, debemos introducir el siguiente principio.

**Principio de no priorización.** Si una base de creencias es revisada por un objeto de información  $(\alpha, A_j)$ , entonces  $\alpha$  no será necesariamente aceptada en la base de creencias revisada. Una sentencia  $\alpha$  será aceptada en la base de creencias revisada sólo cuando su informante  $A_j$  es suficientemente plausible o creíble.

Sea  $A_i, A_j$  y  $A_k \in \mathbb{A}$ , sea  $K_{A_i} \in \mathcal{K}$  una base de creencias y sea “\*” un operador de revisión priorizada sobre  $K_{A_i}$ . El operador de revisión no priorizada será representado por “o”. En el caso general, el operador de revisión no priorizada será igual a un operador de revisión priorizada. Sin embargo, en algunos casos particulares, “o” no satisface *éxito* y, por lo tanto, necesitamos versiones más débiles de este postulado.

(NRP-1) *Éxito débil* (Weak Success): si  $\neg\alpha \notin Bel(K)$  entonces  $(\alpha, A_j) \in K_{A_i} \circ (\alpha, A_j)$ .

Este postulado establece que  $\alpha$  es aceptado en la base de creencias revisada si  $\neg\alpha$  no es derivada en la base de creencias original.

(NRP-2) *Éxito Relativo* (Relative Success):  $K_{A_i} \circ (\alpha, A_j) = K_{A_i} \circ (\alpha, A_j) \in K_{A_i} \circ (\alpha, A_j)$ .

Este postulado, inspirado en [HFCF01], dice que todo o nada es aceptado. Esto es,  $\alpha$  es aceptado en la base de creencias revisada o nada cambia.

Ambos, *éxito débil* y *éxito relativo* no capturan las intuiciones detrás del principio de no priorización. Por lo tanto, proponemos el siguiente postulado, llamado *Éxito Condicional*.

(NRP-3) *Éxito Condicional* (Conditional Success): Si  $(\beta, A_k) \in K_{A_i}^\uparrow$  y  $\beta \notin Sen(K_{A_i} * (\alpha, A_j))$  entonces  $(\alpha, A_j) \in K_{A_i} \circ (\alpha, A_j)$  si y sólo si  $A_k \leq_{C_o}^{A_i} A_j$ .

Este postulado establece que  $\alpha$  es aceptado en la base de creencias revisada cuando su informante es suficientemente plausible.

Siguiendo la Definición 3.22 es posible mostrar que dada la base de creencias  $K_{A_i} \in \mathcal{K}$ , “ $\circ_{\sigma_{\downarrow}}$ ” es una *revisión no-priorizada usando plausibilidad* para  $K_{A_i}$  si y sólo si satisface *uniformidad, consistencia, éxito condicional, inclusión y mínimo cambio por plausibilidad*. Por lo tanto, podemos notar de manera sencilla que el operador de revisión no priorizada usando plausibilidad sigue los principios de mínimo cambio, mantenimiento de consistencia y no-priorización.

Considere nuevamente el escenario del agente  $A_v$  que quiere viajar a un poblado en una montaña. El agente  $A_v$  sabe por la Oficina de Informes Turísticos ( $A_t$ ) que si nieva ( $s$ ), entonces el camino al poblado no estará abierto ( $\neg o$ ). Por lo tanto,  $K_{A_v} = \{(s \rightarrow \neg o, A_t)\}$ . El agente  $A_v$  también sabe que puede obtener información desde otras fuentes: un agente  $A_c$  que viene del poblado, un agente  $A_g$  de la estación de servicio, un agente  $A_r$  de un restaurante, o el servicio climático de la radio ( $A_w$ ). El orden de credibilidad de  $A_v$  es  $A_v <_{C_o}^{A_v} A_r <_{C_o}^{A_v} A_g <_{C_o}^{A_v} A_t <_{C_o}^{A_v} A_w <_{C_o}^{A_v} A_c$  y  $A_v$  usa el operador no priorizado  $\circ_{\sigma_{\downarrow}}$  que hemos introducido arriba para revisar sus creencias.

Luego, el agente  $A_v$  obtiene desde  $A_g$  el objeto de información  $I_1 = (s, A_g)$  y revisa su base de creencias:  $K_{A_v} \circ_{\sigma_{\downarrow}} (s, A_g) = \{(s \rightarrow \neg o, A_t), (s, A_g)\}$ . Observe que  $I_1$  es agregado a su base de creencias, y ahora  $\neg o \in Bel(K_{A_v})$  (*i.e.*, con esta nueva información  $A_v$  cree que el camino no está abierto). Más tarde,  $A_v$  obtiene desde  $A_r$  el objeto de información  $I_2 = (\neg s, A_r)$ . Como  $s \in Bel(K_{A_v})$  y  $A_r <_{C_o}^{A_v} Pl(s, K_{A_v}) = A_g$ , luego  $I_2$  es rechazado y su base de creencias no cambia. El agente  $A_v$  luego obtiene  $I_3 = (s, A_w)$  desde el servicio meteorológico y revisa  $K_{A_v}$  por  $I_3$ . Como  $I_3$  no es contradictorio con  $K_{A_v}$ ,  $I_3$  es agregado:  $K_{A_v} \circ_{\sigma_{\downarrow}} (s, A_w) = \{(s \rightarrow \neg o, A_t), (s, A_g), (s, A_w)\}$ . Observe que la plausibilidad de  $s$  y  $\neg o$  son incrementadas.

Finalmente,  $A_v$  obtiene  $I_4 = (o, A_c)$  (el camino está abierto) desde un agente  $A_c$  que está viniendo del poblado. Como esta nueva información es contradictoria con las creencias de  $A_v$  (porque  $\neg o \in Bel(K_{A_v})$ ) luego se obtiene el conjunto de kernels para  $\neg o$ :  $K_{A_v}^{\uparrow} \perp\!\!\!\perp \neg o = \{\{(s \rightarrow \neg o, A_t), (s, A_w)\}\}$ . Luego, se elige quitar  $(s \rightarrow \neg o, A_t)$ , y por lo tanto,  $K_{A_v} \circ_{\sigma_{\downarrow}} (o, A_c) = \{(o, A_c), (s, A_g), (s, A_w)\}$ . Observe que ahora  $o \in Bel(K_{A_v})$ . Esto es, como la información que *el camino está abierto* es más creíble que la derivación más plausible para  $\neg o$  (*el camino no está abierto*), entonces el operador de revisión contrae  $K_{A_v}$  usando la función de incisión que elige  $(s \rightarrow \neg o)$ . Luego  $I_4$  es agregado a la base de creencias del agente en una manera consistente. De esta manera,  $A_v$  finalmente cree que

el camino está abierto. Note que las sentencias elegidas por la función de incisión en la revisión son menos creíbles que  $o$ .

### 3.5. Conclusión

En este capítulo, hemos propuesto un formalismo para tratar con la dinámica del conocimiento de un sistema multi-agente. Para ello, hemos desarrollado un modelo epistémico para revisión de creencias con múltiples fuentes (*multi-source belief revision* - MSBR) para el cual se propone una manera racional de comparar las creencias usando un orden de credibilidad entre agentes. Para ello, incluimos una función de plausibilidad que es utilizada en la definición de un criterio para comparar las creencias. Luego, definimos diferentes operadores que describen un modelo de cambio completo basado en informantes: expansión, contracción, revisión priorizada y revisión no-priorizada. Cada operador ha sido definido en forma constructiva y, además, para cada uno de ellos hemos introducido un conjunto de postulados. Para los operadores de cambio más importantes (contracciones y revisiones), hemos mostrado una caracterización axiomática a través de teoremas de representación. Además, mostramos que este formalismo cumple con algunos principios reconocidos en la literatura: mínimo cambio, mantenimiento de consistencia y no-priorización.

El modelo epistémico propuesto considera que, cuando los agentes interactúan, incorporan la información recibida en sus bases de conocimiento asociando una sentencia con un identificador de agente, el cual determina una fuente o informante. Esto es, los agentes almacenan objetos de información de la forma  $(c, i)$  donde  $c$  es una creencia e  $i$  un identificador de agente. Este identificador puede ser usado para evaluar la veracidad de la información. En este capítulo, hemos sugerido que cada agente posea una función de valoración (*assessment*) la cual es usada para representar la credibilidad que cada agente asigna a otros agentes. Para definir esta valoración, usamos un conjunto de etiquetas de credibilidad comunes a todos los agentes, ordenadas en forma total y estricta. Un *assessment*, para un agente, es una función que asigna un valor de credibilidad a cada agente del sistema. Si bien el conjunto de etiquetas de credibilidad es el mismo para todos los agentes del sistema, cada agente tiene su propio *assessment* y diferentes agentes pueden tener diferentes *assessments*. De esta manera, cada agente puede definir un orden de credibilidad sobre los agentes del sistema basado en su propio *assessment*.

Es importante notar que como ventaja adicional de este formalismo, el *assessment* de un agente podría ser reemplazado o modificado de manera modular sin cambiar su base de creencias y sin afectar los *assessments* de otros agentes. Sin embargo, el cambio en el *assessment* de un agente  $A_i$  podría generar un cambio en el orden de credibilidad del agente  $A_i$  y, por lo tanto, podría generar un cambio implícito en el orden de las creencias de la base  $K_{A_i}$ .

Con esta forma de representar la información, hemos mostrado que en una base de creencias la misma sentencia puede estar en varios objetos de información (con diferentes identificadores de agentes). Esto tiene como ventaja adicional que, si el *assessment* de un agente es cambiado y la credibilidad de un agente particular es incrementada, entonces todas las sentencias asociadas a este agente automáticamente tienen más credibilidad.

Luego, basado en el orden de credibilidad entre agentes, hemos definido un criterio de comparación entre sentencias de una base. Para ello, hemos introducido una función de plausibilidad tal que, dada una sentencia, retorna un identificador de agente que representa su plausibilidad con respecto al *assessment* del agente propietario de la base. Luego, basado en esta función, introducimos un criterio de comparación entre sentencias de una base. Como fue explicado, dos agentes con la misma base de creencias, pero diferentes órdenes de credibilidad, producen diferentes órdenes de plausibilidad entre sentencias.

Note, además, que en el formalismo propuesto, la plausibilidad de las sentencias no es almacenada explícitamente, sino que es obtenida por medio de la *función de plausibilidad*. Como hemos mostrado, dada una sentencia  $\alpha$ , su plausibilidad depende de sus pruebas ( $\alpha$ -*kernels*). Por lo tanto, si una de las sentencias de estas pruebas cambia, entonces la plausibilidad de  $\alpha$  podría cambiar. De esta manera, si el orden de credibilidad es reemplazado, entonces la plausibilidad de la sentencia puede cambiar sin cambiar la base de creencias. Esto no sucedería si hubiésemos decidido almacenar la plausibilidad de una creencia como un valor fijo asociado.

A diferencia de nuestro trabajo, hay autores que representan en forma numérica la información adicional. Esto podría representar una limitación, ya que de este modo no se podrían representar órdenes parciales entre las creencias; sin embargo, como mostraremos en el Capítulo 4, siguiendo nuestro modelo es posible hacerlo.

En base a este modelo epistémico y las *kernel contractions* de Hansson [Han94], hemos definido un modelo completo de cambio para MSBR. En este modelo fue incluido un operador de expansión que, a diferencia de la expansión propuesta en [Han99], considera

objetos de información en vez de sólo sentencias. Por lo tanto, si la sentencia a ser incorporada  $\alpha$  ya era deducida por la base  $K_{A_i}$  ( $\alpha \in Bel(K_{A_i})$ ), entonces esta operación podría incrementar la plausibilidad de  $\alpha$ . Luego, fue incluido una especialización de las *kernel contractions*. Esto es, las *kernel contractions* usan funciones de incisión, las cuales cortan en los subconjuntos mínimos que derivan la información a ser quitada. En la definición de *función de incisión* del trabajo de Hansson [Han94] no se especifica como la función elige las sentencias que serán descartadas de cada subconjunto. En este capítulo, esto fue resuelto con la plausibilidad de las sentencias que hemos definido. De esta manera, la función de incisión elige los objetos de información menos creíbles de cada subconjunto minimal.

Finalmente, con este nuevo modelo epistémico para MSBR, y aprovechando la ventaja de contar con una forma de comparar las creencias, hemos propuesto un operador de revisión no priorizado, el cual usa la plausibilidad de las creencias tanto para evaluar la aceptación de la entrada, como para determinar qué creencias serán quitadas si la revisión tiene efecto.

# Capítulo 4

## Dinámica del orden de credibilidad en SMA

El objetivo de este capítulo es el estudio y desarrollo de técnicas y formalismos para la actualización del grado de credibilidad que se le asigna a un agente por interactuar en el marco de un sistema multi-agente. Tal cual fue definido en el Capítulo 3, la etiqueta de credibilidad asignada por el *assessment* de un agente puede ser considerada como un valor de confianza y reputación.

Las investigaciones en el área de confianza y reputación se encaminan a desarrollar mecanismos computacionales para medir estos aspectos en los agentes. Si bien el interés en esta temática es reciente (impulsado por la aparición de sistemas complejos de información social, como *social networks*), su importancia general para las aplicaciones de sistemas multi-agente es creciente, siendo un ejemplo significativo el comercio electrónico en todas sus formas. Una característica sobresaliente de estos sistemas es la dinámica que debe existir en la confianza y/o reputación asignada a un agente, *i.e.*, la reputación de un agente que no cumple con sus compromisos asumidos debería decrementarse.

En este capítulo estudiamos operadores de cambio, no sobre creencias (como en el capítulo anterior), sino sobre orden parcial de credibilidad. Con estos operadores se puede modelar la dinámica de sistemas de confianza y reputación. Por lo tanto, la investigación se enfocará en la caracterización y desarrollo de operadores de cambio, que permitan modelar la dinámica de la confianza y reputación de agentes en un sistema. De esta manera, los agentes podrán actualizar la relación de orden con la cual se representa la reputación de sus pares. Así, estos operadores podrán ser usados para alterar dinámicamente la

estructura de la credibilidad de los informantes a fin de reflejar una nueva percepción de la credibilidad de un informante o la llegada de un nuevo agente al sistema. Los operadores propuestos, siguiendo la metodología del área, serán caracterizados a través de postulados.

Es importante notar que, además de proponer un modelo de cambio para órdenes de credibilidad entre agentes, se introducirán los órdenes parciales. Esto es, a diferencia del capítulo anterior, donde asumimos órdenes totales, aquí se permitirá mantener órdenes donde existe la posibilidad que hayan agentes incomparables.

## 4.1. Introducción y motivación

Este capítulo estará orientado hacia la actualización de órdenes de credibilidad buscando definir una teoría de cambio sobre la reputación y confianza de agentes. De esta manera, se pretende combinar formalismos de revisión de creencias y actualización de conocimiento con técnicas de mantenimiento de confianza y reputación de agentes en un ambiente distribuido. Si bien en la literatura existe mucho trabajo realizado en ambas áreas, la combinación de las mismas es algo novedoso.

A continuación mostraremos, a través de un ejemplo, dos situaciones que conducen a cambiar el orden de credibilidad o la reputación de un agente informante. Para motivar la primera situación, consideremos nuevamente el escenario simplificado del agente  $A_v$  que quiere viajar a un poblado en la montaña, el cual fue introducido en el Capítulo 3. Recordemos que de acuerdo al orden de credibilidad del agente  $A_v$ , el orden de los informantes considera que el agente  $A_c$ , que viene del camino que lleva al poblado, es más creíble que el agente  $A_w$  del servicio climático de la radio. Supongamos ahora, que un agente le informa a  $A_v$  que el servicio climático de la radio está informando desde el camino que lleva al poblado y que, por lo tanto, según el informante, el agente  $A_w$  es más creíble que el agente  $A_c$ . Esto es, un agente le informa a  $A_v$  la siguiente relación de credibilidad  $A_c < A_w$ . En este caso, de ser necesario, el agente  $A_v$  debe revisar su orden para poder reflejar esta nueva información.

Para ejemplificar la segunda situación, supongamos que el agente  $A_v$  cree que el camino no está abierto ( $\neg o$ ) porque un agente  $A_r$  del restaurant del camino se lo informó. Supongamos también que  $A_v$  sabe que si nieva el camino no está abierto ( $s \rightarrow \neg o$ ) porque se lo había asegurado el agente  $A_t$ , y tiene conocimiento de que hay nieve en el camino

( $s$ ) porque lo acaba de escuchar en la radio por el agente  $A_w$  del servicio climático. Esto es, la base de creencias del agente  $A_v$  es:  $K_{A_v} = \{(\neg o, A_r), (s \rightarrow \neg o, A_t), (s, A_w)\}$ . Por lo tanto, hay dos pruebas que deducen que el camino está cerrado  $\neg o$  ( $\{(\neg o, A_r)\}$  y  $\{(s \rightarrow \neg o, A_t), (s, A_w)\}$ ). Considerando el orden de credibilidad entre agentes asumido en la sección previa ( $A_1 <_{C_o}^{A_v} A_r <_{C_o}^{A_v} A_g <_{C_o}^{A_v} A_t <_{C_o}^{A_v} A_w <_{C_o}^{A_v} A_c$ ) la plausibilidad de  $\neg o$  es:  $Pl(\neg o, K_{A_v}) = A_t$ . Ahora supongamos que el agente  $A_g$ , de la estación de servicio, le informa a  $A_v$  que el camino está abierto ( $o$ ). Claramente, esta nueva información contradice las creencias de  $A_v$ , y si  $A_v$  usa el operador de revisión no priorizado del capítulo anterior, como  $A_g <_{C_o}^{A_v} Pl(\neg o, K_{A_v}) = A_t$  la nueva información es rechazada. Esta situación podría generar que  $A_v$  cambie su orden de credibilidad disminuyendo la credibilidad del agente informante. En este caso sería conveniente que el agente del restaurant  $A_r$  pase a ser más creíble que el agente  $A_g$  de la estación de servicio. Esto se debe a que la información que sustenta  $A_r$  también es sustentada por agentes más creíbles que  $A_g$ .

Como pudimos ver previamente, pueden surgir dos situaciones diferentes por las cuales el orden de credibilidad de un agente debe ser modificado:

- En el primer caso, un agente puede informar a otro una relación de credibilidad entre agentes y hacer que el orden de credibilidad del agente receptor sea modificado.
- En el segundo caso, un agente puede informar una creencia que contradice las creencias del agente receptor, y si ésta es rechazada por ser menos plausible, es posible que se modifique el orden de credibilidad del agente receptor disminuyendo la credibilidad del agente asociado a la creencia entrante.

En este capítulo, estudiamos ambas formas de realizar cambios en el orden de credibilidad de un agente. En primera instancia, en la Sección 4.2, considerando el trabajo [SS05] de Sabater y Sierra, daremos algunos conceptos preliminares de los mecanismos de reputación y confianza. En base a estos conceptos, situaremos los formalismos propuestos en esta tesis y mostraremos que aspectos de la disciplina atacamos. Luego, en la Sección 4.3 describiremos un modelo completo de cambio para órdenes parciales de credibilidad de los informantes, propuesto por Simari y Falappa en [SF01]. Este formalismo lo ampliaremos agregando fiabilidad a las relaciones para poder determinar que relaciones prevalecen a la hora de contraer o revisar. En la Sección 4.5 introducimos nuevas versiones de las definiciones del capítulo anterior para que el modelo de cambio de creencias se adapte a órdenes

parciales. Luego, en la Sección 4.6 propondremos una combinación del operador de revisión no priorizada propuesto en el capítulo anterior (adaptado a órdenes parciales en este capítulo) y el modelo mejorado de [SF01]. En este último caso proponemos una revisión del orden de credibilidad basado en una creencia y su identificador asociado. Finalmente, en la Sección 4.7, presentamos una técnica que brinda la posibilidad de revisar la base de creencias de un agente con el efecto colateral de modificar el orden de credibilidad cuando es necesario.

## 4.2. Conceptos preliminares

En este capítulo estudiamos operadores de cambio, no sobre creencias (como en el capítulo anterior), sino sobre orden parcial de credibilidad. Con estos operadores se puede modelar la dinámica de sistemas de confianza y reputación. Antes de mostrar los formalismos, vamos a detallar algunos aspectos que son tenidos en cuenta en el diseño de los mismos. En [SS05], los autores proponen un conjunto de aspectos especiales para clasificar los modelos de confianza y reputación. Estos aspectos los eligieron tomando en cuenta las características de los modelos computacionales que habían hasta ese momento. En este capítulo, vamos a describir únicamente aquellos aspectos en los cuales nos basamos para nuestra propuesta.

### 4.2.1. Fuentes de información para mantenimiento de confianza y reputación

Según [SS05], es posible clasificar los modelos de confianza y reputación considerando las fuentes de información que tienen en cuenta para calcular los valores de reputación. Los modelos de confianza y reputación utilizan diferentes fuentes de información. Las más tradicionales son (a) experiencias directas y (b) información de testigos.

(a) *Experiencia directa* es, sin duda, la fuente de información más relevante y fiable para modelos de reputación y confianza. Hay dos tipos:

- Primera: la experiencia basada en la interacción directa con el compañero (usada en la definición del operador que mostraremos en la sección 4.6).

- Segunda: la experiencia basada en la interacción observada de otros miembros de la comunidad (no es tan común y restringe los escenarios).
- (b) *Información de testigos* es la información que viene desde otros miembros de la comunidad. Esta información puede estar basada en su propia experiencia directa o puede ser información que ellos reunieron a su vez desde otros.

La experiencia directa es la más fiable y la información de testigos suele ser la más abundante y más compleja de manejar. No es extraño que los testigos manipulen la información o escondan parte de ella para su propio beneficio. Los operadores definidos en las Secciones 4.3 y 4.4 usan información testigo.

#### 4.2.2. Medida de fiabilidad de la confianza y reputación

Algunas veces, tan importante como el valor de confianza y reputación en si mismo es conocer cuan fiable es aquel valor y que relevancia merece en el proceso de toma de decisión final. Algunos modelos incorporan mecanismos que proveen esta clase de información [eBa02, Ama02, Zac99, SS01]. En varios de éstos, esta medida es un único valor asociado a la confianza o reputación. Dependiendo del modelo, los elementos que son considerados para calcular la medida de fiabilidad son diferentes. Entre ellos se pueden encontrar elementos como números de experiencias [eBa02, Ama02], la credibilidad de los testigos [Zac99], y cuan vieja es la información usada para construir confianza y reputación.

#### 4.2.3. Modelo de cambio para el orden

En base a los aspectos mencionados anteriormente, vamos a definir dos modelos de cambio de orden de credibilidad que se pueden utilizar de manera conjunta formando una técnica de cambio para el orden de credibilidad y creencias. Desarrollamos tres propuestas, dos modelos de cambio para credibilidad y una técnica de cambio de creencia y credibilidad.

- Uno de los modelos, que llamamos “*desde las fuentes*” (Sección 4.4), utiliza *información testigo* y *fiabilidad* para pesar las relaciones de credibilidad. Este modelo

será desarrollado en base al formalismo introducido en [SF01], el cual mostraremos detalladamente en la Sección 4.3.

- El otro modelo, que llamamos “*desde las creencias*” (Sección 4.6), utiliza *interacción directa* y se basa en el proceso de revisión de creencias visto en el Capítulo 3 para cambiar el orden de credibilidad.
- En la Sección 4.7 proponemos una técnica que combina los dos modelos enunciados anteriormente.

### 4.3. Modelo de cambio para orden parcial desde las fuentes

En primer lugar, describiremos el modelo de cambio completo sobre la credibilidad de los informantes propuesto por Simari y Falappa en [SF01]. En este artículo, los autores proponen diferentes operadores de cambio (expansión, contracción y revisión priorizada) basados en una representación en forma de grafo de las relaciones de credibilidad entre agentes. Además, representan el orden de credibilidad por medio de un conjunto de tuplas, donde una tupla  $(A_i, A_j)$  (siendo  $A_i$  y  $A_j$  dos identificadores de agentes) indica que el agente  $A_i$  es menos creíble que el agente  $A_j$ . En primera instancia mostraremos esta forma de representar el orden parcial entre informantes. Recuerde que en el Capítulo 3 hemos asumido un orden total y fijo, y que hemos mencionado que esto puede ser relajado a órdenes dinámicos y parciales sin alterar la base de creencias de los agentes, debido a la definición modular propuesta para el *assessment* desde el cual se define el orden de credibilidad. En esta sección, indicaremos como nuestro orden de credibilidad entre agentes puede ser ajustado a esta representación, obteniendo así un orden parcial de credibilidad entre agentes.

Como indicaremos más abajo, el operador de contracción de tuplas de credibilidad se basa en una función de corte que no especifica que tuplas de credibilidad elige para ser quitadas. En la Sección 4.4, adjuntamos información adicional, de manera similar a lo hecho en el capítulo anterior para el modelo de cambio de creencias. Con esto, vamos a especificar claramente una manera racional de elegir que tuplas de credibilidad prevalecen

luego de una contracción. Esta información adicional, a la cual la llamaremos “fiabilidad” será representada por un identificador de agente, el cual será la fuente de la tupla de credibilidad entrante.

### 4.3.1. Representación de relaciones de credibilidad de los informantes: conjunto generador y grafo

Como hemos fijado en el Capítulo 3, asumimos un conjunto universal de informantes  $\mathbb{A}$ , y asumimos que, de estos informantes, algunos son considerados más creíbles que otros. Esto es, en cualquier caso en que dos informantes distintos proveen a un agente con información contradictoria la más confiable es creída sobre la otra. El agente debe, por lo tanto, tener un mecanismo donde  $\mathbb{A}$  es ordenado. Para este fin presentamos el siguiente concepto que es una versión extendida de la que se encuentra en [SF01].

**Definición 4.1 (Conjunto generador)** *Dado un conjunto de agentes  $\mathbb{A}$  llamaremos conjunto generador sobre  $\mathbb{A}$  a cualquier relación binaria  $G \subseteq \mathbb{A}^2$ . Un informante  $A_i$  es menos creíble que un informante  $A_j$  de acuerdo a  $G$  si  $(A_i, A_j) \in G^*$ , donde  $G^*$  representa la clausura reflexiva transitiva de  $G$ .*

Note que,  $(A_i, A_j) \in G^*$  puede ser notado como  $A_i <_{Co} A_j$  siguiendo la Definición 3.6 del modelo propuesto en el Capítulo 3.

Gráficamente, podemos representar un conjunto generador como un grafo dirigido. Representamos a los agentes en  $\mathbb{A}$  como nodos. Luego, las tuplas en  $G$  son representadas como arcos dirigidos: para cada tupla  $(A_i, A_j) \in G$  agregamos un arco desde el nodo  $A_i$  al nodo  $A_j$ . Por ejemplo, en la Figura 4.1 podemos ver la representación gráfica del conjunto generador  $G = \{(A_i, A_k), (A_i, A_j), (A_j, A_n), (A_k, A_l), (A_k, A_m), (A_l, A_o), (A_m, A_o), (A_n, A_p), (A_o, A_p)\}$ .

El conjunto generador es una forma de representar el orden de credibilidad entre agentes (visto en el capítulo anterior), el cual es de utilidad en la representación gráfica de los órdenes. Sin embargo, es importante notar que aquí, con el conjunto generador, no se representa que dos agentes puedan ser igualmente creíbles. Por lo tanto, el conjunto generador es una forma de representar un orden estricto de credibilidad entre agentes ( $<_{Co}$ ).

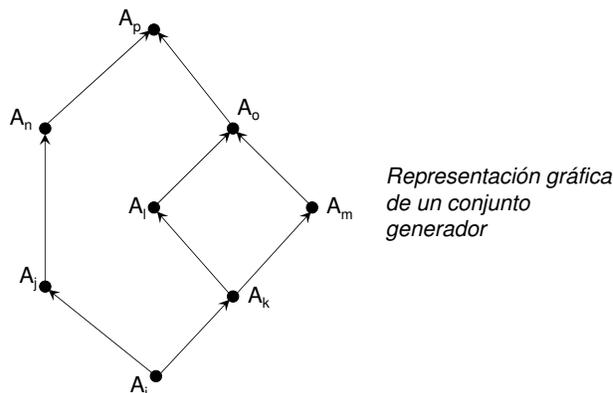


Figura 4.1: Representación gráfica de un conjunto generador.

$G^*$  representa la clausura reflexiva transitiva de  $G$ . Se desea que  $G^*$  sea un orden parcial sobre  $\mathbb{A}$ . Nos enfocamos en este aspecto en la siguiente definición.

**Definición 4.2 (Conjunto generador sano [SF01])** *Un conjunto generador  $G \subseteq \mathbb{A}^2$  se dice ser sano si  $G^*$  es un orden parcial sobre  $\mathbb{A}$ .*

**Ejemplo 4.1** *Por ejemplo, el conjunto generador  $G_1 = \{(A_i, A_j), (A_j, A_k), (A_i, A_l)\}$  es sano. Sin embargo,  $G_2 = G_1 \cup \{(A_k, A_i)\}$  no es sano porque  $(A_i, A_k) \in G_2^*$  y  $(A_k, A_i) \in G_2^*$ . Esto viola la condición de antisimetría para órdenes parciales.*

Para que una relación sea un orden parcial debe cumplir reflexividad, antisimetría y transitividad. Dado un conjunto generador  $G$  es obvio que su clausura reflexiva transitiva,  $G^*$ , cumplirá con reflexividad y transitividad. Sin embargo, si antisimetría no es respetada entonces hay al menos un par de informantes distintos,  $A_i$  y  $A_j$  tales que  $(A_i, A_j) \in G^*$  y  $(A_j, A_i) \in G^*$ . Esto significaría que  $A_i$  es menos creíble que  $A_j$  y que  $A_j$  es menos creíble que  $A_i$ . Dado que estas creencias son contradictorias, crearlas simultáneamente llevaría a una inconsistencia. Es por esta razón que deseamos que un conjunto generador sea sano.

En el resto de esta sección hablaremos de una tupla *derivada* por un conjunto generador. Esto equivale a decir que la tupla pertenece a la clausura reflexiva y transitiva del conjunto generador. Esto es expresado formalmente en la siguiente definición.

**Definición 4.3 (Tupla derivada [SF01])** *Diremos que una tupla  $(A_i, A_j)$  es derivada por un conjunto generador  $G$  si  $(A_i, A_j) \in G^*$ .*

**Ejemplo 4.2** La tupla  $(A_i, A_l)$  es derivada por el conjunto generador  $G = \{(A_i, A_j), (A_j, A_k), (A_k, A_l)\}$ . Cuando representemos un conjunto generador gráficamente mostraremos las tuplas derivadas de interés usando líneas punteadas como se puede ver en la Figura 4.2.

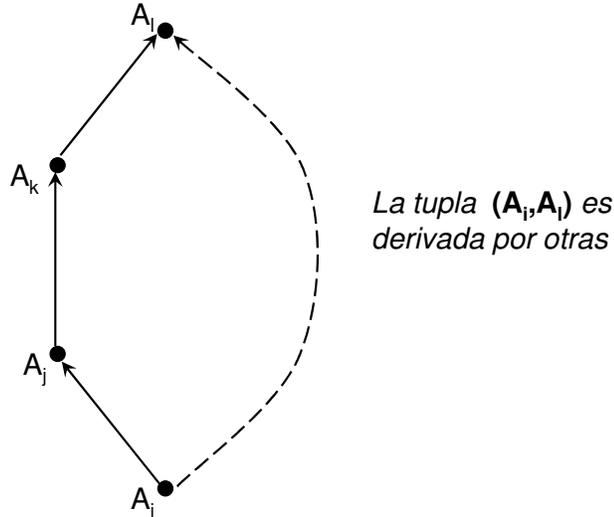


Figura 4.2: Una tupla derivada.

En algunos casos encontraremos tuplas en un conjunto generador, las cuales, si son removidas, aún serán derivadas por las tuplas restantes. En este caso decimos que las tuplas son redundantes con respecto al conjunto generador. Podemos también decir que el conjunto generador en sí mismo es redundante porque contiene una tupla redundante. Estos conceptos son introducidos en la siguiente definición.

**Definición 4.4 (Tupla redundante [SF01])** Dada una tupla  $(A_i, A_j)$  y un conjunto generador  $G$ , se dice que  $(A_i, A_j)$  es redundante en  $G$  si  $(A_i, A_j) \in (G \setminus \{(A_i, A_j)\})^*$ . Un conjunto generador se dice ser redundante si contiene una tupla redundante. De otra manera, el conjunto generador se dice ser no-redundante.

**Ejemplo 4.3** El conjunto generador  $G = \{(A_i, A_j), (A_j, A_k), (A_i, A_k)\}$  es redundante porque contiene la tupla redundante  $(A_i, A_k)$ . Ver Figura 4.3.

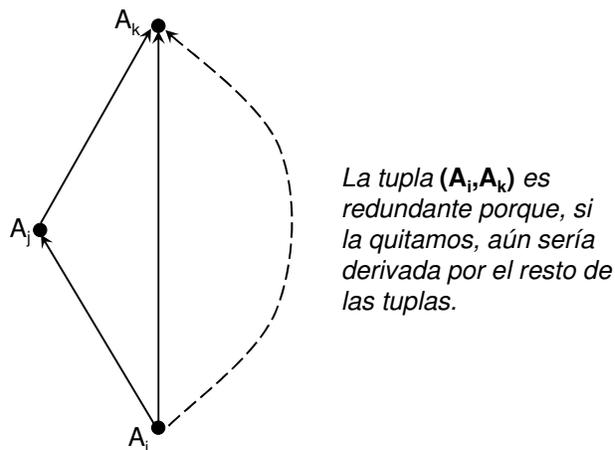


Figura 4.3: Una tupla redundante.

### 4.3.2. Propiedades de los conjuntos generadores

Las siguientes son propiedades asociadas a los conjuntos generadores.

**Proposición 4.1** [SF01] *Un conjunto generador  $G$  es sano si y sólo si  $G$  puede ser representado por un grafo dirigido acíclico.*

El hecho que  $G$  pueda ser representado por un grafo dirigido es trivial. El hecho que debe ser acíclico surge del siguiente argumento. Asumamos que  $G$  contiene un ciclo de tamaño más grande que uno. Sea  $A_i, A_j \in \mathbb{A}$ ,  $A_i \neq A_j$  dos vértices de dicho ciclo. Luego, existe un camino desde  $A_i$  a  $A_j$  y desde  $A_j$  a  $A_i$ . Esto implicaría que  $(A_i, A_j) \in G^*$  y  $(A_j, A_i) \in G^*$ . Como esto viola antisimetría,  $G^*$  no puede ser un orden parcial y, por lo tanto,  $G$  no puede ser sano. Por un argumento similar la implicación inversa puede ser también probada.

**Proposición 4.2** [SF01] *Si  $G$  es un conjunto generador sano y  $(A_j, A_i) \notin G^*$  entonces  $G \cup \{(A_i, A_j)\}$  es un conjunto generador sano.*

Asumamos que  $G$  es un conjunto generador sano,  $(A_j, A_i) \notin G^*$  y que  $G \cup \{(A_i, A_j)\}$  no es sano. Si  $G$  es sano, entonces no tiene ciclos. Y si  $G \cup \{(A_i, A_j)\}$  no es sano, entonces tiene un ciclo y  $(A_i, A_j)$  lo completó. Por lo tanto, existiría un camino desde  $A_j$  a  $A_i$  en  $G$ , y luego  $(A_j, A_i) \in G^*$ . Esto contradice nuestra hipótesis inicial.

### 4.3.3. Operador de expansión

En esta sección presentamos el operador de expansión propuesto en [SF01]. Luego en la Sección 4.4 proponemos una nueva versión de este operador, el cual considera una medida de fiabilidad sobre la tupla.

Asumamos que un agente puede aprender que, de un par de informantes, uno es más creíble que el otro. Esto justificaría la modificación de su conocimiento. Por este propósito, se define el operador  $\oplus : \mathcal{P}(\mathbb{A}^2) \times \mathbb{A}^2 \rightarrow \mathcal{P}(\mathbb{A}^2)$ . Este operador agrega nuevas tuplas a un conjunto generador para establecer relaciones entre informantes. Dado un par de informantes y un conjunto generador, esta función retorna un nuevo conjunto generador en el cual dichos agentes están ahora relacionados. De acuerdo a este nuevo conjunto generador, podemos decir que el primer informante es “menos creíble” que el segundo. La siguiente definición introduce las expansiones sobre tuplas de credibilidad.

**Definición 4.5 (Expansión [SF01])** *Dado un par de informantes  $A_i, A_j \in \mathbb{A}$  y un conjunto generador  $G \subseteq \mathbb{A}^2$ , definimos la expansión de  $G$  por  $(A_i, A_j)$  como  $G \oplus (A_i, A_j) = G \cup \{(A_i, A_j)\}$ .*

A continuación, mostramos una caracterización de este operador de expansión a través de postulados.

**E+1 Éxito (Success):**  $(A_i, A_j) \in (G \oplus (A_i, A_j))^*$ .

Determinar nuevas relaciones entre informantes es probablemente el proceso más costoso para el agente. Consecuentemente, una propiedad deseable de las expansiones es que la nueva tupla efectivamente sea agregada a las relaciones del agente, y no se pierda por alguna razón.

**E+2 Inclusión:**  $G^* \subseteq (G \oplus (A_i, A_j))^*$ .

Aquí, el caso de igualdad entre el conjunto previo y el nuevo ocurre cuando hay una expansión por una tupla ya derivada por el conjunto generador. Esto nos lleva al siguiente postulado para expansiones.

**E+3 Vacuidad (Vacuity):** si  $(A_i, A_j) \in G^*$  entonces  $(G \oplus (A_i, A_j))^* = G^*$ .

Lo que este postulado fija es que no hay información que perder o ganar cuando se agrega un dato redundante en el conjunto generador.

**E+4** Conmutatividad:  $((G \oplus (A_k, A_l)) \oplus (A_i, A_j))^* = ((G \oplus (A_i, A_j)) \oplus (A_k, A_l))^*$ .

El orden en el cual se agregan las tuplas al conjunto generador no afecta el resultado final del conjunto cerrado bajo reflexividad y transitividad. Esto es importante, ya que algunas veces se puede usar  $G \oplus A$  para simplificar la expansión de  $G$  por cada tupla de  $A$ . Tal es el caso del siguiente postulado.

**E+5** Extensionalidad (Extensionality): si  $A^* = B^*$ , entonces  $(G \oplus A)^* = (G \oplus B)^*$ .

La expansión de un conjunto generador por dos conjuntos cuya clausura reflexiva transitiva es igual, produce conjuntos generadores cuyas clausuras también son iguales.

**E+6** Preservación de sanidad condicional (Conditional soundness preservation): si  $G$  es un conjunto generador sano y  $(A_j, A_i) \notin G^*$ , entonces  $G \oplus (A_i, A_j)$  es un conjunto generador sano.

El siguiente lema resume algunas propiedades que satisface el operador de expansión.

**Lema 4.1** [SF01] Sea  $\oplus$  un operador de expansión como el definido en la Definición 4.5. Luego  $\oplus$  satisface éxito, inclusión, vacuidad, conmutatividad, y extensionalidad.

La expansión no preserva sanidad *per se*, pero es condicionada como se fijó en el postulado E+6. Esta propiedad es una consecuencia de las propiedades de conjuntos generadores sanos y la definición de expansión que hemos presentado.

#### 4.3.4. Operador de contracción

En esta sección presentamos el operador de contracción propuesto en [SF01]. Luego en la Sección 4.4 proponemos una nueva versión de este operador, el cual considera una medida de fiabilidad sobre la tupla.

En el comienzo de la Sección 4.3.3, dijimos que un agente puede necesitar insertar el hecho que un informante es menos creíble que otro. De manera similar, también puede darse lo opuesto. Esto es, podemos desear reflejar el hecho que un informante deja de ser más creíble que otro. Para este propósito definimos un operador de contracción  $\ominus : \mathcal{P}(\mathbb{A}^2) \times \mathbb{A}^2 \rightarrow \mathcal{P}(\mathbb{A}^2)$ .

Asumimos que tenemos un par de informantes  $A_i$  y  $A_j$  y un conjunto generador  $G$  tal que  $(A_i, A_j) \in G^*$ . La tarea básica de la función  $\ominus$  es construir un nuevo conjunto generador en el cual  $(A_i, A_j)$  no está más en  $G^*$  perdiendo la menor cantidad de información posible. Sin embargo, no podemos simplemente remover el par  $(A_i, A_j)$  a partir de  $G$ . De hecho,  $(A_i, A_j)$  pueden no estar en  $G$ . Cuidadosamente se deben quitar también pares que, a través de la transitividad, implicarían el par  $(A_i, A_j)$  en  $G^*$ . Siempre que exista un camino en el conjunto generador desde  $A_i$  a  $A_j$ ,  $(A_i, A_j)$  será encontrada en su clausura transitiva. Por lo tanto, es necesario eliminar un conjunto de pares de forma tal que no queden caminos que lleven de  $A_i$  a  $A_j$  en  $G$ . Se desea que este conjunto sea minimal. Ahora introduciremos contracciones para tupla de credibilidad. Sin embargo, antes de hacerlo, necesitamos presentar algunos conceptos.

En principio, daremos un repaso al concepto de camino. Decimos que un conjunto de tuplas  $P$  es un *camino* de  $A_i$  a  $A_j$  si  $(A_i, A_j) \in P$ , o  $(A_i, A_k) \in P$  y hay un camino desde  $A_k$  a  $A_j$  en  $P$ . Decimos que  $P$  es un *camino no-redundante* de  $A_i$  a  $A_j$  si es un camino de  $A_i$  a  $A_j$  y no hay caminos de  $A_i$  a  $A_j$  en cualquier  $P' \subset P$ .

**Definición 4.6 (Conjunto de caminos [SF01])** Dado un par de informantes  $A_i, A_j \in \mathbb{A}$  y un conjunto generador  $G \subseteq \mathbb{A}^2$ , definimos el conjunto de caminos de  $A_i$  a  $A_j$  en  $G$ , y lo notaremos  $G_{ij}$ , como

$$G_{ij} = \{C \subseteq G : C \text{ es un camino no-redundante de } A_i \text{ a } A_j \text{ en } G\}$$

Note que, de acuerdo a esta definición, el conjunto de caminos de  $A_i$  a  $A_j$  en un conjunto generador  $G$  es un conjunto de conjuntos. Cada conjunto representa un camino de  $A_i$  a  $A_j$ . En la contracción de  $G$  por  $(A_i, A_j)$ , para evitar la aparición de esta tupla, ninguno de estos caminos puede permanecer completo. Por lo tanto, necesitamos un mecanismo de selección para decidir que tuplas serán quitadas de cada camino en  $G_{ij}$ .

**Definición 4.7 (Función de corte [SF01])** Dado un conjunto de caminos  $G_{ij}$ , decimos que  $\gamma$  es una función de corte para  $G_{ij}$  si y sólo si:

1.  $\gamma(G_{ij}) \subseteq G$ .
2. Para cada  $C \in G_{ij}$ ,  $\gamma(G_{ij}) \cap C \neq \emptyset$ .

Ahora podemos presentar la definición de contracción.

**Definición 4.8 (Contracción [SF01])** Dado un par de informantes  $A_i, A_j \in \mathbb{A}$  y un conjunto generador  $G \subseteq \mathbb{A}^2$ , definimos la contracción de  $G$  por  $(A_i, A_j)$  como  $G \ominus (A_i, A_j) = G \setminus \gamma(G_{ij})$

A continuación, mostramos una caracterización de este operador de contracción a través de postulados.

**C-1** Inclusión:  $(G \ominus (A_i, A_j))^* \subseteq G^*$ .

Si una tupla es derivada por un conjunto generador, entonces su contracción por dicha tupla quita al menos un elemento del conjunto: la tupla en sí misma.

**C-2** Vacuidad (Vacuity): si  $(A_i, A_j) \notin G^*$ , entonces  $G \ominus (A_i, A_j) = G$ .

Esto es, si una tupla no es una consecuencia de un conjunto generador, entonces su contracción por dicha tupla no produce cambios.

**C-3** Éxito (Success): si  $A_i \neq A_j$ , entonces  $(A_i, A_j) \notin (G \ominus (A_i, A_j))^*$ .

Una tupla no puede ser derivada por el conjunto generador resultante de su contracción. En el caso de  $A_i = A_j$ , la tupla trivialmente estará en la clausura transitiva reflexiva de cualquier conjunto generador debido a la reflexividad.

**C-4** Interrupción de camino (Path Disruption): para todo  $A_k \in \mathbb{A}$ , si  $(A_i, A_k) \in G^*$  y  $(A_k, A_j) \in G^*$ , entonces  $(A_i, A_k) \notin (G \ominus (A_i, A_j))^*$  o  $(A_k, A_j) \notin (G \ominus (A_i, A_j))^*$ .

Sea  $A_k \in \mathbb{A}$  tal que  $(A_i, A_k)$  y  $(A_k, A_j)$  están en  $G^*$ , y asumamos que contraemos  $G$  por  $(A_i, A_j)$ . Si  $(A_i, A_k)$  y  $(A_k, A_j)$  son aún derivadas, entonces por transitividad  $(A_i, A_j)$  también sería derivada. Esto iría en contra del postulado de éxito.

**C-5** Recuperación (Recovery): si  $(A_i, A_j) \notin G^*$ , entonces  $G^* \subseteq ((G \ominus (A_i, A_j)) \oplus (A_i, A_j))^*$ .

Este postulado es una consecuencia directa del postulado de vacuidad para contracción y el postulado de inclusión para expansión.

**C-6** Recuperación inversa (Reverse Recovery): si  $(A_i, A_j) \in G^*$ , entonces  $((G \ominus (A_i, A_j)) \oplus (A_i, A_j))^* \subseteq G^*$ .

Aquí el caso de igualdad entre los conjuntos surge cuando la contracción de  $G$  por  $(A_i, A_j)$  sólo causa la eliminación de esta tupla y no la de otros pares que la implican. Si se quitan otros pares para evitar la aparición de  $(A_i, A_j)$  en la clausura, entonces ellos no aparecerían nuevamente con la expansión de  $G \ominus (A_i, A_j)$  por  $(A_i, A_j)$ .

**C-7** Preservación de sanidad (Soundness Preservation): si  $G$  es un conjunto generador sano, entonces  $G \ominus (A_i, A_j)$  es un conjunto generador sano.

El siguiente resultado da un resumen de las propiedades del operador de contracción.

**Lema 4.2** [SF01] *Sea  $\ominus$  un operador de contracción como el definido en la Definición 4.8. Luego  $\ominus$  satisface inclusión, vacuidad, éxito, interrupción de camino, recuperación, recuperación inversa y preservación de sanidad.*

Note que aquí, en contraste al caso de expansión, la propiedad de preservación de sanidad de contracción no es condicionada. Esto se debe a la manera en que está definida la contracción. Como la contracción es básicamente un proceso de eliminación, es imposible para esta operación introducir ciclos si no hubiere en el comienzo.

### 4.3.5. Operador de revisión

En esta sección presentamos el operador de revisión propuesto en [SF01]. Luego en la Sección 4.4 proponemos una nueva versión de este operador, el cual considera una medida de fiabilidad sobre la tupla.

Suponga que un agente descubre que un informante es menos creíble que otro. El conjunto generador actual del agente debe ser modificado para reflejar esta nueva información. Si el conjunto generador es modificado, sería conveniente que, cuando sea necesario, lo opuesto no sea mantenido. Esto es, hasta ahora el agente creía que el segundo informante era menos creíble, luego esto sería quitado.

Por este propósito definimos el operador de revisión  $\otimes : \mathcal{P}(\mathbb{A}^2) \times \mathbb{A}^2 \rightarrow \mathcal{P}(\mathbb{A}^2)$ . Asumimos que tenemos un par de informantes  $A_i$  y  $A_j$  y un conjunto generador  $G$ , y el agente ahora tiene razones para creer que  $A_i$  es menos creíble que  $A_j$ . La tarea básica del operador  $\otimes$  es construir un nuevo conjunto generador en el cual  $(A_i, A_j)$  sea derivado, pero  $(A_j, A_i)$  no. En esta sección, introduciremos una construcción de revisiones sobre tuplas de credibilidad.

**Definición 4.9 (Revisión [SF01])** *Dado un par de informantes  $A_i, A_j \in \mathbb{A}$  y un conjunto generador  $G \subseteq \mathbb{A}^2$ , definimos la revisión de  $G$  por  $(A_i, A_j)$  como  $G \otimes (A_i, A_j) = (G \ominus (A_j, A_i)) \oplus (A_i, A_j)$ .*

A continuación, presentamos un conjunto de postulados para este operador de revisión.

**R\*1** Éxito (Success):  $(A_i, A_j) \in (G \otimes (A_i, A_j))^*$ .

Este es básicamente una consecuencia de la definición dada para revisión y el postulado de éxito para expansión.

**R\*2** Inclusión:  $(G \otimes (A_i, A_j))^* \subseteq (G \oplus (A_i, A_j))^*$ .

Esto se debe al hecho de que la expansión simplemente agrega la nueva tupla en el conjunto generador mientras que la revisión puede necesitar quitar tuplas antes de agregar la nueva. Un caso límite de igualdad se presenta en sí mismo cuando  $(A_j, A_i) \notin G^*$ , lo cual nos lleva a nuestro siguiente postulado.

**R\*3** Vacuidad (Vacuity): si  $(A_j, A_i) \notin G^*$ , entonces  $G \otimes (A_i, A_j) = G \oplus (A_i, A_j)$ .

Cuando no hay caminos de  $A_j$  a  $A_i$ , luego revisar  $G$  por  $(A_i, A_j)$  es igual a expandir  $G$  por la misma tupla.

**R\*4** Interrupción de camino (Path Disruption): para todo  $A_k \in \mathbb{A}$ , si  $(A_j, A_k) \in G^*$  y  $(A_k, A_i) \in G^*$ , entonces  $(A_j, A_k) \notin (G \otimes (A_i, A_j))^*$  o  $(A_k, A_i) \notin (G \otimes (A_i, A_j))^*$ .

Este postulado es análogo al presentado para contracciones. Después de revisar  $G$  por  $(A_i, A_j)$  no pueden haber caminos de  $A_j$  a  $A_i$  que permanezcan en  $G$ .

**R\*5** Preservación de sanidad (Soundness Preservation): si  $G$  es un conjunto generador sano, entonces  $G \otimes (A_i, A_j)$  es un conjunto generador sano.

El siguiente lema enuncia algunas propiedades que satisface el operador.

**Lema 4.3** [SF01] *Sea  $\otimes$  un operador de revisión como el definido en la Definición 4.9. Luego  $\otimes$  satisface éxito, inclusión, vacuidad, interrupción de camino, y preservación de sanidad.*

Otra vez aquí, como en el caso de contracción, preservación de sanidad no es condicionada. En el caso de que la nueva tupla a ser agregada  $(A_i, A_j)$  complete un ciclo, la contracción previa de  $(A_j, A_i)$  aseguraría que no hay un camino de  $A_j$  a  $A_i$ . Por lo tanto, es imposible para la revisión introducir un ciclo.

## 4.4. Fiabilidad en las tuplas de credibilidad

Consideremos el agente  $A_v$  que quiere viajar a un poblado en la montaña. Supongamos ahora que, de acuerdo al orden de credibilidad entre agentes de  $A_v$ , se considera que el agente  $A_w$  del servicio climático de la radio, es menos creíble que el agente  $A_t$ , de la oficina de informes turísticos. Además, supongamos que  $A_t$  es menos creíble que el agente  $A_c$  que viene del camino que lleva al poblado. Esto es, el orden de credibilidad sería  $A_w <_{C_o}^{A_v} A_t <_{C_o}^{A_v} A_c$ . Sea  $G$  el conjunto generador que representa este orden, luego  $G = \{(A_w, A_t), (A_t, A_c)\}$ . Ahora, supongamos que  $A_r$  (el agente del restaurant del camino) informa a  $A_v$  que el servicio climático de la radio está informando desde el camino que lleva al poblado y que, por lo tanto, según  $A_r$ , el agente  $A_w$  es más creíble que el agente  $A_c$ . Esto es, un agente le informa a  $A_v$  la siguiente tupla de credibilidad  $(A_c, A_w)$ . Observe que,  $(A_c, A_w)$  provoca un ciclo en el conjunto generador  $G$  ya que  $(A_w, A_c) \in G^*$ . En este caso,  $A_v$  debe decidir si rechaza la nueva tupla o quita  $(A_w, A_c)$ . En nuestro enfoque, usaremos una medida fiabilidad para decidir que tupla de credibilidad prevalece. Si la nueva información prevalece, el agente  $A_v$  debe revisar su orden para poder reflejar esta nueva información. Para ello, la tupla  $(A_w, A_c)$  debe ser quitada del conjunto generador por medio del operador de contracción mostrado en este capítulo. El único camino que lleva de  $A_w$  a  $A_c$  es  $\{(A_w, A_t), (A_t, A_c)\}$ . Como se ha mencionado antes, la función de corte elige qué tuplas del camino deben ser quitadas. Sin embargo, en la definición de *función de corte* mostrada arriba [SF01] no se especifica como la función elige las tuplas de credibilidad que serán descartadas de cada camino.

Este problema es similar al presentado por la función de incisión propuesta por Hansson para las creencias, como vimos en el Capítulo 3. Esto lo resolvimos asociando a cada creencia un identificador de agente. De esta manera, a través del orden de credibilidad, fue posible definir un criterio para ordenar las creencias, y así, especificamos una forma en la cual una nueva función de incisión podía elegir sentencias. En esta sección decidimos asociar a las tuplas de credibilidad una medida de fiabilidad, la cual le permitirá a la función de corte elegir las tuplas menos fiables para ser descartadas.

Al igual que la propuesta para una base de creencias con informantes en el Capítulo 3, la medida de fiabilidad estará representada por un identificador de agente. Con esto, podemos utilizar el *assessment* y el orden de credibilidad de cada agente para comparar las tuplas de credibilidad de  $G$ . Esto es, un agente puede recibir una tupla de credibilidad desde otros agentes. Por lo tanto, los agentes incorporarán las tuplas recibidas en una base

de credibilidad propia en forma de *objetos de credibilidad*. Esto es, en nuestra propuesta, cada agente en el sistema tendrá dos bases, una de creencias y otra de credibilidad. De la base de credibilidad, mediante una función (Definición 4.12) se podrá obtener el conjunto generador asociado. Recuerde que el conjunto generador es una forma de representar el orden de credibilidad entre agentes (visto en el capítulo anterior), y es de utilidad en la representación gráfica de los órdenes. Un objeto de credibilidad, de manera similar a los objetos de información, asociará una tupla de credibilidad con un agente.

**Definición 4.10 (Objeto de credibilidad)** *Un objeto de credibilidad es una tupla  $R = (T, A_i)$ , donde  $T = (A_p, A_t)$  es una relación de credibilidad que indica que el agente  $A_p$  es menos creíble que el agente  $A_t$ , y  $A_i, A_p, A_t \in \mathbb{A}$ .*

Consideramos el escenario propuesto al comienzo de esta sección. El agente  $A_v$  quiere viajar a un poblado en la montaña y recibe como información de otro agente  $A_r$  que el servicio climático de la radio está informando desde el camino que lleva al poblado. Por lo tanto, según  $A_r$ , el agente  $A_w$  es más creíble que el agente  $A_c$  que viene desde el camino. En este caso,  $A_v$  recibe el objeto de credibilidad  $((A_c, A_w), A_r)$ . Los objetos de credibilidad son usados para representar la base de credibilidad de un agente.

**Definición 4.11 (Base de credibilidad)** *Sea  $\mathbb{A} = \{A_1, \dots, A_n\}$  un conjunto de identificadores de agentes. Una base de credibilidad de un agente  $A_i$  ( $1 \leq i \leq n$ ) es un conjunto  $G_{A_i} = \{R_1, \dots, R_k\}$  que contiene objetos de credibilidad  $(T, A_j)$  ( $1 \leq j \leq n$ ) recibidos desde otros agentes ( $j \neq i$ ) y tuplas de credibilidad propias ( $j = i$ ).*

**Ejemplo 4.4** *Considere el conjunto de identificadores de agentes  $\mathbb{A} = \{A_1, A_2, A_3, A_4\}$  y la base de credibilidad del agente  $A_1$ ,  $G_{A_1} = \{((A_1, A_2), A_1), ((A_2, A_4), A_4), ((A_1, A_3), A_2), ((A_3, A_4), A_3)\}$ . Note que, según  $A_1$ ,  $A_2$  y  $A_3$  no se pueden comparar, i.e., son incomparables. Esto puede ser visto fácilmente en el grafo asociado con arcos etiquetados de la Figura 4.4, donde las etiquetas muestran la fiabilidad de cada tupla de credibilidad. Esto es,  $((A_1, A_3), A_2)$  se representará con dos nodos  $A_1$  y  $A_3$ , y el arco dirigido de  $A_1$  a  $A_3$  con etiqueta  $A_2$ .*

Note que el propietario de la base de credibilidad también puede estar en las tuplas de credibilidad. Esto es, en  $G_{A_1}$  del Ejemplo 4.4 el agente propietario  $A_1$  se considera menos creíble que  $A_2$ .

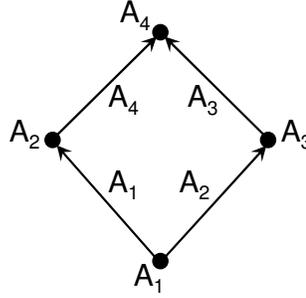


Figura 4.4: Ejemplo 4.4.

El conjunto  $\mathcal{G} = 2^{(\mathbb{A} \times \mathbb{A}) \times \mathbb{A}}$  representará todas las bases de credibilidad. A continuación, se introducen dos funciones auxiliares para obtener el conjunto generador asociado o el conjunto de agentes que pertenecen a una base de credibilidad  $G \in \mathcal{G}$ .

**Definición 4.12 (Función conjunto generador)** La función conjunto generador  $Gen$  ( $Gen : \mathcal{G} \rightarrow 2^{\mathbb{A} \times \mathbb{A}}$ ) es una función tal que para una base de credibilidad  $G \in \mathcal{G}$ ,  $Gen(G) = \{T : (T, A_k) \in G\}$ .

Una base de credibilidad  $G_A$  es sana si  $Gen(G_A)^*$  es sana. En nuestra propuesta, cada agente  $A \in \mathbb{A}$  tendrá una base de credibilidad sana  $G_A$ .

**Definición 4.13 (Función identificador de agente)** La función identificador de agente  $Ag$  ( $Ag : \mathcal{G} \rightarrow 2^{\mathbb{A}}$ ) es una función tal que para una base de credibilidad  $G \in \mathcal{G}$ ,  $Ag(G) = \{A_i : (T, A_i) \in G\}$ .

Note que esta función es análoga a la vista en el Capítulo 3 para bases de creencias. Decidimos sobrecargar la definición anterior dejando el mismo nombre. Dependiendo de la entrada, se aplicará para bases de creencias o bases de credibilidad.

**Ejemplo 4.5** Considere la base de credibilidad  $G_{A_1}$  del Ejemplo 4.4. Luego,

- $Gen(G_{A_1}) = \{(A_1, A_2), (A_2, A_4), (A_1, A_3), (A_3, A_4)\}$  es el conjunto generador asociado a la base de credibilidad  $G_{A_1}$ .
- $Ag(G_{A_1}) = \{A_1, A_2, A_3, A_4\}$ .

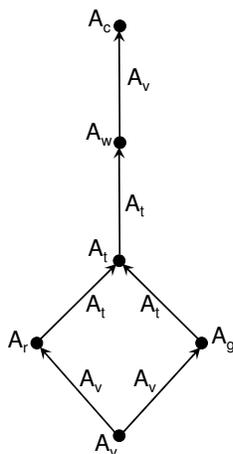


Figura 4.5: Grafo del conjunto generador asociado a  $G_{A_v}$ :  $Gen(G_{A_v})$ .

Si consideramos al agente  $A_v$  que quiere viajar al poblado de la montaña, el mismo puede tener la siguiente base de credibilidad:  $G_{A_v} = \{((A_v, A_r), A_v), ((A_v, A_g), A_v), ((A_r, A_t), A_t), ((A_g, A_t), A_t), ((A_t, A_w), A_t), ((A_w, A_c), A_v)\}$ . La Figura 4.5 muestra el grafo asociado a  $G_{A_v}$ . Observe que los arcos están etiquetados con la fiabilidad.

La Figura 4.5 muestra que el viajante ( $A_v$ ) es menos creíble que el agente del restaurante del camino ( $A_r$ ) y, además, menos creíble que el agente de la estación de servicio del camino ( $A_g$ ). Estas tuplas de credibilidad tienen asignada la fiabilidad  $A_v$  porque el viajante mismo se considera menos creíble que estas personas que trabajan en el lugar. Luego, se entera por la oficina de informes turísticos  $A_t$ , que debe confiar más en esta oficina que en los agentes que trabajan en el camino. Esto se debe a que tienen personal con estudios en el área y mucha experiencia. Es por esto que, en la base de credibilidad están las tuplas  $((A_r, A_t), A_t)$  y  $((A_g, A_t), A_t)$ . Sin embargo, el agente  $A_t$  le informó a  $A_v$  que el servicio climático de la radio  $A_w$  es más creíble que ellos mismos. De todos modos,  $A_v$  sabe por sí mismo, que si viene alguien desde el camino  $A_c$  será más creíble que el resto porque viene desde allí. Por esto, en  $G_{A_v}$  está el objeto de credibilidad  $((A_w, A_c), A_v)$ .

#### 4.4.1. Función de fiabilidad

De manera análoga a la función de plausibilidad definida para las creencias en el Capítulo 3, aquí definiremos una función de fiabilidad. Esto es, para determinar la plausibilidad de una creencia, decidimos basarnos en todas sus pruebas, luego para determinar

la fiabilidad de una tupla de credibilidad  $(A_i, A_j)$  nos vamos a basar en todos los caminos que van de  $A_i$  a  $A_j$  y en los identificadores de agentes asociados a los arcos que son parte de estos caminos. La siguiente función caracteriza todas las tuplas derivadas de un conjunto generador.

**Definición 4.14 (Función tuplas de credibilidad)** *La función tuplas de credibilidad,  $Tup : \mathcal{G} \rightarrow 2^{\mathbb{A} \times \mathbb{A}}$ , es una función tal que para una base de credibilidad  $G \in \mathcal{G}$ ,  $Tup(G) = \{T : T \in Gen(G)^*\}$ .*

Por ejemplo, si nos basamos en la base de credibilidad del agente  $A_v$  mostrada gráficamente en el grafo de la Figura 4.5, podemos ver que  $(A_v, A_c) \in Gen(G_{A_v})^*$ .

Para computar la fiabilidad de una tupla de credibilidad  $(A_i, A_j)$ , todos los caminos tienen que ser analizados. Como adoptamos una actitud cauta, de cada camino consideraremos aquellas tuplas cuyos identificadores de agentes asociados *no son más creíbles que otros*. Note que, a diferencia de esto, en el Capítulo 3 para computar la plausibilidad de una creencia, de cada prueba consideramos las tuplas que tenían los identificadores de agentes *menos* creíbles. Esta noción es levemente modificada porque en este capítulo consideramos que el orden de credibilidad entre los agentes es parcial. Introduciremos dos funciones auxiliares, la primera recibe como entrada una base de credibilidad  $G_{A_i}$  y retorna los objetos de credibilidad que tienen asociados los identificadores de agentes que no son más creíble que otros agentes asociados a objetos de credibilidad en  $G_{A_i}$ ; y la segunda, de manera similar a la anterior, retorna los objetos de credibilidad cuyos identificadores de agentes asociados no son menos creíbles que otros agentes asociados a objetos de credibilidad en  $G_{A_i}$ .

**Definición 4.15 (Función fuentes no más creíble)** *La función,  $noMax : \mathcal{G} \rightarrow 2^{\mathcal{G}}$ , es una función tal que para una base de credibilidad  $G_{A_i} \in \mathcal{G}$ ,  $noMax(G_{A_i}) = \{(T_1, A_k) : (T_1, A_k) \in G_{A_i} \text{ y para todo } (T_2, A_j) \in G_{A_i}, \text{ no se cumple que } A_j \leq_{C_o}^{A_i} A_k\}$ .*

**Definición 4.16 (Función fuentes no menos creíble)** *La función,  $noMin : \mathcal{G} \rightarrow 2^{\mathcal{G}}$ , es una función tal que para una base de credibilidad  $G_{A_i} \in \mathcal{G}$ ,  $noMin(G_{A_i}) = \{(T_1, A_k) : (T_1, A_k) \in G_{A_i} \text{ y para todo } (T_2, A_j) \in G_{A_i}, \text{ no se cumple que } A_k \leq_{C_o}^{A_i} A_j\}$ .*

A continuación, basado en el orden de credibilidad entre agentes ' $\leq_{C_o}^{A_i}$ ', definiremos un criterio de comparación entre tuplas de credibilidad de  $Tup(G_{A_i})$ . Primero, introducimos

la función  $Rl((A_p, A_k), K_{A_i})$  que dada una tupla de credibilidad  $(A_p, A_k) \in Tup(G_{A_i})$ , retorna un identificador de agente que representa la fiabilidad de  $(A_p, A_k)$  con respecto al *assessment* del agente  $A_i$ . Luego, basado en la función  $Rl$ , en la Definición 4.18, introduciremos un criterio de comparación  $\leq_{G_{A_i}}$  entre tuplas de credibilidad de  $Tup(G_{A_i})$ . Note que, usaremos  $P \in (G_{A_i})_{pk}$  para decir que  $P$  es un camino de  $A_p$  a  $A_k$  en el grafo del conjunto generador asociado a la base de credibilidad  $G_{A_i}$ . Observe que, por simplicidad,  $P$  contendrá objetos de credibilidad.

**Definición 4.17 (Función fiabilidad)** *La función fiabilidad,  $Rl : (\mathbb{A} \times \mathbb{A}) \times \mathcal{G} \rightarrow \mathbb{A}$ , es una función tal que, dada una base de credibilidad  $G_{A_i} \in \mathcal{G}$  y una tupla de credibilidad  $(A_p, A_k) \in Tup(G_{A_i})$ :*

$$Rl((A_p, A_k), G_{A_i}) = \mathcal{S}_{A_i}(Ag(noMin(\bigcup_{P \in (G_{A_i})_{pk}} noMax(P))))$$

Observe que la función *noMin* puede retornar más de un identificador de agente. Por lo tanto,  $Rl$  usa la función de selección  $\mathcal{S}_{A_i}$  de la Definición 3.9 del Capítulo 3 que retorna sólo un identificador.

**Definición 4.18 (Criterio de fiabilidad)** *Sea  $G_{A_i} \in \mathcal{G}$  la base de credibilidad del agente  $A_i$  y sea  $\{(A_p, A_k), (A_t, A_j)\} \subseteq Tup(G_{A_i})$ . Luego  $(A_p, A_k) \leq_{G_{A_i}} (A_t, A_j)$  si y sólo si se cumple que  $Rl((A_p, A_k), G_{A_i}) \leq_{C_o}^{A_i} Rl((A_t, A_j), G_{A_i})$ .*

De esta manera, sean  $T_1$  y  $T_2$  dos tuplas de credibilidad, entonces la noción  $T_1 \leq_{G_{A_i}} T_2$  representará: “para el agente  $A_i$ ,  $T_2$  es más fiable que  $T_1$ ”.

**Ejemplo 4.6** *Considere otra vez el Ejemplo 4.4, donde la base de credibilidad de  $A_1$  es  $G_{A_1} = \{((A_1, A_2), A_1), ((A_2, A_4), A_4), ((A_1, A_3), A_2), ((A_3, A_4), A_3)\}$ . Luego, suponga que para el agente  $A_1$  se necesita computar la fiabilidad de la tupla de credibilidad  $(A_1, A_4)$ . Entonces:*

- *En primer lugar hay que obtener los caminos minimales de  $A_1$  a  $A_4$  de la base de credibilidad  $G_{A_1}$   $((G_{A_1})_{14})$ .*

$$(G_{A_1})_{14} = \{P_a, P_b\} \text{ donde}$$

$$P_a = \{((A_1, A_2), A_1), ((A_2, A_4), A_4)\} \text{ y}$$

$$P_b = \{((A_1, A_3), A_2), ((A_3, A_4), A_3)\}.$$

- *Luego, hay que aplicar ‘noMax’ a cada camino  $(G_{A_1})_{14}$ :*  
 $noMax(P_a) = \{((A_1, A_2), A_1)\}$  y  $noMax(P_b) = \{((A_1, A_3), A_2), ((A_3, A_4), A_3)\}$ .
- *Después, hay que aplicar ‘noMin’ a la unión de todos los conjuntos obtenidos en el paso anterior.*  
 $noMin(\{((A_1, A_2), A_1), ((A_1, A_3), A_2), ((A_3, A_4), A_3)\}) =$   
 $\{((A_1, A_3), A_2), ((A_3, A_4), A_3)\}$ .
- *Una vez realizado lo anterior, hay que obtener desde las tuplas del paso previo, el conjunto de identificadores de agentes que ellas contienen:*  
 $Ag(\{((A_1, A_3), A_2), ((A_3, A_4), A_3)\}) = \{A_2, A_3\}$ .
- *Finalmente, hay que obtener desde el conjunto de identificadores de agentes del paso previo, un único identificador de agente basado en una política dada. Por ejemplo, si la política es el orden lexicográfico entre identificadores de agentes, entonces  $S_{A_1}(\{A_2, A_3\}) = A_2$ .*

De esta manera se obtiene la fiabilidad de  $(A_1, A_4)$  para  $A_1$ :  $Rl((A_1, A_4), G_{A_1}) = A_2$ .

#### 4.4.2. Nuevos operadores para credibilidad

Con el agregado de la fiabilidad, debemos definir nuevas versiones de los operadores vistos para credibilidad. Note que estos serán similares a aquellos vistos en el Capítulo 3. Por lo tanto, sólo daremos la construcción de los mismos, sin enunciar los postulados de racionalidad.

El operador de expansión no se ve alterado de manera significativa con respecto al propuesto por [SF01] visto en la Sección 4.3.3.

**Definición 4.19 (Expansión por fiabilidad)** *Sea  $G_{A_i} \in \mathcal{G}$  la base de credibilidad de un agente  $A_i$  y  $(T, A_j)$  un objeto de credibilidad. El operador “ $\oplus$ ”, llamado expansión por fiabilidad, es definido como sigue:*

$$G_{A_i} \oplus (T, A_j) = G_{A_i} \cup \{(T, A_j)\}$$

Para la contracción haremos uso de la función de fiabilidad. Como mencionamos antes, en la Definición 4.7 de *función de corte*, no se especifica como la función elige las tuplas de credibilidad que serán descartadas de cada camino. En este nuevo enfoque, esto será resuelto con la fiabilidad de las tuplas de credibilidad que hemos definido arriba. De esta manera, la función de corte elegirá los objetos de credibilidad menos fiables de cada camino.

**Definición 4.20 (Función de corte por debajo)**  $\gamma_\downarrow$  es una función de corte por debajo para  $G_{A_i}$  si  $\gamma_\downarrow$  es una función de corte tal que,  $\gamma_\downarrow((G_{A_i})_{pt}) = \{(T_1, A_k) : (T_1, A_k) \in P \in (G_{A_i})_{pt} \text{ y para todo } (T_2, A_j) \in P \text{ no se cumple que } T_2 \prec_P T_1\}^1$ .

Note que, puede darse el caso en que la función de corte elija tuplas incomparables. Esto se debe a que, puede haber identificadores de agentes, asociados a los objetos de credibilidad de un camino, que sean incomparables. Es por esto que la función de corte elige las tuplas cuyo identificador asociado no es mayor que otro en el camino, en lugar del identificador menos creíble del camino.

A continuación se definirá un operador de contracción sobre una base de credibilidad en forma análoga a la contracción usando plausibilidad propuesta en el Capítulo 3.

**Definición 4.21 (Contracción por fiabilidad)** Sea  $A_i, A_p, A_t \in \mathbb{A}$ ,  $G_{A_i} \in \mathcal{G}$ ,  $(A_p, A_t)$  una tupla de credibilidad y sea  $\gamma_\downarrow$  una función de corte por debajo para  $G_{A_i}$ . El operador “ $\ominus_{\gamma_\downarrow}$ ”, llamado contracción por fiabilidad, es definido como:

$$G_{A_i} \ominus_{\gamma_\downarrow} (A_p, A_t) = G_{A_i} \setminus \gamma_\downarrow((G_{A_i})_{pt})$$

**Ejemplo 4.7** Considere  $G_{A_1}$  del Ejemplo 4.4, donde la base de credibilidad de  $A_1$  es  $G_{A_1} = \{((A_1, A_2), A_1), ((A_2, A_4), A_4), ((A_1, A_3), A_2), ((A_3, A_4), A_3)\}$ . Luego, suponga que el agente  $A_1$  quiere contraer por  $(A_1, A_4)$  usando “ $\ominus_{\gamma_\downarrow}$ ”. Para ello,

- En primer lugar hay que obtener los caminos minimales de  $A_1$  a  $A_4$  de la base de credibilidad  $G_{A_1}$   $((G_{A_1})_{14})$ .

$$(G_{A_1})_{14} = \{P_a, P_b\} \text{ donde}$$

$$P_a = \{((A_1, A_2), A_1), ((A_2, A_4), A_4)\} \text{ y}$$

$$P_b = \{((A_1, A_3), A_2), ((A_3, A_4), A_3)\}.$$

---

<sup>1</sup>Asumimos que, dado  $\prec_{G_{A_i}}$  sobre  $(\mathbb{A} \times \mathbb{A}) \times (\mathbb{A} \times \mathbb{A})$ , es posible definir  $\prec_X$  sobre cada  $P \subseteq G_{A_i}$ .

- Luego, aplicar la función de corte por debajo “ $\gamma_\downarrow$ ” a  $(G_{A_1})_{14}$ :

$$\gamma_\downarrow((G_{A_1})_{14}) = \{((A_1, A_2), A_1), ((A_1, A_3), A_2), ((A_3, A_4), A_3)\}.$$

*Es importante notar, que cuando los agentes asociados a los objetos de credibilidad dentro de un camino son incomparables (como en  $P_b$ ), la función de corte los elige a todos.*

- Finalmente,  $G_{A_1} \ominus_{\gamma_\downarrow}(A_1, A_4) = \{((A_2, A_4), A_4)\}.$

La revisión priorizada por fiabilidad se define de manera directa basada en la expansión por fiabilidad, la contracción por fiabilidad y la identidad de Levi.

**Definición 4.22 (Revisión priorizada por fiabilidad)** *Sea  $G_{A_i} \in \mathcal{G}$ ,  $((A_p, A_t), A_k)$  un objeto de credibilidad y sea  $\gamma_\downarrow$  una función de corte por debajo para  $G_{A_i}$ . Sea  $\ominus_{\gamma_\downarrow}$  el operador de contracción por fiabilidad y  $\oplus$  el operador de expansión por fiabilidad. El operador “ $\otimes_{\gamma_\downarrow}$ ”, llamado revisión priorizada por fiabilidad, es definido como:*

$$G_{A_i} \otimes_{\gamma_\downarrow} ((A_p, A_t), A_k) = (G_{A_i} \ominus_{\gamma_\downarrow}(A_t, A_p)) \oplus ((A_p, A_t), A_k)$$

De la misma manera que para las creencias, tomando ventaja de contar con un criterio de comparación entre tuplas de credibilidad, podemos definir un operador de revisión no priorizada por fiabilidad. Con esta nueva revisión para órdenes parciales de credibilidad, un agente no siempre aceptará una tupla entrante. Cuando una base de credibilidad  $G_{A_i} \in \mathcal{G}$  es revisada por un objeto de credibilidad  $R = ((A_p, A_t), A_i)$  usando un operador de revisión no priorizada por fiabilidad, hay dos casos:

- $(A_p, A_t)$  es consistente con  $Tup(G_{A_i})$ , *i.e.*, si  $(A_t, A_p) \notin Tup(G_{A_i})$ . En este caso, el operador es equivalente a la versión priorizada.
- $(A_p, A_t)$  es inconsistente con  $Tup(G_{A_i})$ , esto es  $(A_t, A_p) \in Tup(G_{A_i})$ . Primero, es necesario determinar si la tupla de credibilidad será aceptada; y luego, si la entrada es aceptada, entonces el operador es equivalente a la versión priorizada.

**Definición 4.23 (Revisión no priorizada por fiabilidad)** *Sea  $G_{A_i}$  una base de credibilidad en  $\mathcal{G}$ ,  $((A_p, A_t), A_j)$  un objeto de credibilidad, y  $\gamma_\downarrow$  una función de corte por*

debajo para  $G_{A_i}$ . Sea  $\otimes_{\gamma_{\downarrow}}$  el operador de revisión priorizada por fiabilidad y  $\oplus$  el operador de expansión por fiabilidad. El operador “ $\odot_{\gamma_{\downarrow}}$ ”, llamado revisión no priorizada por fiabilidad, es definido como sigue:

$$G_{A_i} \odot_{\gamma_{\downarrow}}((A_p, A_t), A_j) = \begin{cases} G_{A_i} \oplus ((A_p, A_t), A_j) & \text{si } (A_t, A_p) \notin Tup(G_{A_i}) \\ G_{A_i} & \text{si } (A_t, A_p) \in Tup(G_{A_i}) \\ & \text{y no se cumple que} \\ & (Rl((A_t, A_p), G_{A_i}), A_j) \in Tup(G_{A_i}) \\ G_{A_i} \otimes_{\gamma_{\downarrow}}((A_p, A_t), A_j) & \text{si } (A_t, A_p) \in Tup(G_{A_i}) \\ & \text{y } (Rl((A_t, A_p), G_{A_i}), A_j) \in Tup(G_{A_i}) \end{cases}$$

**Ejemplo 4.8** Considere  $G_{A_1}$  del Ejemplo 4.4, donde la base de credibilidad de  $A_1$  es  $G_{A_1} = \{((A_1, A_2), A_1), ((A_2, A_4), A_4), ((A_1, A_3), A_2), ((A_3, A_4), A_3)\}$ . Luego, suponga que el agente  $A_1$  quiere revisar por  $((A_4, A_1), A_3)$  usando “ $\odot_{\gamma_{\downarrow}}$ ”. Como  $Rl((A_1, A_4), G_{A_1}) = A_2$  y  $(A_2, A_3) \notin Tup(G_{A_1})$ , el operador rechaza la entrada y no tiene efecto por el segundo caso de la llave. Note que  $A_2$  y  $A_3$  son incomparables según  $A_1$ .

Ahora supongamos que la entrada fuese  $((A_4, A_1), A_4)$ . En este caso, como  $Rl((A_1, A_4), G_{A_1}) = A_2$  y  $(A_2, A_4) \in Tup(G_{A_1})$ , luego  $G_{A_1} \odot_{\gamma_{\downarrow}}((A_4, A_1), A_4) = G_{A_1} \otimes_{\gamma_{\downarrow}}((A_4, A_1), A_4) = (G_{A_1} \ominus_{\gamma_{\downarrow}}(A_1, A_4)) \oplus ((A_4, A_1), A_4) = \{((A_2, A_4), A_4), ((A_4, A_1), A_4)\}$ .

En la Figura 4.6 podemos ver como cambia el orden de credibilidad de  $G_{A_1}$  luego de la revisión por  $((A_4, A_1), A_4)$ .

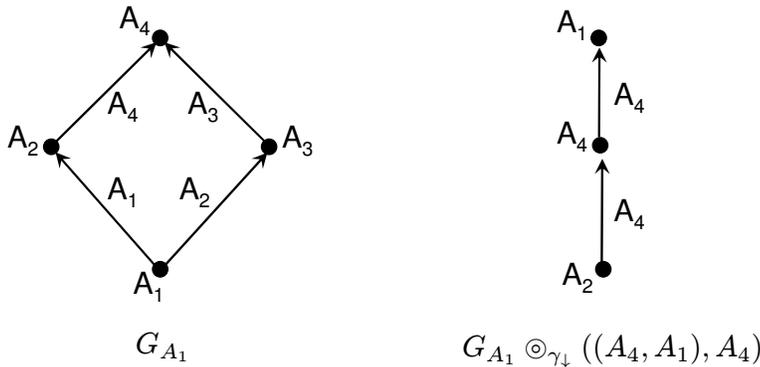


Figura 4.6: Grafo de  $G_{A_1}$  y grafo resultante de la revisión por  $((A_4, A_1), A_4)$ .

**Observación 4.1** *Es importante notar que cuando la función de fiabilidad  $Rl$  retorna un agente incomparable con el asociado a la tupla de entrada, el operador rechaza la entrada y no tiene efecto.*

## 4.5. Modelo de cambio de creencias adaptado a orden parcial

Recuerde que en el Capítulo 3 hemos asumido que el orden de credibilidad entre agentes es total y fijo. En esta sección adaptaremos algunas nociones del modelo epistémico propuesto en el capítulo anterior para ajustar el modelo de cambio de creencias a órdenes parciales. Esto es, para que el modelo de cambio de creencias propuesto anteriormente pueda adaptarse a órdenes parciales de credibilidad entre agentes, es necesario que las funciones que comparan identificadores de agentes sean redefinidas. Esto se debe a que, en órdenes parciales se puede dar el caso en que dos agentes sean incomparables. Por lo tanto, las funciones *min* y *max* utilizadas por la función de plausibilidad deben ser redefinidas; así como también la función de incisión propuesta para las contracciones.

Comenzaremos adaptando la función de plausibilidad a órdenes parciales. Para ello, no podemos considerar los objetos de información menores o mayores de un subconjunto de tuplas, y esto es porque pueden haber agentes incomparables. Como adoptamos una actitud cauta, de cada  $\alpha$ -kernel consideraremos aquellas tuplas que tienen los identificadores de agentes que no son más creíbles que otros. Note que, a diferencia de esto, para computar la plausibilidad de una creencia, antes considerábamos las tuplas que tenían los identificadores de agentes menos creíbles. Debajo introducimos las dos funciones auxiliares que reemplazan a las funciones *min* y *max*. La primera recibe como entrada una base de creencias  $K_{A_i}$  y retorna los objetos de información que tienen asociados los identificadores de agentes que no son más creíble que otros identificadores de agentes asociados a objetos de información en  $K_{A_i}$ ; y la segunda, de manera similar a la anterior, retorna los objetos de información cuyos identificadores de agentes asociados no son menos creíble que otros identificadores de agentes asociados a objetos de información en  $K_{A_i}$ .

**Definición 4.24 (Función fuentes no mas creíbles)** *La función,  $noMax : \mathcal{K} \rightarrow 2^{\mathcal{K}}$ , es una función tal que para una base de creencias  $K_{A_i} \in \mathcal{K}$ ,  $noMax(K_{A_i}) = \{(\alpha, A_k) : (\alpha, A_k) \in K_{A_i} \text{ y para todo } (\delta, A_j) \in K_{A_i}, \text{ no se cumple que } A_j \leq_{C_o}^{A_i} A_k\}$ .*

**Definición 4.25 (Función fuentes no menos creíbles)** La función,  $noMin : \mathcal{K} \rightarrow 2^{\mathcal{K}}$ , es una función tal que para una base de creencias  $K_{A_i} \in \mathcal{K}$ ,  $noMin(K_{A_i}) = \{(\alpha, A_k) : (\alpha, A_k) \in K_{A_i} \text{ y para todo } (\delta, A_j) \in K_{A_i}, \text{ no se cumple que } A_k \leq_{C_o}^{A_i} A_j\}$ .

Note que, estas funciones son análogas a las vistas en la Sección 4.4.1 para bases de credibilidad. Nuevamente, decidimos sobrecargar aquellas definiciones dejando los mismos nombres. Dependiendo de la entrada, se aplicará para bases de creencias o bases de credibilidad.

**Ejemplo 4.9** Considere el conjunto de identificadores de agentes  $\mathbb{A} = \{A_1, A_2, A_3\}$  y el orden de credibilidad del agente  $A_1$ :  $A_1 <_{C_o}^{A_1} A_2$  y  $A_1 <_{C_o}^{A_1} A_3$ . Note que  $A_2$  y  $A_3$  son incomparables. Sea  $K_{A_1} = \{(\alpha, A_1), (\alpha, A_2), (\beta, A_1), (\gamma, A_1), (\alpha \rightarrow \gamma, A_3)\}$  la base de creencias de  $A_1$ . Luego,

- $noMax(K_{A_1}) = \{(\alpha, A_1), (\beta, A_1), (\gamma, A_1)\}$ .
- $noMin(K_{A_1}) = \{(\alpha, A_2), (\alpha \rightarrow \gamma, A_3)\}$ .

Es importante notar que, estas funciones son más generales que las funciones  $min$  y  $max$  de las Definiciones 3.12 y 3.13 respectivamente. Esto es, de las Definiciones 3.12, 3.13, 4.24 y 4.25, se deducen sencillamente las siguientes proposiciones.

**Proposición 4.3** Sea  $K_{A_i} \in \mathcal{K}$ , entonces se cumple que:  $min(K_{A_i}) \subseteq noMax(K_{A_i})$  y  $max(K_{A_i}) \subseteq noMin(K_{A_i})$ .

**Proposición 4.4** Sea  $K_{A_i} \in \mathcal{K}$ , luego si el orden de credibilidad entre agentes de acuerdo a  $A_i$  ( $\leq_{C_o}^{A_i}$ ) es total, entonces se cumple que:  $min(K_{A_i}) = noMax(K_{A_i})$  y  $max(K_{A_i}) = noMin(K_{A_i})$ .

Luego, debemos adaptar la función de plausibilidad de forma tal que utilice estas nuevas definiciones.

**Definición 4.26 (Función plausibilidad)** La función plausibilidad,  $Pl : \mathcal{L} \times \mathcal{K} \rightarrow \mathbb{A}$ , es una función tal que dada una base de creencias  $K_{A_i} \in \mathcal{K}$  y una sentencia  $\alpha \in Bel(K_{A_i})$ :

$$Pl(\alpha, K_{A_i}) = \mathcal{S}_{A_i}(Ag(noMin(\bigcup_{X \in K_{A_i} \perp\!\!\!\perp \alpha} noMax(X))))$$

Observe que la función *noMin* puede retornar más de un identificador de agente. Por lo tanto, *Pl*, al igual que en su definición anterior, usa la función de selección  $\mathcal{S}_{A_i}$  de la Definición 3.9 que retorna sólo un identificador.

**Ejemplo 4.10** *Considere la base de creencias  $K_{A_1} = \{(\beta, A_1), (\alpha, A_3), (\alpha \rightarrow \beta, A_4), (\omega, A_3), (\omega \rightarrow \beta, A_4), (\alpha \rightarrow \delta, A_2), (\delta \rightarrow \beta, A_4), (\gamma, A_3), (\gamma, A_4), (\gamma \rightarrow \epsilon, A_2)\}$ , y considere el conjunto generador asociado a la base de credibilidad  $G_{A_1}$ ,  $Gen(G_{A_1}) = \{(A_1, A_2), (A_2, A_4), (A_1, A_3), (A_3, A_4)\}$ . Note que,  $A_2$  y  $A_3$  son incomparables. Luego, suponga que el agente  $A_1$  necesita computar la plausibilidad de  $\beta$ .*

- *En primer lugar hay que obtener los subconjuntos minimales que derivan  $\beta$  de la base de creencias  $K_{A_1}$  ( $K_{A_1}^{\perp\perp}\beta$ ).*

$$K_{A_1}^{\perp\perp}\beta = \{H_a, H_b, H_c, H_d\} \text{ donde}$$

$$H_a = \{(\beta, A_1)\},$$

$$H_b = \{(\alpha, A_3), (\alpha \rightarrow \beta, A_4)\},$$

$$H_c = \{(\omega, A_3), (\omega \rightarrow \beta, A_4)\}, \text{ and}$$

$$H_d = \{(\alpha, A_3), (\alpha \rightarrow \delta, A_2), (\delta \rightarrow \beta, A_4)\}.$$

- *Luego, hay que aplicar ‘noMax’ a cada  $\beta$ -kernel  $\in K_{A_1}^{\perp\perp}\beta$ :*

$$noMax(H_a) = \{(\beta, A_1)\} \quad noMax(H_c) = \{(\omega, A_3)\}$$

$$noMax(H_b) = \{(\alpha, A_3)\} \quad noMax(H_d) = \{(\alpha, A_3), (\alpha \rightarrow \delta, A_2)\}$$

*Note que en  $H_d$  hay dos tuplas porque  $A_2$  y  $A_3$  son incomparables.*

- *Después, hay que aplicar ‘noMin’ a la unión de todos los conjuntos obtenidos en el paso anterior.*

$$noMin(\{(\beta, A_1), (\alpha, A_3), (\omega, A_3), (\alpha \rightarrow \delta, A_2)\}) = \{(\alpha, A_3), (\omega, A_3), (\alpha \rightarrow \delta, A_2)\}.$$

- *Una vez realizado lo anterior, hay que obtener desde las tuplas del paso previo, el conjunto de identificadores de agentes que ellas contienen:*

$$Ag(\{(\alpha, A_3), (\omega, A_3), (\alpha \rightarrow \delta, A_2)\}) = \{A_2, A_3\}.$$

- *Finalmente, hay que obtener desde el conjunto de identificadores de agentes del paso previo, un único identificador de agente basado en una política dada. Por ejemplo, si la política es el orden lexicográfico entre identificadores de agentes, entonces  $\mathcal{S}_{A_1}(\{A_2, A_3\}) = A_2$ . Por lo tanto,  $Pl(\beta, K_{A_1}) = A_2$ .*

Es importante notar que la función de plausibilidad que acabamos de definir, cuando el orden de credibilidad entre agentes es total, retorna el mismo resultado que la versión vista en el Capítulo 3 para órdenes totales. Esto se debe a que, antes se aplicaban las funciones  $min$  y  $max$  y ahora aplicamos las funciones  $noMax$  y  $noMin$  que son más generales. Además, por la Proposición 4.4, se establece que cuando el orden de credibilidad del agente  $A_i$  es total,  $min(K_{A_i}) = noMax(K_{A_i})$  y  $max(K_{A_i}) = noMin(K_{A_i})$ .

En el capítulo anterior, cuando definimos el modelo, dimos la noción de base compactada. La misma fue introducida con la intención de que el cómputo de los kernels sea optimizado. Luego, comprobamos que computar la plausibilidad desde una base y su versión compactada retorna el mismo resultado (ver Proposición 3.3). En esta adaptación del modelo a órdenes parciales también ofrecemos una adaptación de la *función base compacta*. Para ello sólo hay que redefinir la función  $Top$  que es la que realiza comparaciones entre identificadores de agentes. La función  $Top(\alpha, K_{A_i})$  ya no podrá retornar los identificadores de agentes más creíbles asociados a  $\alpha$ , debido a que pueden haber identificadores de agentes asociados a  $\alpha$  incomparables según  $A_i$ .

**Definición 4.27 (Función agente top)** *La función agente top,  $Top : \mathcal{L} \times \mathcal{K} \rightarrow 2^{\mathbb{A}}$ , es una función tal que para una base de creencias  $K_{A_i} \in \mathcal{K}$  y una sentencia  $\alpha \in Sen(K_{A_i})$ ,  $Top(\alpha, K_{A_i}) = \{A_k : (\alpha, A_k) \in K_{A_i} \text{ y para todo } (\alpha, A_j) \in K_{A_i}, \text{ no se cumple que } A_k <_{C_0}^{A_i} A_j\}$ .*

Note que el criterio de comparación entre creencias se ve automáticamente modificado ya que se basa en la función de plausibilidad. De esta manera, puede darse el caso de que dos creencias sean incomparables. Por ejemplo, puede darse el caso en que para dos creencias  $\{\alpha, \beta\} \subseteq Bel(K_{A_i})$  no se cumpla que  $\alpha \preceq_{K_{A_i}} \beta$  y no se cumpla que  $\beta \preceq_{K_{A_i}} \alpha$ . Es por esto que, la función de incisión por debajo utilizada para las contracciones optimizadas usando plausibilidad, que se basa en el criterio de comparación, debe ser levemente modificada.

**Definición 4.28 (Función de incisión por debajo)**  $\sigma_{\downarrow}$  es una función de incisión por debajo para  $K_{A_i}$  si  $\sigma_{\downarrow}$  es una función de incisión tal que,  $\sigma_{\downarrow}(K_{A_i}^{\perp} \alpha) = \{(\delta, A_k) : (\delta, A_k) \in X \in K_{A_i}^{\perp} \alpha \text{ y para todo } (\beta, A_j) \in X \text{ no se cumple que } \beta \preceq_X \delta\}$ .

De manera similar a la función  $noMax$ , la función de incisión retornará aquellos objetos de información cuyas creencias no sean más plausibles que otras en el  $\alpha$ -kernel, en lugar de retornar las creencias que son menos plausibles en cada  $\alpha$ -kernel como la versión anterior.

Luego, el operador de contracción optimizada usando plausibilidad y el operador de revisión priorizada usando plausibilidad del modelo de cambio del Capítulo 3, quedan definidos de igual manera. Sólo era necesario redefinir las nociones que comparan identificadores de agentes para que el modelo se adapte a órdenes parciales. Ahora, mediante un ejemplo mostraremos el operador de revisión priorizada usando plausibilidad, el cual está basado en la contracción optimizada usando plausibilidad.

**Ejemplo 4.11** *Considere la base de creencias  $K_{A_1}$  del Ejemplo 4.10 y el conjunto generador asociado a la base de credibilidad  $G_{A_1}$ ,  $Gen(G_{A_1}) = \{(A_1, A_2), (A_2, A_4), (A_1, A_3), (A_3, A_4)\}$ . Según este orden, recuerde que  $A_2$  y  $A_3$  son incomparables. Luego, suponga que el agente  $A_1$  desea revisar por el objeto de información  $I = (\neg\beta, A_4)$ . Para hacer esto,  $A_1$  usará el operador de revisión priorizada usando plausibilidad. Luego,  $K_{A_1} *_{\sigma_{\downarrow}} (\neg\beta, A_4) = (K_{A_1} -_{\sigma_{\downarrow}} \beta) + (\neg\beta, A_4)$ . Para hacer  $K_{A_1} -_{\sigma_{\downarrow}} \beta$ ,*

- *En primer lugar hay que obtener los subconjuntos minimales que derivan  $\beta$  de la base de creencias compactada  $K_{A_1}$  ( $K_{A_1}^{\uparrow} \perp\!\!\!\perp \beta$ ).*

$$K_{A_1}^{\uparrow} \perp\!\!\!\perp \beta = \{H_a, H_b, H_c, H_d\} \text{ donde}$$

$$H_a = \{(\beta, A_1)\},$$

$$H_b = \{(\alpha, A_3), (\alpha \rightarrow \beta, A_4)\},$$

$$H_c = \{(\omega, A_3), (\omega \rightarrow \beta, A_4)\}, \text{ and}$$

$$H_d = \{(\alpha, A_3), (\alpha \rightarrow \delta, A_2), (\delta \rightarrow \beta, A_4)\}.$$

- *Luego, aplicar la función de incisión por debajo “ $\sigma_{\downarrow}$ ” a  $K_{A_1}^{\uparrow} \perp\!\!\!\perp \beta$ .*

$$\sigma_{\downarrow}(K_{A_1}^{\uparrow} \perp\!\!\!\perp \beta) = \{(\beta, A_1), (\alpha, A_3), (\omega, A_3), (\alpha \rightarrow \delta, A_2)\}.$$

- *Finalmente,  $K_{A_1} -_{\sigma_{\downarrow}} \beta = \{(\alpha \rightarrow \beta, A_4), (\omega \rightarrow \beta, A_4), (\delta \rightarrow \beta, A_4), (\gamma, A_3), (\gamma, A_4), (\gamma \rightarrow \epsilon, A_2)\}$ .*

Luego,  $K_{A_1} *_{\sigma_{\downarrow}} (\neg\beta, A_4) = \{(\alpha \rightarrow \beta, A_4), (\omega \rightarrow \beta, A_4), (\delta \rightarrow \beta, A_4), (\gamma, A_3), (\gamma, A_4), (\gamma \rightarrow \epsilon, A_2), (\neg\beta, A_4)\}$ .

**Observación 4.2** *Es importante notar que en el ejemplo previo, la función de incisión elige a los objetos de información que no son más plausibles que otros dentro de un mismo kernel, y no los menores como cuando el orden es definido en forma total. En el caso de*

$H_d$ , note que los objetos elegidos son  $(\alpha, A_3)$  y  $(\alpha \rightarrow \delta, A_2)$ , siendo  $A_2$  y  $A_3$  incomparables según el orden parcial de credibilidad de  $A_1$ . Esto es, si en un kernel todos los objetos de información tienen asociado identificadores de agentes incomparables, todos los objetos serán elegidos por la función de incisión. Esta es una diferencia importante en el proceso de revisión del modelo para órdenes parciales con respecto al modelo para órdenes totales.

Además de la diferencia marcada en la observación previa, el operador de revisión no priorizada usando plausibilidad debe ser adaptado a órdenes parciales, ya que realiza una comparación de agentes cuando analiza si rechaza la entrada. Esto es, en el caso de que la plausibilidad de la entrada  $\alpha$  sea incomparable con  $Pl(\neg\alpha, K_{A_i})$  hay que tomar una decisión. Consideramos que, en este caso, la entrada debe ser rechazada. Esto se debe a que la fuente de la entrada puede ser un agente desconocido para el receptor.

**Definición 4.29 (Revisión no priorizada usando plausibilidad)** *Sea  $K_{A_i}$  una base de creencias en  $\mathcal{K}$ ,  $(\alpha, A_j)$  un objeto de información,  $\sigma_\downarrow$  una función de incisión para  $K_{A_i}$  y  $G_{A_i}$  una base de credibilidad en  $\mathcal{G}$ . Sea  $*_{\sigma_\downarrow}$  el operador de revisión priorizada usando plausibilidad y  $+$  el operador de expansión usando plausibilidad. El operador “ $\circ_{\sigma_\downarrow}$ ”, llamado revisión no priorizada usando plausibilidad, es definido como sigue:*

$$K_{A_i} \circ_{\sigma_\downarrow} (\alpha, A_j) = \begin{cases} K_{A_i} + (\alpha, A_j) & \text{si } \neg\alpha \notin Bel(K_{A_i}) \\ K_{A_i} & \text{si } \neg\alpha \in Bel(K_{A_i}) \text{ y no se cumple que} \\ & (Pl(\neg\alpha, K_{A_i}), A_j) \in Gen(G_{A_i})^* \\ K_{A_i} *_{\sigma_\downarrow} (\alpha, A_j) & \text{si } \neg\alpha \in Bel(K_{A_i}) \text{ y} \\ & (Pl(\neg\alpha, K_{A_i}), A_j) \in Gen(G_{A_i})^* \end{cases}$$

**Observación 4.3** *La diferencia importante con la versión de la Definición 3.22 del operador, queda explícita en la segunda condición de la Definición 4.29. Esta condición indica que, si  $\neg\alpha \in Bel(K_{A_i})$  y no se cumple que  $(Pl(\neg\alpha, K_{A_i}), A_j) \in Gen(G_{A_i})$ , la entrada será rechazada. Esto es, si la plausibilidad de  $\neg\alpha$  en  $K_{A_i}$  es más creíble que  $A_j$  o bien son incomparables, entonces la entrada será rechazada.*

En el siguiente ejemplo marcaremos esta observación, donde la entrada  $(\neg\beta, A_3)$  será rechazada por tener un agente asociado incomparable con la plausibilidad de  $\beta$ .

**Ejemplo 4.12** Considere  $K_{A_1}$  y  $G_{A_1}$  del Ejemplo 4.11. Luego, suponga que  $A_1$  quiere revisar por  $(\neg\beta, A_3)$  usando “ $\circ_{\sigma_{\downarrow}}$ ”. Como  $Pl(\beta, K_{A_1}) = A_2$  y no se cumple que  $(A_2, A_3) \in Gen(G_{A_i})^*$ , por ser  $A_2$  y  $A_3$  incomparables, luego  $K_{A_1} \circ_{\sigma_{\downarrow}} (\neg\beta, A_3) = K_{A_1}$ .

## 4.6. Revisión de orden parcial basado en creencias

En la Sección 4.4, hemos mostrado un modelo completo de cambio para credibilidad, el cual ofrece un operador de revisión no priorizado por fiabilidad para órdenes parciales de credibilidad. En esta sección, analizamos una alternativa diferente de cambio en órdenes de credibilidad. La misma consiste en modificar el orden como efecto secundario de una revisión no priorizada de ‘creencias’ (la versión adaptada de la sección anterior) que no tiene efecto por ser la entrada menos plausible que las creencias de la base del agente receptor que sustentan su contradicción. Esto es, si un agente informa una creencia  $\alpha$  que contradice las creencias del agente receptor  $A_i$ , y  $\alpha$  es rechazada por ser menos plausible que las creencias en  $K_{A_i}$  que sustentan  $\neg\alpha$ , entonces es posible que se modifique el orden de credibilidad de  $A_i$  (la base de credibilidad  $G_{A_i}$ ) disminuyendo la credibilidad del agente asociado a  $\alpha$ .

Consideremos nuevamente el agente  $A_v$  que quiere viajar a un poblado en la montaña, retomando el escenario planteado en la introducción de este capítulo. Supongamos que  $A_v$  cree que el camino no está abierto ( $\neg o$ ) porque un agente  $A_r$  del restaurant del camino se lo informó, supongamos también que  $A_v$  sabe que si nieva el camino no está abierto ( $s \rightarrow \neg o$ ) porque se lo había asegurado el agente  $A_t$ , y tiene conocimiento de que hay nieve en el camino ( $s$ ) porque lo acaba de escuchar en la radio por el agente  $A_w$  del servicio climático. Esto es, la base de creencias del agente  $A_v$  es:  $K_{A_v} = \{(\neg o, A_r), (s \rightarrow \neg o, A_t), (s, A_w)\}$ . Por lo tanto, hay dos pruebas que deducen que el camino está cerrado  $\neg o$  ( $\{(\neg o, A_r)\}$  y  $\{(s \rightarrow \neg o, A_t), (s, A_w)\}$ ). Supongamos que la base de credibilidad es  $G_{A_v} = \{((A_v, A_r), A_v), ((A_v, A_g), A_v), ((A_r, A_t), A_t), ((A_g, A_t), A_t), ((A_t, A_w), A_t), ((A_w, A_c), A_v)\}$  cuyo grafo asociado es el de la Figura 4.5. Por lo tanto, la plausibilidad de  $\neg o$  es:  $Pl(\neg o, K_{A_v}) = A_t$ . Ahora supongamos que el agente  $A_g$ , de la estación de servicio, le informa a  $A_v$  que el camino está abierto con el objeto de información ( $I = (o, A_g)$ ). Claramente, esta nueva información contradice las creencias de  $A_v$ , y si  $A_v$  usa el operador de revisión no priorizado usando plausibilidad visto en la Sección 4.5, como  $A_g <_{C_o}^{A_v} Pl(\neg o, K_{A_v}) = A_t$  la

nueva información es rechazada. Por esto, tendría sentido que la credibilidad del agente  $A_g$  sea disminuida en la base de credibilidad  $G_{A_v}$  del agente  $A_v$ , debido a que  $A_g$  le dio información poco certera.

Este nuevo operador se define entonces a partir del operador de revisión priorizada por fiabilidad de la Definición 4.22 y se basa en un objeto de información. El análisis del funcionamiento de este operador es similar al que se hace para la revisión no priorizada de la Definición 4.29.

Es importante mencionar, que el operador que definiremos a continuación está pensado para que los agentes lo utilicen en forma conjunta con el operador de revisión no priorizada para creencias. Esto se verá en detalle en la Sección 4.7.

Cuando una base de creencias  $K_{A_i}$  es revisada por un objeto de información  $I = (\alpha, A_j)$  a través del operador de revisión no priorizada usando plausibilidad, la base de credibilidad  $G_{A_i} \in \mathcal{G}$  también puede ser alterada usando un operador priorizado de credibilidad basado en creencias. Para esto podemos notar dos casos posibles:

- $\alpha$  es consistente con  $Bel(K_{A_i})$ . En este caso, la base de credibilidad  $G_{A_i}$  no se ve afectada.
- $\alpha$  es inconsistente con  $Bel(K_{A_i})$ , esto es  $\neg\alpha \in Bel(K_{A_i})$ . Primero es necesario determinar si la plausibilidad de  $\neg\alpha$  es menor a  $A_j$ . De ser este el caso, no es necesario modificar la base de credibilidad ya que, siguiendo el proceso de revisión no priorizada de creencias, el objeto de información será aceptado y el cambio se verá reflejado en  $K_{A_i}$ . En caso de que la plausibilidad de  $\neg\alpha$  sea mayor a  $A_j$ , la base de creencias  $K_{A_i}$  permanecerá sin cambios (según el operador de revisión no priorizado para creencias); sin embargo, la base de credibilidad puede ser modificada.

El segundo caso merece un análisis más profundo. La base de credibilidad de  $A_i$  puede ser modificada en caso de que la plausibilidad de  $\neg\alpha$  sea mayor a  $A_j$ , ya que puede haber objetos de información sustentando  $\neg\alpha$  cuyos identificadores de agentes asociados sean menos creíbles que  $A_j$ . Sin embargo, en el proceso de revisión,  $A_i$  pudo notar que  $A_j$  no es tan creíble como suponía, ya que la información que está recibiendo desde él no es certera según sus creencias. En resumen, en una prueba para  $\alpha$  los agentes asociados más creíbles, hacen que la plausibilidad de los menos creíbles mejore.

**Definición 4.30 (Revisión priorizada de credibilidad basada en creencias)** Sea  $G_{A_i}$  una base de credibilidad en  $\mathcal{G}$ ,  $K_{A_i}$  una base de creencias en  $\mathcal{K}$ ,  $(\alpha, A_j)$  un objeto de información,  $\gamma_{\downarrow}$  una función de corte por debajo para  $G_{A_i}$  y  $\sigma_{\downarrow}$  una función de incisión por debajo para  $K_{A_i}$ . Sea  $\otimes_{\gamma_{\downarrow}}$  el operador de revisión priorizada por fiabilidad. El operador “ $\otimes_{\gamma_{\downarrow}}$ ”, llamado revisión priorizada de credibilidad basada en creencias, notada  $G_{A_i} \otimes_{\gamma_{\downarrow}}(\alpha, A_j)$ , se define como:

$$\left\{ \begin{array}{ll} G_{A_i} & \text{si } \neg\alpha \notin \text{Bel}(K_{A_i}). \\ G_{A_i} \otimes_{\gamma_{\downarrow}}((A_j, A_k), A_i) & \text{si } \neg\alpha \in \text{Bel}(K_{A_i}) \text{ y no se cumple que} \\ \text{para todo } A_k \in \text{Ag}(\sigma_{\downarrow}(K_{A_i}^{\uparrow} \perp\!\!\!\perp \neg\alpha)) & (\text{Pl}(\neg\alpha, K_{A_i}), A_j) \in \text{Gen}(G_{A_i})^* \\ \text{tal que } (A_k, A_j) \in \text{Gen}(G_{A_i})^* & \\ \text{o } A_k \text{ es incomparable con } A_j & \\ G_{A_i} & \text{si } \neg\alpha \in \text{Bel}(K_{A_i}) \text{ y} \\ & (\text{Pl}(\neg\alpha, K_{A_i}), A_j) \in \text{Gen}(G_{A_i})^* \end{array} \right.$$

Este operador usa las creencias para poder revisar el orden, y el operador de revisión no priorizada usando plausibilidad (Definición 4.29) usa el identificador de agente asociado para determinar que información prevalece.

**Observación 4.4** Observe que, en la segunda condición de la llave de la definición previa, si la entrada tiene asociada un identificador de agente  $A_j$  que no está en relación con ningún agente en  $G_{A_i}$  (i.e., es un agente desconocido para  $A_i$ ) y surge una inconsistencia,  $A_j$  será incorporado a  $G_{A_i}$ . Consideramos que este caso es un buen punto de partida, en el orden establecido por  $A_i$ , para un agente desconocido.

**Ejemplo 4.13** Considere la base de creencias  $K_{A_1} = \{(\beta, A_1), (\alpha, A_3), (\alpha \rightarrow \beta, A_4), (\omega, A_3), (\omega \rightarrow \beta, A_4), (\alpha \rightarrow \delta, A_2), (\delta \rightarrow \beta, A_4), (\gamma, A_3), (\gamma, A_4), (\gamma \rightarrow \epsilon, A_2)\}$ , y considere la base de credibilidad  $G_{A_1} = \{((A_1, A_2), A_1), ((A_2, A_4), A_4), ((A_1, A_3), A_2), ((A_3, A_4), A_3)\}$ . Luego, suponga que el agente  $A_1$  recibe el objeto de información  $I = (\neg\beta, A_3)$ . Como  $\text{Pl}(\beta, K_{A_1}) = A_2$  y no se cumple que  $(A_2, A_3) \in \text{Gen}(G_{A_i})^*$ , la revisión de creencias no tiene efecto. Sin embargo, por la definición del nuevo operador, la base de credibilidad  $G_{A_1}$  será modificada. Note que,  $\sigma_{\downarrow}(K_{A_i}^{\uparrow} \perp\!\!\!\perp \beta) =$

$\{(\beta, A_1), (\alpha, A_3), (\omega, A_3), (\alpha \rightarrow \delta, A_2)\}$  y como  $(A_1, A_3) \in \text{Gen}(G_{A_1})^*$  y  $A_2$  es incomparable con  $A_3$ ,  $G_{A_1} \otimes_{\gamma_{\downarrow}} (\neg\beta, A_3) = (G_{A_1} \otimes_{\gamma_{\downarrow}} ((A_3, A_1), A_1)) \otimes_{\gamma_{\downarrow}} ((A_3, A_2), A_1) = \{((A_3, A_1), A_1), ((A_3, A_2), A_1), ((A_3, A_4), A_3), ((A_1, A_2), A_1), ((A_2, A_4), A_4)\}$ .

La secuencia de revisiones realizadas, pueden ser apreciada en la Figura 4.7.

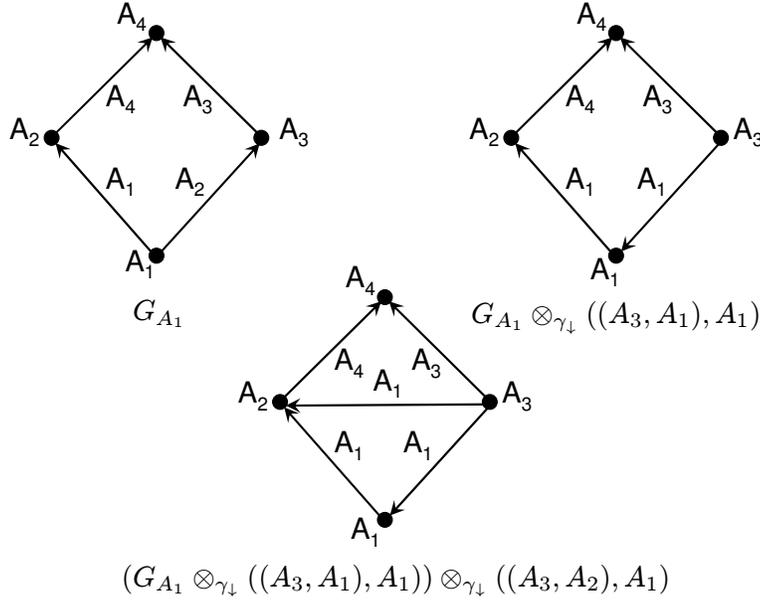


Figura 4.7: Secuencia de revisión del Ejemplo 4.13.

**Observación 4.5** Observe que cuando se produce un cambio en la base de credibilidad, a la nueva tupla de credibilidad que se está incorporando se le asocia como fiabilidad el identificador del agente receptor (en el ejemplo  $A_1$ ). Esto es natural, ya que la nueva tupla de credibilidad surge de un análisis de las creencias del agente receptor.

Es importante notar que, en el caso en que se produce un cambio sobre la base de credibilidad, se puede dar el caso en que se deban realizar múltiples revisiones priorizadas por fiabilidad. En esta tesis, el orden en el cual se realizarán las revisiones estará determinado por el orden lexicográfico de los identificadores de agentes. En el ejemplo anterior, primero se revisó teniendo en cuenta  $A_1$  y luego se revisó teniendo en cuenta  $A_2$ . Las revisiones múltiples están fuera del alcance de esta tesis, y quedarán como trabajo a futuro. En este trabajo, sólo interesa que el agente  $A_3$  que emite la información que no es aceptada, quede por debajo del resto de los identificadores de agentes asociados a objetos de información que sustentan  $\beta$  (en este caso  $A_1$  y  $A_2$ ).

Consideremos el agente  $A_v$ , y el escenario planteado en el comienzo de esta sección, donde  $A_v$  rechaza el objeto de información  $(o, A_g)$  por que contradice sus creencias y es menos plausible que  $\neg o$  en  $K_{A_v}$ . Recordemos que  $K_{A_v} = \{(\neg o, A_r), (s \rightarrow \neg o, A_t), (s, A_w)\}$  y  $G_{A_v} = \{((A_v, A_r), A_v), ((A_v, A_g), A_v), ((A_r, A_t), A_t), ((A_g, A_t), A_t), ((A_t, A_w), A_t), ((A_w, A_c), A_v)\}$ . Si  $A_v$  usa el operador  $\otimes_{\gamma_{\downarrow}}$  para actualizar su orden, entonces deberá revisar la base de credibilidad mediante  $G_{A_v} \otimes_{\gamma_{\downarrow}} ((A_g, A_r), A_v)$ , ya que  $A_g$  y  $A_r$  son incomparables y  $A_v$  comprobó, por medio de la entrada, que  $A_g$  no es tan creíble como suponía. Al menos comprobó que  $A_g$  es menos creíble que  $A_r$  ya que este último está asociado a un objeto de información que es parte de una prueba para  $\neg o$ .

## 4.7. Técnica que combina revisión de creencias y revisión de credibilidad

Un agente puede recibir objetos de información u objetos de credibilidad desde otros agentes. Por un lado, cuando recibe objetos de credibilidad, el contenido de la base de credibilidad del agente puede ser modificado basado en la fiabilidad de la tupla entrante usando el operador de revisión no priorizada por fiabilidad propuesto (preferentemente). Por otro lado, cuando recibe un objeto de información, el contenido de la base de creencias del agente puede ser modificado basado en la plausibilidad de la información entrante. Además, en este último caso, según lo hemos definido en la Sección 4.6, cuando un agente recibe un objeto de información, el contenido de su base de credibilidad también puede ser modificado. Por lo tanto, en esta sección, basado en el operador de revisión no priorizada para creencias definido en la Sección 4.5 y en el operador de revisión de credibilidad basada en creencias definido en la Sección 4.6, definiremos una técnica que combina ambos enfoques.

**Definición 4.31 (Revisión no priorizada combinada)** *Sea  $K_{A_i}$  una base de creencias en  $\mathcal{K}$ ,  $G_{A_i}$  una base de credibilidad en  $\mathcal{G}$ ,  $(\alpha, A_j)$  un objeto de información,  $\sigma_{\downarrow}$  una función de incisión por debajo para  $K_{A_i}$  y  $\gamma_{\downarrow}$  una función de corte por debajo para  $G_{A_i}$ . Sea  $\circ_{\sigma_{\downarrow}}$  el operador de revisión no priorizada usando plausibilidad y  $\otimes$  el operador de revisión priorizada de credibilidad basada en creencia. El operador “ $\bullet$ ”, llamado revisión no priorizada combinada, es definido como sigue:*

$$(K_{A_i}, G_{A_i}) \bullet (\alpha, A_j) = (K_{A_i} \circ_{\sigma_{\downarrow}} (\alpha, A_j), G_{A_i} \otimes_{\gamma_{\downarrow}} (\alpha, A_j))$$

De esta manera, con este enfoque no sólo se revisa como en la revisión no priorizada usando plausibilidad para órdenes parciales (Definición 4.5), sino que cuando este operador no tiene efecto porque rechaza la entrada, el orden de credibilidad del receptor se ve afectado. Esto es, con esta técnica si el agente  $A_i$  rechaza la entrada  $(\alpha, A_j)$ , entonces  $A_j$  es puesto en el orden, por debajo de aquellos agentes que están asociados a objetos de información que eran candidatos a salir por la revisión de creencias. Esto tiene sentido ya que si un agente recibe información que considera que es poco certera basado en sus creencias, entonces es natural que le baje la credibilidad a la fuente de tal información.

## 4.8. Conclusión

En este capítulo hemos propuesto dos maneras de realizar cambios sobre el orden de credibilidad de un agente basado en la teoría de sistemas computacionales de confianza y reputación. Antes de mostrar los formalismos, hemos detallado algunos aspectos que son tenidos en cuenta en el diseño de los mismos. En un trabajo de Sabater y Sierra [SS05], los autores proponen un conjunto de aspectos especiales para clasificar los modelos de confianza y reputación. Estos aspectos los eligieron tomando en cuenta las características de los modelos computacionales existentes hasta ese momento. En este capítulo, hemos descrito únicamente dos de estos aspectos (sobre los cuales se basa nuestra propuesta). El primer aspecto que tuvimos en cuenta fue la fuente de información desde la cual se analiza el cambio (experiencia directa o información testigo). El otro aspecto que hemos tenido en cuenta en la definición de los formalismos propuestos, es la fiabilidad. Esta medida indica cuan fiable es el valor de confianza y qué relevancia merece en el proceso de toma de decisiones.

Tomando como punto de partida el trabajo presentado por Simari y Falappa en [SF01], fue desarrollado un modelo de cambio completo para órdenes parciales de credibilidad de los informantes. De esta manera, propusimos diferentes operadores de cambio (expansión, contracción, revisión priorizada y revisión no priorizada) basados en una representación en forma de grafo de las relaciones de credibilidad entre agentes. En este capítulo, se representa el orden de credibilidad por medio de un conjunto de tuplas, donde una tupla

$(A_i, A_j)$  (siendo  $A_i$  y  $A_j$  dos identificadores de agentes) indica que el agente  $A_i$  es menos creíble que el agente  $A_j$ . Luego, como el operador de contracción propuesto en [SF01] para órdenes parciales de credibilidad se basa en una función de corte que no especifica que tuplas de credibilidad elige para ser quitadas, en este capítulo, adjuntamos información adicional, de manera similar a lo hecho en el capítulo anterior para el modelo de cambio de creencias. De esta manera, ampliamos el formalismo propuesto en [SF01] agregando fiabilidad a las tuplas de credibilidad para poder determinar que tuplas prevalecen a la hora de contraer o revisar. Con esto, hemos especificado claramente una manera racional de elegir que tuplas de credibilidad prevalecen luego de una contracción. Esta información adicional, a la cual la llamamos “fiabilidad” es representada por un identificador de agente, el cual será la fuente de la tupla de credibilidad entrante. Luego, al igual que para el modelo de cambio del Capítulo 3, introducimos un nuevo operador de revisión no priorizada por fiabilidad para orden parcial de credibilidad cuyo proceso es similar al operador de revisión no priorizado para creencias.

Como el orden de credibilidad entre los agentes, a diferencia del capítulo anterior, es parcial, hemos introducido nuevas versiones de algunas de las definiciones del Capítulo 3, para que el modelo de cambio de creencias se adapte a órdenes parciales. Luego, hemos propuesto una revisión del orden de credibilidad basado en una creencia y su identificador asociado. Este nuevo operador consiste en modificar el orden de credibilidad como efecto secundario de una revisión no priorizada de ‘creencias’ que no tiene efecto por ser la entrada menos plausible que las creencias de la base del agente receptor que sustentan su contradicción.

Finalmente, ha sido presentada una técnica, la cual brinda la posibilidad de revisar la base de creencias de un agente con el efecto colateral de modificar el orden de credibilidad cuando es necesario. La misma combina el operador de revisión no priorizada para creencias y el operador de órdenes de credibilidad que se basa en las creencias.



# Capítulo 5

## Retransmisión de información basado en órdenes de credibilidad

En el Capítulo 3, hemos introducido un formalismo para *Multi-Source Belief Revision*, y en Capítulo 4, hemos desarrollado otro formalismo para la actualización de órdenes de credibilidad. Usando estos formalismos, los agentes pueden adquirir objetos de información y objetos de credibilidad desde múltiples fuentes e incorporarlos en sus propias creencias. Los operadores priorizados y no priorizados fueron introducidos usando el orden de credibilidad de cada agente para decidir que información prevalece.

En este capítulo mostramos como un agente puede retransmitir objetos de información (u objetos de credibilidad) ya sean propios u obtenidos de otros agentes. En lo que sigue, asumimos que todos los agentes usan los modelos epistémicos introducidos en el Capítulo 3 y 4, tienen su propio orden de credibilidad, e incorporan objetos de información y de credibilidad a través de algunos de los operadores de revisión definidos en esta tesis. No obstante, algunos criterios de retransmisión que serán presentados y analizados en este capítulo podrían ser adaptados a otros modelos epistémicos.

Aunque la contribución de esta tesis está enfocada sobre los formalismos presentados en los capítulos previos, en este capítulo comentamos brevemente diferentes estrategias para la retransmisión de información a otros agentes. En particular, estudiamos como elegir racionalmente meta-información a ser enviada como una etiqueta en los objetos de información y credibilidad. La elección del identificador de agente a ser enviado con la pieza de información es crucial ya que influye en la decisión del receptor acerca de si acepta la información transmitida. De esta manera, está en el interés del agente emisor,

y de hecho en el interés de todos los agentes del sistema multi-agente, elegir esta meta-información cuidadosamente.

Una decisión importante que hemos tomado en el desarrollo de este enfoque, consiste en utilizar como meta-información un identificador de agente. Una de las razones por las cuales hemos tomado esta decisión se fundamenta en que la evaluación de la credibilidad de los identificadores de agentes está definida de manera modular, separada por el uso de la función de assessment. Note que la función de assessment puede substituirse. Por lo tanto, el orden de credibilidad entre agentes puede ser cambiado sin cambiar la base de conocimiento o el operador. Esto es, si el orden de credibilidad entre agentes cambia, entonces la plausibilidad de todas las sentencias también cambiará sin tener que modificar la base de creencias del agente. Otra razón para tomar esta decisión radica en que cada agente tiene su propio *assessment* (como se fijó en el Capítulo 3), y por lo tanto resulta más útil enviar identificadores de agentes debido a que luego el agente receptor puede evaluar la creencia recibida basado en la credibilidad que tiene de acuerdo a su propio assessment. Esto significa que el agente emisor expresa que considera a la información que transmite tan plausible como creíble considera al identificador del agente asociado en el objeto de información. Ahora, el receptor es capaz de evaluar cuan creíble considera a cada agente desde su perspectiva usando su propia función de assessment.

Los criterios de retransmisión que vamos a mostrar a continuación, y los resultados presentados en este capítulo fueron publicados en el “*3rd International Conference on Knowledge Science, Engineering and Management (KSEM 2009)*” [KTGF09]. Es importante destacar que para el artículo mencionado recientemente se tuvieron en cuenta sólo objetos de información y órdenes ‘totales’. Sin embargo, luego de mostrar todos los criterios, haremos un análisis para órdenes parciales de credibilidad. Para lo que sigue del capítulo, sin pérdida de generalidad, mostraremos las intuiciones de la retransmisión basado únicamente en los objetos de información y no en los objetos de credibilidad, ya que para ambos hay que tomar las mismas decisiones y resultaría trivial mostrarlo.

## 5.1. Introducción y motivación

Como hemos mencionado en capítulos previos, cuando un agente envía información a otro agente, envía objetos de información. Considere el conjunto de agentes  $\mathbb{A} = \{A_1, A_2, A_3, A_4\}$  donde  $A_1 <_{C_o}^{A_1} A_2 =_{C_o}^{A_1} A_3 <_{C_o}^{A_1} A_4$ . Supongamos que la base de

creencias del agente  $A_1$  es  $K_{A_1} = \{(\alpha, A_2), (\alpha, A_4), (\beta, A_3), (\beta \rightarrow \alpha, A_1)\}$ . Si  $A_1$  quiere enviar  $\alpha$  a  $A_2$ , debe enviar una tupla  $I = (\alpha, Agent)$ , y es claro que hay varias elecciones para el identificador “*Agent*” de  $I$ : puede ser el propio emisor ( $A_1$ ); uno de los identificadores almacenados con  $\alpha$  en la base del emisor (*e.g.*,  $A_2, A_4$ ) que puede ser uno de ellos arbitrariamente o el más creíble; o, para decidir que identificador enviar, se puede realizar un análisis más profundo de la base de conocimiento entera.

Consideremos nuevamente el escenario del agente  $A_v$  que quiere viajar a un pueblo en la montaña, el cual fue introducido en el Capítulo 3. Ahora, al igual que en el capítulo anterior, supongamos que el agente  $A_v$  cree que el camino no está abierto ( $\neg o$ ) y como agente asociado a esta creencia lo tiene al agente  $A_r$  del restaurant del camino, supongamos también que  $A_v$  sabe que si nieva el camino no está abierto ( $s \rightarrow \neg o$ ) y el agente asociado es  $A_t$ , y tiene conocimiento de que hay nieve en el camino ( $s$ ) y asociado a esta creencia está el agente  $A_w$  del servicio climático. Esto es, la base de creencias del agente  $A_v$  es:  $K_{A_v} = \{(\neg o, A_r), (s \rightarrow \neg o, A_t), (s, A_w)\}$ . Si  $A_v$  quiere retransmitir a otro agente que el camino está cerrado  $\neg o$ , entonces podría retransmitir uno de los siguientes objetos de información:

1.  $(\neg o, A_v)$  donde se pone a él mismo como fuente de información,
2.  $(\neg o, A_r)$  donde envía el objeto con la fuente original tal cual estaba en su base de creencias, o envía
3.  $(\neg o, A_x)$  donde  $A_x$  está basado en la plausibilidad de  $\neg o$  a partir de  $K_{A_v}$ .

En la siguiente sección mostraremos los diferentes criterios de retransmisión que hemos definido en [KTGF09]. Luego, en la Sección 5.3, analizaremos que ocurre cuando se consideran órdenes parciales.

## 5.2. Criterios de retransmisión

En esta sección describimos diferentes criterios para retransmitir información, los cuales determinarán que identificador de agente será considerado por el receptor al momento de razonar. Es decir, analizamos diferentes alternativas que determinan que identificador de agente es enviado en el objeto de información. Inicialmente son introducidos y analizados tres criterios, y luego de ellos proponemos un criterio más elaborado que toma

en consideración la plausibilidad de las sentencias obtenida desde la credibilidad de los agentes.

### 5.2.1. Criterio 1: Identificador del emisor

Como fue introducido también por Dragoni *et.al.* en [DGP94], un criterio de retransmisión simple consiste en enviar un objeto de información  $I = (\alpha, A_i)$  donde  $A_i$  es siempre el identificador del agente emisor y  $\alpha$  es la creencia a ser retransmitida.

**Ejemplo 5.1** Sea  $A_1$  y  $A_2$  dos agentes y  $K_{A_1} = \{(\alpha, A_3)\}$ . Si  $A_1$  quiere enviar  $\alpha$  a  $A_2$ , entonces  $A_1$  retransmite a  $A_2$  el objeto de información  $I = (\alpha, A_1)$  (ver la Figura 5.1).

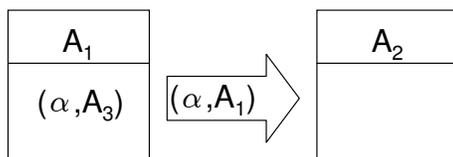


Figura 5.1: Criterio identificador del emisor.

Por ejemplo, teniendo en cuenta el escenario planteado en la Sección 5.1 donde el agente  $A_v$  que quiere retransmitir que el camino no está abierto ( $\neg o$ ), si utiliza el criterio *identificador del emisor*, entonces enviaría el objeto de información  $(\neg o, A_v)$ .

Este criterio tiene como ventaja que es simple, su implementación es fácil y como es mencionado por Dragoni *et.al.* en [DGP94] “los agentes no comunican las fuentes de las asunciones, sino que se presentan a sí mismos como responsables del conocimiento que ellos están pasando”. Sin embargo, en este caso, se puede perder la fuente original de la información. Esto puede llevar a un cambio de la plausibilidad de la información retransmitida con respecto a la base de creencias del emisor. En otras palabras, la credibilidad de las creencias retransmitidas puede ser incrementada o decrementada ya que cada agente tiene su propio assessment. En el Ejemplo 5.1, podemos ver que si  $A_1 <_{C_o}^{A_1} A_3$  entonces la credibilidad de  $\alpha$  es decrementada con respecto al assessment de  $A_1$ . En este caso, si  $(\neg\alpha, A_2) \in K_{A_2}$  y  $A_1 <_{C_o}^{A_2} A_2 <_{C_o}^{A_2} A_3$  entonces  $A_2$  puede rechazar  $(\alpha, A_1)$  porque  $A_1 <_{C_o}^{A_2} A_2$ , aunque la fuente original sea  $A_3$  con  $A_2 <_{C_o}^{A_2} A_3$ . En caso de que  $A_3 <_{C_o}^{A_1} A_1$  entonces la credibilidad de  $\alpha$  es incrementada. Esto último puede ser considerado razonable ya que  $A_1$  no tiene razones contra la aceptación de  $\alpha$  lo que podría hacer a esta

información más creíble. De esta manera,  $A_1$  cree en  $\alpha$  y puede ser considerado como otro informante para esta información. Sin embargo, este escenario puede llevar a escenarios poco naturales como se muestra en el siguiente ejemplo.

**Ejemplo 5.2** Considere  $\{A_1, A_2, A_3, A_4\} \subseteq \mathbb{A}$  donde el mismo orden de credibilidad es compartido por todos los agentes, esto es,  $A_1 <_{C_0}^{A_i} A_2 <_{C_0}^{A_i} A_3 <_{C_0}^{A_i} A_4$  con  $1 \leq i \leq 4$ . Sea  $K_{A_1} = \{(\alpha, A_1)\}$ ,  $K_{A_2} = \emptyset$ ,  $K_{A_3} = \{(\neg\alpha, A_3)\}$  y  $K_{A_4} = \emptyset$ . Supongamos que:

1.  $A_1$  envía  $(\alpha, A_1)$  a  $A_4$  usando el criterio de identificador del emisor. Como  $K_{A_4} = \emptyset$  luego  $K_{A_4} = \{(\alpha, A_1)\}$ .
2. Ahora  $A_4$  envía  $(\alpha, A_4)$  a  $A_2$  y luego  $K_{A_2} = \{(\alpha, A_4)\}$ . Entonces,  $A_2$  tiene una versión más creíble de  $\alpha$  que su informante ( $A_1 <_{C_0}^{A_2} A_4$ ).
3. Esto podría no tener sentido ya que si  $A_3$  envía  $(\neg\alpha, A_3)$  a  $A_2$  y  $A_4$  entonces, siguiendo el proceso de revisión propuesto en la sección 3.4.4,  $A_2$  rechaza  $(\neg\alpha, A_3)$  ( $A_3 <_{C_0}^{A_2} A_4$ ) pero  $A_4$  acepta  $(\neg\alpha, A_3)$  quitando  $(\alpha, A_1)$  de  $K_{A_4}$  ( $A_1 <_{C_0}^{A_4} A_3$ ).

A continuación, en la Figura 5.2, mostramos gráficamente esta situación.

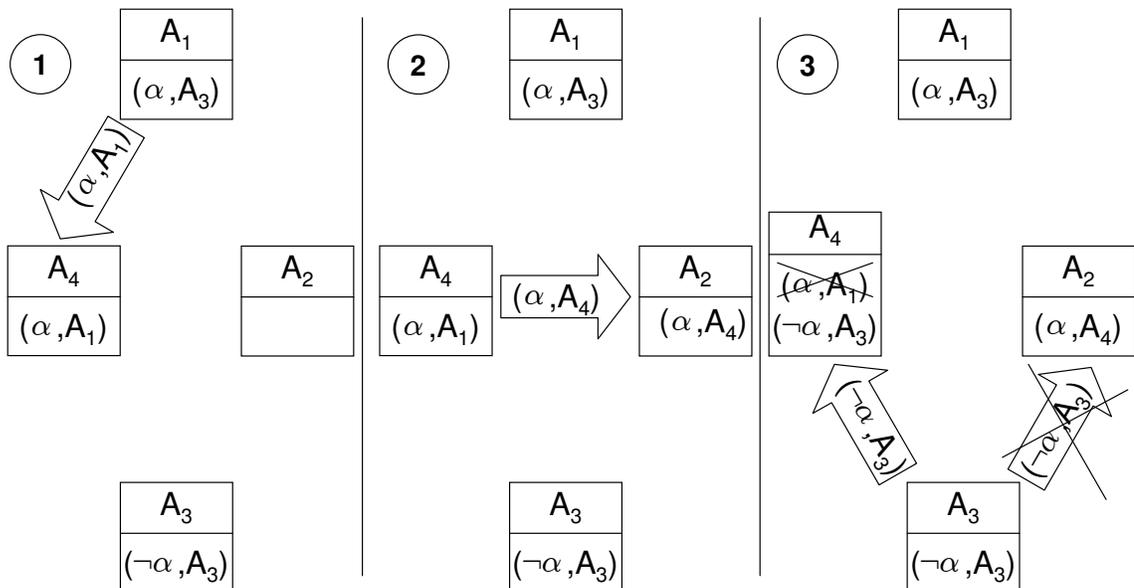


Figura 5.2: Situación poco natural para el criterio “identificador del emisor”.

### 5.2.2. Criterio 2: Identificador de la fuente

Otro enfoque para la retransmisión de información puede ser implementado enviando un objeto de información  $I = (\alpha, A_i)$  donde  $A_i$  es siempre el identificador de la fuente original almacenada en la base de creencias del emisor. El escenario pensado para este criterio tiene la restricción de que la creencia  $\alpha$  a ser enviada aparece explícitamente en sólo un objeto de información en la base de creencias.

**Ejemplo 5.3** Sea  $A_1$  y  $A_2$  dos agentes y  $K_{A_1} = \{(\alpha, A_3)\}$ . Si  $A_1$  quiere enviar  $\alpha$  a  $A_2$ , entonces  $A_1$  retransmite a  $A_2$  el objeto de información  $I = (\alpha, A_3)$  (ver la Figura 5.3).

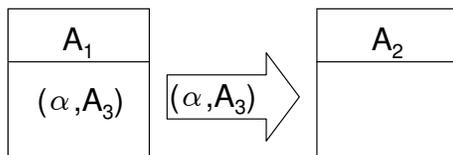


Figura 5.3: Criterio identificador de la fuente.

Note que, en el caso del agente  $A_v$  mencionado en la Sección 5.1, donde se mencionó que la base  $K_{A_v} = \{(\neg o, A_r), (s \rightarrow \neg o, A_t), (s, A_w)\}$ , si  $A_v$  quiere retransmitir que el camino no está abierto, entonces enviaría el objeto de información  $(\neg o, A_r)$ .

Este criterio, de manera similar al previo, tiene como ventaja que es simple y puede ser implementado fácilmente, además de superar una de las desventajas del criterio anterior. Esto es, el informante original es mantenido y por lo tanto la credibilidad de la creencia no cambia con respecto al assessment del emisor después de ser retransmitida. Por esta razón, este criterio no lleva a escenarios poco naturales como el mostrado en el Ejemplo 5.2. Sin embargo, considerando el Ejemplo 5.3, en el caso de  $A_3 <_{C_o}^{A_1} A_1$  perdemos la propiedad del primer enfoque, de incrementar la credibilidad de la información, por el hecho de no estar en conflicto con las creencias del emisor. De acuerdo a esto, sería una buena idea incrementar la credibilidad de  $\alpha$  y enviarla con el identificador de agente  $A_1$  como se argumentó en el criterio “identificador del emisor”. Esto es, en esta sección el emisor no es considerado como posible fuente de información.

### 5.2.3. Criterio 3: Combinado

Como hemos fijado en el Capítulo 3, puede haber diferentes tuplas conteniendo la misma sentencia. Por ejemplo, supongamos que un agente  $A_1$  tiene la siguiente base de creencias  $K_{A_1} = \{(\alpha, A_2), (\alpha, A_4)\}$ , como podemos ver  $\alpha$  puede ser encontrado explícitamente en dos objetos de información. En este caso, si  $A_1$  quiere retransmitir  $\alpha$ , debe decidir que identificador de agente aparece en el contenido del objeto de información,  $A_2$  o  $A_4$ . Podemos optar por una de dos políticas: elegir el agente más creíble, o el menos creíble.

- Si elegimos el identificador de agente menos creíble basado en el assessment del agente emisor, perdemos el informante más creíble del emisor después de la retransmisión.
- Sin embargo, esto no ocurre si elegimos el agente más creíble. Pero en este caso, nos estamos orientando hacia desventajas similares a las mostradas para el criterio “identificador de la fuente”. Esto es, si el emisor es más creíble que cualquiera de las fuentes de la sentencia a ser retransmitida, sería buena idea incrementar la credibilidad de la sentencia enviándola con el identificador de agente del emisor como se sostuvo antes.

Note que ambas alternativas ofrecen ciertas desventajas. Esto puede ser resuelto realizando el calculo del identificador de agente más creíble con respecto a los siguientes identificadores de agentes: el emisor y los que están explícitamente representados en las tuplas.

**Ejemplo 5.4** *Sea  $A_1, A_2, A_3$  y  $A_4$  tres agentes y  $K_{A_1} = \{(\alpha, A_2), (\alpha, A_4)\}$ . Si  $A_1$  quiere enviar  $\alpha$  a  $A_3$ , entonces  $A_1$  retransmite a  $A_3$  el objeto de información  $I = (\alpha, A_i)$ , donde  $A_i$  es el identificador de agente más creíble, según  $A_1$ , entre  $A_1, A_2$  y  $A_4$ . Si el orden de credibilidad de acuerdo a  $A_1$  es  $A_1 <_{C_o}^{A_1} A_2 <_{C_o}^{A_1} A_3 <_{C_o}^{A_1} A_4$ , entonces el objeto a ser retransmitido por  $A_1$  es  $I = (\alpha, A_4)$ .*

En caso que el identificador del emisor sea retransmitido con la creencia, entonces este criterio lleva a escenarios poco naturales como ha sido mostrado en el Ejemplo 5.2.

**Observación 5.1** *Un caso particular ocurre cuando existen varias tuplas con la misma creencia y diferentes identificadores de agentes los cuales son considerados igualmente creíbles por el emisor. En este caso, asumimos que el emisor envía uno de estos identificadores de agentes de acuerdo a alguna política (siguiendo la Definición 3.9 del Capítulo 3), aunque la función de credibilidad del receptor podría asignar diferente credibilidad a estos agentes.*

#### 5.2.4. Criterio 4: basado en la función de plausibilidad

En esta sección, mostramos un criterio más elaborado el cual toma en consideración la plausibilidad de las sentencias obtenida desde la credibilidad de los agentes. Este criterio calcula la plausibilidad de la sentencia  $\alpha$  basado en todas sus pruebas antes de ser retransmitida. Este cálculo debe retornar un identificador de agente que será usado como el identificador de agente asociado a  $\alpha$ . De esta manera, un criterio de retransmisión puede ser implementado enviando un objeto de información  $I = (\alpha, A_i)$  donde  $A_i$  es el identificador de agente obtenido usando la función de plausibilidad definida en el Capítulo 3, *i.e.*,  $A_i = Pl(\alpha, K_{A_1})$  donde  $A_1$  es el emisor.

**Ejemplo 5.5** *Considere el conjunto de identificadores de agentes  $\mathbb{A} = \{A_1, A_2, A_3, A_4\}$  y el orden de credibilidad del agente  $A_1$ :  $A_1 <_{C_o}^{A_1} A_2 <_{C_o}^{A_1} A_3 <_{C_o}^{A_1} A_4$ . Sea  $K_{A_1} = \{(\alpha, A_1), (\alpha, A_2), (\beta, A_3), (\beta \rightarrow \alpha, A_4)\}$  la base de creencias de  $A_1$ . Luego, si el agente  $A_1$  desea enviar  $\alpha$  al agente  $A_2$  entonces, de acuerdo al criterio basado en plausibilidad,  $A_1$  enviará el objeto de información  $(\alpha, Pl(\alpha, K_{A_1}))$  a  $A_2$ , donde  $Pl(\alpha, K_{A_1}) = A_3$ . Esto es,  $A_1$  envía, basado en su base de creencias  $K_{A_1}$  y su orden de credibilidad “ $\leq_{C_o}^{A_1}$ ”,  $(\alpha, A_3)$  a  $A_2$ . Esto puede ser visto gráficamente en la Figura 5.4.*

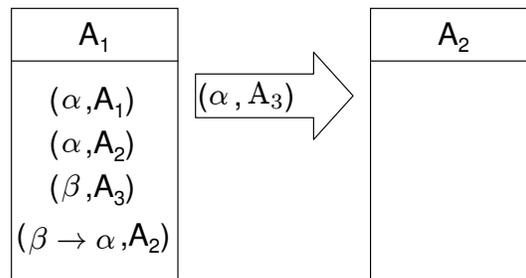


Figura 5.4: Criterio basado en la función de plausibilidad.

Consideremos el escenario del agente  $A_v$ , en el cual se mencionó que  $K_{A_v} = \{(\neg o, A_r), (s \rightarrow \neg o, A_t), (s, A_w)\}$ . Supongamos que  $A_v <_{C_o}^{A_v} A_r <_{C_o}^{A_v} A_t <_{C_o}^{A_v} A_w$ . Si  $A_v$  quiere retransmitir que el camino no está abierto ( $\neg o$ ), entonces enviaría el objeto de información  $(\neg o, A_t)$ , ya que  $Pl(\neg o, K_{A_v}) = A_t$ .

### 5.3. Análisis de los criterios para órdenes parciales

Cuando el orden es parcial, puede darse el caso de que hayan agentes incomparables según el orden de credibilidad del agente emisor. Esta situación repercute en algunos de los criterios establecidos anteriormente. Note que los dos primeros criterios no se ven alterados ante la posibilidad de que el agente emisor maneje órdenes parciales. Esto es, si el agente emisor  $A_i$  decide retransmitir la información  $\alpha$  usando el criterio ‘identificador del emisor’, entonces enviará el objeto de información  $(\alpha, A_i)$  sin considerar en ningún momento que tipo de orden administra. Esto mismo sucede cuando decide retransmitir usando el criterio ‘identificador de la fuente’. Sin embargo, aquellos criterios que de alguna manera realizan comparaciones entre identificadores de agentes para decidir cual será la meta-información que será asociada a la creencia, merecen un análisis que determine como funcionan cuando el agente emisor maneja órdenes parciales. De esta manera, analizaremos que sucede con el criterio ‘combinado’ y el criterio ‘basado en la función de plausibilidad’.

#### 5.3.1. Análisis del criterio combinado con orden parcial

Con respecto al criterio combinado, note que en el mismo se propone adjuntar a la creencia a ser enviada ( $\alpha$ ) el identificador de agente más creíble entre el emisor  $A_i$  y las fuentes asociadas de forma explícita en la base de creencias  $K_{A_i}$  (por ejemplo,  $A_j$  y  $A_k$ ). Note que, si la base de credibilidad  $G_{A_i}$  representa un orden parcial, existe la posibilidad de que  $A_i$  y  $A_j$  (o  $A_j$  y  $A_k$ ) sean incomparables. En este caso, de la forma en que está enunciado el criterio combinado, no se puede determinar que identificador será retransmitido con la creencia.

**Ejemplo 5.6** *Considere nuevamente el Ejemplo 5.4, donde  $K_{A_1} = \{(\alpha, A_2), (\alpha, A_4)\}$ . Si  $A_1$  quiere enviar  $\alpha$  a  $A_3$ , entonces  $A_1$  retransmite a  $A_3$  el objeto de información  $I =$*

$(\alpha, A_i)$ , donde  $A_i$  es el identificador de agente más creíble, según  $A_1$ , entre  $A_1, A_2$  y  $A_4$ . Sea  $Gen(G_{A_1}) = \{(A_1, A_4), (A_3, A_4)\}$  el conjunto generador de la base de credibilidad  $G_{A_1}$ . Note que  $A_1, A_2$  y  $A_4$  son incomparables, por lo tanto, no es posible determinar cual de ellos es el más creíble para luego ser retransmitido con  $\alpha$ .

Una posible solución al problema presentado en el Ejemplo 5.6, es que el agente  $A_1$  envíe  $\alpha$  con cualquiera de los identificadores en cuestión ( $A_1, A_2$  o  $A_4$ ). En este caso usaríamos la función de selección ( $\mathcal{S}_{A_1}$ ) de la Definición 3.9, la cual elige un identificador de agente basada en alguna política. De esta manera, el agente  $A_1$  enviaría el objeto de información  $(\alpha, \mathcal{S}_{A_1}(A_1, A_2, A_4))$  como se puede ver en la Figura 5.5.

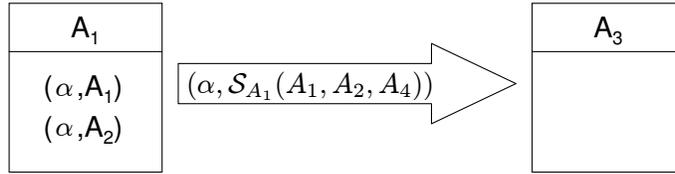


Figura 5.5: Criterio combinado con orden parcial

Un inconveniente que presenta esta solución radica en que es probable que el agente  $A_3$  que recibe esta información ( $\alpha$ ) tenga en su base de credibilidad relacionados a alguno de los agentes que son fuentes ( $A_1, A_2$  y  $A_4$ ). Por lo tanto, para el agente  $A_3$  no resulta lo mismo recibir  $\alpha$  con cualquier identificador, ya que de este depende la aceptación de la entrada. Esto puede ser ilustrado en el siguiente ejemplo.

**Ejemplo 5.7** Considere el Ejemplo 5.6. Sea  $K_{A_3} = \{(\neg\alpha, A_2)\}$  y  $Gen(G_{A_3}) = \{(A_1, A_2), (A_2, A_3), (A_3, A_4)\}$  el conjunto generador de la base de credibilidad  $G_{A_3}$ . Note que esta base de credibilidad representa el siguiente orden de credibilidad de acuerdo a  $A_3$ :  $A_1 <_{C_o}^{A_3} A_2 <_{C_o}^{A_3} A_3 <_{C_o}^{A_3} A_4$ . Recuerde que hemos asumido en este capítulo que los agentes incorporan creencias por medio del operador de revisión no priorizada usando plausibilidad definido en la Sección 4.5 del Capítulo 4. Por lo tanto, si el objeto retransmitido por  $A_1$  es  $(\alpha, A_1)$ , entonces  $A_3$  rechaza la entrada puesto que la plausibilidad de la misma es menor a la plausibilidad de su contradicción en  $K_{A_3}$  ( $A_1 <_{C_o}^{A_3} Pl(\neg\alpha, K_{A_3})$ , donde  $Pl(\neg\alpha, K_{A_3}) = A_2$ ). Sin embargo, si el objeto retransmitido por  $A_1$  es  $(\alpha, A_4)$ , entonces  $A_3$  acepta la entrada y revisa sus creencias quedando  $K_{A_3} = \{(\alpha, A_4)\}$ .

Una posible solución al problema mostrado en el Ejemplo 5.7 sería que el agente  $A_1$  retransmita  $\alpha$  con los tres identificadores ( $A_1, A_2$  y  $A_4$ , ya que todos son fuentes) para

que el agente receptor, basado en su propio assessment, determine la plausibilidad de la creencia entrante. Esto requiere que se modifique también la forma en la cual los agentes incorporan creencias y no está dentro del alcance de esta tesis y será considerado como trabajo a futuro.

### 5.3.2. Análisis del criterio basado en la función de plausibilidad con orden parcial

Como hemos mencionado más arriba, al igual que en el criterio combinado, se debe analizar que sucede con el criterio basado en plausibilidad cuando el agente emisor tiene un orden parcial de credibilidad asociado a su base de credibilidad. Esto se debe a que, en general, el cómputo de la plausibilidad descarta alternativas cuando se manejan órdenes parciales producto de la función de selección. Esto quedará más claro en el siguiente ejemplo.

**Ejemplo 5.8** *Considere el Ejemplo 5.5 mostrado para el criterio basado en la función de plausibilidad, donde  $K_{A_1} = \{(\alpha, A_1), (\alpha, A_2), (\beta, A_3), (\beta \rightarrow \alpha, A_4)\}$  es la base de creencias de  $A_1$ . Supongamos ahora que  $Gen(G_{A_1}) = \{(A_1, A_4), (A_3, A_4)\}$  es el conjunto generador de la base de credibilidad  $G_{A_1}$ , donde se puede observar que  $A_1, A_2$  y  $A_3$  son incomparables. Note que, si el agente  $A_1$  desea enviar  $\alpha$  al agente  $A_2$  entonces, de acuerdo al criterio basado en la función de plausibilidad,  $A_1$  enviará el objeto de información  $(\alpha, Pl(\alpha, K_{A_1}))$  a  $A_2$ . Veamos como se obtiene el identificador que será asociado al objeto de información que será retransmitido.*

*La base de creencias  $K_{A_1}$  tiene el siguiente conjunto de  $\alpha$ -kernels (las pruebas minimales para  $\alpha$ ):  $\{\{(\alpha, A_1)\}, \{(\alpha, A_2)\}, \{(\beta, A_3), (\beta \rightarrow \alpha, A_4)\}\}$ . Si aplicamos la función ‘noMax’ a cada conjunto obtendremos:  $\{(\alpha, A_1), (\alpha, A_2), (\beta, A_3)\}$ . Luego, cuando se aplique la función ‘noMin’ a este conjunto se obtendrá el mismo conjunto ya que los agentes asociados a los objetos de información son incomparables y, por lo tanto, todas las tuplas no son menos plausible que otra. Es aquí, donde se utiliza la función de selección sobre los agentes asociados a las tuplas, para de esta manera retornar un único valor como plausibilidad de la tupla. Si la política utilizada por la función de selección es elegir el menor de los identificadores de agentes según su orden lexicográfico, entonces el agente retornado sería  $A_1$ . Esto es,  $A_1$  envía, basado en su base de creencias  $K_{A_1}$  y su base de credibilidad  $G_{A_1}$ ,  $(\alpha, A_1)$  a  $A_2$ .*

De manera análoga a lo analizado para el criterio combinado con orden parcial, esto puede llevar a situaciones no deseadas. Esto es, existe la posibilidad de que el agente  $A_2$  del Ejemplo 5.8, que recibe la información  $\alpha$ , tenga en su base de credibilidad relacionados a alguno de los agentes que están en los objetos de información retornados por la función ‘*noMax*’ ( $A_1$ ,  $A_2$  y  $A_3$ ). Por lo tanto, para el agente  $A_3$  no resulta lo mismo recibir  $\alpha$  con cualquier identificador, ya que de este depende la aceptación de la entrada.

En este caso, sería conveniente adaptar la función de plausibilidad de forma tal de que todas las alternativas sean retornadas. Para el ejemplo anterior esto sería, que  $A_1$  envíe el objeto de información con los tres identificadores de agentes ( $A_1$ ,  $A_2$  y  $A_3$ ). La motivación detrás de esto, resulta de la consideración del receptor respecto de la información que será recibida. Esto es, el agente receptor podría tener un *assessment* diferente al del agente emisor, y por lo tanto, es probable que los agentes que eran incomparables para el emisor estén ordenados en la base de credibilidad del receptor. Debe ser el receptor el que decide que identificador de agente asocia a la creencia entrante. De todos modos, esto no será desarrollado en esta tesis ya que, al igual que se dijo antes para el criterio combinado con orden parcial, esto requiere que se modifique también la forma en la cual los agentes incorporan creencias, *i.e.*, requiere modificar los formalismos definidos en los capítulos anteriores. De esta manera, dejaremos la especificación de esta posible solución como trabajo a futuro.

## 5.4. Conclusión

En este capítulo, hemos introducido algunos criterios que mejoran las habilidades de interacción de un agente en un sistema multi-agente, combinándolos con sus habilidades de razonamiento para permitir la propagación de información creíble. Hemos asumido, como en toda la tesis, un sistema multi-agente donde agentes deliberativos pueden recibir nueva información desde otros agentes y en el cual tienen creencias acerca de la credibilidad de sus compañeros. Al igual que hemos mencionado en los capítulos previos, los agentes informantes pueden tener diferentes niveles de credibilidad.

Aquí, hemos propuesto enviar una pieza de información con un identificador de agente representando la credibilidad de la información transferida. Basado en este escenario, hemos investigado como un agente puede retransmitir información a otros agentes, la cual podría haber sido adquirida desde otros agentes. En particular, estudiamos como elegir

racionalmente la meta-información a ser retransmitida. La elección del identificador de agente a ser enviado con la pieza de información es crucial, ya que influye en la decisión del receptor acerca de si aceptar la información transmitida. En este capítulo, hemos presentado diferentes maneras de elegir este identificador y dimos una categorización de posibles enfoques, donde discutimos ventajas y desventajas. Esta discusión nos llevó a la definición de un criterio que usa una función de plausibilidad que determina la plausibilidad de una creencia basada en todas sus pruebas de acuerdo a una base. Es importante destacar, que en este capítulo sólo se trabajó en criterios para retransmitir objetos de información. Sin embargo, todos estos criterios pueden ser fácilmente adaptados a la retransmisión de objetos de credibilidad. Hemos considerado que no era relevante enunciar cada criterio para objetos de credibilidad y que resulta redundante hacerlo.

Todos los criterios de retransmisión presentados fueron pensados para agentes que tiene un orden *total* de credibilidad. Sin embargo, en la última sección de este capítulo, hemos realizado un análisis de los criterios que se ven afectados cuando se consideran órdenes *parciales*. Hemos mostrado las dificultades que presentan cada uno de ellos y posibles soluciones.

Para dar información adicional a las creencias cuando son retransmitidas, hemos tomado una decisión importante, la cual consiste en retransmitir un identificador de agente con la creencia, en lugar de un etiqueta de credibilidad. Una de las razones se debe a que cada agente tiene su propio *assessment* y, por lo tanto, es más útil enviar identificadores de agente ya que de este modo el agente receptor puede evaluar la creencia recibida analizando la credibilidad que tiene el agente asociado de acuerdo a su propio *assessment*. Otra razón es porque la evaluación de la credibilidad de los identificadores es modular al uso de la función de *assessment*. Esto es, si el orden de credibilidad entre agentes cambia, entonces la plausibilidad de todas las sentencias también cambia, sin tener que modificar la base de creencias del agente.



# Capítulo 6

## Trabajos relacionados

En este capítulo mostraremos resumidamente desarrollos de formalismos similares a los propuestos en esta tesis, comparándolos con nuestra propuesta. En primera instancia analizaremos sistemas de revisión de creencias en sistemas multi-agentes, y luego, mostraremos algunos sistemas de confianza y reputación.

### 6.1. Formalismos de MSBR

En la literatura, han sido presentados diferentes formalismos para tratar con *multi-agent belief revision* (MABR) [LW99, LW01, KDT96, MJO94] donde se investiga la revisión de creencias global de un equipo de agentes. En contraste a éstos, nosotros nos enfocamos en *multi-source belief revision* (MSBR) el cual es uno de los componentes esenciales de MABR. Aquí, los agentes mantienen la consistencia de sus bases de creencias. Dos enfoques que hacen frente con MSBR son [DGP94] y [Can98]. El modelo epistémico en estos trabajos es similar al que definimos en la Sección 3.2; sin embargo, nuestra teoría de cambio es diferente a ellas. Al igual que en esta tesis, ambos consideran que la fiabilidad de las fuentes afectan la credibilidad de la información entrante, y esta fiabilidad es usada para tomar decisiones. No obstante, estos dos enfoques difieren del de esta tesis en varios aspectos como se detallará a continuación.

### 6.1.1. Dragoni *et.al.*

En [DGP94, DGB97] presentan un modelo de revisión de creencias para un agente que intercambia conocimiento con otros compañeros. Este modelo reúne razonamiento basado en suposiciones y técnicas especiales para tratar con incertidumbre. Estas técnicas relacionan la credibilidad de la información y la fiabilidad del informante. Las técnicas de manejo de incertidumbre determinan el conjunto de creencias más plausible con el cual el agente razona.

En estos trabajos, se considera que los agentes detectan y almacenan en tablas los *nogoods*, que son los subconjuntos minimalmente inconsistentes de sus bases de conocimiento. Un *good* es un subconjunto de la base de conocimiento tal que: no es inconsistente (no es un super-conjunto de un *nogood*), y si es aumentado con cualquier suposición de la base de conocimiento, se convierte en inconsistente. En contraste a nuestro enfoque, ellos no quitan creencias para evitar la contradicción, sino que eligen cual es el nuevo *good* preferido entre los que están en la base de conocimiento. En nuestro modelo, obtenemos conjuntos de kernels para cortar algunas sentencias y, de esta manera, romper las contradicciones si es necesario.

Como en esta tesis, Dragoni *et.al.* proponen almacenar información adicional con cada sentencia. Sin embargo, sus tuplas contienen 5 elementos: <Identificador, Sentencia, OS, Fuente, Credibilidad>, donde el Origin Set (OS - conjunto origen) registra los nodos de suposiciones sobre los cuales realmente depende (como derivado por el demostrador de teoremas). En contraste a ellos, en nuestro modelo, una tupla sólo almacena una sentencia y un agente asociado, pero una tupla no almacena la credibilidad. Esto es, en nuestro modelo, la plausibilidad de una sentencia no está explícitamente almacenada con ella, como en [DGP94]. De esta manera, cuando la plausibilidad de alguna sentencia es requerida, la *función de plausibilidad* debe ser aplicada. Como se muestra en el Ejemplo 6.1, dada una sentencia  $\alpha$ , su plausibilidad depende de sus pruebas ( $\alpha$ -*kernels*). Por lo tanto, si una de las sentencias de estas pruebas cambia su plausibilidad, entonces la plausibilidad de  $\alpha$  puede cambiar. Por lo tanto, si el orden de credibilidad es reemplazado, entonces la plausibilidad de la sentencia puede cambiar sin cambiar la base de creencias.

**Ejemplo 6.1** Considere un conjunto  $\mathbb{A} = \{A_1, A_2\}$  donde el orden de credibilidad es  $A_1 \leq_{C_o}^{A_1} A_2$ ,  $K_{A_1} = \{(\alpha, A_1), (\alpha \rightarrow \beta, A_2)\}$  y  $K_{A_2} = \{(\alpha, A_2)\}$ . Por la Definición 3.14,  $Pl(\beta, K_{A_1}) = A_1$ . Ahora, suponga que  $A_1$  recibe desde  $A_2$  la creencia  $\alpha$ . Ahora

$K_{A_1} = \{(\alpha, A_1), (\alpha, A_2), (\alpha \rightarrow \beta, A_2)\}$  y  $A_1$  tiene dos derivaciones para  $\beta$ , por lo tanto  $Pl(\beta, K_{A_1}) = A_2$ . Observe que la plausibilidad de  $\beta$  es incrementada.

La política de comunicación en [DGP94] consiste en que los agentes no comuniquen las fuentes de las suposiciones, sino que ellos se presentan a si mismos como los responsables completos del conocimiento que están pasando; el agente receptor considera a los emisores como las fuentes de todas las suposiciones que ellos están recibiendo. En el Capítulo 5, mostramos un criterio más elaborado que propone calcular la plausibilidad de la sentencia basado en todas sus pruebas antes de ser retransmitida. Una decisión importante que hemos tomado fue retransmitir un identificador de agente con una sentencia en vez de una etiqueta de credibilidad para dar información adicional a las creencias. Una de las razones que nos llevó a tomar esta decisión es que como cada agente tiene su propio *assessment*, es más útil enviar identificadores de agentes ya que, el agente receptor puede evaluar la creencia recibida basado en la credibilidad que el identificador asociado tiene de acuerdo a su propio *assessment*. Otra razón es que logramos un *framework* más dinámico ya que la evaluación de la credibilidad de los identificadores de agentes está separada por el uso de la función de *assessment*.

### 6.1.2. Cantwell

En [Can98], un *escenario* (conjunto de información entrante) presentado por una fuente es tratado como un todo y no sentencia por sentencia, y por lo tanto, puede ser inconsistente. Una relación de *fiabilidad* es introducida sobre conjuntos de fuentes y no entre fuentes simples. Además, si dos fuentes informan la misma pieza de información  $\alpha$ , y un único agente informa  $\neg\alpha$ , entonces  $\alpha$  será preferida, esto es, la decisión está basada en la mayoría. En este enfoque, el orden en el cual la evidencia es considerada no parece ser importante. Sin embargo, en nuestro trabajo, el orden en el cual las creencias son consideradas es importante: si un agente recibe  $\alpha$  y luego recibe  $\neg\alpha$  y ambos tienen la misma plausibilidad, entonces  $\neg\alpha$  será rechazada.

## 6.2. Revisión sobre bases de conocimiento priorizadas: Benferhat *et. al.*

Es importante notar que los operadores de revisión propuesto en esta tesis en el capítulo 3 son similares al operador de revisión propuesto en [BDPW02]. Sin embargo, este último es construido de manera diferente. En [BDPW02], el estado epistémico está representado por una distribución de posibilidad, la cual es un mapeo del conjunto de interpretaciones clásicas de mundos al intervalo  $[0,1]$ . Esta distribución representa el grado de compatibilidad de las interpretaciones con la información disponible y la revisión es hecha sobre la distribución de posibilidad. Esta revisión modifica el ranking de interpretaciones y da prioridad a la información entrante. La entrada debe ser incorporada en el estado epistémico; en otras palabras, toma prioridad por sobre la información en el estado epistémico. En este enfoque, los autores discuten la revisión con respecto a información incierta; la entrada es de la forma  $(\phi, a)$ , lo cual significa que la fórmula clásica  $\phi$  debe ser creída a un grado de certeza de exactamente  $a$ .

Ambos enfoques difieren en algunos aspectos interesantes. Una primer diferencia ocurre en la manera en que se mantiene el estado epistémico. En [BDPW02], los autores usan conjuntos de creencias, mientras que en esta tesis se usa bases de creencias. El uso de bases de creencias hace la representación del estado cognitivo del agente más natural y computacionalmente más tratable. Esto es, siguiendo [Han99, página 24], consideramos que las creencias de los agentes podrían ser representadas por un número limitado de sentencias que corresponden a las creencias explícitas del agente.

Otra diferencia importante, relacionada a la intención de usar el operador en un ambiente multi-agente, es la información adicional agregada a cada creencia. Aquí, siguiendo nuestra propuesta, para decidir si rechazar o aceptar una nueva creencia, se definió un criterio de comparación entre las mismas. Este criterio (llamado plausibilidad) está basado en el orden de credibilidad entre agentes. En la definición de nuestros operadores hemos asumido que este orden es fijo; sin embargo, este orden puede ser cambiado sin afectar la definición del operador. Esta característica es una de las motivaciones para usar identificadores de agentes en vez de representar la plausibilidad de una sentencia como en [BDPW02]. Más aún, aquí un orden total entre agentes es necesario, pero esta suposición puede ser relajada considerando un orden parcial entre agentes (como se puede ver en el Capítulo 4).

### 6.3. Equivalencia entre la función de plausibilidad y bases estratificadas de Benferhat

En esta sección haremos una comparación del método utilizado por la función de plausibilidad definida en la Sección 3.3 y un método utilizado por Benferhat *et. al.* en [BDP93], en el desarrollo de un procedimiento que determina si una sentencia es una consecuencia argumentativa de una base de conocimiento. A diferencia de los análisis anteriores realizados en este capítulo, aquí presentamos una comparación más detallada debido a que, si bien notamos varias diferencias, los sistemas son equivalentes bajo ciertas restricciones. Los resultados obtenidos en esta sección fueron publicados en “*The IJCAI-09 Workshop on Nonmonotonic Reasoning, Action and Change (NRAC 2009)*” [TGFS09].

En [BDP93], se analizan y desarrollan varios métodos para tratar con la inconsistencia definiendo nociones de consecuencia capaces de inferir conclusiones no triviales desde una base de conocimiento inconsistente. Es claro que los métodos propuestos en esta tesis y en [BDP93] siguen diferentes actitudes cuando deben tratar con conocimiento inconsistente. En [BDP93] se proponen relaciones de consecuencias tolerantes a inconsistencia en bases de creencias estratificadas, mientras que aquí se definen operadores de revisión como parte de un modelo completo de cambio.

#### 6.3.1. Argumentos en una base de conocimiento priorizada

En esta sección resumiremos una relación de consecuencia argumentativa propuesta en [BDP93]. Además, mostraremos el procedimiento que es usado para determinar si una sentencia es una consecuencia argumentativa de una base de creencias. A continuación, en la Sección 6.3.2 vamos a mostrar que este procedimiento es equivalente al utilizado por la función de plausibilidad propuesta en la Sección 3.3.

En el caso propuesto en [BDP93], una base de conocimiento puede ser vista como una base de creencias estratificada  $\Sigma = B_1 \cup \dots \cup B_n$ , tal que fórmulas en  $B_i$  tienen el mismo nivel de prioridad o certeza y son más fiables que las que están en  $B_j$  donde  $j > i$ . Esta estratificación es modelada adjuntando un peso  $\alpha \in [0, 1]$  a cada fórmula  $\phi$  con la convención que  $(\phi, \alpha_i) \in B_i, \forall i$  y  $\alpha_1 = 1 > \alpha_2 > \alpha_n > 0$ .

Una sub-base  $\Sigma_i = E_1 \cup \dots \cup E_n$  of  $\Sigma = B_1 \cup \dots \cup B_n$  where  $E_j \subseteq B_j, j = 1, \dots, n$ , es consistente si  $\Sigma_i \not\perp$ , y es maximalmente consistente si agregando cualquier fórmula

desde  $(\Sigma - \Sigma_i)$  a  $\Sigma_i$  produce una base de conocimiento inconsistente. Antes de introducir la noción de argumentación en bases de conocimiento priorizadas, vamos a definir la noción de derivación en base estratificada.

**Definición 6.1** *Sea  $\Sigma = B_1 \cup \dots \cup B_n$  una base de conocimiento estratificada. Una fórmula  $\phi$  se dice ser una  $\pi$ -consecuencia de  $\Sigma$  con peso  $\alpha_i$ , denotado por  $\Sigma \vdash_\pi (\phi \alpha_i)$ , si y sólo si  $B_1 \cup \dots \cup B_i$  es consistente,  $B_1 \cup \dots \cup B_i \vdash \phi$ , y  $\forall j < i, B_1 \cup \dots \cup B_j \not\vdash \phi$ .*

En una base estratificada, una sub-base consistente de  $\Sigma$  (en general no maximal), denotada por  $\pi(\Sigma)$ , es inducida por los niveles de prioridad y definida en esta manera:  $\pi(\Sigma) = B_1 \cup \dots \cup B_i$ , tal que  $\pi(\Sigma)$  es consistente y  $B_1 \cup \dots \cup B_{i+1}$  es inconsistente. La sub-base restante  $\Sigma - \pi(\Sigma)$  es simplemente inhibida. Luego, en [BDP93] se propone una extension de la inferencia argumentativa para bases de conocimiento estratificadas.

**Definición 6.2** *Una sub-base  $\Sigma_i$  de  $\Sigma$  se dice ser un argumento para una fórmula  $\phi$  con un peso  $\alpha$  si satisface las siguientes condiciones:*

1.  $\Sigma_i \not\vdash \perp$ ,
2.  $\Sigma_i \vdash_\pi (\phi, \alpha)$ , y
3. para todo  $(\psi, \beta) \in \Sigma_i$ ,  $\Sigma_i - \{(\psi, \beta)\} \not\vdash_\pi (\phi \alpha)$ .

**Definición 6.3** *Una fórmula  $\phi$  se dice ser una consecuencia argumentativa de  $\Sigma$ , denotada por  $\Sigma \vdash_{\mathcal{A}} (\phi, \alpha)$ , si y sólo si existe un argumento para  $(\phi, \alpha)$  en  $\Sigma$ , y para cada argumento de  $(\neg\phi, \beta)$  en  $\Sigma$ , tenemos  $\beta < \alpha$ .*

Luego, en [BDP93] se da un procedimiento que determina si  $\phi$  es una consecuencia argumentativa de una base de conocimiento estratificada  $\Sigma = B_1 \cup \dots \cup B_n$ . El procedimiento asume la existencia de un algoritmo que chequea si existe un argumento para una fórmula en alguna base. El procedimiento está basado en la construcción del argumento maximal de  $\phi$  y su contradicción. Primero el procedimiento comienza con la sub-base  $B_1$ , y chequea si hay una sub-base consistente de  $B_1$  que deduzca  $\phi$  o  $\neg\phi$ . Si la respuesta es respectivamente Yes-No, entonces  $\phi$  es una consecuencia argumentativa de  $\Sigma$  con un peso  $\alpha_1 = 1$ ; por simetría, si la respuesta es No-Yes, entonces  $\neg\phi$  es en este caso la consecuencia

argumentativa de  $\Sigma$ . Ahora, si la respuesta es Yes-Yes, entonces tenemos un conflicto. Si la respuesta corresponde a una de las respuestas dadas arriba luego el algoritmo se detiene. En el último caso, si la respuesta es No-No repetimos el mismo ciclo descrito arriba con  $B_1 \cup B_2$ , y así siguiendo. El algoritmo se detiene, cuando toda la base  $\Sigma$  es chequeada.

**Ejemplo 6.2** Sea  $\Sigma$  la siguiente base de conocimiento:  $\Sigma = \{(\psi, 0,4), (\phi, 0,7), (\phi \rightarrow \psi, 0,7), (\phi \rightarrow \psi, 0,9), (\omega, 0,4), (\omega \rightarrow \psi, 0,9), (\phi \rightarrow \varphi, 0,7), (\varphi \rightarrow \psi, 0,4), (\gamma, 0,9), (\omega \rightarrow \gamma, 0,7)\}$ . En el modo estratificado, la base de conocimiento  $\Sigma$  puede ser vista como sigue:  $\Sigma = B_1 \cup B_2 \cup B_3$  donde,

- $B_1 = \{(\phi \rightarrow \psi, 0,9), (\omega \rightarrow \psi, 0,9), (\gamma, 0,9)\}$ ,
- $B_2 = \{(\phi, 0,7), (\phi \rightarrow \psi, 0,7), (\phi \rightarrow \varphi, 0,7), (\omega \rightarrow \gamma, 0,7)\}$ , y
- $B_3 = \{(\psi, 0,4), (\omega, 0,4), (\varphi \rightarrow \psi, 0,4)\}$ . Since  $B_1 \not\vdash \psi$  y  $B_1 \cup B_2 \vdash \psi$ .

Luego, el peso de  $\psi$  es 0,7.

### 6.3.2. Equivalencia entre los dos métodos

En esta tesis presentamos un formalismo para representar conocimiento y mantener consistencia en sistemas multi-agentes, donde agentes deliberativos pueden recibir nueva información desde otros agentes (*i.e.*, adoptamos *Multi-Source Belief Revision*). Recuerde que como los agentes pueden obtener información desde otros agentes, las creencias de los agentes son representadas como tuplas  $(\phi, A_i)$ , donde  $\phi$  es una sentencia de un lenguaje proposicional  $\mathcal{L}$  y  $A_i$  es un identificador de agente de  $\mathbb{A}$ . Cada agente  $A \in \mathbb{A}$  tendrá una base de creencias  $\Sigma_A^{MS} \in 2^{\mathcal{L} \times \mathbb{A}}$ . Por ejemplo,  $\Sigma_{A_1}^{MS} = \{(\phi, A_1), (\psi, A_2), (\varphi, A_3)\}$ . Como hemos mencionado en capítulos previos, los agentes informantes están ordenados mediante un orden de credibilidad. Observe que la base de creencias de un agente  $\Sigma_A^{MS}$  puede ser vista como una base de creencias estratificada  $\Sigma_A^{MS} = B_1 \cup \dots \cup B_n$ , tal que las fórmulas en  $B_i$  tienen asociado identificadores de agentes del mismo nivel de credibilidad, y son más plausibles que las fórmulas que están en  $B_j$  donde  $j > i$ .

En [BDP93], una base de conocimiento puede ser vista como una **base de conocimiento estratificada**  $\Sigma = B_1 \cup \dots \cup B_n$ , tal que las fórmulas en  $B_i$  tienen el mismo nivel de prioridad o certeza y son más fiables que las que están en  $B_j$  donde  $j > i$ . Esta

estratificación es modelada adjuntando un peso  $\alpha \in [0, 1]$  a cada fórmula con la convención que  $(\phi, \alpha_i) \in B_i$ , para todo  $i$  y  $\alpha_1 = 1 > \alpha_2 > \alpha_n > 0$ . Allí, una fórmula  $\phi$  se dice ser una **consecuencia argumentativa** de  $\Sigma$ , denotada por  $\Sigma \vdash_{\mathcal{A}} (\phi, \alpha)$ , si y sólo si existe un argumento para  $(\phi, \alpha)$  en  $\Sigma$ , y para cada argumento de  $(\neg\phi, \beta)$  en  $\Sigma$ , tenemos  $\beta < \alpha$ .

Luego, en [BDP93], se propone un procedimiento que determina si  $\phi$  es una consecuencia argumentativa de una base de conocimiento estratificada  $\Sigma = B_1 \cup \dots \cup B_n$ . Desde este procedimiento, si  $\Sigma$  es consistente, es claro que  $\Sigma \vdash_{\mathcal{A}} (\phi, \alpha_i)$  si y sólo si  $B_1 \cup \dots \cup B_i \vdash \phi$  y  $B_1 \cup \dots \cup B_{i-1} \not\vdash \phi$ , donde  $\alpha_i$  es el peso de todas las fórmulas que pertenecen a  $B_i$ . Note que sólo son consideradas bases de creencias consistentes porque en nuestro enfoque un operador de revisión fue definido y, por lo tanto, no permitimos inconsistencia.

Considerando las suposiciones fijadas debajo, probamos que: dada una base de creencias  $\Sigma_A^{MS}$  tal que  $\Sigma_A^{MS} = B_1 \cup \dots \cup B_n$ , y una fórmula  $\phi$ , el identificador de agente retornado por  $Pl(\phi, \Sigma_A^{MS})$  es  $A_i$  siempre que  $B_1 \cup \dots \cup B_i \vdash \phi$  y  $B_1 \cup \dots \cup B_{i-1} \not\vdash \phi$ .

**Suposición 1:** Los pesos de las fórmulas son representados por identificadores de agentes.

**Suposición 2:**  $\Sigma_A^{MS}$  es consistente (en nuestro enfoque no permitimos inconsistencia).

**Suposición 3:** No hay pares de agentes  $A_i$  y  $A_j$  tal que  $A_i =_{Co} A_j$ .

**Suposición 4:** Para todo  $\omega$ ,  $\omega \in Sen(B_i)$  si y sólo si  $(\omega, A_i) \in B_i$ . Por lo tanto, por la estratificación de la base de conocimiento en SMA, para todo  $i$ ,  $A_{i+1} \leq_{Co} A_i$ .

**Suposición 5:**  $\Sigma_i^{MS} = E_1 \cup \dots \cup E_n$  se dice ser una sub-base de  $\Sigma^{MS} = B_1 \cup \dots \cup B_n$  si  $E_j \subseteq B_j$ ,  $j = 1, \dots, n$ . Note que  $E_j$  puede ser  $\emptyset$ .

**Proposición 6.1** Sea  $\Sigma_{A_p}^{MS} = B_1 \cup \dots \cup B_n$  una base de conocimiento estratificada en un SMA. Luego,  $Pl(\phi, \Sigma_{A_p}^{MS}) = A_i$  si y sólo si  $B_1 \cup \dots \cup B_i \vdash \phi$  y  $B_1 \cup \dots \cup B_{i-1} \not\vdash \phi$ .

### Esquema de prueba:

Por simplicidad usaremos  $K$  para representar  $\Sigma_{A_p}^{MS}$ .

Para probar el teorema debemos mostrar lo siguiente:

(a) Si  $Pl(\phi, K) = A_i \Rightarrow B_1 \cup \dots \cup B_i \vdash \phi$  y  $B_1 \cup \dots \cup B_{i-1} \not\vdash \phi$

(b) Si  $B_1 \cup \dots \cup B_i \vdash \phi$  y  $B_1 \cup \dots \cup B_{i-1} \not\vdash \phi \Rightarrow Pl(\phi, K) = A_i$

a) Sea  $K = \Sigma_{A_p}^{MS} = B_1 \cup \dots \cup B_n$ . Si  $Pl(\phi, K) = A_i$ , luego por Definición 3.14,  $A_i = Ag(max(\bigcup_{X \in K \perp \phi} min(X)))$  y por Definición 3.4 se cumple que  $\exists \omega \in Sen(K)$  tal que

$(\omega, A_i) \in \max(\bigcup_{X \in K^\perp \phi} \min(X))$ . De esta manera, por Definición 3.13, notamos que  $(\omega, A_i) \in \bigcup_{X \in K^\perp \phi} \min(X)$ . Por lo tanto, existe  $X_q \in K^\perp \phi$  tal que  $(\omega, A_i) \in X_q$  y  $Ag(\min(X_q)) = A_i$ . Como  $X_q \subseteq K$ , se sigue por suposición 5 que  $X_q = E_1 \cup \dots \cup E_i$  tal que  $\forall j, 1 \leq j \leq i, E_j \subseteq B_j$ . Note que  $E_i$  es el estrato menos fiable por Definición 3.12. Además, como  $X_q$  es un kernel, luego  $E_1 \cup \dots \cup E_i \vdash \phi$ . Es por esta razón y por la suposición 2, que  $B_1 \cup \dots \cup B_i \vdash \phi$ . En adición, como  $(\omega, A_i) \in B_i$  se sigue de la suposición 4 y el hecho que  $Sen(X_q \setminus \{(\omega, A_i)\}) \not\vdash \phi$  ( $X_q$  es un  $\phi$ -kernel), que  $B_1 \cup \dots \cup B_{i-1} \not\vdash \phi$ . Por lo tanto,  $B_1 \cup \dots \cup B_i \vdash \phi$  y  $B_1 \cup \dots \cup B_{i-1} \not\vdash \phi$ .  $\square$

b) Sea  $\Sigma_{A_p}^{MS} = B_1 \cup \dots \cup B_n$ . Si  $B_1 \cup \dots \cup B_i \vdash \phi$  y  $B_1 \cup \dots \cup B_{i-1} \not\vdash \phi$ , luego existe  $X \subseteq B_1 \cup \dots \cup B_i$  tal que  $Sen(X) \vdash \phi$  y sea  $\omega \in Sen(X)$ ,  $Sen(X) \setminus \{\omega\} \not\vdash \phi$ . Por la Definición 3.7 de *kernel*,  $X \in K^\perp \phi$ . Luego como  $B_1 \cup \dots \cup B_i \vdash \phi$  y  $B_1 \cup \dots \cup B_{i-1} \not\vdash \phi$  se sigue por Definición 3.4 y Definición 3.12 que  $Ag(\min(X)) = A_i$ . Suponga que  $Z \in K^\perp \phi$  tal que  $Z \neq X$ , luego podemos notar que  $Z \not\subseteq B_1 \cup \dots \cup B_{i-1}$ . Por lo tanto,  $Z \subseteq B_1 \cup \dots \cup B_j$  donde  $i \leq j \leq n$  y  $Ag(\min(Z)) = A_j$ . Luego, por la suposición 4 y como  $i \leq j \leq n$ , se cumple  $A_j \leq_{C_o}^{A_p} A_i$ . Por lo tanto,  $Ag(\min(Z)) \leq_{C_o}^{A_p} Ag(\min(X))$ , así que  $Ag(\max(\min(X) \cup \min(Z))) = A_i$ . Por lo tanto,  $Ag(\max(\bigcup_{X \in K^\perp \phi} \min(X))) = A_i$  esto es lo mismo que  $Pl(\phi, K) = A_i$ .  $\square$

**Ejemplo 6.3** Considere el conjunto  $\mathbb{A} = \{A_1, A_2, A_3\}$  donde el orden de credibilidad es  $A_3 \leq_{C_o} A_2, A_2 \leq_{C_o} A_1$ . La base de creencias del agente  $A_1$  es  $K_{A_1} = \{(\psi, A_3), (\phi, A_2), (\phi \rightarrow \psi, A_2), (\phi \rightarrow \psi, A_1), (\omega, A_3), (\omega \rightarrow \psi, A_1), (\phi \rightarrow \varphi, A_2), (\varphi \rightarrow \psi, A_3), (\rho, A_1), (\omega \rightarrow \rho, A_2)\}$ . Como fijamos arriba, podemos ver a  $K_{A_1}$  en una manera estratificada. Esto es,  $K_{A_1} = \Sigma_{A_1}^{MS}$  puede ser vista como una base de conocimiento estratificada  $\Sigma_{A_1}^{MS} = B_1 \cup B_2 \cup B_3$ , tal que

- $B_1 = \{(\phi \rightarrow \psi, A_1), (\omega \rightarrow \psi, A_1), (\rho, A_1)\}$ ,
- $B_2 = \{(\phi, A_2), (\phi \rightarrow \psi, A_2), (\phi \rightarrow \varphi, A_2), (\omega \rightarrow \rho, A_2)\}$ , y
- $B_3 = \{(\psi, A_3), (\omega, A_3), (\varphi \rightarrow \psi, A_3)\}$ .

Suponga que el agente  $A_1$  necesita computar la plausibilidad de  $\psi$ . Siguiendo el procedimiento propuesto en [BDP93], podemos notar que  $Sen(B_1) \not\vdash \psi$  y  $Sen(B_1 \cup B_2) \vdash \psi$ . Por lo tanto, el peso de  $\psi$  está basado en el identificador de agente  $A_2$ . Este resultado es el mismo que el retornado por  $Pl(\psi, \Sigma_{A_1}^{MS})$ .

### 6.3.3. Diferencias

En esta sección hemos analizado y comparado con nuestro formalismo un método que sigue una actitud diferente cuando se enfrenta con conocimiento inconsistente. La actitud en la que nos basamos en esta tesis consiste en revisar la base de conocimiento para preservar la consistencia, mientras que la actitud tomada por Benferhat *et. al.* es razonar e inferir con inconsistencia.

Nuestra propuesta, que está basada en la definición de un operador de revisión, difiere de la propuesta en [BDP93] la cual está basada en la definición de relaciones de consecuencias tolerantes a inconsistencia en bases de conocimientos estratificadas. Esta diferencia descansa en la postura adoptada cuando se enfrenta a conocimiento inconsistente. En [BDP93], la inconsistencia es aceptada obteniendo consecuencias argumentativas, mientras que en nuestro enfoque comenzamos desde bases de conocimiento consistentes y a través de un operador de revisión preservamos consistencia.

Además, in [BDP93] la estratificación  $\Sigma = B_1 \cup \dots \cup B_n$  es modelada adjuntando pesos  $\alpha \in [0, 1]$  a cada fórmula con la convención que  $(\phi, \alpha_i) \in B_i, i = 1, \dots, n$ , y  $\alpha_1 = 1 > \alpha_2 > \dots > \alpha_n > 0$ . Aquí, los objetos de información son almacenados de manera similar a [BDP93]. Sin embargo, en este trabajo se adjunta a cada fórmula un identificador de agente (la fuente). Cuando los identificadores de agentes están totalmente ordenados, es equivalente usar pesos (como en lógica posibilística) o identificadores de agentes. Sin embargo, en nuestro *framework* es posible definir un orden *parcial* entre agentes como se muestra en el Capítulo 4.

En esta tesis, en el Capítulo 3, hemos asumido que el orden de credibilidad entre agentes es fijo. Sin embargo, como se ha mencionado antes y luego mostrado en el Capítulo 4, este orden puede ser cambiado sin redefinir el operador de revisión. Si el orden de credibilidad cambia, entonces la plausibilidad de todas las sentencias también cambiará sin tener que modificar la base de creencias del agente. Esta característica es una de las motivaciones por las cuales hemos decidido adoptar el uso de identificadores de agentes en vez de representar la plausibilidad de las sentencias por medio de una representación numérica fija. Como puede ser visto en el Capítulo 4 se definió una técnica capaz de revisar el orden de credibilidad.

El operador de revisión presentado en esta tesis podría usar bases estratificadas como en [BDP93] definiendo así un nuevo operador de recision basado en el procedimiento men-

cionado en esta sección. Este operador tendría un comportamiento similar al de las *partial meet revision* definida en [AGM85], debido a que en el procedimiento para consecuencia argumentativa se utilizan subconjuntos maximales.

Como podemos ver, existen otras diferencias entre [BDP93] y el trabajo presentado aquí. Sin embargo, es la Sección 6.3.2 mostramos que los sistemas usados en cada enfoque son equivalentes bajo ciertas restricciones.

## 6.4. Revisión de creencias con dinámica de confianza y reputación: Barber y Kim

En esta sección detallaremos un proceso de revisión de creencias con dinámica de confianza y reputación realizado por Barber y Kim en [BK01]. Las ideas intuitivas detrás de este formalismo están muy relacionadas a aquellas que motivaron el desarrollo de la técnica combinada de revisión de creencias y confianza desarrollada en el Capítulo 4. Es por esto que mostraremos en profundidad el algoritmo que proponen los autores, para luego marcar las similitudes y diferencias con lo propuesto en esta tesis.

El trabajo presentado por Barber y Kim en [BK01] introduce un algoritmo multi-agentes de revisión de creencias basado en redes de creencias. El algoritmo utiliza conocimiento acerca de fiabilidad de las fuentes para generar la perspectiva más probable del sistema. Las fuentes de información tienen varios niveles de fiabilidad. Un agente equipado con este algoritmo es capaz de (1) evaluar la información entrante y generar una base de conocimiento consistente para razonar, y (2) evitar información fraudulenta proveniente de fuentes de información no fiables o engañosas. Los autores se enfocan en modelar y mantener información de credibilidad acerca de las fuentes disponibles. En este artículo se especifica un algoritmo de revisión de creencias empleando conocimiento acerca de la reputación de las fuentes de información. Además de esto, el algoritmo propuesto busca contra-evidencia y revisa las reputaciones de las fuentes de información involucradas.

Cada agente mantiene dos tipos de bases de creencias:

- Base de creencias de background ( $KB$ ): contiene conocimiento acumulado. A menudo inconsistente.

- Base de creencias de trabajo ( $K$ ): es la memoria de trabajo que un agente usa para generar comportamientos. Es un conjunto maximalmente consistente de conocimiento derivado desde la  $KB$ . El proceso de razonamiento y decisión de un agente está basado en  $K$ .

El algoritmo de revisión y mantenimiento de conocimiento consiste de los siguientes pasos:

- Paso 1: Adquirir conocimiento  $q$  representado en términos de un lenguaje proposicional  $\mathcal{L}$  desde fuentes de información con valores de certeza asociados con ella y lo almacena en  $KB$ .
- Paso 2: Construir *polytrees* de inferencia desde las justificaciones acumuladas para el conocimiento dado  $q$ .
- Paso 3: Recibir factores de certeza de las sentencias en  $KB$  (combinar evidencia y actualizar el nodo de creencia en los *polytrees* dados).
- Paso 4: Generar la base de conocimiento maximalmente consistente  $K$  a través del orden de factor de certeza.
- Paso 5: Buscar contra-evidencia y revisar las reputaciones de las fuentes de información involucradas.
- Paso 6: Reportar los conflictos a las fuentes de información (les retorna a las fuentes de la creencia, los conflictos).

### Paso 1: Adquisición de conocimiento $q$

En primer lugar, un agente  $X$  recibe conocimiento  $q$  de una fuente de información  $S_1$ . El factor de certeza que  $S_1$  tiene sobre  $q$  es  $a$ , lo cual significa que  $S_1$  piensa que  $q$  es verdadera con probabilidad  $a$ .

### Paso 2: Construcciones de *polytree* basado en justificación de fuentes de información sobre conocimiento $q$

Supongamos  $n$  fuentes de información,  $S_1, S_2, \dots, S_n$ , han contribuido previamente a la creencia actual  $q$  y  $m$  fuentes de información,  $S_{n+1}, S_{n+2}, \dots, S_{n+m}$ , hacen valer  $q$  ahora. Los nodos padres del *polytree* consisten de la unión de estas fuentes de información.

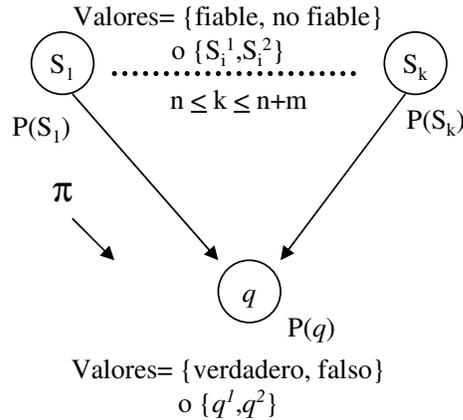


Figura 6.1: El polytree con  $k$  fuentes de información contribuyendo a  $q$  con mensajes descendente  $\pi$ .

La Figura 6.1 muestra el *polytree* resultante, donde  $\{S_1, S_2, \dots, S_k\} = \{S_1, S_2, \dots, S_n\} \cup \{S_{n+1}, S_{n+2}, \dots, S_{n+m}\}$  donde  $P(S_i)$  es la reputación actual de una fuente de información  $S_i$ , la cual es equivalente a un mensaje descendente  $\pi(S_i^1)$ . Una fuente de información  $S_i$  puede ser fiable ( $S_i^1$ ) o no fiable ( $S_i^2$ ) y el conocimiento  $q$  puede ser verdadero ( $q_1$ ) o falso ( $q_2$ ). Este *polytree* representa las fuentes de información que participan para determinar el valor actual de  $q$ .

### Paso 3: Revisión de creencias sobre la certeza del conocimiento $q$

Una vez que el polytree es construido para la creencia  $q$  en el paso 2, el valor de certeza que el agente  $X$  tiene sobre  $q$ ,  $P(q = \text{verdadero})$  o simplemente  $P(q^1)$ , puede ser calculado propagando las probabilidades en el árbol.

### Paso 4: Generación de la base de conocimiento consistente ( $K$ )

Una vez que todas las creencias en la  $KB$  tienen asignado valores de certeza, se aplica un algoritmo de optimización combinatorial (*set-covering*) para encontrar  $K$ , esto es un conjunto maximalmente consistente. El Set Covering Problem (SCP) es un problema de optimización combinatorial bien conocido el cual es de complejidad NP (poco tratable). Si hay conocimiento en conflicto en  $KB$ , el conocimiento con certeza más alta entra en  $K$ . Cuando hay conocimiento en conflicto con el mismo valor de certeza, el algoritmo puede (1) rechazar todo o (2) tomar uno para hacer a  $K$  maximal. En la aproximación actual eligen uno al azar.

### **Paso 5: Revisión de reputación para las respectivas fuentes de información**

El agente  $X$  puede encontrar un conjunto de conocimiento minimalmente inconsistente con respecto al conocimiento entrante  $q$ , si existe. Entre este conjunto de creencias en conflicto, la de valor de certeza más alto es la que entra en  $K$ . Usando esta como evidencia, un agente puede actualizar probabilidades posteriores de las respectivas fuentes de información  $S_i$ ,  $P'(S_i^1)$  y  $P'(S_i^2)$ . Para esto se usa un mensaje ascendente  $\lambda$  dual a  $\pi$ . Esto es, actualizan la reputación de los agentes en cada revisión de las creencias.

### **Paso 6: Diseminación de Información acerca de Creencias en Conflicto**

Aunque el esfuerzo de este artículo no está centrado en la consistencia global, si un conjunto de agentes está trabajando sobre metas compartidas y tienen un conjunto inconsistente de conocimiento soportando las metas, la performance global del grupo estará comprometida. Para prevenir esto, el agente  $X$  puede enviar su conocimiento  $q$  soportando una meta  $g$  a el agente  $Y$  cuando  $X$  encuentra que  $Y$  tiene conocimiento inconsistente o incorrecto acerca de  $g$ . El acto puede ser representado como  $send(X, Y, q, P(K_x q^1))$ , donde  $P(K_x q^1)$  es la certeza que el agente  $X$  tiene sobre su creencia  $q$ .

### **Similitudes y diferencias**

Como hemos mencionado en el comienzo de esta sección, la ideas detrás del formalismo propuesto en [BK01] están muy relacionadas a aquellas que motivaron el desarrollo de la técnica combinada de revisión de creencias y confianza desarrollada en el Capítulo 4.

Recordemos que la técnica que proponemos en esta tesis brinda la posibilidad de revisar la base de creencias de un agente con el efecto colateral de modificar el orden de credibilidad cuando es necesario. La misma combina el operador de revisión no priorizada para creencias definido en la Sección 4.5 y el operador de revisión de credibilidad basado en creencias definido en la Sección 4.6. Con esta técnica si el agente  $A_i$  rechaza la entrada  $(\alpha, A_j)$  entonces  $A_j$  es puesto, en el orden, por debajo de aquellos agentes que están asociados a objetos de información que eran candidatos a salir por la revisión de creencias. La entrada es rechazada si  $\neg\alpha \in Bel(K_{A_i})$ . De esta manera, al igual que en algoritmo mostrado en esta sección, más precisamente en el paso 5, basado en la contra-evidencia se revisa la credibilidad de las fuentes involucradas.

A pesar de esta cercanía con el formalismo propuesto en la tesis, el enfoque mostrado en esta sección presenta varias diferencias con respecto a nuestro enfoque a nivel de modelo. Una de ellas puede ser apreciada en el paso 1 del algoritmo, en el cual se muestra que el modelo mantiene una medida de probabilidad indicando el factor de certeza que el emisor de la creencia tiene sobre la misma. En cambio, en nuestro modelo epistémico pesamos las sentencias teniendo en cuenta la credibilidad de las fuentes asociados a las pruebas de la misma. Luego, en el paso 4 podemos notar que, basado en una base potencialmente inconsistente, ellos buscan un conjunto maximalmente consistente. A diferencia de esto, nuestro formalismo no mantiene bases inconsistentes y ofrecemos operadores de revisión para incorporar información de manera consistente.

## 6.5. Sistema de mantenimiento de confianza y reputación ReGreT

Las descripciones de los sistemas que tratamos en esta sección y en la siguiente, están basadas en un trabajo presentado por Sabater y Sierra en [SS05], en el cual se muestra una selección representativa de modelos de confianza y reputación describiendo las principales características de cada modelo.

ReGreT es un sistema modular de confianza y reputación, formulado por Sabater y Sierra en [SS01], orientado a ambientes de e-commerce donde las relaciones sociales entre los individuos juegan un rol importante. El sistema toma en cuenta tres fuentes de información diferentes: experiencias directas, información testigo y estructuras sociales.

El sistema mantiene tres bases de conocimientos: la *outcomes data base* (ODB), que almacena contratos previos y sus resultados; la *information data base* (IDB), que es usada como un contenedor para la información recibida desde otros compañeros; y finalmente la *sociograms data base* (SDB), que almacena los grafos (sociogramas) que define la vista social del agente acerca del mundo. Estas bases de datos dan los diferentes módulos del sistema.

El modulo de *confianza directa* se encarga de las experiencias directas y cómo estas experiencias pueden contribuir a la confianza sobre agentes de otros grupos. Éste modulo junto con el modelo de reputación, son las bases del cálculo de confianza.

El modelo de reputación está dividido en tres tipos especializado de reputación, dependiendo de la fuente de información que es usada para calcularlos:

- Reputación de testigo: Si la reputación es calculada desde la información que viene de testigo.
- Reputación de vecinos: Si la reputación es calculada usando la información extraída desde las relaciones sociales entre compañeros.
- Reputación del sistema: El valor de reputación está basado en roles y propiedades generales.

El sistema incorpora un modulo de credibilidad que permite al agente medir la fiabilidad de los testigos y su información. Este módulo es exhaustivamente usado en el cálculo de reputación testigo.

Todos estos módulos trabajan juntos para ofrecer un modelo completo de confianza basado en conocimiento directo y reputación. Sin embargo, el enfoque modular en el diseño del sistema permite al agente decidir que partes quiere usar. Por ejemplo, el agente puede decidir no usar reputación de vecinos para calcular un valor de reputación o contar sólo con confianza directa para calcular la confianza de un agente sin usar el módulo de reputación.

En el sistema ReGreT, cada valor de confianza y reputación tiene una medida de fiabilidad asociada. Esta medida dice al agente cuan confidente es el sistema en aquel valor de acuerdo a como ha sido calculado. Gracias a esta medida, el agente puede decidir, por ejemplo, si es sensible o no a usar los valores de confianza y reputación como parte del mecanismo de toma de decisiones.

El último elemento en el sistema ReGreT es la estructura ontológica. Los autores consideran que la confianza y reputación no son conceptos abstractos y únicos, pero si los consideran multi-facéticos. La estructura ontológica provee la información necesaria para combinar valores de confianza y reputación vinculados a aspectos simples para calcular valores asociados a atributos más complejos. Por ejemplo, la reputación de ser una buena compañía de vuelo resume la reputación de tener buenos aviones, la reputación de nunca perder las valijas y la reputación de servir buena comida. Uno por uno, la reputación de tener buenos aviones es un resumen de la reputación de tener un buen servicio de mantenimiento y la reputación de renovar frecuentemente la flota. Cada uno puede tener una

estructura ontológica diferente para combinar los valores de confianza y reputación y una manera diferente de pesar la importancia de estos valores cuando ellos son combinados.

Al igual que lo que proponen los autores con este modelo, las propuestas realizadas en el Capítulo 4 se basan en información testigo e interacción directa; sin embargo nuestro formalismo no cuenta con la capacidad de tratar con información social como es hecho en [SS01]. Hacemos uso de información testigo en el modelo de cambio completo propuesto en la Sección 4.4. Luego, el operador de revisión de orden parcial basado en creencias propuesto en la Sección 4.6 hace uso de interacción directa. De manera similar al formalismo mostrado en esta sección, el modelo de la Sección 4.4 también hace uso de una medida de fiabilidad que es utilizado para conocer cuan fiable es el valor de confianza y que relevancia merece en el proceso de toma de decisión final.

La principal diferencia entre las propuestas que realizamos en el Capítulo 4, con ReGreT y los modelos de reputación y confianza tratados a continuación es que, nuestro objetivo está orientado hacia la actualización de órdenes de credibilidad buscando definir una teoría de cambio sobre la reputación y confianza de agentes. Esto es, combinamos formalismos de revisión de creencias y actualización de conocimiento con técnicas de mantenimiento de confianza y reputación de agentes en un ambiente distribuido, lo cual resulta novedoso en el area de confianza y reputación.

## 6.6. Modelos de reputación Online

Otra manera de administrar información acerca de confianza y reputación es la que utilizan los sitios de subastas electrónicas como eBay. Éste, es un sitio destinado a la subasta de productos a través de Internet. Es uno de los pioneros en este tipo de transacciones, habiendo sido fundado en el año 1995. La mayoría de los items sobre eBay son vendidos a través de subastas y el mecanismo de reputación usado está basado en los *ratings* que los usuarios realizan después de completar una transacción. El usuario puede dar tres valores posibles: positivo(1), negativo(-1) o neutral(0). El valor de reputación es computado como la suma de los ratings sobre los últimos seis meses.

Todos estos modelos consideran la reputación como una propiedad global y usan un único valor que no es dependiente del contexto. La fuente de información usada para construir el valor de reputación es la información que viene desde otros agentes que previamente interactuaron con el agente fuente (información de testigos). Ellos no proveen

mecanismos explícitos para tratar con usuarios que proveen información falsa. Un gran número de agentes diluyen la información falsa y es la única manera de incrementar la fiabilidad del valor de reputación.

A diferencia de este enfoque, en las propuestas de esta tesis no se considera la confianza como una propiedad global, sino local al agente. Esto es, la etiqueta de credibilidad asignada por el *assessment* de un agente puede ser considerada como un valor de confianza y reputación, y como hemos mencionado en el Capítulo 3, cada agente tiene su propia función de *assessment*. De esta manera, cada agente puede definir un orden de credibilidad entre agentes propio.

## 6.7. Conclusión

En este capítulo hemos mostrado resumidamente desarrollos de formalismos similares a los propuestos en esta tesis, comparándolos con nuestra propuesta. En primera instancia hemos analizado sistemas de revisión de creencias en sistemas multi-agentes, y luego, hemos mostrado algunos sistemas de confianza y reputación.

Como lo hemos mencionado a lo largo de la tesis, nos enfocamos en MSBR. En este capítulo hemos comparado brevemente nuestra propuesta con dos desarrollos que también enfocan sus investigaciones en MSBR. Uno es propuesto por Dragoni *et.al.* en [DGP94] y el otro es propuesto por Cantwell en [Can98]. Al igual que en esta tesis, ambos consideran que la fiabilidad de las fuentes afectan la credibilidad de la información entrante, y esta fiabilidad es usada para tomar decisiones. Además, el modelo epistémico en estos trabajos es similar al que definimos en la Sección 3.2; sin embargo, hemos mostrado en este capítulo que nuestra teoría de cambio es diferente a las que se ofrecen en esos trabajos.

También hemos comparado nuestro formalismo con un enfoque de revisión sobre bases de conocimiento priorizadas propuesto por Benferhat en [BDPW02]. Los operadores de revisión propuestos en esta tesis, en el capítulo 3, son similares al operador de revisión propuesto en [BDPW02]. Sin embargo, en [BDPW02], el estado epistémico está representado por una distribución de posibilidad la cual es un mapeo del conjunto de interpretaciones clásicas de mundos al intervalo  $[0,1]$ . Esta distribución representa el grado de compatibilidad de las interpretaciones con la información disponible y la revisión es hecha sobre la distribución de posibilidad.

Luego, en este capítulo, hemos realizado una comparación del método utilizado por la función de plausibilidad definida en la Sección 3.3 y un método utilizado por Benferhat *et. al.* en [BDP93], en el desarrollo de un procedimiento que determina si una sentencia es una consecuencia argumentativa de una base de conocimiento. Aquí demostramos formalmente que si bien notamos varias diferencias entre ambos formalismos, los sistemas son equivalentes bajo ciertas restricciones.

Además, hemos comparado los formalismos propuestos en el Capítulo 4 con un proceso de revisión de creencias con dinámica de confianza y reputación realizado por Barber y Kim en [BK01]. Hemos mostrado que las ideas intuitivas detrás del formalismo propuesto en [BK01] están muy relacionadas a aquellas que motivaron el desarrollo de la técnica combinada de revisión de creencias y confianza desarrollada en el Capítulo 4. Sin embargo, a pesar de esta cercanía con el formalismo propuesto en la tesis, el enfoque desarrollado en [BK01] presenta varias diferencias con respecto a nuestro enfoque a nivel de modelo.

Luego, basados en el artículo [SS05] de Sabater y Sierra, hemos mostrado en forma resumida dos sistemas de confianza y reputación. El primero que hemos analizado fue ReGreT, propuesto por Sabater y Sierra en [SS01], que a diferencia de nuestra propuesta en el Capítulo 4, hace uso de información social y ontológica. También hemos mostrado como se administra información acerca de confianza y reputación en los sitios de subastas electrónicas como eBay [eBa02]. La diferencia sustancial con nuestro enfoque radica en que en este tipo de sistemas consideran la confianza como una propiedad global. En cambio, en esta tesis la confianza es considerada una propiedad local al agente, debido al *assessment* que cada uno posee. En resumen, la principal diferencia entre las propuestas que realizamos en el Capítulo 4, con los modelos de reputación y confianza tratados en esta sección, es que nuestro objetivo está orientado hacia la actualización de órdenes de credibilidad buscando definir una teoría de cambio sobre la reputación y confianza de agentes. Esto es, combinamos formalismos de revisión de creencias y actualización de conocimiento con técnicas de mantenimiento de confianza y reputación de agentes en un ambiente distribuido. Como hemos visto a lo largo de este capítulo, existe mucho trabajo realizado en ambas áreas, sin embargo, la combinación de las mismas es algo novedoso.



# Capítulo 7

## Conclusiones

En esta tesis se presentaron formalismos para modelar la dinámica de conocimiento en bases de creencias de agentes que son parte de un sistema multi-agente. Para ello, hemos desarrollado un modelo epistémico para revisión de creencias realizada por un único agente que puede obtener nuevas creencias desde múltiples informantes (*multi-source belief revision* - MSBR). Estos informantes son agentes independientes quienes tienen sus propios intereses y, por lo tanto, podrían no ser completamente fiables. Es natural para un agente creerle más a un informante que a otro. Es por esto, que en nuestro trabajo se propuso la organización de los informantes en un orden parcial que compara la credibilidad de los mismos. Basado en este orden, definimos una forma de pesar las creencias. Para ello, incluimos una función de plausibilidad que es utilizada en la definición de un criterio para comparar las creencias.

De esta manera, hemos investigado cómo la base de creencias de un agente puede ser modificada cuando un agente  $A$  recibe información desde múltiples agentes, los cuales, para  $A$ , pueden tener diferentes grados de credibilidad. Por lo tanto, una de las principales contribuciones de la tesis es la definición de diferentes operadores de cambio de creencia que usan la credibilidad de los agentes informantes para decidir qué información prevalece. El modelo epistémico propuesto considera que, cuando los agentes interactúan, incorporan la información recibida en sus bases de conocimiento asociando una sentencia con un identificador de agente, el cual determina una fuente o informante. Esto es, los agentes almacenan objetos de información de la forma  $(c, i)$  donde  $c$  es una creencia e  $i$  un identificador de agente.

A partir del modelo epistémico desarrollado, hemos definido un modelo completo de cambio para MSBR que toma como punto de partida las *kernel contractions* definidas por Hansson en [Han94]. En nuestra propuesta, fue incluido un operador de expansión que, a diferencia de la expansión propuesta en [Han99], consideramos objetos de información en vez de sólo sentencias. Por lo tanto, si la sentencia a ser incorporada  $\alpha$  ya era deducida por la base  $K_{A_i}$  ( $\alpha \in Bel(K_{A_i})$ ), entonces esta operación podría incrementar la plausibilidad de  $\alpha$ . Luego, fue incluida una especialización de las *kernel contractions*. Esto es, las *kernel contractions* usan funciones de incisión, las cuales cortan en los subconjuntos mínimos que derivan la información a ser quitada. En la definición de *función de incisión* del trabajo de Hansson [Han94] no se especifica como la función elige las sentencias que serán descartadas de cada subconjunto. En el formalismo propuesto, esto fue resuelto con la plausibilidad de las sentencias que hemos definido. De esta manera, la función de incisión elige los objetos de información menos creíbles de cada subconjunto minimal. Luego, con este nuevo modelo epistémico para MSBR, y aprovechando la ventaja de contar con una forma de comparar las creencias, hemos propuesto un operador de revisión no priorizado, el cual usa la plausibilidad de las creencias tanto para evaluar la aceptación de la entrada, como para determinar qué creencias serán quitadas si la revisión tiene efecto.

Cada uno de estos operadores ha sido definido en forma constructiva y, además, para cada uno de ellos hemos introducido un conjunto de postulados. Para los operadores de cambio más importantes (contracciones y revisiones), hemos mostramos una caracterización axiomática a través de teoremas de representación. Hemos mostrado, por medio de ejemplos ilustrativos, como estos operadores pueden mejorar el razonamiento colectivo de un sistema multi-agente. Además, hemos mostrado que este formalismo cumple con algunos principios reconocidos en la literatura: mínimo cambio, mantenimiento de consistencia y no-priorización.

En esta tesis, hemos considerado que el orden parcial de credibilidad entre agentes no necesita permanecer estático, ya que el agente puede decidir actualizar su relación de orden parcial para reflejar una nueva percepción de la credibilidad de un informante. Es por esto que, otra de las contribuciones fue el estudio y desarrollo de técnicas y formalismos para la actualización del grado de credibilidad que se le asigna a un agente por interactuar en el marco de un sistema multi-agente. Por lo tanto, en el desarrollo de nuestro trabajo también hemos estudiado operadores de cambio, no sobre creencias (como mencionamos antes), sino sobre el orden parcial de credibilidad. Para ello, basado en algunos aspectos

que son tenidos en cuenta en el diseño de sistemas de confianza y reputación, hemos propuesto dos maneras de realizar cambios sobre el orden de credibilidad de un agente:

- En principio hemos propuesto un modelo completo de cambio (expansión, contracción, revisión priorizada y revisión no priorizada) para órdenes parciales de credibilidad de los informantes, basado en un formalismo introducido por Simari y Falappa en [SF01].
- Luego, hemos definido un operador de cambio de orden parcial de credibilidad entre agentes que se basa en los objetos de información.

Para la primera propuesta, al igual que en [SF01], el orden de credibilidad se representó por medio de un conjunto de tuplas de la forma  $(A_i, A_j)$  (siendo  $A_i$  y  $A_j$  dos identificadores de agentes), indicando que el agente  $A_i$  es menos creíble que el agente  $A_j$ . En [SF01], fue propuesto un operador de contracción para órdenes parciales de credibilidad que se basa en una función de corte que no especifica que tuplas de credibilidad elige para ser quitadas. En esta tesis, proponemos adjuntar información adicional, de manera similar a lo hecho para el modelo de cambio de creencias. De esta manera, ampliamos el formalismo propuesto en [SF01], agregando fiabilidad a las tuplas de credibilidad para poder determinar que tuplas prevalecen a la hora de contraer o revisar. Con esto, hemos especificado claramente una manera racional de elegir que tuplas de credibilidad prevalecen luego de una contracción. Luego, al igual que para el modelo de cambio de creencias, introducimos un nuevo operador de revisión no priorizada por fiabilidad para orden parcial de credibilidad cuyo proceso es similar al operador de revisión no priorizado para creencias.

Para la segunda propuesta, hemos definido una revisión del orden de credibilidad basado en una creencia y su identificador asociado. Este nuevo operador consiste en modificar el orden de credibilidad como efecto secundario de una revisión no priorizada de ‘creencia’ que no tiene efecto por ser la entrada menos plausible que las creencias de la base del agente receptor que sustentan su contradicción. Basado en este operador, hemos presentado una técnica, la cual brinda la posibilidad de revisar la base de creencias de un agente con el efecto colateral de modificar el orden de credibilidad cuando es necesario. La misma combina el operador de revisión no priorizada para creencias y el operador de órdenes de credibilidad que se basa en las creencias.

Como se puede apreciar, hemos introducido formalismos para que los agentes puedan adquirir creencias y actualizar sus órdenes de credibilidad. No obstante, en el desarrollo de nuestro trabajo también hemos sugerido como un agente puede retransmitir información ya sea propia u obtenida de otros agentes. Para esto, propusimos algunos criterios que mejoran las habilidades de interacción de un agente en un sistema multi-agente, combinándolos con sus habilidades de razonamiento para permitir la propagación de información creíble. De esta manera, hemos propuesto enviar una pieza de información con un identificador de agente representando la credibilidad de la información transferida. Basado en este escenario, hemos investigado como un agente puede retransmitir información a otros agentes, la cual podría haber sido adquirida desde otros agentes. En particular, fue estudiado como elegir la meta-información a ser retransmitida. La elección del identificador de agente a ser enviado con la pieza de información es crucial, ya que influye en la decisión del receptor acerca de si aceptar la información transmitida. Hemos presentado diferentes maneras de elegir este identificador y dimos una categorización de posibles enfoques, donde discutimos ventajas y desventajas. Esta discusión nos llevó a la definición de un criterio que usa una función de plausibilidad que, como fue dicho antes, determina la plausibilidad de una creencia basada en todas sus pruebas de acuerdo a una base.

Para dar información adicional a las creencias cuando son retransmitidas, hemos tomado una decisión importante, la cual consiste en retransmitir un identificador de agente con la creencia, en lugar de una etiqueta de credibilidad. Una de las razones se debe a que cada agente tiene su propio *assessment* y, por lo tanto, es más útil enviar identificadores de agente ya que, de este modo, el agente receptor puede evaluar la creencia recibida analizando la credibilidad que tiene el agente asociado, de acuerdo a su propio *assessment*.

Finalmente, en esta disertación hemos mostrado resumidamente desarrollos de formalismos similares a los propuestos, comparándolos con nuestros aportes. En primer lugar, fueron analizados sistemas de revisión de creencias en sistemas multi-agentes, y luego, se han mostrado sistemas de confianza y reputación.

## **Trabajo a futuro**

La confianza y la reputación son propiedades dependientes del contexto. Un modelo de confianza y reputación que administra un único contexto es diseñado para asociar un único valor de confianza o reputación por compañero sin tomar en consideración el contexto. Así es como hemos abordado este aspecto en la tesis. Sin embargo, un modelo

de multi-contexto tiene los mecanismos para tratar con varios contextos, manteniendo diferentes valores de confianza y reputación asociados a estos contextos para un único compañero (como lo hacen Abdul-Rahman y Hailes en [ARH00]). Como trabajo a futuro, buscaremos extender lo realizado en el Capítulo 4 hacia formalismos multi-contexto.

En esta tesis hemos sugerido diferentes criterios de retransmisión de información, teniendo en cuenta órdenes totales de credibilidad entre agentes. También, hemos realizado un análisis de cómo algunos de estos criterios se ven afectados cuando el orden es relajado a orden parcial. Por medio de este análisis, hemos arribado a posibles soluciones que requieren la modificación del modelo de cambio de creencias propuesto, para permitir la incorporación de información, considerando múltiples fuentes para la misma creencia. Como trabajo a futuro, proponemos extender el modelo de cambio de creencias de forma tal, que los objetos de información tengan asociados un conjunto de identificadores de agentes (representando todas las fuentes de la creencia), en lugar de uno sólo. Esto le daría la posibilidad al agente receptor de determinar, de manera más apropiada, la plausibilidad de la creencia entrante basado en su propio *assessment*.

Otro trabajo que consideramos interesante, consiste en hacer un análisis y desarrollo de nuevos operadores de revisión múltiple, tanto de creencias como de órdenes parciales de credibilidad. Esto nos daría la posibilidad de realizar modificaciones en las bases por medio de conjuntos de creencias o conjuntos de tuplas de credibilidad.

Además, como trabajo a futuro, pensamos caracterizar axiomáticamente los operadores de cambio que modelan la dinámica en órdenes parciales de credibilidad entre agentes, propuestos en el Capítulo 4.



# Apéndice A

## Demostraciones

**Proposición 3.3.** Sea  $K_{A_i} \in \mathcal{K}$  y sea  $\alpha \in Bel(K_{A_i})$ , luego la plausibilidad de  $\alpha$  en la base de creencias  $K_{A_i}$  es igual a la plausibilidad de  $\alpha$  en la base de creencias compactada  $K_{A_i}^\uparrow$ . Esto es,

$$Pl(\alpha, K_{A_i}) = \mathcal{S}_{A_i}(Ag(max(\bigcup_{X \in K_{A_i}^\uparrow \perp\!\!\!\perp \alpha} min(X)))) = \mathcal{S}_{A_i}(Ag(max(\bigcup_{X \in K_{A_i} \perp\!\!\!\perp \alpha} min(X)))).$$

**Demostración:** Sea  $\mathbb{A} = \{A_1, \dots, A_n\}$ . Si  $K_{A_i}^\uparrow = K_{A_i}$  entonces es trivialmente probado. Si  $K_{A_i}^\uparrow \subset K_{A_i}$  entonces existe alguna sentencia  $\beta$  en  $Sen(K_{A_i})$  tal que  $\beta$  está en  $m$  tuplas en  $K_{A_i}$  ( $m \geq 2$ ). Considere  $(\beta, A_i) \in X$  ( $1 \leq i \leq n$ ) para algún  $X \in K_{A_i}^\uparrow \perp\!\!\!\perp \alpha$ , luego  $K_{A_i} \perp\!\!\!\perp \alpha$  tendrá  $m$   $\beta$ -kernels  $(X, Y_1, \dots, Y_{m-1})$  tal que difieren sólo en la tupla que contiene a  $\beta$ . Suponga que  $(\beta, A_j^p) \in Y_p$  para todo  $p$  ( $1 \leq p \leq m-1$ ,  $j \neq i$  y  $1 \leq j \leq n$ ). A continuación, probaremos que  $X$  contendrá las únicas tuplas relevantes para calcular la plausibilidad de  $\alpha$ . Hay tres casos:

- Si  $min(X) = (\beta, A_i)$ , entonces tenemos que  $min(Y_p) = (\beta, A_j^p)$ . Por Definición 3.10,  $A_j^p \leq_{C_o}^{A_i} A_i$  para todo  $p$ . Además  $X, Y_1, \dots, Y_{m-1}$  difieren sólo en la tupla que está  $\beta$ . Por lo tanto,  $max((\beta, A_i), (\beta, A_j^1), \dots, (\beta, A_j^{m-1})) = (\beta, A_i) \in X$ . En caso que  $A_j^p =_{C_o}^{A_i} A_i$ , note que la función de selección sigue la misma política tanto en la función base compacta como en la función de plausibilidad. Por lo tanto, la función de selección retorna el mismo identificador de agente en ambos casos.
- Si  $min(X) \neq (\beta, A_i)$  y  $min(Y_p) \neq (\beta, A_j^p)$ , entonces  $min$  retornará la misma tupla en todos los casos. Luego  $X, Y_1, \dots, Y_{m-1}$  difieren sólo en las tuplas que contienen a  $\beta$ .

- Si  $\min(X) \neq (\beta, A_i)$  (suponga que  $\min(X) = (\omega, A_j)$ ) y  $\min(Y_p) = (\beta, A_j^p)$  para algún  $p$ , entonces como  $(\omega, A_j) \in Y_p$ ,  $A_j^p \leq_{C_o}^{A_i} A_j$ . Note que, si  $\min(Y_p) \neq (\beta, A_j^p)$  entonces por el caso previo  $\min(Y_p) = (\omega, A_j)$ . Por lo tanto,  $\max(\min(X) \cup \min(Y_1) \cup \dots \cup \min(Y_{m-1})) = (\omega, A_j) \in X$ . En caso que  $A_j^p =_{C_o}^{A_i} A_i$ , note que la función de selección sigue la misma política tanto en la función base compacta como en la función de plausibilidad. Por lo tanto, la función de selección retorna el mismo identificador de agente en ambos casos.

Por lo tanto, de los  $m$   $\beta$ -kernels  $(X, Y_1, \dots, Y_{m-1})$  sólo  $X$  contendrá las tuplas relevantes para computar la plausibilidad de  $\alpha$ . Luego,  $Pl(\alpha, K_{A_i})$  es igual a:

$$\mathcal{S}_{A_i}(Ag(\max(\bigcup_{X \in K_{A_i}^{\uparrow} \perp \alpha} \min(X)))) = \mathcal{S}_{A_i}(Ag(\max(\bigcup_{X \in K_{A_i} \perp \alpha} \min(X))))$$

□

**Proposición 3.4.** Sea  $K_{A_i} \in \mathcal{K}$ ,  $\alpha \in \mathcal{L}$ , “ $\ominus_{\sigma_{\downarrow}}$ ” un operador de contracción usando plausibilidad y “ $-\sigma_{\downarrow}$ ” un operador de contracción optimizada usando plausibilidad, luego

$$Sen(K_{A_i} \ominus_{\sigma_{\downarrow}} \alpha) = Sen(K_{A_i} - \sigma_{\downarrow} \alpha)$$

**Demostración:**

( $\subseteq$ ) Sea  $\beta \in Sen(K_{A_i} \ominus_{\sigma_{\downarrow}} \alpha)$ . Debemos probar que  $\beta \in Sen(K_{A_i} - \sigma_{\downarrow} \alpha)$ . Luego, por Definición 3.3, existe un objeto de información  $(\beta, A_j) \in K_{A_i} \ominus_{\sigma_{\downarrow}} \alpha$ . Se sigue de la Definición 3.19 que  $(\beta, A_j) \in (K_{A_i} \setminus \sigma_{\downarrow}(K_{A_i} \perp \alpha))$ . De esta manera  $(\beta, A_j) \in K_{A_i}$  y  $(\beta, A_j) \notin \sigma_{\downarrow}(K_{A_i} \perp \alpha)$ . Como por la Proposición 3.1  $K_{A_i}^{\uparrow} \perp \alpha \subseteq K_{A_i} \perp \alpha$  luego, por Definición 3.18,  $\sigma_{\downarrow}(K_{A_i}^{\uparrow} \perp \alpha) \subseteq \sigma_{\downarrow}(K_{A_i} \perp \alpha)$  y  $(\beta, A_j) \notin \sigma_{\downarrow}(K_{A_i}^{\uparrow} \perp \alpha)$ . Por lo tanto, por Definición 3.3,  $\beta \notin Sen(\sigma_{\downarrow}(K_{A_i}^{\uparrow} \perp \alpha))$  y, por Definición 3.20,  $\beta \in Sen(K_{A_i} - \sigma_{\downarrow} \alpha)$ .

( $\supseteq$ ) Sea  $\beta \in Sen(K_{A_i} - \sigma_{\downarrow} \alpha)$ . Debemos probar que  $\beta \in Sen(K_{A_i} \ominus_{\sigma_{\downarrow}} \alpha)$ . Luego, por Definición 3.3, existe un objeto de información  $(\beta, A_j) \in K_{A_i} - \sigma_{\downarrow} \alpha$ . Se sigue de la Definición 3.20 que  $(\beta, A_j) \in K_{A_i} \setminus X$  donde  $X = \{(\omega, A_k) : \omega \in Sen(\sigma_{\downarrow}(K_{A_i}^{\uparrow} \perp \alpha)) \text{ y } (\omega, A_k) \in K_{A_i}\}$ . De esta manera,  $(\beta, A_j) \in K_{A_i}$  y  $(\beta, A_j) \notin X$ . Luego existe  $(\beta, A_p) \in K_{A_i}^{\uparrow}$  tal que  $(\beta, A_p) \notin \sigma_{\downarrow}(K_{A_i}^{\uparrow} \perp \alpha)$  con  $A_j \leq_{C_o}^{A_i} A_p$ . En caso que  $(\beta, A_p) \notin \bigcup (K_{A_i} \perp \alpha)$  luego, por

Definición 3.18,  $(\beta, A_p) \notin \sigma_{\downarrow}(K_{A_i}^{\perp\perp}\alpha)$ . Como  $(\beta, A_p) \notin \sigma_{\downarrow}(K_{A_i}^{\uparrow\perp\perp}\alpha)$ , se sigue de la Definición 3.18 que existe  $(\delta, A_q) \in Y \in K_{A_i}^{\uparrow\perp\perp}\alpha$  tal que  $A_q \leq_{C^o}^{A_i} A_p$ . Como  $(\delta, A_q) \in K_{A_i}^{\uparrow}$  (y, por la Proposición 3.1,  $(\delta, A_q) \in K_{A_i}$ ) luego para todo  $Z \in K_{A_i}^{\perp\perp}\alpha$  tal que  $Sen(Y) = Sen(Z)$ ,  $(\beta, A_p) \notin Z \cap \sigma_{\downarrow}(K_{A_i}^{\perp\perp}\alpha)$ . De esta manera  $(\beta, A_p) \notin \sigma_{\downarrow}(K_{A_i}^{\perp\perp}\alpha)$ . Luego  $(\beta, A_p) \in K_{A_i} \setminus \sigma_{\downarrow}(K_{A_i}^{\perp\perp}\alpha)$ . Por lo tanto, por Definición 3.19,  $\beta \in Sen(K_{A_i} \ominus_{\sigma_{\downarrow}} \alpha)$ .  $\square$

**Proposición 3.5.** Sea  $K_{A_i} \in \mathcal{K}$ ,  $\alpha \in \mathcal{L}$ , “ $\ominus_{\sigma_{\downarrow}}$ ” un operador de contracción usando plausibilidad y “ $-\sigma_{\downarrow}$ ” un operador de contracción optimizada usando plausibilidad, luego

$$K_{A_i} \ominus_{\sigma_{\downarrow}} \alpha \subseteq K_{A_i} - \sigma_{\downarrow} \alpha$$

**Demostración:** Sea  $(\beta, A_j) \in K_{A_i} \ominus_{\sigma_{\downarrow}} \alpha$ , debemos probar que  $(\beta, A_j) \in K_{A_i} - \sigma_{\downarrow} \alpha$ . Se sigue de la Definición 3.19 que  $(\beta, A_j) \in (K_{A_i} \setminus \sigma_{\downarrow}(K_{A_i}^{\perp\perp}\alpha))$ . De esta manera  $(\beta, A_j) \in K_{A_i}$  y  $(\beta, A_j) \notin \sigma_{\downarrow}(K_{A_i}^{\perp\perp}\alpha)$ . Como por la Proposición 3.1  $K_{A_i}^{\uparrow\perp\perp}\alpha \subseteq K_{A_i}^{\perp\perp}\alpha$ , luego por la Definición 3.18  $\sigma_{\downarrow}(K_{A_i}^{\uparrow\perp\perp}\alpha) \subseteq \sigma_{\downarrow}(K_{A_i}^{\perp\perp}\alpha)$ . De esta manera  $(\beta, A_j) \notin \sigma_{\downarrow}(K_{A_i}^{\uparrow\perp\perp}\alpha)$ . Por lo tanto, por la Definición 3.3,  $\beta \notin Sen(\sigma_{\downarrow}(K_{A_i}^{\uparrow\perp\perp}\alpha))$ . Luego, por la Definición 3.20,  $(\beta, A_j) \in K_{A_i} - \sigma_{\downarrow} \alpha$ .  $\square$

A continuación, damos un Lema usado en el teorema de representación del operador de contracción (Teorema 3.1). Note que este Lema es una versión adaptada de una propiedad definida en [Han99].

**Lema 1.**  $K^{\uparrow\perp\perp}\alpha = K^{\uparrow\perp\perp}\beta$  si y sólo si para todo subconjunto  $K'$  de  $K^{\uparrow}$ :  $\alpha \in Bel(K')$  si y sólo si  $\beta \in Bel(K')$ .

**Demostración:** Usaremos reducción por el absurdo.

( $\Rightarrow$ ) Suponga que hay algún subconjunto  $B$  de  $K^{\uparrow}$  tal que  $\alpha \in Bel(B)$  y  $\beta \notin Bel(B)$ . Por compacidad, existe algún subconjunto  $B'$  de  $K^{\uparrow}$  tal que  $\alpha \in Bel(B')$ . Luego, hay algún elemento  $B''$  de  $K^{\uparrow\perp\perp}\alpha$  tal que  $B'' \subseteq B'$ . Como  $B'' \subseteq B$  y  $\beta \notin Bel(B)$ , tenemos  $\beta \notin Bel(B'')$ , así que  $B'' \notin K^{\uparrow\perp\perp}\beta$ . Entonces  $B'' \in K^{\uparrow\perp\perp}\alpha$  y  $B'' \notin K^{\uparrow\perp\perp}\beta$  contrario a  $K^{\uparrow\perp\perp}\alpha = K^{\uparrow\perp\perp}\beta$ .

( $\Leftarrow$ ) Suponga que  $K^{\uparrow\perp\perp}\alpha \neq K^{\uparrow\perp\perp}\beta$ . Podemos asumir que hay algún  $X \in K^{\uparrow\perp\perp}\alpha$  tal que  $X \notin K^{\uparrow\perp\perp}\beta$ . Hay dos casos:

- $\beta \notin Bel(X)$ : luego tenemos  $\alpha \in Bel(X)$  y  $\beta \notin Bel(X)$ , mostrando que las condiciones del lema no son satisfechas.
- $\beta \in Bel(X)$ : luego se sigue de  $X \notin K^{\uparrow \perp} \beta$  que hay algún  $X'$  tal que  $X' \subset X$  y  $\beta \in Bel(X')$ . Se sigue de  $X' \subset X \in K^{\uparrow \perp} \alpha$  que  $\alpha \notin Bel(X')$ . Tenemos que  $\beta \in Bel(X')$  y  $\alpha \notin Bel(X')$ , mostrando que las condiciones del lema no son satisfechas.

□

**Teorema 3.1.** Sea  $K_{A_i} \in \mathcal{K}$  y sea “ $-\sigma_{\downarrow}$ ” un operador de contracción. “ $-\sigma_{\downarrow}$ ” es una *contracción optimizada usando plausibilidad* para  $K_{A_i}$  si y sólo si satisface CP-1,..., CP-4, i.e., *satisface éxito, inclusión, uniformidad y mínimo cambio por plausibilidad*.

**Demostración:**

• *Postulados a la Construcción.* Necesitamos mostrar que si un operador  $(-)$  satisface los postulados enumerados, luego es posible construir un operador de la manera especificada en el teorema  $(-\sigma_{\downarrow})$ . Sea “ $\sigma_{\downarrow}$ ” una función tal que, para cada base  $K_{A_i}$  ( $K_{A_i} \in \mathcal{K}$ ) y para cada creencia consistente  $\alpha$ , se cumple que:

$$[\text{Hipótesis}] \quad \sigma_{\downarrow}(K_{A_i}^{\uparrow \perp} \alpha) = K_{A_i}^{\uparrow} \setminus K_{A_i} - \alpha.$$

Debemos mostrar:

– Parte A.

1. “ $\sigma_{\downarrow}$ ” es una función bien definida.
2.  $\sigma_{\downarrow}(K_{A_i}^{\uparrow \perp} \alpha) \subseteq \bigcup (K_{A_i}^{\uparrow \perp} \alpha)$ .
3. Si  $X \in K_{A_i}^{\uparrow \perp} \alpha$ ,  $X \neq \emptyset$ , entonces  $X \cap \sigma_{\downarrow}(K_{A_i}^{\uparrow \perp} \alpha) \neq \emptyset$ .
4. Si  $(\beta, A_j) \in \sigma_{\downarrow}(K_{A_i}^{\uparrow \perp} \alpha)$  entonces  $(\beta, A_j) \in X \in K_{A_i}^{\uparrow \perp} \alpha$  y para todo  $(\delta, A_k) \in X$  se cumple que  $A_j \leq_{C_o}^{A_i} A_k$ .

– Parte B. “ $-\sigma_{\downarrow}$ ” es igual a “ $-$ ”, esto es,  $K_{A_i} - \sigma_{\downarrow} \alpha = K_{A_i} - \alpha$ .

*Parte A.*

1. “ $\sigma_{\downarrow}$ ” es una función bien definida.

Sea  $\alpha$  y  $\beta$  dos sentencias tal que  $K_{A_i}^{\uparrow \perp} \alpha = K_{A_i}^{\uparrow \perp} \beta$ . Necesitamos mostrar que  $\sigma_{\downarrow}(K_{A_i}^{\uparrow \perp} \alpha) = \sigma_{\downarrow}(K_{A_i}^{\uparrow \perp} \beta)$ . Se sigue de  $K_{A_i}^{\uparrow \perp} \alpha = K_{A_i}^{\uparrow \perp} \beta$ , por el Lema 1, que para todo

subconjunto  $K'$  de  $K_{A_i}^\uparrow$ ,  $\alpha \in Bel(K')$  si y sólo si  $\beta \in Bel(K')$ . Como  $Sen(K_{A_i}) = Sen(K_{A_i}^\uparrow)$  y  $K_{A_i}^\uparrow \subseteq K_{A_i}$  luego, para todo subconjunto  $K''$  de  $K_{A_i}$ ,  $\alpha \in Bel(K'')$  si y sólo si  $\beta \in Bel(K'')$ . De esta manera, por **uniformidad**,  $K_{A_i} - \alpha = K_{A_i} - \beta$ . Por lo tanto, por la definición de  $\sigma_\downarrow$  adoptada en la hipótesis,  $\sigma_\downarrow(K_{A_i}^\uparrow \perp\!\!\!\perp \alpha) = \sigma_\downarrow(K_{A_i}^\uparrow \perp\!\!\!\perp \beta)$ .

$$2. \sigma_\downarrow(K_{A_i}^\uparrow \perp\!\!\!\perp \alpha) \subseteq \bigcup (K_{A_i}^\uparrow \perp\!\!\!\perp \alpha).$$

Sea  $(\beta, A_j) \in \sigma_\downarrow(K_{A_i}^\uparrow \perp\!\!\!\perp \alpha)$ . Por la definición de  $\sigma_\downarrow$  adoptada en la hipótesis  $(\beta, A_j) \in (K_{A_i}^\uparrow \setminus K_{A_i} - \alpha)$ . De esta manera,  $(\beta, A_j) \in K_{A_i}^\uparrow$  y  $(\beta, A_j) \notin K_{A_i} - \alpha$ . Se sigue por **mínimo cambio por plausibilidad** que hay algún  $K' \subseteq K_{A_i}^\uparrow$  tal que  $\alpha \notin Bel(K')$  y  $\alpha \in Bel(K' \cup \{(\beta, A_j)\})$ . Por **compacidad**, hay algún subconjunto finito  $K''$  de  $K'$  tal que  $\alpha \in Bel(K'' \cup \{(\beta, A_j)\})$ . Como  $\alpha \notin Bel(K')$  tenemos  $\alpha \notin Bel(K'')$ . Se sigue de que  $\alpha \notin Bel(K'')$  y  $\alpha \in Bel(K'' \cup \{(\beta, A_j)\})$  que hay algún  $\alpha$ -kernel que contiene  $(\beta, A_j)$ . Por lo tanto,  $(\beta, A_j) \in \bigcup (K_{A_i}^\uparrow \perp\!\!\!\perp \alpha)$ .

$$3. \text{ Si } X \in K_{A_i}^\uparrow \perp\!\!\!\perp \alpha, X \neq \emptyset, \text{ entonces } X \cap \sigma_\downarrow(K_{A_i}^\uparrow \perp\!\!\!\perp \alpha) \neq \emptyset.$$

Sea  $\emptyset \neq X \in K_{A_i}^\uparrow \perp\!\!\!\perp \alpha$ , necesitamos mostrar que  $X \cap \sigma_\downarrow(K_{A_i}^\uparrow \perp\!\!\!\perp \alpha) \neq \emptyset$ . Debemos probar que, existe  $(\beta, A_j) \in X$  tal que  $(\beta, A_j) \in \sigma_\downarrow(K_{A_i}^\uparrow \perp\!\!\!\perp \alpha)$ . Por **éxito**,  $\alpha \notin Bel(K_{A_i} - \alpha)$ . Como  $X \neq \emptyset$  luego  $\alpha \in Bel(X)$  y  $X \not\subseteq K_{A_i} - \alpha$ ; *i.e.*, que hay algún  $(\beta, A_j)$  tal que  $(\beta, A_j) \in X$  y  $(\beta, A_j) \notin K_{A_i} - \alpha$ . Como  $X \subseteq K_{A_i}^\uparrow$  se sigue que  $(\beta, A_j) \in (K_{A_i}^\uparrow \setminus K_{A_i} - \alpha)$ ; *i.e.*, por la definición de  $\sigma_\downarrow$  adoptada en la hipótesis  $(\beta, A_j) \in \sigma_\downarrow(K_{A_i}^\uparrow \perp\!\!\!\perp \alpha)$ . Por lo tanto,  $X \cap \sigma_\downarrow(K_{A_i}^\uparrow \perp\!\!\!\perp \alpha) \neq \emptyset$ .

$$4. \text{ Si } (\beta, A_j) \in \sigma_\downarrow(K_{A_i}^\uparrow \perp\!\!\!\perp \alpha) \text{ entonces } (\beta, A_j) \in X \in K_{A_i}^\uparrow \perp\!\!\!\perp \alpha \text{ y para todo } (\delta, A_k) \in X \text{ se cumple que } A_j \leq_{C_o}^{A_i} A_k.$$

Supongamos que  $(\beta, A_j) \in \sigma_\downarrow(K_{A_i}^\uparrow \perp\!\!\!\perp \alpha)$ . Luego, por la definición de  $\sigma_\downarrow$  adoptada en la hipótesis,  $(\beta, A_j) \in (K_{A_i}^\uparrow \setminus K_{A_i} - \alpha)$ . De esta manera,  $(\beta, A_j) \in K_{A_i}^\uparrow$  y  $(\beta, A_j) \notin K_{A_i} - \alpha$ . Se sigue por **mínimo cambio por plausibilidad** que hay algún  $K' \subseteq K_{A_i}^\uparrow$  tal que  $\alpha \notin Bel(K')$ , pero  $\alpha \in Bel(K' \cup \{(\beta, A_j)\})$  y para todo  $(\delta, A_k) \in K'$  tal que  $\alpha \notin Bel((K' \cup \{(\beta, A_j)\}) \setminus \{(\delta, A_k)\})$  se cumple que  $A_j \leq_{C_o}^{A_i} A_k$ . Por **compacidad**, hay algún subconjunto finito  $K''$  de  $K'$  tal que  $\alpha \in Bel(K'' \cup \{(\beta, A_j)\})$ . Como  $\alpha \notin Bel(K')$  tenemos que  $\alpha \notin Bel(K'')$ . Se sigue de  $\alpha \notin Bel(K'')$  y  $\alpha \in Bel(K'' \cup \{(\beta, A_j)\})$  que hay algún

$\alpha$ -kernel  $X$  que contiene  $(\beta, A_j)$ . Luego, para todo  $(\delta, A_k) \in X$ ,  $\alpha \notin \text{Bel}(X \setminus \{(\delta, A_k)\})$ . Como  $X \subseteq K'$ , se sigue que  $A_j \leq_{Co}^{A_i} A_k$ .

*Parte B.* “ $-\sigma_\downarrow$ ” es igual a “ $-$ ”, esto es,  $K_{A_i-\sigma_\downarrow}\alpha = K_{A_i}-\alpha$ .

Sea “ $-\sigma_\downarrow$ ” un operador de contracción definido como  $K_{A_i-\sigma_\downarrow}\alpha = K_{A_i} \setminus X$  donde:  $X = \{(\omega, A_j) : \omega \in \text{Sen}(\sigma_\downarrow(K_{A_i}^\uparrow\alpha^\perp)) \text{ y } (\omega, A_j) \in K_{A_i}\}$  y  $\sigma_\downarrow$  definido como en la hipótesis.

( $\supseteq$ ) Sea  $(\delta, A_j) \in K_{A_i}-\alpha$ . Se sigue por **inclusión** que  $K_{A_i}-\alpha \subseteq K_{A_i}$  y  $(\delta, A_j) \in K_{A_i}$ . De esta manera, se sigue de  $(\delta, A_j) \in K_{A_i}-\alpha$  y  $(\delta, A_j) \in K_{A_i}$  que  $(\delta, A_j) \notin (K_{A_i} \setminus K_{A_i}-\alpha)$ . Como  $K_{A_i}^\uparrow \subseteq K_{A_i}$ , entonces  $(\delta, A_j) \notin (K_{A_i}^\uparrow \setminus K_{A_i}-\alpha)$ . De esta manera, por la definición de  $\sigma_\downarrow$  adoptada en la hipótesis,  $(\delta, A_j) \notin \sigma_\downarrow(K_{A_i}^\uparrow\alpha^\perp)$ . Tenemos dos casos:

- $(\delta, A_j) \in K_{A_i}^\uparrow$ . Luego  $\delta \notin \text{Sen}(\sigma_\downarrow(K_{A_i}^\uparrow\alpha^\perp))$ .
- $(\delta, A_j) \in K_{A_i}$ . Luego, si  $(\delta, A_k) \in K_{A_i}^\uparrow$  se cumple que  $A_j \leq_{Co}^{A_i} A_k$ . Suponemos por el absurdo que  $(\delta, A_k) \in \sigma_\downarrow(K_{A_i}^\uparrow\alpha^\perp)$ . Luego  $(\delta, A_k) \in (K_{A_i}^\uparrow \setminus K_{A_i}-\alpha)$  por la definición de  $\sigma_\downarrow$  adoptada en la hipótesis. Luego  $(\delta, A_k) \notin K_{A_i}-\alpha$  lo cual es absurdo debido a que supusimos que  $(\delta, A_j) \in K_{A_i}-\alpha$  y  $(\delta, A_k) \in K_{A_i}^\uparrow$ . Por lo tanto,  $(\delta, A_k) \notin \sigma_\downarrow(K_{A_i}^\uparrow\alpha^\perp)$  y  $\delta \notin \text{Sen}(\sigma_\downarrow(K_{A_i}^\uparrow\alpha^\perp))$ .

Por lo tanto, se sigue de la definición que  $(\delta, A_j) \in K_{A_i}-\sigma_\downarrow\alpha$ .

( $\subseteq$ ) Sea  $(\delta, A_j) \in K_{A_i}-\sigma_\downarrow\alpha$ . Por definición  $(\delta, A_j) \in K_{A_i} \setminus X$  donde  $X = \{(\omega, A_k) : \omega \in \text{Sen}(\sigma_\downarrow(K_{A_i}^\uparrow\alpha^\perp)) \text{ y } (\omega, A_k) \in K_{A_i}\}$ . Luego,  $(\delta, A_j) \in K_{A_i}$  y  $(\delta, A_j) \notin X$ . Por lo tanto,  $\delta \notin \text{Sen}(\sigma_\downarrow(K_{A_i}^\uparrow\alpha^\perp))$ . De esta manera, por la definición de  $\sigma_\downarrow$  adoptada en la hipótesis,  $\delta \notin \text{Sen}(K_{A_i}^\uparrow \setminus K_{A_i}-\alpha)$ . Por lo tanto,  $\delta \in \text{Sen}(K_{A_i}-\alpha)$  y debe ser el caso en el cual  $(\delta, A_j) \in K_{A_i}-\alpha$ .

• *Construcción a los postulados.* Sea  $-\sigma_\downarrow$  una contracción optimizada usando plausibilidad para  $K_{A_i}$ . Necesitamos mostrar que se satisfacen las cuatro condiciones del teorema.

(CP-1) *Éxito:* si  $\alpha \notin \text{Cn}(\emptyset)$ , entonces  $\alpha \notin \text{Bel}(K_{A_i}-\sigma_\downarrow\alpha)$ .

*Demostración.* Supongamos por el contrario que  $\alpha \notin \text{Cn}(\emptyset)$  y  $\alpha \in \text{Bel}(K_{A_i}-\sigma_\downarrow\alpha)$ . Por compacidad, hay un subconjunto finito  $K'$  de  $K_{A_i}-\sigma_\downarrow\alpha$  tal que  $\alpha \in \text{Bel}(K')$ . Luego, hay un  $\alpha$ -kernel  $K''$  tal que  $K'' \subseteq K'$ . Como  $K' \subseteq K_{A_i}-\sigma_\downarrow\alpha \subseteq K_{A_i}$ ,  $K''$  es también un  $\alpha$ -kernel

de  $K_{A_i}$ . Luego tenemos que  $K'' \in K_{A_i}^{\uparrow} \perp\!\!\!\perp \alpha$  y  $K'' \subseteq K_{A_i - \sigma_{\downarrow}} \alpha$ . Sin embargo, se sigue de  $\alpha \notin Cn(\emptyset)$  que  $K'' \neq \emptyset$ . Por la cláusula (2) de la Definición 3.17, hay algún  $\beta \in Sen(K'')$  tal que  $\beta \in Sen(\sigma_{\downarrow}(K_{A_i}^{\uparrow} \perp\!\!\!\perp \alpha))$ . Por la Definición 3.20,  $\beta \notin Sen(K_{A_i - \sigma_{\downarrow}} \alpha)$ , contrario a que  $\beta \in Sen(K'')$  con  $K'' \subseteq K_{A_i - \sigma_{\downarrow}} \alpha$ .

(CP-2) *Inclusión:*  $K_{A_i - \sigma_{\downarrow}} \alpha \subseteq K_{A_i}$ .

*Demostración.* Trivial por la definición.

(CP-3) *Uniformidad:* Si para todo  $K' \subseteq K_{A_i}$ ,  $\alpha \in Bel(K')$  si y sólo si  $\beta \in Bel(K')$  entonces  $K_{A_i - \sigma_{\downarrow}} \alpha = K_{A_i - \sigma_{\downarrow}} \beta$ .

*Demostración.* Supongamos que para todo subconjunto  $K'$  de  $K_{A_i}$ ,  $\alpha \in Bel(K')$  si y sólo si  $\beta \in Bel(K')$ . Por el Lema 1,  $K_{A_i}^{\uparrow} \perp\!\!\!\perp \alpha = K_{A_i}^{\uparrow} \perp\!\!\!\perp \beta$ . Como “ $\sigma_{\downarrow}$ ” es una función bien definida luego  $\sigma_{\downarrow}(K_{A_i}^{\uparrow} \perp\!\!\!\perp \alpha) = \sigma_{\downarrow}(K_{A_i}^{\uparrow} \perp\!\!\!\perp \beta)$ . Por lo tanto, por la Definición 3.20  $K_{A_i - \sigma_{\downarrow}} \alpha = K_{A_i - \sigma_{\downarrow}} \beta$ .

(CP-4) *Mínimo Cambio por Plausibilidad:* Si  $(\beta, A_p) \in K_{A_i}$  y  $(\beta, A_p) \notin K_{A_i - \sigma_{\downarrow}} \alpha$  entonces hay un  $K' \subseteq K_{A_i}$  donde  $\alpha \notin Bel(K')$  pero existe  $(\beta, A_j) \in K_{A_i}$  tal que:

- $\alpha \in Bel(K' \cup \{(\beta, A_j)\})$ ,
- $p = j$  o  $A_p \leq_{C_o}^{A_i} A_j$ , y
- para todo  $(\delta, A_k) \in K'$  tal que  $\alpha \notin Bel((K' \cup \{(\beta, A_j)\}) \setminus \{(\delta, A_k)\})$  se cumple que  $A_j \leq_{C_o}^{A_i} A_k$ .

*Demostración.* Supongamos que  $(\beta, A_p) \in K_{A_i}$  y  $(\beta, A_p) \notin K_{A_i - \sigma_{\downarrow}} \alpha$ . Luego, por la Definición 3.20,  $(\beta, A_p) \in Y$  donde  $Y = \{(\omega, A_q) : \omega \in Sen(\sigma_{\downarrow}(K_{A_i}^{\uparrow} \perp\!\!\!\perp \alpha)) \text{ y } (\omega, A_q) \in K_{A_i}\}$ . Luego  $\beta \in Sen(\sigma_{\downarrow}(K_{A_i}^{\uparrow} \perp\!\!\!\perp \alpha))$ . Por la Definición 3.18 de la función de incisión por debajo,  $\sigma_{\downarrow}(K_{A_i}^{\uparrow} \perp\!\!\!\perp \alpha) \subseteq \bigcup (K_{A_i}^{\uparrow} \perp\!\!\!\perp \alpha)$ , así que hay algún objeto de información  $(\beta, A_j)$  tal que  $(\beta, A_j) \in X \in K_{A_i}^{\uparrow} \perp\!\!\!\perp \alpha$ . Se sigue desde la Definición 3.7 que  $(\beta, A_j) \in K_{A_i}^{\uparrow}$ . De esta manera,  $p = j$  o  $A_p \leq_{C_o}^{A_i} A_j$ . Sea  $K' \subseteq K_{A_i}$  tal que  $X \setminus \{(\beta, A_j)\} \subseteq K'$ . Tenemos dos casos:

- $K' = X \setminus \{(\beta, A_j)\}$ . Luego, como  $X$  es minimal,  $\alpha \notin \text{Bel}(K')$  pero  $\alpha \in \text{Bel}(K' \cup \{(\beta, A_j)\})$ , y para todo  $(\delta, A_k) \in K'$ ,  $\alpha \notin \text{Bel}((K' \cup \{(\beta, A_j)\}) \setminus \{(\delta, A_k)\})$ . Por lo tanto, por Definición 3.18,  $A_j \leq_{C_o}^{A_i} A_k$ .
- $X \setminus \{(\beta, A_j)\} \subset K'$  y  $\{(\beta, A_j)\} \notin K'$ . Luego existe  $(\delta, A_k) \in K'$  tal que  $A_k <_{C_o}^{A_i} A_j$  y, por Definición 3.18,  $(\delta, A_k) \notin X$ . Por lo tanto,  $\alpha \in \text{Bel}((K' \cup \{(\beta, A_j)\}) \setminus \{(\delta, A_k)\})$ .  $\square$

**Teorema 3.2.** Sea  $K_{A_i} \in \mathcal{K}$  y sea “ $*_{\sigma_{\downarrow}}$ ” un operador de revisión. “ $*_{\sigma_{\downarrow}}$ ” es una *revisión priorizada usando plausibilidad* para  $K_{A_i}$  si y sólo si satisface RP-1, ..., RP-5, *i.e.*, satisface *éxito, inclusión, consistencia, uniformidad y mínimo cambio por plausibilidad*.

**Demostración:**

• *Postulados a la Construcción.* Necesitamos mostrar que si un operador  $(*)$  satisface los postulados enumerados, luego es posible construir un operador en la manera especificada en el teorema  $(*_{\sigma_{\downarrow}})$ . Sea “ $\sigma_{\downarrow}$ ” una función tal que, para cada base  $K_{A_i}$  ( $K_{A_i} \in \mathcal{K}$ ) y para cada creencia consistente  $\alpha$ , se cumple que:

$$[\text{Hipótesis}] \quad \sigma_{\downarrow}(K_{A_i}^{\uparrow} \perp\!\!\!\perp \neg\alpha) = K_{A_i}^{\uparrow} \setminus K_{A_i} *(\alpha, A_j).$$

Debemos mostrar que:

– Parte A.

1. “ $\sigma_{\downarrow}$ ” es una función bien definida.
2.  $\sigma_{\downarrow}(K_{A_i}^{\uparrow} \perp\!\!\!\perp \neg\alpha) \subseteq \bigcup (K_{A_i}^{\uparrow} \perp\!\!\!\perp \neg\alpha)$ .
3. Si  $X \in K_{A_i}^{\uparrow} \perp\!\!\!\perp \neg\alpha$ ,  $X \neq \emptyset$ , entonces  $X \cap \sigma_{\downarrow}(K_{A_i}^{\uparrow} \perp\!\!\!\perp \neg\alpha) \neq \emptyset$ .
4. Si  $(\beta, A_j) \in \sigma_{\downarrow}(K_{A_i}^{\uparrow} \perp\!\!\!\perp \neg\alpha)$  entonces  $(\beta, A_j) \in X \in K_{A_i}^{\uparrow} \perp\!\!\!\perp \neg\alpha$  y para todo  $(\delta, A_k) \in X$  se cumple que  $A_j \leq_{C_o}^{A_i} A_k$ .

– Parte B. “ $*_{\sigma_{\downarrow}}$ ” es igual a “ $*$ ”, esto es,  $K_{A_i} *_{\sigma_{\downarrow}}(\alpha, A_j) = K_{A_i} *(\alpha, A_j)$ .

*Parte A.*

1. “ $\sigma_{\downarrow}$ ” es una función bien definida.

Sea  $\neg\alpha$  y  $\neg\beta$  dos sentencias tales que  $K_{A_i}^{\uparrow} \perp\!\!\!\perp \neg\alpha = K_{A_i}^{\uparrow} \perp\!\!\!\perp \neg\beta$ . Necesitamos mostrar que  $\sigma_{\downarrow}(K_{A_i}^{\uparrow} \perp\!\!\!\perp \neg\alpha) = \sigma_{\downarrow}(K_{A_i}^{\uparrow} \perp\!\!\!\perp \neg\beta)$ . Se sigue de  $K_{A_i}^{\uparrow} \perp\!\!\!\perp \neg\alpha = K_{A_i}^{\uparrow} \perp\!\!\!\perp \neg\beta$ , por Lema 1, que para

todo subconjunto  $K'$  de  $K_{A_i}^\uparrow$ ,  $\neg\alpha \in Bel(K')$  si y sólo si  $\neg\beta \in Bel(K')$ . Esto es, para todo subconjunto  $K'$  de  $K_{A_i}^\uparrow$ ,  $Sen(K') \vdash \neg\alpha$  si y sólo si  $Sen(K') \vdash \neg\beta$ . Luego, para todo subconjunto  $K'$  de  $K_{A_i}^\uparrow$ ,  $\{\alpha\} \cup Sen(K') \vdash \perp$  si y sólo si  $\{\beta\} \cup Sen(K') \vdash \perp$ . Como,  $K_{A_i}^\uparrow \subseteq K_{A_i}$  (I) y  $Sen(K_{A_i}^\uparrow) = Sen(K_{A_i})$ , luego para todo subconjunto  $K''$  de  $K_{A_i}$ ,  $\{\alpha\} \cup Sen(K'') \vdash \perp$  si y sólo si  $\{\beta\} \cup Sen(K'') \vdash \perp$ . De esta manera, por **uniformidad**,  $K_{A_i} \cap (K_{A_i} * (\alpha, A_j)) = K_{A_i} \cap (K_{A_i} * (\beta, A_k))$ . Luego,  $K_{A_i} \setminus (K_{A_i} * (\alpha, A_j)) = K_{A_i} \setminus (K_{A_i} * (\beta, A_k))$  (II). Por lo tanto, por la definición de  $\sigma_\downarrow$  adoptada en la hipótesis, (I) y (II),  $\sigma_\downarrow(K_{A_i}^\uparrow \perp\!\!\!\perp \neg\alpha) = \sigma_\downarrow(K_{A_i}^\uparrow \perp\!\!\!\perp \neg\beta)$ .

$$2. \sigma_\downarrow(K_{A_i}^\uparrow \perp\!\!\!\perp \alpha) \subseteq \bigcup (K_{A_i}^\uparrow \perp\!\!\!\perp \alpha).$$

Sea  $(\beta, A_j) \in \sigma_\downarrow(K_{A_i}^\uparrow \perp\!\!\!\perp \neg\alpha)$ . Por la definición de  $\sigma_\downarrow$  adoptada en la hipótesis  $(\beta, A_j) \in (K_{A_i}^\uparrow \setminus K_{A_i} * (\alpha, A_k))$ . De esta manera,  $(\beta, A_j) \in K_{A_i}^\uparrow$  y  $(\beta, A_j) \notin K_{A_i} * (\alpha, A_k)$ . Se sigue por **mínimo cambio por plausibilidad** que hay algún  $K' \subseteq K_{A_i}^\uparrow$  tal que  $\neg\alpha \notin Bel(K')$  y  $\neg\alpha \in Bel(K' \cup \{(\beta, A_j)\})$ . Por **compacidad**, hay algún subconjunto finito  $K''$  de  $K'$  tal que  $\neg\alpha \in Bel(K'' \cup \{(\beta, A_j)\})$ . Como  $\neg\alpha \notin Bel(K')$  tenemos  $\neg\alpha \notin Bel(K'')$ . Se sigue de  $\neg\alpha \notin Bel(K'')$  y  $\neg\alpha \in Bel(K'' \cup \{(\beta, A_j)\})$  que hay algún  $\neg\alpha$ -kernel que contiene  $(\beta, A_j)$ . Por lo tanto  $(\beta, A_j) \in \bigcup (K_{A_i}^\uparrow \perp\!\!\!\perp \neg\alpha)$ .

$$3. \text{ Si } X \in K_{A_i}^\uparrow \perp\!\!\!\perp \neg\alpha, X \neq \emptyset, \text{ entonces } X \cap \sigma_\downarrow(K_{A_i}^\uparrow \perp\!\!\!\perp \neg\alpha) \neq \emptyset.$$

Sea  $\emptyset \neq X \in K_{A_i}^\uparrow \perp\!\!\!\perp \neg\alpha$ , necesitamos mostrar que  $X \cap \sigma_\downarrow(K_{A_i}^\uparrow \perp\!\!\!\perp \neg\alpha) \neq \emptyset$ . Debemos probar que existe  $(\beta, A_j) \in X$  tal que  $(\beta, A_j) \in \sigma_\downarrow(K_{A_i}^\uparrow \perp\!\!\!\perp \neg\alpha)$ . Supongamos que  $\alpha$  es consistente. Como hemos asumido que  $K_{A_i}$  es consistente, por **consistencia**,  $K_{A_i} * (\alpha, A_k)$  es consistente. Como  $X \neq \emptyset$  y  $X$  es inconsistente con  $\alpha$  luego  $X \not\subseteq K_{A_i} * (\alpha, A_k)$  por **éxito**. Esto significa que hay algún  $(\beta, A_j) \in X$  y  $(\beta, A_j) \notin K_{A_i} * (\alpha, A_k)$ . Como  $X \subseteq K_{A_i}^\uparrow$  entonces  $(\beta, A_j) \in (K_{A_i}^\uparrow \setminus K_{A_i} * (\alpha, A_k))$ ; *i.e.*, por la definición de  $\sigma_\downarrow$  adoptada en la hipótesis  $(\beta, A_j) \in \sigma_\downarrow(K_{A_i}^\uparrow \perp\!\!\!\perp \neg\alpha)$ . Por lo tanto,  $X \cap \sigma_\downarrow(K_{A_i}^\uparrow \perp\!\!\!\perp \neg\alpha) \neq \emptyset$ .

$$4. \text{ Si } (\beta, A_j) \in \sigma_\downarrow(K_{A_i}^\uparrow \perp\!\!\!\perp \neg\alpha) \text{ entonces } (\beta, A_j) \in X \in K_{A_i}^\uparrow \perp\!\!\!\perp \neg\alpha \text{ y para todo } (\delta, A_k) \in X \text{ se cumple que } A_j \leq_{C_o}^{A_i} A_k.$$

Supongamos que  $(\beta, A_j) \in \sigma_\downarrow(K_{A_i}^\uparrow \perp\!\!\!\perp \neg\alpha)$ . Luego, por la definición de  $\sigma_\downarrow$  adoptada en la hipótesis  $(\beta, A_j) \in (K_{A_i}^\uparrow \setminus K_{A_i} * (\alpha, A_p))$ . De esta manera,  $(\beta, A_j) \in K_{A_i}^\uparrow$  y  $(\beta, A_j) \notin K_{A_i} * (\alpha, A_p)$ . Se sigue por **mínimo cambio por plausibilidad** que hay algún  $K' \subseteq K_{A_i}^\uparrow$

tal que  $\neg\alpha \notin \text{Bel}(K')$ , pero  $\neg\alpha \in \text{Bel}(K' \cup \{(\beta, A_j)\})$  y para todo  $(\delta, A_k) \in K'$  tal que  $\neg\alpha \notin \text{Bel}((K' \cup \{(\beta, A_j)\}) \setminus \{(\delta, A_k)\})$  se cumple que  $A_j \leq_{Co}^{A_i} A_k$ . Por *compacidad*, hay algún subconjunto finito  $K''$  de  $K'$  tal que  $\neg\alpha \in \text{Bel}(K'' \cup \{(\beta, A_j)\})$ . Como  $\neg\alpha \notin \text{Bel}(K')$  tenemos  $\neg\alpha \notin \text{Bel}(K'')$ . Se sigue de  $\neg\alpha \notin \text{Bel}(K'')$  y  $\neg\alpha \in \text{Bel}(K'' \cup \{(\beta, A_j)\})$  que hay algún  $\neg\alpha$ -kernel  $X$  que contiene  $(\beta, A_j)$ . Luego, para todo  $(\delta, A_k) \in X$ ,  $\neg\alpha \notin \text{Bel}(X \setminus \{(\delta, A_k)\})$ . Como  $X \subseteq K'$ , luego  $A_j \leq_{Co}^{A_i} A_k$ .

*Parte B.* “ $*_{\sigma_{\downarrow}}$ ” es igual a “ $*$ ”, esto es,  $K_{A_i} *_{\sigma_{\downarrow}}(\alpha, A_j) = K_{A_i} *(\alpha, A_j)$ .

Sea “ $*_{\sigma_{\downarrow}}$ ” un operador de revisión definido como  $K_{A_i} *_{\sigma_{\downarrow}}(\alpha, A_j) = (K_{A_i} \setminus X) \cup \{(\alpha, A_j)\}$  donde:  $X = \{(\omega, A_p) : \omega \in \text{Sen}(\sigma_{\downarrow}(K_{A_i}^{\uparrow} \perp\!\!\!\perp \neg\alpha)) \text{ y } (\omega, A_p) \in K_{A_i}\}$  y  $\sigma_{\downarrow}$  definido como en la hipótesis.

( $\supseteq$ ) Sea  $(\delta, A_k) \in K_{A_i} *(\alpha, A_j)$ . Se sigue por **inclusión** que  $K_{A_i} *(\alpha, A_j) \subseteq K_{A_i} \cup \{(\alpha, A_j)\}$  y  $(\delta, A_k) \in K_{A_i} \cup \{(\alpha, A_j)\}$ . Si  $(\delta, A_k) = (\alpha, A_j)$  entonces  $(\delta, A_k) \in K_{A_i} *_{\sigma_{\downarrow}}(\alpha, A_j)$  por definición. Supongamos que  $(\delta, A_k) \neq (\alpha, A_j)$ . Como  $(\delta, A_k) \in K_{A_i} \cup \{(\alpha, A_j)\}$  luego  $(\delta, A_k) \in K_{A_i}$ . De esta manera, se sigue de  $(\delta, A_k) \in K_{A_i} *(\alpha, A_j)$  y  $(\delta, A_k) \in K_{A_i}$  que  $(\delta, A_k) \notin (K_{A_i} \setminus K_{A_i} *(\alpha, A_j))$ . Como  $K_{A_i}^{\uparrow} \subseteq K_{A_i}$  luego  $(\delta, A_k) \notin (K_{A_i}^{\uparrow} \setminus K_{A_i} *(\alpha, A_j))$ . Por lo tanto, por la definición de  $\sigma_{\downarrow}$  adoptada en la hipótesis,  $(\delta, A_k) \notin \sigma_{\downarrow}(K_{A_i}^{\uparrow} \perp\!\!\!\perp \neg\alpha)$ . Tenemos dos casos:

- $(\delta, A_k) \in K_{A_i}^{\uparrow}$ . Luego  $\delta \notin \text{Sen}(\sigma_{\downarrow}(K_{A_i}^{\uparrow} \perp\!\!\!\perp \neg\alpha))$ .
- $(\delta, A_k) \in K_{A_i}$ . Luego, si  $(\delta, A_p) \in K_{A_i}^{\uparrow}$  se cumple que  $A_k \leq_{Co}^{A_i} A_p$ . Supongamos por el absurdo que  $(\delta, A_p) \in \sigma_{\downarrow}(K_{A_i}^{\uparrow} \perp\!\!\!\perp \neg\alpha)$ . Luego  $(\delta, A_p) \in (K_{A_i}^{\uparrow} \setminus K_{A_i} *(\alpha, A_j))$  por la definición de  $\sigma_{\downarrow}$  adoptada en la hipótesis. Luego  $(\delta, A_p) \notin K_{A_i} *(\alpha, A_j)$  lo cual es absurdo debido a que supusimos que  $(\delta, A_k) \in K_{A_i} *(\alpha, A_j)$  y  $(\delta, A_p) \in K_{A_i}^{\uparrow}$ . Por lo tanto,  $(\delta, A_p) \notin \sigma_{\downarrow}(K_{A_i}^{\uparrow} \perp\!\!\!\perp \neg\alpha)$ . De esta manera,  $\delta \notin \text{Sen}(\sigma_{\downarrow}(K_{A_i}^{\uparrow} \perp\!\!\!\perp \neg\alpha))$ .

Por lo tanto, se sigue desde la definición que  $(\delta, A_k) \in K_{A_i} *_{\sigma_{\downarrow}}(\alpha, A_j)$ .

( $\subseteq$ ) Sea  $(\delta, A_k) \in K_{A_i} *_{\sigma_{\downarrow}}(\alpha, A_j)$ . Se sigue desde la definición que  $K_{A_i} *_{\sigma_{\downarrow}}(\alpha, A_j) \subseteq K_{A_i} \cup \{(\alpha, A_j)\}$  y  $(\delta, A_k) \in K_{A_i} \cup \{(\alpha, A_j)\}$ . Luego  $(\delta, A_k) \in K_{A_i}$  o  $(\delta, A_k) = (\alpha, A_j)$ . Tenemos dos casos:

- $(\delta, A_k) = (\alpha, A_j)$ . Luego, por **éxito**,  $(\delta, A_k) \in K_{A_i} *(\alpha, A_j)$ .

- $(\delta, A_k) \in K_{A_i}$  y  $(\delta, A_k) \neq (\alpha, A_j)$ . Luego, por definición,  $\delta \notin \text{Sen}(\sigma_{\downarrow}(K_{A_i}^{\uparrow} \perp\!\!\!\perp \neg\alpha))$ . Por la definición de  $\sigma_{\downarrow}$  adoptada en la hipótesis, luego  $\delta \notin \text{Sen}(K_{A_i}^{\uparrow} \setminus (K_{A_i} * (\alpha, A_j)))$ . Como  $(\delta, A_k) \in K_{A_i}$  entonces  $\delta \in \text{Sen}(K_{A_i})$ . Como  $\text{Sen}(K_{A_i}) = \text{Sen}(K_{A_i}^{\uparrow})$  luego  $\delta \in \text{Sen}(K_{A_i} * (\alpha, A_j))$ . Por lo tanto, debe ser el caso en el cual  $(\delta, A_k) \in K_{A_i} * (\alpha, A_j)$ .

• *Construcción a los Postulados.* Sea  $*_{\sigma_{\downarrow}}$  una revisión priorizada usando plausibilidad para  $K_{A_i}$ . Necesitamos mostrar que satisface las cinco condiciones del teorema.

(RP-1) *Éxito:*  $(\alpha, A_j) \in K_{A_i} *_{\sigma_{\downarrow}}(\alpha, A_j)$ .

*Demostración.* Trivial por definición.

(RP-2) *Inclusión:*  $K_{A_i} *_{\sigma_{\downarrow}}(\alpha, A_j) \subseteq K_{A_i} \cup \{(\alpha, A_j)\}$ .

*Demostración.* Trivial por definición.

(RP-3) *Consistencia:* si  $\alpha$  es consistente entonces  $K_{A_i} *_{\sigma_{\downarrow}}(\alpha, A_j)$  es consistente.

*Demostración.* Trivial por definición.

(RP-4) *Uniformidad:* Si para todo  $K' \subseteq K_{A_i}$ ,  $\{\alpha\} \cup \text{Sen}(K') \vdash \perp$  si y sólo si  $\{\beta\} \cup \text{Sen}(K') \vdash \perp$  entonces  $K_{A_i} \cap (K_{A_i} *_{\sigma_{\downarrow}}(\alpha, A_j)) = K_{A_i} \cap (K_{A_i} *_{\sigma_{\downarrow}}(\beta, A_k))$ .

*Demostración.* Supongamos que para todo subconjunto  $K'$  de  $K_{A_i}$ ,  $\{\alpha\} \cup \text{Sen}(K') \vdash \perp$  si y sólo si  $\{\beta\} \cup \text{Sen}(K') \vdash \perp$ . Luego, se sigue que  $\text{Sen}(K') \vdash \neg\alpha$  si y sólo si  $\text{Sen}(K') \vdash \neg\beta$ ; i.e.,  $\neg\alpha \in \text{Bel}(K')$  si y sólo si  $\neg\beta \in \text{Bel}(K')$ . Por lo tanto, by Lemma 1,  $K_{A_i}^{\uparrow} \perp\!\!\!\perp \neg\alpha = K_{A_i}^{\uparrow} \perp\!\!\!\perp \neg\beta$ . Since “ $\sigma_{\downarrow}$ ” es una función bien definida luego  $\sigma_{\downarrow}(K_{A_i}^{\uparrow} \perp\!\!\!\perp \neg\alpha) = \sigma_{\downarrow}(K_{A_i}^{\uparrow} \perp\!\!\!\perp \neg\beta)$ . Por lo tanto, por Definición 3.20,  $K_{A_i} \neg\sigma_{\downarrow} \neg\alpha = K_{A_i} \neg\sigma_{\downarrow} \neg\beta$ . Luego, por Definición 3.21,  $K_{A_i} \cap (K_{A_i} *_{\sigma_{\downarrow}}(\alpha, A_j)) = K_{A_i} \cap (K_{A_i} *_{\sigma_{\downarrow}}(\beta, A_k))$ .

(RP-5) *Mínimo Cambio por Plausibilidad:* Si  $(\beta, A_p) \in K_{A_i}$  y  $(\beta, A_p) \notin K_{A_i} *_{\sigma_{\downarrow}}(\alpha, A_k)$  entonces hay un  $K' \subseteq K_{A_i}$  donde  $\neg\alpha \notin \text{Bel}(K')$  pero existe  $(\beta, A_j) \in K_{A_i}$  tal que:

- $\neg\alpha \in \text{Bel}(K' \cup \{(\beta, A_j)\})$ ,

- $p = j$  o  $A_p \leq_{C_o}^{A_i} A_j$ , y
- para todo  $(\delta, A_k) \in K'$  tal que  $\neg\alpha \notin \text{Bel}((K' \cup \{(\beta, A_j)\}) \setminus \{(\delta, A_k)\})$  se cumple que  $A_j \leq_{C_o}^{A_i} A_k$ .

*Demostración.* Supongamos que  $(\beta, A_p) \in K_{A_i}$  y  $(\beta, A_p) \notin K_{A_i} *_{\sigma_{\downarrow}}(\alpha, A_k)$ . Luego, por la Definición 3.21,  $(\beta, A_p) \notin (K_{A_i} -_{\sigma_{\downarrow}} \neg\alpha) + (\alpha, A_k)$ . De esta manera, por la Definición 3.20,  $(\beta, A_p) \in \{(\omega, A_q) : \omega \in \text{Sen}(\sigma_{\downarrow}(K_{A_i}^{\uparrow} \perp\!\!\!\perp \neg\alpha)) \text{ y } (\omega, A_q) \in K_{A_i}\}$ . Luego  $\beta \in \text{Sen}(\sigma_{\downarrow}(K_{A_i}^{\uparrow} \perp\!\!\!\perp \neg\alpha))$ . Por la Definición 3.18 de la función de incisión por debajo,  $\sigma_{\downarrow}(K_{A_i}^{\uparrow} \perp\!\!\!\perp \neg\alpha) \subseteq \bigcup (K_{A_i}^{\uparrow} \perp\!\!\!\perp \neg\alpha)$ , así que hay algún objeto de información  $(\beta, A_j)$  tal que  $(\beta, A_j) \in X \in K_{A_i}^{\uparrow} \perp\!\!\!\perp \neg\alpha$ . Se sigue de la Definición 3.7 que  $(\beta, A_j) \in K_{A_i}^{\uparrow}$ . De esta manera,  $p = j$  o  $A_p \leq_{C_o}^{A_i} A_j$ . Sea  $K' \subseteq K_{A_i}$  tal que  $X \setminus \{(\beta, A_j)\} \subseteq K'$ . Tenemos dos casos:

- $K' = X \setminus \{(\beta, A_j)\}$ . Luego, como  $X$  es minimal,  $\neg\alpha \notin \text{Bel}(K')$  pero  $\neg\alpha \in \text{Bel}(K' \cup \{(\beta, A_j)\})$ , y para todo  $(\delta, A_k) \in K'$ ,  $\neg\alpha \notin \text{Bel}((K' \cup \{(\beta, A_j)\}) \setminus \{(\delta, A_k)\})$ . Por lo tanto, por Definición 3.18,  $A_j \leq_{C_o}^{A_i} A_k$ .
- $X \setminus \{(\beta, A_j)\} \subset K'$  y  $\{(\beta, A_j)\} \notin K'$ . Luego, existe  $(\delta, A_k) \in K'$  tal que  $A_k <_{C_o}^{A_i} A_j$  y, por Definición 3.18,  $(\delta, A_k) \notin X$ . Por lo tanto,  $\neg\alpha \in \text{Bel}((K' \cup \{(\beta, A_j)\}) \setminus \{(\delta, A_k)\})$ . □

**Proposición 3.6.** Si “+” satisface EP-1,...,EP-5 y “ $-_{\sigma_{\downarrow}}$ ” satisface CP-1,...,CP-4 entonces “ $*_{\sigma_{\downarrow}}$ ” satisface RP-1,...,RP-5.

**Demostración:**

Sea “ $*_{\sigma_{\downarrow}}$ ” una revisión priorizada usando plausibilidad para  $K_{A_i}$ , definida como  $K_{A_i} *_{\sigma_{\downarrow}}(\alpha, A_j) = (K_{A_i} -_{\sigma_{\downarrow}} \neg\alpha) + (\alpha, A_j)$ . Necesitamos mostrar que satisface RP-1,...,RP-5 desde los postulados del operador de expansión usando plausibilidad y desde los postulados del operador de contracción optimizada usando plausibilidad.

(RP-1) *Éxito:*  $(\alpha, A_j) \in K_{A_i} *_{\sigma_{\downarrow}}(\alpha, A_j)$ .

*Demostración.* Trivial por Definición 3.21 y EP-1.

(RP-2) *Inclusión:*  $K_{A_i} *_{\sigma_{\downarrow}}(\alpha, A_j) \subseteq K_{A_i} \cup \{(\alpha, A_j)\}$ .

*Demostración.* Se sigue desde CP-2 que  $K_{A_i - \sigma_{\downarrow}} \neg \alpha \subseteq K_{A_i}$ . Luego,  $(K_{A_i - \sigma_{\downarrow}} \neg \alpha) \cup \{(\alpha, A_j)\} \subseteq K_{A_i} \cup \{(\alpha, A_j)\}$ . De esta manera, por Definición 3.16  $(K_{A_i - \sigma_{\downarrow}} \neg \alpha) + (\alpha, A_j) \subseteq K_{A_i} \cup \{(\alpha, A_j)\}$ . Por lo tanto, por Definición 3.21,  $K_{A_i} *_{\sigma_{\downarrow}}(\alpha, A_j) \subseteq K_{A_i} \cup \{(\alpha, A_j)\}$ .

(RP-3) *Consistencia:* si  $\alpha$  es consistente entonces  $K_{A_i} *_{\sigma_{\downarrow}}(\alpha, A_j)$  es consistente.

*Demostración.* Por Definición 3.21,  $K_{A_i} *_{\sigma_{\downarrow}}(\alpha, A_j) = (K_{A_i - \sigma_{\downarrow}} \neg \alpha) + (\alpha, A_j)$ . Desde EP-1 y CP-1 se sigue que  $K_{A_i} *_{\sigma_{\downarrow}}(\alpha, A_j)$  es consistente.

(RP-4) *Uniformidad:* Si para todo  $K' \subseteq K_{A_i}$ ,  $\{\alpha\} \cup Sen(K') \vdash \perp$  si y sólo si  $\{\beta\} \cup Sen(K') \vdash \perp$  entonces  $K_{A_i} \cap (K_{A_i} *_{\sigma_{\downarrow}}(\alpha, A_j)) = K_{A_i} \cap (K_{A_i} *_{\sigma_{\downarrow}}(\beta, A_k))$ .

*Demostración.* Supongamos que para todo subconjunto  $K'$  de  $K_{A_i}$ ,  $\{\alpha\} \cup Sen(K') \vdash \perp$  si y sólo si  $\{\beta\} \cup Sen(K') \vdash \perp$ . Luego, se sigue que  $Sen(K') \vdash \neg \alpha$  si y sólo si  $Sen(K') \vdash \neg \beta$ ; *i.e.*,  $\neg \alpha \in Bel(K')$  si y sólo si  $\neg \beta \in Bel(K')$ . De esta manera, se sigue desde CP-3 que  $K_{A_i - \sigma_{\downarrow}} \neg \alpha = K_{A_i - \sigma_{\downarrow}} \neg \beta$ . Por lo tanto, por Definición 3.21,  $K_{A_i} \cap (K_{A_i} *_{\sigma_{\downarrow}}(\alpha, A_j)) = K_{A_i} \cap (K_{A_i} *_{\sigma_{\downarrow}}(\beta, A_k))$ .

(RP-5) *Mínimo Cambio por Plausibilidad:* Si  $(\beta, A_p) \in K_{A_i}$  y  $(\beta, A_p) \notin K_{A_i} *_{\sigma_{\downarrow}}(\alpha, A_k)$  entonces hay un  $K' \subseteq K_{A_i}$  donde  $\neg \alpha \notin Bel(K')$  pero existe  $(\beta, A_j) \in K_{A_i}$  tal que:

- $\neg \alpha \in Bel(K' \cup \{(\beta, A_j)\})$ ,
- $p = j$  o  $A_p \leq_{C_o}^{A_i} A_j$ , y
- para todo  $(\delta, A_k) \in K'$  tal que  $\neg \alpha \notin Bel((K' \cup \{(\beta, A_j)\}) \setminus \{(\delta, A_k)\})$  se cumple que  $A_j \leq_{C_o}^{A_i} A_k$ .

*Demostración.* Supongamos  $(\beta, A_p) \in K_{A_i}$  y  $(\beta, A_p) \notin K_{A_i} *_{\sigma_{\downarrow}}(\alpha, A_k)$ . Luego, por Definición 3.21,  $(\beta, A_p) \notin K_{A_i - \sigma_{\downarrow}} \neg \alpha$ . De esta manera, se sigue por CP-4 que todas las condiciones del postulado son satisfechas.  $\square$



# Bibliografía

- [AGM85] ALCHOURRÓN, C., GÄRDENFORS, P., AND MAKINSON, D. On the logic of theory change: Partial meet contraction and revision functions. *Journal of Symbolic Logic* 50, 2 (1985), 510–530.

Este trabajo contiene la presentación formal de la teoría AGM. Se definen las operaciones de partial meet contraction, esto es, aquellas operaciones de contracción que se basan en la selección de los subconjuntos maximales del conjunto (lógicamente cerrado) original que fallan en implicar la sentencia a contraer. Este artículo contiene una caracterización axiomática de las operaciones de partial meet contraction en términos de postulados. Se extienden los resultados para casos particulares de operaciones de partial meet contraction (como las maxichoice contraction y full meet contraction) y se obtienen caracterizaciones de operaciones de partial meet revision generadas a partir de operaciones de partial meet contraction mediante la identidad de Levi.

- [AM81] ALCHOURRÓN, C., AND MAKINSON, D. Hierarchies of regulation and their logic. *New Studies in Deontic Logic* (1981), 125–148.

En este artículo se plantea que la existencia de un orden parcial (o jerarquía) en un código de leyes o regulaciones puede servir para resolver imperfecciones lógicas del código legal mismo. Este ordenamiento puede utilizarse para llevar a cabo derogaciones así como también para resolver contradicciones en el código legal mismo. A su vez, este trabajo introduce las definiciones de conjuntos de restos (con desechadores unitarios y no unitarios) así como también las propiedades de los mismos.

- [AM85] ALCHOURRÓN, C., AND MAKINSON, D. On the logic of theory change: Safe contraction. *St. Logica* 44 (1985), 405–422.

Este trabajo contiene una nueva caracterización axiomática de operaciones de contracción del modelo AGM presuponiendo un lenguaje finito. En lugar de asumir un orden entre los subconjuntos del conjunto a contraer, asume la existencia de un orden “no circular” entre las sentencias que componen ese conjunto y se preservan los elementos más seguros. Un elemento es seguro si no es minimal (bajo el orden no circular) entre los subconjuntos minimales del conjunto original que implican la sentencia a contraer.

[Ama02] AMAZON. Amazon auctions. In *http://auctions.amazon.com* (2002).

Amazon es una compañía estadounidense de comercio electrónico con sede en Seattle, Estado de Washington. Fue una de las primeras grandes compañías en vender bienes a través de Internet.

[ARH00] ABDUL-RAHMAN, A., AND HAILES, S. Supporting trust in virtual communities. In *Proceedings of the Hawaii's International Conference on Systems Sciences* (Maui, Hawaii, 2000).

Este trabajo define un modelo que cuenta con la capacidad de tratar con varios contextos de manera muy simple. Este formalismo de confianza usa cuatro grados de creencia para tipificar la confianza de los agentes: vt (muy confiable), t (confiable), u (desconfiable) y vu (muy desconfiable). Para cada compañero y contexto, el agente mantiene una tupla con el número de experiencias pasadas en cada categoría. Luego, desde el punto de vista de interacción directa, la confianza sobre un compañero en un dado contexto es igual al grado que corresponde al valor máximo en la tupla.

[BDP93] BENFERHAT, S., DUBOIS, D., AND PRADE, H. Argumentative inference in uncertain and inconsistent knowledge bases. In *The Nineteenth Conference on Uncertainty in Artificial Intelligence (UAI'03)* (July 1993), Morgan Kaufmann, pp. 411–419.

Este artículo presenta y discute varios métodos para razonar desde bases de conocimiento inconsistentes. Se investiga particularmente una relación de consecuencia, tomando en cuenta la existencia de argumentos consistentes en favor de una conclusión y la ausencia de argumentos consistentes en favor de su negación. Bajo las diferentes relaciones de consecuencia son estudiadas bases de conocimiento piso, *i.e.*, sin prioridad entre sus elementos, y también bases priorizadas donde

algunos elementos son considerados más importantes que otros. Los niveles de prioridad son manejados en el *framework* de teoría de posibilidad.

- [BDPW02] BENFERHAT, S., DUBOIS, D., PRADE, H., AND WILLIAMS, M.-A. A practical approach to revising prioritized knowledge bases. *Studia Logica* 70, 1 (2002), 105–130.

En este artículo se investigan métodos simples para revisar bases de creencias priorizadas, que son semánticamente significativas en los *frameworks* de teoría de posibilidad. El estado epistémico está representado por una distribución de posibilidad la cual es un mapeo del conjunto de interpretaciones clásicas de mundos a el intervalo  $[0,1]$ . Esta distribución representa el grado de compatibilidad de las interpretaciones con la información disponible y la revisión es hecha sobre la distribución de posibilidad. Esta revisión modifica el ranking de interpretaciones así como da prioridad a la información entrante. La entrada debe ser incorporada en el estado epistémico; en otras palabras, toma prioridad por sobre la información en el estado epistémico.

- [BK01] BARBER, K. S., AND KIM, J. Belief revision process based on trust: Simulation experiments. In *In Proceedings of Autonomous Agents '01 Workshop on Deception, Fraud, and Trust in Agent Societies* (2001), pp. 1–12.

Este trabajo introduce un algoritmo multi-agentes de revisión de creencias basado en redes de creencias. El algoritmo utiliza conocimiento acerca de fiabilidad de las fuentes para generar la perspectiva más probable del sistema. Las fuentes de información tienen varios niveles de fiabilidad. Un agente equipado con este algoritmo es capaz de (1) evaluar la información entrante y generar una base de conocimiento consistente para razonar, y (2) evitar información fraudulenta proveniente de fuentes de información no fiables o engañosas. Los autores se enfocan en modelar y mantener información de credibilidad acerca de las fuentes disponibles. En este artículo se especifica un algoritmo de revisión de creencias empleando conocimiento acerca de la reputación de las fuentes de información. Además de esto, el algoritmo propuesto busca contra-evidencia y revisa las reputaciones de las fuentes de información involucradas.

- [Bra97] BRADSHAW, J. M. *An Introduction to Software Agents*. Bradshaw (editor), 1997, ch. 1, pp. 3–46.

En este capítulo se tratan dos marcados enfoques relacionados a la definición de agente: uno basado en la noción de *agenthood*, y el otro basado en la descripción de los atributos que los agentes de software deben poseer. Estas perspectivas complementarias son resumidas en este capítulo. Luego se discute “porque” los agentes de software están relacionados a dos asuntos prácticos: 1) simplificar la complejidad de la computación distribuida y 2) sobrellevar las limitaciones de interface de usuario actual.

- [Can98] CANTWELL, J. Resolving conflicting information. *Journal of Logic, Language and Information* 7, 2 (1998), 191–220.

En este trabajo se considera que la fiabilidad de las fuentes afectan la credibilidad de la información entrante, y esta fiabilidad es usada para tomar decisiones. De esta manera, este artículo se enfoca en *multi-source belief revision*. Aquí, un *escenario* (conjunto de información entrante) presentado por una fuente es tratado como un todo y no sentencia por sentencia, y por lo tanto, puede ser inconsistente. Luego, si dos fuentes informan la misma pieza de información  $\alpha$ , y un único agente informa  $\neg\alpha$ , entonces  $\alpha$  será preferida, esto es, la decisión está basada en la mayoría. Además, se introduce una relación de *fiabilidad* sobre conjuntos de fuentes y no entre fuentes simples.

- [CPF<sup>+</sup>99] CHEN, Y., PENG, Y., FININ, T., LABROU, Y., CHU, B., YAO, J., SUN, R., WILLHELM, B., AND COST, S. A negotiation-based multi-agent system for supply chain management. In *Proceedings of Agents 99 Workshop on Agent Based Decision-Support for Managing the Internet-Enabled Supply-Chain* (Seattle, Mayo 1999), pp. 15–20.

- [Dal88] DALAL, M. Investigations into a theory of knowledge base revision: Preliminary report. *Proceedings of Seventh International Conference on Artificial Intelligence, (AAAI-88)* (1988), 475–479.

En este trabajo se presentan las principales características que debería satisfacer un sistema de revisión de creencias. Estos son adecuación de la representación, irrelevancia de la sintaxis, preservación de consistencia, primacía de la nueva información, persistencia de la información anterior e imparcialidad.

- [Del03] DELLAROCAS, C. The digitalization of word-of-mouth: Promise and challenges of online reputation mechanisms. In *Management Science* (2003).

- [DGB97] DRAGONI, A., GIORGINI, P., AND BAFFETTI, M. Distributed belief revision vs. belief revision in a multi-agent environment: First results of a simulation experiment. In *Multi-agent Rationality* (1997), M. Boman and W. V. de Velde, Eds., Springer-Verlag, pp. 45–62.

Proponen un sistema distribuido para integración de revisión de creencias, donde cada elemento es concebido como un sistema complejo capas de intercambiar opiniones con los otros. Como los nodos pueden ser afectados por algún grado de incompetencia, parte de la información corriendo a lo largo de la red puede ser incorrecta. Información incorrecta puede causar contradicciones en la base de conocimiento de alguno de los nodos. Para administrar estas contradicciones, cada nodo es equipado con un módulo de BR el cual hace capas de discriminar entre información más o menos creíble y fuentes de información más o menos fiables.

- [DGP94] DRAGONI, A., GIORGINI, P., AND PULITI, P. Distributed belief revision versus distributed truth maintenance. In *Proceedings of the Sixth IEEE International Conference on Tools with Artificial Intelligence (TAI 94)* (1994), IEEE Computer Society Press, pp. 499–505.

Este paper delinea una distinción entre Mantenimiento de Verdad Distribuida y Revisión de Creencias Distribuida. La última necesita la evaluación de características especiales como la relación entre la fiabilidad del informante y la credibilidad de la información. En este artículo proponen revisión de creencias basados en una arquitectura de único agente. Describen y muestran los resultados de una simulación multi-agente mediante la cual estudian las propiedades de las estrategias de revisión de creencias desde un punto de vista global.

- [eBa02] EBAY. ebay. In *http://www.eBay.com* (2002).

eBay es un sitio destinado a la subasta de productos a través de Internet. Es uno de los pioneros en este tipo de transacciones, habiendo sido fundado en el año 1995. La mayoría de los items sobre eBay son vendidos a través de subastas y el mecanismo de reputación usado esta basado en los ratings que los usuarios realizan después de completar una transacción. El usuario puede dar tres valores posibles: positivo(1), negativo(-1) o neutral(0). El valor de reputación es computado como la suma de los ratings sobre los últimos seis meses.

- [FG96] FRANKLIN, S., AND GRAESSER, A. Is it an agent, or just a program?: A taxonomy for autonomous agents. In *ECAI '96: Proceedings of the Workshop on Intelligent Agents III, Agent Theories, Architectures, and Languages* (London, UK, 1996), Springer-Verlag, pp. 21–35.

Aquí proponen una definición formal de agentes autónomos la cual distingue claramente un agente de software de un programa. También ofrecen el comienzo de una taxonomía de agentes autónomos, y discuten posibilidades para una futura clasificación. Finalmente, discuten subagentes y sistemas multi-agentes.

- [FH99] FERMÉ, E. L., AND HANSSON, S. O. Selective revision. *Studia Logica* 63, 3 (1999), 331–342.

En este artículo se presenta un operador de revisión que no le da primacía absoluta a la entrada epistémica. Si se desea revisar un conjunto determinado con respecto a cierta creencia externa es posible que se acepte solamente “parte” de la misma. Tal operador se define a partir de un operador de revisión AGM y una función de transformación que determina cuánto de la entrada epistémica se aceptará. Se definen distintas funciones de transformación y caracterizaciones axiomáticas de tres tipos de operadores de revisión selectiva.

- [FKIS02] FALAPPA, M. A., KERN-ISBERNER, G., AND SIMARI, G. R. Explanations, belief revision and defeasible reasoning. *Artificial Intelligence* 141, 1 (2002), 1–28.

En este artículo se propone un operador de revisión no priorizado mediante explicaciones. El mismo es aplicable sobre bases de creencias y se basa en la siguiente intuición: antes de incorporar una nueva creencia al conocimiento, se exige una explicación para la misma. Esta explicación se representa con un conjunto de sentencias con ciertas restricciones. Luego, se confrontan esa explicación con las creencias propias de la base de creencias receptora. Si la explicación “sobrevive” al debate, entonces la explicación de la nueva sentencia es aceptada. De lo contrario, la base de creencias original permanece sin cambios.

- [Fuh91] FUHRMANN, A. Theory contraction through base contraction. *Journal of Philosophical Logic* 20, 2 (may 1991), 175–203.

En este trabajo se definen operadores de contracción de conjuntos de creencias a partir de contracciones en bases de creencias. Se define un operador de contracción

sobre bases de creencias similar al propuesto por Hansson [Han94]. Sin embargo, no da caracterizaciones axiomáticas del mismo y estudia las propiedades de la clausura de la base contraída. Luego generaliza esta idea a operadores de revisión.

[GK94] GENESERETH, M. R., AND KETCHPEL, S. P. Software agents. *Communications of the ACM* 37 (Julio 1994), 48–53.

[GM88] GÄRDENFORS, P., AND MAKINSON, D. Revisions of knowledge systems using epistemic entrenchment. In *Second Conference on Theoretical Aspects of Reasoning about Knowledge Conference* (1988), pp. 83–95.

En este trabajo se brinda una representación alternativa de las operaciones de cambio del modelo AGM. En el mismo se incorpora la noción de importancia epistémica (epistemic entrenchment) de las creencias. A su vez, introducen una serie de restricciones para hacer computacionalmente tratable el ordenamiento de importancia epistémica. El principal resultado de este trabajo es un teorema de representación que dice que un operador de revisión satisface los postulados de racionalidad si y solo si existe un ordenamiento epistémico que satisface determinadas propiedades.

[Gär81] GÄRDENFORS, P. An epistemic approach to conditionals. *American Philosophical Quarterly* 18, 3 (1981), 203–211.

[Gär82] GÄRDENFORS, P. Rule for rational changes of belief. In *Philosophical Essay Dedicated To Lennart Aquist on his Fiftieth Birthday* (1982), pp. 88–101.

[Gär88] GÄRDENFORS, P. *Knowledge in Flux: Modeling the Dynamic of Epistemic States*. Bradford Books. The MIT Press, Cambridge, Massachusetts, 1988.

Este libro fue uno de los primeros intentos de presentación completa de la teoría de cambio de creencias. Presenta los operadores de cambio más conocidos, los postulados de racionalidad, conceptos relacionados a epistemología y filosofía. Un libro de lectura obligada para aquellos interesados en la teoría de cambio de creencias. A mi modo de ver, carece de ejemplos motivadores para el estudio de esta disciplina.

[Gär92a] GÄRDENFORS, P. *Belief Revision*. Cambridge University Press, 1992, ch. Belief Revision: an introduction, pp. 1–28.

Este libro es un compendio de papers a cerca de la teoría de cambio de creencias. Contiene una introducción al tema de cambio de creencias para luego presentar diferentes artículos del área.

- [GR92b] GÄRDENFORS, P., AND ROTT, H. Belief revision. In *Technical Report 11* (1992), Lund University Cognitive Studies.

En este trabajo se da una extensa presentación de la teoría de cambio de creencias. Primero, presentan las motivaciones detrás de la teoría de cambio de creencias. Luego introducen los diferentes modelos de representación de estados de conocimiento. Luego presentan los postulados para las operaciones de cambio y los modelos constructivos. También distinguen las operaciones de cambio cuando se aplican sobre bases de conocimiento y, por último, presentan las relaciones existentes entre la teoría de cambio de creencias y el razonamiento no monótono.

- [Gro88] GROVE, A. Two modellings for theory change. *The Journal of Philosophical Logic* 17 (1988), 157–170.

En este artículo se presenta el operador de revisión de creencias del modelo AGM definido a partir de un sistema de esferas. Esta representación es muy intuitiva y se basa en el mismo concepto utilizado por Lewis en la definición de condicionales contrafácticos. La idea es que cada conjunto de creencias está rodeado por un sistemas de esferas (donde el conjunto es el centro), donde cada esfera contiene mundos con un grado de similaridad equivalente a los mundos del conjunto de creencias que representa el estado epistémico. El resultado de la revisión es el conjunto de mundos que intersectan con la esfera más cercana a los mundos del conjunto de creencias central. Este tipo de revisiones es un operador de revisión AGM que satisface los ocho postulados característicos.

- [GS00] GRANDISON, T., AND SLOMAN, M. A survey of trust in internet application. In *IEEE, Communications Surveys, Fourth Quarter* (2000).

- [Han89] HANSSON, S. O. New operators for theory change. *Theoria* 55 (1989), 114–132.

En este trabajo se presentan nuevos operadores de cambio, del tipo full meet y partial meet contraction, pero aplicables sobre bases de conocimiento y no sobre conjuntos de creencias.

- [Han91] HANSSON, S. O. Belief contraction without recovery. *Studia Logica* 50 (1991), 251–260.

En este trabajo se formula un nuevo postulado que trata de captar las intuiciones del postulado de recuperación. Este nuevo postulado, conocido como retención de núcleo, junto con otros cuatro postulados de Gärdenfors para contracciones implica el postulado de recuperación sobre conjuntos de creencias. Conjuntamente, se brindan resultados de este nuevo postulado sobre operadores de contracción sobre bases de creencias.

- [Han92a] HANSSON, S. O. A dyadic representation of belief. *Belief Revision [Gär92a]* (1992), 89–121.

En este trabajo se presenta una forma de representación de operaciones de partial meet contraction sobre un estado epistémico en el cual se distinguen las creencias explícitas de las derivadas. Para hacer ello posible se asume que el estado epistémico es generado por una base de creencias y se estudian los cambios sobre la base y los efectos sobre el estado epistémico revisado.

- [Han92b] HANSSON, S. O. In defense of base contraction. *Syntheses* 91, 3 (june 1992), 239–245.

En este trabajo se formulan las ventajas de realizar operaciones de cambio sobre bases de creencias en lugar de conjuntos de creencias. Más aún, se presentan algunas ventajas de definir contracciones iteradas o repetidas sobre estados de conocimiento representados mediante bases de creencias.

- [Han94] HANSSON, S. O. Kernel contraction. *Journal of Symbolic Logic* 59, 3 (1994), 845–859.

En este artículo se presentan las operaciones de kernel contraction. Mientras que las partial meet contractions realizan una selección de los subconjuntos maximales (del conjunto original) que fallan en deducir la sentencia a eliminar, las kernel contractions realizan una selección de los conjuntos minimales que implican tal sentencia. Se brinda una caracterización axiomática de las kernel contractions y se demuestra que son una generalización de las partial meet contractions. Además, se demuestra que las kernel contractions son más apropiadas que las partial meet contractions en cambios iterados o repetidos.

- [Han97a] HANSSON, S. O. Semi-revision. *Journal of Applied Non-Classical Logic* (1997), 151–175.

En este trabajo, Hansson presenta lo que el denomina operador de semi-revision. Este operador, a diferencia del operador de revisión del modelo AGM no satisface el postulado de éxito, el cual garantiza que la nueva sentencia de entrada es aceptada en el estado epistémico resultante. Para hacer ello posible, Hansson propone representar el estado epistémico mediante una base de creencias en lugar de hacerlo mediante un conjunto lógicamente cerrado como en el modelo AGM. La idea de este operador consiste en realizar una expansión de la nueva creencia y luego realizar una operación de consolidación que restaura la consistencia en la base de conocimiento revisada.

- [Han97b] HANSSON, S. O. *Theoria: Special Issue on Non-Prioritized Belief Revision*. Department of Philosophy, Uppsala University, 1997.

Este libro contiene un compendio de trabajos en cambio no-priorizados de creencias, donde la información nueva no siempre es la mejor.

- [Han99] HANSSON, S. O. *A Textbook of Belief Dynamics: Theory Change and Database Updating*. Kluwer Academic Publishers, 1999.

Este trabajo es uno de los principales referentes sobre los últimos resultados en la teoría de cambio de creencias. Contiene un extenso desarrollo de todas las variantes de la teoría AGM y presenta modelos de cambio alternativos. También realiza una clara distinción entre las operaciones de cambio que se realizan sobre bases de creencias y sobre conjuntos de creencias (conjuntos cerrados bajo consecuencia lógica). Contiene muchos ejemplos intuitivos que justifican los diferentes postulados que caracterizan las distintas operaciones de cambio. Además, está estructurado de modo tal que puede ser leído claramente por lectores con distinto nivel de conocimiento sobre el tema.

- [Har75] HARPER, W. Rational belief change, popper functions and counterfactuals. *Synthese* 30 (1975), 221–262.

En este trabajo se presentan modelos que utilizan probabilidades sobre condicionales. Los resultados de este modelo son estudiados en el marco de los condicionales contrafácticos propuestos por Lewis.

- [Hei10] HEIN, J. L. *Discrete Structures, Logic, and Computability*. Third Edition. Jones and Bartlett, 2010, ch. Equivalence, Order, and Inductive Proof.
- En este capítulo describen algunas propiedades especiales de relaciones binarias que son útiles para resolver problemas de comparación.
- [HFCF01] HANSSON, S. O., FERMÉ, E., CANTWELL, J., AND FALAPPA, M. Credibility Limited Revision. *The Journal of Symbolic Logic* 66, 4 (2001), 1581–1596.
- Este trabajo presenta una semántica general para revisiones no priorizadas en base a la definición de screened revision de Makinson [Mak97]. Se plantean nuevos postulados de éxito y consistencia, se dan construcciones alternativas y caracterizaciones axiomáticas del nuevo operador de revisión.
- [HR95] HANSSON, S. O., AND ROTT, H. How not to change the theory of theory change: A reply to tennant. *The British Journal for the Philosophy of Science* 46 (1995), 361–380.
- En este trabajo, Hansson y Rott salen en defensa del modelo AGM en respuesta al ataque realizado al mismo por Neil Tennant [Ten94]. Los autores presentan nuevamente el modelo AGM y muestran que importantes críticas realizadas por Tennant carecen de fundamento o son malas interpretaciones por falta de información. Por ejemplo, Hansson y Rott critican la postura de Tennant contra el postulado de recuperación, y a que este último lo califica como la “principal piedra” fundamental del modelo AGM. Para hacer esto, atienden ciertos aspectos filosóficos de la teoría de cambio de creencias tales como la representación de estados de creencias (estados epistémicos) y el significado de un agente racional idealizado.
- [JSW98] JENNINGS, N., SYCARA, K., AND WOOLDRIDGE, M. A roadmap of agent research and development. In *Autonomous Agents and Multi Agent Systems* (Boston, 1998), Kluwer Academic, pp. 275–306.
- Este artículo provee una perspectiva general de investigación y desarrollo de actividades en el campo de agentes autónomos y sistemas multi-agentes. El objetivo es identificar las aplicaciones y los conceptos claves, e indicar como se relacionan entre ellos. Además ofrecen un contexto histórico del área.

- [KDT96] KFIR-DAHAV, N. E., AND TENNENHOLZ, M. Multi-agent belief revision. In *Theoretical Aspects of Rationality and Knowledge: Proceeding of the Sixth Conference (TARK 1996)*. Morgan Kaufmann Publishers Inc., San Francisco, 1996, pp. 175–196.

Estos autores basan su investigación sobre revisión de creencias en sistemas multi-agentes (multi-agent belief revision - MABR) en el contexto de sistemas heterogéneos. Definen dominios privados y compartidos de cada base de conocimiento de los agentes para capturar un escenario general donde cada agente tiene creencias privadas y creencias compartidas con otros agentes. Bajo tal estructura de conocimiento, cada agente puede tener su propia perspectiva del mundo pero necesita coordinar sus creencias sobre elementos compartidos. Se pide que los agentes mantengan la consistencia en sus creencias sobre variables compartidas.

- [KGP10] KONIECZNY, S., GRESPAN, M. M., AND PÉREZ, R. P. Taxonomy of improvement operators and the problem of minimal change. In *Twelfth International Conference on Principles of Knowledge Representation and Reasoning (KR'10)* (2010).

- [KM92] KATSUNO, H., AND MENDELZON, A. On the difference between updating a knowledge data base and revising it. *Belief Revision* (1992), 183–203.

En este trabajo se presentan los operadores de updating y borrado. Los mismos son la contraparte de las operaciones de revisión y contracción. La diferencia radica en que los últimos operadores pretenden modelar cambios en el conocimiento, pero asumiendo que el mundo es estático. En cambio, los operadores de updating y erasure permiten modelar cambios en el mundo, es decir, se asume que el mundo real es dinámico. Este nuevo tipo de operadores se definen sobre bases de conocimiento y las caracterizaciones axiomáticas se dan en función de mínimas distancias entre modelos.

- [KTGF09] KRÜMPPELMANN, P., TAMARGO, L. H., GARCÍA, A. J., AND FALAPPA, M. A. Forwarding credible information in multi-agent systems. *Proceedings of the 3rd International Conference on Knowledge Science, Engineering and Management (KSEM 2009) 5914/2009* (November 2009), 41–53.

Basado en el modelo epistémico que hemos propuesto en [TGFS08], en este artículo hemos propuesto diferentes estrategias para la retransmisión de infor-

mación a otros agentes. En particular, estudiamos como elegir racionalmente la meta-información asociada a la creencia a ser enviada. Esto es, en este trabajo hemos descrito diferentes criterios para retransmitir información los cuales determinan cual es la meta-información que va a ser considerada por el receptor al momento de razonar. Inicialmente son introducido y analizados tres criterios, y luego de ellos proponemos un criterio más elaborado que toma en consideración la plausibilidad de las sentencias obtenida desde la credibilidad de los agentes.

- [Lev77] LEVI, I. Subjunctives, dispositions and chances. *Synthese* 34, 4 (1977), 423–455.

En este artículo se abordan ciertos conceptos relacionados a la teoría de cambio de creencias. Se formula la famosa identidad de Levi, que descompone a un proceso de revisión en dos operaciones más atómicas: una contracción seguida de una expansión.

- [Lew73] LEWIS, D. *Counterfactuals*. Harvard University Press, Cambridge, Massachusetts, 1973.

En este libro se introducen los condicionales contrafácticos, esto es, condicionales de la forma “si fuera el caso en que vale A entonces debería ser el caso en que vale B”. Se da una semántica de mundos posibles, asumiendo la existencia de un sistema de esferas centrado en un único mundo. A su vez, se definen distintos tipos de condicionales contrafácticos y se definen nuevos operadores modales a partir de tales condicionales.

- [LW99] LIU, W., AND WILLIAMS, M.-A. A framework for multi-agent belief revision, part i: The role of ontology. In *Australian Joint Conference on Artificial Intelligence* (1999), pp. 168–179.

En este trabajo se muestra un análisis de revisión de creencias en sistemas multi-agente. Allí se detalla una jerarquía que ilustra los diferentes enfoques que existen en el área mencionada, entre los que se destacan revisión de creencias en sistemas multi-agentes (*Multi-agent belief revision*) y revisión de creencias basado en múltiples fuentes (*Multi-source belief revision*). Este artículo se enfoca en revisión de creencias en sistemas multi-agente, *i.e.*, intentan mantener la consistencia global del sistema con técnicas de revisión de creencias. Analizan y estudian como la heterogeneidad de los sistemas multi-agentes afecta los procesos de revisión de

creencias. Luego, los autores proponen solucionar el problema de heterogeneidad usando diferentes tipos de ontologías.

[LW01] LIU, W., AND WILLIAMS, M.-A. A framework for multi-agent belief revision. *Studia Logica* 67, 2 (2001), 291–312.

[Mak97] MAKINSON, D. Screened revision. *Theoria: Special Issue on Non-Prioritized Belief Revision* (1997).

En este trabajo, Makinson presenta de una manera “informal” un operador de revisión no priorizado en el cual la sentencia a incorporar es incorporada al estilo AGM si la misma no contradice un conjunto de sentencias consideradas como “sacrosantas”. Se presentan tres posibles construcciones del operador de screened revision pero no se dan caracterizaciones axiomáticas de los mismos.

[MC02] MCKNIGHT, D. H., AND CHERVANY, N. L. Notions of reputation in multi-agent systems: A review. In *Proceedings of the 34th Hawaii International Conference on System Sciences* (2002).

[MJO94] MALHEIRO, B., JENNINGS, N., AND OLIVEIRA, E. Belief revision in multi-agent systems. *Proceeding of the 11th European Conference on Artificial Intelligence (ECAI 94)* (1994), 294–298.

[MM02] MUI, L. HALBERSTADT, A., AND MOHTASHEMI, M. Notions of reputation in multi-agent systems: A review. In *Proceedings of the First International Joint Conference on Autonomous Agents and Multiagent Systems (AAMAS-02)* (Bologna, Italy, 2002), pp. 280–287.

[RG95] RAO, A. S., AND GEORGEFF, M. P. Bdi agents: From theory to practice. In *Proceedings of the First International Conference on Multi Agent Systems (ICMAS'95)* (Junio 1995), San Francisco, USA, pp. 312–319.

Este artículo explora un tipo particular de agente racional, Belief-Desire-intention (BDI) agent. El objetivo principal de este artículo es integrar (a) los fundamentos teóricos de los agentes BDI desde una perspectiva decisión-teórica y una perspectiva de razonamiento simbólico; (b) las implementaciones de los agentes BDI desde una perspectiva teórica y desde una perspectiva más práctica; y (c) la construcción de aplicaciones a gran escala basadas en agentes BDI.

- [SF01] SIMARI, P. D., AND FALAPPA, M. A. Revision of informant plausibility in multi-agent systems. *Journal of Computer Science and Technology* 2, 5 (2001).

En este trabajo, los autores sugieren la organización de los informantes de un sistema multi-agente en un orden parcial que compara la plausibilidad de los mismos. A partir de esto, proponen que este orden parcial no necesita permanecer estático a lo largo de la vida del agente. Por lo tanto, De esta manera, proponen la aplicación de operadores de cambio, no para las creencias en si mismas, sino para el orden parcial. Estos operadores son usados para alterar la estructura de la credibilidad de los informantes. También caracterizan estos operadores a través de postulados y construcciones.

- [SS01] SABATER, J., AND SIERRA, C. Regret: A reputation model for gregarious societies. *Proceedings of the Fourth Workshop on Deception, Fraud and Trust in Agent Societies* (2001), 61–69.

ReGreT es un sistema modular de confianza y reputación orientado a ambientes de e-commerce donde las relaciones sociales entre los individuos juega un rol importante. El sistema toma en cuenta tres fuentes de información diferentes: experiencias directas, información testigo y estructuras sociales.

- [SS05] SABATER, J., AND SIERRA, C. Review on computational trust and reputation models. *Artificial Intelligence Review* 24, 1 (2005), 33–60.

En este artículo, presentan una selección de modelos de confianza y reputación que representan un buen ejemplo de las investigaciones hasta el 2005. Proponen un conjunto de aspectos especiales para clasificar los modelos de confianza y reputación. Estos aspectos han sido elegidos tomando en cuenta las características de los modelos computacionales actuales. Luego hacen una selección representativa de modelos de confianza y reputación describiendo las principales características de cada uno. Después clasifican los modelos usando los criterios que detallaron y finalizan el artículo con una discusión.

- [Ten94] TENNANT, N. Changing the theory of theory change: Towards a computational approach. *The British Journal for the Philosophy of Science* 45 (1994), 865–897.

En este artículo se ataca duramente a los principales formalismos para modelar la dinámica de conocimiento, principalmente al modelo AGM y sus derivados.

- [TFG08] TAMARGO, L. H., FALAPPA, M. A., AND GARCÍA, A. J. A comparative analysis of different models of belief revision using information from multiple sources. *Actas del XIV Congreso Argentino de Ciencias de la Computación (CACIC 2008)* (Octubre 2008), 448–459.

En este artículo realizamos un análisis comparativo entre diferentes enfoques de modelos para revisión de creencias en sistemas multi-agentes con multiples fuentes.

- [TGF07] TAMARGO, L. H., GARCÍA, A. J., AND FALAPPA, M. A. Knowledge dynamics in a khepera robots' application. *Actas del XIII Congreso Argentino de Ciencias de la Computación (CACIC 2007)* (Octubre 2007), 1408–1419.

En el trabajo "*Knowledge Dynamics in a Khepera Robots' Application*" se introdujo un preprocesador de percepciones que podía ser parte de un agente. El propósito del preprocesador es elegir un operador de cambio adecuado para almacenar las percepciones que un agente percibe desde el ambiente donde realiza sus actividades.

- [TGFS08] TAMARGO, L. H., GARCÍA, A. J., FALAPPA, M. A., AND SIMARI, G. R. Consistency maintenance of plausible belief bases based on agents credibility. *12th International Workshop on Non-Monotonic Reasoning (NMR)* (2008), 50–58.

En este artículo presentamos la primer aproximación al modelo de cambio que proponemos en esta tesis. Se introduce el modelo epistémico y la función de plausibilidad de las creencias. Luego, en base a estas nociones, sólo definimos el operador de revisión no priorizado, mostrando que el mismo sigue los principios de mínimo cambio, mantenimiento de consistencia y no priorización.

- [TGFS09] TAMARGO, L. H., GARCÍA, A. J., FALAPPA, M. A., AND SIMARI, G. R. A belief revision approach to inconsistency handling in multi-agent systems. *The IJCAI-09 Workshop on Nonmonotonic Reasoning, Action and Change (NRAC)* (2009), 63–70.

En este artículo hemos realizado una comparación del método utilizado por la función de plausibilidad que hemos definido en la tesis y un método utilizado por

Benferhat *et. al.* en [BDP93], en el desarrollo de un procedimiento que determina si una sentencia es una consecuencia argumentativa de una base de conocimiento. Mostramos que a pesar de sus diferencias, los sistemas son equivalentes bajo ciertas restricciones razonables.

- [TGFS10] TAMARGO, L. H., GARCÍA, A. J., FALAPPA, M. A., AND SIMARI, G. R. Modeling knowledge dynamics in multi-agent systems based on informants (en prensa). *Proceedings of The Knowledge Engineering Review (KER)* (2010).

En este artículo hemos desarrollado un modelo epistémico para *multi-source belief revision* (MSBR) para el cual propusimos una manera racional de pesar las creencias usando un orden de credibilidad entre agentes. Para ello se definió una función de plausibilidad que es utilizada en la definición de un criterio para comparar las creencias. Además, en este trabajo se han definido diferentes operadores que describen un modelo de cambio completo basado en informantes: expansión, contracción, revisión priorizada y revisión no-priorizada. Para cada uno de ellos hemos dado una definición en forma constructiva y hemos mostrado una caracterización axiomática a través de teoremas de representación. Además, formalmente mostramos que nuestro formalismo cumple con algunos principios reconocidos en la literatura: mínimo cambio, mantenimiento de consistencia y no-priorización. De esta manera, aquí fue definido un modelo completo de cambio donde introducimos revisión priorizada y no-priorizada.

- [Woo98] WOOLDRIDGE, M. *Intelligent Agents. Multiagent System*. Weiss (editor), 1998, ch. 1, pp. 27–77.
- [Woo99] WOOLDRIDGE, M. Verifying that agents implement a communication language. In *Sixteenth National Conference on Artificial Intelligence (AAAI'99)* (Orlando, Florida, 1999), AAAI Press, pp. 52–57.
- [Zac99] ZACHARIA, G. Collaborative reputation mechanisms for online communities. In *Master's thesis* (Massachusetts Institute of Technology, 1999).