



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL SUR

TESIS DE DOCTOR EN CONTROL DE SISTEMAS

Control Adaptivo de Vehículos Subacuáticos Autónomos y Teleoperados con Perturbaciones

Jorge Luis Bustamante

Director: Mario A. Jordán

BAHIA BLANCA

ARGENTINA

2009

Prefacio

Esta Tesis se presenta como parte de los requisitos para optar al grado Académico de Doctor en Control de Sistemas, de la Universidad Nacional del Sur y no ha sido presentada previamente para la obtención de otro título en esta Universidad u otra. La misma contiene los resultados obtenidos en investigaciones llevadas a cabo en el ámbito del Departamento de Ingeniería Eléctrica y de Computadoras y el Instituto Argentino de Oceanografía, durante el período comprendido entre el 10 de Junio del 2003 y el 18 de Marzo de 2009, bajo la dirección de Dr. Mario Alberto Jordán, Profesor del Departamento de Ingeniería Eléctrica y de Computadoras de la Universidad Nacional del Sur (DIEC-UNS) e Investigador del Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET).

Jorge Luis Bustamante



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL SUR
Secretaría General de Posgrado y Educación Continua

La presente tesis ha sido aprobada el/...../..... , mereciendo la calificación de(.....)

Agradecimientos

Primeramente quiero agradecer especialmente a mi director, el Prof. Dr.-Ing. Mario A. Jordán, por haberme guiado, por medio de sus conocimientos y experiencia, en la realización de todos los resultados que se presentan en esta Tesis. También quiero agradecerle por el tiempo invertido en la búsqueda de nuevas ideas en nuestra línea de investigación, como así también su interés en mi formación tanto a nivel profesional como a nivel personal.

Al Departamento de Mecánica e Ingeniería Oceánica de la Universidad Técnica de Hamburgo-Harburgo, especialmente al Prof. Dr.-Ing. Edwin Kreuzer, al Dr.-Ing. Volker Schlegel y al Ing. Nguyen Hoang quienes por medio de un Proyecto de Cooperación Científica Tecnológica nos introdujeron al estudio de los vehículos subacuáticos.

Al Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas por posibilitar la realización de mis estudios de Posgrado gracias al financiamiento de los mismos mediante una Beca Doctoral.

Al Instituto Argentino de Oceanografía (IADO) por brindarme el espacio en donde realizar mis investigaciones y a mis compañeros del Grupo de Control Adaptivo en Ingeniería Oceánica (GCAIO), dirigido por el Dr.-Ing. Mario A. Jordán, con quienes comparto la labor de investigación diaria y el interés de la creación de nuevas líneas de investigación dentro de la Ingeniería Oceánica.

Al Departamento de Ingeniería Eléctrica y de Computadoras, de la Universidad Nacional del Sur, por haber sido la Institución que me ha formado como Ingeniero Electrónico y que me brinda la oportunidad de aspirar al título de Doctor en la disciplina de mi interés, como lo es el Control de Sistemas.

Finalmente, quisiera agradecer a mi familia por todo el cariño y el apoyo brindado a lo largo de estos años de estudio.

Resumen

La presente tesis tiene como principal objetivo el diseño de un sistema de control para la navegación automática de vehículos subacuáticos autónomos y teleoperados, asegurando propiedades de amplia maniobrabilidad y de alta performance de control en los 6 grados de libertad de movimiento, ante incertidumbres y variaciones temporales de la dinámica y bajo el efecto de perturbaciones externas del entorno y de cable.

El control desarrollado es del tipo adaptivo y está basado en el método de gradiente de velocidad con proyección dinámica suave, apto para una clase general y casi arbitraria de cambios paramétricos comunes a operaciones en la Ingeniería Oceánica. Se incluye en el diseño del sistema la dinámica parásita de los propulsores mediante la utilización de observadores de estados y disturbios para establecer la entrada óptima de los actuadores. Esta modificación produce una diferencia entre la fuerza de propulsión real y la fuerza ideal requerida por la acción de control, la cual es tratada como una perturbación endógena. Para este diseño se analiza en detalle la convergencia de los errores de trayectoria espacial y cinemática, la acotabilidad de las variables del lazo de control y la performance transitoria.

También se realizó el modelado del sistema barco-cable-vehículo para corrientes estacionarias y olas de componentes de baja y media frecuencia. Los resultados sugieren que la magnitud de la perturbación del cable (denominada perturbación exógena) puede ser controlada mediante la regulación del largo del cable.

Para ambos tipos de perturbaciones (endógena y exógena) se demuestra mediante teoremas que el controlador diseñado es totalmente estable. Esto significa que el error de seguimiento de trayectorias permanece acotado, alrededor del punto de equilibrio del sistema no perturbado, para perturbaciones y condiciones iniciales acotadas. El orden del error depende de la magnitud de las perturbaciones.

Los resultados perseguidos se orientaron a la aplicación en operaciones planificadas de muestreo y rastreo sobre el fondo marino, reduciendo eventualmente los tiempos de navegación a un mínimo sobre las trayectorias especificadas. Para la realización de esto último se diseñó un algoritmo de optimización del tiempo de recorrido de trayectorias de referencia geométricas. El algoritmo se incluyó en el esquema de control adaptivo demostrándose las propiedades de convergencia para el sistema completo.

Abstract

The present Thesis has as principal objective the design of a control system for the automatic navigation of autonomous and teleoperated underwater vehicles, assuring properties of high maneuverability and high control performance in the six degrees of freedom, in front of uncertainties and time-varying dynamics, under the effect of external perturbation of the environment and the cable.

The developed control is based on a speed-gradient adaptive law with a smooth dynamic projection, suitable for a general and almost arbitrary class of parametric changes, commons to operations in Oceanic Engineering. The parasitic dynamics of the thrusters is included in the system design by means of the use of state/disturbance observers to establish the optimal input to the actuators. This modification causes a difference between the ideal thrust required by the control action and the real thrust. The result is a force error that is dealt as an endogenous perturbation. The error convergence in the spatial and cinematic trajectories, the boundness of the variables in the control loop and the transitory performance are analyzed in detail.

The modelling of the system ship-cable-vehicle is also realized for stationary currents and waves of low and middle frequency. These results suggest that the magnitude of the cable perturbation (namely exogenous perturbation) can be controlled by means of the cable length regulation.

For both types of perturbation (endogenous and exogenous), the total stability of the designed controller is proved by theorems. This stability class means that the tracking error keeps bounded around the equilibrium point of the non-perturbed system for bounded perturbations and bounded initial conditions. The order of error depends on the magnitude of the perturbations.

The following results are oriented to the application in planned operations of sampling and path tracking on the sea bottom, eventually reducing the navigation time to a minimum over the specified trajectories. For the accomplishment of this last objective, an algorithm is designed to optimize the time used to cover the geometric trajectory reference. The algorithm is included in the scheme of the adaptive control and the convergence property is proved for the complete system.

Glosario

Variables

\overline{aa} directriz conteniendo el punto O en la polea del guinche y el punto R en el extremo de amarre con el ROV

a amplitud de la ola de excitación monocromática

a distancia horizontal de O'' observada desde O

a_0 coeficiente de Λ_f

$a_1 = x_c(L_a)$ coordenada x_c de O''

a_i elemento i de $a(s)$

$a(s)$ polinomio denominador de $g_{PID}g_2(s)$

a_x y a_z radios de oscilación de una órbita elíptica del extremo superior del cable

a_{x_i} coordenadas del propulsor i -ésimo respecto al eje x'

a_{y_i} coordenadas del propulsor i -ésimo respecto al eje y'

a_{z_i} coordenadas del propulsor i -ésimo respecto al eje z'

A matriz perteneciente a la representación en variables de estados de la dinámica de n_2

A_0 sección transversal del cable

A_c función matricial no lineal definida positiva vinculada con la fuerzas de Coriolis y Centrípeta del sistema

A_d función matricial no lineal definida positiva vinculada con la fuerza del sistema subacuático

A_m función matricial no lineal definida positiva vinculada con la masa del sistema

A_w área efectiva en la dirección del movimiento

b elevación del mástil del barco

b distancia vertical de O'' observada desde O

- $b_1 = z_c(L_a)$ coordenada z_c de O''
- b_i componentes de la base funcional \mathbf{B}
- b_i elemento i de $b(s)$
- \mathbf{b} vector perteneciente a la representación en variables de estados de la dinámica de n_2
- $b(s)$ polinomio numerador de la función transferencia $g_{PID}g_2(s)$
- B_i matrices de parámetros variantes en el tiempo que componen a \mathbf{g}
- \mathbf{b}_i vectores de dirección de fuerzas que produce el propulsor i -ésimo en los 6 modos de movimiento
- B matriz que contiene las direcciones de fuerzas que producen los n_τ propulsores en los 6 modos de movimiento
- \mathbf{B} base funcional
- $c(\cdot)$ una función vectorial
- $c(t)$ valores positivos reales
- c_0 supremo de $c(t)$
- $c(s)$ polinomio denominador de $g_1(s)$
- \mathbf{c} vector perteneciente a la representación en variables de estados de la dinámica de n_2
- c_0 cota de la derivada parcial de V respecto al tiempo
- c_1 cota de la derivada parcial de V respecto a $\tilde{\boldsymbol{\eta}}$
- c_2 cota de la derivada parcial de V respecto a $\tilde{\mathbf{v}}$
- c_{o_i} coeficiente constante dependiente del intervalo i
- C matriz generalizada de Coriolis y de fuerzas centrípetas respecto al sistema de coordenadas fijo al vehículo
- C_a matriz de fuerzas centrípetas y de Coriolis correspondiente a las componentes de masa aditiva
- C_b matriz de fuerzas centrípetas y de Coriolis correspondiente a la inercia del cuerpo
- $C_c(v)$ matriz componente de C que no contiene al término $\frac{1}{2}\dot{M}$
- C_{c_i} matrices de coeficientes variantes en el tiempo de C_c
- C_{cr} control de grúa
- C_D coeficiente de arrastre hidrodinámico

- C_{v_i} matrices componentes de C dependientes de cada v_i
- C_{Fc_1} control de fuerza desde el extremo superior del cable
- C_{Fc_2} control de fuerza desde el extremo inferior del cable
- c_K mínimo autovalor de K_p y K_v
- C_{rov} matriz de Coriolis y de fuerza centrípeta del ROV
- c_x coordenada de R según el eje x'
- c_y coordenada de R según el eje y'
- c_z coordenada de R según el eje z'
- c'_x, c'_z distancias horizontal y vertical entre los puntos R y O''
- c'_{i_k} constantes k contenidas en la fila i de la matriz $M^{-1}C(\mathbf{v})$
- C_η matriz generalizada de Coriolis y fuerzas centrípeta respecto al sistema de coordenadas fijo a tierra
- c_Γ mínimo autovalor de los Γ_i
- d profundidad de inmersión
- \mathbf{d} vector auxiliar
- d_{ij} componente de la matriz D_1 para la combinación de modos i y j (componente constante)
- $d_{l_{ij}}$ componente de la matriz D_0 para la combinación de modos i y j
- $d_{q_{ij}}$ componente de la matriz D_1 para la combinación de modos i y j (componente polinomial)
- $d'_{l_{i_k}}$ constante k perteneciente a la fila i de $M^{-1}D_0$
- D diámetro del ROV esférico
- D diámetro del cable
- D_0 matriz de amortiguamiento lineal
- D_1 aproximación de la matriz de amortiguamiento no lineal
- D matriz de arrastre generalizada con respecto al sistema de coordenadas fijo al vehículo
- D_l matriz componente de D que representa al amortiguamiento lineal
- \dot{d}_m velocidad auxiliar
- D_q matriz componente de D que representa al amortiguamiento cuadrático
- D_{q_i} Matrices de coeficientes variantes en el tiempo de D_q
- d_{ref} profundidad de referencia del cable

D_η matriz de arrastre generalizada con respecto al sistema de coordenadas fijo a tierra

E módulo de Young del cable

EA_0 rigidez del cable

e_c error en la entrada del propulsor $(n_r - n)$

\tilde{e}_c error de estimación $e_c - \hat{e}_c$

e_f error de Fuerza $F_{c_{ref}} - F_c$

$f(D, d)$ funciones de atenuación en $\gamma(\omega; D, d)$

$f(\dot{d}, d, \mu_i)$ función no lineal de la dinámica del vehículo dependiente de los estados y de los parámetros μ_i

\mathbf{f}^* vector de propulsión en la condición de equilibrio ν^*

\mathbf{F} función valuada vectorialmente que representa la dinámica discreta de d y \dot{d}

F_b Fuerza de flotabilidad neta restringido a un modo de movimiento

F_c Fuerza del cable restringido a un modo de movimiento

$F_{c_{ref}}$ tensión de referencia del cable

F_D fuerza de arrastre viscoso restringido a un modo de movimiento

$F_D(z_c)$ función de fuerza de arrastre sobre el cable en la dirección z_c

f_o evolución pasada de la hidrodinámica en $t = 0$

\mathbf{f}_g funciones vectoriales de la flotabilidad

f_i fuerza generada por el propulsor i

f_i^+ fuerza de propulsión positiva del propulsor i

f_i^- fuerza de propulsión negativa del propulsor i

\mathbf{f}_{ideal} vector de fuerza ideal deseada

F_r fuerza de radiación restringidos a un modo de movimiento

f_{sup} y f_{inf} valores de saturación de la fuerza f de los propulsores.

F_t Fuerza de los propulsores restringidos a un modo de movimiento

F_v función que contiene los términos dependientes de \dot{d} en F_D

\mathbf{f}_τ funciones vectoriales de la fuerza del actuador

\tilde{g} error de energía

g función escalar en el dominio vectorial \mathbf{f}

g funciones de contracción en $\gamma(\omega; D, d)$

g aceleración de la gravedad

- \mathbf{g} fuerza de flotabilidad generalizado respecto al sistema de coordenadas fijo al vehículo
- G_1 y G_2 matrices diagonales con funciones transferencias de Laplace que caracterizan la dinámica de \mathbf{n}_1 y \mathbf{n}_2
- $g_1(s)$ elemento de $G_1(s)$
- $g_2(s)$ elemento de $G_2(s)$
- $G_3(s)$ matriz diagonal con funciones de Laplace correspondientes a filtros pasabajos para \mathbf{n}
- $g_3(s)$ elemento de $G_3(s)$
- g_i componente del vector \mathbf{g} en el modo de movimiento i
- $\mathbf{g}_1, \mathbf{g}_2$ vectores componentes de \mathbf{g} dependientes de los estados
- g_i bases del regresor ϕ_i
- $\mathbf{g}_{IC_1}(s)$ vector con funciones transferencias de Laplace que caracterizan el efecto de la condición inicial $\mathbf{x}_{1t}(t_0)$
- $\mathbf{g}_{IC_2}(s)$ vector con funciones transferencias de Laplace que caracterizan el efecto de la condición inicial $\mathbf{x}_t(t_0)$
- $g_{PID}(s)$ elemento de $G_{PID}(s)$
- G_L expresión multivariable, $G_L = L - L_a$
- G_{PID} matriz diagonal con funciones transferencias de Laplace que caracterizan a los controladores PID de los propulsores DC
- \mathbf{g}_η fuerza de flotabilidad generalizada respecto al sistema de coordenadas fijo a tierra
- $h(t), h_0$ funciones de Heaviside
- $h(u, \mu_j)$ función no lineal de la dinámica del vehículo dependiente de la entrada u y de los parámetros μ_j
- h distancia vertical desde el punto O hasta el punto R
- h_{ROV} coordenada z del punto R respecto al sistema de coordenadas en O
- H componente de fuerza reactiva horizontal en el extremo O del cable
- H_{ROV} componente de fuerza reactiva horizontal en el extremo R del cable
- I_{ij} momentos de inercia respecto a los ejes principales i, j
- J momento de inercia del rotor
- J matriz de rotación
- J_1 matriz superior de J

- k_1 ganancia entre la corriente de armadura y la aceleración angular del tambor
- k_2 ganancia de transferencia entre velocidad angular y la fuerza contraelectromotriz del tambor
- $k_n, k_{\dot{n}}$ y $\mathbf{k}_{\hat{x}}$ ganancias apropiadas para las componentes de \hat{e}_c
- \mathbf{k}_{n_2} vector de ganancias para el error de velocidad $\bar{n}_2 - \hat{n}_2$
- K_1, K_2 matrices de ganancias diagonales de la característica de propulsión estática
- K_{D_1}, K_{D_2} ganancia derivativa del controlador PID en C_{Fc_1} y C_{Fc_2}
- K_{D_3} ganancia derivativa del controlador PID de la grúa de izado
- K_p matriz de diseño de ganancia para el vector de error de posición
- K_{P_1}, K_{P_2} ganancia proporcional del controlador PID en C_{Fc_1} y C_{Fc_2}
- K_{P_3} ganancia proporcional del controlador PID de la grúa de izado
- K_t ganancia de la dinámica de motor del propulsor
- K_v matriz de diseño de ganancia para los errores cinemáticos
- l_{ROV} coordenada x del punto R respecto al sistema de coordenadas en O
- L función Lagrangiano
- L largo total del cable
- L_a largo de sección del cable sin estiramiento correspondiente al tramo $\overline{OO''}$
- L_w largo de sección del cable sin estiramiento correspondiente al tramo $\overline{O''R}$
- L_{ref} largo de cable de referencia
- L_a inductancia de la armadura del motor de la grúa
- m masa del vehículo
- m orden de $g_{PID}g_2(s)$
- \bar{m} orden de $g_1(s)$
- m_∞ masa aditiva del vehículo en un grado de movimiento
- m_{aij} valores constantes de masa aditiva en cada modo de movimiento simple y cruzado i, j
- m'_{ik} elemento k de la fila i de M^{-1}
- M matriz de inercia generalizada respecto al sistema de coordenadas fijo al vehículo
- $M_a(t)$ matriz de componentes de masa aditiva
- $M_b(t)$ matriz de inercia del cuerpo
- $M_c(t)$ matriz conteniendo la parte continua de $M(t)$

M_{cr} momento del tambor de la grúa

M_{rov} Masa del ROV

M_u conjunto de elementos $\mathbf{u}_{i_j} \in \mathcal{R}^6$ tal que $\mathcal{P}(\mathbf{u}_{i_j}) \leq 0$

\bar{M}_u es el interior de M_u

$M_{u+\varepsilon} \setminus M_u$ capa circundante de espesor ε

$M_{u+\varepsilon}$ conjunto convexo, que se compone de la unión de M_u y la capa circundante

$$M_{u+\varepsilon} \setminus M_u$$

M_η matriz de inercia generalizada con respecto al sistema de coordenadas fijo a tierra

n_τ números de propulsores

\mathbf{n} vector de velocidad de giro de los propulsores

\mathbf{n}^* vector que contiene los valores n^* de los propulsores

n^* extremo local de n

$\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2$ componentes auxiliares del vector \mathbf{n}

$\bar{\mathbf{n}}_2$ vector auxiliar

n_i velocidad de giro del propulsor i

\mathbf{n}_r velocidad de giro de referencia de los propulsores

\dot{n}_s parte continua de \dot{n}

n_t es la velocidad de motor real

n_{t2} componente n_2 del motor real

n_u número de todos los elementos de los U_i

O centro de ejes de coordenada fijo a tierra

O punto de oscilación del extremo superior del cable

O' centro de ejes de coordenadas fijo al vehículo

O'' punto de contacto del tramo de cable aéreo con el agua

\bar{O} punto fijo sobre el cual se induce una orbita estacionaria

$\overline{OO''}$ sección aérea del cable sobre la línea de agua

$\overline{O''R}$ sección sumergida del cable,

p velocidad de rotación alrededor del eje x'

p coordenada lagragiana del cable estirado

P_{0_i} condición inicial de P_i

P_d energía disipativa del vehículo

- P_i matriz de covarianza del estimador
- P_n periodicidad de orden n
- q velocidad de rotación alrededor del eje y'
- $\dot{\mathbf{q}}$ sistema de velocidad en un eje fijo al cuerpo con centro en O'
- Q funcional de costo energético
- Q_1 funcional de costo energético del error de los parámetros $\mathbf{u}_{i_j} - \mathbf{u}_{i_j}^*$
- r velocidad de rotación alrededor del eje z'
- r radio del carretel donde se enrolla el cable
- R función matricial de rotación
- R punto de amarre del cable en el vehículo
- R_a resistencia de la armadura del motor de la grúa
- Re número de Reynolds
- s vector con una norma Euclideana $|s| = 1$
- s coordenada lagrangiana del cable sin estiramiento
- s_{ROV} coordenada y del punto R respecto al sistema de coordenadas en O
- T energía cinética del vehículo
- T tensión del cable en s
- T_O módulo de fuerza en el extremo superior del cable
- T_A energía cinética del fluido
- t_k instante de discontinuidad de la matriz de inercia $M(t)$
- T_{RB} energía cinética del cuerpo rígido
- u velocidad en la dirección x'
- u función de excitación monocromática aplicada sobre el vehículo
- \mathbf{u} acción de control
- \mathbf{u}_a vector del voltaje de armadura de los propulsores DC
- u_c velocidad de corriente en la dirección del plano del cable
- u_{cr} voltaje del motor de la grúa
- $u_{cr\text{mín}}$ y $u_{cr\text{máx}}$ voltajes de saturación de la grúa
- U_i matrices del control adaptivo
- U_i^* matrices de parámetros variantes en el tiempo
- \mathbf{u}_{i_j} vector columna j de U_i

- $\mathbf{u}_{i_j}^*$ vector columna j de U_i^*
- u_t voltaje del propulsor
- $u_{t\text{mín}}, u_{t\text{máx}}$ voltajes de saturación de los propulsores
- v velocidad en la dirección y'
- \mathbf{v} velocidad del vehículo sobre un eje de coordenadas fijo al mismo
- V energía potencial del vehículo
- V función candidata de Lyapunov
- V componente de fuerza reactiva vertical en el extremo O del cable
- $\mathbf{v}_0 = \mathbf{v}(t_0)$ condición inicial del vector de estados cinemático \mathbf{v}
- \mathbf{v}_a vector conteniendo las velocidades axiales de los propulsores
- \bar{v}_a velocidad axial real del propulsor
- \mathbf{v}_c velocidad del flujo de corriente sobre un eje de coordenadas fijo al vehículo
- v_i componente i -ésimo del vector \mathbf{v}
- \mathbf{v}_r vector de trayectoria de referencia cinemática
- $\tilde{\mathbf{v}}$ vector de error auxiliar de seguimiento de trayectoria de referencia cinemática
- \dot{V}_{PS} derivada temporal de V evaluada a lo largo de las soluciones del sistema perturbado
- V_{rov} volumen de agua desalojado por el ROV completamente sumergido.
- V_{ROV} componente de fuerza reactiva vertical en el extremo R del cable
- \dot{V}_s derivada temporal de V evaluada a lo largo de las soluciones del sistema no perturbado
- w velocidad en la dirección z'
- W_{ROV} peso del vehículo
- W peso total del cable
- W_w flotabilidad del vehículo
- x desplazamiento frontal o “surge”
- \mathbf{x} vector de estados que representan la dinámica de n_2
- $\tilde{\mathbf{x}}$ error de estimación de \mathbf{x}
- $\hat{\mathbf{x}}(t_0)$ valor inicial del estimador $\hat{\mathbf{x}}$
- x' eje de coordenada x del sistema fijo al vehículo
- $\mathbf{x}_{It}(t_0)$ vector de condiciones iniciales reales de la dinámica transferida de f a n_{t1}
- $\mathbf{x}_I(t_0)$ vector de condiciones iniciales para la dinámica transferida de f_{ideal} a n_1

- x_B coordenada del metacentro al centro O' respecto al eje x'
- x_c coordenada x coincidente con la directriz $\bar{a}\bar{a}$ en el plano inclinado
- x_G distancia entre el centro de masa G y el centro de referencia O' según el eje x
- $x_{it}(t_0)$ elemento i -ésimo de $\mathbf{x}_t(t_0)$
- $x_O(t)$ coordenada x del punto O respecto al sistema de coordenadas en \bar{O}
- $x_{O''}(t)$ coordenada x del punto O'' respecto al sistema de coordenadas en \bar{O}
- $x_R(t)$ coordenada x del punto R respecto al sistema de coordenadas en \bar{O}
- \mathbf{x}_t vector de estado del motor real
- y desplazamiento lateral o “*sway*”
- y' eje de coordenada y del sistema fijo al vehículo
- y_B coordenada del metacentro al centro O' respecto al eje y'
- y_G distancia entre el centro de masa G y el centro de referencia O' según el eje y
- $y_O(t)$ coordenada y del punto O respecto al sistema de coordenadas en \bar{O}
- $y_{O''}(t)$ coordenada y del punto O'' respecto al sistema de coordenadas en \bar{O}
- $y_R(t)$ coordenada y del punto R respecto al sistema de coordenadas en \bar{O}
- z desplazamiento vertical o “*heave*”
- z_i variable auxiliar
- \bar{z}_i variable auxiliar
- \mathbf{z} vector auxiliar
- z' eje de coordenada z del sistema fijo al vehículo
- z_B coordenada del metacentro al centro O' respecto al eje z'
- z_c coordenada z de un punto del cable en el plano inclinado
- z_G distancia entre el centro de masa G y el centro de referencia O' según el eje z
- $z_O(t)$ coordenada z del punto O respecto al sistema de coordenadas en \bar{O}
- $z_{O''}(t)$ coordenada z del punto O'' respecto al sistema de coordenadas en \bar{O}
- $z_R(t)$ coordenada z del punto R respecto al sistema de coordenadas en \bar{O}
- $\alpha(|\tilde{\boldsymbol{\eta}}|, |\tilde{\mathbf{v}}|)$ función de clase \mathcal{K}_∞
- α ángulo de giro determinado por las coordenadas del ROV tomadas con respecto al punto O
- α_0 nivel de persistencia excitante
- α_i coeficientes del polinomio de Hurwitz $\Lambda(s)$

α_i constantes reales

$\beta(|\tilde{\boldsymbol{\eta}}|, |\tilde{\mathbf{v}}|)$ función de clase \mathcal{K}_∞

β factor de olvido del estimador

β_0 ganancia de la dinámica de referencia

β_O ángulo de pendiente de la forma del cable en el extremo O

β_R ángulo de pendiente de la forma del cable en el extremo R

β_s ángulo que vincula la flecha del arco formado por la catenaria

γ función de amortiguamiento potencial

$\gamma(|\tilde{\boldsymbol{\eta}}|, |\tilde{\mathbf{v}}|)$ función de clase \mathcal{K}_∞

γ_0 mínimo de $\gamma(|\tilde{\boldsymbol{\eta}}|, |\tilde{\mathbf{v}}|)$

γ_0, γ_1 coeficientes de la dinámica de motor del propulsor

$\delta_1(\varepsilon)$ y $\delta_2(\varepsilon)$ valores reales positivos funciones de ε

δ_1 cota para las condiciones iniciales de error de trayectoria

δ_2 cota para las condiciones iniciales de fuerza de cable

$\delta(t)$ función delta de Dirac

$\delta\dot{L}$ función de corrección para el sistema de la grúa

$\delta\dot{d}$ función de corrección para los propulsores del ROV

δ_{ij_k} coeficientes k del término $d_{q_{ij}}$

$\delta_{ij_{k_l}}$ coeficientes k del término $d_{q_{ij}}$ en el intervalo l

$\delta'_{j_i k}$ constante k perteneciente a la fila i de $M^{-1}D_1(\mathbf{v})$

Γ_i matriz de ganancia definida positiva para el cálculo de U_i

$\Gamma_{R_1}, \Gamma_{R_2}$ matrices de ganancias definidas positivas de diseño para el algoritmo de generación de trayectorias de tiempo mínimo

$\boldsymbol{\Delta}_1$ y $\boldsymbol{\Delta}_2$ son los vectores de las perturbaciones acotadas

$\Delta\mathbf{f}$ error de fuerzas $\mathbf{f} - \mathbf{f}_{ideal}$

Δf componente de $\Delta\mathbf{f}$ de un propulsor cualquiera

$\Delta M_i h(t - t_i)$ componente de la parte discontinua de $M(t)$

Δn_i saltos discontinuos de n

$\Delta x(0), \Delta y(0), \Delta z(0), \Delta\phi(0), \Delta\theta(0), \Delta\psi(0)$ variaciones de la posición inicial del vehículo respecto a la posición de referencia $\boldsymbol{\eta}_r(0)$

$\Delta u(0), \Delta v(0), \Delta w(0), \Delta p(0), \Delta q(0), \Delta r(0)$ variaciones de la velocidad inicial del

vehículo respecto a la velocidad inicial de referencia $\mathbf{v}_r(0)$

ε valor real positivo arbitrariamente pequeño

ε_i es el error de estimación en el intervalo i , $z_i - \hat{z}_i$

$\zeta(t)$ trayectoria de estados $[d, \dot{d}]$

$\dot{\boldsymbol{\eta}}_c$ vector de velocidad del flujo de corriente respecto al eje fijo a tierra

$\boldsymbol{\eta}$ posición del cuerpo en el sistema de coordenadas fijo a tierra

$\boldsymbol{\eta}_r$ vector de trayectoria de referencia espacial

$\tilde{\boldsymbol{\eta}}$ vector de error de seguimiento de trayectoria de referencia espacial

η_{H_2O} viscosidad dinámica del agua.

$\boldsymbol{\eta}_0 = \boldsymbol{\eta}(t_0)$ condición inicial del vector de estados espacial $\boldsymbol{\eta}$

θ cabeceo frontal o “pitch”

$\boldsymbol{\theta}_b$ vectores de parámetros variantes en el tiempo, conteniendo coeficientes de flotabilidad

$\boldsymbol{\theta}_c$ vector de parámetros variantes en el tiempo, conteniendo coeficientes de fuerza de Coriolis y centrípeta

$\theta_{CD_{ij}}$ coeficiente j-ésimo del polinomio que aproxima a C_D en el intervalo i-ésimo de \dot{d}

θ_{CD_i} coeficiente i-ésimo del polinomio que aproxima a C_D en todo el rango de \dot{d}

$\boldsymbol{\theta}_{CD_i}$ vector de coeficientes que aproximan a la función C_D en el intervalo i-ésimo de \dot{d}

θ_i ángulo de inclinación del propulsor i -ésimo respecto al eje y'

θ_i coeficientes del controlador

$\boldsymbol{\theta}_i$ vector de parámetros de la identificación del sistema vehicular en el modo i

$\bar{\boldsymbol{\theta}}_i$ vector auxiliar de parámetros de la identificación del sistema vehicular en el modo i

$\boldsymbol{\theta}_m$ vector de parámetros variantes en el tiempo, conteniendo coeficientes de inercia

$\boldsymbol{\theta}_d$ vector de parámetros variantes en el tiempo, conteniendo coeficientes de arrastre

$\boldsymbol{\theta}_{Re}$ vector de parámetros para la identificación de la característica C_D en todo el dominio

$\boldsymbol{\theta}_u$ vectores de parámetros variantes en el tiempo, conteniendo coeficientes de fuerza de cable

$\boldsymbol{\theta}_\tau$ vector de parámetros variantes en el tiempo, conteniendo coeficientes de fuerza de propulsión y de cable

- κ respuesta impulsiva considerada por la memoria de la respuesta del fluido a desplazamientos repentinos del cuerpo
- κ parámetro de diseño para el algoritmo de generación de trayectorias de tiempo mínimo
- λ constante del filtro pasabajos
- $\Lambda(s)$ polinomio de Hurwitz que caracteriza la dinámica de referencia
- Λ matriz real definida positiva
- $\Lambda_f(s)$ polinomio de Hurwitz ajustable de la función de control ν
- $\boldsymbol{\mu}$ vector que describe los parámetros de control para el análisis de bifurcación
- μ_i, μ_j parámetros libres que influyen las características del comportamiento del sistema
- ν acción de control auxiliar del propulsor
- ν variable auxiliar para definir el tiempo virtual τ
- ν^* punto de equilibrio de la variable ν
- ν_0 condición inicial de ν
- ρ, ρ_w densidad del agua
- τ tiempo virtual
- $\boldsymbol{\tau}$ fuerza de propulsión generalizada ejercida en O' considerada desde el sistema de coordenadas fijo al vehículo
- $\boldsymbol{\tau}_c$ fuerza generalizada reactiva del cable umbilical
- $\boldsymbol{\tau}'_c$ fuerza del cable en el punto de amarre R del vehículo
- τ'_{c_x} fuerza del cable en la dirección del eje x'
- τ'_{c_y} fuerza del cable en la dirección del eje y'
- τ'_{c_z} fuerza del cable en la dirección del eje z'
- $\boldsymbol{\tau}_t$ vector generalizado de la fuerza de propulsión aplicado a O'
- $\boldsymbol{\tau}_{t_a}$ acción de control con controlador adaptivo
- $\boldsymbol{\tau}_{t_f}$ acción de control con controlador fijo
- τ_{t_i} componente del vector $\boldsymbol{\tau}_t$ en el modo de movimiento i
- $\boldsymbol{\tau}_r$ fuerza de radiación para estructuras semisumergibles
- $\boldsymbol{\tau}_\eta$ fuerza generalizada aplicada en el punto O' del vehículo considerada desde el sistema de coordenadas fijo a tierra

ϕ rolado o “roll”

ϕ_{CD_i} regresor de la identificación de la característica C_D en la partición i

ϕ_i regresor de la identificación de los parámetros del sistema vehicular en el modo i

$\bar{\phi}_i$ regresor auxiliar para la identificación de los parámetros del sistema vehicular en el modo i

φ_{Re} regresor de la identificación de la característica C_D en todo el dominio

ψ rumbo o “yaw”

ψ_i ángulo de inclinación del propulsor i -ésimo respecto al eje z'

ω frecuencia angular de la ola de excitación monocromática

ϑ función de autocorrelación

∂M_u contorno de M_u

$\partial M_{u+\varepsilon}$ contorno externo de $M_{u+\varepsilon}$

$\frac{\partial f_D}{\partial z_c}(z_c)$ función de distribución de carga de la fuerza de arrastre en la dirección z_c

\mathcal{D}_θ conjunto de parámetros físicos a estimar

\mathcal{D}_i partición de la velocidad \dot{d} en el intervalo i

\mathcal{K}_∞ función para acotar una función de Lyapunov y su derivada

\mathcal{L}_1 norma de Lebesgue 1

\mathcal{L}_2 norma de Lebesgue 2

\mathcal{L}_∞ norma de Lebesgue infinita

\mathcal{S}_{t_k} conjunto de instantes donde la masa es discontinua

$\mathcal{S}_t \setminus [0, t_0)$ conjunto de instantes de tiempo a partir del instante t_0

$\mathcal{S}_\theta, \mathcal{S}_\theta'$ conjunto de errores de trayectorias geométrica y cinemática

$\mathcal{S}_t \setminus \mathcal{S}_{t_k}$ conjunto de instantes donde la solución $\mathbf{v}(t)$ es continua

$\mathcal{S}_\eta \subset \mathcal{R}^6$ región de $\boldsymbol{\eta}$ en donde el ángulo θ de pitch (cabeceo frontal) cumple $|\theta| < \pi/2$

$\mathcal{S}_v \subset \mathcal{R}^6$ región de \mathbf{v}

$\mathcal{S}_{\eta_0} \subseteq \mathcal{S}_\eta$ región de la condición inicial $\boldsymbol{\eta}(t_0)$

$\mathcal{S}_{v_0} \subset \mathcal{S}_v$ región de la condición inicial $\mathbf{v}(t_0)$

$\mathcal{S}_{\tilde{\boldsymbol{\eta}}}$ región del error $\tilde{\boldsymbol{\eta}}$

$\mathcal{S}_{\tilde{\mathbf{v}}}$ región del error $\tilde{\mathbf{v}}$

\mathcal{S}_U conjunto compacto para las condiciones iniciales de los integradores

\mathcal{S}_∞ invariante de los errores de trayectorias geométrica y cinemática en $t = \infty$

Operadores

$Proy(\cdot)$ proyección dinámica suavizada

\mathcal{P} función convexa en el espacio paramétrico de \mathbf{u}_{i_j}

$\nabla_{\mathbf{u}_{i_j}} \mathcal{P}$ gradiente de \mathcal{P} respecto a \mathbf{u}_{i_j}

\hat{f} estimación de f

$\lambda_j(A)$ representa el autovalor j de la matriz A

$L^{-1}\{\cdot\}$ transformada inversa de la función de Laplace

$|g|_1$ norma \mathcal{L}_1 de la respuesta impulsiva desvaneciente de g

$|g|_\infty$ norma \mathcal{L}_∞ de la respuesta impulsiva desvaneciente de g

$\|\cdot\|$ norma del vector

Abreviaturas

AUV: Autonomous Underwater Vehicle (Vehículo subacuático autónomo)

MRAC: Model Reference Adaptive Control (Control adaptivo de modelo de referencia)

PE Persistente Excitante

ROV: Remotely Operated Vehicle (Vehículo operado remotamente)

SG: Speed Gradiente (Gradiente de velocidad)

ODE: Ordinary Differential Equation (Ecuación Diferencial Ordinaria)

t/a : tire y afloje

Índice general

1. Introducción	1
1.1. Descripción preliminar	1
1.2. Planteo del problema	3
1.3. Objetivo	5
1.4. Contenido	6
2. Dinámica de estructuras de navegación subacuática	9
2.1. Introducción	9
2.2. Dinámica no lineal variante en el tiempo	10
2.3. Sistemas de Referencia	11
2.4. Dinámica de los vehículos subacuáticos	12
2.4.1. Matriz de inercia	16
2.4.2. Fuerzas centrípetas y de Coriolis	17
2.4.3. Fuerza de amortiguamiento:	19
2.4.4. Fuerza de flotabilidad neta	19
2.4.5. Fuerza de propulsión generalizada	21
2.4.6. Fuerza reactiva del cable	24
2.5. Sobre la variabilidad temporal de los parámetros físicos	24
2.6. Existencia y unicidad de soluciones	25
2.7. Simplificaciones en la dinámica en vehículos subacuáticos	26
2.7.1. Dinámica del centro de masa	26
2.7.2. Ejes de simetría	27
2.8. Conclusiones	28
3. Análisis y control de un sistema cable umbilical-ROV en 1 grado de libertad	31
3.1. Introducción	31

3.2.	Dinámica en un grado de libertad	34
3.3.	Análisis de estabilidad de oscilaciones no lineales	43
3.4.	Regiones de estabilidad	48
3.5.	Control de Tiro y afloje	53
3.5.1.	Ley de Control no lineal	56
3.5.2.	Diseño de un controlador de velocidad para el ROV	58
3.5.3.	Controladores de fuerza	63
3.5.4.	Resumen de los componentes de control	65
3.6.	Control de oscilaciones	66
3.7.	Performance de control en el seguimiento de trayectorias	69
3.8.	Tensión del cable	74
3.9.	Conclusiones	76
4.	Identificación de parámetros hidrodinámicos en vehículos subacuáticos	79
4.1.	Introducción	79
4.2.	Identificación de parámetros hidrodinámicos en movimientos de un grado de libertad	81
4.2.1.	Identificación de las masas	82
4.2.2.	Estudio de convergencia	86
4.3.	Identificación de parámetros hidrodinámicos en movimientos de seis grados de libertad	91
4.3.1.	Identificación	94
4.3.2.	Identificabilidad	96
4.3.3.	Algoritmo de identificación	97
4.3.4.	Convergencia	99
4.4.	Simulaciones numéricas	100
4.5.	Conclusiones	109
5.	Control adaptivo de vehículos subacuáticos	113
5.1.	Introducción	113
5.2.	Diseño de un controlador adaptivo	116
5.2.1.	Funcional de costo para seguimiento de trayectorias	116
5.2.2.	Leyes adaptivas	119
5.2.3.	Leyes adaptivas modificadas	120
5.3.	Estabilidad y convergencia	121

5.3.1. Performance de la dinámica dominante controlada	121
5.3.2. Performance de la dinámica controlada con actuadores estáticos	129
5.3.3. Performance de la dinámica controlada con actuadores dinámicos	131
5.4. Problema de seguimiento de trayectorias con perturbación	142
5.5. Pautas para la sintonización de parámetros de diseño	146
5.5.1. Selección de los parámetros de diseño del controlador	146
5.5.2. Selección de parámetros de diseño del observador	147
5.6. Caso de estudio: vehículo subacuático no tripulado en los 6 grados de libertad . .	148
5.6.1. Seguimiento de trayectorias	149
5.6.2. Parámetros del vehículo	150
5.6.3. Condiciones ambientales	151
5.6.4. Parámetros de diseño del control adaptivo	151
5.6.5. Simulaciones numéricas	152
5.7. Conclusiones	160
6. Generación de trayectorias de referencia de tiempo mínimo	165
6.1. Introducción	165
6.2. Referencias de tiempo óptimo	167
6.3. Heurística para una estrategia óptima	168
6.4. Algoritmo	168
6.5. Análisis de puntos de equilibrio	171
6.5.1. Equilibrios patológicos	172
6.6. Implementación	173
6.7. Estudio de convergencia	174
6.8. Simulaciones numéricas	179
6.8.1. Simulación I: Trayectoria planar	179
6.8.2. Simulación II: Trayectoria en 3D	183
6.9. Conclusiones	185
7. Control adaptivo de vehículos subacuáticos bajo perturbaciones inducidas por cable y entorno	187
7.1. Introducción	187
7.2. Modelo cuasi-estacionario del cable	190
7.2.1. Configuración planar	190

7.2.2.	Órbita del punto de amarre	192
7.2.3.	Ecuaciones del cable	193
7.2.4.	Solución general de perfil del cable	195
7.2.5.	Fuerzas en los extremos	197
7.2.6.	Momentos	197
7.2.7.	Longitud del cable	197
7.3.	Determinación del perfil geométrico y la fuerza del cable sobre el vehículo	199
7.3.1.	Algoritmo	199
7.3.2.	Resultados experimentales	200
7.4.	Influencia de la fuerza del cable en la dinámica del vehículo subacuático controlado	201
7.4.1.	Tironeo del cable	202
7.4.2.	Seguimiento de trayectorias con tironeo del cable	202
7.5.	Oscilaciones no lineales forzadas	208
7.5.1.	Velocidad crítica del vehículo	208
7.5.2.	Rigidez de la catenaria	209
7.5.3.	Oscilaciones no lineales	211
7.6.	Caso de estudio	212
7.6.1.	Seguimiento de trayectorias	213
7.6.2.	Regulación en un punto fijo	217
7.7.	Conclusiones	222
8.	Conclusiones	225

Índice de figuras

2.1. Sistemas de referencias indicadas sobre un caso de estudio (prototipo real de ROV en la TUHH-MUM, Alemania)	11
2.2. Característica estática de los propulsores (Foseen, 1994)	23
3.1. Vehículo operado remotamente y barco de superficie	35
3.2. Sistema cable umbilical-ROV en condición de tirantez (izquierda) y en condición de afloje (derecha)	36
3.3. Coeficiente de arrastre para un cuerpo de forma esférica en función del número de Reynolds	38
3.4. Coeficiente de arrastre en función de la velocidad para diferentes diámetros	39
3.5. Característica de la fuerza de arrastre para diferentes diámetros	40
3.6. Amortiguamiento potencial de un cuerpo esférico sumergido con $D = 2[m]$ y $d = 15[m]$	41
3.7. Respuesta impulsiva para diferentes diámetros D y profundidades d	42
3.8. Comportamiento de período 4 (P4) en la dinámica de un ROV según modelo 1	47
3.9. Detección de bifurcaciones para un caso P4 sobre las series de Cauchy	48
3.10. Región de estabilidad: amplitud vs. frecuencia para $C_D = 0,2$, $EA_0 = 10^6(N)$ y $L = 50$ (m)	51
3.11. Región de estabilidad: diámetro del ROV vs. constante de rigidez del cable para $C_D = 0,2$, $a = 1$ (m), $\omega = 1$ (rad/s) and $L = 50$ (m)	52
3.12. Región de estabilidad: profundidad del ROV vs. frecuencia para $C_D = 0,2$, $a = 1$ (m) y $EA_0 = 10^6$ (N)	53
3.13. Evolución de la fuerza del cable para una ola de amplitud $a = 0,1$ (m), frecuencia $\omega = 1,87$ (rad/s), rigidez constante $EA_0 = 10^6$ (N) y largo del cable $L = 50$ (m)	54
3.14. Control de profundidad y tensión del cable en operaciones de ascenso y descenso de un ROV	55

3.15. Comparación de regiones de estabilidad: profundidad de ROV vs. amplitud de la ola para $EA_0 = 10^6$ (N) y $\omega = 1$ (rad/s). Arriba: sin control. Abajo: con control .	68
3.16. Construcción de un atractor extraño para el comportamiento de sistema de control con $a = 0,45$ (m), $\omega = 4,11$ (rad/s), $EA_0 = 10^6$ (N) y $L = 50$ (m). La sección de corte se halla en $\ddot{d} = -10$ (m/s ²)	69
3.17. Evolución del largo del cable del ROV, de la fuerza del cable y de la velocidad del ROV para $a = 0,5$ (m), $\omega = 0,55$ (rad/s) y $EA_0 = 10^6$ (N)	71
3.18. Evolución del largo del cable, del cuadrado de la tensión de los propulsores y de la tensión de la grúa del motor para $a = 0,5$ (m), $\omega = 0,55$ (rad/s) y $EA_0 = 10^6$ (N)	71
3.19. Evolución del largo del cable, de la fuerza del cable y de la velocidad del ROV para $a = 0,75$ (m), $\omega = 0,55$ (rad/s) y $EA_0 = 10^6$ (N)	72
3.20. Evolución del largo del cable, del cuadrado de la tensión de los propulsores y de la tensión del motor de la grúa para $a = 0,75$ (m), $\omega = 0,55$ (rad/s) y $EA_0 = 10^6$ (N)	72
3.21. Evolución del largo del cable, de la fuerza del cable y de la velocidad del ROV para $a = 0,45$ (m), $\omega = 0,86$ (rad/s) y $EA_0 = 10^6$ (N)	73
3.22. Evolución del largo del cable, del cuadrado de la tensión de los propulsores y de la tensión del motor de la grúa para $a = 0,45$ (m), $\omega = 0,86$ (rad/s) y $EA_0 = 10^6$ (N)	74
3.23. Evolución del largo del cable,de la fuerza del cable y de la velocidad del ROV para $a = 0,75$ (m), $\omega = 0,86$ (rad/s) y $EA_0 = 10^6$ (N)	75
3.24. Evolucion del largo de cable, del cuadrado de la tensión de los propulsores y de la tensión de la grúa del motor para $a = 0,75$ (m), frecuencia $\omega = 0,86$ (rad/s) y $EA_0 = 10^6$ (N)	75
3.25. Comparación de la fuerza del cable para $a = 0,15$ [m], $\omega = 1,87$ [rad/s] y $L = 50$ [m]. Arriba: sin control. Abajo: con control	76
4.1. Evolución temporal de la velocidad \dot{d} a través de zonas de distintos intervalos de no linealidad	87
4.2. Coeficientes de arrastre para cuerpos de diferentes geometrías	92
4.3. Fuerza de arrastre y patrones de flujo para cuerpos cilindricos	94
4.4. Evolución monocromática de la suma de fuerzas F_t y F_c usadas en la estimación	101
4.5. Evolución de la velocidad \dot{d} medida para la estimación	102

4.6. Evolución temporal de las estimas $\hat{\theta}_1$ en los diferentes intervalos. También θ_1 verdadero para el intervalo 1	103
4.7. Evolución temporal de las estimas $\hat{\theta}_2$ en los diferentes intervalos. También θ_2 verdadero	104
4.8. Evolución temporal de las estimas $\hat{\theta}_3$ en los diferentes intervalos	104
4.9. Evolución temporal de las estimas $\hat{\theta}_4$ en los diferentes intervalos	105
4.10. Evolución temporal de las estimas $\hat{\theta}_5$ en los diferentes intervalos	105
4.11. Evolución temporal de las estimas $\hat{\theta}_6$ en los diferentes intervalos	106
4.12. Evolución temporal de la estimación de la masa. También su valor verdadero . .	106
4.13. Evolución temporal de la estimación de la masa infinita. También su valor verdadero	107
4.14. Evolución temporal de las estimas de los términos constantes de $\hat{\theta}_1$, a saber: c_{o_2} y c_{o_3}	107
4.15. Característica de la fuerza de arrastre viscoso y aproximaciones identificadas en tres intervalos (sin empalme via spline)	108
4.16. Filtro de alisamiento (spline de grado 3) para la característica de la fuerza de arrastre	108
5.1. Control adaptivo para un vehículo con un conjunto de propulsores con dinámica parásita despreciada	120
5.2. Control adaptivo para un vehículo subacuático con propulsores con característica estática	130
5.3. Determinación del error de Δf en los propulsores	138
5.4. Sistema de control adaptivo perturbado	142
5.5. Trayectoria de referencias en una misión de toma de muestras.	149
5.6. Seguimiento de trayectorias en los modos de posición ($\boldsymbol{\eta}$ vs. $\boldsymbol{\eta}_r$). A la derecha se observa su comportamiento transitorio	154
5.7. Seguimiento de trayectorias en los modos cinemáticos (\mathbf{v} vs. \mathbf{v}_r). A la derecha se observa su comportamiento transitorio	155
5.8. Efecto de cambios de inercia súbitos durante el muestreo	156
5.9. Efecto del desplazamiento de carga ("sloshing") en el comportamiento del vehículo	157
5.10. Evolución de los empujes de los propulsores (\mathbf{f} vs. \mathbf{f}_{ideal})	158
5.11. Evolución de las velocidades de los motores de los propulsores (\mathbf{n}_t vs. $G_3\mathbf{n}_{ideal}$) .	159
5.12. Fenómenos de histéresis en la evolución de las fuerzas y velocidades rpm debido a la característica estática y dinámica de los propulsores	160

6.1. Control adaptivo con la generación automática de referencias óptimas	174
6.2. Trayectorias de referencia y real en forma planar - Simulación I	180
6.3. Evolución comparativa de los tiempos verdadero t y virtual τ , y de la velocidad $\dot{\tau} = v$ durante el movimiento del vehiculo autónomo según la trayectoria de referencia geométrica	181
6.4. Evaluación de la performance de control para algunos modos principales en el sistema de control adaptivo	182
6.5. Evolución de la fuerza en los propulsores de vehículo que resultan maximizadas mediante el algoritmo de tiempo óptimo	182
6.6. Trayectoria de referencia y trayectoria real en una visualización en 3D - Simulación II	183
6.7. Evolución de los tiempos virtual τ y real t , y de la velocidad $\dot{\tau} = v$ durante el movimiento del vehículo autónomo a través de la trayectoria de referencia	184
6.8. Evolución de la performance de control para algunos estados en el sistema de control adaptivo	184
6.9. Evolución de la fuerza en el propulsor del vehículo que resulta maximizada mediante el algoritmo de tiempo óptimo	185
7.1. Sucesión de posiciones del ROV para la exploración del fondo del mar con altitud constante servocontrolada	191
7.2. Operación del sistema cable-ROV desde un barco madre bajo la acción de corriente y ola monocromática	192
7.3. Fuerzas en el plano inclinado x_c - z_c que contiene al cable	194
7.4. Determinación experimental del perfil geométrico del cable en canal de corriente	201
7.5. Secuencia del perfiles geométricos del cable para diferentes largos y posiciones del vehículo	210
7.6. Evolución del perfil geométrico del cable durante el seguimiento de trayectorias en los controles adaptivo y fijo en uno y otro sentido respecto a la corriente	214
7.7. Evolución del ángulo β_s durante el seguimiento de trayectorias en los controles adaptivo y fijo	215
7.8. Evolución de la fuerza del cable durante el seguimiento de trayectorias en los controles adaptivo y fijo	215
7.9. Evolución del error de seguimiento \tilde{x} en los controles adaptivo y fijo	216
7.10. Evolución del error de seguimiento \tilde{z} en los controles adaptivo y fijo	216

7.11. Evolución del error de seguimiento $\tilde{\theta}$ en los controles adaptivo y fijo	217
7.12. Oscilaciones en el sistema de control adaptivo durante la regulación con un largo del cable variable $L(t)$ en aumento	218
7.13. Oscilaciones en el sistema de control fijo durante la regulación con un largo del cable variable $L(t)$ en aumento	219
7.14. Fuerza del cable generada durante la regulación en los modos adaptivo y fijo . . .	219
7.15. Evolución de los propulsores en regulación durante el controlador adaptivo . . .	220
7.16. Evolución de los propulsores en regulación durante el controlador fijo	221

Índice de tablas

3.1. Parámetros de diseño y operación	49
3.2. Parámetros de simulación básicos	50
3.3. Componentes del sistema de control	66
3.4. Configuración de los parámetros para las simulaciones	67
5.1. Parámetros dinámicos del sistema vehículo	150
7.1. Parámetros utilizados en el experimento	200
7.2. Estimación de fuerzas	200
7.3. Relaciones de fuerza y catenaria en la Fig. (7.5)	211
7.4. Parámetros de experimentos	213

Capítulo 1

Introducción

1.1. Descripción preliminar

Los vehículos subacuáticos no tripulados son básicamente plataformas de instrumentos o herramientas facultados para la navegación asistida por teleoperación humana o automática. Los mismos son ampliamente usados en diversas disciplinas de la Ingeniería Oceánica y las Ciencias del Mar. Las aplicaciones típicas se encuentran en la asistencia a la construcción de plataformas oceánicas de prospección, monitoreo y muestreo en el fondo del mar, operaciones de búsqueda y rescate, entre otras (ver por ejemplo Fossen, 1994; Kijima y Fossen, 2000; El-Hawary, 2001).

Entre los vehículos subacuáticos existen diferentes tipos, pudiéndose diferenciar dos grandes clases, a saber: los vehículos que se encuentran conectados a un barco madre a través de un cable umbilical, el cual les suministra energía y la posibilidad de ser teleoperados, conocidos como ROVs (Remotely Operated Vehicles), y por otra parte, los vehículos subacuáticos autónomos denominados AUVs (Autonomous Underwater Vehicles), los cuales poseen disponibilidad de energía propia y cierto margen para tomar decisiones por sí mismos en la navegación. La conexión de un ROV con el operario permite obtener la información suministrada de los sensores del vehículo y de sus cámaras al barco y enviar las decisiones de control para su guía basadas en la visión de cámara.

Al margen de algunas diferencias tecnológicas que poseen estos vehículos comparativamente, el estudio de su dinámica es similar, con la salvedad de la interacción cable-vehículo presente en los ROVs, la cual plantea a veces perturbaciones serias en la navegación en am-

bientes corrientosos. Otra diferencia marcada está en los grados de libertad de movimiento. Por lo general los AUVs son más limitados en sus movimientos que los ROVs. Esto último es debido al diseño en la distribución de los actuadores que los convierten en sistemas subactuados y sobreactuados, respectivamente.

El seguimiento de trayectorias de referencia hacia objetivos estipulados o el rastreo a baja altitud sobre un fondo irregular, o incluso la regulación del vehículo alrededor de un punto de operación bajo perturbaciones de corrientes deben ser alcanzadas con precisiones adecuadas a la calidad de la misión. Una precisión de pocos centímetros no serían logrables en general con la teleoperación humana solamente, aunque muchas veces esta calidad está reñida con los sensores de posicionamiento que usualmente son de precisión pobre.

Estas necesidades son cubiertas en general por sistemas de control de posicionamiento dinámico y navegación. Teniendo en cuenta las perturbaciones exógenas actuantes sobre el vehículo y el grado de incertidumbre en el conocimiento de la dinámica del mismo, es que el control debería tener por lo menos una robustez inherente otorgada en el diseño.

La aplicación de sistemas de control en estos casos es muy amplia y variada. El estado actual del arte revela avances y objetivos futuros para esta Tesis. Por ejemplo en (Buckham *et al.*, 2003; Caccia y Veruggio, 2000; Do *et al.*, 2004; Yoerger y Slotine, 1985; Zanolli y Conte, 2003), se exponen diseños de control robusto, inteligente difuso, de modo deslizante y controles PID simples. En todos ellos, las características no lineales del vehículo resultan importantes en el diseño y en el control elegido. La solución más sencilla resulta de asumir la invariabilidad de los coeficientes de arrastre de la hidrodinámica en cada modo de movimiento e independizarlo de la velocidad. Esta alternativa crea incertidumbres que son asumidas como acotadas paramétricamente y su influencia no es desestabilizante asintóticamente, aunque sí una causa de imprecisión significativa. Esto se debe a que, a diferencia de los vehículos terrestres, aquí en el caso de los vehículos subacuáticos es necesario considerar la interacción hidrodinámica con el medio que los rodea. Esto se pone de manifiesto a través de la masa aditiva y la fuerza de amortiguamiento ejercida sobre el vehículo, la cual depende cuadráticamente de la velocidad lineal y angular del mismo. Usualmente, el modelo de la dinámica contiene incertidumbres estructurales considerables en las características no lineales de las fuerzas de fricción y de arrastre debido a transiciones entre laminaridad y turbulencia de la hidrodinámica. Estas incertidumbres

hacen dificultoso obtener comportamientos controlados aceptables y comúnmente la aplicación del control robusto sólo puede asegurar la estabilidad a costa de la degradación de la performance (Caccia y Veruggio, 2000; Do *et al.*, 2004). Otros aportes teóricos con aplicaciones exitosas a vehículos autónomos subacuáticos son reportados por ejemplo en (Fossen y Sagatun, 1991; Cunha *et al.*, 1995; Hsu, *et al.*, 2000; Do *et al.*, 2002; Antonelli *et al.*, 2003; Antonelli *et al.*, 2004; Smallwood y Whitcomb, 2004). Todos estos métodos están, sin embargo, orientados a sistemas de parámetros desconocidos pero constantes.

En particular, los vehículos subacuáticos teleoperados por cable (ROVs), son construidos de forma arbitraria y a veces con asimetrías en el perfil, las cuales pueden producir una hidrodinámica compleja acarreado nuevas incertidumbres en el modelo. Sus parámetros se pueden obtener a partir de experimentos en túnel de viento o canales de corriente. Para evitar la necesidad de realizar estas costosas experiencias que involucran también laboratorios sofisticados, se cuentan como posibles soluciones técnicas, la identificación en línea de parámetros físicos durante la operación del vehículo como paso previo para diseñar un sistema de control, o alternativamente, la utilización de algoritmos de control adaptivo. Particularmente, mediante la utilización de controles adaptivos se busca compensar directamente las incertidumbres antes mencionadas y adaptarse ante cambios eventuales de la dinámica de manera de obtener una buena performance en condiciones diversas de operación y de perturbaciones del medio oceánico.

1.2. Planteo del problema

Un escenario más común en las aplicaciones de Ingeniería Oceánica consiste en considerar a un vehículo submarino como una plataforma de herramientas mecánicas en el campo de la industria off-shore (por ejemplo para perforación, soldadura, ensamblaje, etc.) o de instrumentos científicos (equipamiento oceanográfico). En tales casos, un problema crítico antes de sumergir el vehículo para la misión, es balancear los pesos de todos los instrumentos y herramientas a bordo de forma tal que el centro de masa esté lo más alineado posible en la vertical con el metacentro (baricentro del volumen de agua desalojado). Al cumplir esta tarea en el ensamblaje de herramientas y/o instrumentos, se espera que los propulsores no tengan que compensar significativamente una inclinación constante del vehículo en la trayectoria y para no alcanzar por ende zonas de saturación durante las

maniobras. Este hecho ocurre comúnmente con controladores fijos, que fueron diseñados para una plataforma de instrumentos equilibrados con un peso constante y nominal.

Otro escenario más sensible aun está dado por el hecho de que los controladores de los vehículos son usualmente sintonizados en parámetros fijos para una cierta característica de inercia, hidrodinámica y flotabilidad, y estas propiedades son justamente variables en cada ensamblaje. Por eso, la dinámica no es la misma en cada misión y, a su vez, la performance del control fijo puede resultar pobre en muchas situaciones o caer en comportamientos inestables.

Un tercer escenario se presenta en las aplicaciones relacionadas con condiciones de navegación variables. Por un lado, la acción de las corrientes y olas pueden actuar fuertemente en el cable como así también en el vehículo. El cable puede producir tirones en el vehículo, llevando a éste a orientaciones falsas, mientras que las corrientes y olas pueden cambiar la hidrodinámica del vehículo periódicamente al acelerarlo y frenarlo alternativamente. Por último, podemos mencionar que, para algunas misiones de gran significancia, donde existen cambios dinámicos debido a muestreos realizados en el fondo del océano, las muestras de masa pueden ser acumuladas en el vehículo, modificando escalonadamente no solamente las propiedades de flotabilidad (es decir, el desalineamiento vertical entre el centro de masa y el metacentro y su distancia variable), sino también las características de inercia (con una nueva distribución de masa). También cambios de celeridad en el vehículo o corrientes turbulentas en la capa límite del fondo producen transiciones de laminaridad a turbulencia y viceversa.

Todos los escenarios descriptos arriba ratifican el área de aplicación potencial del control adaptivo. Adicionalmente, dadas las particularidades de complejidad y alta incertidumbre en el problema de control planteado, es que el diseño de un sistema de control adaptivo tendría que ofrecer una relación clara entre la performance del control a alcanzar y la elección de sus parámetros de diseño. De esta manera se podrá vincular fácilmente la causa-efecto deseada y su adaptabilidad inherente facilitará el mantenimiento de la performance deseada. También deberían verificarse condiciones de robustez frente a perturbaciones del medio acuoso que justifiquen la elección adaptiva frente a otra alternativa puramente robusta.

Otros aspectos vinculados al control adaptivo describen áreas muy propicias para la

investigación y promisorios en las aplicaciones.

Por ejemplo, la alta performance deseada en el control requiere de un modelo completo del sistema sin dinámicas parásitas despreciadas. Por ello no debe dejarse de lado la dinámica rápida de los propulsores frente a la dinámica dominante del vehículo. Es sabido que los actuadores de propulsión son altamente no lineales y se caracterizan por presentar histéresis que plantean problemas de estabilidad (Healey *et al.*, 1995). La inclusión de la dinámica rápida de los actuadores y su característica no lineal en el diseño de sistemas de control de alta performance en un área de investigación aun abierta.

Otro ejemplo ocurre en las misiones de rastreo de fondo oceánico sobre áreas extensas, donde es deseable lograr una navegación recorriendo trayectorias especificadas en un tiempo mínimo, es decir optimizando la velocidad de avance sobre dicho recorrido. En este caso puede considerarse que existen dos situaciones extremas. Primero, si se define una trayectoria muy rápida, ésta no podrá ser recorrida fielmente a tiempo, debido a la posible saturación producida en los propulsores, y por otro lado, si la trayectoria es muy lenta, no se aprovecharía toda la potencialidad del vehículo. Por tal motivo existe una necesidad de sintonizar la cinemática máxima permitida por los propulsores sin saturarlos para una trayectoria geométrica dada.

Finalmente, la interacción cable-vehículo es un fenómeno poco investigado y atañe más que todo a una de las perturbaciones más importantes de la dinámica junto a la corriente del entorno. Uno de los fenómenos indeseables que pueden generarse en la interacción vehículo-cable es el efecto conocido como de “tire y afloje” (Huang, 1999) que se puede hacer más evidente en operaciones de ascenso y descenso. El resultado de este comportamiento puede tornarse drástico, además de la desestabilización del vehículo, si el esfuerzo al que se ve sometido el cable se aproxima a su tensión de ruptura.

1.3. Objetivo

El objetivo principal de esta Tesis está enfocado al diseño de un sistema de control adaptivo para la navegación automática de vehículos subacuáticos, asegurando propiedades de amplia maniobrabilidad y de alta performance de control, ante incertidumbres y variaciones temporales de la dinámica y bajo el efecto de perturbaciones externas del entorno y de cable.

Los resultados perseguidos se orientan a la aplicación de operaciones planificadas de muestreo y rastreo sobre el fondo marino con gran celeridad de avance, reduciendo eventualmente los tiempos de navegación a un mínimo sobre las trayectorias especificadas.

El enfoque dado a esta Tesis Doctoral será eminentemente teórico, por sobre el estado del arte y con experimentaciones menores.

En particular, de acuerdo a la problemática descrita del seguimiento de trayectorias de referencia y regulación para la navegación de un vehículo subacuático autónomo o teleoperado, se perseguirán los siguientes objetivos parciales:

1. Diseño de sistemas de control fijos y adaptivos para guía de vehículos subacuáticos en ambos modos de control: servo-control y regulación en 6 grados de libertad
2. Análisis de estabilidad y convergencia asintótica de errores de seguimiento y de regulación
3. Análisis de perturbaciones sobre el sistema guiado, y
4. Diseño de algoritmos de generación de trayectorias cinemáticas de manera de optimizar el tiempo de ejecución de operaciones oceánicas.

1.4. Contenido

La descripción de la Tesis doctoral se organizó en 7 capítulos más, a saber:

Cap. 2 : Estudio de la dinámica de estructuras de navegación subacuática. Se establecen ecuaciones que identifican la dinámica de los sistemas marinos en movimientos de 6 grados de libertad, contemplándose sus características en un modelo completo de dinámica no lineal, variante en el tiempo e incierta.

Cap. 3 : Análisis y control de un sistema cable umbilical-ROV en 1 grado de libertad. Se inicia el estudio de un sistema subacuático simple en operación vertical sujeto al fenómeno de cable de "tira y afloje". Se presenta el diseño de un sistema de control para evitar los efectos negativos en la interacción del cable. Se investiga mediante simulación numérica la performance y estabilidad de oscilación no lineal

para diversas operaciones en estado estacionario del sistema controlado respecto al sistema no controlado.

- Cap. 4 : Identificación de parámetros hidrodinámicos en vehículos subacuáticos en 6 grados de libertad. Se desarrolla un algoritmo de estimación en línea de coeficientes físicos de un ROV, a saber: masa, masa aditiva, términos de Coriolis y de fuerzas centrípetas y la característica no lineal de arrastre viscoso. Se investiga identificabilidad, persistencia excitante con excitación monocromática de ola y finalmente convergencia asintótica de todas las estimas. Se trabaja un caso de estudio simple.
- Cap. 5 : Control adaptivo de vehículos subacuáticos. Se describe el diseño de una clase de controladores adaptivos basado en gradiente de velocidad con proyección dinámica suave para una clase general y casi arbitraria de cambios paramétricos comunes a las operaciones de la Ingeniería Oceánica. Se incluye en el diseño del sistema la dinámica parásita de los propulsores. Se analiza la convergencia de los errores de trayectoria espacial y cinemática, la acotabilidad de las variables del lazo de control y la performance transitoria. Se trabaja un caso de estudio complejo correspondiente a una misión de muestreo y rastreo del fondo oceánico.
- Cap. 6 : Generación de trayectorias de referencia de tiempo mínimo. Se desarrolla el diseño de un algoritmo de optimización del tiempo de recorrido de trayectorias de referencia geométricas. Se incluye el algoritmo en el esquema de control adaptivo y se demuestran las propiedades de convergencia del sistema completo.
- Cap. 7 : Control adaptivo de vehículos subacuáticos bajo perturbaciones inducidas por cable y entorno subacuático. Se realiza el modelado del sistema barco-cable-ROV para corrientes estacionarias y olas de componentes de baja y media frecuencia en movimientos de 6 grados de libertad. Se investiga la convergencia del error de trayectorias del sistema perturbado. Finalmente, se analizan las oscilaciones inducidas en estado estacionario en los modos de control adaptivo y fijo.
- Cap. 8 : Conclusiones. Se cierra la Tesis con las conclusiones más sobresalientes a la luz de los objetivos perseguidos y resultados obtenidos.

Para una lectura más fluida por parte del lector, se ha incorporado un glosario situado antes del presente Capítulo.

Capítulo 2

Dinámica de estructuras de navegación subacuática

2.1. Introducción

En el siguiente capítulo se presentan las ecuaciones diferenciales que identifican la dinámica de los sistemas de navegación vehicular subacuática en sus 6 grados de libertad, contemplándose en particular sus características dinámicas variantes en el tiempo. El sistema se aborda como un cuerpo rígido con cambios súbitos en la inercia y con distribución de masas arbitrarias y variantes temporalmente. Los ejes de coordenadas y notación utilizados se indican siguiendo las convenciones adoptadas usualmente. La corriente del medio acuoso es incluida dentro de las ecuaciones por constituir una referencia cinemática del comportamiento descrito. Se describen además perturbaciones del cable en caso de vehículos ROV. Adicionalmente se justificará la variabilidad temporal de parámetros físicos.

En el conjunto de ecuaciones del sistema se incluye también la dinámica completa de los propulsores. Para el caso particular en que ésta pueda ser considerada parásita en comparación con la dinámica del vehículo, se considera factible realizar la descripción de los propulsores únicamente a través de su característica no lineal estática. De lo contrario, queda el modelo completo como se detallará en este capítulo.

El planteo del modelo es fenomenológico, es decir sus coeficientes representan parámetros físicos reales. Éstos se hallan distribuidos en matrices de inercia, de arrastre, de

Coriolis y de flotabilidad. Por tanto el análisis de comportamiento del sistema y el diseño de un controlador se referirán a estas matrices apropiadamente y la incidencia de cambios en ella tendrá también un significado físico.

2.2. Dinámica no lineal variante en el tiempo

Considérese la dinámica de un sistema marino general (vehículo subacuático o estructura semisumergible) perteneciente a la clase amplia de sistemas ingenieriles con hidrodinámica en coordenadas generalizadas:

$$A_m(\boldsymbol{\theta}_m(t))\ddot{\mathbf{q}} = -A_c(\dot{\mathbf{q}}, \boldsymbol{\theta}_c(t))\dot{\mathbf{q}} - A_d(|\dot{\mathbf{q}}|, \boldsymbol{\theta}_d(t))\dot{\mathbf{q}} + \quad (2.1)$$

$$\mathbf{f}_g(\boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\theta}_b(t)) + \boldsymbol{\Delta}_1(\dot{\mathbf{q}}, \boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\theta}_u(t)) + \boldsymbol{\tau}(t) + \boldsymbol{\tau}_r$$

$$\dot{\mathbf{q}} = R(\boldsymbol{\eta})\dot{\boldsymbol{\eta}} + \boldsymbol{\Delta}_2(t) \quad (2.2)$$

$$\mathbf{n} = \mathbf{f}_\tau(\dot{\mathbf{q}}, \mathbf{n}_r, \boldsymbol{\tau}, \boldsymbol{\theta}_\tau(t)), \quad (2.3)$$

donde t es el tiempo, $\dot{\mathbf{q}}$ el sistema de velocidad en un eje fijo al cuerpo con centro en O' , $\boldsymbol{\eta}$ la posición del cuerpo en un eje fijo a tierra (referencia inercial), $\boldsymbol{\tau}$ es la fuerza de propulsión generalizada ejercida en O' (ver Fig. (2.1)), \mathbf{n} es el vector de velocidad de giro de los propulsores, \mathbf{n}_r la referencia deseada para \mathbf{n} de acuerdo a las necesidades impuestas por $\boldsymbol{\tau}$; $\boldsymbol{\Delta}_1$ y $\boldsymbol{\Delta}_2$ son los vectores de las perturbaciones acotadas (tales como el tironeo del cable inducido por las olas, flujo y movimiento del vehículo, y corriente, respectivamente); $\boldsymbol{\tau}_r$ es una fuerza de radiación para estructuras semisumergibles; A_m , A_c y A_d son funciones matriciales no lineales definidas positivas para todo t ; R es una función matricial de rotación con inversa para todo t ; \mathbf{f}_g y \mathbf{f}_τ son funciones vectoriales de la flotabilidad y de la dinámica del actuador, respectivamente, y finalmente $\boldsymbol{\theta}_m$, $\boldsymbol{\theta}_c$, $\boldsymbol{\theta}_d$, $\boldsymbol{\theta}_b$, $\boldsymbol{\theta}_\tau$ y $\boldsymbol{\theta}_u$ son vectores de parámetros desconocidos del sistema, variantes en el tiempo, conteniendo coeficientes de inercia, de fuerza de Coriolis y centrípeta, de arrastre, de flotabilidad, de propulsión y de cable, respectivamente.

En el caso general de regulación y problemas de seguimiento de trayectorias en 6 grados de libertad (como lo que se enfocan en esta tesis), los $\boldsymbol{\theta}_i$'s pueden contener cientos de parámetros físicos en su totalidad.

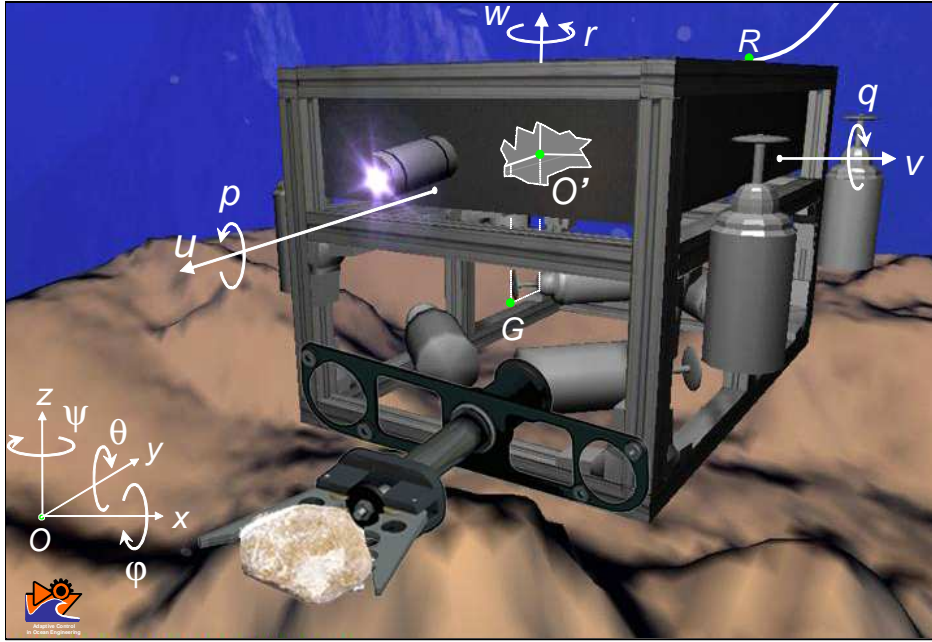


Figura 2.1: Sistemas de referencias indicadas sobre un caso de estudio (prototipo real de ROV en la TUHH-MUM, Alemania)

De aquí en más, la notación usada en esta tesis describe a los vectores en negrita y minúscula, a las matrices en mayúscula, y a variables escalares o funciones en minúscula. La notación $|\dot{\mathbf{q}}|$ en la Ec. (2.1) es definida para un vector, cuyos elementos son los elementos de $\dot{\mathbf{q}}$ en valores absolutos.

2.3. Sistemas de Referencia

Para caracterizar el movimiento de los vehículos subacuáticos se consideran dos ejes de coordenadas, uno fijo a tierra, con centro O y ejes x , y y z y, otro sistema fijo al vehículo con centro O' y ejes x' , y' , y z' (ver Fig. (2.1)). De esta manera podemos establecer las coordenadas de la trayectoria fija a tierra, considerándose los ángulos de rotación sobre los ejes x , y y z ; ϕ , θ y ψ , respectivamente. En forma vectorial podemos caracterizar las coordenadas del vehículo como:

$$\boldsymbol{\eta} = [x, y, z, \phi, \theta, \psi]^T, \quad (2.4)$$

con $\boldsymbol{\eta} \in \mathbb{R}^{6 \times 1} \times \mathbb{R}_0^+$ siendo el mismo vector de posición que en las Ec. (2.1)-(2.2). Estas coordenadas son ampliamente empleadas en diferentes disciplinas como ser en Robótica Móvil, Navegación e Ingeniería Oceánica, con los siguientes significados: x (desplazamiento

frontal o “surge”), y (desplazamiento lateral o “sway”), z (desplazamiento vertical o “heave”), ϕ (rolido o “roll”), θ (cabeceo frontal o “pitch”) y ψ (rumbo o “yaw”) (ver Fig. (2.1)).

La velocidad del vehículo subacuático se caracteriza sobre un eje de coordenadas fijo al mismo a través del siguiente vector:

$$\mathbf{v} = [u, v, w, p, q, r]^T, \quad (2.5)$$

donde $\mathbf{v} = \dot{\mathbf{q}} \in \mathfrak{R}^{6 \times 1} \times \mathfrak{R}_0^+$. Como consecuencia de que el medio acuoso circundante se desplaza a una velocidad \mathbf{v}_c debido a la corriente, es conveniente para próximos estudios considerar el caso general de \mathbf{v} como una velocidad relativa del vehículo respecto al flujo. La relación entre las velocidades definidas en los distintos sistemas de coordenadas es la siguiente:

$$\dot{\boldsymbol{\eta}} = J(\boldsymbol{\eta}) (\mathbf{v} + \mathbf{v}_c), \quad (2.6)$$

donde $J = R^{-1}$ es la matriz de rotación. Cabe destacar que si la corriente \mathbf{v}_c es medible desde el sistema fijo a tierra, puede realizarse la siguiente transformación:

$$\mathbf{v}_c = J^{-1}(\boldsymbol{\eta}) \dot{\boldsymbol{\eta}}_c, \quad (2.7)$$

donde $\dot{\boldsymbol{\eta}}_c$ es el vector de velocidad de la corriente respecto al eje fijo a tierra.

2.4. Dinámica de los vehículos subacuáticos

La Ec. (2.1) describe las propiedades del sistema de inercia, la Ec. (2.2) las propiedades de su cinemática, y finalmente la Ec. (2.3) la dinámica del actuador. En la descripción usual del modelo de la dinámica de un sistema marino general, se emplea comúnmente otra notación particular, distinta a los sistemas robóticos. Además, las incertidumbres son comúnmente consideradas como estructuradas y las no linealidades parametrizadas, aunque también con un significado físico pero orientado a la Ingeniería Oceánica.

Para la descripción de la dinámica del vehículo en los 6 grados de libertad consideraremos el enfoque Lagrangiano (ver por ejemplo Fossen, 1994). Por otra parte, deberemos realizar una extensión del modelo usual encontrado en la bibliografía para un vehículo de dinámica variante en el tiempo.

El punto inicial para la descripción de la dinámica a partir del Lagrangiano es considerar la energía cinética y potencial del vehículo, denominadas T y V respectivamente, para la deducción de las ecuaciones de movimiento del vehículo respecto al sistema de

coordenadas fijas a tierra. De esta manera se puede computar el Lagrangiano de acuerdo a:

$$L = T - V. \quad (2.8)$$

Aplicando la ecuación Lagrangiana se tiene que:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\boldsymbol{\eta}}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{\eta}} + \frac{\partial P_d}{\partial \dot{\boldsymbol{\eta}}} = \boldsymbol{\tau}_\eta, \quad (2.9)$$

donde $\boldsymbol{\tau}_\eta$ es la fuerza generalizada aplicada en el punto O' del vehículo y P_d es la energía disipativa, la cual puede ser relacionada a la fuerza de arrastre por:

$$\frac{\partial P_d}{\partial \dot{\boldsymbol{\eta}}} = D_\eta(\mathbf{v}, \boldsymbol{\eta}) \dot{\boldsymbol{\eta}}, \quad (2.10)$$

siendo D_η la matriz de arrastre generalizada con respecto al eje fijo a tierra. El Lagrangiano para el sistema agua-vehículo esta dado por:

$$L = T_{RB} + T_A - V, \quad (2.11)$$

donde T_{RB} es la energía cinética del cuerpo rígido, T_A es la energía cinética del fluido y V es la energía potencial definida implícitamente por:

$$\frac{\partial V}{\partial \boldsymbol{\eta}} = \mathbf{g}_\eta(\boldsymbol{\eta}), \quad (2.12)$$

siendo \mathbf{g}_η la fuerza de flotabilidad generalizada. Además, la energía cinemática total en la Ec. (2.11) puede ser expresada como:

$$T = T_{RB} + T_A = \frac{1}{2} \dot{\boldsymbol{\eta}}^T M_\eta(\boldsymbol{\eta}) \dot{\boldsymbol{\eta}}, \quad (2.13)$$

Con M_η siendo la matriz de inercia generalizada con respecto al sistema de coordenadas fijo a tierra. Por lo tanto:

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\boldsymbol{\eta}}} = M_\eta(\boldsymbol{\eta}) \dot{\boldsymbol{\eta}} - \frac{\partial V}{\partial \dot{\boldsymbol{\eta}}} = M_\eta(\boldsymbol{\eta}) \dot{\boldsymbol{\eta}} \quad (2.14)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\boldsymbol{\eta}}} \right) = M_\eta(\boldsymbol{\eta}) \ddot{\boldsymbol{\eta}} + \dot{M}_\eta(\boldsymbol{\eta}) \dot{\boldsymbol{\eta}}. \quad (2.15)$$

Empleando las Ec. (2.11), (2.12) y (2.13), se obtiene:

$$\frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{\eta}} = \frac{\partial T}{\partial \boldsymbol{\eta}} - \frac{\partial V}{\partial \boldsymbol{\eta}} = \frac{1}{2} \dot{\boldsymbol{\eta}}^T \frac{\partial M_\eta(\boldsymbol{\eta})}{\partial \boldsymbol{\eta}} \dot{\boldsymbol{\eta}} - \mathbf{g}_\eta(\boldsymbol{\eta}). \quad (2.16)$$

Además:

$$\dot{M}_\eta(\boldsymbol{\eta}) = \dot{\boldsymbol{\eta}}^T \frac{\partial M_\eta(\boldsymbol{\eta})}{\partial \boldsymbol{\eta}}. \quad (2.17)$$

Finalmente la Ec. (2.9) puede ser reescrita como:

$$M_{\eta}(\boldsymbol{\eta}) \ddot{\boldsymbol{\eta}} + \frac{1}{2} \dot{M}_{\eta}(\boldsymbol{\eta}) \dot{\boldsymbol{\eta}} + D_{\eta}(v, \boldsymbol{\eta}) \dot{\boldsymbol{\eta}} + g_{\eta}(\boldsymbol{\eta}) = \boldsymbol{\tau}_{\eta}. \quad (2.18)$$

De esta expresión, puede reconocerse la matriz generalizada de Coriolis y centrípeta:

$$C_{\eta}(\mathbf{v}, \boldsymbol{\eta}) = \frac{1}{2} \dot{M}_{\eta}(\boldsymbol{\eta}). \quad (2.19)$$

Por otra parte, las ecuaciones de movimiento del vehículo respecto al sistema de coordenadas fijas a tierra de la Ec. (2.18) puede obtenerse si se consideran las ecuaciones correspondientes a la representación de las ecuaciones de movimiento respecto al sistema de coordenadas fijo al cuerpo (Fossen, 1994):

$$M\dot{\mathbf{v}} + C(\mathbf{v})\mathbf{v} + D(\mathbf{v})\mathbf{v} + \mathbf{g}(\boldsymbol{\eta}) = \boldsymbol{\tau}, \quad (2.20)$$

siendo M , C , D , \mathbf{g} y $\boldsymbol{\tau}$ las matrices y vectores generalizados consideradas para la matriz de inercia, la matriz de Coriolis y centrípeta, la matriz de arrastre, la flotabilidad y la fuerza de los propulsores, respectivamente, todos ellos con respecto al sistema de coordenadas fija al vehículo.

Consideremos la relación entre ambos sistemas de coordenadas:

$$\dot{\boldsymbol{\eta}} = J(\boldsymbol{\eta}) \mathbf{v}, \quad (2.21)$$

siendo la matriz $J(\boldsymbol{\eta})$ no singular mientras se cumpla $|\theta| < \frac{\pi}{2}$. Por lo tanto, a partir de:

$$\ddot{\boldsymbol{\eta}} = \frac{dJ(\boldsymbol{\eta})}{dt} \mathbf{v} + J(\boldsymbol{\eta}) \dot{\mathbf{v}}, \quad (2.22)$$

se obtiene:

$$\mathbf{v} = J^{-1}(\boldsymbol{\eta}) \dot{\boldsymbol{\eta}} \quad (2.23)$$

$$\dot{\mathbf{v}} = J^{-1}(\boldsymbol{\eta}) \ddot{\boldsymbol{\eta}} - J^{-1} \frac{dJ(\boldsymbol{\eta})}{dt} J^{-1}(\boldsymbol{\eta}) \dot{\boldsymbol{\eta}}. \quad (2.24)$$

Reemplazándose las Ec. (2.23) en (2.24) en la Ec. (2.20) se puede reescribir la Ec. (2.18), obteniéndose:

$$M_\eta(\boldsymbol{\eta}) = J^{-T} M J^{-1} \quad (2.25)$$

$$C_\eta(\mathbf{v}, \boldsymbol{\eta}) = J^{-T} \left[C(\mathbf{v}) - M J^{-1}(\boldsymbol{\eta}) \frac{dJ(\boldsymbol{\eta})}{dt} \right] J^{-1}(\boldsymbol{\eta}) \quad (2.26)$$

$$D_\eta(\mathbf{v}, \boldsymbol{\eta}) = J^{-T} D(\mathbf{v}) \quad (2.27)$$

$$g_\eta(\boldsymbol{\eta}) = J^{-T} g(\boldsymbol{\eta}) \quad (2.28)$$

$$\boldsymbol{\tau}_\eta = J^{-T} \boldsymbol{\tau}. \quad (2.29)$$

Reemplazando la expresión de $M_\eta(\boldsymbol{\eta})$ de la Ec. (2.25) en la Ec. (2.19) se tiene que:

$$C_\eta(\mathbf{v}, \boldsymbol{\eta}) = \frac{1}{2} \dot{M}_\eta(\boldsymbol{\eta}) = \frac{1}{2} \frac{d}{dt} (J^{-T}(\boldsymbol{\eta}) M J^{-1}(\boldsymbol{\eta})) \quad (2.30)$$

$$C_\eta(\mathbf{v}, \boldsymbol{\eta}) = \frac{1}{2} \left(\frac{dJ^{-T}(\boldsymbol{\eta})}{dt} M J^{-1}(\boldsymbol{\eta}) + J^{-T}(\boldsymbol{\eta}) \dot{M} J^{-1}(\boldsymbol{\eta}) + J^{-T}(\boldsymbol{\eta}) M \frac{dJ^{-1}(\boldsymbol{\eta})}{dt} \right), \quad (2.31)$$

por lo que a partir de la Ec. (2.31) y la Ec. (2.26):

$$C(\mathbf{v}) = \frac{1}{2} \left(J^T(\boldsymbol{\eta}) \frac{dJ^{-T}(\boldsymbol{\eta})}{dt} M + \dot{M} + M \frac{dJ^{-1}(\boldsymbol{\eta})}{dt} J(\boldsymbol{\eta}) \right) + M J^{-1}(\boldsymbol{\eta}) \frac{dJ(\boldsymbol{\eta})}{dt}. \quad (2.32)$$

Se observa que la modificación en la expresión de la matriz de Coriolis y fuerzas centrípetas con parámetros variantes en el tiempo respecto al sistema con parámetros invariantes (Fossen, 1994) lo constituye la aparición de la Matriz $\frac{1}{2} \dot{M}$, por lo que podemos escribir el sistema variante en el tiempo, en el sistema de coordenadas fijo al vehículo, de la siguiente manera:

$$M \dot{\mathbf{v}} + \left(C_c(\mathbf{v}) + \frac{1}{2} \dot{M} \right) \mathbf{v} + D(\mathbf{v}) \mathbf{v} + \mathbf{g}(\boldsymbol{\eta}) = \boldsymbol{\tau}_t \quad (2.33)$$

$$\dot{\boldsymbol{\eta}} = J(\boldsymbol{\eta}) \mathbf{v}, \quad (2.34)$$

donde $C_C(v)$ es la parte C en (2.33) que no contiene al término $\frac{1}{2} \dot{M}$.

Entonces, de acuerdo a (Fossen, 1994), las Ec. (2.1)-(2.2) se expresan usualmente como:

$$\dot{\mathbf{v}} = M^{-1}(t) (-C(t, \mathbf{v}) \mathbf{v} - D(t, |\mathbf{v}_r|) \mathbf{v} - \mathbf{g}(t, \boldsymbol{\eta}) + \boldsymbol{\tau}_c(t, \boldsymbol{\eta}) + \boldsymbol{\tau}_t(t)) \quad (2.35)$$

$$\dot{\boldsymbol{\eta}} = J(\boldsymbol{\eta})(\mathbf{v} + \mathbf{v}_c). \quad (2.36)$$

La matriz de inercia $M(t) = A_m(t) \in \mathfrak{R}^{6 \times 6} \times \mathfrak{R}_0^+$ es una matriz no diagonal, definida

positiva para todo t y se concibe como la suma de una matriz de inercia del cuerpo y una matriz de componentes de masa aditiva (inercia de la masa de líquido circundante) como:

$$M(t) = M_b(t) + M_a(t). \quad (2.37)$$

La matriz de fuerzas centrípetas y de Coriolis $C(t, \mathbf{v}) = A_c \in \mathfrak{R}^{6 \times 6} \times \mathfrak{R}_0^+$ esta compuesta por una matriz de Coriolis y fuerzas centrípetas convencional $C_c(t, \mathbf{v})$ que posee una expresión similar al caso de los sistemas invariantes en el tiempo y otro término que depende de la variación temporal de la matriz de masa $M(t)$ definida en la Ec. (2.37):

$$C(t, \mathbf{v}) = C_c(t, \mathbf{v}) + \frac{1}{2} \dot{M}(t). \quad (2.38)$$

A su vez, $C_c(t, \mathbf{v})$ se divide en dos términos, uno correspondiente a la inercia del cuerpo y otro a la masa aditiva, de la siguiente manera:

$$C_c(t, \mathbf{v}) = C_b(t, \mathbf{v}) + C_a(t, \mathbf{v}), \quad (2.39)$$

también, como se observa de la Ec. (2.37):

$$\dot{M}(t) = \dot{M}_b(t) + \dot{M}_a(t). \quad (2.40)$$

La matriz de arrastre $D(t) = A_d \in \mathfrak{R}^{6 \times 6} \times \mathfrak{R}_0^+$ es una matriz de amortiguamiento uniformemente definida positiva con dos componentes representando a la fricción lineal y cuadrática debido a las capas límites (boundary layers) laminares y turbulentas, respectivamente, modeladas por:

$$D(t, \mathbf{v}) = D_l(t) + D_q(t, |\mathbf{v}|). \quad (2.41)$$

El vector de flotabilidad generalizado aplicado en O' es $\mathbf{g}(t, \boldsymbol{\eta}) = \mathbf{f}_g \in \mathfrak{R}^{6 \times 1} \times \mathfrak{R}_0^+$. $\boldsymbol{\tau}_c = \boldsymbol{\Delta}_1 \in \mathfrak{R}^{6 \times 1} \times \mathfrak{R}_0^+$ es un fuerza generalizada reactiva en el punto de vínculo del cable umbilical (en vehículos operados remotamente ROVs) o la resultante de la fuerzas de las cuerdas de amarre (en sistemas semisumergibles oceánicos, boyas o barcos anclados), y $\mathbf{v}_c = -\boldsymbol{\Delta}_2 \in \mathfrak{R}^{6 \times 1} \times \mathfrak{R}_0^+$ es la velocidad del flujo de corriente escrito en forma vectorial y observada desde el sistema de coordenadas fijo al vehículo. Finalmente $\boldsymbol{\tau}_t = \boldsymbol{\tau} \in \mathfrak{R}^{6 \times 1} \times \mathfrak{R}_0^+$ es el vector generalizado de la fuerza de propulsión aplicado a O' , el cual es calculado por el controlador como la acción de control.

2.4.1. Matriz de inercia

Las matrices de inercia M_b y M_a pueden escribirse de la siguiente manera:

$$M_b(t) = \begin{bmatrix} m(t) & 0 & 0 \\ 0 & m(t) & 0 \\ 0 & 0 & m(t) \\ 0 & -m(t)z_G(t) & m(t)y_G(t) \\ m(t)z_G(t) & 0 & -m(t)x_G(t) \\ -m(t)y_G(t) & m(t)x_G(t) & 0 \\ 0 & m(t)z_G(t) & -m(t)y_G(t) \\ -m(t)z_G(t) & 0 & m(t)x_G(t) \\ m(t)y_G(t) & -m(t)x_G(t) & 0 \\ I_x(t) & -I_{xy}(t) & -I_{xz}(t) \\ -I_{yx}(t) & I_y(t) & -I_{yz}(t) \\ -I_{zx}(t) & -I_{zy}(t) & I_z(t) \end{bmatrix}, \quad (2.42)$$

donde m es la masa del vehículo, I_{ij} son los momentos de inercia respecto a los ejes principales i, j y x_G, y_G y z_G son las coordenadas que determinan la distancia entre el centro de masa G y el centro de referencia O' . La matriz M_a es una matriz en $\mathfrak{R}^{6 \times 6}$ definida como:

$$M_a = (m_{aij}(t)), \text{ para } i, j = 1, \dots, 6, \quad (2.43)$$

donde los elementos m_{aij} son valores constantes de masa aditiva en cada modo de movimiento simple y cruzado.

2.4.2. Fuerzas centrípetas y de Coriolis

Como se mencionó anteriormente, las fuerzas centrípetas y de Coriolis está compuesto por el término C_c caracterizado por las matrices componentes $C_b(\mathbf{v}_r)$ y $C_a(\mathbf{v}_r)$ que se expresan de la siguiente manera:

$$C_b(t, \mathbf{v}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -m(t)(y_G(t)q+z_G(t)r) & m(t)(y_G(t)p+w) \\ m(t)(x_G(t)q-w) & -m(t)(z_G(t)r+x_G(t)p) \\ m(t)(x_G(t)r+v) & m(t)(y_G(t)r-u) \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{cc}
0 & m(t) (y_G(t)q+z_G(t)r) \\
0 & -m(t) (y_G(t)p+w) \\
0 & -m(t) (z_G(t)p-v) \\
m(t) (z_G(t)p-v) & 0 \\
m(t) (z_G(t)q+u) & I_{yz}(t)q+I_{xz}(t)p-I_{zz}(t)r \\
-m(t) (x_G(t)p+y_G(t)q) & -I_{yz}(t)r-I_{xy}(t)p+I_{yy}(t)q \\
-m(t) (x_G(t)q-w) & -m(t) (x_G(t)r+v) \\
m(t) (z_G(t)r+x_Gp) & -m(t) (y_G(t)r-u) \\
-m(t) (z_G(t)q+u) & m(t) (x_G(t)p+y_G(t)q) \\
-I_{yz}(t)q-I_{xz}(t)p+I_{zz}(t)r & I_{yz}(t)r+I_{xz}(t)p-I_{yy}(t)q \\
0 & -I_{xz}(t)r-I_{xy}(t)q+I_{xx}(t)p \\
I_{xz}(t)r+I_{xy}(t)q-I_{xx}(t)p & 0
\end{array} \quad (2.44)$$

$$C_a(t, \mathbf{v}) = \begin{bmatrix}
0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 \\
0 & -\sum_{i=1}^6 m_{a_{3i}}(t)v_i & \sum_{i=1}^6 m_{a_{2i}}(t)v_i \\
\sum_{i=1}^6 m_{a_{3i}}(t)v_i & 0 & -\sum_{i=1}^6 m_{a_{1i}}(t)v_i \\
-\sum_{i=1}^6 m_{a_{2i}}(t)v_i & \sum_{i=1}^6 m_{a_{1i}}(t)v_i & 0 \\
0 & -\sum_{i=1}^6 m_{a_{3i}}(t)v_i & \sum_{i=1}^6 m_{a_{2i}}(t)v_i \\
\sum_{i=1}^6 m_{a_{3i}}(t)v_i & 0 & -\sum_{i=1}^6 m_{a_{1i}}(t)v_i \\
-\sum_{i=1}^6 m_{a_{2i}}(t)v_i & \sum_{i=1}^6 m_{a_{1i}}(t)v_i & 0 \\
0 & -\sum_{i=1}^6 m_{a_{6i}}(t)v_i & \sum_{i=1}^6 m_{a_{5i}}(t)v_i \\
\sum_{i=1}^6 m_{a_{6i}}(t)v_i & 0 & -\sum_{i=1}^6 m_{a_{4i}}(t)v_i \\
-\sum_{i=1}^6 m_{a_{5i}}(t)v_i & \sum_{i=1}^6 m_{a_{4i}}(t)v_i & 0
\end{bmatrix}. \quad (2.45)$$

La suma de matrices en la Ec. (2.38) puede ser expandida en la forma de una combinación lineal de matrices dependiente de los estados $C_{v_i}(t) \in \mathfrak{R}^{6 \times 6} \times \mathfrak{R}_0^+$ como:

$$C_C(t, \mathbf{v}) = \sum_{i=1}^6 C_{c_i}(t) \cdot \times C_{v_i}(v_i), \quad (2.46)$$

donde la notación “ $\cdot \times$ ” significa el producto elemento por elemento de las matrices, $C_{v_i} \in \mathfrak{R}^{6 \times 6}$ son las matrices dependientes de cada $v_i \in \{u, v, w, p, q, r\}$, C_{c_i} contiene los coeficientes variantes en el tiempo de m , I_{ij} , $m_{a_{ij}}$ y las coordenadas del centro de masa. Las matrices C_{v_i} son construidas mediante las Ec. (2.44)-(2.45) buscándose los elementos que contengan a la variable v_i por ejemplo, $C_{v_1}(v_1) = C_u(u) = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ u \ u; 0 \ 0 \ 0 \ u \ u \ 0; 0 \ 0 \ 0 \ u \ u \ 0; 0 \ u \ u \ 0 \ u \ u; u \ 0 \ u \ u \ 0 \ u; u \ u \ 0 \ u \ u \ 0]$, y similarmente se construyen las C_{v_i} para $C_v(v)$ a $C_r(r)$. De la misma manera, $C_{c_1} = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ -m_{a_{31}} \ m_{a_{21}}; 0 \ 0 \ 0 \ m_{a_{31}} \ 0 \ (m - m_{a_{11}}); 0 \ 0 \ 0 \ -m_{a_{21}} \ (-m + m_{a_{11}}) \ 0; 0 \ -m_{a_{31}} \ m_{a_{21}} \ 0 \ -m_{a_{61}} \ m_{a_{51}}; m_{a_{31}} \ 0 \ (m - m_{a_{11}}) \ m_{a_{61}} \ 0 \ -m_{a_{41}}; -m_{a_{21}} \ (-m + m_{a_{11}}) \ 0 \ -m_{a_{51}} \ m_{a_{41}} \ 0]$, y similarmente para C_{c_2} hasta C_{c_6} . La operación elemento por elemento es apropiada para ganar uniformidad en el diseño de controladores presentado en esta tesis como se verá más adelante.

2.4.3. Fuerza de amortiguamiento:

La fuerza de amortiguamiento puede caracterizarse a través de funciones polinómicas, siendo una buena aproximación la que considera los términos lineal y bilineal como:

$$D(|\mathbf{v}_r|) = D_l + D_q(|\mathbf{v}_r|), \quad (2.47)$$

donde:

$$D_l(t) = (d_{lij}(t)), \text{ para } i, j = 1, \dots, 6 \quad (2.48)$$

$$D_q(|\mathbf{v}_r|) = \sum_{i=1}^6 D_{q_i}(t) |v_i|, \quad (2.49)$$

con d_{lij} elementos escalares y D_{q_i} matrices de parámetros variantes en el tiempo en $\mathfrak{R}^{6 \times 6}$.

2.4.4. Fuerza de flotabilidad neta

La fuerza de flotabilidad neta está dada por el peso del vehículo y el empuje que el fluido ejerce sobre el mismo, es decir:

$$\mathbf{g}(\boldsymbol{\eta}) = \begin{bmatrix} (W_{ROV}(t) - W_w(t)) s(\theta) \\ - (W_{ROV}(t) - W_w(t)) c(\theta) s(\phi) \\ - (W_{ROV}(t) - W_w(t)) c(\theta) c(\phi) \\ - (W_{ROV}(t)y_G(t) - W_w(t)y_B(t)) c(\theta)c(\phi) + (W_{ROV}(t)z_G(t) - W_w(t)z_B(t)) c(\theta)s(\phi) \\ (W_{ROV}(t)x_G(t) - W_w(t)x_B(t)) c(\theta)c(\phi) + (W_{ROV}(t)z_G(t) - W_w(t)z_B(t)) s(\theta) \\ - (W_{ROV}(t)x_G(t) - W_w(t)x_B(t)) c(\theta)s(\phi) - (W_{ROV}(t)y_G(t) - W_w(t)y_B(t)) s(\theta) \end{bmatrix}, \quad (2.50)$$

donde W_{ROV} es el peso del vehículo y W_w su flotabilidad, x_B , y_B y z_B representan las coordenadas del metacentro al centro O' , $c(\cdot) = \cos(\cdot)$ y $s(\cdot) = \sin(\cdot)$.

Finalmente \mathbf{g} puede ser descompuesto en factores dependientes del estado y, por otro lado, en factores explícitamente dependientes del tiempo: \mathbf{g}_i y B_i , respectivamente, como:

$$\mathbf{g}(t, \boldsymbol{\eta}) = B_1(t)\mathbf{g}_1(\boldsymbol{\eta}) + B_2(t)\mathbf{g}_2(\boldsymbol{\eta}), \quad (2.51)$$

donde:

$$\mathbf{g}_1(\boldsymbol{\eta}) = [\sin \theta, \cos \theta \sin \phi, \cos \theta \cos \phi, \quad (2.52)$$

$$\cos \theta \cos \phi, \cos \theta \cos \phi, \sin(\theta)]^T$$

$$\mathbf{g}_2(\boldsymbol{\eta}) = [0, 0, 0, \cos \theta \sin \phi, \sin \theta, \cos(\theta) \sin(\phi)] \quad (2.53)$$

$$B_1(t) = \text{diag}(W_{ROV}(t) - W_w(t), W_{ROV}(t) - W_w(t), \quad (2.54)$$

$$W_{ROV}(t) - W_w(t), W_{ROV}(t)y_G(t) - W_w(t)y_B(t),$$

$$W_{ROV}(t)x_G(t) - W_w(t)x_B(t),$$

$$W_{ROV}(t)y_G(t) - W_w(t)y_B(t))$$

$$B_2(t) = \text{diag}(0, 0, 0, W_{ROV}(t)z_G(t) - W_w(t)z_B(t), \quad (2.55)$$

$$W_{ROV}(t)z_G(t) - W_w(t)z_B(t),$$

$$W_{ROV}(t)x_G(t) - W_w(t)x_B(t)).$$

Comentario 2.1

Se nota claramente en la Ec. (2.51) que cuando B_1 y B_2 son variantes en el tiempo, las coordenadas del centro de masa del cuerpo G pueden resultar variables y desconocidas. Por el contrario, el centro de referencia fijo al cuerpo O' permanece inmóvil y sus coordenadas conocidas. ■

Comentario 2.2

La expresión de la ecuación de movimiento considerándose las factorizaciones presentadas en las Ec. (2.46),(2.48),(2.49) y (2.51), es la siguiente:

$$M(t)\dot{\mathbf{v}} + \left(\sum_{i=1}^6 C_{c_i}(t) \cdot \times C_{v_i}(v_i) + \frac{1}{2}\dot{M}(t) \right) \mathbf{v} + D_l(t)\mathbf{v} + \left(\sum_{i=1}^6 D_{q_i}(t) |v_i| \right) \mathbf{v} + \sum_{i=1}^2 B_i(t)\mathbf{g}_i(\boldsymbol{\eta}) = \boldsymbol{\tau}_t \quad (2.56)$$

$$\dot{\boldsymbol{\eta}} = J(\boldsymbol{\eta}) \mathbf{v} \quad (2.57)$$

esta expresión resultará útil para la implementación de un futuro sistema de control en la presente Tesis. ■

2.4.5. Fuerza de propulsión generalizada

La fuerza de propulsión generalizada $\boldsymbol{\tau}_t$ depende de la localización y número de los propulsores presentes en la estructura constructiva del vehículo subacuático. Consideremos genéricamente que el vehículo está equipado con n_τ propulsores y que cada uno de éstos genera una fuerza de módulo f_i que produce fuerzas y momentos que podemos generalizar sobre el punto O' . Luego, esta fuerza se puede escribir de la siguiente manera:

$$\boldsymbol{\tau}_{t_i} = \mathbf{b}_i f_i = \begin{bmatrix} \cos(\psi_i) \cos(\theta_i) \\ \sin(\psi_i) \cos(\theta_i) \\ -\sin(\theta_i) \\ -\sin(\theta_i) a_{y_i} - \sin(\psi_i) \cos(\theta_i) a_{z_i} \\ \cos(\psi_i) \cos(\theta_i) a_{z_i} + \sin(\theta_i) a_{x_i} \\ \sin(\psi_i) \cos(\theta_i) a_{x_i} - \cos(\psi_i) \cos(\theta_i) a_{y_i} \end{bmatrix} f_i, \quad (2.58)$$

donde a_{x_i} , a_{y_i} y a_{z_i} son las coordenadas del propulsor al punto O' , θ_i es el ángulo de inclinación con respecto al eje y' (por lo general se tiene que $\theta_i = 0^\circ$ o $\theta_i = 90^\circ$ para propulsores horizontales y verticales respectivamente) y ψ_i es el ángulo de rotación con respecto al eje z' . Considerando el vector de fuerzas $\mathbf{f} = [f_1, f_2, \dots, f_n]^T$, se puede construir una matriz B compuesta con los vectores \mathbf{b}_i como columnas. Luego $B \in \mathfrak{R}^{6 \times n_\tau}$ contiene por lo tanto las fuerzas y momentos generados por los n_τ propulsores con respecto a O' de manera que se cumple:

$$\boldsymbol{\tau}_t = \sum_{i=1}^n \mathbf{b}_i f_i = B\mathbf{f}. \quad (2.59)$$

Debe destacarse que cuando se diseña un sistema de control se obtiene a $\boldsymbol{\tau}_t$ como la fuerza generalizada aplicada en O' que será equivalente a \mathbf{f} en su efecto de propulsión. Por lo tanto, para determinar la fuerza que debe generar cada propulsor se utiliza la matriz pseudoinversa:

$$\mathbf{f} = B^T (BB^T)^{-1} \boldsymbol{\tau}_t. \quad (2.60)$$

Debe tenerse en cuenta que si la matriz pseudoinversa de la Ec. (2.60) tiene rango menor a 6, el control en todos los grados de libertad no sería posible (sistema subactuado), y viceversa, si el rango es mayor que 6, el sistema es controlable en todos los modos pero es sobreactuado. Cada elemento de \mathbf{f} representa la propulsión axial de algunos de los propulsores del conjunto. La dinámica de cada propulsor es (véase Fossen, 1994):

$$\mathbf{f} = K_1 (|\mathbf{n}| \cdot \mathbf{n}) - K_2 (|\mathbf{n}| \cdot \mathbf{v}_a) \quad (2.61)$$

$$\mathbf{n} = \mathbf{n}_1 + \mathbf{n}_2 \quad (2.62)$$

$$\mathbf{n}_1 = G_1(s) \mathbf{f} \quad (2.63)$$

$$\mathbf{n}_2 = G_2(s) \mathbf{u}_a \quad (2.64)$$

$$\mathbf{u}_a = G_{PID}(s)(\mathbf{n}_r - \mathbf{n}), \quad (2.65)$$

donde $(\mathbf{x} \cdot \mathbf{y})$ representa un producto elemento por elemento de vectores (producto interno), $|\mathbf{n}|$ es un vector con elementos de \mathbf{n} pero en valor absoluto, \mathbf{n} y $\mathbf{n}_r : \mathfrak{R}_+ \rightarrow \mathfrak{R}^{n_\tau \times 1}$ son los mismos vectores indicados en la Ec. (2.3), \mathbf{n}_1 , \mathbf{n}_2 son vectores auxiliares, $\mathbf{v}_a : \mathfrak{R}_+ \rightarrow \mathfrak{R}^{n_\tau \times 1}$ es el vector conteniendo las velocidades axiales de los propulsores, \mathbf{u}_a es el vector del

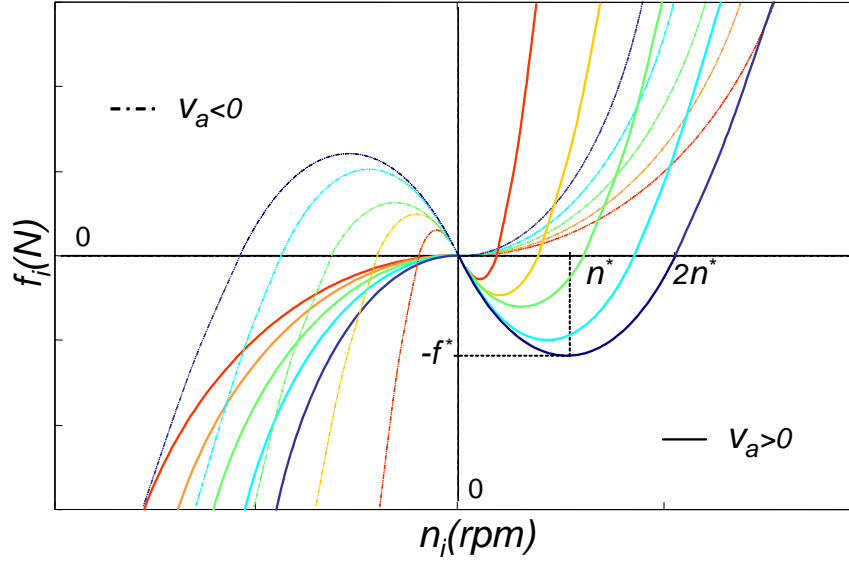


Figura 2.2: Característica estática de los propulsores (Foseen, 1994)

voltaje de armadura de los propulsores DC, $K_1, K_2 \in \mathfrak{R}^{n_\tau \times n_\tau}$ son matrices de ganancias diagonales de la característica de propulsión estática donde una de las componentes de \mathbf{f} en la Ec. (2.3) se representa en la Fig. (2.2), G_1 y G_2 representan matrices diagonales con funciones transferencias de Laplace estrictamente propias, y similarmente, G_{PID} es una matriz diagonal con funciones transferencias de Laplace representando controladores PID para los motores DC de los propulsores a lazo abierto.

Algunas veces, la dinámica de los propulsores puede ser considerada como parásita en comparación con la dinámica dominante del vehículo. En tal caso, la función transferencia de \mathbf{n}_r y \mathbf{f} hacia \mathbf{n} , queda usualmente:

$$\mathbf{n} = \frac{G_{PID}(s)G_2(s)}{I + G_{PID}(s)G_2(s)}\mathbf{n}_r + \frac{G_1(s)}{I + G_{PID}(s)G_2(s)}\mathbf{f}. \quad (2.66)$$

Es sencillo deducir de la Ec. (2.66) que para $s \rightarrow 0$ es válido que $\mathbf{n} = \mathbf{n}_r$ y claramente el propulsor queda descrito sólo por la característica no lineal estática de la Ec. (2.61) que se representa en la Fig. (2.2).

Por razones prácticas que se detallarán en el Capítulo 5, de ahora en adelante debemos distinguir entre dos dinámicas del propulsor. Por un lado, los propulsores cuya dinámica en las Ec. (2.62)-(2.65) es considerada parásita en comparación con la dinámica del vehículo y en consecuencia ésta puede ser ignorada ($\mathbf{n} = \mathbf{n}_r$), y, por otro lado, los propulsores con una dinámica significativa como la descrita por las Ec. (2.61)-(2.65). La discriminación

de ambos casos resulta también adecuada para organizar el estudio del seguimiento de trayectorias más adelante de una manera más comprensiva.

2.4.6. Fuerza reactiva del cable

La fuerza reactiva del cable se encuentra presente en los vehículos operados remotamente, siendo τ_c en las Ec. (2.35)-(2.36) la fuerza generalizada que produce el cable umbilical sobre el centro de referencia O' . Bajo ciertas condiciones se supondrá el comportamiento del cable con similitudes a una catenaria aérea, su fuerza y geometría guardará relación con la intensidad de la corriente, entre otras variables. En el punto de amarre R del vehículo (ver Fig. (2.1)), la fuerza del cable se denomina τ'_c . La magnitud de ella se obtendrá a partir de la identificación de la forma de cable y de sus parámetros de catenaria, en el Capítulo 7.

A partir de esta fuerza, su proyección en el punto O' se obtiene de la siguiente manera:

$$\tau_c = \left[\tau'_{c_x}, \tau'_{c_y}, \tau'_{c_z}, -c_z \tau'_{c_x}, c_z \tau'_{c_x} + c_x \tau_{c_z}, -c_x \tau'_{c_x} \right]^T, \quad (2.67)$$

donde c_x , c_y y c_z son las coordenadas x , y y z , respectivamente de R con respecto a O' .

2.5. Sobre la variabilidad temporal de los parámetros físicos

La justificación física para la contemplación de una dinámica variante en el tiempo para un vehículo subacuático radica en la importancia de los cambios temporales y esporádicos que suceden tanto en:

- la masa y su distribución en misiones de muestreo, como así también en:
- la hidrodinámica del sistema vehículo-entorno en complejas transiciones de flujos laminares y turbulentos para el rango de velocidad de \mathbf{v} como de corrientes \mathbf{v}_c .

Considérese el sistema (2.33)-(2.34) con una dinámica continua a tramos generada por la matriz de inercia con cambios escalonados en una sucesión de instantes finitos $t_k > t_0$ con $k = 1, \dots, n$ de la forma:

$$M(t) = M_c(t) + \sum_{k=1}^n \Delta M_k h(t - t_k), \quad (2.68)$$

con $h(t - t_k)$ igual a la función escalón de Heaviside, y derivada

$$\dot{M}(t) = \dot{M}_c(t) + \sum_{k=1}^n \Delta M_k \delta(t - t_k), \quad (2.69)$$

con $\delta(t - t_k)$ igual a la función delta de Dirac. Sea $\mathcal{S}_{t_k} \subset \mathfrak{R}_+^1$ el conjunto de estos instantes de discontinuidad.

Las variaciones de $M(t)$ son causadas por las variaciones de $M_b(t)$ para el cuerpo rígido. Estas también originan variaciones en la matriz de Coriolis $C(t)$ en la Ec. (2.38), tanto de manera acotada y continua a tramos en las matrices $C_{c_i}(t)$ en la Ec. (2.46) (debido a la Ec. (2.44)), como así también de forma impulsiva a causa de $\dot{M}(t)$. Las matrices de flotabilidad neta $B_1(t)$ y $B_2(t)$ en las Ec. (2.54)-(2.55), varían aquí sólo de manera acotada y continua a tramos.

Finalmente, las matrices de arrastre $D_l(t)$ y $D_{q_i}(t)$ en las Ec. (2.48)-(2.49) pueden asumirse también, de manera general, variables en el tiempo en forma acotada y continua.

2.6. Existencia y unicidad de soluciones

A fin de demostrar resultados de estabilidad y convergencia en los Capítulos 5, 6 y 7, se darán aquí algunos argumentos básicos sobre la existencia y unicidad de soluciones del modelo del vehículo.

Considérese las ecuaciones del sistema dinámico variante en el tiempo de las Ec. (2.35)-(2.36). Asíumase un período de tiempo entre dos eventuales cambios escalonados de la matriz de inercia, es decir $t \in [t_k, t_{k+1})$ con $i = 1, \dots, n$. Sean además las condiciones iniciales $\boldsymbol{\eta}(t_0) \in \mathcal{S}_{\eta_0} \subseteq \mathcal{S}_\eta$ y $\mathbf{v}(t_0) \in \mathcal{S}_{v_0} \subseteq \mathcal{S}_v$.

Dado que las componentes de fuerza $C_c(\mathbf{v})\mathbf{v}$, $D(\mathbf{v})\mathbf{v}$, y $\mathbf{g}(\boldsymbol{\eta})$ son continuas Lipschitz en $\boldsymbol{\eta} \in \mathcal{S}_\eta$ y $\mathbf{v} \in \mathcal{S}_v$, con matrices de coeficientes $M_c(t)$, $C_{c_i}(t)$, $D_l(t)$, $D_{q_i}(t)$, $B_1(t)$ y $B_2(t)$ continuas a tramos en el tiempo, junto a una fuerza de propulsión $\boldsymbol{\tau}_t(t)$ eventualmente continua a tramos, luego existe un período T donde la solución $\boldsymbol{\eta}(t)$ y $\mathbf{v}(t)$ del sistema dinámico existe y es única para $t \in [t_k, t_k + T) \subseteq [t_k, t_{k+1})$ (ver Teorema de Existencia y Unicidad, por ejemplo, en O'Reagan, 1997; Vidyasagar, 1993).

Es claro que el término $\frac{1}{2}\dot{M}\mathbf{v}$ en la fuerza de Coriolis en la Ec. (2.38) provoca un cambio discontinuo en la solución de $\mathbf{v}(t)$ en cada $t_k \in \mathcal{S}_{t_k}$ igual a

$$\Delta \mathbf{v} = \frac{1}{2} M^{-1}(t_k) \Delta M_k \mathbf{v}(t_k). \quad (2.70)$$

Por ello, asumiendo la existencia de la solución en cada tramo $[t_k, t_{k+1})$, la solución completa del sistema en $[t_0, \infty]$ está dada por la composición de todas las soluciones a tramos, con condiciones iniciales $\mathbf{v}(t_k)$ al comienzo de ellos igual a

$$\mathbf{v}(t_k) = \left(I + \frac{1}{2} M^{-1}(t_k) \Delta M_k \right) \lim_{t \rightarrow t_k} \mathbf{v}(t), \quad (2.71)$$

en donde $\mathbf{v}(t)$ es la solución obtenida en $[t_{k-1}, t_k)$. En toda esta argumentación se hizo valer la suposición de $\boldsymbol{\eta} \in \mathcal{S}_\eta$ para evitar singularidades de J en la frontera $\eta_5 = \theta = \pm\pi/2$.

2.7. Simplificaciones en la dinámica en vehículos subacuáticos

En el caso en que los parámetros físicos en vehículos subacuáticos se puedan considerar constantes, entonces se pueden llevar a cabo simplificaciones en las matrices que caracterizan a la dinámica del vehículo. Algunas de estas simplificaciones con propiedades destacables se describen a continuación en forma resumida (ver Fossen, 1994).

2.7.1. Dinámica del centro de masa

Si se considera conocido el centro de masa G , se puede observar que las matrices M_b , C_b y \mathbf{g} (Ec. (2.42), (2.44) y (2.50)) se simplifican considerablemente con la elección de O' en el punto G , es decir:

$$(x_G, y_G, z_G) = (0, 0, 0)$$

La ecuaciones anteriormente mencionadas resultan:

$$M_b = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ 0 & 0 & 0 & -I_{yx} & I_{yy} & -I_{yz} \\ 0 & 0 & 0 & -I_{zx} & -I_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.72)$$

$$C_b(\mathbf{v}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -mw \\ 0 & 0 & 0 & mv \\ 0 & mw & -mv & 0 \\ -mw & 0 & mu_r & I_{yz}q + I_{xz}p - I_zr \\ mv & -mu & 0 & -I_{yz}r - I_{xy}p + I_yq \\ & mw & -mv & \\ & 0 & mu & \\ & -mu & 0 & \\ -I_{yz}q - I_{xz}p + I_zr & I_{yz}r + I_{xz}p - I_yq & & \\ 0 & -I_{xz}r - I_{xy}q + I_xp & & \\ I_{xz}r + I_{xy}q - I_xp & 0 & & \end{bmatrix} \quad (2.73)$$

$$\mathbf{g}(\boldsymbol{\eta}) = \begin{bmatrix} (W - W_w) \sin(\theta) \\ -(W - W_w) \cos(\theta) \sin(\phi) \\ -(W - W_w) \cos(\theta) \cos(\phi) \\ W_w y_B \cos(\theta) \cos(\phi) - W_w z_B \cos(\theta) \sin(\phi) \\ -W_w x_B \cos(\theta) \cos(\phi) - W_w z_B \sin(\theta) \\ W_w x_B \cos(\theta) \sin(\phi) + W_w y_B \sin(\theta) \end{bmatrix}. \quad (2.74)$$

2.7.2. Ejes de simetría

Las matrices que representan la dinámica del sistema se pueden simplificar también en vehículos con determinadas condiciones de simetría. Por ejemplo, para el caso de un vehículo con simetría en los tres planos xz, yz, xy se obtiene para las matrices de masa y de Coriolis y fuerza centrípeta:

$$M_b = \text{diag}(m, m, m, I_x, I_y, I_z)$$

$$C_b(\mathbf{v}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & mw & -mv \\ 0 & 0 & 0 & -mw & 0 & mu \\ 0 & 0 & 0 & mv & -mu & 0 \\ 0 & mw & -mv & 0 & I_z r & -I_y q \\ -mw & 0 & mu & -I_z r & 0 & I_x p \\ mv & -mu & 0 & I_y q & -I_x p & 0 \end{bmatrix}. \quad (2.75)$$

Bajo las mismas condiciones de simetría geométrica, se puede considerar que la matrices M_a y C_a conservan iguales características estructurales que las matrices M_b y C_b respectivamente (con las respectivas modificaciones a la matriz C_a). Además, por una propiedad física, se cumple que:

$$M = M_a + M_b > 0. \quad (2.76)$$

Esta propiedad resultará de importancia en próximos capítulos para asegurar estabilidad y la convergencia de los controladores fijos y adaptivos presentados.

Con respecto a las matrices de amortiguamiento D_l y D_q para los sistemas invariantes en el tiempo, las propiedades de simetría de la matriz completa D deben ser iguales a las de M en la Ec. (2.76), en correspondencia con las características físicas disipativas de sistemas pasivos.

Por último debemos mencionar que las Ec. (2.35) y (2.36) suelen simplificarse en casos donde los movimientos de los vehículos puedan restringirse a modos simples de comportamiento, un ejemplo son operaciones de ascenso y descenso, como se presenta en el próximo capítulo, o en el caso de vehículos que se desplazan con una coordenada z constante y con $\theta = 0$, es decir, sin cabeceo frontal. Algunas de estas simplificaciones apuntadas pueden verse en vehículos AUVs con direcciones dominantes de movimiento.

2.8. Conclusiones

En el presente capítulo se introdujo la dinámica que caracteriza a los vehículos subacuáticos en 6 grados de libertad. Se extendió el modelo usual encontrado en la bibliografía comprendiendo dinámicas variantes en el tiempo propias de vehículos en misiones de muestreo sobre el fondo marino con manipulador incorporados. Se definieron dos sis-

temas de coordenadas generalizadas, uno fijo a tierra y otro fijo al sistema, con centros en O y O' , respectivamente.

A fin de lograr una descripción de modelo sobre el sistema de coordenadas estable frente a las variaciones paramétricas de la dinámica se adoptó un sistema de ejes con centro en un punto fijo según las dimensiones principales del vehículo, dejando el baricentro G de lado por ser eventualmente variable en el tiempo.

Se presentaron también las ecuaciones que caracterizan a los propulsores, destacándose dos casos en particular. Por un lado, una dinámica de propulsores significativa y por otro lado, una dinámica supuestamente parásita que puede ser despreciada con una descripción de propulsores simplificada a su característica no lineal estática solamente. La discriminación entre ambos casos resultará adecuada para el diseño futuro de sistemas de control con distintas implicaciones en la estabilidad y convergencia del vehículo controlado.

Los parámetros físicos que caracterizan a la dinámica del vehículo se asumieron variantes en el tiempo de acuerdo a misiones de muestreo y rastreo sobre el fondo oceánico.

Además se contempló al sistema de una manera general en su forma geométrica, distribución de masa, grados de libertad, distribución de propulsores, perturbaciones, entre otras consideraciones. Esta generalidad apunta sobre todo a la clase ROV cuya controlabilidad es completa en relación a los vehículos AUV.

En los capítulos siguientes, el modelo dinámico será empleado en diseño y análisis en distintos grados de simplificación, comenzando por un modo de movimiento y dinámica invariante en el tiempo, siguiendo con movimientos planares, hasta incorporar la dinámica completa variante en el tiempo en los últimos capítulos de la Tesis.

Capítulo 3

Análisis y control de un sistema cable umbilical-ROV en 1 grado de libertad

3.1. Introducción

Los análisis mostrados aquí corresponden cronológicamente a los inicios de la Tesis y marcan la motivación para los siguientes Capítulos 4, 5, 6 y 7.

En este capítulo se explorará la dinámica de un vehículo teleoperado por cable en una dimensión de movimiento y con una perturbación significativa del cable. Se diseñará un controlador para la misma. Se espera obtener elementos de juicio sobre la complejidad de la dinámica de esta clase de sistemas antes de emprender una generalización de los resultados en 6 grados de libertad.

Para el control de vehículos subacuáticos operados remotamente es importante conocer la interacción dinámica del mismo con el cable umbilical sobre todo en condiciones de corrientes intensas. Parte de ello concierne al estudio de la dinámica del cable, la cual adquiere mayor relevancia cuando se requiere mucha precisión en el seguimiento de trayectorias y la regulación en un punto fijo y la perturbación de tironeo es destacable.

Generalmente, la dinámica del cable umbilical interactúa tanto con el vehículo subacuático como con el ambiente en una forma compleja que involucra a la hidrodinámica del conjunto. Esto ocurre principalmente a niveles de profundidad bajos o medios, donde

las olas y corrientes son intensas y actúan como excitación exógena. El extremo superior del cable está sujeto a movimientos en la nave de apoyo, usualmente un barco de superficie cuya dinámica responde a la excitación del mar. Además, pueden actuar fuertes corrientes directamente a lo largo del cable y causar oscilaciones debido al fenómeno de formación de vórtices.

El principal efecto indeseado en el comportamiento del vehículo es que su velocidad de avance sea reducida y además se induzcan movimientos rotacionales desestabilizantes (Feng y Allen, 2004). Incluso cuando el fenómeno de turbulencia en el cable no llega a ser preponderante (Indiveri, 1998), otro fenómeno denominado de “tire y afloje” del cable umbilical puede sobrevenir ante una combinación de fuerzas originadas por fuertes corrientes, ondas superficiales y velocidades de avance considerables, que producen aceleraciones en el vehículo hasta el advenimiento de un tirón seguido de un afloje en forma alternada. Este efecto puede llevar a una falta de predictibilidad en el movimiento y causar la saturación de los actuadores, lo que dificulta la teleoperación por parte de un operador en el barco. Comúnmente, en estas transiciones se producen oscilaciones de alta frecuencia y grandes tensiones en el cable, aunque en el movimiento del vehículo, las oscilaciones pueden ser de períodos mucho más bajos que el de la ola.

Si la unidad se encuentra en un mar con corrientes débiles, el estudio del fenómeno podría ser simplificado a un movimiento de ascenso y descenso solamente. Para esta restricción del movimiento, también pueden producirse numerosos comportamientos cualitativamente diferentes como oscilaciones de períodos bajos o caóticas (Huang y Vassalos, 1992; Huang, 1999; Behbahani-Nejad y Perkins, 1997; Plaut *et al.*, 2001; Dmitrieva y Lougovsky, 1997). La principal causa de esta diversidad se debe a que las operaciones de ascenso y descenso están sujetas a fenómenos de resonancia, principalmente debido a la variación temporal del largo del cable en la operación, el cual cambia la frecuencia natural del sistema (Papazoglou *et al.*, 1990; Jordán y Beltrán-Aguedo, 2004a).

Un aspecto especial de operación del ROV se produce cuando la tensión del cable se anula si el ascenso del mismo ocurre lo suficientemente rápido. Esto puede suceder sobre todo cuando el ROV pende del cable y la ola contiene frecuencias relativamente grandes. En (Huang, 1999) se analizó la dinámica de un sistema cable-cuerpo bajo condiciones de tire y afloje a través de una ecuación lineal a tramos de la fuerza de cable, es decir, de

tracción lineal elástica y de compresión nula, mientras el amortiguamiento es considerado constante y el cuerpo con geometría puntual (Smith, 2001). Allí se utilizó una ecuación diferencial adimensional del movimiento con excitación armónica del extremo superior del cable y se analizó el sistema con oscilaciones no lineales inducidas.

El modelo simplificado de Huang, sin embargo, no cubre el efecto no lineal del amortiguamiento y la masa aditiva. Se sabe además que estos aspectos hidrodinámicos pueden influenciar la respuesta cualitativa del ROV decisivamente (Kleczka y Kreuzer, 1995; Eller-mann *et al.*, 2002). Por ejemplo, el cuerpo puede radiar y determinados efectos de la memoria hidrodinámica pueden influenciar el amortiguamiento y la inercia a bajas profundidades.

Otro punto no considerado en el modelo de Huang es el término de arrastre no lineal en la ecuación de la oscilación forzada, el cual depende de la forma del cuerpo y el número de Reynolds.

El objetivo de este capítulo es realizar un análisis de estabilidad más profundo y válido, para proceder al diseño de un controlador de oscilaciones de un vehículo subacuático operado remotamente en tales circunstancias. El análisis se realizará para los movimientos en un grado de libertad, considerando operaciones de ascenso y descenso excitados armónicamente desde la superficie. Para el estudio de la dinámica, se considerarán diferentes modelos con diferentes grados de conocimientos de la física del vehículo, asumiéndose un amortiguamiento no lineal, una fuerza de restablecimiento bilineal, fuerzas de radiación potencial y saturación en los actuadores. Además se examinará sin pérdida de generalidad un vehículo subacuático de forma esférica con diferentes diámetros, proporcionando una resistencia de arrastre variable y diferentes fuerzas de inercia. Un ejemplo de ROV con esta forma se encuentra descrito en (Do *et al.* 2004).

A través del análisis de estabilidad oscilatorio se buscará obtener información fundamental sobre el comportamiento dinámico del sistema cable umbilical-ROV en operación vertical en la condición de tire y afloje del cable bajo control. Para ello se pretende clasificar la diversidad de las oscilaciones que se producen en el sistema operado libremente, considerándose la variación de diferentes parámetros en su dinámica. Entre los parámetros que presenta el sistema se destacan la variación del largo y de la rigidez del cable, la amplitud y frecuencia de la ola excitante, el área sumergida del ROV y la magnitud de la

fuerza de sus propulsores.

El principal objetivo de un controlador será principalmente evitar los efectos indeseables de tirones y afloje del cable. Para este propósito se cuentan con los propulsores de empuje vertical del ROV y el motor de la grúa de izado, que sujeta a la unidad. Otro objetivo de control secundario puede orientarse a la regulación de la tensión del cable en un punto de trabajo en la profundidad a fin de alejarla de su valor de ruptura. Para analizar la ventaja de la utilización del sistema de control respecto a la operación libre para diferentes parámetros del sistema, se comparará la respuesta de la dinámica controlada respecto a la no controlada.

A partir de los resultados obtenidos en el presente capítulo se buscará extender a posteriori el problema al seguimiento de trayectorias complejas en 6 grados de libertad con control adaptivo. Esto no implica necesariamente una generalización del caso simple, sino el empleo, a veces, de nuevas herramientas de análisis y diseño como se verá luego.

3.2. Dinámica en un grado de libertad

Se considerará el siguiente escenario para su estudio. Durante las operaciones de ascenso y descenso del ROV, un movimiento armónico vertical de la grúa de izado debido a la acción de las olas monocromáticas en el barco, causan una transición de tirones y afloje en el cable umbilical. Usualmente el ROV está dispuesto sobre la popa del barco. El cable permanece en un plano vertical y toma una curvatura particular dada por la acción de una corriente como se muestra en Fig. (3.1). Dependiendo de la operación del ROV y la elevación del mástil de izado, el cable puede ser tensado por ambos extremos, el superior y el inferior (condición tirante).

También cuando ambos extremos se mueven en un sentido confluyente, puede tener lugar una relajación del cable (condición de afloje). Por el contrario, en direcciones antagónicas, ocurre la tirantez. Este movimiento particular ocurre en forma alternada principalmente cuando una excitación periódica como una ola actúa en el sistema.

En este capítulo se analiza el fenómeno en un grado de libertad, el eje vertical z , y se asume que existe un equilibrio estático de la tensión del cable dado por el peso del vehículo en el agua (ver Fig. (3.2)). Se describe además la hidrodinámica completa no lineal, para mostrar de esta manera que, en una simple operación con excitación monocromática, se

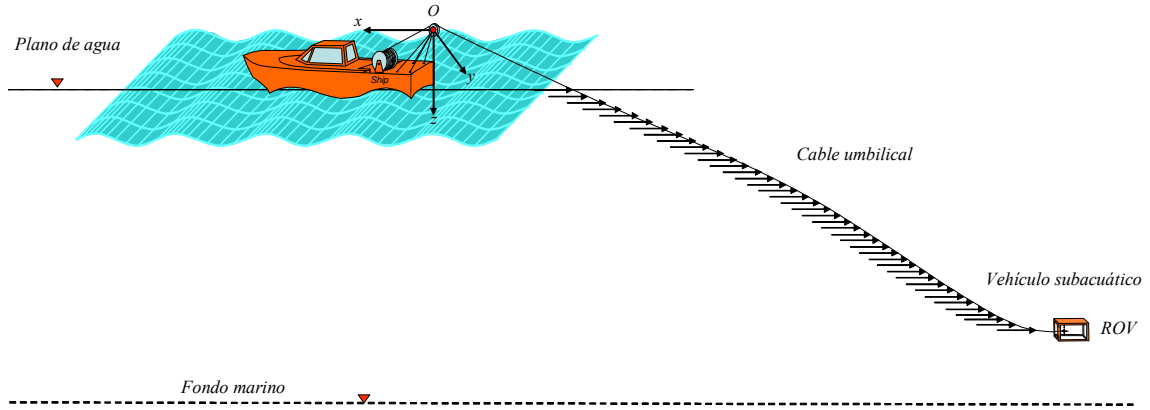


Figura 3.1: Vehículo operado remotamente y barco de superficie

puede inducir comportamientos complejos en el sistema a lazo abierto.

Para el análisis de la dinámica del sistema cable umbilical-ROV, son consideradas las siguientes hipótesis generales:

- a) el movimiento tiene lugar verticalmente (modo heave)
- b) la masa del cable es despreciable
- c) el ROV tiene una flotabilidad ligeramente positiva y su casco es esférico
- d) la masa del barco de superficie es mucho mayor en comparación con la masa del ROV
- e) en la condición de afloje, la rigidez del cable es nula
- f) el mar provee una excitación persistente monocromática y vertical desde el pivote donde el cable se encuentra amarrado, y
- g) los propulsores de empuje vertical y el motor de la grúa de izado están disponibles para propósitos de control.

La posición del ROV en las operaciones de ascenso y descenso está determinada por una profundidad de inmersión d con respecto a la línea de agua. Cuando el extremo superior del cable se mueve en la cantidad $(b - a \sin \omega t)$ y el extremo inferior se halla ubicado en d (véase Fig. (3.2)), la tensión del cable es:

$$F_c = \frac{EA_0}{L} (d - L + b - a \sin(\omega t)), \quad (3.1)$$

donde L es el largo del cable, b es la elevación de la grúa, $a \sin(\omega t)$ es la oscilación alrededor de ésta debido a una ola monocromática, E es el módulo de Young del cable y A_0 es su sección transversal. Por otra parte, cuando el cable permanece flojo, se tiene que $F_c = 0$.

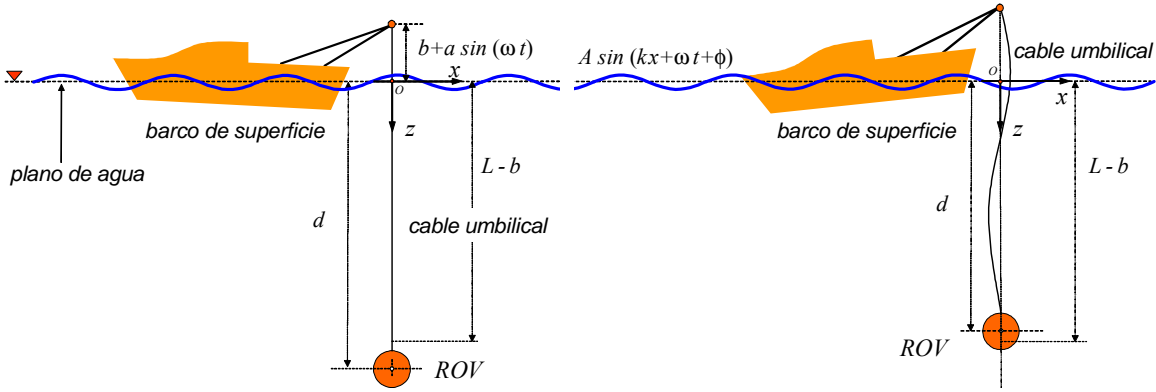


Figura 3.2: Sistema cable umbilical-ROV en condición de tirantez (izquierda) y en condición de afloje (derecha)

Las condiciones para los dos estados del cable se resumen como:

$$d - L + b - a \sin(\omega t) > 0 \rightarrow \text{condición tirante } F_c > 0 \quad (3.2)$$

$$d - L + b - a \sin(\omega t) \leq 0 \rightarrow \text{condición de afloje } F_c = 0. \quad (3.3)$$

De las Ec. (3.1)-(3.3) se desprende que la característica tensión-deformación del cable es continua pero quebrada en $d - L + b = a \sin(\omega t)$, es decir en el punto de transición de flojedad a tirantez o viceversa. Además la rigidez del cable $\frac{EA_0}{L}$ varía de forma inversamente proporcional a L .

Para caracterizar el movimiento vertical se aplica un modelo en un sólo grado de libertad. La dinámica es caracterizada por diferentes aproximaciones matemáticas, cada una con un incremento progresivo en el conocimiento de la física, empezando de un modelo simple de la hidrodinámica hacia un modelo más refinado incluyendo un coeficiente de arrastre dependiente de la velocidad y fuerzas de radiación potencial. Cada una de estas descripciones son analizadas separadamente y luego comparadas bajo en mismo conjunto de parámetros.

Ecuaciones de movimiento - Modelo 1

Las ecuaciones de movimiento en el eje vertical z están sujetas a la mecánica del cuerpo rígido, a la hidrodinámica dada por la Teoría de Flujo Potencial y las leyes de Morison (ver Dean y Dalrymple, 1991; Wilson, 1984).

Consideremos que la hidrodinámica del sistema cable-ROV está descrito por la llamada masa aditiva debida a la geometría del ROV y la fuerza de arrastre por un coeficiente de arrastre constante.

Los parámetros del sistema son la masa del ROV m , la masa aditiva m_∞ debido a la aceleración de las partículas de agua que rodean la superficie del ROV, la aceleración de la gravedad g , la densidad del agua de mar ρ , el coeficiente de arrastre hidrodinámico C_D , el diámetro del ROV D y finalmente la resultante de la fuerza vertical de los propulsores F_t .

Como la característica del cable tiene dos tramos lineales de acuerdo a las Ec. (3.2)-(3.3), las ecuaciones pueden ser establecidas separadamente para estos dos estados. Por un lado, para la condición de tirantez de la Ec. (3.2), es válido que:

$$(m + m_\infty) \ddot{d} + \frac{\pi\rho D^2}{8} C_D \dot{d} \left| \dot{d} \right| + \frac{EA_0}{L} (d - L + b) + \frac{\pi\rho D^3}{6} g + F_t = mg + \frac{EA_0 a}{L} \sin(\omega t), \quad (3.4)$$

y, por el otro lado, para la condición de afloje de la Ec.(3.3), se cumple lo siguiente:

$$(m + m_\infty) \ddot{d} + \frac{\pi\rho D^2}{8} C_D \dot{d} \left| \dot{d} \right| + \frac{\pi\rho D^3}{6} g + F_t = mg. \quad (3.5)$$

Entonces la solución $d(t)$ puede se compuesta a tramos de las soluciones de las Ec. (3.4) y (3.5).

La aproximación de la hidrodinámica a través de un coeficiente constante m_∞ es suficientemente buena para grandes profundidades. Prácticamente, esto se cumple para $d \gg D$. Para la superficie esférica considerada, la masa aditiva es exactamente igual a la mitad de la masa de fluido desplazada por el cuerpo, es decir, $m_\infty = \frac{\rho\pi D^3}{12}$. Se asume una ligera flotabilidad positiva, por tanto es válido que $\frac{m}{m_\infty} \gtrsim 2$.

Ecuaciones de movimiento - Modelo 2

Además de la masa aditiva debida a la geometría del ROV, puede mejorarse la descripción de la hidrodinámica incorporándose el coeficiente de arrastre dependiente de la velocidad (ver Figs. (3.3) y (3.4)). Esto nos acerca a una mejor descripción de la dinámica del sistema cable-vehículo.

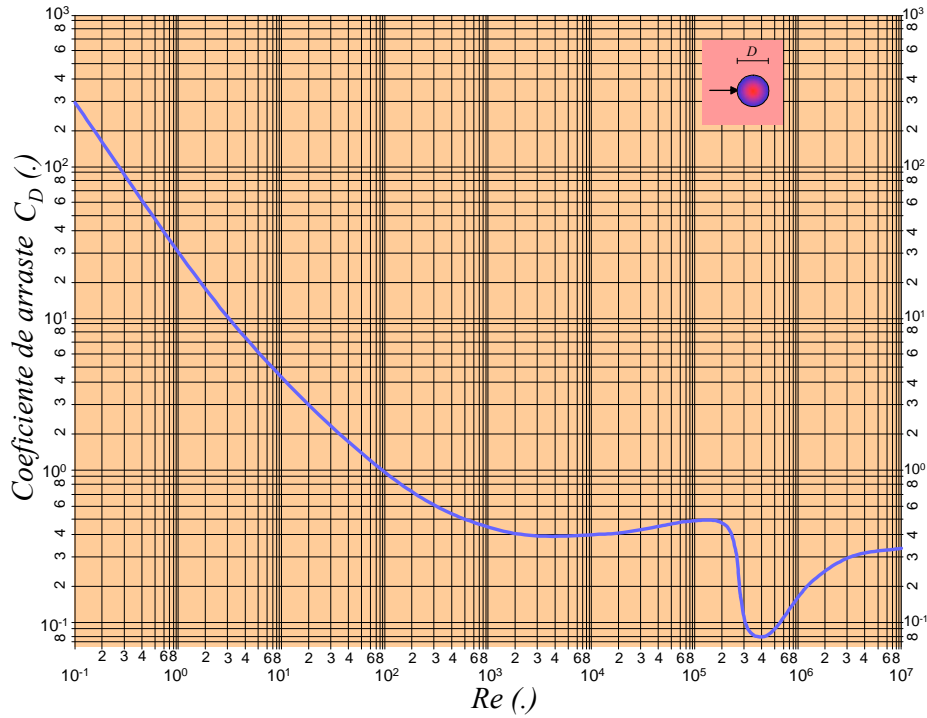


Figura 3.3: Coeficiente de arrastre para un cuerpo de forma esférica en función del número de Reynolds

Es importante notar que C_D depende básicamente de la forma del ROV sobre la dirección de movimiento, y consecuentemente éste puede ser clasificado como un parámetro de diseño. Sin embargo, como el C_D depende también del número de Reynolds, el cual cambia durante la operación, es que se asume como parámetro de operación. El número de Reynolds se define como:

$$Re = \frac{\rho D}{\eta_{H_2O}} \dot{d} = 1,026 \times 10^6 D \dot{d}, \quad (3.6)$$

con $\rho = 1,026 \times 10^3$ (Kg/m³) la densidad del agua de mar y $\eta_{H_2O} = 10^{-3}$ (Kg/ms) la viscosidad dinámica del agua. Tomando la Fig. (3.3) en consideración, C_D puede ser calculado aproximadamente en el rango $Re \in [10^{-1}, 10^7]$ por medio de un regresor lineal como:

$$C_D = \varphi_{Re}^T \theta_{Re}, \quad (3.7)$$

con

$$\varphi_{Re}^T = [(\log_{10} Re)^{21}, (\log_{10} Re)^{20}, \dots, (\log_{10} Re)^2, (\log_{10} Re), 1] \quad (3.8)$$

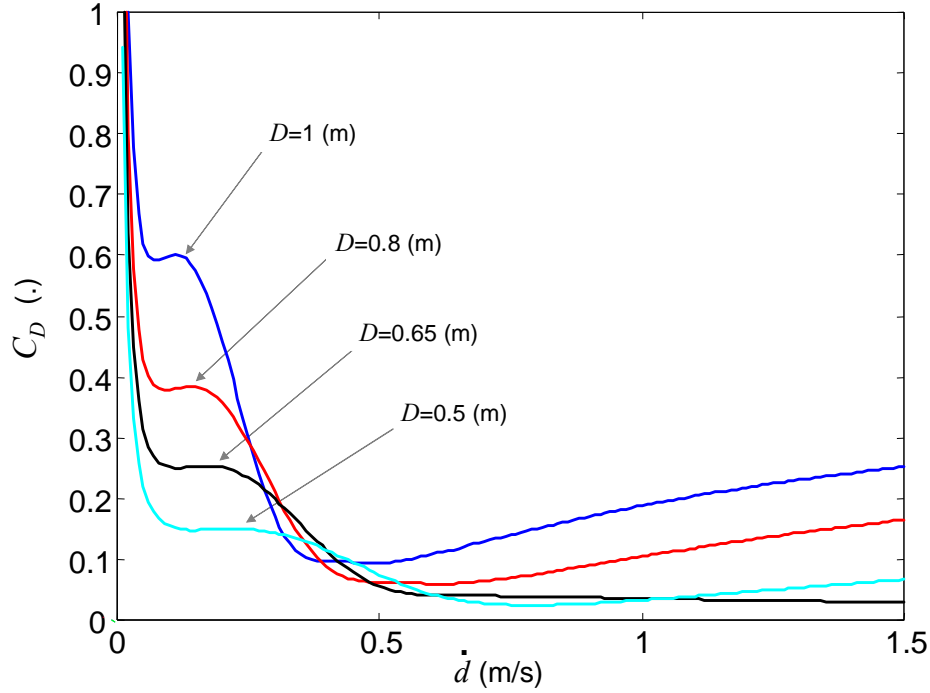


Figura 3.4: Coeficiente de arrastre en función de la velocidad para diferentes diámetros

$$\theta_{\text{Re}} = [-8,332 \times 10^{-9}; 5,389 \times 10^{-7}; -1,592 \times 10^{-5}; 2,841 \times 10^{-4}; -3,412 \times 10^{-3};$$

$$2,905 \times 10^{-2}; -1,798 \times 10^{-1}; 8,132 \times 10^{-1}; -2,648; 5,925; -7,871; 2,121; 12,407;$$

$$-20,641; 6,411; 17,352; -26,194; 28,856; -45,340; 62,735; -56,695; 27,193]^T, \quad (3.9)$$

La Ec. (3.7) describe una aproximación polinomial de grado 21 de la curva en la Fig. (3.3) basada en datos experimentales en estado estacionario. Los coeficientes en la Ec. (3.9) se encontraron por mínimos cuadrados de error respecto a la curva teórica.

La dependencia de C_D con el diámetro puede apreciarse en la Fig. (3.4). La cual se puede establecer mediante (3.7) empleando (3.6) en (3.8). Se hace notar que cuando \dot{d} tiende a cero C_D tiende a infinito en la forma $1/\dot{d}$.

En el nuevo modelo, las ecuaciones de movimiento están dadas primero para la condición tirante de la Ec. (3.2) como:

$$(m + m_\infty) \ddot{d} + \frac{\pi \rho D^2}{8} C_D(\dot{d}) \dot{d} |\dot{d}| + \frac{EA_0}{L} (d - L + b) + \frac{\pi \rho D^3}{6} g + F_t =$$

$$m g + \frac{EA_0 a}{L} \sin(\omega t), \quad (3.10)$$

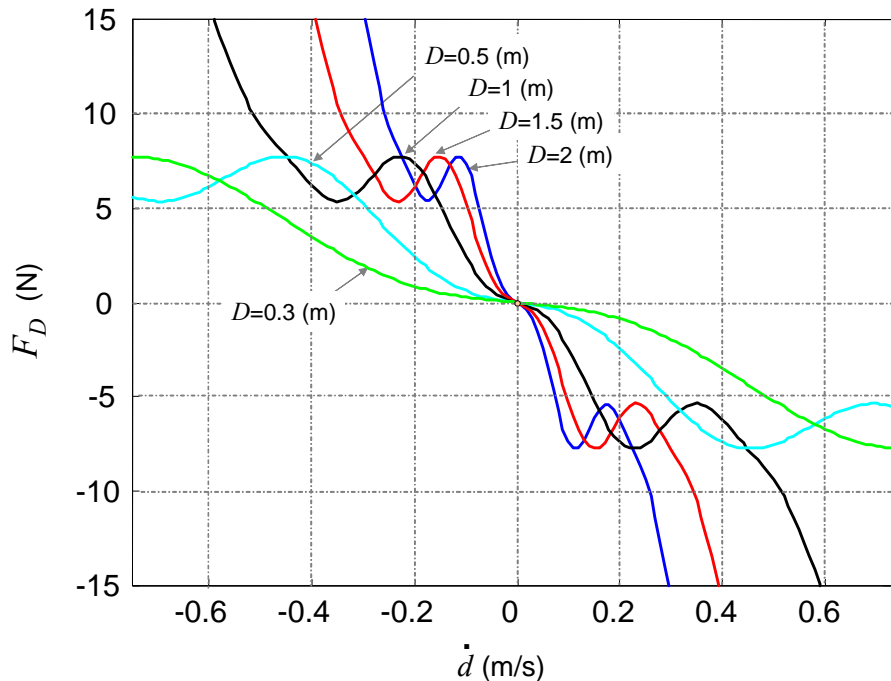


Figura 3.5: Característica de la fuerza de arrastre para diferentes diámetros

y para la condición de afloje de la Ec. (3.3):

$$(m + m_{\infty}) \ddot{d} + \frac{\pi \rho D^2}{8} C_D \left(\dot{d} \right) \dot{d} \left| \dot{d} \right| + \frac{\pi \rho D^3}{6} g + F_t = m g . \quad (3.11)$$

En la Fig. (3.5) la característica de la fuerza de arrastre basada en la relación $F_D = -\frac{\pi \rho D^2}{8} C_D \left(\dot{d} \right) \dot{d} \left| \dot{d} \right|$ es descrita para diferentes volúmenes. Se pueden notar zonas de no convexidades que representan cambios de ganancia de positiva a negativa y viceversa. Su interpretación física está dada por el origen de comportamientos turbulentos para dichos intervalos de velocidad.

Ecuaciones de movimiento - Modelo 3

Una mejor caracterización de la dinámica del sistema cable-ROV puede incluir la capacidad de radiación del cuerpo sumergido en movimiento. Las radiaciones son significativas fundamentalmente a pequeñas profundidades de inmersión, y decaen exponencialmente con el aumento de d .

En esta situación la dinámica es afectada por una nueva fuerza, llamada fuerza de

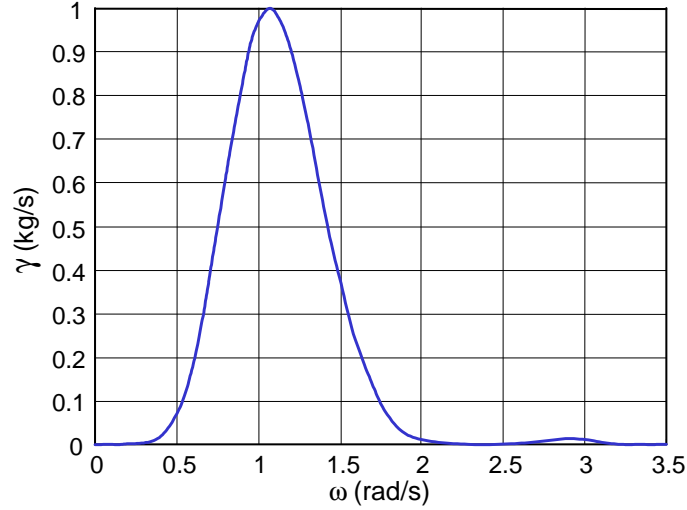


Figura 3.6: Amortiguamiento potencial de un cuerpo esférico sumergido con $D = 2[m]$ y $d = 15[m]$

radiación inducida dada por:

$$F_r(t) = -m_\infty \ddot{d}(t) - \int_{-\infty}^t \kappa(\tau; D, d) \dot{d}(t - \tau) d\tau, \quad (3.12)$$

donde $\kappa(t; D, d)$ es una función de respuesta impulsiva considerada por la memoria de la respuesta del fluido a desplazamientos repentinos del cuerpo. Estos dependen de la geometría de la parte sumergida del cuerpo como así también de la profundidad de inmersión. Para la esfera la geometría es parametrizada a través de D .

Una forma directa para calcular κ es por medio de la siguiente integral:

$$\kappa(t; D, d) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \gamma(\omega; D, d) \cos(\omega t) d\omega, \quad (3.13)$$

donde $\gamma(\omega; D, d)$ es la función de amortiguamiento potencial parametrizado en D y d . Esta puede ser calculada numéricamente usando la Teoría de Franjas (Strip Theory) y la Teoría de Flujo Potencial (véase Jordán y Beltrán-Aguedo, 2004b). Por ejemplo, la Fig. (3.6) representa la función de amortiguamiento potencial del cuerpo esférico para valores particulares de $D = 2(m)$ y $d = 15(m)$. Esto fue obtenido con la herramienta de Software AQWA[®] para la computación de la hidrodinámica (AQWA, 2002).

La dependencia de γ con D y d puede ser aproximada para $d > D/2$ por:

$$\gamma(\omega; D, d) = f(D, d) \gamma(g(d)\omega; 2, 15), \quad (3.14)$$

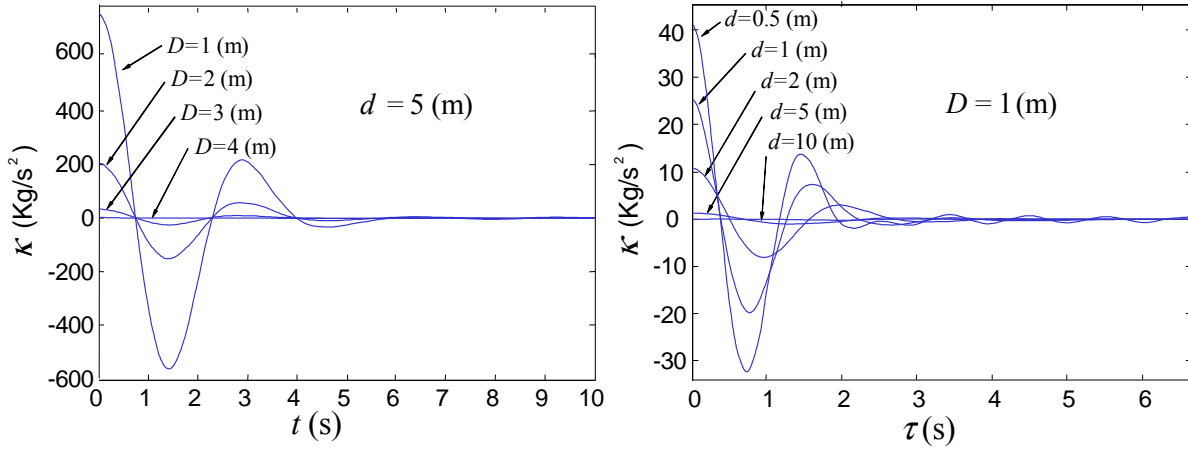


Figura 3.7: Respuesta impulsiva para diferentes diámetros D y profundidades d

con funciones de atenuación y contracción:

$$f(D, d) = 4,8 \times 10^6 \frac{D^{4,58}}{(d + 7,05)^6} \quad (3.15)$$

$$g(d) = \frac{8,28}{(d + 2,51)^{0,73}}, \quad (3.16)$$

respectivamente. Las relaciones de las Ec. (3.15)-(3.16) fueron obtenidas interpolando varias curvas $\gamma(\omega; D, d)$ para un conjunto de valores de D y d y normalizando con respecto a $\gamma(\omega; 2, 15)$.

Usando la Fig. (3.6) y poniendo la Ec. (3.14) en la Ec. (3.13), la función de respuesta impulsiva puede ser calculada numéricamente. La Fig. (3.7) muestra diferentes funciones de respuesta impulsiva para un conjunto de valores de D y d . Se concluye que la respuesta de radiación es dominante para bajas profundidades y diámetros relativamente grandes pero insignificante para $d > 10(m)$. Otra característica del modelo es que la oscilación presente en la evolución de la respuesta posee una frecuencia de resonancia que decrece con la profundidad.

Después de calcular $\kappa(t; D, d)$ para el diámetro del cuerpo y su profundidad, la Ec. (5.31) puede ser aplicada también para evaluar la fuerza de radiación inducida F_r para dinámicas de ascenso y descenso.

Como d es un estado del sistema cable-vehículo, la respuesta impulsiva se torna dependiente del tiempo de la siguiente manera:

$$\kappa(t; D, d) = \kappa(t; D, d(t)). \quad (3.17)$$

La ecuación de movimiento en el eje vertical z vale, para la condición de tirantez (Ec. (3.2)):

$$[m + m_\infty] \ddot{d} + \frac{\pi\rho D^2}{8} C_D(\dot{d}) \dot{d} \left| \dot{d} \right| + \frac{EA_0}{L} (d - L + b) + \frac{\pi\rho D^3}{6} g + F_t = mg + \frac{EA_0 a}{L} \sin(\omega t) - \int_{-\infty}^t \kappa(\tau; D, d) \dot{d}(t - \tau) d\tau, \quad (3.18)$$

y para la condición de flojedad (Ec. (3.3)):

$$[m + m_\infty] \ddot{d} + \frac{\pi\rho D^2}{8} C_D(\dot{d}) \dot{d} \left| \dot{d} \right| + \frac{\pi\rho D^3}{6} g + F_t = mg - \int_{-\infty}^t \kappa(\tau; D, d) \dot{d}(t - \tau) d\tau. \quad (3.19)$$

Debe destacarse que la función:

$$f_o = - \int_{-\infty}^0 \kappa(\tau; D, d) \dot{d}(t - \tau) d\tau, \quad (3.20)$$

describe el efecto de la evolución pasada de la hidrodinámica en $t = 0$, es decir, caracteriza la condición inicial para las ecuaciones diferenciales (3.18)-(3.19). Afortunadamente, la desvanescencia de $\kappa(\tau)$ para $\tau \rightarrow \infty$ y la pasividad del sistema descrito por las Ec. (3.18)-(3.19) indican que el hecho de suponer $f_o = 0$ no tiene efecto en la exactitud de la solución $d(t)$ en el estado estacionario (ver Jordán, 2005). Como consecuencia, para los siguientes estudios en estado estacionario se asume f_o nulo.

3.3. Análisis de estabilidad de oscilaciones no lineales

No siempre es posible obtener una solución analítica para las diferentes ecuaciones diferenciales (3.4)-(3.5), (3.10)-(3.11) y (3.18)-(3.19). La excitación se supondrá de ahora en más periódica y en consecuencia el sistema oscilará. Las ecuaciones de movimiento pueden ser rescritas genéricamente como:

$$\ddot{d} + f(\dot{d}, d, \mu_i) = h(u, \mu_j), \quad (3.21)$$

con $u = a \sin(\omega t)$ la entrada, f una función conteniendo la rigidez no lineal del cable y el amortiguamiento, y h una función no lineal de la entrada. Los coeficientes representados

por μ_i y μ_j son parámetros libres que influyen las características del comportamiento y son necesarios para considerar los cambios en las propiedades físicas del cable. La evolución del sistema sigue una oscilación no lineal muy sensible a parámetros μ_i y μ_j .

La existencia de condiciones para soluciones de período uno y métodos aproximados de solución son discutidos por ejemplo en (Rossenwasser, 1969; Guckenheimer y Holmes, 1997). En (Huang, 1999) se estableció un procedimiento analítico para detectar órbitas forzadas de período uno basada en la observación de autovalores de un sistema discreto que relaciona los puntos de cruce por cero de las órbitas periódicas. El método es complementado con un algoritmo iterativo para enriquecer la información sobre la estabilidad dada por los autovalores. El dominio de atracción es extremadamente sensible a malas condiciones iniciales, de manera tal que el resultado no es siempre confiable para ser extendido aquí.

En esta sección desarrollamos procedimientos numéricos propios a fin de establecer estabilidad oscilatoria en forma más precisa y confiable. Estos procedimientos están basados en mapas de Poincaré, promediación de tiempo y medidas asintóticas (Jordán y Bustamante 2007b).

A fin de obtener un mapa de Poincaré de una realización temporal desde el transitorio de la evolución del sistema, se diseñará un método basado en series temporales. La ventaja de ello es que la convergencia de la serie indicará un período estable, la no convergencia acotada de la serie apuntará a una solución caótica estable, y finalmente, la divergencia de la serie señalará una solución inestable sin mayor información de la periodicidad. Si el método falla ante una divergencia, se busca otra condición inicial en el dominio de atracción. Se debe mencionar que la búsqueda de bifurcaciones de las Ec. (3.10)-(3.11) falla mediante el uso de programas estándar como XPPAUTO y LOCBIF debido a la complejidad de las ecuaciones. Este método, aunque simple, es una alternativa eficaz.

El objetivo general de este estudio es establecer cuán compleja es la dinámica de vehículos subacuáticos en forma cualitativa. En el Cap. 7 se abordará nuevamente el problema, pero de forma mucho más general.

Soluciones periódicas

Asumamos que el comportamiento del sistema cable-ROV se registra desde una condición inicial $(d(0), \dot{d}(0))$ y su trayectoria de estados es muestreada con un período $T = \frac{2\pi}{\omega}$. La dinámica discreta en el tiempo puede ser descripta como:

$$\begin{bmatrix} d(k+1) \\ \dot{d}(k+1) \end{bmatrix} = \mathbf{F} \left(\begin{bmatrix} d(k) \\ \dot{d}(k) \end{bmatrix}, \boldsymbol{\mu} \right). \quad (3.22)$$

con k un entero positivo, \mathbf{F} una función valuada vectorialmente que es suave en ambas regiones delimitadas por $d - L + b - a \sin(\omega t) > 0$ y $d - L + b - a \sin(\omega t) \leq 0$, y $\boldsymbol{\mu}$ es un vector que describe los parámetros de control para el análisis de bifurcación. Estos parámetros conforman un espacio completo para la búsqueda de regiones de estabilidad, es decir, regiones que son libres de movimientos de tire y afloje para condiciones iniciales dadas en un dominio de atracción.

La determinación de \mathbf{F} en forma explícita sustenta la posibilidad de obtener soluciones analíticas del sistema compuesto por las Ec. (3.4)-(3.5) (o (3.10)-(3.11) o (3.18)-(3.19)), lo cual es solamente posible en la condición de afloje en la Ec. (3.11), ya que en este caso la ecuación diferencial es del tipo de Bernoulli y puede resolverse. Por esta razón, se intenta estudiar la periodicidad por métodos numéricos con la solución del sistema compuesto.

Identificación de soluciones periódicas

Las órbitas periódicas de los sistemas continuos de las Ec. (3.4)-(3.5), (3.10)-(3.11) y (3.18)-(3.19) corresponden a un punto fijo del sistema discreto de la Ec. (3.22) descrito por el mapa de Poincaré. Así, para un valor particular de $\boldsymbol{\mu}$, existe una solución $d(t)$ y una trayectoria de estados $\zeta(t)$ que empieza en una condición inicial arbitraria $\zeta(0)$ dentro de un dominio de atracción y es asintóticamente periódica con período $nT = \frac{n2\pi}{\omega}$.

Considerando la trayectoria muestreada conforme a:

$$\zeta(k) = \begin{bmatrix} \zeta_1(k) \\ \zeta_2(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d(t_0 + kT) \\ \dot{d}(t_0 + kT) \end{bmatrix},$$

el sistema discreto es asintóticamente estable y tiene un punto fijo cuando la serie $\{\zeta(k)\}_{k=0}^{\infty}$ converge a la serie periódica. Más aun, existe un retardo lo suficientemente largo q tal que

$\{\zeta(k) - \zeta(k - q)\}_{k=0}^{\infty}$ es una serie de Cauchy.

El procedimiento se describe aquí desde su heurística. A fin de detectar la periodicidad nT de $\zeta(k)$ durante el estado transitorio e identificar cualitativamente la diversidad del sistema, se toman dos enteros positivos de prueba q y n , con $q/n \gg 1$ y un valor real positivo arbitrariamente pequeño ε . Entonces, $\zeta(k)$ se dice nT periódico si existe un tiempo k_0 a partir del cual, para valores tal que $k \geq k_0$, las siguientes relaciones se cumplen:

$$\left\{ \begin{array}{l} \|\zeta(k) - \zeta(k - 1)\| > \varepsilon \\ \vdots \\ \|\zeta(k) - \zeta(k - n + 1)\| > \varepsilon \\ \|\zeta(k) - \zeta(k - n)\| < \varepsilon \\ \|\zeta(k) - \zeta(k - n - 1)\| > \varepsilon \\ \vdots \\ \|\zeta(k) - \zeta(k - 2n + 1)\| > \varepsilon \\ \|\zeta(k) - \zeta(k - 2n)\| < \varepsilon \\ \|\zeta(k) - \zeta(k - 2n - 1)\| > \varepsilon \\ \vdots \\ \|\zeta(k) - \zeta(k - q)\| > \varepsilon \end{array} \right. \quad (3.23)$$

y las series del sistema previo también cumplirán dentro de la banda ε :

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \|\zeta(k) - \zeta(k - \varsigma n)\| = 0, \quad (3.24)$$

para $\varsigma = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$. Más aun, se puede ver que las Ec. (3.23) y (3.24) son independientes del instante inicial de movimiento t_0 excepto para un conjunto de medida cero de series que son idénticamente cero o constante.

El sistema de ecuaciones (3.23) es equivalente a la función de autocorrelación $\vartheta(\tau) = \sum_{k=0}^{\infty} \zeta(k)\zeta^T(k + \tau)$, para $\tau = 0, 1, \dots$. La presencia de picos de $\vartheta(\tau)$ para grandes τ revela la periodicidad de ζ .

El método de detección anteriormente desarrollado puede ser usado también para identificar un estado caótico. En este caso, no existe un entero finito q que satisfaga la Ec. (3.23). Asumiendo que el sistema está en estado estacionario entonces la condición de caos implica:

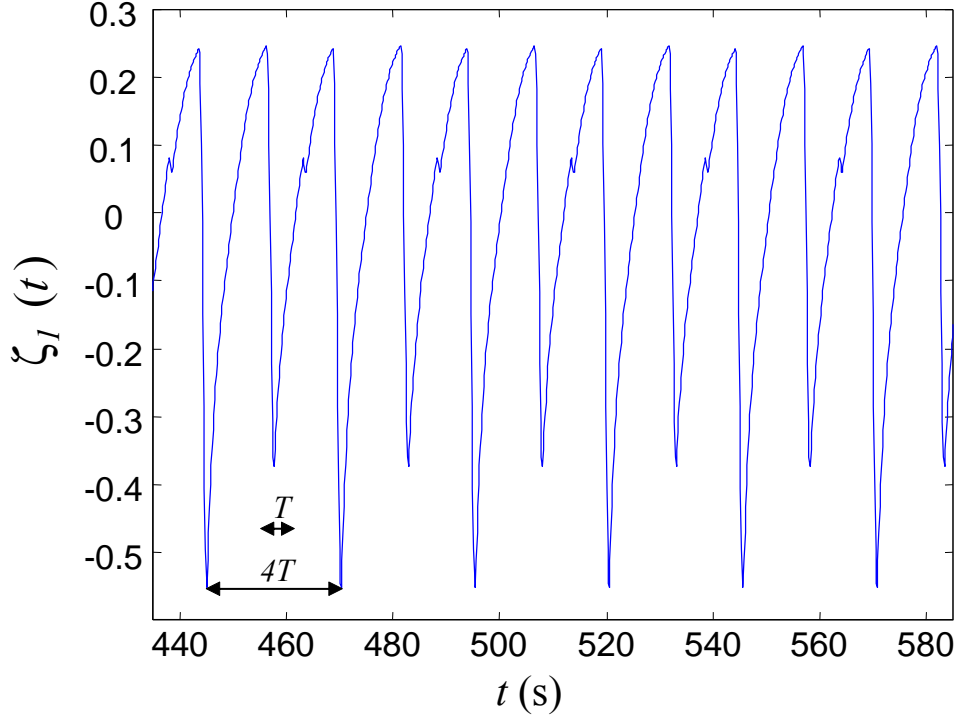


Figura 3.8: Comportamiento de período 4 (P4) en la dinámica de un ROV según modelo 1

$$\lim_{q \rightarrow \infty} \|\zeta(k) - \zeta(k-j)\| > 0, \text{ with } j = 0, \dots, q, \quad (3.25)$$

es decir, ninguna serie $\{\zeta(k) - \zeta(k-j)\}_{k=0}^{\infty}$ satisface ser una serie de Cauchy. Además, en este caso $\vartheta(\tau) \neq 0$ para todo τ excepto, quizás, para un conjunto numerable de medida cero.

En múltiples simulaciones de la dinámica se observó que el método de detección propuesto actúa bien en el pasaje del transitorio al estado estacionario ofreciendo una robustez numérica alta en todos los casos.

La aplicación del método de identificación de períodos es ilustrado en la Fig. (3.9) para un comportamiento de período 4 (P4) del sistema cable-ROV con los siguientes parámetros libres: $D = 0,85(\text{m})$, $EA_0 = 5 \times 10^6(\text{N})$ y $C_D = 0,2$, cuya evolución en el tiempo se presenta en Fig. (3.8). La detección de este período es representado en la serie muestreada en $\zeta_1(t)$ de la Fig. (3.8) a una velocidad igual a la del período de la onda $T = 6,5(\text{s})$.

De acuerdo a las restricciones de la Ec. (3.23) y para una tolerancia elegida de:

$$\varepsilon = 10^{-6} \max_{t \in [0, \infty], \tau \in (0, \infty]} |\zeta(t) - \zeta(t-\tau)| = 10^{-6} \left(\max_{t \in [0, \infty]} \zeta(t) - \min_{t \in [0, \infty]} \zeta(t) \right), \quad (3.26)$$

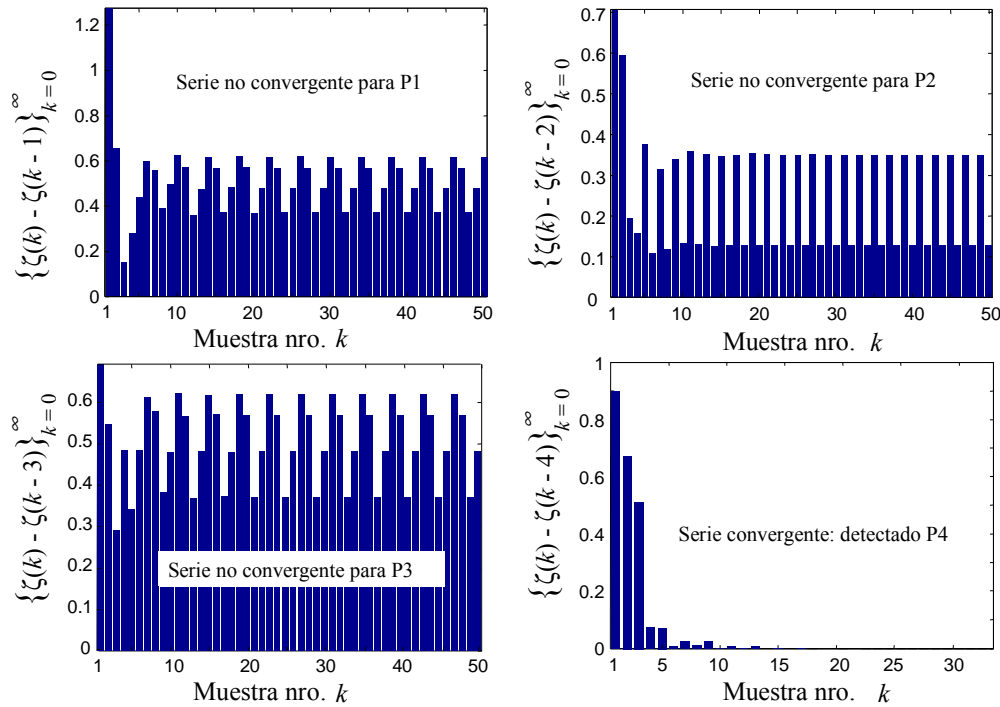


Figura 3.9: Detección de bifurcaciones para un caso P4 sobre las series de Cauchy

se analizan cuatro series para $n = 1$ a $n = 4$, donde P4 es establecida a través del test de convergencia que se observa en Fig. (3.9). También la serie para $n = 8$ genera una serie de Cauchy durante el análisis de estabilidad, pero la primer serie detectada por el método es para $n = 4$. Luego el método determina el punto fijo P4 para el conjunto de parámetros libres considerados en el sistema analizado.

3.4. Regiones de estabilidad

Se definen en esta sección a las regiones de estabilidad como las zonas en el espacio de parámetros libres, en la cual el comportamiento del sistema cable-ROV es caracterizado por una oscilación acotada en el estado estacionario sujeta a la condición de tirantez $F_c > 0$. Esto implica generalmente una oscilación de período uno. Desde un punto de vista práctico, tales regiones caracterizan operaciones predecibles y seguras.

La frontera de la región de estabilidad depende del vector inicial $(d(0), \dot{d}(0))^T$ dentro de un dominio de atracción, el cual es asumido igual a $(L(0) - b, 0)^T$ en el conjunto de experimentos. Para valores específicos de parámetros libres, la dinámica puede también bifurcar y conducir a oscilaciones de período alto e inclusive caos en intervalos amplios de

ellos.

Para encontrar estas regiones mediante el método desarrollado previamente, se emplearán los tres modelos establecidos anteriormente, en base al esquema de la figura (3.2) y para parámetros de diseño y operación descritos en tablas subsiguientes. Finalmente se sacarán conclusiones comparativas.

Parámetros libres

Primero, se distingue entre parámetros de diseño y parámetros de operación, es decir, aquellos que son fijos en el diseño del ROV y aquellos que pueden variar durante la operación. Los mismos se listan en la tabla (3.1).

Tabla 3.1: Parámetros de diseño y operación

<u>Diseño</u>	<u>Operación</u>
D : diámetro del ROV	L : largo del cable
A_0 : sección transversal del cable	ω : frecuencia de ola
m : masa del ROV	a : amplitud de ola
$C_D(\text{forma})$: coeficiente de arrastre	$C_D(\text{Re})$: coeficiente de arrastre
m_∞ : masa aditiva	F_t : fuerza vertical de propulsión
E : módulo de Young	b : elevación del mástil

La mayoría de estos parámetros inciden sensiblemente en la aparición de oscilaciones no lineales del sistema.

Se define como el espacio paramétrico para regiones de estabilidad al conjunto de parámetros conformando el vector:

$$\boldsymbol{\mu} = [D, EA_0, C_D(\text{forma}), C_D(\text{Re}), L, F_t, a, \omega]^T. \quad (3.27)$$

La masa del ROV m y masa aditiva m_∞ no son empleadas directamente en la Ec. (3.27), sino a través de las relaciones $\frac{m}{\rho\pi D^3/6} = c_1 > 1$ y $\frac{m_\infty}{\rho\pi D^3/6} = c_2 = 0,5$, respectivamente, con c_1 y c_2 siendo constantes especificadas.

Las regiones de búsqueda quedan establecidas mediante intervalos de parámetros, los cuales se especifican en la tabla (3.2).

Debido a la gran dimensión del espacio de parámetros, las regiones de estabilidad

Tabla 3.2: Parámetros de simulación básicos

<u>Parámetros de diseño</u>	<u>Alcance</u>	<u>Parámetros de operación</u>	<u>Alcance</u>
$D = 1(\text{m})$	$[0,5 : 2]$	$L = 50(\text{m})$	$[1 : 10^2]$
$EA_0 = 10^6(\text{N})$	$[10^5 : 10^7]$	$\omega = 1(\text{rad/s})$	$[10^{-1} : 5]$
$\frac{m}{\rho \frac{\pi D^3}{6}} = 1,1$	—	$a = 1(\text{m})$	$[0 : 3]$
$C_D(\text{forma}) = 0,2$	—	$C_D(\text{Re})$	ver Fig. (3.3)
$b = 3(\text{m})$	—	$F_t = 0(\text{N})$	$[-600 : 600]$

se construyen en subespacios conformados por pares de componentes de $\boldsymbol{\mu}$ (dimensión y codimensión), mientras el complemento del par es mantenido constante. Para identificar la clase de oscilación, se sombrea las regiones de estabilidad donde se produce la condición de tirantez. También cada órbita es indicada con un símbolo que identifica su periodicidad. La detección de la periodicidad se realiza de acuerdo al método de identificación desarrollado previamente en base a series de Cauchy para una tolerancia dada por la Ec. (3.26).

Estabilidad de acuerdo al Modelo 1

Para estudiar el fenómeno de tire y afloje y sus propiedades de estabilidad, se llevaron a cabo simulaciones en base al modelo de las Ec. (3.4)-(3.5). Sus resultados son evaluados dentro de las regiones de estabilidad.

Las Figuras (3.10) hasta (3.12) ilustran las regiones de estabilidad en diferentes subespacios correspondientes a series experimentales para un coeficiente de arrastre constante, lo cual es la principal particularidad del Modelo 1. Generalmente, se ve que la región de estabilidad está compuesta por oscilaciones de período uno, indicado como P1, con la condición de tirantez cumplida. Afuera de la región de estabilidad, la diversidad de comportamientos es amplia, yendo de período P1 al caos. La presencia de un doblado de período (pitchfork) no es característico de las regiones de estabilidad, esto ocurre por ejemplo en otras ecuaciones diferenciales como las ecuaciones diferenciales no lineales de Mathieu y cuadrática de Duffing (Jiang, 1991; Kleczka y Kreuzer, 1995) vinculadas a sistemas parecidos, pero más simples. La evidencia presentada en este estudio con sistema simulado sugiere que la diversidad es producto de las no linealidades dependientes de ambas variables de estado, cosa que no ocurre en las ODEs de Mathieu y de Duffing. Las

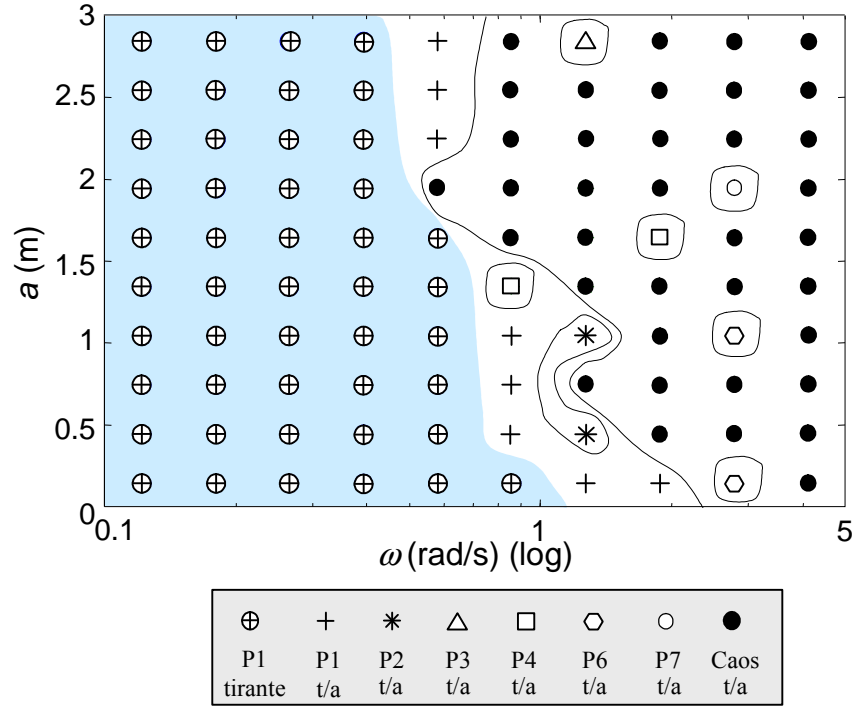


Figura 3.10: Región de estabilidad: amplitud vs. frecuencia para $C_D = 0,2$, $EA_0 = 10^6(\text{N})$ y $L = 50$ (m)

no linealidades corresponden a las características bilineal de la fuerza del cable y la característica cuadrática de la fuerza de arrastre. También se especula que esta complejidad causa la aparición de ambos tipos de oscilaciones periódicas de alto período: las pares y las impares. Consecuentemente en el caso de estudio aparecen escenarios para la ruta del caos mucho más complejos que las ODEs de Mathieu y Duffing.

En lo que sigue se ilustrará algunos escenarios de la diversidad. Más detalles se describen en (Jordán y Bustamante, 2007b).

La Fig. (3.10) muestra el rol de la ola de excitación monocromática a través de sus parámetros a y ω en la estabilidad del sistema. Se ve que olas de gran empujamiento, es decir, alto ($a\omega$), están asociadas al fenómeno de tire y afloje con presencia de caos como uno de los comportamientos más comunes en este subespacio. La banda entre la región de estabilidad y la de caos es delgada y compuesta principalmente por oscilaciones P1 y P2.

La Fig. (3.11) demuestra el balance entre la masa del ROV a través de D y la rigidez del cable para un largo medio. Como consecuencia, se ve que cuanto más grande es el

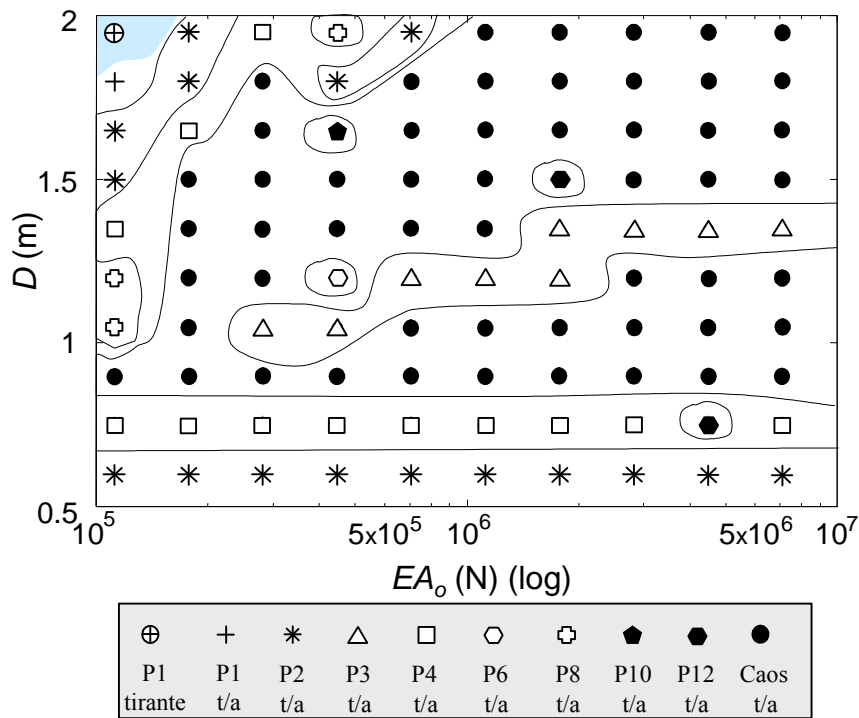


Figura 3.11: Región de estabilidad: diámetro del ROV vs. constante de rigidez del cable para $C_D = 0,2$, $a = 1$ (m), $\omega = 1$ (rad/s) and $L = 50$ (m)

diámetro del ROV, más elástico tiene que ser el cable para evitar la condición de tire y afloje.

Finalmente, la Fig. (3.12) muestra un marcada insensibilidad de las oscilaciones con la profundidad. Esto ocurre dentro y fuera de la región de estabilidad, excepto para profundidades superficiales, para los cuales la rigidez axial del cable es alta, es decir, donde L es pequeña. En forma simple, cuanto menor es L , más alta es la rigidez, y más factible es para el ROV poder seguir el movimiento armónico de la grúa del barco. Por otra parte, el comportamiento del sistema muestra una gran sensibilidad con la frecuencia de la ola.

El empleo de los modelos 2 y 3 evidencian una diversidad similar de oscilaciones, por la que puede concluirse que el grado de detalle del modelo que supuestamente describe la realidad del sistema vehículo-cable no simplifica cualitativamente la dinámica a controlar.

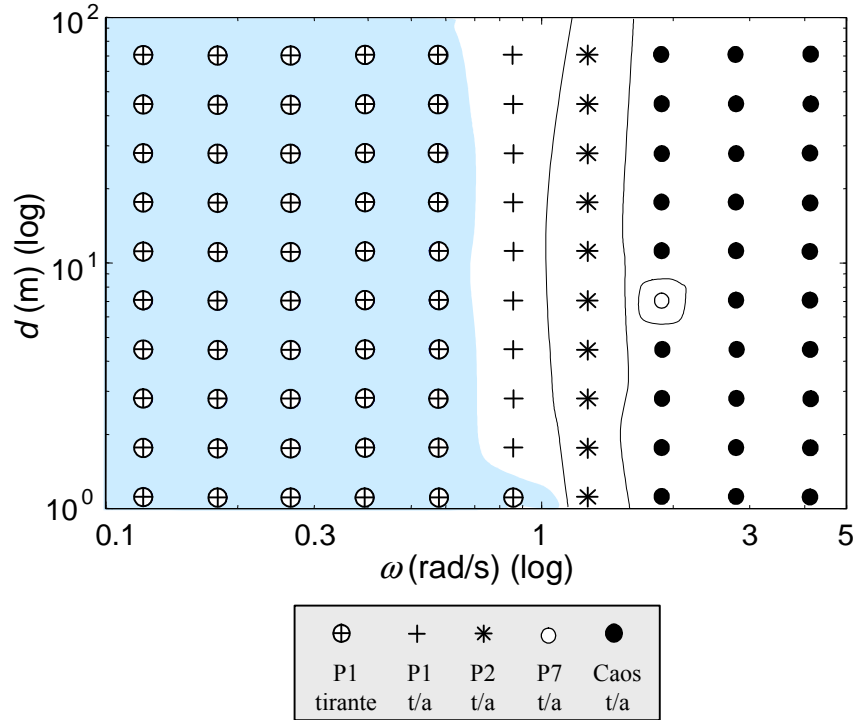


Figura 3.12: Región de estabilidad: profundidad del ROV vs. frecuencia para $C_D = 0,2$, $a = 1$ (m) y $EA_0 = 10^6$ (N)

3.5. Control de Tire y afloje

En las operaciones de ascenso y descenso, el estado de tirantez del cable describe en realidad la condición de menos esfuerzo desde el punto de vista de la elongación y la fatiga del cable. Esto puede inferirse a través del caso de estudio de la Fig. (3.13), donde la evolución de la fuerza del cable se muestra yendo desde el estado de tirantez al de tire y afloje. Este cambio cualitativo ocurre durante el comportamiento transitorio y es típicamente caracterizado por incrementos abruptos y fuertes de la magnitud de la fuerza debido a aceleraciones del extremo superior del cable durante la condición de afloje seguido por violentos tirones cuando el cable remolca al ROV nuevamente. Este escenario tiene lugar generalmente a frecuencias altas de la ola, dependiendo de la frecuencia natural del sistema masa resorte constituido por el ROV y el cable. Cuanto más corto es el largo del cable, más grande puede ser la frecuencia de evolución del estado de tire y afloje. También las máximas magnitudes de la fuerza en la condición de tire y afloje dependen directamente de la magnitud del empujamiento de la ola ($a\omega$).

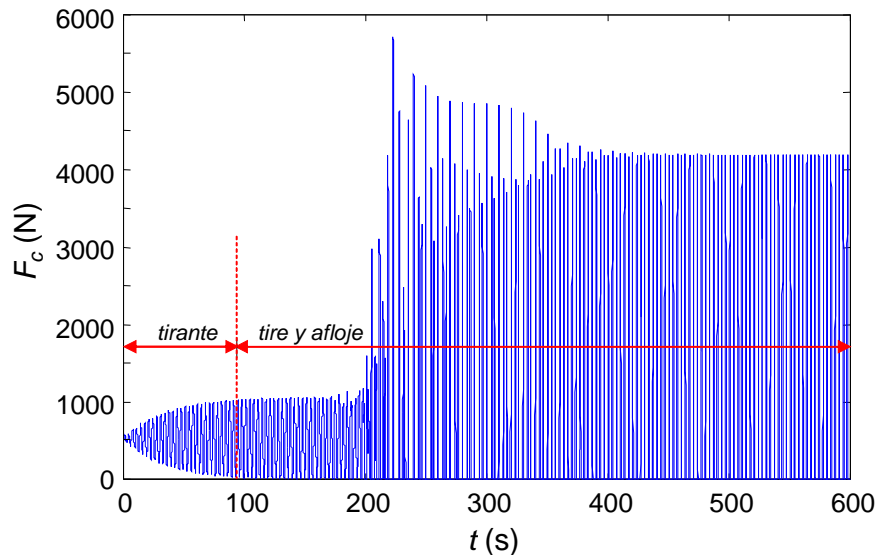


Figura 3.13: Evolución de la fuerza del cable para una ola de amplitud $a = 0,1$ (m), frecuencia $\omega = 1,87$ (rad/s), rigidez constante $EA_0 = 10^6$ (N) y largo del cable $L = 50$ (m)

Otra ventaja de preservar el estado de tirantez durante la operación, lo constituye una evolución mucho más predecible de la trayectoria del ROV. Se ve claramente de las Figs. (3.10)-(3.12) que el comportamiento del sistema es siempre de período P1 en la condición tirante y que generalmente esta evolución periódica se vuelve inestable bajo la presencia del fenómeno de tire y afloje con períodos altos e inclusive caos.

Teniendo en mente las ventajas mencionadas, una ley para el proceso de ascenso y descenso debería cuidar el límite de tensión del cable y simultáneamente mantener la condición de tirantez. Este objetivo marcará el diseño de un sistema de control de fuerzas. Además, un requerimiento práctico para operaciones de descenso o ascenso de la unidad sería minimizar el tiempo requerido para llevarlas a cabo. Por lo que también este requerimiento motivará un control de velocidad. Una estructura adecuada de control se propone en la Fig. (3.14).

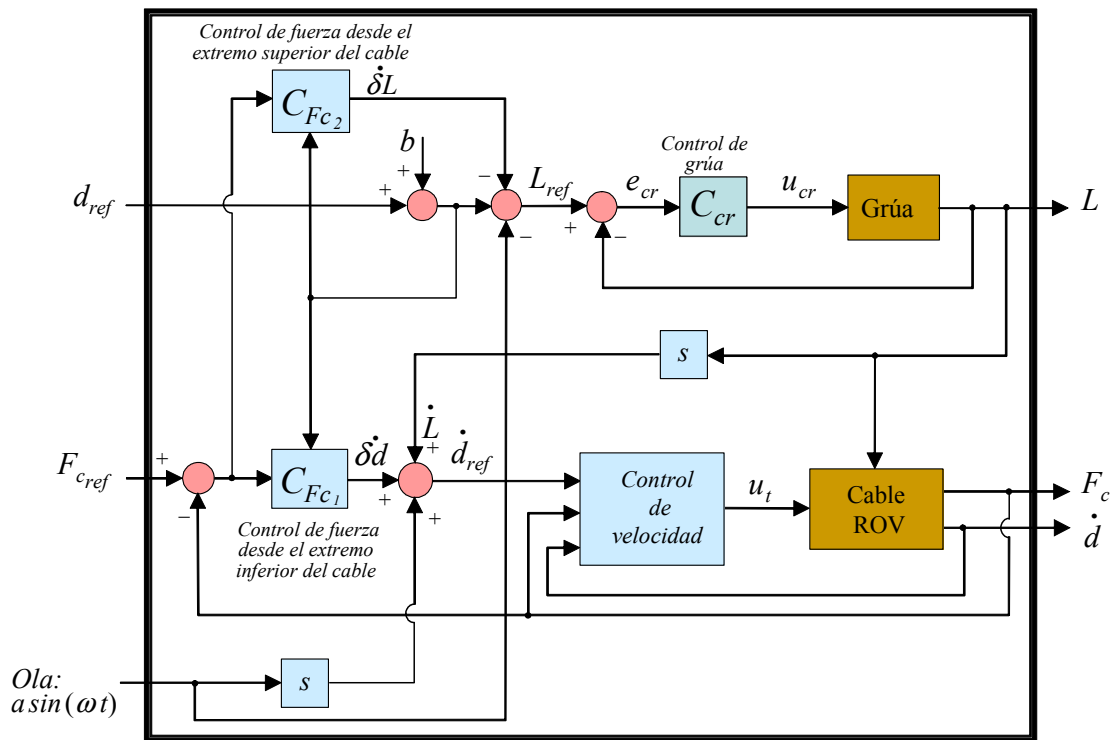


Figura 3.14: Control de profundidad y tensión del cable en operaciones de ascenso y descenso de un ROV

Para lograr estos objetivos de control, el sistema de la grúa de izado y de los propulsores del ROV serán incluidos en el diseño de un controlador. Ellos deben ser sincronizados en simultáneo, en una forma segura para alcanzar la profundidad deseada en corto tiempo. Además, debería esperarse que el beneficio de cualquier operación controlada produzca una extensión significativa de las regiones de estabilidad con respecto al sistema no controlado.

Con este fin, el sistema de control puede ser concebido como un sistema dinámico de dos entradas d_{ref} y F_{cref} , para la profundidad y la tensión deseadas del cable, respectivamente, y una tercera entrada de perturbación inevitable, la onda monocromática $a \sin(\omega t)$. Por el otro lado, se tiene tres salidas medibles: la velocidad del ROV \dot{d} , el largo L y la tensión F_c del cable.

Como se observa en la Fig. (3.14), la estrategia de control puede ser implementada con la ayuda de dos mecanismos. Primero, a fin de seguir las trayectorias deseadas para ascenso y descenso rápido con exactitud, la velocidad del ROV es controlada separadamente. Por otro lado, la tensión del cable es regulada desde ambos extremos a través de

controladores de fuerza inferior y superior C_{Fc_1} y C_{Fc_2} respectivamente los cuáles utilizan como actuadores al motor de la grúa y a los propulsores del ROV. Todos los controladores mencionados están acoplados no linealmente a través de múltiples realimentaciones como se verá en la ley de control. El diseño de los mismos será desarrollado a continuación.

3.5.1. Ley de Control no lineal

En función de alcanzar el objetivo de control mencionado, se propone una ley de dos grados de libertad con un vector de acción de control dado por:

$$\mathbf{u}(t) = [u_t(t), u_{cr}(t)]^T, \quad (3.28)$$

donde u_t es el voltaje del propulsor y u_{cr} es el voltaje del motor de la grúa.

Se observa que la principal causa del fenómeno de tire y afloje es la perturbación de la ola. Este es más acentuado cuanto más alta es la energía de la ola. Para olas monocromáticas, la energía principal es proporcional a $(\omega a)^2$. Dado que los actuadores pueden producir una energía limitada para niveles de propulsión y velocidad, la efectividad de cualquier sistema de control estará restringida por un máximo especificado de empinamiento de la ola (ωa) .

Para una descripción más clara del diseño del sistema de control, considerando el modelo 2, a continuación se resumen nuevamente las Ec. (3.10) y (3.11) que caracterizan el sistema ROV-cable-grúa:

$$(m + m_\infty) \ddot{d} + \frac{\pi \rho D^3}{6} g + F_t = m g + F_c + F_D, \quad (3.29)$$

Las no linealidades de las dinámicas se incluyen en las fuerzas y momentos involucrados en el sistema conectado, es decir:

$$F_D = -\frac{\pi \rho D^2}{8} C_D \left(\dot{d} \right) \dot{d} \left| \dot{d} \right| \quad (3.30)$$

$$F_c = \begin{cases} -\frac{EA_0}{L}z, & \text{para } z \geq 0 \\ 0 & , \text{ para } z \leq 0 \end{cases}, \text{ con } z = d - L + b - a \sin(\omega t) \quad (3.31)$$

$$F_t = \begin{cases} \frac{K_t}{s^2 + \gamma_1 s + \gamma_0} u_t |u_t|, & \text{para } u_t \in [u_{t \text{ mín}}, u_{t \text{ máx}}] \\ F_{t \text{ mín}}, & \text{para } u_t \leq u_{t \text{ mín}} \\ F_{t \text{ máx}}, & \text{para } u_t \geq u_{t \text{ máx}} \end{cases} \quad (3.32)$$

$$M_{cr} = \begin{cases} \frac{k_1 s}{\frac{L_a J}{k_1 k_2} s^2 + \frac{R_a J}{k_1 k_2} s + 1} u_{cr}, & \text{para } u_{cr} \in [u_{cr \text{ mín}}, u_{cr \text{ máx}}] \\ M_{cr \text{ mín}}, & \text{para } u_{cr} \leq u_{cr \text{ mín}} \\ M_{cr \text{ máx}}, & \text{para } u_{cr} \geq u_{cr \text{ máx}} \end{cases}, \quad (3.33)$$

donde γ_0 y γ_1 son coeficientes de la dinámica de motor del propulsor, K_t es su ganancia, M_{cr} el momento del tambor de la grúa, L_a y R_a es la inductancia y resistencia de la armadura del motor de la grúa, respectivamente, J es el momento de inercia del rotor, r es el radio del carretel donde se enrolla el cable, k_1 es la ganancia entre la corriente de armadura y la aceleración angular del tambor, y finalmente k_2 es la ganancia de transferencia entre velocidad angular y la fuerza contraelectromotriz del tambor. Los coeficientes $u_{t \text{ mín}}$, $u_{t \text{ máx}}$, $u_{cr \text{ mín}}$ y $u_{cr \text{ máx}}$ son los valores de saturación de los propulsores y de la grúa, respectivamente.

La no linealidad de la Ec. (3.30) es no convexa sobre un intervalo que depende del diámetro del ROV (ver Fig. (3.5)). Además, ésta es no más de dos veces derivable con respecto a \dot{d} debido a la singularidad en $\dot{d} = 0$. Similarmente, esto ocurre con las no linealidades de las Ec. (3.31) y (3.32), cuyas altas derivadas con respecto a z y u_t , respectivamente, no existen en $z = u_t = 0$. Debido a la falta de suavidad, los controles no lineales basados en geometría diferencial no pueden ser aplicados para lograr los objetivos de control. Sin embargo, una gran parte de tales dinámicas no lineales pueden ser canceladas usando realimentación no lineal como se mostrará luego.

Finalmente, para la implementación de la ley de control de la Ec. (3.28) es necesario medir F_c , L y \dot{d} . Además, el movimiento del mástil de la grúa, es decir, $a \sin(\omega t)$, debe ser también conocido, al menos aproximadamente. Otro requisito general en el diseño, es que el uso de altas derivadas sean evitadas dentro de lo posible.

3.5.2. Diseño de un controlador de velocidad para el ROV

A fin de alcanzar un control de alta calidad de la cinemática del ROV, se enfoca el diseño de un control de referencia con un dinámica de referencia sintonizable que establezca el comportamiento deseado. Se propone para ello una ley de control implementable, capaz de forzar la velocidad \dot{d} a seguir una velocidad auxiliar \dot{d}_m , la cual es la salida de la dinámica de referencia dada por:

$$\dot{d}_m = \frac{\beta_0}{\Lambda(s)} \dot{d}_{ref}, \quad (3.34)$$

con \dot{d}_{ref} siendo una señal continua a tramos y acotada del sistema de control, β_0 una ganancia y $\Lambda(s)$ un polinomio de Hurwitz, cuyo orden será determinado luego.

Denotando $\nu = u_t |u_t|$ como una acción de control auxiliar del propulsor y tomando en cuenta las Ec. (3.10)-(3.11) y (3.32), se obtiene una ecuación básica de la dinámica del sistema para el diseño del controlador:

$$\begin{aligned} \nu = & \frac{m + m_\infty}{K_t} (s^2 + \gamma_1 s + \gamma_0) \ddot{d} + \\ & + \frac{\pi \rho D^2}{8 K_t} (s^2 + \gamma_1 s + \gamma_0) C_D (\dot{d}) \dot{d} |\dot{d}| - \\ & - (s^2 + \gamma_1 s + \gamma_0) \frac{1}{K_t} F_c - \gamma_0 \frac{m - \frac{\pi \rho D^3}{6}}{K_t} g. \end{aligned} \quad (3.35)$$

La última ecuación manifiesta una relación diferencial de tercer orden con un alto grado de no linealidad entre \dot{d} y ν . Por tanto el orden de $\Lambda(s)$ tiene que ser tres para que la dinámica de referencia tenga un grado relativo igual al orden de la dinámica del sistema. Así:

$$\Lambda(s) = s^3 + \alpha_2 s^2 + \alpha_1 s + \alpha_0, \quad (3.36)$$

con los coeficientes α_i que determinan el comportamiento deseado de la dinámica de referencia.

Se observa en la Ec. (3.35) que el sistema Cable-ROV tiene tres entradas ν , F_c y g con grados relativos 3, 1 y 3 respectivamente. Una ley de control de tipo MRAC (Model Reference Adaptive Control) mínima contemplaría derivadas altas como (por ejemplo $\ddot{\ddot{d}}$) comprometiendo la realizabilidad (ver por ejemplo Ioannou y Sun, 1996, MRAC indirecto).

Por ello una propuesta alternativa es limitar las derivadas de los estados y de las entradas al orden 2 y plantear una estructura no mínima como la que se describe a continuación.

A fin de obtener el objetivo de seguimiento del modelo de la Ec. (3.34) de acuerdo a la estructura de la Fig. (3.14), una ley de control adecuada tiene que combinar términos similares a los de la Ec. (3.35). Una propuesta es:

$$\begin{aligned} \nu = & \frac{\theta_1}{\Lambda_f} \nu + \frac{\theta_2}{\Lambda_f} \dot{d} + \frac{\theta_3}{\Lambda_f} F_v + \frac{\theta_4}{\Lambda_f} F_c + \frac{\theta_5}{\Lambda_f} \ddot{d} + \frac{\theta_6}{\Lambda_f} \dot{F}_v + \frac{\theta_7}{\Lambda_f} \dot{F}_c \\ & + \frac{\theta_8}{\Lambda_f} \ddot{F}_v + \frac{\theta_9}{\Lambda_f} \ddot{F}_c + \theta_{10} \dot{d} + \theta_{11} F_v + \theta_{12} F_c + \theta_{13} \ddot{d} + \\ & + \theta_{14} \dot{F}_v + \theta_{15} \dot{F}_c + \theta_{16} \ddot{F}_v + \theta_{17} \ddot{F}_c + \theta_{18} + \theta_{19} \dot{d}_{ref}, \end{aligned} \quad (3.37)$$

donde θ_i son los coeficientes del controlador a determinar a continuación, $F_v = -C_D \left(\dot{d} \right) \dot{d} \left| \dot{d} \right|$ y Λ_f es un polinomio de Hurwitz ajustable, por ejemplo, de la forma simple:

$$\Lambda_f = s + a_0, \quad (3.38)$$

cuyo orden mínimo ayuda a minimizar el número de θ_i necesarios para alcanzar el objetivo del diseño. Por consiguiente la acción de control es obtenida a través de la relación inversa:

$$u_t = \text{sign}(\nu) \sqrt{|\nu|}, \quad (3.39)$$

sujeto a la no saturación del actuador de acuerdo a la Ec. (3.32).

Nótese que todas las derivadas involucradas en la Ec. (3.37) existen. En particular, \ddot{F}_v es continua también en $\dot{d} = 0$. Esto se desprende de que F_v se comporta en forma suave en un entorno de $\dot{d} = 0$ con la propiedad (Sweeney y Finlay, 2007) y la Fig. (3.4)):

$$\lim_{|\dot{d}| \rightarrow 0} C_D \left(\dot{d} \right) = \lim_{|\dot{d}| \rightarrow 0} \frac{k}{|\dot{d}|} = \infty \quad (3.40)$$

$$\lim_{|\dot{d}| \rightarrow 0} F_v = \lim_{|\dot{d}| \rightarrow 0} C_D \left(\dot{d} \right) \dot{d} \left| \dot{d} \right| = \lim_{|\dot{d}| \rightarrow 0} k \dot{d} = 0 \quad (3.41)$$

siendo k un número constante.

De la Ec. (3.37) y usando $\Lambda_f \dot{d}_{ref} = \Lambda_f \Lambda \dot{d} / \beta_0$ se tiene:

$$\begin{aligned}
 (\Lambda_f - \theta_1) \nu &= \theta_2 \dot{d} + \theta_3 F_v + \theta_4 F_c + \theta_5 \ddot{d} + \theta_6 \dot{F}_v + \theta_7 \dot{F}_c + \\
 &+ \theta_8 \ddot{F}_v + \theta_9 \ddot{F}_c + \theta_{10} \Lambda_f \dot{d} + \theta_{11} \Lambda_f F_v + \theta_{12} \Lambda_f F_c + \theta_{13} \Lambda_f \ddot{d} + \\
 &+ \theta_{14} \Lambda_f \dot{F}_v + \theta_{15} \Lambda_f \dot{F}_c + \theta_{16} \Lambda_f \ddot{F}_v + \theta_{17} \Lambda_f \ddot{F}_c + \theta_{18} a_0 + \\
 &+ \theta_{19} \Lambda_f \Lambda \dot{d} / \beta_0,
 \end{aligned} \tag{3.42}$$

y con la Ec. (3.35) se obtiene:

$$\begin{aligned}
 (\Lambda_f - \theta_1) \nu &= \frac{m+m_\infty}{K_t} (\Lambda_f - \theta_1) (s^3 + \gamma_1 s^2 + \gamma_0 s) \dot{d} + \\
 &+ \frac{\pi \rho D^2}{8K_t} (\Lambda_f - \theta_1) (s^2 + \gamma_1 s + \gamma_0) F_v - \\
 &- (\Lambda_f - \theta_1) \left(\frac{1}{K_t} s^2 + \frac{\gamma_1}{K_t} s + \frac{\gamma_0}{K_t} \right) F_c - \\
 &- \gamma_0 \frac{m - \frac{\pi \rho D^3}{6}}{K_t} g (a_0 - \theta_1).
 \end{aligned} \tag{3.43}$$

Igualando ambas expresiones se llega a un conjunto de cuatro ecuaciones para determinar los coeficientes del controlador θ_i , de la siguiente manera:

1) una relación asociada al polinomio en \dot{d} :

$$\begin{bmatrix} \frac{m+m_\infty}{K_t} \\ \frac{m+m_\infty}{K_t} (\gamma_1 + a_0) \\ \frac{m+m_\infty}{K_t} (\gamma_0 + a_0 \gamma_1) \\ \frac{m+m_\infty}{K_t} a_0 \gamma_0 \\ 0 \end{bmatrix} = \tag{3.44}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\beta_0} \\ \frac{m+m_\infty}{K_t} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\alpha_2 + a_0}{\beta_0} \\ \frac{(m+m_\infty)\gamma_1}{K_t} & 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{\alpha_1 + a_0 \alpha_2}{\beta_0} \\ \frac{(m+m_\infty)\gamma_0}{K_t} & 0 & 1 & 1 & a_0 & \frac{\alpha_0 + a_0 \alpha_1}{\beta_0} \\ 0 & 1 & 0 & a_0 & 0 & \frac{a_0 \alpha_0}{\beta_0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_5 \\ \theta_{10} \\ \theta_{13} \\ \theta_{19} \end{bmatrix},$$

2) una relación asociada al polinomio en F_v :

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} \frac{\pi\rho D^2}{8K_t} \\ \frac{\pi\rho D^2}{8K_t}(\gamma_1 + a_0) \\ \frac{\pi\rho D^2}{8K_t}(\gamma_0 + a_0\gamma_1) \\ \frac{\pi\rho D^2}{8K_t}a_0\gamma_0 \end{bmatrix} = \\
 & = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{\pi\rho D^2}{8K_t} & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & a_0 \\ \frac{\pi\rho D^2}{8K_t}\gamma_1 & 0 & 1 & 0 & 1 & a_0 & 0 \\ \frac{\pi\rho D^2}{8K_t}\gamma_0 & 1 & 0 & 0 & a_0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_3 \\ \theta_6 \\ \theta_8 \\ \theta_{11} \\ \theta_{14} \\ \theta_{16} \end{bmatrix}, \tag{3.45}
 \end{aligned}$$

3) una relación asociada al polinomio en F_c :

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} -\frac{1}{K_t} \\ -\frac{(\gamma_1+a_0)}{K_t} \\ -\frac{\gamma_0+a_0\gamma_1}{K_t} \\ -\frac{a_0\gamma_0}{K_t} \end{bmatrix} = \\
 & = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{1}{K_t} & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & a_0 \\ -\frac{\gamma_1}{K_t} & 0 & 1 & 0 & 1 & a_0 & 0 \\ -\frac{\gamma_0}{K_t} & 1 & 0 & 0 & a_0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_4 \\ \theta_7 \\ \theta_9 \\ \theta_{12} \\ \theta_{15} \\ \theta_{17} \end{bmatrix}, \tag{3.46}
 \end{aligned}$$

4) una relación asociada al término independiente:

$$\begin{aligned} & \left[-\gamma_0 \frac{m - \frac{\pi \rho D^3}{6}}{K_t} g a_0 \right] = \\ & = \left[-\gamma_0 \frac{m - \frac{\pi \rho D^3}{6}}{K_t} g \quad a_0 \right] \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_{18} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (3.47)$$

Como se ve en las Ec. (3.44)-(3.47), existen más incógnitas que ecuaciones para la identificación de los coeficientes θ_i . La Ec. (3.44) describe un sistema sobreparametrizado con un parámetro libre y cinco incógnitas. Similarmente, las Ec. (3.45) y (3.46) tienen tres parámetros libres y cuatro incógnitas cada uno, y la Ec. (3.47) tiene un parámetro y una incógnita. El problema ahora es decidir cuál coeficiente puede ser libre y cuáles pueden ser incógnitas.

Un análisis minucioso de la Ec. (3.44) revela que θ_1 , θ_{13} , o θ_{19} no deben fijarse, dado que el problema puede volverse singular. Sin embargo, eligiendo θ_2 , θ_5 o θ_{10} la determinación del resto debe ser viable. Como θ_1 es calculado por la Ec. (3.44), entonces las Ec. (3.45) y (3.46) contendrán solamente dos parámetros libres cada uno. Se observa que θ_{16} y θ_{17} son irremovibles en la Ec. (3.45) y (3.46), respectivamente, y que los pares $\{\theta_8, \theta_{14}\}$ y $\{\theta_{15}, \theta_9\}$ no pueden ser eliminados debido a la singularidad.

Por otro lado, el parámetro a ser potencialmente eliminado tiene que ser sólo aquél que está involucrado en los términos con altas derivadas. Bajo este criterio, por ejemplo, θ_5 , θ_6 , θ_7 , θ_8 y θ_9 pueden ser eliminados. Esto lleva básicamente a una configuración mínima y óptima de los coeficientes del controlador.

Además, existe un último requerimiento para disipar transitorios cuando el controlador empieza en $t = 0$ desde un punto de equilibrio. Esto puede ser obtenido, por ejemplo, imponiendo $\nu(0) = 0$. De la Ec. (3.37) se ve que todas las derivadas y variables filtradas se igualan a cero en $t = 0$, de aquí emerge otra condición entre θ_{12} y θ_{18} , y es:

$$\nu(0) = \theta_{12} F_c(0) + \theta_{18} = 0. \quad (3.48)$$

Entonces, del conjunto de parámetros redundantes $\{\theta_5, \theta_6, \theta_7, \theta_8, \theta_9\}$ se elige uno de ellos para conseguir un diseño de conjunto mínimo y eliminación de grandes transitorios simultáneamente. Un vistazo a la Ec. (3.37) revela que θ_7 es el parámetro más adecuado para ser elegido porque este involucra una primer derivada filtrada de F_c mientras los

demás son incluidos en términos que involucran derivadas más altas de las variables. De esta manera se asegura $\nu(0) = 0$.

Teniendo en mente este razonamiento, se concluye que la selección de conjunto mínimo que lleva a:

$$\begin{aligned}
\nu = & \frac{\theta_1}{\Lambda_f} \nu + \frac{\theta_2}{\Lambda_f} \dot{d} + \frac{\theta_3}{\Lambda_f} F_v + \frac{\theta_4}{\Lambda_f} F_c + \\
& + \frac{\theta_7}{\Lambda_f} \dot{F}_c + \theta_{10} \dot{d} + \theta_{11} F_v + \theta_{12} F_c + \\
& + \theta_{13} \ddot{d} + \theta_{14} \dot{F}_v + \theta_{15} \dot{F}_c + \\
& + \theta_{16} \ddot{F}_v + \theta_{17} \ddot{F}_c + \\
& + \theta_{18} + \theta_{19} \dot{d}_{ref}, \tag{3.49}
\end{aligned}$$

es la más apropiada. Luego la acción de control resulta de la Ec. (3.39) con la Ec. (3.49) y las saturaciones dadas en la Ec. (3.32).

Es importante notar la necesidad de emplear un observador para obtener las derivadas de \dot{d} , F_v y F_c , dado que estas no son comúnmente medibles. Un observador no lineal posible para este propósito se describe en (Jordán y Bustamante, 2004c). La medición de \dot{d} y F_c puede realizarse en forma práctica con sensores encuadrados dentro del estado del arte de la tecnología. Por otro lado, la medición de F_v en forma indirecta de acuerdo a la Ec. (3.30) requiere la determinación de coeficientes hidrodinámicos mediante el empleo de un canal de corriente o túnel de viento como es usual en ROVs (Pinto, 1996).

3.5.3. Controladores de fuerza

Para regular la tensión del cable se proponen dos controladores, uno para cada extremo. Estos pueden verse en la Fig. (3.14). Ambos son alimentados por el error de fuerzas $e_f = F_{c_{ref}} - F_c$ y generan correcciones denominadas $\delta \dot{L}$ y $\delta \dot{d}$ para el sistema de la grúa y de los propulsores del ROV, respectivamente.

El punto de referencia para la tensión del cable es definido como una fracción de la tensión de ruptura. La fuerza del cable tiene que ser dinámicamente regulada alrededor de este punto para evitar el aflojamiento del mismo.

Para estas tareas específicas, el punto de equilibrio de tensión del cable dado por la siguiente restricción:

$$\dot{d} - \dot{L} - a\omega \cos(\omega t) = 0, \quad (3.50)$$

es modificado a:

$$\dot{d} - \dot{L} - a\omega \cos(\omega t) = \delta\dot{d}, \quad (3.51)$$

con la propiedad:

$$\int_0^\infty |\delta\dot{d}| dt = c_1, \quad (3.52)$$

siendo $c_1 > 0$ una constante para una respuesta acotada. De esta manera, el punto inferior del cable es entonces tensado convenientemente seleccionando la función $\delta\dot{d}(t)$. Similarmente, para el extremo superior es válido:

$$\dot{d} - \dot{L} - a\omega \cos(\omega t) = \delta\dot{L}, \quad (3.53)$$

con:

$$\int_0^\infty |\delta\dot{L}| dt = c_2, \quad (3.54)$$

y $c_2 > 0$ siendo otra constante para una respuesta acotada. De la misma manera el extremo superior del cable es entonces tensado convenientemente seleccionando la función $\delta\dot{L}(t)$. Se desprende de las Ec. (3.52) y (3.54) que la energía empleada por el controlador de la fuerza del cable para amortiguar los espurios es finita.

Por el otro lado, dado que las fuerzas de las Ec. (3.30) y (3.32) están involucradas en la dinámica del ROV, el controlador de velocidad del ROV puede compensar estas no linealidades de manera de alcanzar una alta performance, principalmente en la zona no convexa de la Ec. (3.30) (ver Fig. (3.5)) debido a la inversión del signo de la ganancia.

La tensión del cable es controlada desde el extremo superior e inferior de acuerdo a la estructura propuesta en la Fig. (3.14). De la Ec. (3.51), se observa que el extremo inferior del cable puede ser tensado definiendo una perturbación $\delta\dot{d}(t)$ sobre el punto de equilibrio de la fuerza del cable dada por la Ec. (3.50). Tomando en cuenta también la no linealidad de la Ec. (3.31), se infiere que un controlador de tipo PD puede ser suficiente para generar $\delta\dot{d}$. Sin embargo, esta ganancia tiene que adaptarse para compensar el largo variable del cable. Por lo tanto:

$$\delta\dot{d} = (d + b) (K_{P_1} + K_{D_1}s) (F_{c_{ref}} - F_c). \quad (3.55)$$

Similarmente, usando las Ec. (3.53) y (3.31) para el extremo superior del cable, el motor de la grúa puede ser perturbado actuando directamente en su voltaje por medio de otro controlador PD el cual genera:

$$\delta \dot{L} = (d + b) (K_{P_2} + K_{D_2} s) (F_{c_{ref}} - F_c). \quad (3.56)$$

Los parámetros del controlador PD en ambos casos son elegidos constantes para un comportamiento deseado de la tensión del cable. La sintonización de estos 4 coeficientes es realizada simultáneamente por la optimización numérica de un funcional de costo cuadrático del error de fuerza. Para este fin, el modelo de referencia de la Ec. (3.34) es empleado directamente en lugar del sistema de control cinemático descrito en la subsección previa, es decir, se asume $\dot{d} = \dot{d}_m$. Más aun, la sintonización de parámetros se realiza para una perturbación monocromática de la ola con una amplitud máxima de $a = 1(\text{m})$ y una frecuencia media de $\omega = 0,55(\text{rad/s})$. La robustez conocida de los controladores PD se toma como argumento para obtener una buena performance del control para otras configuraciones de la excitación de la ola en el control real.

Finalmente, un controlador PD fijo es aplicado para la grúa de izado (ver Fig. (3.14)) con la ecuación:

$$u_{cr} = (K_{P_3} + K_{D_3} s) (L_{ref} - L). \quad (3.57)$$

Los coeficientes del controlador son sintonizados en el lazo de control del sistema de izado separadamente del lazo de control del sistema cable-ROV, tomando el modelo en la Ec. (3.33) y teniendo en cuenta las saturaciones para este propósito.

3.5.4. Resumen de los componentes de control

Los componentes del sistema cable-ROV controlado se resumen en la tabla (3.3).

Con el objetivo de ilustrar el comportamiento del sistema controlado cable umbilical-ROV en un amplio rango de operaciones verticales, los controladores y actuadores son seleccionados con parámetros de diseño dados acorde a la tabla (3.4) y son simulados numéricamente. Otras configuraciones son indicadas en las figuras que ilustran los resultados.

La dinámica del modelo utilizado en las simulaciones numéricas corresponde a la del

Tabla 3.3: Componentes del sistema de control

<u>Componentes de control</u>	<u>Entrada(s)</u>	<u>Salida(s)</u>	<u>Ec. número</u>
Cable umbilical-ROV	$\begin{cases} L \\ u_t \end{cases}$	$\begin{cases} F_c \\ \dot{d} \end{cases}$	$\begin{cases} (3.4), (3.5) \\ (3.10), (3.11) \\ (3.18), (3.19) \end{cases}$
Sistema de propulsión	u_t	F_t	(3.32)
Grúa	u_{cr}	L	(3.33)
Controlador cinemático	$\begin{cases} \dot{d}_{ref} \\ \dot{d} \\ F_c \end{cases}$	u_t	(3.39), (3.49)
Modelo de referencia	\dot{d}_{ref}	\dot{d}_m	(3.34), (3.36)
Controlador de fuerza 1	$F_{cref} - F_c$	$\delta \dot{L}$	(3.56)
Controlador de fuerza 2	$F_{cref} - F_c$	$\delta \dot{d}$	(3.55)
Controlador de grúa	$L_{ref} - L$	u_{cr}	(3.57)

modelo 2 que resultó ser el más adecuado.

3.6. Control de oscilaciones

El sistema de control de tire y afloje descrito en la sección previa es simulado y su dinámica estacionaria es comparada con la dinámica no controlada para valores idénticos de sus parámetros comunes. Como se hizo en la Sección 3.4, la mayoría de los parámetros son elegidos para un estudio de bifurcación y para establecer regiones de estabilidad libres del fenómeno de tire y afloje. Similarmente, el espacio paramétrico para determinar las regiones de estabilidad es definido aquí como una variación de:

$$\boldsymbol{\mu} = [a, \omega, D, EA_0, L]^T, \quad (3.58)$$

en intervalos de sus componentes, donde F_t no se dispone como variable libre dado que es regulada por la cinemática del ROV y los controladores de fuerza.

La detección de períodos altos se lleva a cabo de la misma manera que se hizo en la Sección 3.3. La zona sombreada corresponde a regiones donde el cable permanece tirante, al menos en estado estacionario, para una perturbación monocromática.

Tabla 3.4: Configuración de los parámetros para las simulaciones

<u>Componentes del sistema</u>	<u>Coefficientes</u>	<u>Valores en unidades S.I.</u>
Modelo de referencia	$\{K_m, \alpha_2, \alpha_1, \alpha_0\}$	$\{6.498, 4.80, 9.01, 6.498\}$
	$\{\theta_1, \theta_2,$	$\{-3.80, -767.78,$
	$\theta_3, \theta_4,$	$359.89, -1.96 \times 10^{-13},$
Controlador cinemático	$\theta_7, \theta_{10}, \theta_{11},$	$0.89, 111.32, 94.70,$
	$\theta_{12}, \theta_{13}, \theta_{14},$	$-1.12, -708.17, 227.30,$
	$\theta_{15}, \theta_{16}, \theta_{17},$	$-0.56, 47.35, -0.11,$
	$\theta_{18}, \theta_{19}\}$	$-594.42, 656.45\}$
Motor de la grúa de izado	$\left\{k_1, \frac{L_a J}{k_1 k_2}, \frac{R_a J}{k_1 k_2}\right\}$	$\{0.015, 0, 5\}$
Controlador de fuerza 1	$\{K_{P_1}, K_{D_1}\}$	$\{0.0016, 4.5 \times 10^{-14}\}$
Controlador de fuerza 2	$\{K_{P_2}, K_{D_2}\}$	$\{0.0021, 0.0034\}$
Controlador de la grúa	$\{K_{P_3}, K_{D_3}\}$	$\{1700.0, 1320.0\}$
Sistema de propulsión	$\{K_t, \gamma_1, \gamma_0\}$	$\{8.5, 1, 2\}$
Voltaje de saturación del propulsor	$\{u_{t \text{ mín}}, u_{t \text{ mín}}\}$	$\{-12, 12\}$
Voltaje de saturación de la grúa	$\{u_{cr \text{ mín}}, u_{cr \text{ mín}}\}$	$\{-110, 110\}$
Cable umbilical	$\{EA_0, b\}$	$\{10^6, 3\}$
Dinámica del ROV	$\{D, m\}$	$\{1, 590.36\}$
Hidrodinámica	$\{m_\infty, \rho,$	$\{268.35, 1025,$
	$C_D(\text{Re})\}$	$\text{Ec. (4.11)}\}$

En la Fig. (3.15) se aprecia comparativamente un incremento significativo de la región de estabilidad de L versus a . También se observa la diversidad cualitativa del comportamiento que puede producirse en las operaciones de ascenso y descenso bajo el sistema de control con respecto a la amplitud de la ola. En este sentido, para este caso en particular se observa que la variedad de soluciones periódicas se ve incrementada dentro de la región de estabilidad y decrementada fuera de ésta en comparación con casos homólogos sin control. Sin embargo, al no producirse el efecto de tire y afloje en el cable dentro de esta región de estabilidad, la tensión del mismo permanece acotado.

Para finalizar el comportamiento del sistema de control se muestra en la Fig. (3.16) un atractor extraño con un corte transversal de su volumen para $\ddot{d} = -10(\text{m/s}^2)$ presente en una operación particular del sistema controlado. La forma del atractor es muy común

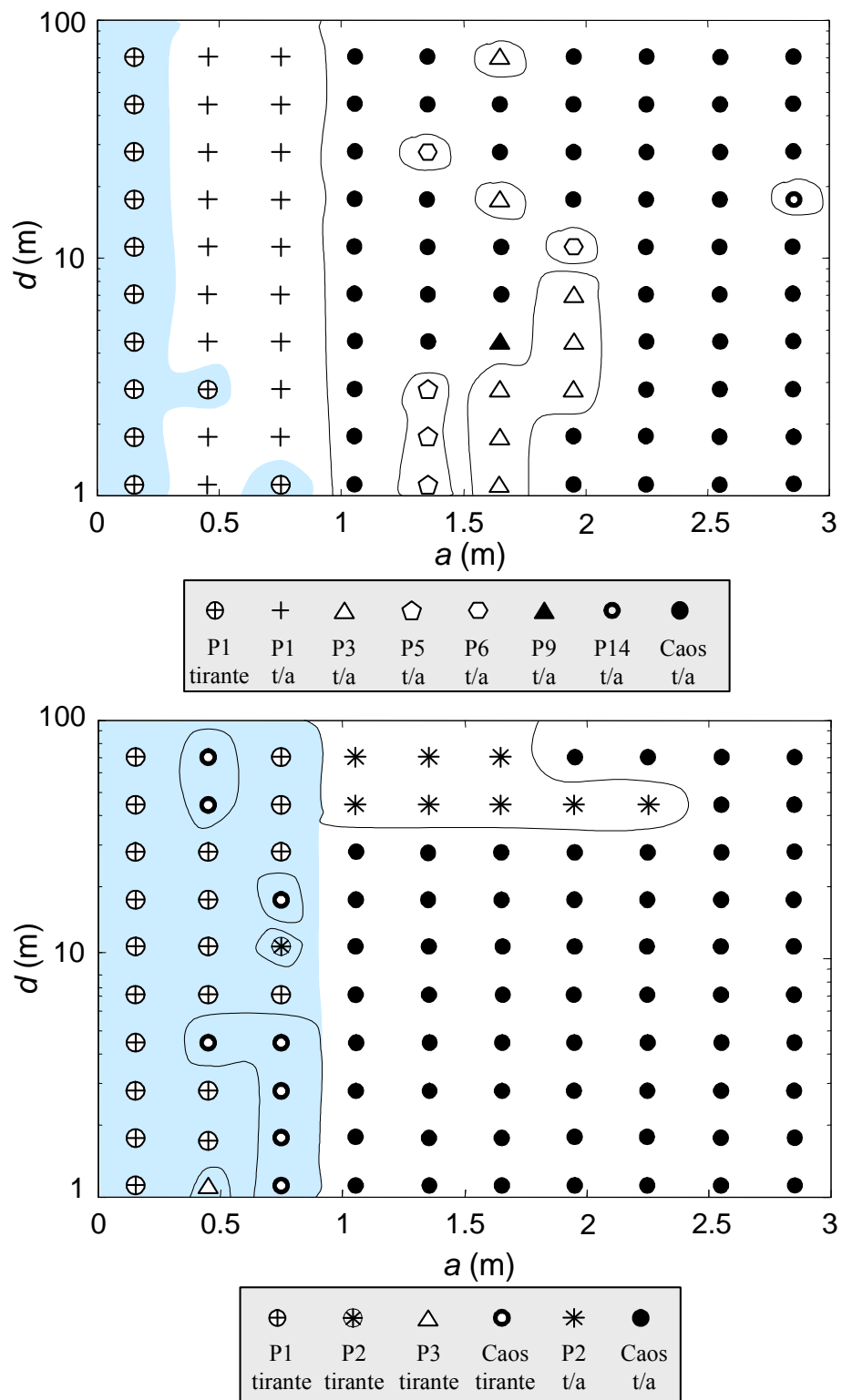


Figura 3.15: Comparación de regiones de estabilidad: profundidad de ROV vs. amplitud de la ola para $EA_0 = 10^6$ (N) y $\omega = 1$ (rad/s). Arriba: sin control. Abajo: con control

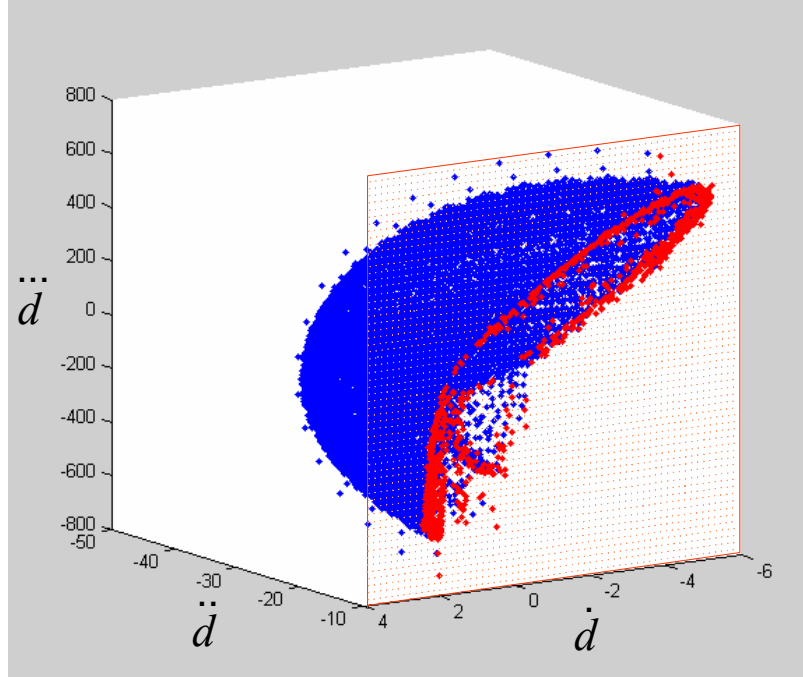


Figura 3.16: Construcción de un atractor extraño para el comportamiento de sistema de control con $a = 0,45$ (m), $\omega = 4,11$ (rad/s), $EA_0 = 10^6$ (N) y $L = 50$ (m). La sección de corte se halla en $\ddot{d} = -10$ (m/s²)

para otros puntos considerados en el estudio de oscilaciones forzadas.

Más detalles en otros escenarios con distintas dimensiones y codimensiones se dan en (Jordán y Bustamante, 2007b).

3.7. Performance de control en el seguimiento de trayectorias

En esta sección se realiza un estudio de la performance del sistema alcanzada en operaciones de ascenso y descenso. El primer experimento consiste en asignar el perfil de profundidad deseada a ser seguida en el menor tiempo posible cuidando la máxima tensión del cable y evitando por tanto entrar en la región de inestabilidad de tire y afloje.

En las Figs. (3.17)-(3.18) y (3.19)-(3.20) los perfiles de la referencia L_{ref} son los mismos en cada caso y son construidos como rampas para el descenso a 100(m) desde una profundidad inicial $L = 15$ (m) (es decir, $d = 12$ (m)), deteniéndose y ascendiendo nuevamente a la misma profundidad que poseía al comienzo. La dinámica está sujeta a diferentes

perturbaciones que serán explicadas a continuación.

En la Fig. (3.17) el empinamiento de la onda equivale a $(a\omega) = 0,275(\text{m rad/s})$. La fuerza del cable es regulada sobre el valor $F_{ref} = 526(\text{N})$. Se nota que los controladores de fuerza son capaces de mantener las oscilaciones muy pequeñas sobre el punto de referencia. La tensión del cable fluctúa principalmente sobre los puntos singulares del perfil, es decir, cuando la velocidad $\dot{L}(t)$ es discontinua, en otros casos ésta permanece suave. La velocidad del ROV \dot{d} se comporta sobreamortiguada durante estos cambios.

Se observa que \dot{d} tiene un recorrido similar a la velocidad de referencia \dot{d}_{ref} , excepto durante un corto período con oscilaciones de alta frecuencia causadas por transitorios del sistema masa-resorte equivalente. La Fig. (3.18) muestra la evolución de la acción de control en los propulsores del ROV y en el motor de la grúa respectivamente. En el primer caso, se percibe un incremento de la energía de u_t , incluso con una saturación por un corto tiempo. Por el otro lado, la acción de control para el motor de la grúa muestra un comportamiento oscilatorio continuo con escalones en los puntos de quiebre de L_{ref} . La frecuencia de estas oscilaciones corresponden a la frecuencia de la ola, las cuales indican que durante el ascenso y descenso del ROV, el motor de la grúa tiende a seguir la perturbación de la ola a fin de cuidar la tensión del cable y simultáneamente disminuir el error $(d_{ref} - d)$. En resumen, la performance obtenida mirada globalmente en esta operación es de alta calidad.

El próximo experimento ilustrado en las Figs. (3.19)-(3.20) ejemplifica el comportamiento del sistema de control bajo una ola de empinamiento mayor al caso anterior. Su valor es $(a\omega) = 0,4125(\text{m rad/s})$. La fuerza del cable es regulada como antes sobre el valor $F_{ref} = 526(\text{N})$. En este caso la oscilación de la fuerza en la fase transitoria es más fuerte que antes pero menos de un 20 % del valor de referencia. La velocidad del ROV \dot{d} se comporta más irregularmente que en el caso anterior, pero la performance de la operación sin embargo es muy buena. La evolución de la excitación del propulsor ν satura durante el ascenso y descenso, y se reduce en la pausa. Por el otro lado, la acción del motor de la grúa satura por momentos, a veces recuperando la oscilación de baja frecuencia con la forma de la ola. El error $(L_{ref} - L)$ es percibido principalmente en la fase inicial, luego de un ascenso o descenso, sin embargo su valor máximo es menor a un 5 % del cambio total de la longitud.

Los próximos pares de figuras, Figs. (3.21)-(3.22) y (3.23)-(3.24), muestran la per-

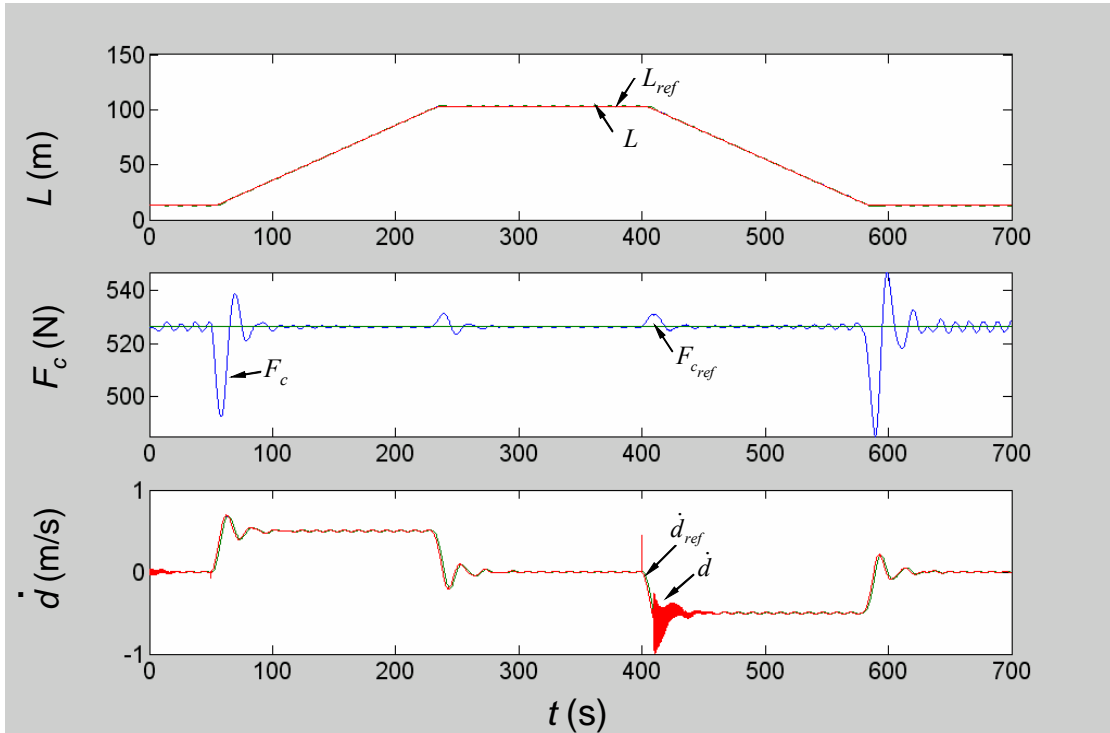


Figura 3.17: Evolución del largo del cable del ROV, de la fuerza del cable y de la velocidad del ROV para $a = 0,5$ (m), $\omega = 0,55$ (rad/s) y $EA_0 = 10^6$ (N)

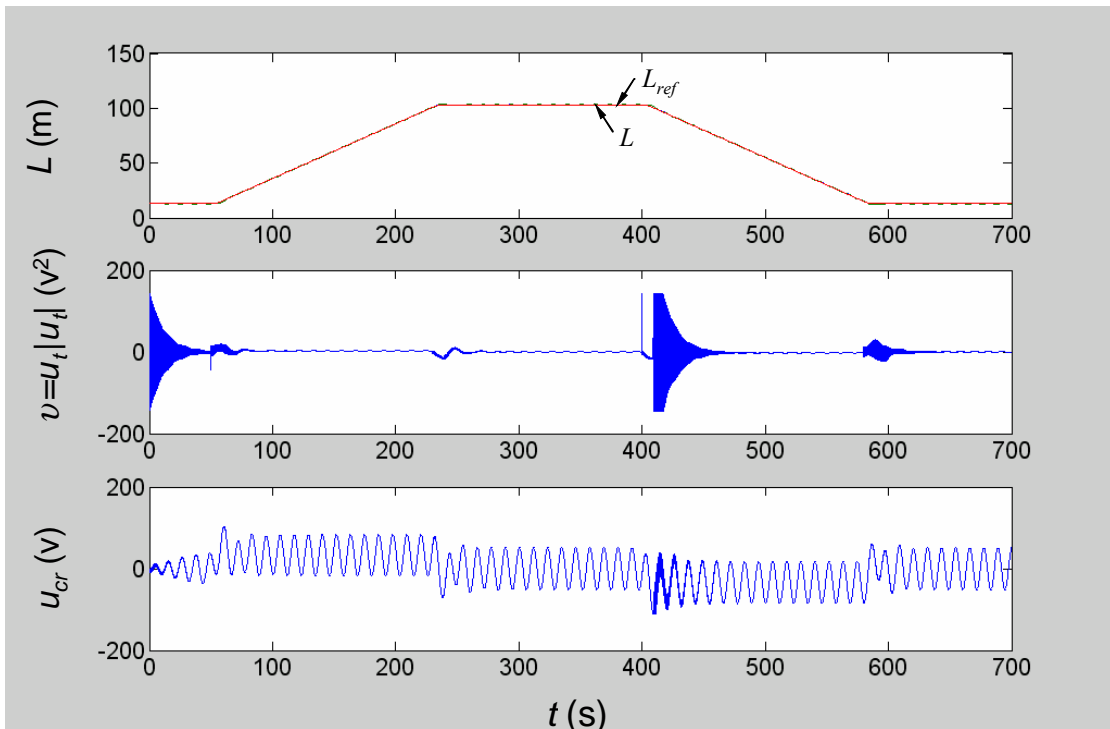


Figura 3.18: Evolución del largo del cable, del cuadrado de la tensión de los propulsores y de la tensión de la grúa del motor para $a = 0,5$ (m), $\omega = 0,55$ (rad/s) y $EA_0 = 10^6$ (N)

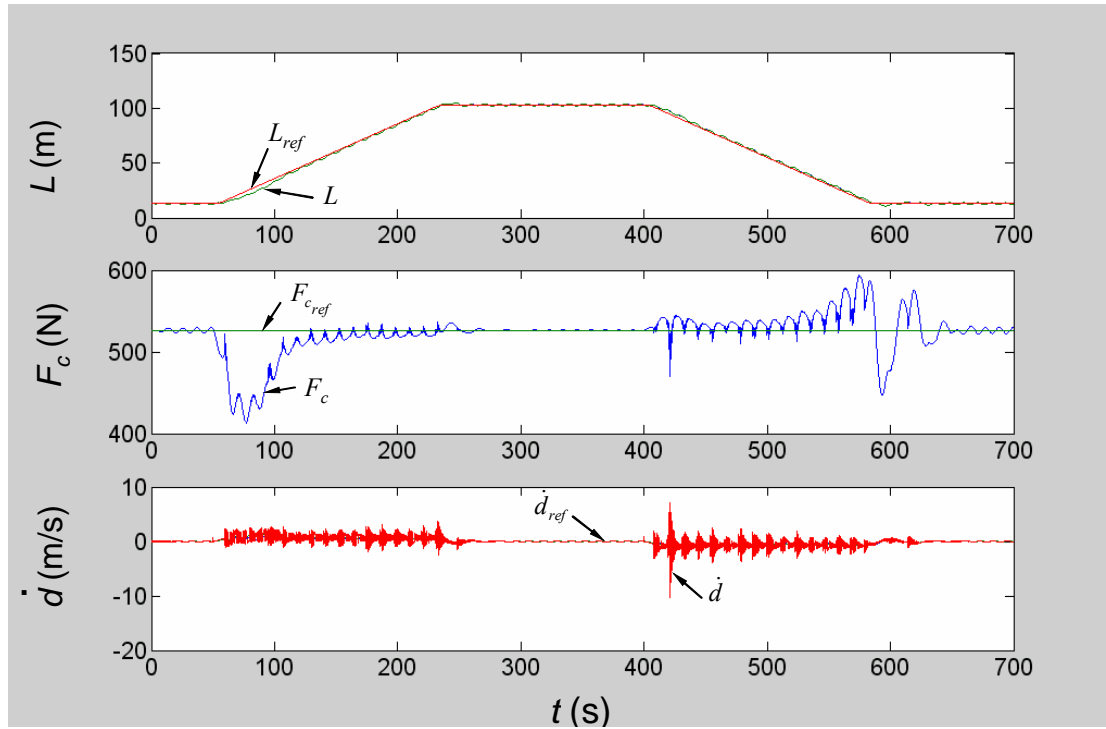


Figura 3.19: Evolución del largo del cable, de la fuerza del cable y de la velocidad del ROV para $a = 0,75$ (m), $\omega = 0,55$ (rad/s) y $EA_0 = 10^6$ (N)

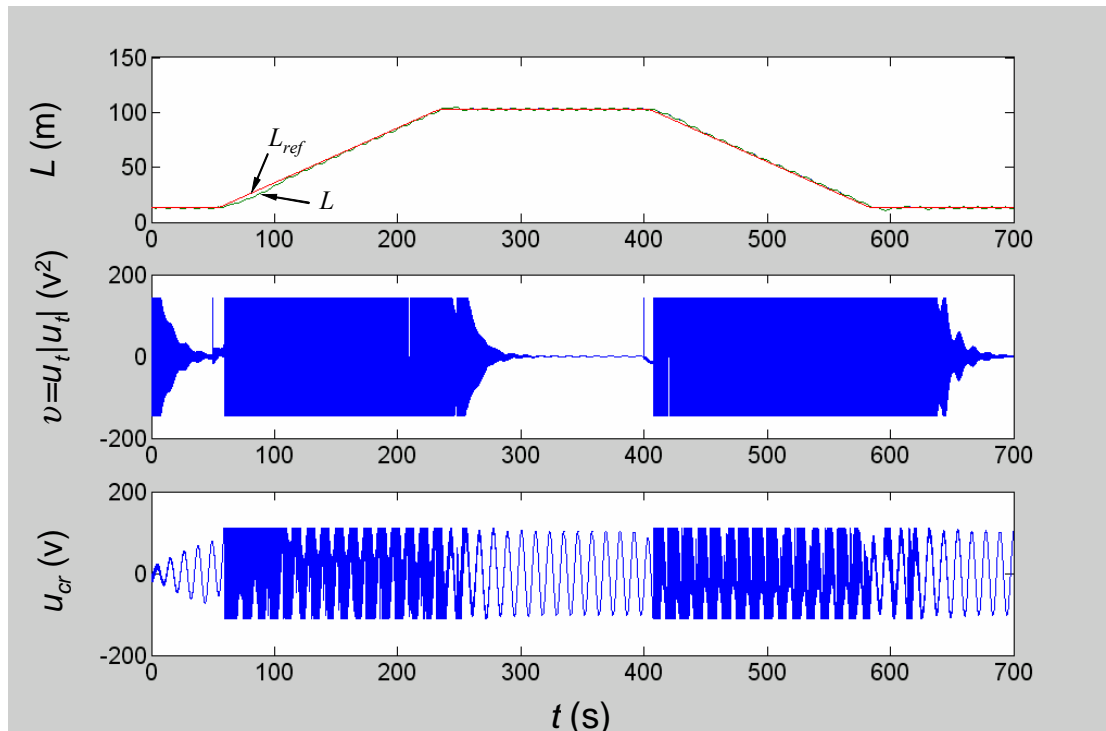


Figura 3.20: Evolución del largo del cable, del cuadrado de la tensión de los propulsores y de la tensión del motor de la grúa para $a = 0,75$ (m), $\omega = 0,55$ (rad/s) y $EA_0 = 10^6$ (N)

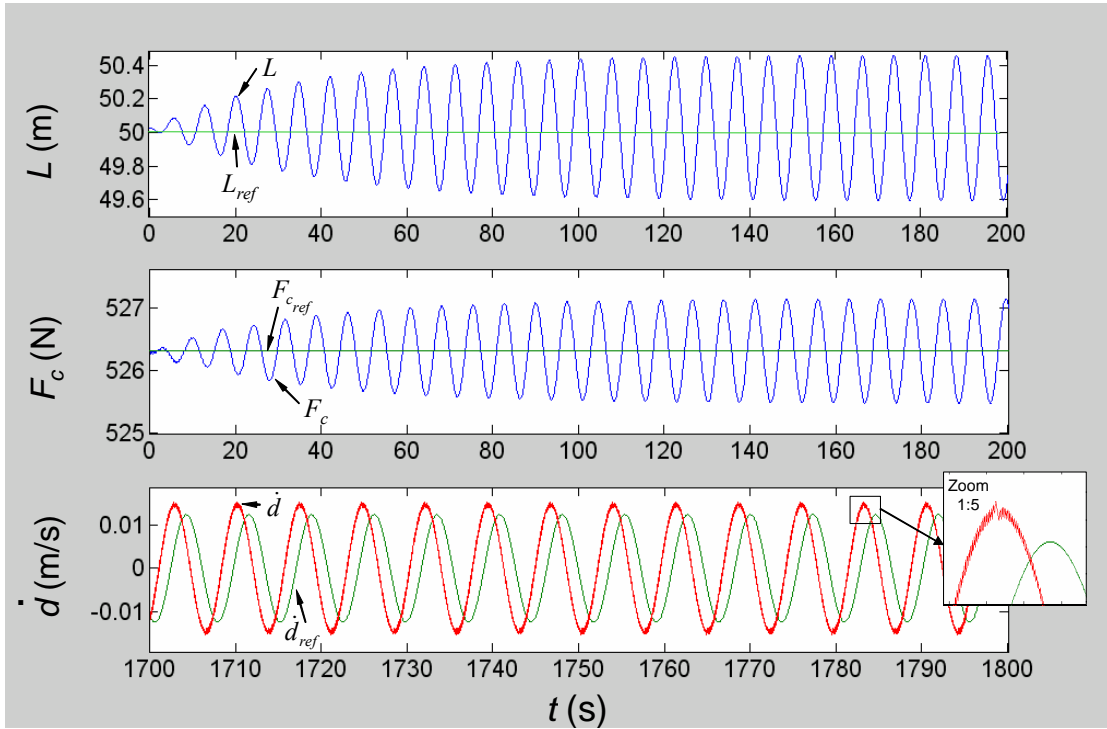


Figura 3.21: Evolución del largo del cable, de la fuerza del cable y de la velocidad del ROV para $a = 0,45$ (m), $\omega = 0,86$ (rad/s) y $EA_0 = 10^6$ (N)

formance del control para la operación de regulación sobre una profundidad fija $d_{ref} = L_{ref} - b = 47$ (m) bajo la perturbación de las olas.

En el primer caso, Fig. (3.21), las variables de control L , F_c y \dot{d} muestran una variación relativamente pequeña a lo largo del tiempo para un empujamiento de ola $(a\omega) = 0,387$ (m rad/s). También aquí se ve el efecto de la perturbación de la ola en las oscilaciones de estado estacionario. La acción de control para los propulsores tiene una componente fundamental en la frecuencia de la ola y una pequeña oscilación de alta frecuencia producida por la elongación del cable. Este efecto no aparece debido a la acción de control del motor de la grúa, cuyo comportamiento es senoidal (ver Fig. (3.22)).

Las Figs. (3.23)-(3.24) muestran la performance del control para un empujamiento de olas $(a\omega)$ más significativo que el anterior, e igual a $0,645$ (m rad/s). En este caso el comportamiento se vuelve caótico para todas las variables, sin embargo el control actúa apropiadamente manteniendo el cable tenso. A pesar del estado casi permanente de saturación de la acción de control de los propulsores, el error de perfil de profundidad y de largo son menores al 2% de los valores de referencia y el fenómeno de tire y afloje se

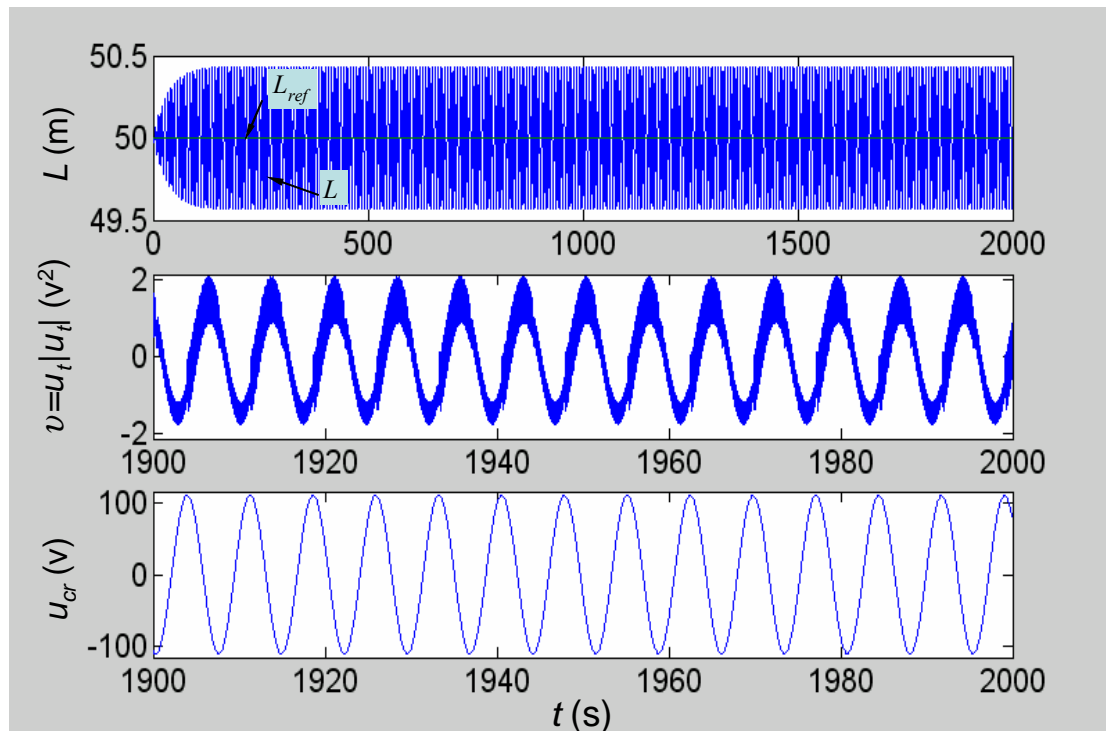


Figura 3.22: Evolución del largo del cable, del cuadrado de la tensión de los propulsores y de la tensión del motor de la grúa para $a = 0,45$ (m), $\omega = 0,86$ (rad/s) y $EA_0 = 10^6$ (N)

encuentra lo suficientemente alejado de la zona de trabajo de la fuerza.

3.8. Tensión del cable

La presencia del fenómeno de tirones y afloje durante la operación de ascenso y descenso del ROV provoca en general una merma en la resistencia a la fatiga del cable umbilical reduciendo los niveles permitidos de tensión crítica. El ascenso acelerado y grandes tensiones pueden ser también la causa de que se supere la tensión de ruptura del cable.

En esta sección se analiza la tensión del cable en comportamientos estacionarios de regulación del ROV en puntos de operación cualitativamente diferentes. Para este fin, se eligen algunos escenarios seleccionados y se muestra su correspondiente evolución de fuerza comparativamente. Esta comparación involucra el sistema controlado y no controlado en la misma figura.

La Fig. (3.25) reproduce la evolución de las fuerzas para empujamiento de ondas relativamente pequeñas e iguales a $0,28$ (m rad/s). Después de un período transitorio, el sistema no controlado entra en la zona de tirones y afloje con evidencia de fuertes tirones del

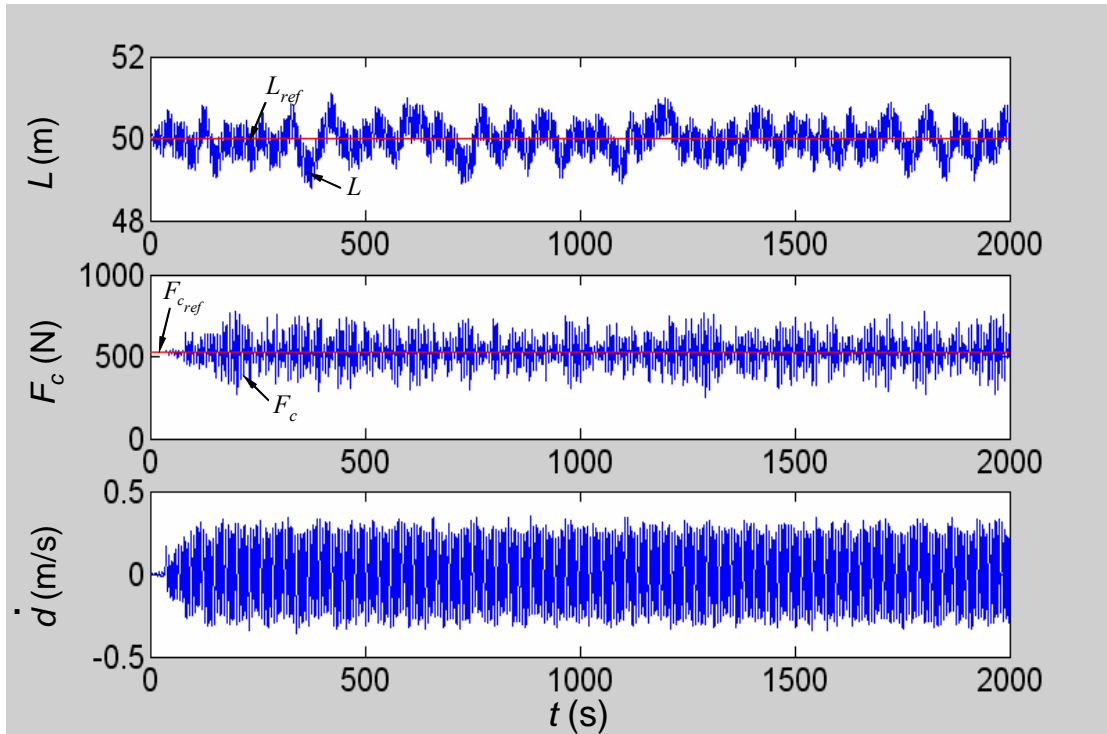


Figura 3.23: Evolución del largo del cable, de la fuerza del cable y de la velocidad del ROV para $a = 0,75$ (m), $\omega = 0,86$ (rad/s) y $EA_0 = 10^6$ (N)

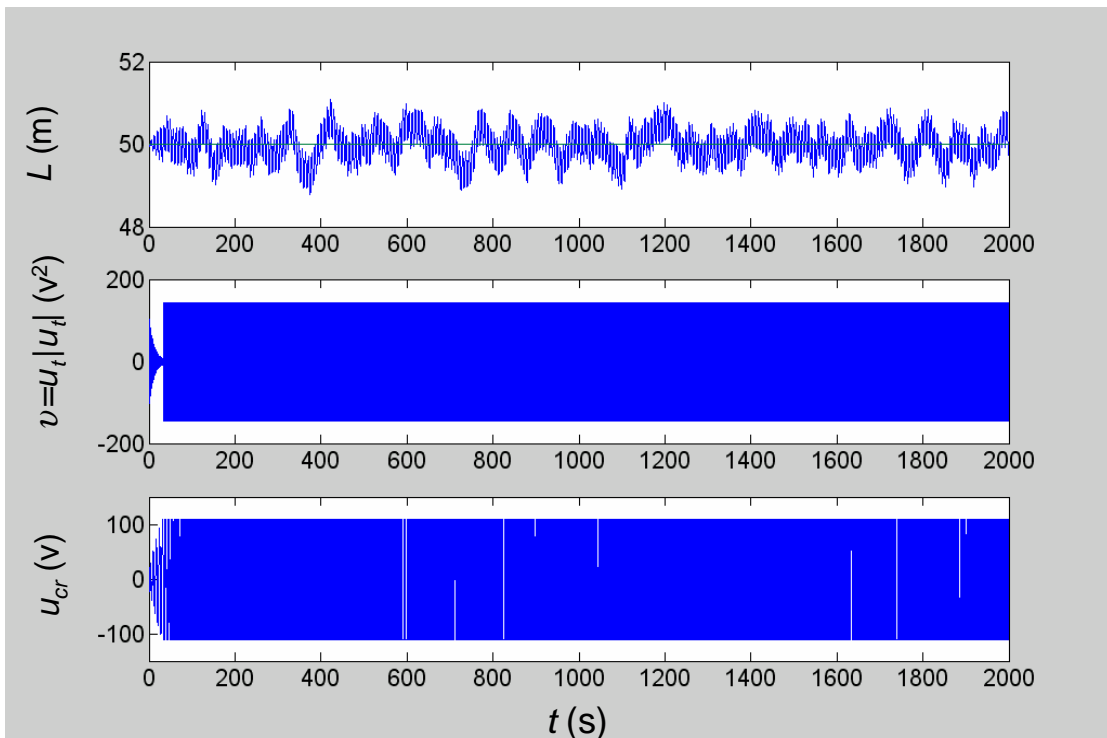


Figura 3.24: Evolución del largo de cable, del cuadrado de la tensión de los propulsores y de la tensión de la grúa del motor para $a = 0,75$ (m), frecuencia $\omega = 0,86$ (rad/s) y $EA_0 = 10^6$ (N)

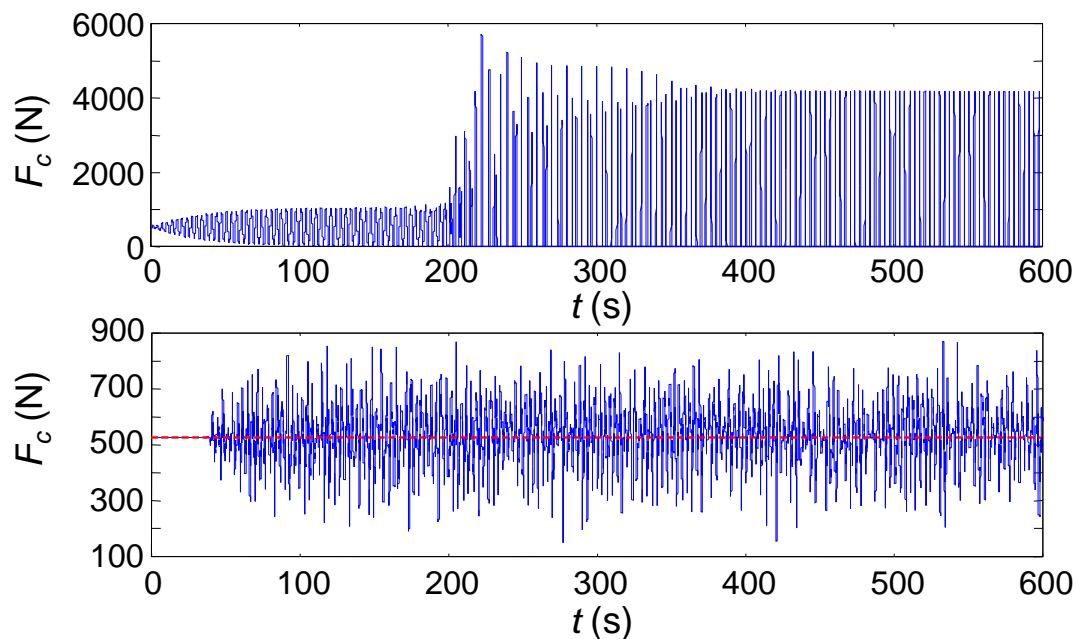


Figura 3.25: Comparación de la fuerza del cable para $a = 0,15[\text{m}]$, $\omega = 1,87[\text{rad/s}]$ y $L = 50[\text{m}]$. Arriba: sin control. Abajo: con control

cable. Por el contrario, el sistema controlado puede regular exitosamente la fuerza sobre la referencia en la zona de tirantez.

A manera de resumen, en la mayoría de los experimentos el sistema de control ha sido exitoso en alcanzar la metas de control propuestas es decir, reducir las oscilaciones inducidas por la ola en el sistema vehículo-cable y evitar el fenómeno de tire y afloje en las operaciones de ascenso/descenso. A diferencia de la operación del sistema libre, cuya dinámica entra usualmente en la zona de tire y afloje produciendo violentos tirones del cable, el sistema de control puede cumplir con el seguimiento y la regulación del vehículo a profundidades variables y constantes de manera satisfactoria y con la fuerza del cable acotada a valores seguros.

3.9. Conclusiones

En este capítulo se analizó la estabilidad de un sistema cable umbilical-ROV bajo oscilaciones no lineales en operaciones de ascenso y descenso utilizando métodos numéricos basado en análisis de series convergentes para los casos controlados y no controlados, comparativamente. Este método, si bien simple y restringido a un dominio de atracción,

tiene la ventaja de poder construir un diagrama de Poincaré a partir de una realización de la dinámica con su transitorio inducido.

Para el modelado de la dinámica del sistema se consideraron tres modelos con diferentes grados de conocimiento de la física. Estos grados abarcaron los elementos del amortiguamiento no lineal, la fuerza de restablecimiento bilineal, las fuerzas de radiación potencial y la saturación de los actuadores. A través de la utilización del modelo más complejo, que incluye todos los elementos no lineales del sistema real, se evidencia una diversidad cualitativa un poco más amplia de comportamientos oscilatorios en estado estacionario, incluso cuando la fuerza de radiación sólo contribuye con una aproximación casi insignificante a bajas profundidades. A fin de simplificar el análisis de oscilaciones y evidenciar el efecto del cable en un caso simple de movimiento, se seleccionó un ROV de forma esférica. Esta geometría particular no quita generalidad al análisis cualitativo. Más allá de eso, pretende ilustrar cómo simples formas geométricas conducen a comportamientos oscilatorios complejos.

La operación de ascenso y descenso en un gran intervalo de longitudes del cable se caracterizó por la aparición del fenómeno de tire y afloje, el cual se describió por fuertes tirones del cable con magnitudes de tensión cercanas a los límites tolerables. Este comportamiento impredecible fue observado en simulaciones numéricas de la dinámica no controlada del ROV, principalmente para empinamientos de olas significativos y gran amplitud de operación.

Para evitar el fenómeno de tire y afloje y en consecuencia los efectos negativos en la interacción del cable, se presentó el diseño de un sistema de control basado en la composición de dos criterios. Primero, la tensión del cable se reguló alrededor de una tensión segura deseable tirando de los extremos del cable por medio del motor de grúa y los propulsores del ROV interactivamente e independientemente de perfil de ascenso y descenso. El segundo criterio se basó en diseñar un control de velocidad del vehículo que pueda compensar las no linealidades concernientes al coeficiente de arrastre y la fuerza de restablecimiento. Para ello se propuso un controlador con modelo de referencia el cual especificó el comportamiento deseado mediante un modelo dinámico.

Acto seguido se emprendió el estudio de oscilaciones no lineales para los casos no controlado y controlado comparativamente.

De los resultados de simulación numérica se observa claramente que las regiones de estabilidad oscilatoria pueden ser extendidas ampliamente con el uso del control propuesto, es decir, el sistema de control puede evitar el aflojamiento del cable en operaciones de ascenso debido a la presencia de olas dentro de mayores intervalos de las perturbaciones y con ello mantener comportamientos con tensiones holgadas del cable. Otra particularidad del sistema controlado es que las regiones de estabilidad pueden exhibir no solamente comportamientos de período uno sino también dinámicas caóticas sin llegar al fenómeno de tire y afloje.

En resumen, el diseño de un sistema de control para el seguimiento de trayectorias en una sola dimensión implica el conocimiento de muchos parámetros del sistema vehicular. Por tanto, como motivación de la investigación realizada más adelante surgió la necesidad de emplear control adaptivo con el fin de afrontar el diseño del controlador en forma automática.

El primer planteo en esta fase fue realizar una identificación de modelo a fin de emplear estos resultados en el contexto de un control adaptivo indirecto. En base a los resultados del siguiente capítulo se crearán evidencias para fortalecer este camino en varias dimensiones de movimiento del vehículo controlado.

Capítulo 4

Identificación de parámetros hidrodinámicos en vehículos subacuáticos

4.1. Introducción

La construcción de un modelo de gran exactitud del sistema subacuático es la base para el diseño de sistemas de control de alta performance.

La arquitectura usualmente abierta de los vehículos subacuáticos toma formas geométricas diversas que van desde esféricas, prismáticas, elipsoidales, etc. Por ello, la determinación de las características dinámicas e hidrodinámicas (masas aditivas, coeficientes de arrastre) en la fase de diseño es muy compleja. Debe considerarse además la posible modificación de los parámetros durante la operación de los vehículos por cambios repentinos en su velocidad o de las corrientes circundantes.

La vía de experimentación con prototipos a escala, aunque costosa, ofrece una de las alternativas más exactas y seguras en el modelado de sistemas oceánicos (Chakrabarti, 1994). Otra vía de solución, mucho más económica, podría constituir la identificación paramétrica en línea con señales medidas del mismo vehículo o estructura (Beltrán-Aguedo, 2003; Jordán, 2005).

La aplicación de técnicas de identificación puede proveer un buen método para la reducción de la incertidumbre en el modelado de vehículos subacuáticos. Estas técnicas

se podrían vincular por otro lado al diseño de sistemas de control adaptivo indirecto.

Existen técnicas de identificación en modelos de ROV y AUVs a escala en tanque de prueba y canal de corriente o túnel de viento (Goheen y Jefferys, 1990; Jiang, 1991; Fryxell, 1994; Pinto 1996). Sin embargo, la identificación llevada a cabo con señales reales tanto de la posición como de la cinemática del vehículo durante su operación permite captar los efectos dinámicos de propulsores-carcasa y propulsor-propulsor que no son consideradas en el caso experimental anterior (Indiveri, 1998; Caccia *et al.*, 2000). En muchas áreas de aplicación, este enfoque ha probado ser un medio general para obtener modelos y su adaptación ante modificaciones desconocidas de los parámetros físicos de la dinámica y variaciones permanentes del ambiente oceánico (Beltrán-Aguedo, 2003). Usualmente, el control de posición empleado en los vehículos subacuáticos está asociado a un modelo identificado. Si se trata de un control adaptivo indirecto, entonces la identificación provee además un medio de adaptación del modelo del sistema basado en el principio de equivalencia cierta.

Entre las incertidumbres presentes en la dinámica se encuentran, entre otras, la variabilidad de la masa del vehículo subacuático, la incertidumbre de su masa aditiva y el desconocimiento de la hidrodinámica de arrastre viscoso, laminar y turbulento. Estas características son significativamente no lineales y no convexas para una estructura general arbitraria del vehículo. Dentro de las variaciones ambientales se encuentran los parámetros de olas monocromáticas o aleatorias, de corriente, viento, etc., los cuales influyen las características hidrodinámicas directamente e indirectamente a través del cable umbilical.

Como objetivo parcial de esta Tesis, se desarrollará un método de estimación basado en mínimos cuadrados para la estimación de parámetros físicos y de coeficientes de las características hidrodinámicas e inerciales con aplicación en tiempo real. Su utilidad queda enfocada al diseño de controladores basados en modelos, control adaptivo indirecto o estudio de efectos de hidrodinámica en la performance de control. Se pretende que el algoritmo sea aplicable a formas generales de un vehículo subacuático y que pueda ser usado para la autosintonización de los coeficientes del modelo que son previamente desconocidos.

Primeramente, como caso de estudio se considerará, al igual que en el Capítulo 3, un ROV esférico en una dirección de movimiento con una característica de arrastre real.

Seguidamente, se generaliza el método de identificación para seis grados de libertad, se estudia la identificabilidad de parámetros de inercia y de arrastre en virtud de excitaciones simples monocromáticas y se concluye sobre la factibilidad de usar el modelo identificado en el diseño de controladores adaptivos indirectos.

4.2. Identificación de parámetros hidrodinámicos en movimientos de un grado de libertad

En esta sección se estudia el problema de identificación en el modo heave (es decir, de ascenso/descenso), ver Fig. (3.2), para una construcción de ROV primeramente con forma y volumen arbitrarios (Jordán y Bustamante, 2004d). La dinámica del vehículo se describe, como en el Capítulo 3 a través de:

$$(m + m_\infty) \ddot{d} = F_D + F_b + F_c + F_t + F_r, \quad (4.1)$$

con la fuerza de arrastre (ver Fig. (3.5)):

$$F_D = -\frac{A_w}{2} C_D (\dot{d}) \dot{d} |\dot{d}|, \quad (4.2)$$

la fuerza de flotabilidad neta:

$$F_b = (m - \rho V_{rov}) g, \quad (4.3)$$

y la fuerza del cable umbilical:

$$F_c = \begin{cases} -\frac{EA_0(d-L+b-a \sin(\omega t))}{L}, & \text{si c1) } \\ 0, & \text{si c2) } \end{cases}, \quad (4.4)$$

donde las condiciones de tire y afloje son:

$$\text{c1) } d - L + b - a \sin(\omega t) > 0 \quad (4.5)$$

$$\text{c2) } d - L + b - a \sin(\omega t) \leq 0. \quad (4.6)$$

La fuerza resultante de la propulsión se expresa como en la Ec. (3.32) y finalmente la fuerza de radiación potencial F_r se considera despreciable para profundidades mayores que 5 metros.

En la Ec. (4.2), A_w es el área efectiva en la dirección del movimiento y en la Ec. (2.50), V_{rov} el volumen de agua desalojado por el ROV completamente sumergido.

Por otro lado, a partir de la Ec. (3.33) podemos reescribir el sistema grúa/cable um-

bilical como:

$$\ddot{L} + a_{c_1} \dot{L} = b_{c_0} u_{cr}, \quad (4.7)$$

con:

$$a_{c_1} = \frac{k_1 k_2}{R_a J}, \quad b_{c_0} = \frac{r k_1}{R_a J}, \quad (4.8)$$

donde la inductancia de armadura del motor se consideró despreciable.

4.2.1. Identificación de las masas

Si la frecuencia de la excitación ω es muy baja y no existe acción propulsora, se puede asumir que la inercia y la fuerza de arrastre son pequeñas y despreciables y por tanto vale con las Ec. (4.1), (4.3) y (4.4):

$$F_c + F_b = \begin{cases} -\frac{EA_0(d-L+b-a \sin(\omega t))}{L}, & \text{si c1)} \\ 0, & \text{si c2)} \end{cases} + (m - \rho V_{rov}) g \simeq 0, \quad (4.9)$$

donde de las condiciones de F_c dadas en las Ec. (4.5)-(4.6) se desprende:

$$m \simeq \begin{cases} \rho V_{rov} - |F_c|, & \text{si c1)} \\ \rho V_{rov}, & \text{si c2)}, \end{cases} \quad (4.10)$$

Dado que en general, tanto $(m + m_\infty) \ddot{d}$ como F_D son significativas, esto lleva a plantear un problema de identificación de m y m_∞ mucho más elaborado.

La hidrodinámica puede resultar muy compleja en sistemas de arquitectura abierta. Ya en el simple caso de una cáscara esférica, la complejidad se traduce en la no convexidad de la característica del coeficiente hidrodinámico tal como se muestra en la Fig. (3.3). Usando la Ec. (3.6) y la Fig. (3.3) se llega a la Fig. (3.5), donde se aprecia la característica de la fuerza de arrastre viscoso para diferentes diámetros del ROV.

Tomando un campo amplio para la velocidad, se puede expresar al coeficiente de arrastre como un polinomio en $|\dot{d}|$ en la forma:

$$C_D = \theta_{CD_0} + \theta_{CD_1} |\dot{d}| + \theta_{CD_2} \dot{d}^2 + \dots + \theta_{CD_p} \dot{d}^p, \quad (4.11)$$

donde p es el orden de una aproximación par, en general debe ser un valor alto, por ejemplo para $|\dot{d}| \in [0, 3]$, $p = 16$ en el campo de velocidad $[10^{-2}, 10^1]$. Cuando $|\dot{d}|$ toma valores distintos alejados de uno, la disparidad de los términos en la Ec. (4.11) en órdenes de magnitud puede ser muy acentuada y podría causar severos problemas numéricos en

la identificación de los θ_{CD_i} . Por tanto es preferible expresar a la Ec. (4.11) en una forma polinómica a tramos mediante:

$$C_D = \begin{cases} \phi_{CD_1}^T \theta_{CD_1}, \text{ para } \dot{d} \in (-\dot{d}_1, -\dot{d}_0] \cup [\dot{d}_0, \dot{d}_1) \\ \vdots \\ \phi_{CD_i}^T \theta_{CD_i}, \text{ para } \dot{d} \in (-\dot{d}_i, -\dot{d}_{i-1}] \cup [\dot{d}_{i-1}, \dot{d}_i) \\ \vdots \\ \phi_{CD_N}^T \theta_{CD_N}, \text{ para } \dot{d} \in (-\dot{d}_N, -\dot{d}_{N-1}] \cup [\dot{d}_{N-1}, \dot{d}_N) \end{cases}, \quad (4.12)$$

donde $\dot{d}_0 = 0$ y:

$$\phi_{CD_i} = \left[1, |\dot{d}|, \dot{d}^2, |\dot{d}|\dot{d}^2 \right]^T, \text{ para } \dot{d} \in (-\dot{d}_i, -\dot{d}_{i-1}] \cup [\dot{d}_{i-1}, \dot{d}_i) \quad (4.13)$$

$$\theta_{CD_i} = \left[\theta_{CD_{i0}}, \theta_{CD_{i1}}, \theta_{CD_{i2}}, \theta_{CD_{i3}} \right]^T, \quad (4.14)$$

con $i = 1, \dots, N$ se representa una partición del dominio de \dot{d} . De esta manera el orden del polinomio en cada tramo es reducido a 3, disminuyéndose la cantidad de parámetros a estimar y también la disparidad entre los términos del regresor ϕ_{CD_i} en comparación con lo que ocurriría si se contempla un único estimador en todo el rango de \dot{d} con posibles problemas de condicionamiento en el estimador. Mediante una cantidad adecuada de particiones, la calidad de la aproximación puede resultar aumentada como se ilustrará más adelante en un caso de estudio para modelar la Ec. (4.11).

A fin de evitar el uso de \ddot{d} (pues es desconocida), se define una variable auxiliar:

$$z = \frac{s}{s + \lambda} \dot{d} = \phi_i^T \theta_i, \quad (4.15)$$

donde, de acuerdo a la Ec. (4.1) con $F_r = 0$ y las Ec. (4.2), (4.3) y empleando las propiedades antisimétricas de la Ec. (4.13) se tiene:

$$\phi_i = \left[\frac{1}{s + \lambda} g, \frac{1}{s + \lambda} (F_c + F_t), \frac{-1}{s + \lambda} |\dot{d}|\dot{d}, \right. \\ \left. \frac{-1}{s + \lambda} \dot{d}^3, \frac{-1}{s + \lambda} |\dot{d}|\dot{d}^3, \frac{-1}{s + \lambda} \dot{d}^5 \right]^T \quad (4.16)$$

$$\theta_i = \left[\frac{m - \rho V_{rov}}{m + m_\infty} + c_{o_i}, \frac{1}{m + m_\infty}, \frac{A_w \theta_{CD_{i0}}}{2(m + m_\infty)}, \right. \\ \left. \frac{A_w \theta_{CD_{i1}}}{2(m + m_\infty)}, \frac{A_w \theta_{CD_{i2}}}{2(m + m_\infty)}, \frac{A_w \theta_{CD_{i3}}}{2(m + m_\infty)} \right]^T, \quad (4.17)$$

con $i = 1, \dots, N$, λ un número real estrictamente positivo y c_{o_i} un coeficiente que depende del intervalo:

$$c_{o_i} = 0 \text{ para } \dot{d} \in \left(-\dot{d}_1, \dot{d}_1\right) \quad (4.18)$$

$$c_{o_i} \neq 0 \text{ para } \dot{d} \notin \left(-\dot{d}_1, \dot{d}_1\right). \quad (4.19)$$

Debe destacarse que, aunque el regresor ϕ_i no resulta modificado debido al cambio de la partición i , es de esperar que los parámetros de θ_i que caracterizan a F_D si lo hagan.

Finalmente se plantea la ley para un conjunto de estimadores en norma dos (ver Ioannou and Sun, 1996, pág. 198):

$$\dot{\hat{\theta}}_i = P_i \varepsilon_i \phi_i, \text{ con } \hat{\theta}_i(0) = \begin{cases} \mathbf{0} & \text{para } t=0 \\ \hat{\theta}_i(t_f) & \end{cases} \quad (4.20)$$

$$\varepsilon_i = z_i - \hat{z}_i \quad (4.21)$$

$$\dot{P}_i = \beta P_i + P_i \phi_i \phi_i^T P_i, \quad P_i(0) = P_{0_i} > 0 \quad (4.22)$$

$$\hat{z}_i = \phi_i^T \hat{\theta}_i \quad (4.23)$$

donde $\hat{\theta}_i(t)$ es una estima de θ_i en t , respectivamente, ε_i es el error de estimación en el intervalo i , $\beta > 0$ es un factor de olvido para adaptación de parámetros lentamente variables en el tiempo (con $\beta = 0$ si no existe descarte de información), y finalmente P_i es la matriz de covarianza con condición inicial P_{0_i} . Cada vez que \dot{d} cambia de intervalo $\left(\dot{d}_{i-1}, \dot{d}_i\right] \cup \left[-\dot{d}_i, -\dot{d}_{i-1}\right)$, el vector $\hat{\theta}_i(t)$ se actualiza con $\hat{\theta}_i(t_f)$, siendo t_f el instante donde el regresor ϕ_i abandonó por última vez ese intervalo. También debe hacerse lo mismo con la matriz de covarianza de cada intervalo, la cual se “congela” a la salida de cada intervalo respectivo, y vuelve a actualizarse al entrar en el mismo intervalo.

Bajo condiciones monocromáticas de excitación de ola, y aún bajo régimen de “tire y afloje”, se demuestra que el sistema de error de estimación está persistentemente excitado (ver prueba en la próxima sección). Asegurada la convergencia exponencial se obtiene:

$$\hat{m} = \frac{\hat{\theta}_1}{\hat{\theta}_2} + \rho V_{rov}, \hat{\theta}_1 \in \hat{\theta}_1 \quad (4.24)$$

$$\hat{m}_\infty = \left(1 - \hat{m}\hat{\theta}_2\right) / \hat{\theta}_2 \quad (4.25)$$

$$\hat{\theta}_{CD_{i0}} = \frac{2}{A_w} \hat{\theta}_3 / \hat{\theta}_2 \quad (4.26)$$

$$\hat{\theta}_{CD_{i1}} = \frac{2}{A_w} \hat{\theta}_4 / \hat{\theta}_2 \quad (4.27)$$

$$\hat{\theta}_{CD_{i2}} = \frac{2}{A_w} \hat{\theta}_5 / \hat{\theta}_2 \quad (4.28)$$

$$\hat{\theta}_{CD_{i3}} = \frac{2}{A_w} \hat{\theta}_6 / \hat{\theta}_2 \quad (4.29)$$

$$\hat{c}_{o_i} = \text{diag}(1, 0, \dots, 0) \left(\hat{\theta}_1 - \hat{\theta}_i \right), i > 1. \quad (4.30)$$

Finalmente, debe observarse sin embargo que C_D resulta no acotada en el origen (ver Fig. (3.3)), en lugar de aproximar a este coeficiente, se define la función aproximada de la característica de arrastre viscoso de la Ec. (4.2) que es acotada para valores finitos de velocidad (Ver Ec. (3.40)). Luego:

$$\hat{F}_D = \sum_{i=1}^N \left(c_{o_i} + \hat{\theta}_{CD_{i0}} \dot{d} \left| \dot{d} \right| + \hat{\theta}_{CD_{i1}} \dot{d}^3 + \hat{\theta}_{CD_{i2}} \dot{d}^3 \left| \dot{d} \right| + \hat{\theta}_{CD_{i3}} \dot{d}^5 \right) h_{\Delta_i}, \quad (4.31)$$

con c_{o_i} estimado en la Ec. (4.30) y donde:

$$h_{\Delta_i} = h_0(\dot{d} + \dot{d}_i) - h(\dot{d} + \dot{d}_{i-1}) + h_0(\dot{d} - \dot{d}_{i-1}) - h(\dot{d} - \dot{d}_i), \quad (4.32)$$

y $h_0(x)$ y $h(x)$ son funciones escalón unitario definidas como, por un lado $h_0(x) = 0$ para $x \leq 0$ y $h_0(x) = 1$ para $x > 0$, y por otro lado, $h(x) = 0$ para $x < 0$ y $h(x) = 1$ para $x \geq 0$. La función \hat{F}_D resultante es “levemente” discontinua en los cambios de intervalo. Una forma de asegurar continuidad en la misma es aproximarla con una función spline de orden 3. Con dicho alisamiento queda determinada definitivamente la estimación de la característica de fuerza de arrastre viscoso.

Se observa que la identificación tiene éxito si el sistema ROV/cable se comporta en modo de cable tenso o en el modo de “tire-afloje”, pero no en modo de cable flojo permanente dado que la interconexión se interrumpe definitivamente.

Existe otra forma de implementar el algoritmo que es distinta a la descrita en las Ec. (4.20)-(4.23). Esta consiste en actualizar la condición inicial de manera tal que el parámetro $\hat{\theta}_2$ no se cambie en los cruce de intervalos, ya que es el único que no cambia en todos los regresores. De esta manera la coordenada $\hat{\theta}_2$ es uniformemente continua en el tiempo.

Para una adecuada elección de la condición inicial $P_i(0) = P_{0_i}$ en la Ec. (4.22), se debe tener presente que los elementos en el regresor ϕ_i son de distinto orden de magnitud según el intervalo al que pertenecen. Esto es importante pues puede producir un funcional de costo de la identificación casi plano en algunas dimensiones del espacio de parámetros, aminorando la velocidad de convergencia de sus estimas. Para evitar este problema, se debe escalar convenientemente la matriz de covarianza en cada intervalo. Con este fin se propone:

$$P_i(0) = \text{diag} \left(c_1, c_2, c_3 \left(|\bar{d}|_i \right)^{-2}, c_3 \left(|\bar{d}|_i \right)^{-3}, c_3 \left(|\bar{d}|_i \right)^{-4}, c_3 \left(|\bar{d}|_i \right)^{-5} \right) \quad (4.33)$$

donde c_1, c_2 y c_3 son valores grandes, en general mayores a 10^2 y $|\bar{d}|_i = \sqrt{(1/t) \int_0^t \dot{d}^2 d\tau}$.

4.2.2. Estudio de convergencia

En la Fig. (4.1) se muestra una trayectoria de la velocidad en el tiempo atravesando zonas de no linealidad. Se aprecia un ascenso no uniforme de la unidad, luego un descenso. Las zonas marcadas como *A* y *B* son justamente los lugares donde hubo variabilidad de la velocidad.

En estos tramos, la señal es persistente excitante (PE) (Ioanou y Sun, 1996), mientras que en los otros tramos, donde la unidad mantiene la velocidad constante o se acelera muy rápidamente dejando un efímero rastro en esas zonas, la cantidad de información es muy baja. La propiedad PE influirá decisivamente en la convergencia.

Una importante propiedad de la Ec. (4.31) es que la derivada temporal del vector de parámetros $P_i \varepsilon_i \phi_i$ tiene generalmente discontinuidades, y éstas son finitas para una velocidad acotada entre $-\dot{d}_N$ y \dot{d}_N , es decir $\dot{d}, \hat{\theta}_i \in \mathcal{L}_\infty$. Esto implica que el vector de parámetros $\hat{\theta}_i$ estimado es uniformemente continuo. Usando este hecho se descompone la señal vectorial de tiempo $\varepsilon_i \phi_i$ en tramos tal que correspondan a los intervalos $[\dot{d}_{i-1}, \dot{d}_i) \cup (-\dot{d}_i, -\dot{d}_{i-1}]$ respectivamente. Así para cada estimador se tiene una trayectoria

uniformemente continua:

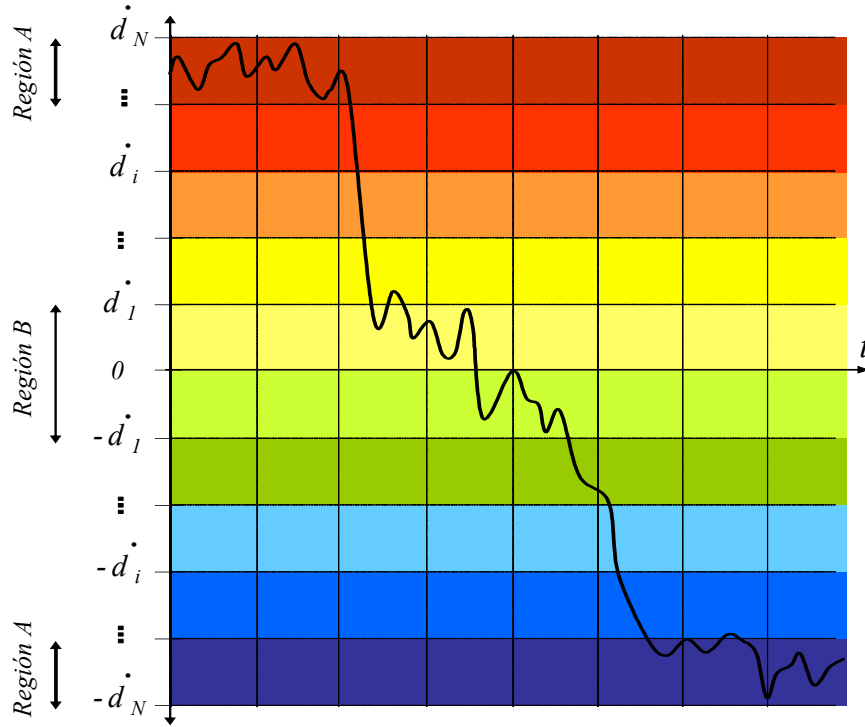


Figura 4.1: Evolución temporal de la velocidad \dot{d} a través de zonas de distintos intervalos de no linealidad

$$\hat{\theta}_i(\tau) = \int_0^\tau P_i \varepsilon_i \phi_i dt \quad (4.34)$$

$$\tau \in [0, \tau_i] \quad (4.35)$$

$$\tau_i = \sum_{i_j} \left(\bar{t}_{i_j} - t_{-i_j} \right), \quad (4.36)$$

donde $\left[\bar{t}_{i_j}, t_{-i_j} \right]$ representa uno de los intervalos en el que la velocidad cumple en su excursión con $\dot{d} \in \left(\dot{d}_{i-1}, \dot{d}_i \right] \cup \left[-\dot{d}_i, -\dot{d}_{i-1} \right)$, y τ se corresponde en forma inyectiva con $t \in \cup_{i_j} \left[t_{-i_j}, \bar{t}_{i_j} \right]$ cumpliendo que para todo par (τ_1, τ_2) con $\tau_1 > \tau_2$ se corresponde el par (t_1, t_2) con $t_1 > t_2$. En dicha situación se tienen N identificaciones distintas donde $P_i(\tau) \varepsilon_i(\tau) \phi_i(\tau)$ es un vector continuo a tramos que coincide con el vector real $P_i(t) \varepsilon_i(t) \phi_i(t)$ sólo en tramos de la correspondencia de tiempos efectuada.

El estudio de convergencia de los parámetros estimados a los valores reales consta de dos partes. Primero se demostrará que una excitación monocromática es suficiente para estimar todos los parámetros físicos del siguiente conjunto:

$$\mathcal{D}_\theta = \left\{ m, m_\infty, \theta_{CD_{10}}, \theta_{CD_{11}}, \theta_{CD_{12}}, \theta_{CD_{13}}, \theta_{CD_{20}}, \theta_{CD_{21}}, \theta_{CD_{22}}, \right. \\ \left. \theta_{CD_{23}}, c_{o2}, \dots, \theta_{CD_{N0}}, \theta_{CD_{N1}}, \theta_{CD_{N2}}, \theta_{CD_{N3}}, c_{oN} \right\}. \quad (4.37)$$

Este tipo de excitación constituye una señal de muy baja información (riqueza de orden 1) y por ello constituye el peor caso en este sentido. Luego se demostrará que en el caso de la característica hidrodinámica de arrastre viscoso, la Ec. (4.2) es modulada exactamente por la función a tramos de la Ec. (4.31), es decir, la estimación alcanza asintóticamente el error cero en todos los estimadores.

El caso de excitación monocromática es muy importante en Ingeniería Oceánica, dado que las olas de armónica simple son frecuentes y de alto contenido energético. Por ello este caso tiene particular importancia en la aplicación práctica del algoritmo propuesto. Su potencialidad se evidencia en los siguientes teoremas.

Primero se intentará probar la riqueza de orden suficiente de una excitación monocromática sobre la dinámica no lineal del vehículo para lograr condiciones de persistencia excitante. Posteriormente, bajo estas condiciones, se probará la convergencia de los parámetros estimados.

Teorema 4.1 (*Persistencia de excitación*)

Para una excitación monocromática $u(t) \triangleq F_c(t) + F_t(t) = a \sin(\omega t)$, con $\omega > 0$, y a lo suficientemente grande como para que \dot{d} evolucione en $[-\dot{d}_N, \dot{d}_N]$, cada regresor de la Ec. (4.16) expande un espacio de igual dimensión que su respectivo espacio paramétrico.

Prueba:

Sea τ en la Ec. (4.35) y la matriz de covarianza, que es solución de la Ec. (4.22) en τ :

$$P_i(\tau) = \left[\int_0^\tau e^{-\beta(\tau-\xi)} \phi_i(\xi) \phi_i^T(\xi) d\xi \right]^{-1}, \quad (4.38)$$

con $i = 1, \dots, N$. Para que el vector regresor $\phi_i(\xi)$ expanda la dimensión completa de su espacio paramétrico, es decir $\text{span} \{ \phi_i(\tau), \text{ en } [\tau, \tau + T_0] \} = \mathbb{R}^6$, $P_i(\tau)$ debe ser uniformemente definida positiva en $[0, \tau_i]$, y esto ocurre si:

$$\int_{\tau}^{\tau+T_0} \phi_i(\xi) \phi_i^T(\xi) d\xi \geq \alpha_0 T_0 I \quad (4.39)$$

para alguna constante $\alpha_0 > 0$ (nivel de persistencia) y algún período $T_0 > 0$

Esto es equivalente a generar seis vectores $\phi_i(\tau_n)$ con $n = 1, \dots, 6$, para tiempos arbitrarios y distintos $\tau_n \in [\tau, \tau + T_0]$ a partir de la base funcional:

$$\mathbf{B}(\tau) = \{b_1(\tau), \dots, b_6(\tau)\}, \quad (4.40)$$

con:

$$b_1(\tau) = \frac{1}{s + \lambda} g \quad (4.41)$$

$$b_2(\tau) = \frac{1}{s + \lambda} a \sin(\omega\tau) \quad (4.42)$$

$$b_3(\tau) = \frac{-1}{s + \lambda} |\dot{d}(\tau)| \dot{d}(\tau) \quad (4.43)$$

$$b_4(\tau) = \frac{-1}{s + \lambda} \dot{d}^3(\tau) \quad (4.44)$$

$$b_5(\tau) = \frac{-1}{s + \lambda} |\dot{d}(\tau)| \dot{d}^3(\tau) \quad (4.45)$$

$$b_6(\tau) = \frac{-1}{s + \lambda} \dot{d}^5(\tau) \quad (4.46)$$

y pedir para este conjunto arbitrario $\{\tau_1, \dots, \tau_6\} \in [t, t + T_0]$ que $\sum_1^6 \phi_i(\tau_n) \phi_i^T(\tau_n) > 0$, es decir, que sea positiva definida excepto para un número contable de subconjuntos $\{\tau_n\}$, cuya unión tiene medida cero. De forma más general, para que este último planteo sea válido, no deben existir constantes $c_{nk} \neq 0$ tal que para $n, k = 1, \dots, 6$ se tenga:

$$b_n(\tau) = c_{nk} b_k(\tau), \text{ con } n \neq k. \quad (4.47)$$

Empezando por las combinaciones $c_{nk} = c_{n2}$, con $n \neq 2$, se tiene que:

a) no existe una constante $c_{12} \neq 0$ si $\omega > 0$

b) no existe una constante $c_{32} \neq 0$, pues de las Ec. (4.42)-(4.43) se desprende que ninguna solución forzada \dot{d} de la ecuación diferencial ordinaria (ODE) (4.1) podría cumplir con la propiedad:

$$|\dot{d}(\tau)| \dot{d}(\tau) = c_{32} a \sin(\omega\tau) \text{ en } \frac{\pi}{\omega} < \tau < \frac{2\pi}{\omega}.$$

en cada intervalo de residencia $\left(\begin{matrix} \bar{t}_{i_j} \\ -i_j \end{matrix} \right)$

c) por el mismo motivo que en b), no existen constantes $c_{42} \neq 0$, $c_{52} \neq 0$ ni $c_{62} \neq 0$ que satisfagan la Ec. (4.47).

Siguiendo con las combinaciones $c_{nk} = c_{n1}$, con $n > 2$, se deduce que no existen constantes $c_{31} \neq 0$, $c_{41} \neq 0$, $c_{51} \neq 0$ ni $c_{61} \neq 0$ que satisfagan la Ec. (4.47), pues la solución forzada $\dot{d}(t)$ de la ODE en la Ec.(4.1) no es una constante.

Finalmente todas las combinaciones entre pares de funciones bases $b_3(\tau)$, $b_4(\tau)$, $b_5(\tau)$ y $b_6(\tau)$ no cumplen con la Ec. (4.47) con constantes correspondientes $c_{nk} \neq 0$ pues son funciones linealmente independientes, cualquiera sea la solución forzada \dot{d} que las produzca.

Consiguientemente, $\phi_i(\tau)$ es uniformemente persistente excitante en $[\tau, \tau + T_0] \subset [0, \tau_i]$ y expande un espacio de seis dimensiones. La prueba se extiende similarmente a cualquier regresor i . ■

El teorema 4.1 demuestra un caso de excitación de riqueza de orden suficiente, que si bien es simple, es crítica en el sentido de que una armónica simple inyecta al sistema poca información. Las no linealidades inherentes de la dinámica del sistema permiten, no obstante, alcanzar la condición de persistencia excitante necesaria para identificarlo. Se entiende que otro caso de excitación, como olas multiarmónicas, conduce a una mejor situación, es decir a un nivel de persistencia α_0 más elevado.

Teorema 4.2 (Convergencia asintótica)

Si la característica hidrodinámica de arrastre viscoso de la Ec. (4.2) es aproximable exactamente con una función a tramos dada en la Ec. (4.31) en un intervalo $[-\dot{d}_N, \dot{d}_N]$, y si todos los regresores $\phi_i(\tau)$ en la Ec. (4.16) resultan persistentes excitantes según la Ec. (4.39), entonces la determinación de los coeficientes en $D_\theta = \{m, m_\infty, \theta_{CD_{10}}, \theta_{CD_{11}}, \theta_{CD_{12}}, \theta_{CD_{13}}, \dots, \theta_{CD_{N0}}, \theta_{CD_{N1}}, \theta_{CD_{N2}}, \theta_{CD_{N3}}, c_{0N}\}$ a través de la estimación de los $\hat{\theta}_i$'s mediante el algoritmo de las Ec. (4.20)-(4.23), dará estimas asintóticamente libres de errores.

Prueba:

Considerándose el mapeo inyectivo de t a τ según las Ec. (4.34)-(4.36) con $\tau_i = \infty$, la demostración completa de este teorema se obtiene de forma similar a (Ioannou and Sun, 1996, pág. 236).

Luego, invocando las relaciones de las Ec. (4.24)-(4.29), se cumple que los parámetros físicos de D_θ son determinados exactamente para un tiempo de estima $t \rightarrow \infty$. ■

A continuación se generaliza el caso de identificación unidimensional al caso de varias dimensiones.

4.3. Identificación de parámetros hidrodinámicos en movimientos de seis grados de libertad

Ahora se intentará plantear la identificación en 6 grados de libertad.

Considérese la dinámica del ROV en todos los modos de movimiento según las Ec. (2.35)-(2.36).

En general, el amortiguamiento de un vehículo subacuático moviéndose en los 6 grados de libertad a alta velocidad es altamente no lineal y fuertemente acoplado en su dinámica. Usualmente se pueden hacer simplificaciones burdas como la que supone que el vehículo se mueve lentamente para linealizar el amortiguamiento. No obstante, la violación de esta hipótesis, especialmente cuando se aplican controladores de alta ganancia, crean una de las mayores incertidumbres de la dinámica a través de su hidrodinámica.

Una expresión comúnmente aceptada para el coeficiente de arrastre está dada a partir de la Ec.(2.47) donde la componente de amortiguamiento no lineal D_q puede aproximarse de la siguiente manera (Faltinsen, 1993):

$$D_1(\mathbf{v}) = \begin{bmatrix} d_{uu} |u| & \cdots & d_{ur} |r| \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{ru} |u| & \cdots & d_{rr} |r| \end{bmatrix}, \quad (4.48)$$

con d_{ij} coeficientes constantes.

Una aproximación más exacta de este amortiguamiento es dado a continuación. En Fig. (4.2) el coeficiente de arrastre es mostrado para diferentes formas. Con la excepción de perfil de plato plano puestos de manera frontal, se ve que C_D no es predecible (es decir, es muy fluctuante con la velocidad) sobre un rango muy amplio del número de Reynolds. Además los valores altos de los números de Reynolds son también usuales en las operaciones de los ROVs. Esto se muestra a través de un simple ejemplo con el caso

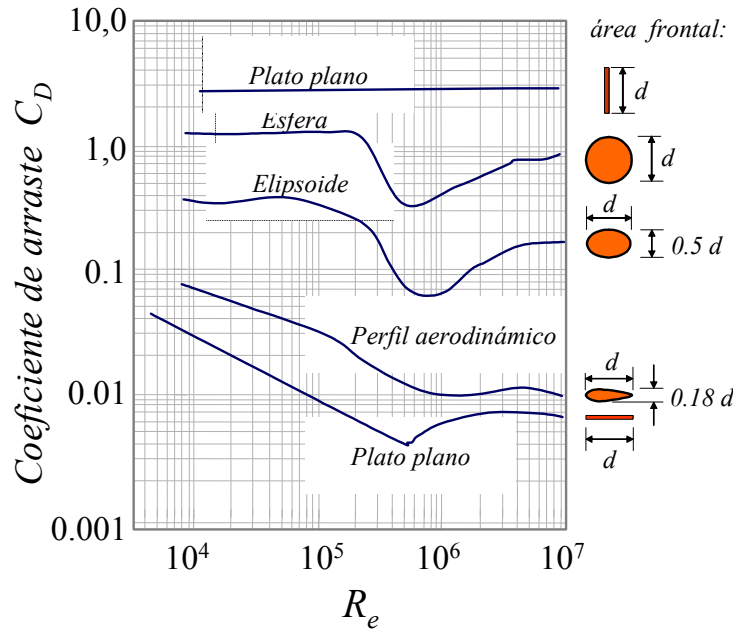


Figura 4.2: Coeficientes de arrastre para cuerpos de diferentes geometrías

esférico para $D = 1(m)$ con una velocidad frontal u variando entre 0 hasta $1(m/s)$, en donde resulta un rango del número de Reynolds de 0 a 10^6 (a $20(^{\circ}C)$ y $1(atm)$). En este rango el valor de C_D varía significativamente en magnitud, particularmente sobre el valor $Re = 10^6$.

En un número de Reynolds variando entre 10^5 y 10^6 , el coeficiente de arrastre posee generalmente un decaimiento repentino (Hideshi, 1989). En particular, cerca del codo, el gradiente de presión cambia de ser negativa (decaimiento de presión) a positiva (incremento de presión) por efectos de turbulencia. La derivada de la fuerza cambia de signo debido a las diferencias de presión cambiantes en signo (ver Fig. (4.3)), pasando de ser una fuerza decreciente a ser una fuerza creciente. Las curvas en Fig. (4.2) son válidas para superficies pulidas. Cuando la superficie posee cierto grado de rugosidad, entonces los decaimientos de C_D ocurren a menores valores del número de Reynolds que en el caso representado en la figura (Faltinsen, 1993).

Las curvas resultantes de las fuerzas de arrastre para cuerpos esféricos con diferentes diámetros son dados en la Fig. (4.3, izquierda). Es importante notar que las funciones no son convexas en el rango usual de la velocidad de operación.

En el caso esférico, el desarrollo de un patrón de flujo en particular con el incremento de Re ocurre por la transición entre las capas límites de laminar a turbulento como se

ve en la Fig. (4.3, derecha). Se desprende que, si la capa límite de una esfera puede ser turbulenta a un menor número de Reynolds, entonces el arrastre puede disminuir para ese número de Reynolds. En el caso de carcasas de ROVs con asimetrías considerables y formas diversas, la hidrodinámica en amplios rangos de velocidad es igualmente compleja y puede determinarse en general con experimentación en canales de corriente o túnel de viento (Goheen y Jefferys, 1990; Jiang, 1991; Fryxell, 1994; Chakrabarti, 1994; Pinto, 1996).

Con el objetivo de ilustrar este fenómeno hidrodinámico en la estructura del modelo, se usa la siguiente descripción:

$$D(\mathbf{v}) = D_0 + D_1(\mathbf{v}) = \quad (4.49)$$

$$= \begin{bmatrix} d_{l_{uu}} & \cdots & d_{l_{ur}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{l_{ru}} & \cdots & d_{l_{rr}} \end{bmatrix} + \quad (4.50)$$

$$+ \begin{bmatrix} d_{q_{uu}}(u) & \cdots & d_{q_{ur}}(u, r) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{q_{ru}}(r, u) & \cdots & d_{q_{rr}}(r) \end{bmatrix}, \quad (4.51)$$

donde $i, j = u, v, \dots, r$, $d_{l_{ij}}$ son constantes, y $d_{q_{ii}}(i)$ y $d_{q_{ij}}(i, j)$ son funciones continuas en las variables i y j . Por ejemplo, para p par:

$$d_{q_{ii}}(i) = \delta_{ii_1}|i| + \delta_{ii_2}i^2 + \delta_{ii_3}|i|i^2 + \dots + \delta_{ii_{N_0}}i^p \quad (4.52)$$

$$d_{q_{ij}}(i, j) = \delta_{ij_1}|i||j| + \delta_{ij_2}i^2|j| + \delta_{ij_3}|i|j^2 + \delta_{ij_4}|i|j^3 + \\ + \delta_{ij_5}i^3|j| + \delta_{ij_6}i^2j^2 + \dots + \delta_{ij_{N_1}}i^{\frac{p}{2}}j^{\frac{p}{2}}, \quad (4.53)$$

con δ_{ii_k} y δ_{ij_k} coeficientes desconocidos a ser identificados, donde $N_0 = p$ y $N_1 = \frac{3(p-1)+(p-1)^2}{2}$. Se observa que los coeficientes diagonales d_{ii_k} son descriptos por funciones simétricas. Además, dado que $D(\mathbf{v})$ es antisimétrica, los elementos no diagonales cumplen con $d_{ij}(i, j) = -d_{ji}(j, i)$ para $i \neq j$ en la Ec. (4.51). Lo mismo ocurre en la Ec. (4.50).

Finalmente, la hidrodinámica es completada con la matriz de Coriolis y centrípeta $C(\mathbf{v})$ en la Ec. (2.38), la cual toma la forma en la Ec. (2.75) para un vehículo con 3 planos

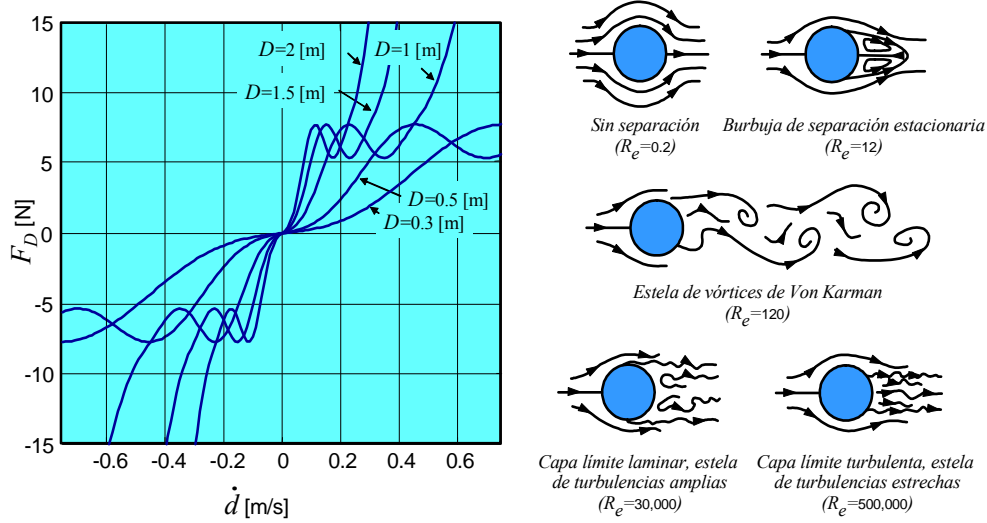


Figura 4.3: Fuerza de arrastre y patrones de flujo para cuerpos cilíndricos

de simetría principales:

$$C(\mathbf{v}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -c_w w & c_v v \\ 0 & 0 & 0 & c_w w & 0 & -c_u u \\ 0 & 0 & 0 & -c_v v & c_u u & 0 \\ 0 & -c_w w & c_v v & 0 & -c_r r & c_q q \\ c_w w & 0 & -c_u u & c_r r & 0 & -c_p p \\ -c_v v & c_u u & 0 & -c_q q & c_p p & 0 \end{bmatrix}. \quad (4.54)$$

4.3.1. Identificación

La meta de la identificación propuesta consiste en la estima de los coeficientes d_{ii_k} y d_{ij_k} junto con la matriz de masa y masa aditiva sobre mediciones del vector de velocidad \mathbf{v} y la fuerza del cable umbilical $\boldsymbol{\tau}_c$ del sistema ROV. Un problema numérico potencial en la estimación puede arribar cuando las componentes de velocidad i, j toma valores muy alejados del valor 1, ya sea sobre o por debajo de 1, causando que los monomios en las Ec. (4.52)-(4.53) puedan asumir valores con diferentes órdenes de magnitud. Por este motivo es razonable describir las Ec. (4.52) y Ec. (4.53) como N funciones a tramos de bajo grado (por ejemplo $p = 4$ en las Ec. (4.52)-(4.53)), definidos en N dominios desconectados para i y j . Para el espacio de velocidad descompuesto en particiones de N intervalos en cada dimensión, resulta (Jordán, *et al.*, 2005a):

$$d_{l_{ii}} + d_{q_{ii}}(i) = \quad (4.55)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} d_{l_{ii}} + \delta_{ii_{1_1}} |i| + \dots + \delta_{ii_{4_1}} i^4, \text{ para} \\ i \in (-I_1, -I_0] \cup [I_0, I_1) \\ \vdots \\ d_{l_{ii}} + \delta_{ii_{1_N}} |i| + \dots + \delta_{ii_{4_N}} i^4, \text{ para} \\ i \in (-I_N, -I_{N-1}] \cup [I_{N-1}, I_N) \end{array} \right.$$

$$d_{l_{ij}} + d_{q_{ij}}(i, j) = \quad (4.56)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} d_{l_{ij}} + \delta_{ij_{1_1}} |i||j| + \delta_{ij_{2_1}} i^2 |j| + \delta_{ij_{3_1}} |i| j^2 + \\ + \delta_{ij_{4_1}} |i| j^3 + \delta_{ij_{5_1}} i^3 |j| + \delta_{ij_{6_1}} i^2 j^2, \text{ para} \\ i \in (-I_1, -I_0] \cup [I_0, I_1) \\ j \in (-J_1, -J_0] \cup [J_0, J_1) \\ \dots \\ d_{l_{ij}} + \delta_{ij_{1_N}} |i||j| + \delta_{ij_{2_N}} i^2 |j| + \delta_{ij_{3_N}} |i| j^2 + \\ + \delta_{ij_{4_N}} |i| j^3 + \delta_{ij_{5_N}} i^3 |j| + \delta_{ij_{6_N}} i^2 j^2, \text{ para} \\ i \in (-I_N, -I_{N-1}] \cup [I_{N-1}, I_N) \\ j \in (-J_N, -J_{N-1}] \cup [J_{N-1}, J_N) \end{array} \right. ,$$

donde $I_0 = J_0 = 0$. Por este medio se pueden estimar características hidrodinámicas complejas con alta exactitud, puesto que son tenidos en cuenta todos los acoplamientos dinámicos entre los modos.

A fin de involucrar sólo señales que sean medibles en la estimación, las derivadas altas como $\dot{\mathbf{v}}$ deben ser evitadas. Con este objetivo, se define un vector auxiliar \mathbf{z} mediante el filtrado de la aceleración $\dot{\mathbf{v}}$ tal que:

$$\mathbf{z} = \frac{1}{s + \lambda} \dot{\mathbf{v}} = \frac{s}{s + \lambda} \mathbf{v}, \quad (4.57)$$

donde λ es la constante del filtro real positiva. Entonces, con las Ec. (4.57) y (2.35), resulta:

$$\begin{aligned} \mathbf{z} = & -\frac{1}{s + \lambda} (M^{-1}C(\mathbf{v})\mathbf{v}) - \frac{1}{s + \lambda} (M^{-1}D(\mathbf{v})\mathbf{v}) + \\ & + M^{-1} \frac{1}{s + \lambda} (\boldsymbol{\tau}_c + \mathbf{g} + \boldsymbol{\tau}_t). \end{aligned} \quad (4.58)$$

Para el proceso de identificación se puede construir un regresor lineal para cada modo $i \in \{u, v, w, p, q, r\}$ de la forma:

$$z_i = \frac{s}{s + \lambda} i = \boldsymbol{\phi}_i^T \boldsymbol{\theta}_i, \quad (4.59)$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\phi}_i^T = & \left[\frac{-1}{s + \lambda} u^2, \dots, \frac{-1}{s + \lambda} i j, \dots, \frac{-1}{s + \lambda} r^2, \frac{-1}{s + \lambda} u, \dots, \frac{-1}{s + \lambda} r, \right. \\ & \frac{-1}{s + \lambda} |u||i|i, \frac{-1}{s + \lambda} u^2|i|i, \dots, \frac{-1}{s + \lambda} u^2 i^3, \dots, \\ & \frac{-1}{s + \lambda} |i|i, \dots, \frac{-1}{s + \lambda} i^5, \dots, \\ & \frac{-1}{s + \lambda} |r||i|i, \frac{-1}{s + \lambda} r^2|i|i, \dots, \frac{-1}{s + \lambda} r^2 i^3, \\ & \left. \frac{1}{s + \lambda} (\tau_{c_u} + g_u + \tau_{t_u}), \dots, \frac{1}{s + \lambda} (\tau_{c_r} + g_r + \tau_{t_r}) \right] \end{aligned} \quad (4.60)$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\theta}_i^T = & \left[c'_{i_1}, \dots, c'_{i_k}, \dots, c'_{i_{20}}, d'_{l_{i_1}}, \dots, d'_{l_{i_6}}, \right. \\ & \delta'_{ui_1}, \dots, \delta'_{ui_6}, \dots, \delta'_{ii_1}, \dots, \delta'_{ii_4}, \dots, \\ & \left. \delta'_{ri_1}, \dots, \delta'_{ri_6}, m'_{i_1}, \dots, m'_{i_6} \right], \end{aligned} \quad (4.61)$$

donde c'_{i_k} es una de las 20 constantes contenidas en la fila i de la matriz $M^{-1}C(\mathbf{v})$, $d'_{l_{i_k}}$ una de las 6 constantes involucradas en la fila i de $M^{-1}D_0$, $\delta'_{j i_k}$ una de las 34 constantes pertenecientes a la fila i de $M^{-1}D_1(\mathbf{v})$, y finalmente m'_{i_k} es el elemento k de la fila i de M^{-1} . Más aun, existe un regresor lineal z_i de cada una de las N regiones de la partición de acuerdo con las Ec. (4.55)-(4.56).

La dimensión del vector regresor $\boldsymbol{\phi}_i$ es 66 y puede expandir todo el espacio de parámetros \mathfrak{R}^{66} si se cumplen ciertas condiciones para la excitación $(\boldsymbol{\tau}_c + \mathbf{g} + \boldsymbol{\tau}_t)$ en (6.2) como se analiza a continuación.

4.3.2. Identificabilidad

Ahora se analizará la factibilidad de rescatar todos los parámetros físicos del modelo estimado.

Se observa que las funciones bases contenidas en el regresor de la Ec. (4.60) son line-

almente independientes en $i, j \in \mathfrak{R}$, es decir, no existe un conjunto de constantes reales $\{\alpha_1, \dots, \alpha_n\}$, con $1 < n \leq 66$, que no sea el conjunto trivial $\{0, \dots, 0\}$, de manera tal que se cumpla:

$$\alpha_1 g_1(i_1, j_1) + \dots + \alpha_n g_n(i_n, j_n) = 0, \quad (4.62)$$

con $i_1, j_1, i_n, j_n \in \{u, v, w, p, q, r\}$. Sin embargo, cuando una partición del espacio de velocidad es considerada de acuerdo a las Ec. (4.55)-(4.56), la independencia lineal de la función base es sólo asegurada en la región alrededor de $\mathbf{v} = \mathbf{0}$, es decir, en $(-I_1, I_1) \times (-J_1, J_1)$. Fuera de esta región, el conjunto de funciones $\{\frac{-1}{s+\lambda}i^2, \frac{-1}{s+\lambda}ij, \frac{-1}{s+\lambda}|i|i, \frac{-1}{s+\lambda}|i|j\}$ solamente puede expandir una región bidimensional de \mathfrak{R}^4 . Por consiguiente, los parámetros asociados con las funciones bases $-\frac{1}{s+\lambda}i^2$ y $-\frac{1}{s+\lambda}|i|i$ (o $-\frac{1}{s+\lambda}ij$ y $-\frac{1}{s+\lambda}|i|j$) no son más distinguibles y la identificabilidad se pierde.

Para evitar esta falta de identificabilidad se define un segundo regresor para cada modo i de la forma:

$$\bar{z}_i = z_i - \sum_{\substack{k=1 \\ i, j \in \{u, v, w, p, q, r\}}}^{20} c'_{i_k} ij, = \bar{\phi}_i^T \bar{\theta}_i, \quad (4.63)$$

para $i \times j \notin (-I_1, I_1) \times (-J_1, J_1)$

$$\bar{\phi}_i^T = \left[-\frac{1}{s+\lambda}u, \dots, \frac{1}{s+\lambda}(F_{c_r} + g_r + \tau_r) \right] \quad (4.64)$$

$$\bar{\theta}_i^T = [d'_{i_1}, \dots, m'_{i_6}] \quad (4.65)$$

donde, en comparación con la Ec. (4.59), solamente los términos a partir de la posición 21 son considerados en la nueva regresión. La regresión es válida en todas las regiones del espacio de velocidad pero no en la región que contiene a $\mathbf{v} = \mathbf{0}$. Entonces el espacio de parámetros es reducido a una dimensión 46.

4.3.3. Algoritmo de identificación

Para cada regresión z_i ($i = 1, \dots, 6$) y para cada región de una partición de acuerdo a las Ec. (4.55)-(4.56), diversos tipos de estimadores en norma \mathcal{L}_2 , tales como los algoritmos de mínimos cuadrados en tiempo continuo, pueden aplicarse en $i \times j \in (-I_1, I_1) \times (-J_1, J_1)$

(Ioannou and Sun, 1996). Por lo tanto, la ley adaptiva paramétrica se define como:

$$\dot{\hat{\boldsymbol{\theta}}}_i = P_i \varepsilon_i \boldsymbol{\phi}_i, \text{ con } \hat{\boldsymbol{\theta}}_i(0) = \begin{cases} \mathbf{0} & \text{para } t=0 \\ \hat{\boldsymbol{\theta}}_i(t_f) & \end{cases} \quad (4.66)$$

$$\varepsilon_i = z_i - \hat{z}_i \quad (4.67)$$

$$\dot{P}_i = \beta P_i + P_i \boldsymbol{\phi}_i \boldsymbol{\phi}_i^T P_i, \quad P_i(0) = \begin{cases} P_{0i} & \text{para } t=0 \\ P_i(t_f) & \end{cases} \quad (4.68)$$

$$\hat{z}_i = \boldsymbol{\phi}_i^T \hat{\boldsymbol{\theta}}_i, \quad (4.69)$$

donde $\hat{\boldsymbol{\theta}}_i(t)$ es una estima de la Ec. (4.61) en t , \hat{z}_i es la estimación de z_i con $\hat{\boldsymbol{\theta}}_i$, $\beta > 0$ es un factor de olvido escalar y finalmente $P_i > 0$ es la matriz de covarianza. Cada vez que la velocidad de la trayectoria $\mathbf{v}(t)$ entra en una nueva región de la partición, la condición inicial $\hat{\boldsymbol{\theta}}_i(0)$ de la trayectoria $\hat{\boldsymbol{\theta}}_i(t)$ es reseteada al último valor que ésta tomó cuando abandonó esta región, en un tiempo $t = t_f$. En el mismo instante, la condición inicial de la matriz de covarianza es también reseteada a su valor anterior. De esta manera, las estimas correspondientes a una región particular son “congeladas” hasta que la trayectoria de estados pasa sobre esta región nuevamente. Entonces las estimas pueden aproximarse a tramos a los valores reales de las características no lineales.

Finalmente, el algoritmo de estimación captura las estimas de los amortiguamientos no lineales en el dominio particionado de la aproximación de acuerdo a las Ec. (4.55)-(4.56). Para aplicar el algoritmo de las Ec. (4.66)-(4.69) en las regiones $i \times j \notin (-I_1, I_1) \times (-J_1, J_1)$, se reemplaza \hat{z}_i , $\hat{\boldsymbol{\phi}}_i$, $\hat{\boldsymbol{\theta}}_i$ de acuerdo a las Ec. (4.63)-(4.65) en lugar de \hat{z}_i , $\boldsymbol{\phi}_i^T$, $\boldsymbol{\theta}_i$, respectivamente. Cuando la Ec. (4.63) es usada, se toman los c'_{i_k} de las últimas estimas en $\hat{\boldsymbol{\theta}}_i$ a fin de aplicar las Ec. (4.66)-(4.69) en la región alrededor del valor nulo de \mathbf{v} .

Una vez que los 12 regresores z_i y \bar{z}_i son construidos como se indicó, las matrices \hat{M}^{-1} , $(\hat{M}^{-1} \hat{C}(\mathbf{v}))$, $(\hat{M}^{-1} \hat{D}_0)$ y $(\hat{M}^{-1} \hat{D}_1(\mathbf{v}))$ pueden ser determinadas a partir del procedimiento de estimación. Entonces los parámetros físicos de las matrices hidrodinámicas son calculados unívocamente de las siguientes expresiones:

$$\hat{M}_a = (\hat{M}^{-1})^{-1} - M_{rov} \quad (4.70)$$

$$\hat{C}_a(\mathbf{v}) = (\hat{M}^{-1})^{-1} (\hat{M}^{-1} \hat{C}(\mathbf{v})) - C_{rov}(\mathbf{v}) \quad (4.71)$$

$$\hat{D}_0 = (\hat{M}^{-1})^{-1} (\hat{M}^{-1} D_0) \quad (4.72)$$

$$\hat{D}_1(\mathbf{v}) = (\hat{M}^{-1})^{-1} (\hat{M}^{-1} D_1(\mathbf{v})). \quad (4.73)$$

Completando así el proceso de identificación paramétrica.

4.3.4. Convergencia

Para obtener la convergencia de parámetros son necesarias condiciones de excitación apropiadas. Una de estas condiciones involucra el concepto de persistencia de excitación (PE) el cual estipula que $\phi_i(t)$ debe satisfacer en $t \in [t_0, t_1]$

$$\int_{t_0}^{t_1} (s^T \phi_i(\tau))^2 d\tau \geq \alpha_0, \quad (4.74)$$

donde s es cualquier vector en \mathfrak{R}^{66} (o \mathfrak{R}^{46} para la Ec. (4.63)) con una norma Euclideana $|s| = 1$, y α_0 es el llamado nivel de la persistencia (compárese con Ec. (4.39)).

Se nota de la Ec. (4.60) que para que ϕ_i expanda el espacio de parámetros, debe existir movimientos en todos los modos. Estas restricciones conciernen a la fuerza ($\boldsymbol{\tau}_c + \mathbf{g} + \boldsymbol{\tau}_t$), pero especialmente a $\boldsymbol{\tau}_t$ el cual es el vector de control manipulado de tal forma que el vehículo pueda obtener una trayectoria que haga que cada ϕ_i sea PE.

La presencia de una no linealidad en la dinámica favorece la búsqueda de un perfil para el vector $\boldsymbol{\tau}_t(t)$ con riqueza de orden suficiente para cumplir la Ec. (4.74). Una posibilidad es el uso de excitación natural producido en el vehículo y cable. Otra posibilidad consiste en generar una señal de prueba con la manipulación de los propulsores del ROV para obtener la estimación de parámetros. Esto puede ser facilitado tanto en un tanque de pruebas como en un ambiente natural. En particular, se pueden seleccionar señales uniformemente acotadas como las componentes de la propulsión $\boldsymbol{\tau}_t$:

$$\tau_{t_u}(t) = a_u \sin(\omega_u t) \quad (4.75)$$

...

$$\tau_{t_r}(t) = a_r \sin(\omega_r t), \quad (4.76)$$

con la condición de que todas las frecuencias de prueba ω_i y ω_j sean diferentes entre sí, y junto a que las amplitudes a_i sean lo suficientemente grandes en magnitud para excitar el vehículo en las regiones prescriptas cubriendo todo el espacio de velocidades en todas las regiones de la partición.

Usando estas componentes de $\boldsymbol{\tau}_t$, las primeras 6 funciones bases que son mutuamente linealmente independientes $\{\frac{1}{s+\lambda}(\tau_{c_u} + g_u + \tau_{t_u}), \dots, \frac{1}{s+\lambda}(\tau_{c_r} + g_r + \tau_{t_r})\}$, son generadas en la Ec. (4.60). Esto causa también que otras 6 funciones sean mutuamente linealmente independientes $\{\frac{-1}{s+\lambda}u, \dots, \frac{-1}{s+\lambda}r\}$. Además, $\frac{\boldsymbol{\tau}_c + \mathbf{g} + \boldsymbol{\tau}_t}{s+\lambda}$ y $\frac{-\mathbf{v}}{s+\lambda}$ son vectores de funciones linealmente independientes. El resto de las funciones bases en la Ec. (4.60), es decir, $\{\frac{-1}{s+\lambda}|j|^n|i|^m, \frac{-1}{s+\lambda}ij\}$ para $m, n \geq 1$, resultan claramente, con la excitación propuesta en las Ec. (4.75)-(4.76), también un conjunto de funciones bases linealmente independiente.

De esta manera, usando el algoritmo de las Ec. (4.66)-(4.69) la convergencia asintótica de las estimas queda asegurada en cada partición. Es importante destacar que ciertos parámetros son instrumentales en el sentido de que son estimados de manera redundante en diferentes particiones, tales como $\{m'_{i_1}, \dots, m'_{i_6}\}$. En el límite de $t \rightarrow \infty$, estas estimas pueden tender a los valores verdaderos asintóticamente.

Junto a la excitación en las Ec. (4.75)-(4.76), la cual es una excitación de frecuencias definidas, se puede esperar que las perturbaciones de naturaleza estocástica puedan reforzar el nivel de persistencia e incrementar la velocidad de convergencia. También las señales de operación pueden resultar lo suficientemente ricas en períodos cortos, principalmente en la regulación alrededor de un punto fijo bajo tironeos del cable.

4.4. Simulaciones numéricas

Se considerará el problema de la estimación para el caso de una dimensión, para un ROV con forma esférica en operaciones de ascenso y descenso. Finalmente se evaluará la factibilidad de éxito en más dimensiones.

El diámetro considerado es $D = 1$ (m), un volumen $V_{rov} = \frac{\pi D^3}{6} = 0,5236$ (m³), un área transversal $A_w = \frac{\pi \rho D^2}{4} = 0,7853$ (m²), una masa $m = 590,36$ (Kg), una masa aditiva infinita $m_\infty = 268,35$ (Kg), y una característica no lineal como la especificada en la Fig. (3.5). Esta posee tres regiones diferenciadas, a saber: una donde $F_D(\dot{d})$ es convexa creciente alrededor del origen, otra donde es convexa-cóncava (localmente sobreyectiva),

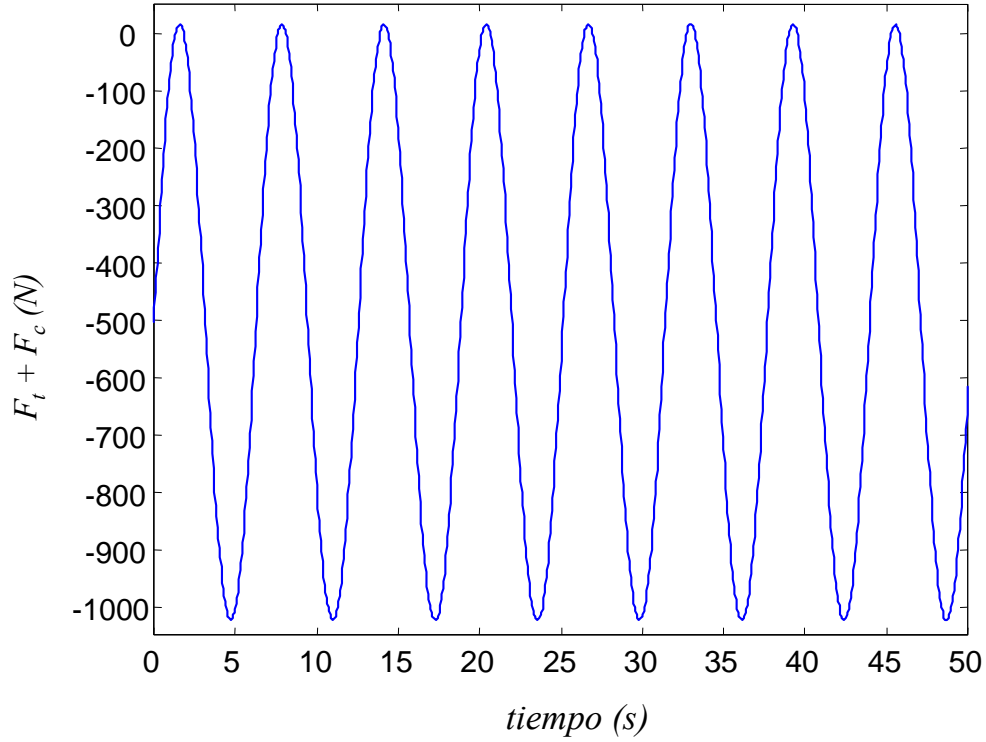


Figura 4.4: Evolución monocromática de la suma de fuerzas F_t y F_c usadas en la estimación

y finalmente otra periférica convexa y creciente.

Eligiendo una partición del intervalo de \dot{d} acorde a estas regiones, se plantean tres intervalos de aproximación, sea por ejemplo: intervalo 1 definido por $\mathcal{D}_1 = (-0,15, 0,15)$, intervalo 2: $\mathcal{D}_2 = (-0,5, -0,15] \cup [0,15, 0,5)$ e intervalo 3: $\mathcal{D}_3 = (-1,0, -0,5] \cup [0,5, 1,0)$, respectivamente. Seguidamente se elige una excitación monocromática (caso más crítico para la identificación) como $u(t) = F_c(t) + F_t(t) = f_1 \sin(\omega t) + f_0$ con $f_1 = 520$ (N), $f_0 = -505$ (N) y $\omega = 1$ (rad/s), cuya evolución temporal se aprecia en la Fig. (4.4). En la Fig. (4.5) se muestra la evolución causal de $\dot{d}(t)$ en 3 regiones sombreadas conforme a la partición del dominio propuesta. La misma constituye, junto a $(F_c(t) + F_t(t))$, el conjunto de mediciones para plantear la identificación en línea según el algoritmo de estimación propuesto en las Ec. (4.20)-(4.23).

Los parámetros del algoritmo fueron seleccionados en: $\lambda = 10$ (1/s), $\hat{\theta}_i(0) = \mathbf{0}$ para

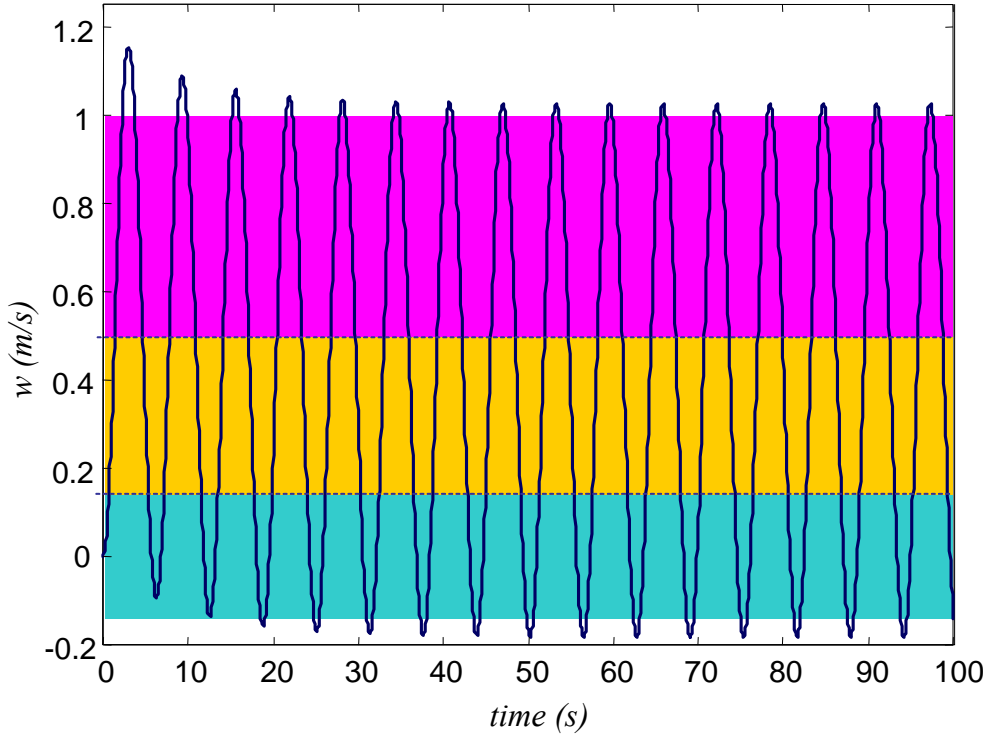


Figura 4.5: Evolución de la velocidad \dot{d} medida para la estimación

$t = 0$, y las matrices de covarianzas iniciales elegidas de acuerdo a la Ec. (4.33) como:

$$P_1(0) = \text{diag} (1E2, 1E2, 5E12, 1E11, 1E13, 5E14) \quad (4.77)$$

$$P_2(0) = \text{diag} (1E3, 1E3, 5, 5E8, 4E9, 3E10, 2, 2E11) \quad (4.78)$$

$$P_3(0) = \text{diag} (1E4, 1E3, 2, 6E9, 4, 1E8, 6, 6E9, 1, 1E10) . \quad (4.79)$$

La identificación de los coeficientes físicos del conjunto en la Ec. (4.37) para $N = 3$ se realiza por tanto con un conjunto de 3 estimadores en paralelo acorde a la ley adaptiva de parámetros de las Ec. (4.20)-(4.23).

En las Figs. (4.6) a (4.11) se visualizan las evoluciones temporales de las estimas $\{\hat{\theta}_1, \dots, \hat{\theta}_6\}$ parametrizadas en los intervalos i . La evolución es asintótica con períodos de estimación diversos. Para períodos menores a 200 (s), las estimas ya alcanzan una muy buena precisión.

Sin embargo, dado que ciertos sistemas de control usan altas derivadas parciales de la fuerza de arrastre de la velocidad en sus diseños (véase por ejemplo: Jordán y Bustamante,

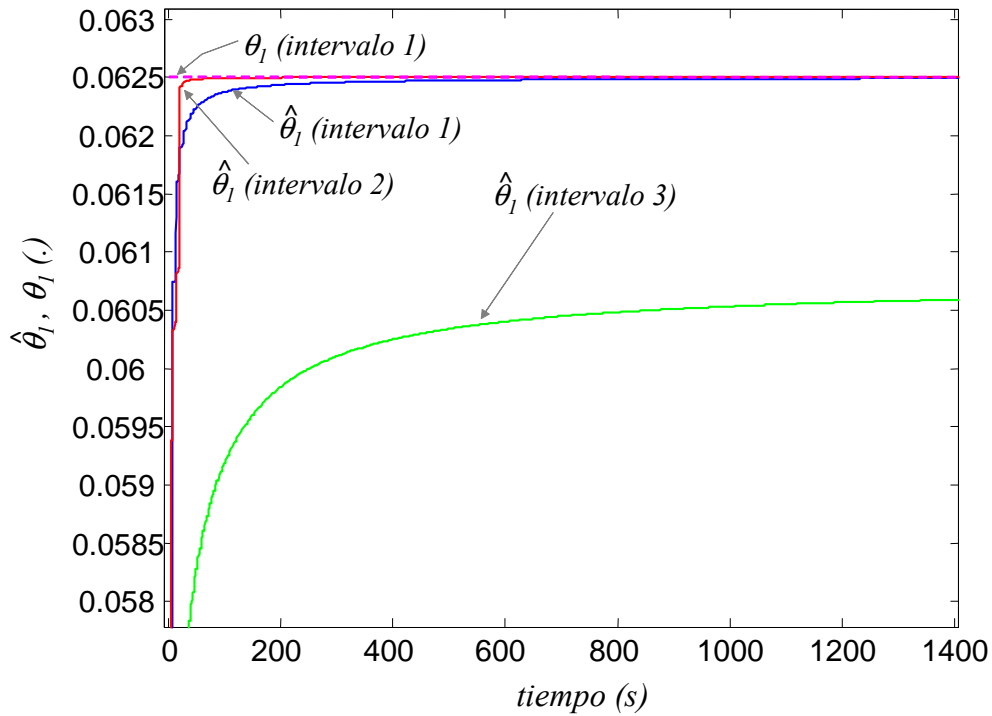


Figura 4.6: Evolución temporal de las estimas $\hat{\theta}_1$ en los diferentes intervalos. También θ_1 verdadero para el intervalo 1

2004a, 2004b), es conveniente lograr el empalme continuo en las fronteras de cada par de intervalos adyacentes. El resultado del empleo de un filtro de tipo spline de grado 3 sobre el polinomio a tramos reconstruido, se puede apreciar en la Fig. (4.16).

Sólo existe posibilidad de corroboración por vía analítica del valor exacto en los casos de $\hat{\theta}_1$ para el intervalo 1, el cual tiene un valor correcto de $\theta_1 = \frac{m - \rho V_{rov}}{m + m_\infty} = 0,0625$ (ver Fig. (4.6)), y también para el caso de $\hat{\theta}_2$, para el cual todas las estimas de los intervalos tienden al valor común de $\theta_2 = \frac{1}{m + m_\infty} = 1,1645 \times 10^{-3}$ (1/Kg) (ver Fig. (4.7)).

La reconstrucción de parámetros físicos a través de las estimas $\hat{\theta}_i$ mediante las Ec. (4.24)-(4.30), se representa en las figuras subsiguientes.

En las Figs. (4.12) y (4.13) se muestra la evolución de las estimas correspondientes a la masa y a la masa aditiva en infinito. En ambas evoluciones se evidencian los tramos constantes donde el valor estimado fue “congelado” en todo momento en que la excursión de \dot{d} estaba fuera del intervalo 1.

En la Fig. (4.14) se aprecian las trayectorias de los términos constantes c_{o_i} en la Ec. (4.30) para la aproximación polinómica de F_D . Éstos, junto a los $\hat{\theta}_{CD_i}$ ya reconstruidos

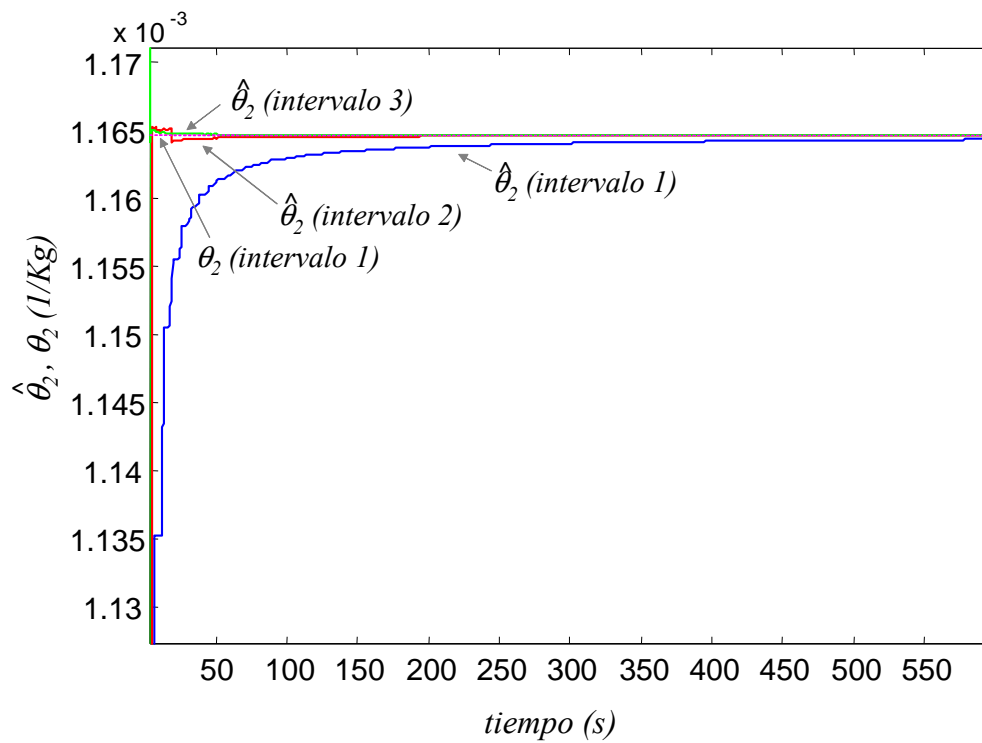


Figura 4.7: Evolución temporal de las estimas $\hat{\theta}_2$ en los diferentes intervalos. También θ_2 verdadero

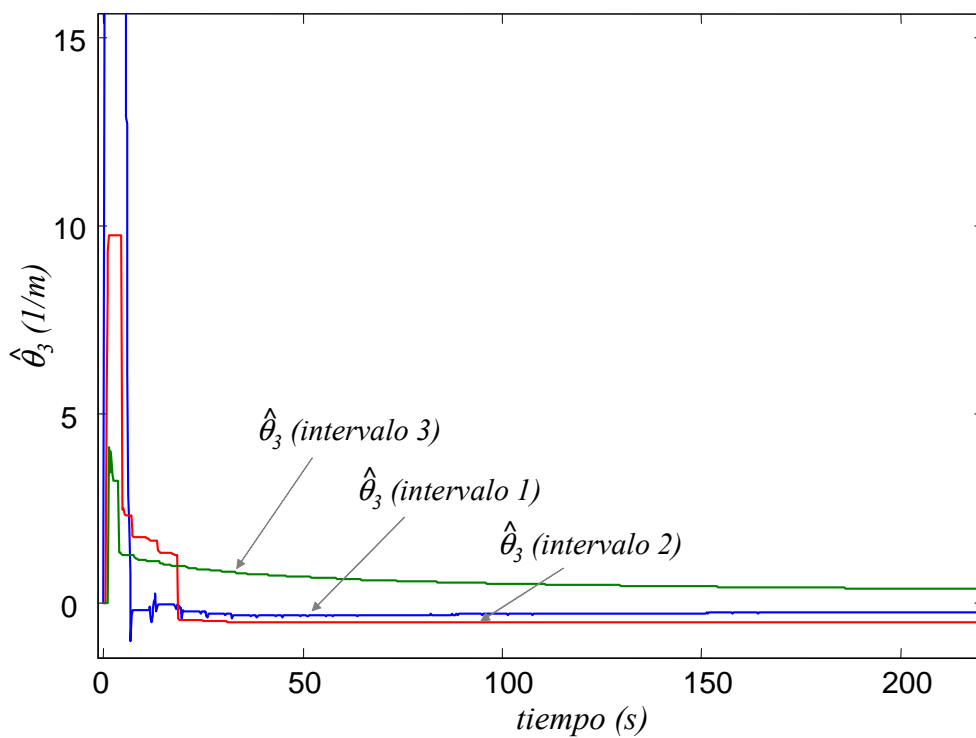


Figura 4.8: Evolución temporal de las estimas $\hat{\theta}_3$ en los diferentes intervalos

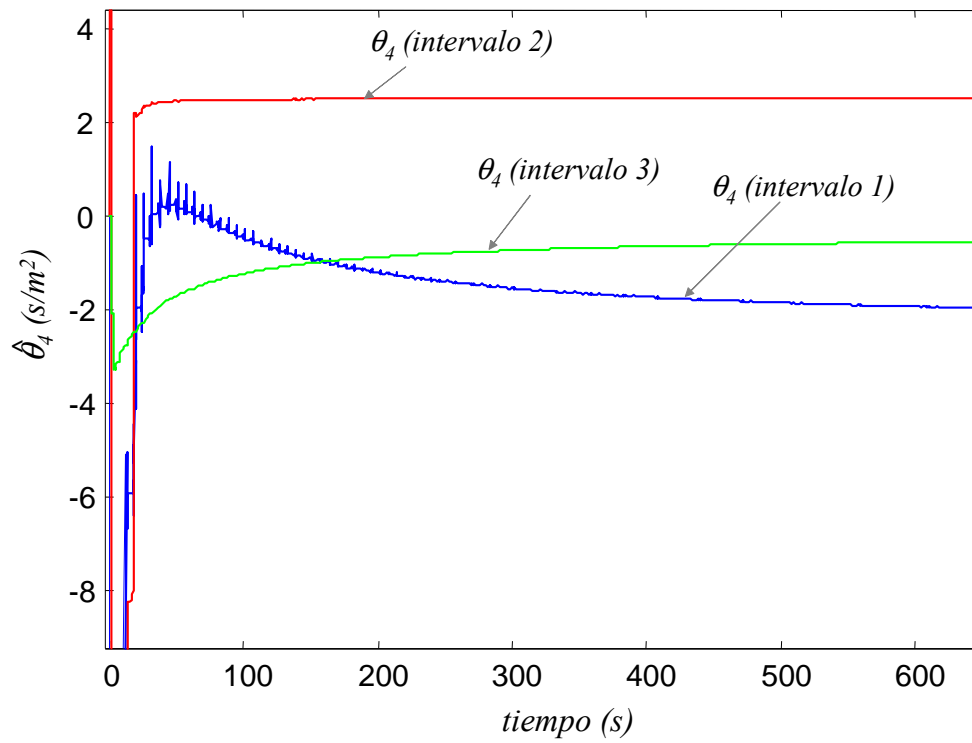


Figura 4.9: Evolución temporal de las estimas $\hat{\theta}_4$ en los diferentes intervalos

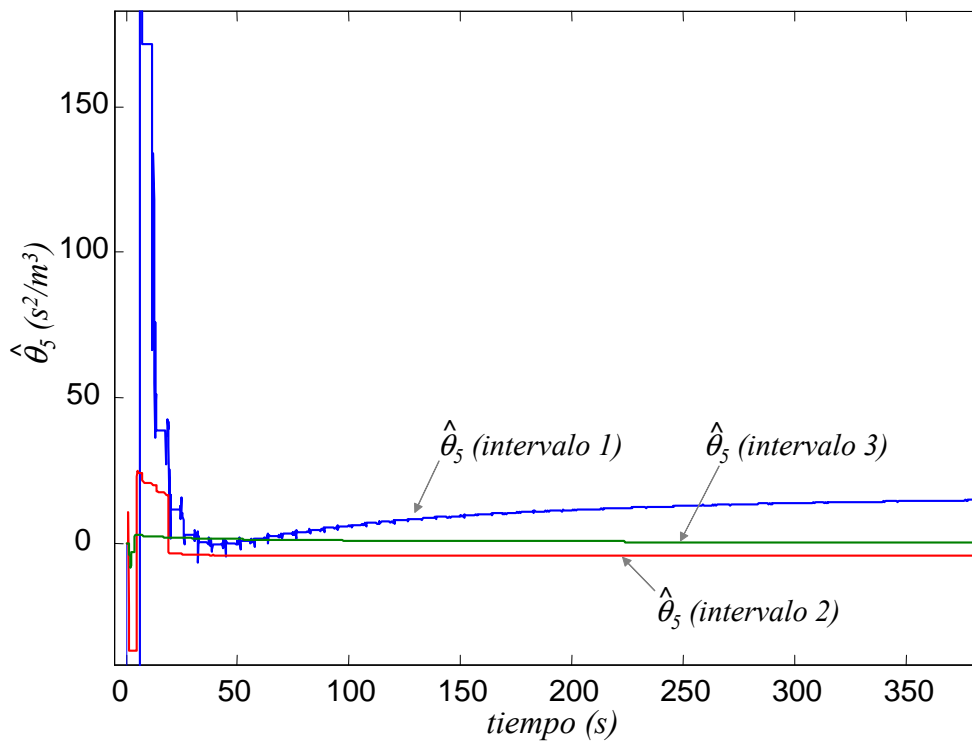


Figura 4.10: Evolución temporal de las estimas $\hat{\theta}_5$ en los diferentes intervalos

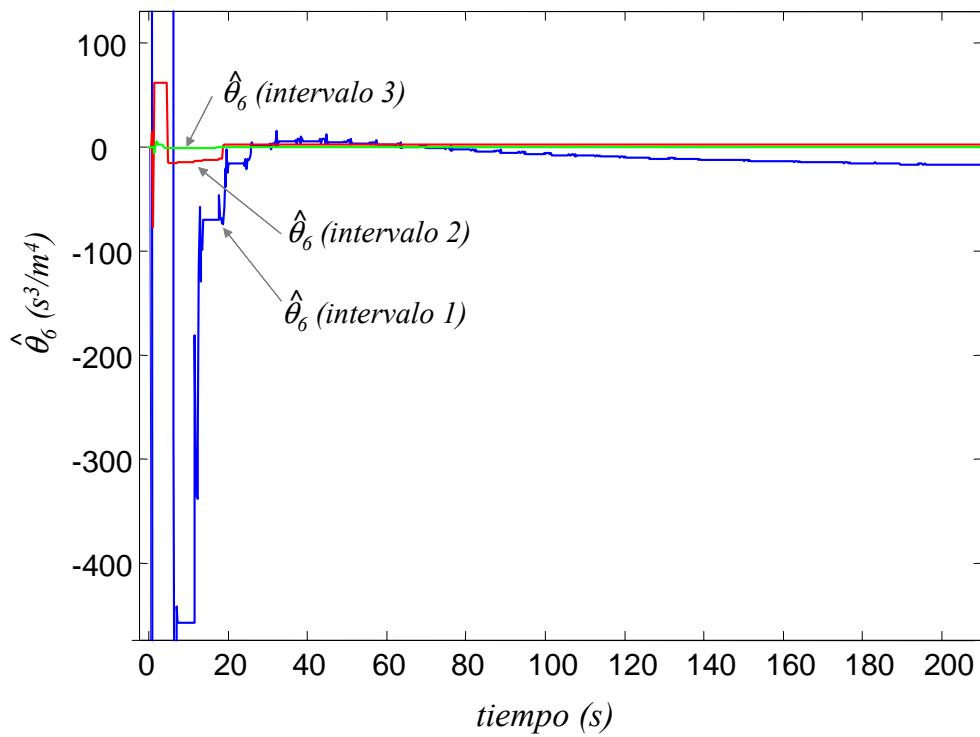


Figura 4.11: Evolución temporal de las estimas $\hat{\theta}_6$ en los diferentes intervalos

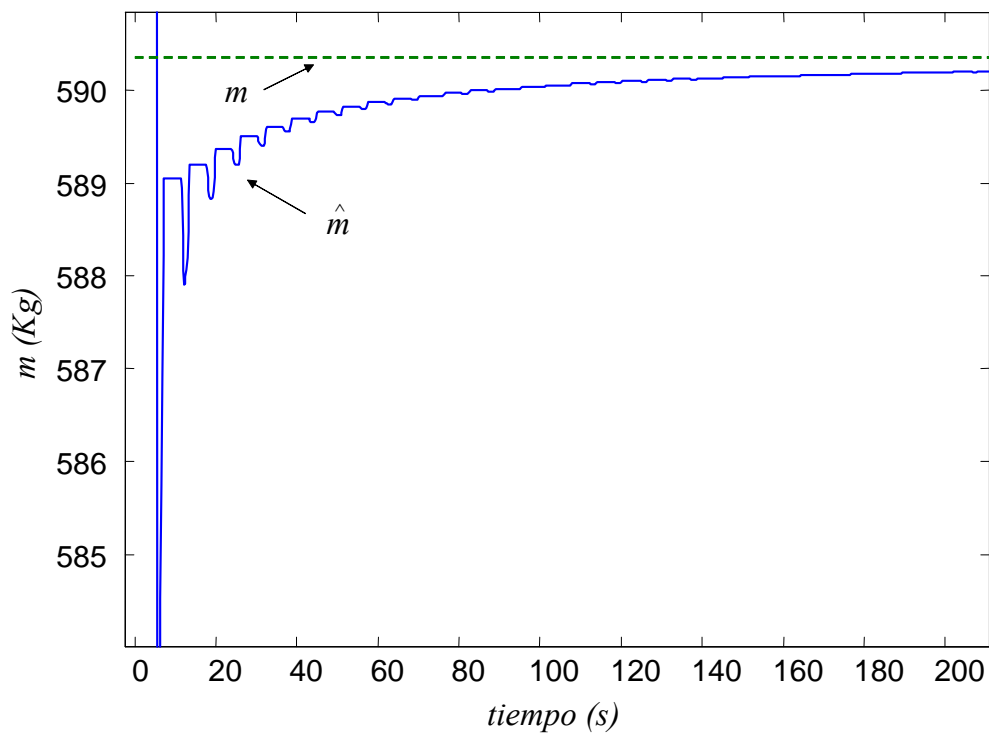


Figura 4.12: Evolución temporal de la estimación de la masa. También su valor verdadero

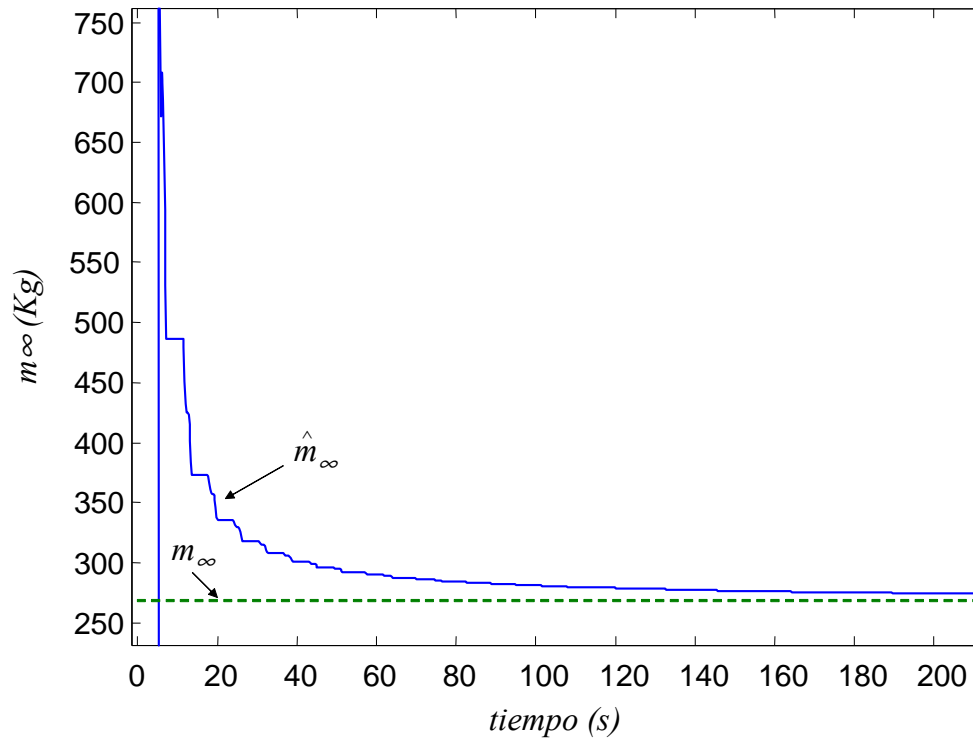


Figura 4.13: Evolución temporal de la estimación de la masa infinita. También su valor verdadero

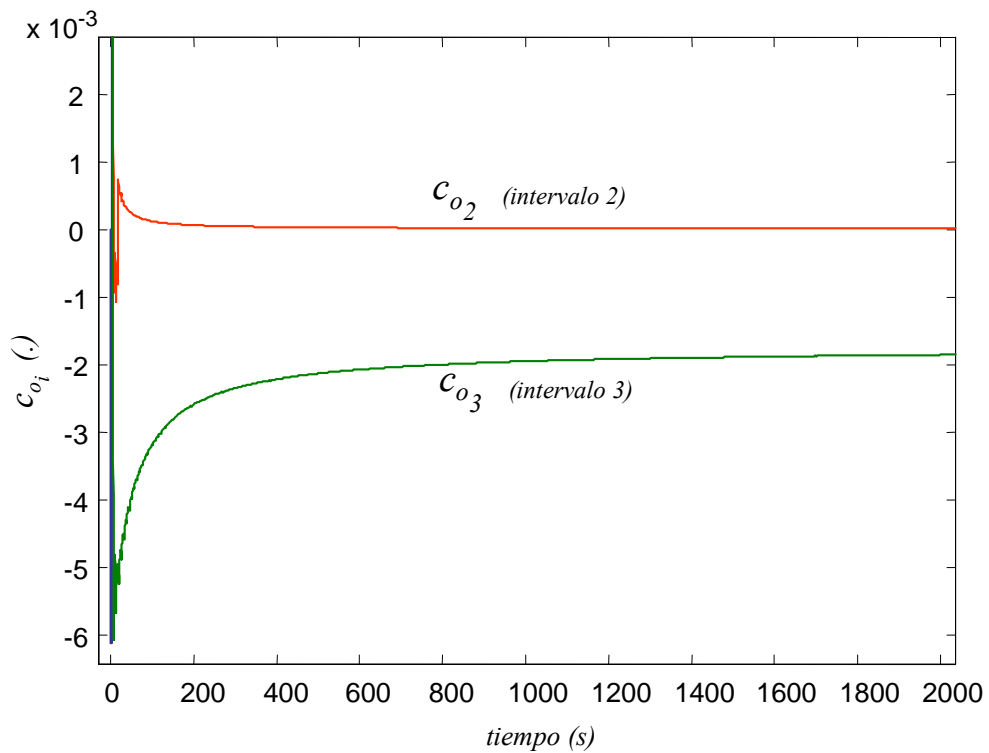


Figura 4.14: Evolución temporal de las estimas de los términos constantes de $\hat{\theta}_1$, a saber: c_{o_2} y

c_{o_3}

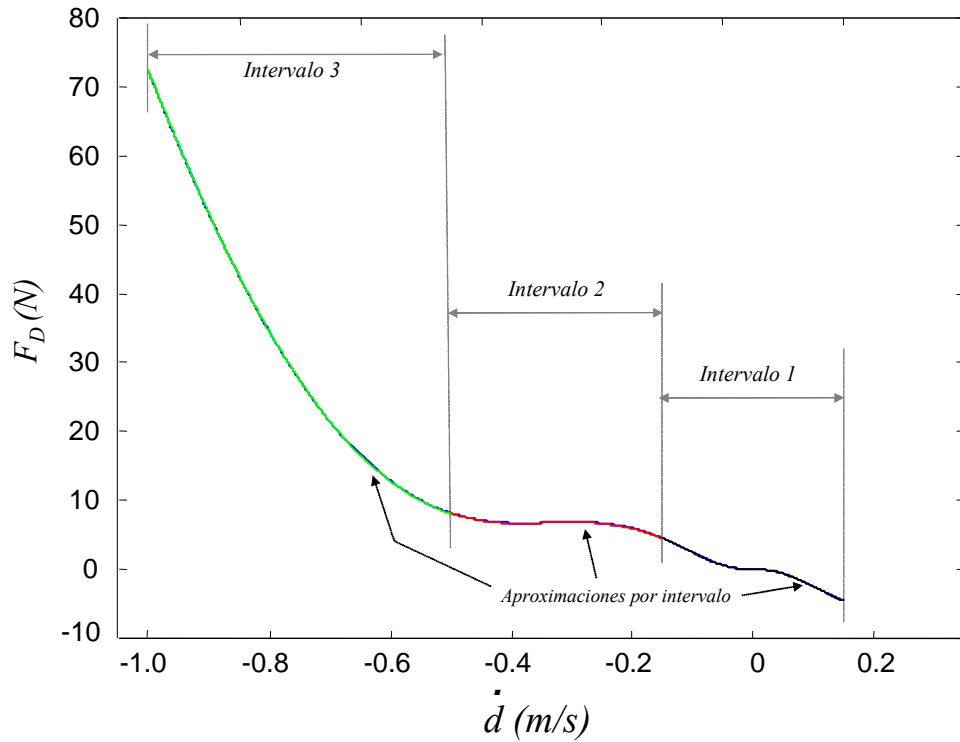


Figura 4.15: Característica de la fuerza de arrastre viscoso y aproximaciones identificadas en tres intervalos (sin empalme via spline)

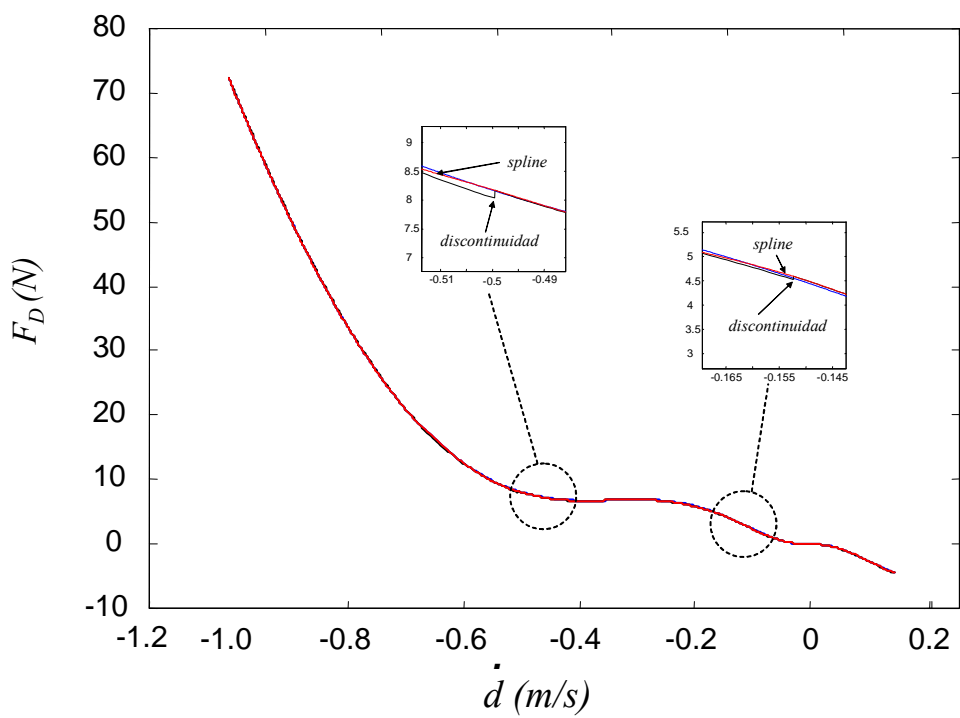


Figura 4.16: Filtro de alisamiento (spline de grado 3) para la característica de la fuerza de arrastre

mediante las Ec. (4.26)-(4.29), se insertan en la Ec. (4.31) para lograr el resultado final de la aproximación a tramos de la característica de arrastre viscoso F_D . Ésta se muestra en la Fig. (4.15). Se puede concluir que no se necesita de un filtrado adicional de la característica para empalmar las discontinuidades de los polinomios a tramos, debido a que éstas son insignificantes. No obstante, en el método de identificación se asume la continuidad de F_D y derivadas acotadas \dot{F}_D y \ddot{F}_D , por lo que F_D debe alisarse con un filtro apropiado (Ver Fig. (4.16)).

En esta aplicación se observa la ventaja de obtener la identificación de los coeficientes hidrodinámicos mediante la partición del rango de \dot{d} en tres intervalos \mathcal{D}_i , dado que si se hubiera considerado la estimación de los θ_{CD_j} de la Ec. (4.11) con $j = 1, \dots, 16$, se produce potencialmente un mal condicionamiento de su matriz de covarianza P y un consecuente problema numérico en la convergencia. Mientras tanto, considerando el rango de velocidades de \dot{d} dividido en tres particiones, en cada una de ellas se requiere identificar solo cuatro parámetros $\theta_{CD_{ij}}$ de la Ec. (4.14) en cada uno de los intervalos y dos parámetros c_{o_i} de la Ec. (4.19) en los intervalos \mathcal{D}_2 y \mathcal{D}_3 . De esta forma se logra una rápida identificación a través de las Ec. (4.20)-4.15) reduciéndose también el número de parámetros a estimar.

4.5. Conclusiones

Con el fin último de explorar la identificación como medio para proveer al diseño de un controlador de un modelo completo y suficientemente exacto de la dinámica de un vehículo subacuático, se desarrolló en este capítulo un método de estimación en línea de parámetros del sistema basado en señales de operación. Sobre la base de los resultados obtenidos se analiza la factibilidad del empleo de control adaptivo indirecto basado en modelo estimado.

Las mediciones empleadas conciernen a la velocidad, la fuerza del cable y las revoluciones de los propulsores.

El estudio se enfocó tanto para movimientos restringidos en un grado de libertad como para casos generales de movimientos en 6 grados de libertad. Se presentó un caso de estudio de un ROV esférico en un grado de libertad con característica de arrastre real.

Los parámetros físicos incluyeron la masa, la masa aditiva, términos de Coriolis y de

fuerzas centrípetas, y la característica no lineal de arrastre viscoso.

El algoritmo se compone de un conjunto de estimadores en paralelo abarcando una zona de no linealidad amplia del dominio cinemático particionada en intervalos de velocidad. Esta partición fue complementada con filtros de tipo spline para lograr suavidad en la característica de arrastre viscoso.

Se probó en forma rigurosa la propiedad de persistencia excitante de los regresores para una excitación monocromática, la cual es considerada como el peor caso dado el bajo orden de riqueza de excitación de la señal. También se concluyó en forma teórica sobre la convergencia asintótica de todas las estimas.

El caso de estudio para una dimensión con forma esférica demostró la viabilidad de aplicar el método a un caso simple aun cuando la gran cantidad de parámetros involucrados manifestó en algunos casos una convergencia relativamente lenta y en donde sólo fue posible la verificación de convergencia por vía analítica de algunos parámetros a sus valores correctos.

La generalización del procedimiento de identificación en 6 grados de libertad, deja entrever el crecimiento exponencial de parámetros en las dimensiones y posibles dificultades en la estimación, aun cuando las condiciones teóricas deducidas para la persistencia excitante de los regresores quede garantizada para simples señales de excitación. Adicionalmente, para un control adaptivo indirecto debe asegurarse inicialmente un sistema de control estabilizante como punto de partida para la estimación de parámetros del modelo en lazo cerrado a partir de ese instante. Esto último no es trivial dada la naturaleza cuasi-estable del vehículo con flotabilidad positiva y la complejidad del modelo.

Por lo tanto, la validez de estos resultados de identificación obtenidos deben enmarcarse definitivamente dentro de un contexto de análisis de dinámicas sencillas a través de modelo estimado como en el caso de estudio y eventualmente para el diseño de sistemas de control fijos.

Argumentando que el objetivo principal de la Tesis es diseñar un sistema de control adaptivo de alta performance, en donde la velocidad involucrada se ubica en rangos de variación amplios y que por ende las incertidumbres hidrodinámicas son diversas y significativas, como así también las variaciones temporales de parámetros, se concluye que el camino a investigar a partir de este punto debe enfocarse hacia un esquema de control

adaptivo directo como se hará en los capítulos sucesivos.

Capítulo 5

Control adaptivo de vehículos subacuáticos

5.1. Introducción

El presente capítulo está dedicado al diseño de un sistema de control adaptivo para el guiado autónomo de vehículos subacuáticos sobre trayectorias de referencia en 6 grados de libertad. Se intentará incorporar propiedades adaptivas en el control a fin de contrarrestar tanto los efectos de incertidumbres que usualmente se originan en la compleja dinámica e hidrodinámica de vehículos subacuáticos, como ser variaciones de los parámetros del sistema durante el transcurso de la operación. Se espera por lo tanto lograr una maniobrabilidad mucho más precisa y rápida en comparación con controles convencionales fijos, incluidos los controles robustos, en distintas situaciones comunes en operaciones de muestreo y rastreo sobre el fondo marino donde el condicionamiento de tiempo de operación debe ser minimizado y también el efecto de ciertas perturbaciones contrarrestado.

De esta manera se tratarán en la Tesis los dos modos de control en forma simultánea, a saber el modo "selftuning" y el modo adaptivo para sistemas inciertos variantes en el tiempo.

Normalmente la incertidumbre dinámica en inercia y resistencia viscosa surge primeramente de las modificaciones que puede sufrir un vehículo durante la incorporación de instrumental a bordo para una misión particular a realizar. También, cuando el vehículo dispone de un manipulador que muestrea objetos sobre el fondo y se modifica por ende su

masa en forma impredecible. La modificación de sus parámetros hidrodinámicos se haya relacionado con cambios bruscos de la velocidad de operación o perturbaciones de corriente en las cuales se producen naturalmente transiciones de flujos de laminar a turbulento y viceversa en torno al vehículo.

El enfoque presentado en esta Tesis es fundamentalmente teórico e intenta aportar conocimientos nuevos en el control de seguimiento de trayectorias arbitrarias en 3D (tratado en este capítulo), considerándose el seguimiento óptimo de trayectorias en tiempo mínimo (ver Cap. 6) y el efecto de perturbaciones acotadas del cable en vehículos ROV (ver Cap. 7).

Diferentes enfoques de controladores adaptivos y robustos para vehículos subacuático han sido discutidos en los últimos 15 años para manejar incertidumbres relacionadas a la dinámica, hidrodinámica y disturbios externos, ver por ejemplo Yoerger y Slotine, 1985; Fjellstad y Fossen, 1994; ; Cunha *et al.* 1995, 2000; Hsu *et al.*, 2000; Antonelli, 2003; Antonelli *et al.*, 2004 ; Wang y Lee, 2003; Do *et al.*, 2004. Sin embargo, el empleo de nuevas metodologías de diseño de control no lineal de alta performance como el control backstepping (Krstić *et al.*, 1995), o enfoques basados en pasividad (Fradkov *et al.*, 1999) o modo deslizante (Hsu *et al.*, 2000) no aparecen en la literatura extensamente excepto como alternativas con incipientes aplicaciones, ver por ejemplo, Do y Pan, 2003; Li *et al.* 2004; Jordán y Bustamante, 2006, 2007; Conte y Serrani, 1999.

De los resultados teóricos previos y de ciertas corroboraciones experimentales (Cunha *et al.*, 1995; Smallwood y Whitcomb, 2003, 2004), se observa que las técnicas adaptivas pueden dar lugar a un mejoramiento de la performance global en el seguimiento de trayectorias en comparación con el control convencional, sobre todo cuando es necesaria una maniobrabilidad precisa acompañada de una alta celeridad de movimientos en un ambiente subacuático de características cambiantes e inciertas.

El estado del arte en control adaptivo en su aspecto teórico revela que, en ausencia de un modelado de incertidumbres, los controles adaptivos alcanzan propiedades de acotabilidad global, seguimiento asintótico, pasividad del lazo de adaptación independiente del grado relativo, y un mejoramiento sistemático de la performance en el transitorio (Krstić *et al.*, 1993; Krstić *et al.*, 1995).

Por el contrario, cuando se incluye el modelado de las incertidumbres en el diseño del

controlador, las leyes adaptivas básicas deben generalmente modificarse. De esta manera se busca que el sistema pueda tolerar, en un sentido global, una gran diversidad de dinámicas no modeladas en la forma de incertidumbres parametrizadas linealmente y no linealmente, incluyendo parámetros variantes en el tiempo (Zhang y Ioannou, 1996, 1998; Ikhouane y Krstić, 1998; Arcak *et al.*, 2000).

A partir de la búsqueda de bibliografía realizada sobre el estado del arte del seguimiento asintótico mediante control adaptivo en sistemas dinámicos no lineales variantes en el tiempo, se observa que no existen hasta el momento algoritmos de control adaptivo que puedan resolver el problema de seguimiento asintótico de trayectoria de error nulo para parámetros desconocidos con variaciones arbitrariamente rápidas y no desvanecientes. En la mayoría de los casos, los resultados existentes pueden asegurar una estabilidad robusta solamente, es decir, un control con una convergencia de errores de seguimiento de trayectoria tendientes a un conjunto residual de dimensión proporcional a la magnitud de la incertidumbre (Yin *et al.*, 2003; Ge y Wang, 2003; Ye, 2003; Zhang *et al.*, 2003; Fidan *et al.*, 2005; Feiler y Narendra, 2006). Sólo en unos pocos casos reportados, el error de seguimiento resulta ser desvaneciente bajo condiciones muy especiales (Pagilla *et al.*, 1999; Marino y Tomei, 1999, 2003).

En los siguientes capítulos se intentará dar un enfoque en la dirección del seguimiento de trayectorias en la presencia de parámetros variantes en el tiempo de una clase general y casi arbitraria de cambios paramétricos basado en controles pasivos. Se pretende mostrar que estos sistemas encajan apropiadamente en los vehículos tratados en la presente Tesis. Para ello se desarrollará un método de control adaptivo muy general basado en la metodología de gradiente de velocidad (SG) para el seguimiento de trayectorias arbitrarias en vehículos subacuáticos. Este método posee como ventaja que, a través de la elección adecuada de sus parámetros de diseño, se puede vincular fácilmente la causa-efecto deseada en el comportamiento controlado de sistemas complejos de manera más clara que en el caso de controles backstepping. Además permite definir una función objetivo solamente como un funcional de costo de los errores de estados, mientras las leyes adaptivas son establecidas por separado como parámetros ajustables en la dirección del gradiente de la velocidad de cambio del funcional. Esto simplificaría enormemente el diseño de controladores adaptivos directos. No obstante, al igual que en el caso backstepping,

el estado del arte muestra que el diseño está basado en sistemas triangularizables en espacio de estados. Por ello se demuestra además que los vehículos subacuáticos satisfacen este requerimiento.

Acorde a la Sección 2.5 se considerarán aquí variaciones desconocidas de parámetros del sistema, las cuales pueden ser continuas a tramos. La clase general de variación de parámetros considerada es común a los sistemas de Ingeniería Oceánica. Esta clase es respaldada en el Cap. 2 con un modelado previo de sistemas subacuáticos variantes en el tiempo.

Un punto importante para destacar es que no se puede pensar en sistemas de control de alta performance sin incluir la dinámica de los propulsores, la cual es usualmente tomada como parásita y por ende despreciada. En realidad, esta dinámica influye en la performance final del sistema controlado cuando los movimientos del vehículo son relativamente rápidos. Por lo general los actuadores de propulsión son altamente no lineales en su característica estática, la que se caracteriza fundamentalmente por presentar histéresis (Healey *et al.*, 1995).

Adicionalmente, para el sistema de control adaptivo diseñado se espera obtener ciertas condiciones de robustez frente a perturbaciones. El origen de las mismas puede ser tanto exógeno (por ejemplo, las originadas por la interacción con el cable y el medio acuoso) como endógeno (por ejemplo, aquellas originadas en las no linealidades de histéresis de los actuadores). Tanto el control adaptivo no perturbado como el perturbado serán tratados en el diseño y análisis en este y los próximos capítulos.

5.2. Diseño de un controlador adaptivo

5.2.1. Funcional de costo para seguimiento de trayectorias

Definamos el objetivo de seguimiento asintótico como un problema de precisión estacionaria:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (\boldsymbol{\eta}(t) - \boldsymbol{\eta}_r(t)) = \mathbf{0} \quad (5.1)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (\mathbf{v}(t) - \mathbf{v}_r(t)) = \mathbf{0}, \quad (5.2)$$

para condiciones iniciales finitas y arbitrarias $\boldsymbol{\eta}_0 = \boldsymbol{\eta}(t_0) \in \mathcal{S}_\eta$ y $\mathbf{v}_0 = \mathbf{v}(t_0) \in \mathcal{S}_v$ y trayectorias de referencias de posicionamiento y cinemática suaves $\boldsymbol{\eta}_r(t)$ y $\mathbf{v}_r(t)$, respectivamente. De acuerdo a la Ec. (2.23) se tiene que ambas referencias están relacionadas por la siguiente expresión:

$$\mathbf{v}_r(t) = J^{-1}(\boldsymbol{\eta}_r)\dot{\boldsymbol{\eta}}_r. \quad (5.3)$$

Para obtener las condiciones de las Ec. (5.1)-(5.2), se diseñará a continuación una ley de control adaptiva directa manipulando convenientemente el vector de propulsión \mathbf{f} en la Ec. (2.60) a través de la fuerza de empuje $\boldsymbol{\tau}_t$. Para este fin establezcamos el siguiente cambio de coordenadas para los vectores de error de seguimiento (Conte y Serrani, 1999) como:

$$\tilde{\boldsymbol{\eta}} = \boldsymbol{\eta} - \boldsymbol{\eta}_r \quad (5.4)$$

$$\tilde{\mathbf{v}} = \mathbf{v} - J^{-1}(\boldsymbol{\eta})\dot{\boldsymbol{\eta}}_r + J^{-1}(\boldsymbol{\eta})K_p\tilde{\boldsymbol{\eta}}, \quad (5.5)$$

donde $K_p = K_p^T \geq 0$ es una matriz de diseño de ganancia para el vector de error de posición. Claramente de las Ec. (5.4)-(5.5), si $\tilde{\boldsymbol{\eta}}$ es cero con $\mathbf{v} = J^{-1}(\boldsymbol{\eta})\dot{\boldsymbol{\eta}}$, es válido que $\tilde{\mathbf{v}} = \mathbf{v} - \mathbf{v}_r$.

Se define un funcional de costo energético:

$$Q(t, \tilde{\boldsymbol{\eta}}, \tilde{\mathbf{v}}) = \frac{1}{2}\tilde{\boldsymbol{\eta}}^T \tilde{\boldsymbol{\eta}} + \frac{1}{2}\tilde{\mathbf{v}}^T M(t)\tilde{\mathbf{v}}, \quad (5.6)$$

el cual es radialmente no acotado y no negativo en el espacio de error $\mathcal{S}_{\tilde{\boldsymbol{\eta}}} \times \mathcal{S}_{\tilde{\mathbf{v}}}$, tal que $\boldsymbol{\eta} \in \mathcal{S}_\eta$ y $\mathbf{v} \in \mathcal{S}_v$. Bajo las condiciones buscadas en las Ec. (5.1)-(5.2), el funcional de la Ec. (5.6) ofrece la propiedad asintótica deseada $Q(t) \rightarrow 0$ para $t \rightarrow \infty$.

De acuerdo con el método de gradiente de velocidad (SG) (Fradkov *et al.*, 1999), la variable manipulada $\boldsymbol{\tau}_t$ debe construirse apropiadamente para lograr un control paramétrico de realimentación de estados que mantenga \dot{Q} suave, radialmente decreciente en el espacio de error $\mathcal{S}_{\tilde{\boldsymbol{\eta}}} \times \mathcal{S}_{\tilde{\mathbf{v}}}$ y convexa en el espacio de los parámetros del controlador. Para las condiciones del sistema variante en el tiempo tratado aquí, las propiedades de \dot{Q} no se cumplen totalmente debido a los cambios discontinuos de $M(t)$. Este problema será subsanado en este capítulo a fin de poder diseñar un controlador SG apropiado.

Realizando la derivada temporal de $Q(t)$ en los tramos continuos de la trayectoria, es

decir en $\mathcal{S}_t \setminus \mathcal{S}_{t_k}$, se obtiene combinando las Ec. (5.5)-(5.6) con las Ec. (2.35)-(2.36):

$$\begin{aligned} \dot{Q}(t, t_0, \boldsymbol{\eta}_0, \mathbf{v}_0) = & -\tilde{\boldsymbol{\eta}}^T K_p \tilde{\boldsymbol{\eta}} + \tilde{\boldsymbol{\eta}}^T J(\boldsymbol{\eta}) \tilde{\mathbf{v}} - \\ & -\tilde{\mathbf{v}}^T C_c(t, \mathbf{v}) \mathbf{v} - \tilde{\mathbf{v}}^T D_l(t) \mathbf{v} - \tilde{\mathbf{v}}^T D_q(t, |\mathbf{v}|) \mathbf{v} - \tilde{\mathbf{v}}^T \mathbf{g}(t, \boldsymbol{\eta}) - \\ & -\tilde{\mathbf{v}}^T M(t) \mathbf{d}(t, \tilde{\boldsymbol{\eta}}, \tilde{\mathbf{v}}) - \tilde{\mathbf{v}}^T \frac{\dot{M}_c(t)}{2} \mathbf{v} + \tilde{\mathbf{v}}^T \frac{\dot{M}_c(t)}{2} \tilde{\mathbf{v}} + \\ & + \tilde{\mathbf{v}}^T \boldsymbol{\tau}_c + \tilde{\mathbf{v}}^T \boldsymbol{\tau}_t, \end{aligned} \quad (5.7)$$

donde

$$\begin{aligned} \mathbf{d}(t, \tilde{\boldsymbol{\eta}}, \tilde{\mathbf{v}}) = & \frac{d}{dt} (J^{-1}(\boldsymbol{\eta}) \dot{\boldsymbol{\eta}}_r) - \frac{dJ^{-1}(\boldsymbol{\eta})}{dt} K_p \tilde{\boldsymbol{\eta}} + \\ & + J^{-1}(\boldsymbol{\eta}) K_p^2 \tilde{\boldsymbol{\eta}} - J^{-1}(\boldsymbol{\eta}) K_p J(\boldsymbol{\eta}) \tilde{\mathbf{v}}. \end{aligned} \quad (5.8)$$

Con el fin de poder compensar términos de signo indefinido en la Ec. (5.7), se propone una fuerza de acción de control como la siguiente:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\tau}_t(t) = & \sum_{i=1}^6 U_i \cdot C_{v_i}(v_i) \mathbf{v} + U_7 \mathbf{v} + \sum_{i=1}^6 U_{i+7} |v_i| \mathbf{v} + \\ & + U_{14} \mathbf{g}_1 + U_{15} \mathbf{g}_2 + U_{16} \mathbf{d} + U_{17} \tilde{\mathbf{v}} - K_v \tilde{\mathbf{v}} - J^T \tilde{\boldsymbol{\eta}} - \boldsymbol{\tau}_c. \end{aligned} \quad (5.9)$$

donde $U_i \in \mathfrak{R}^{6 \times 6}$ son matrices de control de estados realimentados, C_{v_i} es la matriz indicada en la Ec. (2.46), \mathbf{g}_1 y \mathbf{g}_2 son los vectores definidos en las Ec. (2.52) y (2.53), \mathbf{d} esta definido por la Ec. (5.8) y, finalmente, K_v es una nueva matriz de diseño de ganancia para los errores cinemáticos tal que $K_v = K_v^T \geq 0$.

En esta parte se supone la fuerza del cable $\boldsymbol{\tau}_c$ medible y compensable directamente en la acción de control de la Ec. (5.9). En el Capítulo 7 se extenderá el análisis al caso de $\boldsymbol{\tau}_c$ no medible.

Es importante destacar que las matrices del controlador U_i 's tienen la misma estructura de elementos nulos y no nulos como en $C_{c_1}, \dots, C_{c_6}, D_l, D_{q_1}, \dots, D_{q_6}, B_1, B_2, M$ y \dot{M}_c para $i = 1, \dots, 17$, respectivamente. Luego, el número de elementos en las U_i 's puede ser reducido a un mínimo necesario respetando esa estructura.

De acuerdo a la formulación general del algoritmo SG, la función vectorial candidata $\boldsymbol{\tau}_t(U_i)$ en la Ec. (5.9) debe ser tal que la derivada de Q con respecto a las U_i 's resulte

convexa en un conjunto convexo en el espacio paramétrico conformado por los elementos u_{ij} de todas las U_i 's. Se puede verificar directamente de la Ec. (5.7)-(5.8) con el vector candidato de control en la Ec. (5.9) que esta condición se satisface en \mathfrak{R}^{n_u} con n_u el número de todos los elementos en las U_i 's.

5.2.2. Leyes adaptivas

Ahora, definamos las matrices U_i 's del controlador por medio de n_u leyes adaptivas de control basadas en funciones SG. Entonces, introduciendo la Ec. (5.9) en las Ec. (5.7)-(5.8), es válido para cada U_i :

$$\dot{U}_i = -\Gamma_i \frac{\partial \dot{Q}(U_i)}{\partial U_i}, \text{ para } t > t_o, \quad (5.10)$$

con $\Gamma_i = \Gamma_i^T > 0$ una matriz de ganancia definida positiva. Esta ley permite obtener las U_i 's como soluciones integrales.

Particularmente, para la matriz centrípeta y de Coriolis en su componente C_c y su descomposición en términos $C_{c_i} \times C_{v_i}$ como en la Ec. (2.46), se cumple para las U_i 's con $i = 1, \dots, 6$:

$$\dot{U}_i = -\Gamma_i \left(\tilde{\mathbf{v}} \mathbf{v}^T \right) \cdot \times C_{v_i}(v_i). \quad (5.11)$$

Luego, para la componente lineal de la fuerza de arrastre D_l , sumado al término de Coriolis $\frac{1}{2} \dot{M}_c(t)$ en la Ec. (2.48) le corresponde la ley:

$$\dot{U}_7 = -\Gamma_7 \tilde{\mathbf{v}} \mathbf{v}^T. \quad (5.12)$$

Análogamente, para la componente cuadrática de la fuerza de arrastre D_q en (2.49) e $i = 8, \dots, 13$, se obtiene:

$$\dot{U}_i = -\Gamma_i \tilde{\mathbf{v}} \mathbf{v}^T |v_{i-7}|, \quad (5.13)$$

donde v_i es el elemento i -ésimo de \mathbf{v} .

Similarmente, se definen las siguientes leyes para las matrices de parámetros en las Ec. (2.54) y (2.55) correspondientes al vector de flotabilidad \mathbf{g} considerando la descomposición realizada en la Ec. (2.51):

$$\dot{U}_{14} = -\Gamma_{14} \tilde{\mathbf{v}} \mathbf{g}_1^T \quad (5.14)$$

$$\dot{U}_{15} = -\Gamma_{15} \tilde{\mathbf{v}} \mathbf{g}_2^T. \quad (5.15)$$

A continuación, para la matriz de inercia M se asigna la siguiente ley:

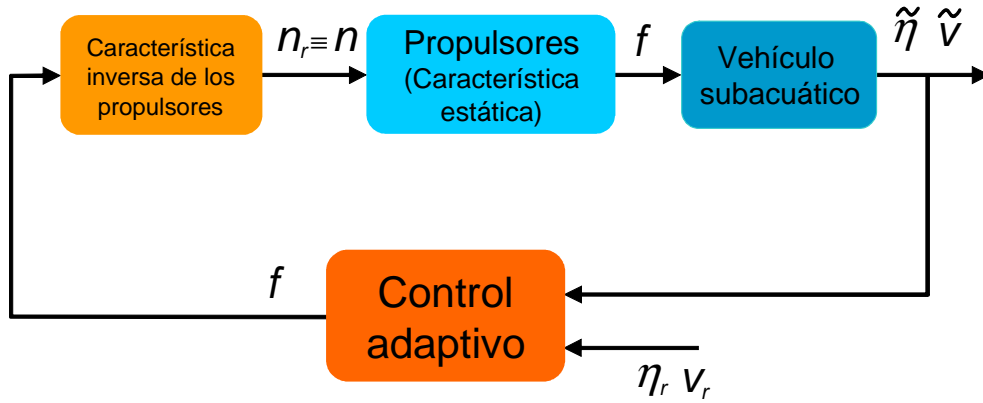


Figura 5.1: Control adaptivo para un vehículo con un conjunto de propulsores con dinámica parásita despreciada

$$\dot{U}_{16} = -\Gamma_{16} \tilde{\mathbf{v}} \mathbf{d}^T, \quad (5.16)$$

donde \mathbf{d} es el vector auxiliar definido en la Ec. (5.8).

Finalmente, la velocidad de cambio de la componente de Coriolis variante en el tiempo $\frac{1}{2} \dot{M}_c$ también debe compensarse a través de:

$$\dot{U}_{17} = -\Gamma_{17} \tilde{\mathbf{v}} \tilde{\mathbf{v}}^T. \quad (5.17)$$

La integración de las leyes adaptivas con $U_i(t_0) \in \mathcal{S}_U \subset \mathfrak{R}^{6 \times 6}$, para $i = 1, \dots, 17$, \mathcal{S}_U siendo un conjunto compacto para las condiciones iniciales de los integradores de las Ec. (5.11)-(5.17), proveen de manera directa las matrices adaptivas del controlador $U_i(t)$ para el problema de seguimiento de trayectoria.

5.2.3. Leyes adaptivas modificadas

A fin de obtener *a-priori* matrices $U_i(t)$ acotadas y suaves, modificamos la ley adaptiva de la Ec. (5.10) con una proyección dinámica suavizada (Pomet and Praly, 1992) sobre cada vector columna j de U_i denominado \mathbf{u}_{ij} :

$$\dot{\mathbf{u}}_{ij} = \text{Proy} \left(- \left(\Gamma_i \frac{\partial \dot{Q}}{\partial U_i} \right)_j \right) = \begin{cases} \left(-\Gamma_i \frac{\partial \dot{Q}}{\partial U_i} \right)_j, & \text{para } \mathbf{u}_{ij} \in \bar{M}_u \text{ ó } \left(\nabla_{u_{ij}} \mathcal{P} \right)^T \left(-\Gamma_i \frac{\partial \dot{Q}}{\partial U_i} \right)_j \leq 0 \\ \left(I - c(\mathbf{u}_{ij}) \Lambda \frac{\nabla_{u_{ij}} \mathcal{P} \nabla_{u_{ij}} \mathcal{P}^T}{\nabla_{u_{ij}} \mathcal{P} \Lambda \nabla_{u_{ij}} \mathcal{P}^T} \right) \left(-\Gamma_i \frac{\partial \dot{Q}}{\partial U_i} \right)_j, & \\ \text{para } \mathbf{u}_{ij} \in M_{u+\varepsilon} \setminus \bar{M}_u \text{ ó } \left(\nabla_{u_{ij}} \mathcal{P} \right)^T \left(-\Gamma_i \frac{\partial \dot{Q}}{\partial U_i} \right)_j > 0 \end{cases} \quad (5.18)$$

con $c(\mathbf{u}_{ij})$ una función vectorial definida como:

$$c(\mathbf{u}_{i_j}) = \min \left\{ 1, \frac{\mathcal{P}(\mathbf{u}_{i_j})}{\varepsilon} \right\}, \quad (5.19)$$

donde $Proy(\cdot)$ denota la modificación propiamente dicha de la proyección mencionada, además $(\cdot)_j$ se refiere a la columna j de una matriz, \mathcal{P} es una función convexa en el espacio paramétrico de \mathbf{u}_{i_j} y se define sobre un conjunto convexo $M_{u+\varepsilon} = \{\mathbf{u}_{i_j} \in \mathcal{R}^6 / \mathcal{P}(\mathbf{u}_{i_j}) \leq \varepsilon\}$, que se compone de la unión de $M_u = \{\mathbf{u}_{i_j} \in \mathcal{R}^6 / \mathcal{P}(\mathbf{u}_{i_j}) \leq 0\}$ y la capa circundante $M_{u+\varepsilon} \setminus M_u$ de espesor $\varepsilon > 0$ arbitrariamente pequeña. Así \bar{M}_u es el interior de M_u , ∂M_u es su contorno y $\partial M_{u+\varepsilon}$ es el contorno externo de $M_{u+\varepsilon}$, ambos asumidos suaves. Finalmente, Λ es una matriz real que cumple $\Lambda = \Lambda^T > 0$.

Para desarrollos subsiguientes del sistema de control adaptivo, se hace notar que $c(\partial M_u) = 0$ y $c(\partial M_{u+\varepsilon}) = 1$. En general, una buena y simple elección de $\mathcal{P}(\mathbf{u}_{i_j})$ es una hiperesfera $\mathcal{P}(\mathbf{u}_{i_j}) = \mathbf{u}_{i_j}^T \mathbf{u}_{i_j} - M_0^2 - \varepsilon \leq 0$, con $M_0 > \varepsilon > 0$.

5.3. Estabilidad y convergencia

A continuación, se demostrará la estabilidad del sistema de control diseñado para un vehículo subacuático con dinámica variante en el tiempo y se probará la convergencia de los errores de seguimiento espacial y cinemático en trayectorias de referencia arbitrarias suaves en 6 grados de libertad de movimiento.

Para una mejor descripción de los resultados, la demostración se dividirá en partes y se probarán resultados mediante teoremas y corolarios.

Primeramente, no se involucrarán a los actuadores. Se considerarán por tanto leyes adaptivas SG modificadas por proyección dinámica sobre la dinámica dominante del sistema vehículo. Luego, se introducirán escalonadamente las características estáticas y dinámicas parásitas de los actuadores junto a la dinámica dominante del sistema vehículo. Estos últimos casos requerirán del uso de observadores de estados y disturbios para el empleo de la dinámica inversa de los actuadores en el diseño del controlador.

5.3.1. Performance de la dinámica dominante controlada

Consideramos la dinámica no-lineal variante en el tiempo del sistema vehículo controlado adaptivamente, la cual se origina en las operaciones propias del mismo durante el seguimiento de trayectoria en forma adaptiva. Se asumirá por ahora que la dinámica de

los actuadores es sin embargo despreciable (dinámica parásita) frente a la dinámica del sistema vehículo (dinámica dominante). Además que se trata de un caso sin perturbación de cable ni de corriente, es decir $\boldsymbol{\tau}_c = 0$ y $\mathbf{v}_c = 0$, respectivamente. En estas condiciones el resultado de seguimiento asintótico de trayectorias queda descrito en los siguientes dos teoremas y subsiguiente corolario.

Teorema 5.1 (*Dinámica suavemente variante en el tiempo*)

Sea el sistema vehículo subacuático con la dinámica no-lineal variante en el tiempo de las Ec. (2.35)-(2.36), en donde los parámetros físicos varían en forma suave y acotada sin restricción de velocidad de cambio pero tal que sus cambios cumplen con $\dot{M}, \dot{C}_{c1}, \dots, \dot{C}_{c6}, \dot{D}_l, \dot{D}_{q1}, \dots, \dot{D}_{q6}, \dot{B}_1, \dot{B}_2 \in \mathcal{L}_1 \cap \mathcal{L}_\infty$ ó $\mathcal{L}_2 \cap \mathcal{L}_\infty$. Sea además la acción de control $\boldsymbol{\tau}_t$ calculada en la Ec. (5.9) y generada por un controlador adaptivo directo descrito por las Ec. (5.11)-(5.17) con proyección dinámica suave. Entonces para cualquier condición inicial $\boldsymbol{\eta}(t_0) \in \mathcal{S}_{\eta_0} \subseteq \mathcal{S}_\eta$ y $\mathbf{v}(t_0) \in \mathcal{S}_{v_0} \subseteq \mathcal{S}_v$, el objetivo de seguimiento de trayectorias arbitrarias suaves $\boldsymbol{\eta}_r(t)$ y $\mathbf{v}_r(t)$ se consigue asintóticamente con error nulo y con todas las variables en los lazos adaptivo y de control resultando acotadas, sólo si se cumple que $\boldsymbol{\eta}(t) \in \mathcal{S}_\eta$.

Prueba:

Invocando $\boldsymbol{\eta} \in \mathcal{S}_\eta$ se evita la singularidad de $J(\boldsymbol{\eta})$ y se garantiza la condición Lipschitz de la ODE de las Ec. (2.35)-(2.36) en $\mathcal{S}_\eta \times \mathcal{S}_v$. Se asume luego la existencia de una única solución $\boldsymbol{\eta}(t)$ y $\mathbf{v}(t)$ del sistema dinámico para todo $t \in \mathcal{S}_t \setminus [0, t_0)$ y condiciones iniciales dadas en el dominio de atracción.

Consideremos Q en la Ec. (5.6) y la siguiente función candidata de Lyapunov:

$$V(t, \tilde{\boldsymbol{\eta}}, \tilde{\mathbf{v}}, U_i) = Q\left(t, \tilde{\boldsymbol{\eta}}, \tilde{\mathbf{v}}\right) + Q_1(U_i - U_i^*) \quad (5.20)$$

en donde

$$Q_1(U_i - U_i^*) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{17} \sum_{j=1}^6 (\mathbf{u}_{ij} - \mathbf{u}_{ij}^*)^T \Gamma_i^{-1} (\mathbf{u}_{ij} - \mathbf{u}_{ij}^*) \quad (5.21)$$

y \mathbf{u}_{ij} es el vector columna j de U_i , y análogamente, \mathbf{u}_{ij}^* un vector columna j de cada matriz U_i^* definida como:

$$U_i^*(t) = C_{c_i}(t), \text{ para } i = 1, \dots, 6 \quad (5.22)$$

$$U_7^*(t) = D_l(t) + \frac{1}{2} \dot{M}_c(t) \quad (5.23)$$

$$U_i^*(t) = D_{q_i}(t), \text{ para } i = 8, \dots, 13 \quad (5.24)$$

$$U_{14}^*(t) = B_1(t) \quad (5.25)$$

$$U_{15}^*(t) = B_2(t) \quad (5.26)$$

$$U_{16}^*(t) = M(t) \quad (5.27)$$

$$U_{17}^*(t) = -\frac{1}{2} \dot{M}_c(t) . \quad (5.28)$$

Luego, tomando la derivada temporal de V sobre las trayectorias $\tilde{\boldsymbol{\eta}}(t)$ y $\tilde{\mathbf{v}}(t)$ en $t \in \mathcal{S}_t \setminus \mathcal{S}_{t_k}$ y como $\boldsymbol{\eta} \in \mathcal{S}_\eta$, se obtiene entonces:

$$\dot{V}(t, \tilde{\boldsymbol{\eta}}, \tilde{\mathbf{v}}, U_i) = \dot{Q}(t, \tilde{\boldsymbol{\eta}}, \tilde{\mathbf{v}}, U_i) + \sum_{i=1}^{17} \sum_{j=1}^6 ((\mathbf{u}_{i_j} - \mathbf{u}_{i_j}^*(t))^T \Gamma_i^{-1} \dot{\mathbf{u}}_{i_j} - (\mathbf{u}_{i_j} - \mathbf{u}_{i_j}^*(t))^T \Gamma_i^{-1} \dot{\mathbf{u}}_{i_j}^*(t)), \quad (5.29)$$

en donde \dot{Q} para el lazo de control se obtiene de reemplazar la Ec. (5.9) en la Ec. (5.7) como:

$$\begin{aligned} \dot{Q}(t, \tilde{\boldsymbol{\eta}}, \tilde{\mathbf{v}}, U_i) = & -\tilde{\boldsymbol{\eta}}^T K_p \tilde{\boldsymbol{\eta}} - \tilde{\mathbf{v}}^T K_v \tilde{\mathbf{v}} + \quad (5.30) \\ & -\tilde{\mathbf{v}}^T \sum_{i=1}^6 (C_{c_i}(t) - U_i \times C_{v_i}(v_i)) \mathbf{v} - \\ & -\tilde{\mathbf{v}}^T (D_l(t) + \frac{\dot{M}_c(t)}{2} - U_7) \mathbf{v} - \\ & -\tilde{\mathbf{v}}^T \sum_{i=1}^6 (D_{q_i}(t) - U_{i+7}) |v_i| \mathbf{v} - \\ & -\tilde{\mathbf{v}}^T (B_1(t) - U_{14}) \mathbf{g}_1 - \tilde{\mathbf{v}}^T (B_2(t) - U_{15}) \mathbf{g}_2 - \\ & -\tilde{\mathbf{v}}^T (M(t) - U_{16}) \mathbf{d} + \tilde{\mathbf{v}}^T (\frac{\dot{M}_c(t)}{2} + U_{17}) \tilde{\mathbf{v}} . \end{aligned}$$

Dado que $\dot{Q}(U_i)$ es globalmente convexa en cualquier conjunto compacto convexo en el espacio de los elementos de U_i y asumiendo que $\boldsymbol{\eta} \in \mathcal{S}_\eta$, se cumple:

$$\dot{Q}(\tilde{\boldsymbol{\eta}}, \tilde{\mathbf{v}}, U_i) - \dot{Q}(\tilde{\boldsymbol{\eta}}, \tilde{\mathbf{v}}, U_i^*(t)) \leq \sum_{i=1}^{17} \sum_{j=1}^6 (\mathbf{u}_{i_j}^*(t) - \mathbf{u}_{i_j})^T \frac{\partial \dot{Q}}{\partial \mathbf{u}_{i_j}}, \quad (5.31)$$

en $t \in \mathcal{S}_t \setminus \mathcal{S}_{t_k}$. Reemplazando las Ec. (5.22)-(5.28) en la Ec. (5.30) se obtiene:

$$\dot{Q}(\tilde{\boldsymbol{\eta}}, \tilde{\mathbf{v}}, U_i^*) = -\tilde{\boldsymbol{\eta}}^T K_p \tilde{\boldsymbol{\eta}} - \tilde{\mathbf{v}}^T K_v \tilde{\mathbf{v}}. \quad (5.32)$$

Y ahora empleando este resultado en la Ec. (5.31) junto a las leyes adaptivas deducidas de las Ec. (5.11)-(5.17) con la Ec. (5.18):

$$\dot{\mathbf{u}}_{i_j} = \text{Proy} \left(- \left(\Gamma_i \frac{\partial \dot{Q}}{\partial U_i} \right)_j \right) \quad (5.33)$$

y volviendo a la Ec. (5.29) se obtiene:

$$\dot{V}(t, \tilde{\boldsymbol{\eta}}, \tilde{\mathbf{v}}, U_i) \leq -\tilde{\boldsymbol{\eta}}^T K_p \tilde{\boldsymbol{\eta}} - \tilde{\mathbf{v}}^T K_v \tilde{\mathbf{v}} - \sum_{i=1}^{17} \sum_{j=1}^6 (\mathbf{u}_{i_j} - \mathbf{u}_{i_j}^*(t))^T \Gamma_i^{-1} \dot{\mathbf{u}}_{i_j}^*(t). \quad (5.34)$$

Por enunciado del teorema y considerando cambios paramétricos suaves y además tomando en consideración las Ec. (5.22)-(5.28), se cumple que los vectores $\dot{\mathbf{u}}_{i_j}^*(t)$ existen, son uniformemente continuos y además cumplen $\dot{\mathbf{u}}_{i_j}^* \in \mathcal{L}_1 \cap \mathcal{L}_\infty$ (ó $\dot{\mathbf{u}}_{i_j}^* \in \mathcal{L}_2 \cap \mathcal{L}_\infty$). Luego vale la propiedad de que $\dot{\mathbf{u}}_{i_j}^* \rightarrow \mathbf{0}$ para $t \rightarrow \infty$ en $t \in \mathcal{S}_t$ (ver Ioannou and Sun, 1996, Lema 3.2.5, pag. 76). Por otro lado se cumple que $\mathbf{u}_{i_j}^* \in \mathcal{L}_\infty$. Luego la ley adaptiva de proyección de la Ec. (5.18) garantiza que todos los vectores \mathbf{u}_{i_j} sean también acotados en $t \in \mathcal{S}_t$. Finalmente, integrando la Ec. (5.34) con las suposiciones hechas, se manifiesta:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \int_{t_0}^t \left(-\tilde{\boldsymbol{\eta}}^T K_p \tilde{\boldsymbol{\eta}} - \tilde{\mathbf{v}}^T K_v \tilde{\mathbf{v}} \right) d\tau \leq \lim_{t \rightarrow \infty} \int_{t_0}^t -c(\tau) Q(\tau, \tilde{\boldsymbol{\eta}}, \tilde{\mathbf{v}}) d\tau \leq \quad (5.35)$$

$$\leq \lim_{t \rightarrow \infty} -c_0 \int_{t_0}^t Q(\tau, \tilde{\boldsymbol{\eta}}, \tilde{\mathbf{v}}) d\tau < \infty, \quad (5.36)$$

en donde $c(t)$ y c_0 son valores positivos reales que cumplen con:

$$c(t) = \frac{\max_{j=1, \dots, 6} \{\lambda_j(K_p), \lambda_j(K_v)\}}{\max_{j=1, \dots, 6} \{\lambda_j(I/2), \lambda_j(M_c(t)/2)\}} \quad (5.37)$$

$$c_0 = \sup_{t \in \mathcal{S}_t \setminus [0, t_0]} c(t), \quad (5.38)$$

en donde $\lambda_j(\cdot)$ representa el autovalor j de la matriz indicada en paréntesis. Usando el Lema de Barbalat (Ioannou and Sun, 1996) se desprende que $\lim_{t \rightarrow \infty} (\boldsymbol{\eta}(t) - \boldsymbol{\eta}_r(t)) = \mathbf{0}$. En consecuencia, usando la Ec. (5.5), se cumple también:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (\mathbf{v} - J^{-1}(\boldsymbol{\eta})\dot{\boldsymbol{\eta}}_r) = \lim_{t \rightarrow \infty} (\mathbf{v} - J^{-1}(\boldsymbol{\eta}_r)\dot{\boldsymbol{\eta}}_r) = \lim_{t \rightarrow \infty} (\mathbf{v} - \mathbf{v}_r) = \mathbf{0}. \quad (5.39)$$

Esto prueba que el error de trayectorias converge a cero asintóticamente como se anticipó en la primera parte del teorema.

Para demostrar la acotabilidad de las matrices U_i del controlador adaptivo se emplean las Ec. (5.36), (5.6) y (5.8) junto a la acotabilidad de M , $\boldsymbol{\eta}$, \mathbf{v} , $\tilde{\boldsymbol{\eta}}$ y J . Además $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{M}, \dot{C}_{c_1}, \dots, \dot{C}_{c_6}, \dot{D}_l, \dot{D}_{q_1}, \dots, \dot{D}_{q_6}, \dot{B}_1, \dot{B}_2 = 0$. Con ello se establece primeramente que $\int_{t_0}^{\infty} |\tilde{\mathbf{v}}|^2 d\tau < \infty$ y $\int_{t_0}^{\infty} |\tilde{\mathbf{v}}| d\tau < \infty$. Entonces, de las Ec. (5.11)-(5.16) se obtiene:

$$|U_i| \leq c_i \int_{t_0}^{\infty} |\tilde{\mathbf{v}}| d\tau < \infty, \text{ para una constante } c_i > 0. \quad (5.40)$$

Similarmente, de la Ec. (5.17) es válido:

$$|U_{17}| \leq c_{17} \int_{t_0}^{\infty} |\tilde{\mathbf{v}}|^2 d\tau < \infty, \text{ para una constante } c_{17} > 0, \quad (5.41)$$

y de esta manera se concluye que las U_i 's son también acotadas. Finalmente, la acotabilidad de la acción de control $\boldsymbol{\tau}_t$ en la Ec. (5.9) se demuestra de la acotabilidad de los errores $\tilde{\boldsymbol{\eta}}$ y $\tilde{\mathbf{v}}$, de \mathbf{d} en la Ec. (5.8) y J junto a la acotabilidad probada de las matrices U_i . ■

Teorema 5.2 (Dinámica variante en el tiempo en forma constante a tramos)

Sea el enunciado del Teorema 5.1 con la diferencia de que los parámetros físicos son constantes en todo t con excepción de M la cual varía en forma constante a tramos con saltos ΔM_k acorde a la Ec. (2.68) distribuidos en un número finito n de instantes $t_k < \infty$. También varían en la misma forma las componentes de Coriolis C_{c_i} , y de flotabilidad B_1 y B_2 acorde a las Ec. (2.46) y (2.54)-(2.55), respectivamente, mientras que las componentes de arrastre D_l y D_{q_i} en las Ec. (2.48)-(2.49) son constantes. Luego se asegura la convergencia asintótica de los errores de trayectorias a cero y la acotabilidad de las variables de los lazos adaptivo y de control bajo la sólo condición de que $\boldsymbol{\eta}(t) \in \mathcal{S}_\eta$.

Prueba:

Como $\dot{Q}(t)$ en la Ec. (5.30) es continua dentro de cada intervalo $[t_{k-1}, t_k)$ con $i = 1, \dots, n$ y adicionalmente en el intervalo $[t_n, \infty]$ y dado que $\boldsymbol{\eta}(t) \in \mathcal{S}_\eta$ se cumple que (ver

la Ec. (5.34) con matrices constantes en las Ec. (5.22)-(5.27) y $U_{17}^* = 0$, Teorema 5.1):

$$\dot{V}(\tilde{\boldsymbol{\eta}}, \tilde{\mathbf{v}}, U_i) \leq -\tilde{\boldsymbol{\eta}}^T K_p \tilde{\boldsymbol{\eta}} - \tilde{\mathbf{v}}^T K_v \tilde{\mathbf{v}} < \infty, \quad (5.42)$$

para $t \in [t_{k-k}, t_k)$ y $t \in [t_n, \infty]$. Empleando la solución $\mathbf{v}(t)$ en $[t_{n-1}, t_n)$ y de acuerdo a las Ec. (2.71) y (5.5) se tiene:

$$\tilde{\mathbf{v}}(t_n) = \left(I + \frac{1}{2} M^{-1}(t_n) \Delta M_n \right) \lim_{t \rightarrow t_n} \mathbf{v}(t) - J^{-1}(\boldsymbol{\eta}(t_n)) \dot{\boldsymbol{\eta}}_r(t_n) + J^{-1}(\boldsymbol{\eta}(t_n)) K_p \tilde{\boldsymbol{\eta}}(t_n) \in \mathcal{S}_v. \quad (5.43)$$

Ya que $\tilde{\mathbf{v}}(t_n)$ y $\tilde{\boldsymbol{\eta}}(t_n)$ se encuentran en el dominio de atracción del sistema de error, se verifica que:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \int_{t_n}^t \dot{V}(\tilde{\boldsymbol{\eta}}, \tilde{\mathbf{v}}, U_i) d\tau \leq \lim_{t \rightarrow \infty} -c_0 \int_{t_n}^t Q(\tilde{\boldsymbol{\eta}}, \tilde{\mathbf{v}}) d\tau < \infty, \quad (5.44)$$

y por Lema de Barbalat $\lim_{t \rightarrow \infty} Q = 0$ y consecuentemente también los errores $\tilde{\mathbf{v}}$ y $\tilde{\boldsymbol{\eta}}$ tienden asintóticamente a cero.

Para demostrar la acotabilidad de las matrices U_i del controlador adaptivo se hace notar primeramente que las soluciones $\tilde{\boldsymbol{\eta}}$ son uniformemente continuas mientras que las soluciones $\tilde{\mathbf{v}}$ son solamente acotadas en $t < t_n$. Por ello se satisface $\int_{t_0}^{t_n} |\tilde{\mathbf{v}}| d\tau < \infty$ y $\int_{t_0}^{t_n} |\tilde{\mathbf{v}}|^2 d\tau < \infty$, resultando $|U_i| < \infty$ en ese período. Luego, a partir de $t_n < \infty$, ambas soluciones son acotadas y continuas, por lo que se garantiza también la acotabilidad de las matrices U_i en $[t_n, \infty]$. Finalmente, la acotabilidad de la acción de control $\boldsymbol{\tau}_t$ en la Ec. (5.9) se demuestra de la acotabilidad de los errores $\tilde{\boldsymbol{\eta}}$ y $\tilde{\mathbf{v}}$, de \mathbf{d} en la Ec. (5.8) y J junto a la acotabilidad probada de las matrices U_i . ■

Corolario 5.1 (Dinámica variante en el tiempo en forma continua a tramos)

Sea el enunciado del Teorema 5.1 con la diferencia de que la matriz de inercia M varía en forma continua a tramos acorde a la Ec. (2.68), provocando cambios discontinuos e impulsivos en la matriz de Coriolis $C_c(t)$ en la Ec. (2.46) y discontinuos en las matrices de flotabilidad neta $B_1(t)$ y $B_2(t)$ en las Ec. (2.54)-(2.55), mientras, que las matrices de arrastre $D_1(t)$ y $D_{q_i}(t)$ en la Ec. (2.48)-(2.49) solo varían continuamente en el tiempo. Todos los cambios de las componentes continuas cumplen pertenecer a espacios $\mathcal{L}_1 \cap \mathcal{L}_\infty$ ó $\mathcal{L}_2 \cap \mathcal{L}_\infty$. Luego se asegura la convergencia asintótica de los errores de trayectorias a cero y la acotabilidad de las variables de los lazos adaptivo y de control bajo la sólo condición de que $\boldsymbol{\eta}(t) \in \mathcal{S}_\eta$.

Prueba:

La demostración de este resultado surge directamente de combinar las demostraciones de los Teoremas 5.1 y 5.2 en intervalos de continuidad $[t_{k-1}, t_k)$ y luego, a partir de t_n considerar el último salto de M sobre la trayectoria $\tilde{\mathbf{v}}(t)$ junto al desvanecimiento asintótico de los cambios de parámetros. ■

Comentario 5.1

Se hace notar que la variación súbita de masa causa una perturbación de condición inicial en la trayectoria de error cinemático $\tilde{\mathbf{v}}(t)$. Por ello no se puede esperar un seguimiento de este cambio en forma inmediata. Además cualquier seguimiento efectivo de cambios suaves y lentos de parámetros por parte del control adaptivo quedaría perturbado por un cambio de masa súbita, al menos temporalmente. ■

Comentario 5.2

El método del Quaternion introducido por (Fjellstad y Fossen, 1994) eliminaría la única condición $\eta(t) \in S_\eta$ para la validez de los resultados en los Teoremas 5.1 y 5.2 y Corolario 5.1. Este método no fue sin embargo tratado en esta Tesis por considerar que la condición resultante de pitch $|\theta| < \frac{\pi}{2}$ para el rango de estabilidad, es suficientemente amplia como para regular el vehículo subacuático dentro de esta zona en forma holgada con controles de alta performance. ■

Los tres últimos resultados concernieron a la performance asintótica del sistema de control adaptivo. Sin embargo, no se alcanzó a comprender cuán grandes pueden resultar los errores del seguimiento de trayectoria a corto plazo, es decir cuán significativo son sus transitorios y con qué rapidez puede adaptarse el sistema de control tanto a incertidumbres iniciales como a los cambios temporales. Finalmente, en el centro de este análisis debería juzgarse el rol que juegan los parámetros de diseño de los lazos de control y adaptivo (K_p, K_v y Γ_i) en la performance de control en los períodos transitorios.

Teorema 5.3 (*Performance transitoria del sistema de control adaptivo*)

Sea el sistema vehículo subacuático con la dinámica no-lineal variante en el tiempo de las Ec. (2.35)-(2.36), en donde los parámetros físicos varían en forma continua a tramos. Luego de un cambio súbito de M en t_1 y dependiendo de la ley de variación temporal de

$\dot{M}_c, \dot{C}_{c_j}, \dot{D}_l, \dot{D}_{q_j}, \dot{B}_1$ y \dot{B}_2 , existe un instante $t_t > t_1$ a partir del cual el sistema de control adaptivo con ganancias K_p, K_v y Γ_i suficientemente grandes (en norma inducida), puede seguir una trayectoria de referencia suave y arbitraria con energía de error continuamente decreciente menor a un cierto nivel $\varepsilon > 0$ tan pequeño como se desee.

Prueba:

En t_1 , la trayectoria de error cinemático vale $\mathbf{v}(t_1) = (I + \frac{1}{2}\Delta M_1) \lim_{t \rightarrow t_1} \mathbf{v}(t)$. Tómese este valor como condición inicial y considérese la Ec. (5.34) para $t > t_1$. Luego vale:

$$\dot{V}(t, \tilde{\boldsymbol{\eta}}, \tilde{\mathbf{v}}, U_i) \leq -c_K (|\tilde{\boldsymbol{\eta}}|^2 + |\tilde{\mathbf{v}}|^2) + c_\Gamma^{-1} \sum_{i=1}^{17} \sum_{j=1}^6 |\mathbf{u}_{i_j} - \mathbf{u}_{i_j}^*(t)| |\dot{\mathbf{u}}_{i_j}^*(t)|. \quad (5.45)$$

con $c_K = \min_{j=1, \dots, 6} \{\lambda_j(K_p), \lambda_j(K_v)\}$ y $c_\Gamma = \min_{j=1, \dots, 6; i=1, \dots, 17} \{\lambda_j(\Gamma_i)\}$. Como los vectores $\dot{\mathbf{u}}_{i_j}^*(t) \in \mathcal{L}_1 \cap \mathcal{L}_\infty$ ó $\mathcal{L}_2 \cap \mathcal{L}_\infty$, estos comienzan a decrecer luego de un cierto período T_{i_j} . Luego para un $\varepsilon > 0$ arbitrariamente pequeño, existe un cierto instante $t_t > \max_{i,j} (T_{i_j}) + t_1$, un cierto valor mínimo de c_K y de c_Γ a partir del cual $\dot{V}(t, \tilde{\boldsymbol{\eta}}, \tilde{\mathbf{v}}, U_i) < 0$ y la desigualdad anterior queda:

$$\varepsilon \geq |\tilde{\boldsymbol{\eta}}|^2 + |\tilde{\mathbf{v}}|^2 > \frac{1}{c_\Gamma c_K} \sum_{i=1}^{17} \sum_{j=1}^6 |\mathbf{u}_{i_j} - \mathbf{u}_{i_j}^*(t)| |\dot{\mathbf{u}}_{i_j}^*(t)| \quad (5.46)$$

para $t \geq t_t$. Claramente, esto se mantiene de no aparecer otro cambio súbito de M , y que la velocidad de convergencia de $|\tilde{\boldsymbol{\eta}}|^2 + |\tilde{\mathbf{v}}|^2$ al conjunto residual dado por la Ec. (5.46) depende de la elección de la cota inferior proporcional a $\frac{1}{c_\Gamma c_K}$. ■

Comentario 5.3

Claramente, el control adaptivo propiamente dicho tiene una capacidad de seguimiento por sí mismo al sintonizar las matrices Γ_i suficientemente altas, independientemente de K_p y K_v , cuya función estaría más vinculada a la capacidad de adaptación a la incertidumbre paramétrica, es decir cuando $|\dot{\mathbf{u}}_{i_j}^*(t)| = \mathbf{0}$. Más adelante, en Sección 5.5, se estudiará la selección apropiada de estos parámetros. ■

Comentario 5.4

Es sabido que la proyección dinámica empleada usualmente en control adaptivo tiene la propiedad de garantizar el mantenimiento de la convergencia asintótica en ausencia de perturbaciones, como por ejemplo dinámicas parásitas no contempladas. En este caso, el

motivo de su uso es no sólo la perturbación de los cambios súbitos de masa sino también los cambios continuos de todos los parámetros en la Ec. (5.34). Es claro de la demostración del Teorema 5.1. que en el caso de no existir estos cambios, las propiedades asintóticas se siguen manteniendo sin alteración. ■

5.3.2. Performance de la dinámica controlada con actuadores estáticos

En los resultados anteriores de convergencia asintótica se supuso que el actuador tenía una característica despreciable frente a la dinámica dominante del vehículo, es decir la propulsión se calculó mediante $\mathbf{f}=B^T (BB^T)^{-1} \boldsymbol{\tau}_t$ acorde a la Ec. (2.60) y a la ley de control adaptiva de la fuerza generalizada $\boldsymbol{\tau}_t$ en la Ec. (5.9), y se asumió que el mismo vector \mathbf{f} era provisto por los actuadores sin error.

Sin embargo, cuando los actuadores son modelados por su característica estática como la descrita en la Fig. (2.2), el control adaptivo calcula $\boldsymbol{\tau}_t$ y ésta sirve como referencia para calcular las revoluciones de los propulsores que generarán la fuerza de propulsión verdadera. Más específicamente, $\boldsymbol{\tau}_t$ genera una propulsión ideal o de referencia que se denominará de ahora en más:

$$\mathbf{f}_{ideal}=B^T (BB^T)^{-1} \boldsymbol{\tau}_t. \quad (5.47)$$

Entonces, de la Ec. (2.61), la propulsión ideal cumple con (Fossen, 1994):

$$\mathbf{f}_{ideal}=K_1(|\mathbf{n}_r| \cdot \mathbf{n}_r) - K_2(|\mathbf{n}_r| \cdot \mathbf{v}_a), \quad (5.48)$$

donde $(\mathbf{x} \cdot \mathbf{y})$ denota un producto de tipo "elemento por elemento", \mathbf{n}_r es el vector con la velocidad de rotación de referencia de los propulsores, \mathbf{v}_a es la velocidad axial de cada propulsor y K_1 y K_2 son matrices constantes como se indicaron en el Capítulo 2. La Ec. (5.48) ofrece una forma para calcular el vector \mathbf{n}_r en función de \mathbf{f}_{ideal} y \mathbf{v}_a en forma implícita.

La estructura del sistema de control adaptivo que se considerará ahora esta representada en la Fig. (5.2). La misma está compuesta por la dinámica dominante del vehículo con un conjunto de propulsores con dinámica parásita despreciable, como se explica al final de la Sección 2.4.5. En este caso se tiene en cuenta solamente la característica estática no lineal de la Ec. (2.61).

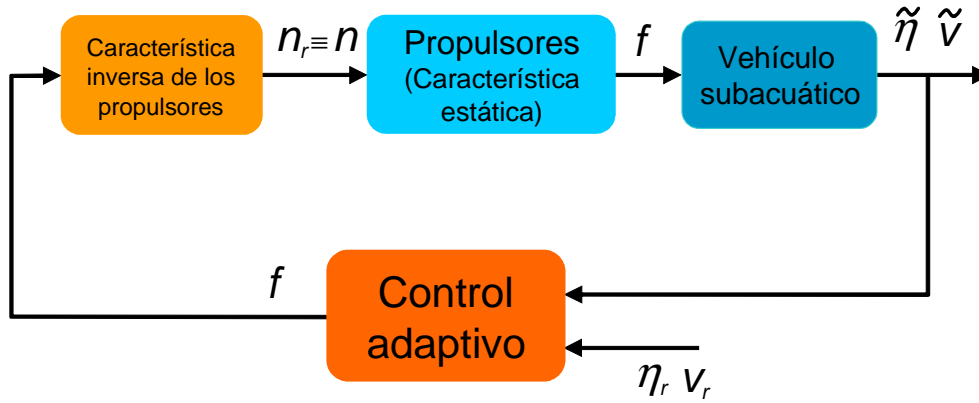


Figura 5.2: Control adaptivo para un vehículo subacuático con propulsores con característica estática

El siguiente corolario demuestra la convergencia del sistema de control adaptivo con los propulsores de característica estática.

Corolario 5.2 (*Performance asintótica del sistema de control adaptivo con actuadores estáticos*)

El sistema de control adaptivo empleado en el seguimiento de trayectorias conserva las propiedades asintóticas y de acotamiento de variables del Teorema 5.3 cuando los actuadores se incluyen en la dinámica del vehículo como una característica estática dada por las Ec. (5.47)-(5.48).

Prueba:

Como la trayectoria $\mathbf{v}(t)$ es continua a tramos, por ende, también lo son $\mathbf{v}_a(t)$, $\boldsymbol{\tau}_t(t)$ en la Ec. (5.9) y $\mathbf{f}_{ideal}(t)$ en la Ec. (5.47), pues dependen de ella. Considerando la Ec. (5.48) (ver también Fig. (2.2)) se desprende que los cambios discontinuos de $\mathbf{f}_{ideal}(t)$ y $\mathbf{v}_a(t)$ en $t_k \in \mathcal{S}_{t_k}$ provocan una, dos o tres soluciones de \mathbf{n}_r , cada una de las cuales, aplicada a los propulsores, produce una propulsión real \mathbf{f} tal que $\mathbf{f}_{ideal} - \mathbf{f} = \mathbf{0}$ en todo instante $t > t_0$. Por tanto, adoptando un criterio de selección de $\mathbf{n}_r(t_k)$ en caso de multiplicidad de soluciones, se tiene que para el último instante de discontinuidad t_n , la trayectoria de error $\tilde{\mathbf{v}}(t)$ evolucionaría continuamente desde $\tilde{\mathbf{v}}(t_n)$ hasta cero asintóticamente cuando $t \rightarrow \infty$. Además se ve claramente que con una proyección dinámica, todas las variables del lazo de control adaptivo se mantienen acotadas dentro de los intervalos de continuidad

y también en los instantes t_k independientemente de las soluciones múltiples y de las variaciones temporales paramétricas. ■

Corolario 5.3 (*Performance transitoria del sistema de control adaptivo con actuadores estáticos*)

El resultado del Teorema 5.3 se mantiene si el modelo del sistema dinámico con su control adaptivo contempla actuadores con una característica estática dada por las Ec. (5.47)-(5.48).

Prueba:

Por la demostración anterior, el error de fuerzas $\mathbf{f}-\mathbf{f}_{ideal}$ es idénticamente cero en todo instante $t > t_0$. Por ello $\boldsymbol{\tau}_t(t)$ es generada exactamente como en las condiciones del Teorema 5.3, dando los mismos resultados. ■

Comentario 5.5

El criterio de selección de \mathbf{n}_r en caso de multiplicidad de soluciones es arbitrario para el resultado asintótico del Corolario 5.3, pues todas las soluciones a partir de $\tilde{\mathbf{v}}(t_n)$ tenderían asintóticamente a cero y producirían las mismas trayectorias $\tilde{\boldsymbol{\eta}}(t)$ y $\tilde{\mathbf{v}}(t)$ independientemente de la \mathbf{n}_r adoptada. La única diferencia entre las distintas selecciones es que la evolución temporal de $\mathbf{n}_r(t)$ sería diferente en cada caso. ■

5.3.3. Performance de la dinámica controlada con actuadores dinámicos

La idea principal hasta ahora ha consistido en diseñar un sistema de control adaptivo de alta performance para un vehículo de dinámica compleja, incierta y variable en el tiempo, con controlabilidad en todos sus modos y con empuje neto positivo o negativo. También se incorporó la característica estática de los actuadores.

La dinámica del vehículo a lazo abierto, hasta ahora, fue considerada más dominante que la dinámica de los propulsores de las Ec. (2.62)-(2.65). En ese sentido, la dinámica de los propulsores se asumió parásita y despreciable. Hasta hace poco más de una década, en la mayoría de las aplicaciones de control, la característica no lineal estática de los actuadores era la única parte considerada en el modelo junto a la dinámica dominante

del vehículo. Aunque esto pueda resultar aceptable en el caso de vehículos de una inercia significativa y controladores de respuesta lenta, la exclusión de la dinámica del actuador puede dar lugar a inestabilidades y/o pérdidas de performance de control (Yoerger, *et al.*, 1990; Healey *et al.*, 1995; Whitcomb y Yoerger 1999a). Existen propuestas recientes de sistemas de servocontrol de velocidad para actuadores dinámicos con características asintóticas. Un estudio comparativo de ellos con datos experimentales puede verse en (Whitcomb and Yoerger 1999a; Whitcomb y Yoerger 1999b). También en (Cunha *et al.*, 1995) se analiza el efecto de la dinámica de los propulsores con un controlador proporcional en el contexto de un control adaptivo de modo deslizante con modelo de referencia. Un objetivo común de todos los sistemas de control propuestos es la convergencia asintótica de \mathbf{f} a la fuerza ideal $\mathbf{f}_{ideal} = B^T (BB^T)^{-1} \boldsymbol{\tau}_t$ bajo ciertas restricciones o linealizaciones.

Para diferentes modelos de controladores utilizados se ha reportado la aparición de transitorios en la velocidad de giro del motor en los cruces por cero de la fuerza de propulsión (Whitcomb y Yoerger 1999a; Kim, *et al.* 2006). Para el modelo de propulsor adoptado en la Tesis (véase también Fossen, 1994), este fenómeno es causado por la histéresis de la característica estática junto a la dinámica parásita del propulsor, e impone un grado de precisión en el sistema de control en estado estacionario. Es de hacer notar, que este fenómeno no se presenta cuando la dinámica parásita es nula (es decir despreciable), ver Corolarios 5.2-5.3.

Dado que la dinámica del sistema de control global diseñado en esta Tesis puede ser comparativamente tan rápido como la misma dinámica de los actuadores, ésta última no puede ser considerada parásita ya que conduciría a una degradación real de la performance del control alcanzada en los resultados de teoremas presentados. Por otro lado, para actuadores con control interno de tipo PID de entrada \mathbf{n}_r y salida \mathbf{f} , que son empleados comúnmente en la aplicaciones, existe la posibilidad de una solución complementaria al control adaptivo basada en dinámica inversa. Dicha solución es distinta a las presentadas en la literatura indagada y será elaborada en este capítulo como parte inédita junto a la exposición de sus ventajas sobre las soluciones existentes.

En lo que sigue se describirá primeramente el planteo del problema de seguimiento de fuerzas que impone el considerar la dinámica parásita de los actuadores en el sistema de control del vehículo. Luego se abordará la solución de servocontrol mediante dinámica

inversa y observación de estados y disturbios del actuador. Finalmente se estudiará la influencia de las condiciones iniciales desconocidas del actuador y el error de seguimiento de servocontrol en el error de seguimiento de trayectorias del control adaptivo.

Planteo del problema

El problema de incluir la dinámica parásita de los actuadores, radica en que no se conoce previamente el vector de referencia \mathbf{n}_r de los propulsores que generaría la fuerza \mathbf{f} calculada a través de la referencia $\mathbf{f}_{ideal} = B^T (BB^T)^{-1} \boldsymbol{\tau}_t$ en el control adaptivo. Como \mathbf{n}_r es la entrada desconocida del propulsor y \mathbf{f} es su salida, una forma de resolver este problema consiste en emplear la dinámica inversa del motor de cada propulsor para estimar el \mathbf{n}_r que conduce al error de fuerzas $\mathbf{f} - \mathbf{f}_{ideal}$ a cero, en lo posible en un tiempo corto.

Dado que ni los estados, ni las entradas de la dinámica de los propulsores son conocidos de antemano, debe realizarse por tanto una observación de estados y disturbios a fin de captar la dinámica inversa. Por ello se parte del conocimiento de la dinámica del modelo de los propulsores. Su salida \mathbf{n} en cambio, es calculable a través de la característica estática mediante la fuerza \mathbf{f}_{ideal} y \mathbf{v}_a en la Ec. (5.48), aunque no necesariamente de manera única debido a la histéresis presente en la característica estática (ver. Fig. (2.2)).

Como se observó anteriormente, la evolución temporal de \mathbf{f}_{ideal} en la Ec. (5.47) y de \mathbf{v}_a es continua a tramos con saltos en $t_k \in \mathcal{S}_{t_k}$ debido a ΔM_k . Además, como la característica estática en la Ec. (5.48) es cuasiconvexa para $\mathbf{v}_a \neq \mathbf{0}$ (ver. Fig. (2.2)), entonces \mathbf{n} puede tener discontinuidades finitas en tres casos. Primeramente, cada vez que algunas de sus componentes toman el valor $\text{sign}(v_a) \cdot n^*$, el cual es definido por su respectivo elemento en el vector \mathbf{n}^* que cumple:

$$\left. \frac{\partial \mathbf{f}_{ideal}^T}{\partial \mathbf{n}} \right|_{\mathbf{n}=\mathbf{n}^*} = 0 \rightarrow \mathbf{n}^* = \frac{1}{2} K_1^{-1} K_2 \mathbf{v}_a . \quad (5.49)$$

En segundo lugar, las discontinuidades también ocurren cuando alguno de los elementos de \mathbf{n} toma el valor $n = 0$ para el elemento respectivo $f_{ideal} = 0$ y $\dot{f}_{ideal} \geq 0$. Y finalmente, cuando \mathbf{f}_{ideal} y \mathbf{v}_a varían en forma discontinua en $t_k \in \mathcal{S}_{t_k}$. Una propiedad útil de la característica estática es que las diferentes curvas cortan la abcisa en $\mathbf{n} = 2(\text{sign}(\mathbf{v}_a) \cdot \mathbf{n}^*)$ o similarmente cuando esto se cumple particularmente en algún o algunos de sus elementos.

Como el conjunto de propulsores constituye un sistema pasivo, y se requiere que su salida $\mathbf{n}(t)$ varíe discontinuamente para obtener el seguimiento perfecto impuesto por una

\mathbf{f}_{ideal} discontinua, entonces la entrada de referencia \mathbf{n}_r debería ser impulsiva para cumplir en forma causal con este fin.

Dada la imposibilidad de implementar \mathbf{n}_r de esta forma ideal, la condición de seguimiento perfecto podría relajarse ligeramente. Con este objetivo en mente, se puede definir valores ideales para los vectores auxiliares \mathbf{n}_1 y \mathbf{n}_2 en las Ec. (2.62)-(2.63) como:

$$\mathbf{n}_1 = G_1(s)\mathbf{f}_{ideal} \quad (5.50)$$

$$\bar{\mathbf{n}}_2 = G_3(s) \mathbf{n} - \mathbf{n}_1, \quad (5.51)$$

donde $G_3(s)$ es una nueva matriz diagonal con funciones de Laplace correspondientes a filtros pasabajos para \mathbf{n} definidos *ad-hoc*. Por ejemplo, G_3 puede ser elegida con una banda de frecuencias muy amplia como para permitir que el vector filtrado $G_3\mathbf{n}$ sea continuo y a la vez con una ligera distorsión con respecto a \mathbf{n} en los puntos de discontinuidad, mientras que $\bar{\mathbf{n}}_2$ en la Ec. (5.51) reemplaza a \mathbf{n}_2 en la Ec. (2.62). Debido a la eventual multiplicidad de soluciones de \mathbf{n} para un par discontinuo $(\mathbf{f}_{ideal}, \mathbf{v}_a)$, es irrelevante el criterio de selección de \mathbf{n} ya que el hecho a subsanar aquí es la atenuación de la discontinuidad de \mathbf{n} más que la magnitud de su salto.

Observador de estados y disturbios

El vector de referencia \mathbf{n}_r puede ahora ser estimado por medio de un observador de estados y disturbios. En esta sección se desarrolla y describe un algoritmo original para ello.

Por simplicidad en la notación, se caracterizará la estimación para un propulsor genérico únicamente con sus variables escalares n, n_1, n_2, \bar{n}_2 y n_r como elementos en $\mathbf{n}, \mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2, \bar{\mathbf{n}}_2$ y \mathbf{n}_r , respectivamente. Cada elemento de la función transferencia de Laplace $G_2G_{PID}(s)$ matricial en las Ec. (2.64)-(2.65) puede ser caracterizada en el espacio de estados como:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}(n_r - n) \quad (5.52)$$

$$n_2 = n - n_1 = \mathbf{c}^T \mathbf{x} \quad (5.53)$$

$$\bar{n}_2 = g_3(s)n - n_1 = -(1 - g_3(s))n + \mathbf{c}^T \mathbf{x}, \quad (5.54)$$

con $(A, \mathbf{b}, \mathbf{c})$ un conjunto mínimo de matrices del sistema representados en la forma canónica de observador, \mathbf{x} el vector de estados y $g_3(s)$ un elemento de $G_3(s)$ en la Ec. (5.51).

Sea:

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = A\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b} \hat{e}_c + \mathbf{k}_{n_2}(\bar{n}_2 - \hat{n}_2), \quad (5.55)$$

una ecuación diferencial de un estimador de estados \mathbf{x} , con \mathbf{k}_{n_2} un vector de ganancias para el error de velocidad, y:

$$\hat{n}_2 = \mathbf{c}^T \hat{\mathbf{x}} \quad (5.56)$$

$$\hat{e}_c = k_n \bar{n}_2 + k_{\dot{n}} \dot{\bar{n}}_2 + \mathbf{k}_{\hat{x}}^T \hat{\mathbf{x}}, \quad (5.57)$$

con \hat{n}_2 y \hat{e}_c estimaciones de n_2 y del error en la entrada $(n_r - n)$, respectivamente, y k_n , $k_{\dot{n}}$ y $\mathbf{k}_{\hat{x}}$ ganancias apropiadas para las componentes de \hat{e}_c . La función \bar{n}_2 y su derivada temporal $\dot{\bar{n}}_2$ puede ser deducida y calculada analíticamente combinando las Ec. (5.51), (5.50) y (5.53), como:

$$n = \text{sign}(n - n^*) \sqrt{\frac{\text{sign}(n) f_{ideal}}{k_1} + \left(\frac{k_2}{2k_1} v_a\right)^2} + \frac{k_2}{2k_1} v_a \quad (5.58)$$

$$\dot{n} = \text{sign}(n - n^*) \frac{\text{sign}(n) 2k_1 \dot{f}_{ideal} + k_2^2 v_a \dot{v}_a}{\sqrt{\text{sign}(n) 16k_1^3 f_{ideal} + 4k_1^2 k_2^2 v_a^2}} + \frac{k_2}{2k_1} \dot{v}_a \quad (5.59)$$

$$n_2 = n - g_1(s) f_{ideal} \quad (5.60)$$

$$\bar{n}_2 = g_3(s) n - g_1(s) f_{ideal} \quad (5.61)$$

$$\dot{\bar{n}}_2 = g_3(s) \dot{n} - g_1(s) \dot{f}_{ideal}, \quad (5.62)$$

con $g_1(s)$ un elemento de $G_1(s)$. Debe destacarse que existen funciones analíticas de f_{ideal} y \dot{f}_{ideal} obtenidas a través de las Ec. (2.60), (5.9) y de v_a , esta última determinada como la proyección del vector de velocidad \mathbf{v} en la línea de acción de cada propulsor en particular.

Por el otro lado, con las Ec. (5.52), (5.55), (5.56) y (5.54), el error de estados $\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$ cumple:

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}} = (A - \mathbf{k}_{n_2} \mathbf{c}^T) \tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{b} \tilde{e}_c + \mathbf{k}_{n_2} (1 - g_3(s)) n, \quad (5.63)$$

con $\tilde{e}_c = (n_r - n) - \hat{e}_c$.

Usando las Ec. (5.52)-(5.53) se obtiene:

$$\dot{n}_2 = \mathbf{c}^T \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{c}^T \mathbf{b} (n_r - n), \quad (5.64)$$

el cual combinado con las Ec. (5.57) y (5.54) dan el siguiente error de estimación a la entrada:

$$\begin{aligned} \tilde{e}_c = & (1 - k_{\dot{n}} \mathbf{c}^T \mathbf{b}) (n_r - n) - (k_n \mathbf{c}^T + k_{\dot{n}} \mathbf{c}^T A) \mathbf{x} - \\ & - \mathbf{k}_{\hat{x}}^T \mathbf{x} + (1 - g_3(s)) (k_n n + k_{\dot{n}} \dot{n}). \end{aligned} \quad (5.65)$$

Por otro lado, existen valores particulares para $\mathbf{k}_{\hat{x}}$, k_n y $k_{\dot{n}}$ en la Ec. (5.65) que cumplen con:

$$\begin{aligned} (1 - k_{\dot{n}} \mathbf{c}^T \mathbf{b}) &= 0 \\ \mathbf{k}_{\hat{x}}^T &= - (k_n \mathbf{c}^T + k_{\dot{n}} \mathbf{c}^T A), \end{aligned} \quad (5.66)$$

tal que:

$$k_{\dot{n}} = \frac{1}{b_{m-1}} \quad (5.67)$$

$$\mathbf{k}_{\hat{x}}^T = - \left[\frac{-a_{m-1}}{b_{m-1}} + k_n, \frac{1}{b_{m-1}}, 0, \dots, 0 \right], \quad (5.68)$$

con m el orden del sistema $G_2 G_{PID}(s)$. Con estos valores, el error de perturbación de la Ec. (5.65) puede escribirse como:

$$\tilde{e}_c = - (k_n \mathbf{c}^T + k_{\dot{n}} \mathbf{c}^T A) \tilde{\mathbf{x}} + (1 - g_3(s)) (k_n n + k_{\dot{n}} \dot{n}). \quad (5.69)$$

A su vez, la dinámica de los errores de estado en la Ec. (5.63) con la Ec. (5.69) y la elección:

$$\mathbf{k}_{n_2} = - k_n \mathbf{b}, \quad (5.70)$$

generan:

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}} = (I - k_{\dot{n}} \mathbf{b} \mathbf{c}^T) A \tilde{\mathbf{x}} + k_{\dot{n}} \mathbf{b} (1 - g_3(s)) \dot{n}, \quad (5.71)$$

donde la matriz $(I - k_{\dot{n}} \mathbf{b} \mathbf{c}^T) A$ es semidefinida negativa con un autovalor 0, y $(1 - g_3(s))$ se interpreta como un filtro pasa alto que magnifica los errores $\tilde{\mathbf{x}}$ y \tilde{e}_c cuando se producen cambios rápidos de n a fin de lograr un seguimiento más efectivo de \mathbf{f}_{ideal} .

Se observa en la Ec. (5.71), que solamente las componentes de alta frecuencia de \dot{n} pueden excitar el sistema de error de estados. En este sentido, es significativo para

el análisis de estabilidad considerar dos casos, a saber: cuando $\dot{n} = \dot{n}_s$ y cuando $\dot{n} = \dot{n}_s + \Delta n_i \delta(t - t_i)$, donde \dot{n}_s es la parte continua de \dot{n} y Δn_i son los saltos de n . Dependiendo del caso particular, el orden de magnitud del error puede resultar diferente (ver próximo comentario). Además se verá en la subsección siguiente que la solución homogénea de $\tilde{\mathbf{x}}$ de la Ec. (5.71) decae asintóticamente a cero si la condición inicial $\hat{\mathbf{x}}(t_0)$ es elegida adecuadamente. Por ello el error de observación $\tilde{\mathbf{x}}$ en estado estacionario dependerá sólo de las componentes de alta frecuencia de \dot{n} .

Finalmente, la referencia \mathbf{n}_r para las entradas de los propulsores es calculada con ayuda de la Ec. (5.57) como:

$$\hat{\mathbf{n}}_r(t) = \hat{\mathbf{e}}_c(t) + G_3(s)\mathbf{n}(t). \quad (5.72)$$

La prueba de convergencia del sistema de control adaptivo junto con el presente observador es dado en el Teorema 5.4 más adelante.

Comentario 5.6

La inclusión de $G_3(s)$ en la Ec. (5.51) asegura la continuidad de \mathbf{n} y \mathbf{x}_j , pero interrumpe el seguimiento asintótico perfecto de \mathbf{f}_{ideal} para referencias arbitrarias $\boldsymbol{\eta}_r$ y \mathbf{v}_r solamente cuando estas demandan movimientos con cambios alternados de dirección o cuando existen cambios escalonados de masa. Es allí donde usualmente el fenómeno de histéresis ejerce su efecto. La primera situación no ocurre tan severamente cuando no se revierte el movimiento en la dirección opuesta, como por ejemplo, en el caso de trayectorias helicoidales, espirales, círculos, rectas entre otros, o, cuando el movimiento es reducido aproximadamente a cero de manera suave con la ayuda del amortiguamiento hidrodinámico antes de revertir el movimiento es decir, en el caso $v_a \approx 0$. ■

Influencia de las condiciones iniciales

La estimación de n_2 y por ende de las componentes f de \mathbf{f} en la Ec. (2.60) pueden ser influenciadas por las condiciones iniciales de la dinámica del propulsor y del observador. Para establecer esta influencia y su evolución en el tiempo, consideremos $\hat{\mathbf{x}}(t_0) = \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{0}$ en el observador y asumamos que los propulsores reales tienen a $\hat{\mathbf{n}}_r$ como entrada en la Ec. (5.72). Entonces, el error entre la componente de velocidad verdadera del motor (aquí referido como n_{t2} , ver Fig. (5.3)) y su equivalente en el observador n_2 , es dado por:

$$n_{t2} - n_2 = g_{PID} g_2 (g_3(s)n - n_t) + \mathbf{g}_{IC_2}^T(s) \mathbf{x}_t(t_0) \quad (5.73)$$

$$\mathbf{g}_{IC_2}(s) = \left[\frac{s^{m-1}}{a(s)}, \dots, \frac{s}{a(s)}, \frac{1}{a(s)} \right]^T, \quad (5.74)$$

donde n_t es la velocidad de motor real equivalente al n usado en el observador, \mathbf{x}_t es el vector de estado verdadero equivalente a \mathbf{x} usado en el observador, $x_{it}(t_0)$ son las condiciones iniciales de \mathbf{x}_t y $a(s) = s(s^{m-1} + a_{m-1}s^{m-2} + \dots + a_1)$ es el polinomio denominador de $g_{PID}g_2(s)$. Es importante destacar que $a(s)$ tiene $(m - 1)$ raíces estables y la única componente de condiciones iniciales que no se desvanece con el error $(n_{t2} - \hat{n}_2)$ es sólo $x_{nt}(t_0)$ y corresponde a las condiciones iniciales del integrador del controlador PID. Como es usual, el integrador puede ser inicializado en cero para t_0 , tal que:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} L^{-1}\{\mathbf{g}_{IC_2}^T(s)\} \mathbf{x}_t(t_0) = 0, \quad (5.75)$$

con L^{-1} siendo la transformada inversa de la función de Laplace.

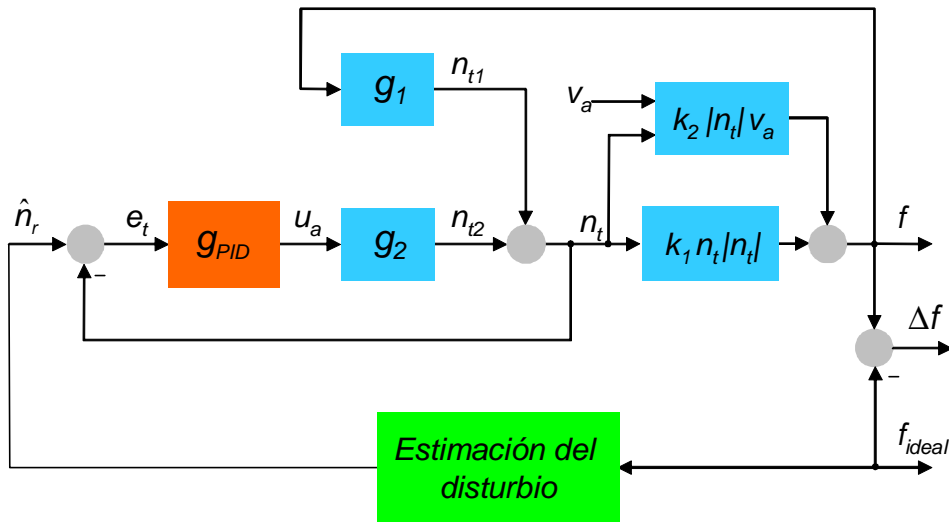


Figura 5.3: Determinación del error de Δf en los propulsores

Por el otro lado, la evolución del error $(n_2 - \hat{n}_2)$ con las Ec. (5.53), (5.56) y (5.71) cumple con:

$$n_2 - \hat{n}_2 = k_{\hat{n}} \frac{b_{m-1}}{s} (1 - g_3(s)) \dot{n} + \frac{1}{s} (x_1(t_0) - \hat{x}_1(t_0)), \quad (5.76)$$

donde $\frac{1}{s}$ describe la dinámica del observador que resulta de $\mathbf{c}^T \text{adj}(sI - \tilde{A}) / \det(sI - \tilde{A}) = \left[\frac{b(s)}{sb(s)}, 0, \dots, 0 \right] = \left[\frac{1}{s}, 0, \dots, 0 \right]$, con $\tilde{A} = (I - k_{\hat{n}} \mathbf{b} \mathbf{c}^T) A$ y $b(s) = (b_{m-1}s^{m-1} + b_{m-2}s^{m-2} + \dots + b_0)$ el polinomio numerador de la función transferencia $g_{PID}g_2(s)$. Entonces, eligiendo

$x_1(t_0) = \hat{x}_1(t_0)$, la influencia de las condiciones iniciales en el error $(n_2 - \hat{n}_2)$ desaparecen completamente.

Finalmente, el error $(n_t - n)$ resulta de las Ec. (5.73), (5.76) y (5.50) como:

$$n_t - n = g_{PID} g_2(s) (g_3(s)n - n_t) - g_1(s) (f - f_{ideal}) + \mathbf{g}_{IC_2}^T(s) \mathbf{x}_t(t_0) - \mathbf{g}_{IC_1}^T(s) \mathbf{x}_{1t}(t_0), \quad (5.77)$$

con

$$\mathbf{g}_{IC_1}(s) = \left[\frac{s^{\bar{m}-1}}{c(s)}, \dots, \frac{1}{c(s)} \right]^T, \quad (5.78)$$

donde \bar{m} es el orden de $g_1(s)$, $c(s)$ el polinomio denominador de $g_1(s)$ y $\mathbf{x}_{1t}(t_0)$ el vector de condiciones iniciales desconocido de la dinámica transferida de f a n_{t1} . Aquí, el vector de condiciones iniciales homólogas $\mathbf{x}_1(t_0)$ para la dinámica transferida de f_{ideal} a n_1 fue seleccionado nulo en el observador.

Claramente, usando la Ec. (5.75), es válido:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} L^{-1} \{ \mathbf{g}_{IC_2}^T(s) \mathbf{x}_t(t_0) - \mathbf{g}_{IC_1}^T(s) \mathbf{x}_{1t}(t_0) \} = 0,$$

es decir, el efecto de las condiciones iniciales de la dinámica del propulsor y del observador son desvanecientes en el tiempo en forma asintótica. Luego las propiedades de estado estacionario de la evolución del error $(n_t - n)$ dependerán exclusivamente de las propiedades de estabilidad asintótica de los lazos de control del propulsor.

Evaluación del error de propulsión

Se sabe hasta acá que el seguimiento de fuerza del servomotor con observador no es perfecto. En esta sección se evaluará cuantitativamente la calidad de este seguimiento.

Para ello definamos el error de propulsión como la diferencia entre la propulsión real \mathbf{f} en el sistema y la calculada en la Ec. (5.9) por el algoritmo de control, es decir \mathbf{f}_{ideal} . Refiramos a este error como $\Delta \mathbf{f}$ (ver Fig. (5.3)). La aparición del error $\Delta \mathbf{f}$ es la consecuencia de la inhabilidad del sistema de propulsión para reproducir fielmente valores arbitrarios de \mathbf{f}_{ideal} cuando n es discontinua en el tiempo, ya que en este caso se requeriría generar una referencia \hat{n}_r impulsiva. En su lugar, el sistema propulsor con observador utiliza una matriz de filtro G_3 que provee una versión suave de n y \dot{n} , acercando \mathbf{f} a \mathbf{f}_{ideal} .

Para evaluar la componente de error Δf de un propulsor cualquiera, consideremos

primeramente la Fig. (5.3). Luego tratemos de hallar el error de estimación ($\hat{n}_r - n_r$). Una estima de \hat{n}_r es determinada en el observador usando las Ec. (5.57) y (5.72) como:

$$\hat{n}_r = k_n (g_3 n - g_1 f_{ideal}) + k_{\dot{n}} \left(g_3 \dot{n} - g_1 \dot{f}_{ideal} \right) + g_3 n + \mathbf{k}_{\hat{x}}^T \hat{\mathbf{x}}. \quad (5.79)$$

Por otro lado, la referencia ideal n_r es obtenida para $g_3 = 1$ con la misma f_{ideal} (notar que n_r es no acotada en los instantes de cambio brusco de n) tal que:

$$\begin{aligned} \hat{n}_r - n_r = & - (k_n + 1) (1 - g_3) n - k_{\dot{n}} (1 - g_3) \dot{n} + \\ & - \mathbf{k}_{\hat{x}}^T \int_{t_0}^t e^{(A - \mathbf{k}_{n_2} \mathbf{c}^T + \mathbf{b} \mathbf{k}_{\hat{x}}^T)(t-\tau)} \mathbf{b} k_{\dot{n}} (1 - g_3) \dot{n} d\tau, \end{aligned} \quad (5.80)$$

donde la estimación $\hat{\mathbf{x}}$ resulta combinando las Ec. (5.55)-(5.59) con (5.61):

$$\hat{\mathbf{x}} = \int_{t_0}^t e^{(A - \mathbf{k}_{n_2} \mathbf{c}^T + \mathbf{b} \mathbf{k}_{\hat{x}}^T)(t-\tau)} \mathbf{v}(\tau) d\tau, \quad (5.81)$$

con $(A - \mathbf{k}_{n_2} \mathbf{c}^T + \mathbf{b} \mathbf{k}_{\hat{x}}^T) = (A + \mathbf{b}(k_n \mathbf{c}^T + \mathbf{k}_{\hat{x}}^T))$ (debido a la Ec. (5.70)) siendo ésta una matriz estable y además:

$$\mathbf{v} = \mathbf{b} k_{\dot{n}} (1 - g_3) \dot{n}, \quad (5.82)$$

en donde la condición inicial $\hat{\mathbf{x}}(t_0) = \mathbf{0}$ fue considerada para la Ec. (5.81).

Claramente, si $(g_3 - 1)$ es cero en la Ec. (5.80), se cumple el caso ideal de seguimiento perfecto, es decir $n_r - \hat{n}_r = 0$ y $\Delta f = 0$ (notar que para este caso, \hat{n}_r es también no acotada en los instantes de cambio de n).

De acuerdo a la estructura representada en la Fig. (5.3) se cumple:

$$\frac{g_{PID} g_2}{1 + g_{PID} g_2} \hat{n}_r = n_t - \frac{k_1 g_1}{1 + g_{PID} g_2} |n_t| n_t + \frac{k_2 g_1}{1 + g_{PID} g_2} |n_t| v_a, \quad (5.83)$$

y

$$\frac{g_{PID} g_2}{1 + g_{PID} g_2} n_r = n - \frac{k_1 g_1}{1 + g_{PID} g_2} |n| n + \frac{k_2 g_1}{1 + g_{PID} g_2} |n| \bar{v}_a, \quad (5.84)$$

con \bar{v}_a la velocidad axial real de los propulsores.

Ahora, tomando la diferencia entre las Ec. (5.83) y (5.84) se obtiene:

$$\begin{aligned} \frac{g_{PID} g_2}{1 + g_{PID} g_2} (\hat{n}_r - n_r) = & (n_t - n) - \\ & - \frac{k_1 g_1}{1 + g_{PID} g_2} (|n_t| n_t - |n| n) + \frac{k_2 g_1}{1 + g_{PID} g_2} (|n_t| v_a - |n| \bar{v}_a). \end{aligned} \quad (5.85)$$

Luego, aplicando la norma a la Ec. (5.80):

$$\left| \frac{g_{PID}g_2}{1+g_{PID}g_2} (\hat{n}_r - n_r) \right|_{\infty} \leq \left| \frac{g_{PID}g_2}{1+g_{PID}g_2} \right|_1 \left(|(1-g_3)n|_{\infty} |k_n + 1| + |(1-g_3)\dot{n}|_{\infty} |k_{\dot{n}}| + \right. \\ \left. + |(1-g_3)\dot{n}|_{\infty} \|\mathbf{k}_{\hat{x}}\| \frac{|k_{\dot{n}}| \|\mathbf{b}\|}{|\lambda_{\min}(A - \mathbf{k}_{n_2} \mathbf{c}^T + \mathbf{b} \mathbf{k}_{\hat{x}}^T)|} \right), \quad (5.86)$$

en donde se usó la norma inducida del mapeo $\mathcal{L}_{\infty} \rightarrow \mathcal{L}_{\infty}$ y $|g|_1$ representa la norma \mathcal{L}_1 de la respuesta impulsiva desvaneciente de g . Además $\lambda_{\min}(W)$ es el mínimo autovalor real de la matriz W .

Luego se llega a que $|\hat{n}_r - n_r|_{\infty}$ sólo existe para n acotada, lo cual se cumple por obtenerse ésta a partir de una acción de control acotada \mathbf{f}_{ideal} .

Por el otro lado, de acuerdo a la Fig. (5.3) se tiene que:

$$\Delta f = k_1 (|n_t| n_t - |n| n) - k_2 (|n_t| v_a - |n| \bar{v}_a). \quad (5.87)$$

Comparando la Ec. (5.87) con la Ec. (5.85) se llega a:

$$\frac{g_{PID}g_2}{1+g_{PID}g_2} (\hat{n}_r - n_r) = (n_t - n) - \frac{g_1}{1+g_{PID}g_2} \Delta f, \quad (5.88)$$

a partir de la cual se obtiene la siguiente norma:

$$|\Delta f|_{\infty} \leq \frac{1}{\left| \frac{g_1}{(1+g_{PID}g_2)} \right|_1} \left| \frac{g_{PID}g_2}{1+g_{PID}g_2} (\hat{n}_r - n_r) \right|_{\infty} + \frac{1}{\left| \frac{g_1}{1+g_{PID}g_2} \right|_1} |n_t - n|_{\infty}. \quad (5.89)$$

Claramente, $(n_t - n)$ resulta acotada porque es la salida de un sistema estable compuesto por $\frac{g_{PID}g_2}{1+g_{PID}g_2}$ y $\frac{g_1}{1+g_{PID}g_2}$, el cual es excitado por la función acotada $\frac{g_{PID}g_2}{1+g_{PID}g_2}(\hat{n}_r - n_r)$. Finalmente, se puede inferir que la norma $|\Delta f|_{\infty}$ existe. Por lo tanto, con la Ec. (2.60) se cumple:

$$|\Delta \boldsymbol{\tau}_t|_{\infty} = \left\| B^T (BB^T)^{-1} \right\| |\Delta \mathbf{f}|_{\infty}, \quad (5.90)$$

donde $\boldsymbol{\tau}_t = B^T (BB^T)^{-1} \mathbf{f}_{ideal}$ es la fuerza generalizada ideal calculada en la Ec. (5.9) y $|\Delta \mathbf{f}|_{\infty} = |\Delta f|_{\infty}$ es calculada según la Ec. (5.89).

Comentario 5.7

Usando los argumentos establecidos en el comentario 5.6, se puede inferir claramente que Δf en la Ec. (5.87) se incrementa cuando n se aproxima al valor de discontinuidad $\pm n^*$ para $\pm v_a$, ó cuando se acerca a $n = 0$ para $\pm v_a$ y $\pm \dot{n}$, ó por último cuando v_a

varía discontinuamente con los saltos de M . Claramente, la evolución de n posee discontinuidades mientras que la de n_t no. Por el contrario, alejada de estos puntos de discontinuidad, n es continua y la única discrepancia entre n_t y n ocurre debido al proceso de filtrado de altas componentes de frecuencia por medio de $g_3(s)$ en n para producir \hat{n}_r . Estas discrepancias son comúnmente más pequeñas que aquellas que ocurren debido a las discontinuidades. En la Sección 5.5.2 se indica un procedimiento sencillo para elegir la matriz de filtros G_3 . ■

5.4. Problema de seguimiento de trayectorias con perturbación

La inclusión de los actuadores con su dinámica completa en el diseño del sistema de control adaptivo puede ser representado como un problema de seguimiento de trayectorias con perturbación (ver Fig. (5.4)), donde la perturbación es el inevitable error de seguimiento de fuerzas $\Delta \mathbf{f}$ producido por el fenómeno de histéresis de los propulsores con dinámica. Este problema contrasta con el caso previo de control con actuadores no lineales estáticos, los cuales no adolecen de este efecto.

Por lo tanto podemos analizar ahora la influencia de $\Delta \mathbf{f}$ en el error de seguimiento de trayectorias $\tilde{\boldsymbol{\eta}}$ y $\tilde{\mathbf{v}}$ del sistema de control adaptivo con observador.

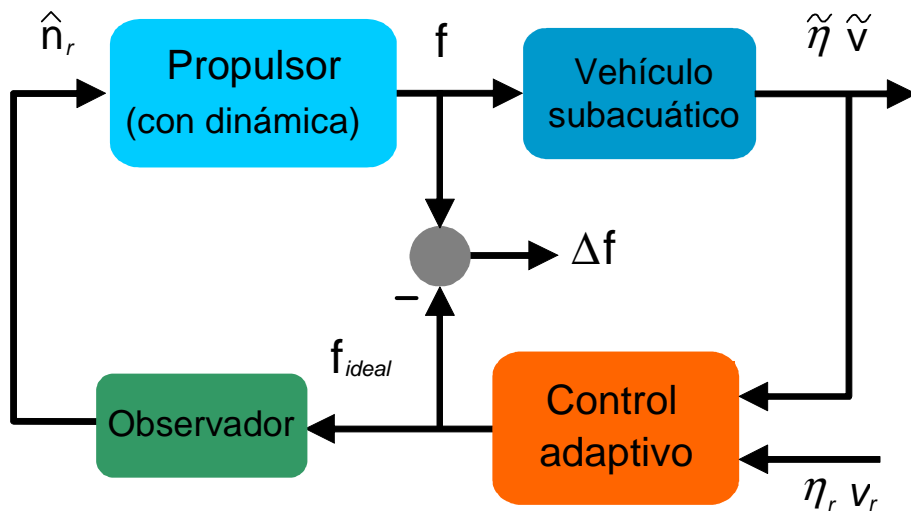


Figura 5.4: Sistema de control adaptivo perturbado

Con este fin se combina las Ec. (2.35)-(2.36) y (5.4)-(5.5) para llegar al sistema dinámi-

co de error:

$$\dot{\tilde{\boldsymbol{\eta}}} = -K_p \tilde{\boldsymbol{\eta}} + J \tilde{\mathbf{v}} + J \mathbf{v}_c \quad (5.91)$$

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\mathbf{v}}} = & -M^{-1} (C + D) \left(\tilde{\mathbf{v}} + J^{-1} \left(\dot{\boldsymbol{\eta}}_r - K_p \tilde{\boldsymbol{\eta}} \right) \right) + \\ & + M^{-1} \mathbf{g} - \frac{d(J^{-1} \dot{\boldsymbol{\eta}}_r)}{dt} + J^{-1} K_p \tilde{\boldsymbol{\eta}} + \\ & + J^{-1} K_p \left(J \tilde{\mathbf{v}} - K_p \tilde{\boldsymbol{\eta}} + J \mathbf{v}_c \right) + \\ & + M^{-1} \boldsymbol{\tau}_c + M^{-1} B (\mathbf{f}_{ideal} + \Delta \mathbf{f}), \end{aligned} \quad (5.92)$$

donde $B(\mathbf{f}_{ideal} + \Delta \mathbf{f})$ es la fuerza generalizada real $\boldsymbol{\tau}_t$ que resulta de aplicar la Ec. (2.60) con la propulsión real $(\mathbf{f}_{ideal} + \Delta \mathbf{f})$. El caso de la dinámica del sistema no perturbado (actuadores estáticos) queda englobado particularmente para $\Delta \mathbf{f} = \mathbf{0}$ en la Ec. (5.92), y en donde la convergencia asintótica de $\tilde{\boldsymbol{\eta}}(t)$ y $\tilde{\mathbf{v}}(t)$ para trayectorias de referencia acotadas y uniformemente continuas $\boldsymbol{\eta}_r(t)$ y $\mathbf{v}_r(t)$ quedó probada en los Teoremas 5.1-5.2 y Corolario 5.1. Por el contrario, cuando se implementa el filtro $G_3(s)$ en la Ec. (5.51), la diferencia $\Delta \mathbf{f}$ generada perturba la dinámica del sistema de control dando lugar a soluciones del sistema perturbado en las Ec. (5.91)-(5.92).

El estudio de la estabilidad del sistema de control adaptivo y de la convergencia de las soluciones en las Ec. (5.91)-(5.92) puede abordarse en el marco de la denominada Estabilidad Total (*Hahn, 1959*), que ofrece una herramienta conveniente para ello.

Definición 5.1 (*Hahn, 1959, pág. 275*)

El punto de equilibrio descrito por $\tilde{\boldsymbol{\eta}} = \tilde{\mathbf{v}} = \mathbf{0}$ se dice totalmente estable, si para cada $\varepsilon > 0$ existen dos valores reales positivos $\delta_1(\varepsilon)$ y $\delta_2(\varepsilon)$ tal que la solución $\tilde{\boldsymbol{\eta}}(t)$ y $\tilde{\mathbf{v}}(t)$ de las Ec. (5.91)-(5.92) cumple:

$$\left| \tilde{\boldsymbol{\eta}}(t, \tilde{\boldsymbol{\eta}}(t_0), \tilde{\mathbf{v}}(t_0)) \right| < \varepsilon \text{ para } t > t_0 \quad (5.93)$$

$$\left| \tilde{\mathbf{v}}(t, \tilde{\boldsymbol{\eta}}(t_0), \tilde{\mathbf{v}}(t_0)) \right| < \varepsilon \text{ para } t > t_0 \quad (5.94)$$

considerando:

$$\left| \tilde{\boldsymbol{\eta}}(t_0) \right| < \delta_1 \text{ y } \left| \tilde{\mathbf{v}}(t_0) \right| < \delta_1 \quad (5.95)$$

y, en la región de espacio de estados delimitado por las Ec. (5.93)-(5.94), que:

$$|\Delta \mathbf{f}| < \delta_2. \quad (5.96)$$

■

Teorema 5.4 (Estabilidad del sistema de control adaptivo perturbado)

Considérese el sistema de las Ec. (2.35)-(2.36) con dinámica variante en el tiempo en forma continua a tramos según el Corolario 5.1, con propulsores descritos por las Ec. (2.60)-(2.65) y trayectorias arbitrarias suaves $\boldsymbol{\eta}_r(t)$ y $\mathbf{v}_r(t)$. Sea además la acción de control $\boldsymbol{\tau}_t$ calculada en la Ec. (5.9) y generada por un controlador adaptivo directo descrito por las Ec. (5.11)-(5.17) con proyección dinámica y con estimación de la velocidad de referencia del motor de los propulsores $\hat{\mathbf{n}}_r$ obtenida en la Ec. (5.72). Entonces para cualquier condición inicial $\boldsymbol{\eta}_0 \in \mathcal{S}_{\eta_0} \subseteq \mathcal{S}_\eta$ y $\mathbf{v}_0 \in \mathcal{S}_{v_0} \subseteq \mathcal{S}_v$, el punto de equilibrio de seguimiento perfecto, es decir $\tilde{\boldsymbol{\eta}} = \tilde{\mathbf{v}} = \mathbf{0}$, es totalmente estable si se cumple que $\boldsymbol{\eta}(t) \in \mathcal{S}_\eta$.

Prueba:

Consideremos la función de Lyapunov en la Ec. (5.20) en los intervalos de continuidad paramétrica $[t_{k-1}, t_k)$ con $t_k \in \mathcal{S}_{t_k}$ y haciendo valer $\boldsymbol{\eta}(t) \in \mathcal{S}_\eta$ en todo momento $t \geq t_0$. Luego \dot{V} para el caso $\Delta \mathbf{f} = \mathbf{0}$ está dado en la Ec. (5.34):

$$\dot{V} \left(t, \tilde{\boldsymbol{\eta}}, \tilde{\mathbf{v}}, U_i \right) \leq -\tilde{\boldsymbol{\eta}}^T K_p \tilde{\boldsymbol{\eta}} - \tilde{\mathbf{v}}^T K_v \tilde{\mathbf{v}} - \sum_{i=1}^{17} \sum_{j=1}^6 (\mathbf{u}_{ij} - \mathbf{u}_{ij}^*(t))^T \Gamma_i^{-1} \dot{\mathbf{u}}_{ij}^*(t). \quad (5.97)$$

Dado que los cambios paramétricos pertenecen a la clase $\mathcal{L}_1 \cap \mathcal{L}_\infty$ (ó $\mathcal{L}_2 \cap \mathcal{L}_\infty$), se cumple que para un cierto tiempo $t_t > t_n$ en adelante:

$$\begin{aligned} \dot{V} \left(t, \tilde{\boldsymbol{\eta}}, \tilde{\mathbf{v}}, U_i \right) &= \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial \tilde{\boldsymbol{\eta}}} \dot{\tilde{\boldsymbol{\eta}}} + \frac{\partial V}{\partial \tilde{\mathbf{v}}} \dot{\tilde{\mathbf{v}}} < \\ &< \dot{Q} \left(t, \tilde{\boldsymbol{\eta}}, \tilde{\mathbf{v}}, U_i^* \right) = \frac{\partial Q}{\partial t} \left(t, \tilde{\boldsymbol{\eta}}, \tilde{\mathbf{v}}, U_i^* \right) + \\ &+ \frac{\partial Q}{\partial \tilde{\boldsymbol{\eta}}} \left(t, \tilde{\boldsymbol{\eta}}, \tilde{\mathbf{v}}, U_i^* \right) \dot{\tilde{\boldsymbol{\eta}}} + \frac{\partial Q}{\partial \tilde{\mathbf{v}}} \left(t, \tilde{\boldsymbol{\eta}}, \tilde{\mathbf{v}}, U_i^* \right) \dot{\tilde{\mathbf{v}}}. \end{aligned} \quad (5.98)$$

Usando la definición de Q en la Ec. (5.6) se cumple:

$$\left| \frac{\partial Q(t, \tilde{\boldsymbol{\eta}}, \tilde{\mathbf{v}}, U_i^*)}{\partial t} \right| \leq \frac{1}{2} \left\| \frac{\partial M_c(t)}{\partial t} \right\| \|\tilde{\mathbf{v}}\|^2, \quad (5.99)$$

$$\left| \frac{\partial Q(t, \tilde{\boldsymbol{\eta}}, \tilde{\mathbf{v}}, U_i^*)}{\partial \tilde{\boldsymbol{\eta}}} \right| \leq \|\tilde{\boldsymbol{\eta}}\|, \quad \left| \frac{\partial Q(t, \tilde{\boldsymbol{\eta}}, \tilde{\mathbf{v}}, U_i^*)}{\partial \tilde{\mathbf{v}}} \right| \leq \|M_c(t)\| \|\tilde{\mathbf{v}}\|. \quad (5.100)$$

Además, como $\boldsymbol{\eta}_r(t)$ y $\mathbf{v}_r(t)$ son uniformemente continuos, las soluciones $\boldsymbol{\eta}(t)$ y $\mathbf{v}(t)$ son continuas para $t \geq t_n$, y $M(t) = M_c(t)$ es acotada, luego existen constantes positivas c_0 , c_1 y c_2 tal que:

$$\left| \frac{\partial V}{\partial t} \right| < c_0, \quad \left| \frac{\partial V}{\partial \tilde{\boldsymbol{\eta}}} \right| < c_1 \quad \text{y} \quad \left| \frac{\partial V}{\partial \tilde{\mathbf{v}}} \right| < c_2, \quad (5.101)$$

se cumplen para algún dominio $D = \left\{ \|\tilde{\boldsymbol{\eta}}\| \leq \varepsilon_0, \|\tilde{\mathbf{v}}\| \leq \varepsilon_0 \right\}$, donde ε_0 es una constante positiva, y $t \geq t_n$.

Como V es una función decreciente para el punto de equilibrio $\tilde{\boldsymbol{\eta}} = \tilde{\mathbf{v}} = 0$ en el sistema no perturbado (veáse Teorema 5.1, Ec. (7.50)), existen tres funciones de clase \mathcal{K}_∞ (ver definición en, por ejemplo, Khalil, 1995), referidas como $\alpha(\|\tilde{\boldsymbol{\eta}}\|, \|\tilde{\mathbf{v}}\|)$, $\beta(\|\tilde{\boldsymbol{\eta}}\|, \|\tilde{\mathbf{v}}\|)$ y $\gamma(\|\tilde{\boldsymbol{\eta}}\|, \|\tilde{\mathbf{v}}\|)$ tal que $\alpha + Q_1 \leq V \leq \beta + Q_1$ y $\dot{V} \leq -\gamma$ en D , donde Q_1 es definido en la Ec. (5.21). Considerando las Ec. (5.91)-(5.92), tenemos (Hahn, 1959) :

$$\dot{V}_{PS}(t, \tilde{\boldsymbol{\eta}}, \tilde{\mathbf{v}}) = \dot{V}_S(t, \tilde{\boldsymbol{\eta}}, \tilde{\mathbf{v}}) + \frac{\partial V_{PS}}{\partial t} + \left(\frac{\partial V_{PS}}{\partial \tilde{\mathbf{v}}} \right)^T M^{-1} B \Delta \mathbf{f}, \quad (5.102)$$

donde \dot{V}_{PS} y \dot{V}_S son las derivadas temporales de V evaluadas sobre las soluciones de los sistemas perturbados y no perturbados, respectivamente. Dado cualquier $\varepsilon < \varepsilon_0$, existe un δ_1 y un δ_2 tal que $\alpha(\varepsilon) > \beta(\delta_1)$, y una perturbación dada por la Ec. (5.89) que satisface:

$$\left| \Delta \mathbf{f}(t, \tilde{\boldsymbol{\eta}}, \tilde{\mathbf{v}}) \right| \leq \delta_2, \quad (5.103)$$

para $\tilde{\boldsymbol{\eta}}, \tilde{\mathbf{v}} \in D$ y $t \geq t_0$. Sea además:

$$\gamma_0 = \min_{\delta_1 \leq \|\tilde{\boldsymbol{\eta}}\| \leq \varepsilon, \delta_1 \leq \|\tilde{\mathbf{v}}\| \leq \varepsilon \text{ y } t \geq t_0} \gamma(t, \|\tilde{\boldsymbol{\eta}}\|, \|\tilde{\mathbf{v}}\|). \quad (5.104)$$

Para todas las soluciones $\tilde{\boldsymbol{\eta}}(t, \tilde{\boldsymbol{\eta}}(t_0), \tilde{\mathbf{v}}(t_0))$, $\tilde{\mathbf{v}}(t, \tilde{\boldsymbol{\eta}}(t_0), \tilde{\mathbf{v}}(t_0))$ con $\|\tilde{\boldsymbol{\eta}}(t_0)\| \leq \delta_1$, $\|\tilde{\mathbf{v}}(t_0)\| \leq \delta_1$ entrando en la región $\delta_1 \leq \|\tilde{\boldsymbol{\eta}}(t)\| \leq \varepsilon$, $\delta_1 \leq \|\tilde{\mathbf{v}}(t)\| \leq \varepsilon$ para algún tiempo $t = t_1$, se cumple:

$$\dot{V}_{PS}(t, \tilde{\boldsymbol{\eta}}, \tilde{\mathbf{v}}) \leq -\gamma_0 + c_0 + c_2 \|M^{-1}B\| \delta_2. \quad (5.105)$$

Eligiendo $\delta_2 = \kappa(\gamma_0 - c_0) / (c_2 \|M^{-1}B\|)$, donde $0 < \kappa < 1$, $\dot{V}_{PS}(t, \tilde{\boldsymbol{\eta}}, \tilde{\mathbf{v}}) < 0$ para todo

instante $t \geq t_1$, tal que $|\tilde{\boldsymbol{\eta}}(t, \tilde{\boldsymbol{\eta}}_0, \tilde{\mathbf{v}}_0)| < \varepsilon$, $|\tilde{\mathbf{v}}(t, \tilde{\boldsymbol{\eta}}_0, \tilde{\mathbf{v}}_0)| < \varepsilon$. Como $\tilde{\boldsymbol{\eta}}(t)$, $\tilde{\mathbf{v}}(t)$ y $\Delta \mathbf{f}$ son continuas para $t \geq t_n$, la definición 5.1 se cumple en todo instante. Por lo tanto, el punto de equilibrio descrito por $\tilde{\boldsymbol{\eta}} = \tilde{\mathbf{v}} = 0$ es totalmente estable. ■

Comentario 5.8

La demostración del teorema anterior sigue lineamientos de (Hahn, 1959). El resultado asegura que las soluciones del sistema perturbado dado por la Ec. (5.91)-(5.92) son pequeñas si las condiciones iniciales $\tilde{\boldsymbol{\eta}}_0, \tilde{\mathbf{v}}_0$ están próximas al punto de equilibrio como así también la perturbación $\Delta \mathbf{f}$ es suficientemente pequeña, y viceversa. En forma práctica, la magnitud de la perturbación depende de la elección apropiada de la matriz G_3 del filtro pasabajos para implementar la entrada de referencia $\hat{\mathbf{n}}_r$ a los propulsores en la Ec. (5.79). ■

Comentario 5.9

La perturbación $\Delta \mathbf{f}$ del sistema dinámico de error las Ec. (5.91)-(5.92) es de carácter interno al observador. En el Capítulo 7 se analizará otro tipo de perturbación debido al cable umbilical del vehículo, cuyos efectos sobre la estabilidad del control adaptivo podrán estudiarse bajo el mismo concepto de estabilidad total. En este caso la perturbación de cable tendría origen exógeno inducido por la acción de corrientes y olas. ■

5.5. Pautas para la sintonización de parámetros de diseño

En esta sección se analizará la selección de matrices del sistema de control, a saber: K_p y K_v , las matrices de las leyes adaptivas Γ_i y finalmente las matrices para la sintonización de los observadores de estado y disturbio de los propulsores, a saber para cada motor: la ganancia k_n y el filtro $g_3(s)$.

5.5.1. Selección de los parámetros de diseño del controlador

De acuerdo a la experiencia acumulada en las simulaciones numéricas y considerando los resultados del Teorema 5.3 y el Corolario 5.3, se pueden dar algunas pautas generales

para la sintonización de las matrices de diseño $\{K_p, K_v, \Gamma_i\}$. Se ha observado, en concordancia teórica y experimental, que tanto K_p y K_v como Γ_i pueden influenciar de igual manera el transitorio y el estado estacionario de los errores $\tilde{\boldsymbol{\eta}}$ y $\tilde{\mathbf{v}}$.

Como regla general, pueden establecerse pautas de selección racionales luego del siguiente análisis. Haciendo una comparación entre el error cinemático auxiliar $\tilde{\mathbf{v}} = \mathbf{v} - J^{-1}(\boldsymbol{\eta})\dot{\boldsymbol{\eta}}_r + J^{-1}(\boldsymbol{\eta})K_p\tilde{\boldsymbol{\eta}}$ definido en la Ec. (5.5) y del verdadero error de trayectoria cinemática $(\mathbf{v} - \mathbf{v}_r)$ definido en la Ec. (5.2), $\tilde{\mathbf{v}}$ sólo podrá tender a cero si $\tilde{\boldsymbol{\eta}}$ lo hace primeramente pues en ese caso $\mathbf{v} \simeq J^{-1}(\boldsymbol{\eta})\dot{\boldsymbol{\eta}}_r$ y por lo tanto resulta $\tilde{\mathbf{v}} \simeq J^{-1}(\boldsymbol{\eta})K_p\tilde{\boldsymbol{\eta}}$. De aquí se desprende que $J^{-1}K_p$ es el peso sobre $\tilde{\boldsymbol{\eta}}$ que define la evolución de $\tilde{\mathbf{v}}$ y en tal sentido K_p debería ser elegida de valor bajo. Por el contrario, de la Ec. (5.45) se desprende que $c_K = \min_{j=1,\dots,6} \{\lambda_j(K_p), \lambda_j(K_v)\}$ y que K_v podría ser del mismo orden de magnitud que K_p o mayor. Una elección adecuada de K_v resulta claramente de analizar la Ec. (5.92), en donde $\mathbf{f}_{ideal} = \boldsymbol{\tau}_t$ tiene entre otros términos (ver la Ec. (5.9)) a $-K_v\tilde{\mathbf{v}}$. Por lo tanto de la Ec. (5.92) puede verse que $\tilde{\mathbf{v}}$ se anula más rápidamente si K_v tiene autovalores altos.

Por otro lado, una buena ley adaptiva exige una rápida adecuación de las matrices del controlador U_i . Esto último se consigue con valores altos de U_i reforzando también la disminución progresiva de los errores $\tilde{\boldsymbol{\eta}}$ y $\tilde{\mathbf{v}}$ de acuerdo al Teorema 5.3 y Corolario 5.3.

En resumen, un rápido desvanecimiento del transitorio y disminución de la norma del conjunto residual de errores se logra en general con matrices K_v y Γ_i de autovalores altos y una matriz K_p de autovalores relativamente más bajos.

5.5.2. Selección de parámetros de diseño del observador

Como se destacó anteriormente, los parámetros del observador $k_{\hat{n}_i}$, $\mathbf{k}_{\hat{x}}$ y \mathbf{k}_{n_2} fueron deducidos de los coeficientes del sistema de propulsión. En cambio k_n y el filtro $g_3(s)$ son en realidad los únicos parámetros a sintonizar. Los argumentos para una apropiada elección de ellos acorde al Comentario 5.8 se resumen a continuación.

Primeramente, de la Ec. (5.85) se desprende que en un observador de error asintóticamente nulo $(\hat{n}_r - n_r) = 0$ implica también $(n_t - n) = 0$ para $v_a = \bar{v}_a$. Así mismo, de la Ec. (5.89) se concluye que $(\hat{n}_r - n_r) = 0$ implica también $|\Delta f|_\infty = 0$. Entonces, la influencia de k_n y g_3 sobre el comportamiento dinámico del observador puede verse en dos puntos que se detallan a continuación.

El primer punto es en el error de estimación \tilde{e}_c en la Ec. (5.69) que asegura la correcta estimación de \hat{n}_r en la Ec. (5.72), en donde k_n pesa la incidencia de $\tilde{\mathbf{x}}$ y por el otro lado $(1 - g_3(s))$ pesa la incidencia de n y \dot{n} sobre este error. El segundo punto es directamente en el error $(\hat{n}_r - n_r)$ en las Ec. (5.80)-(5.81), en donde la incidencia de los parámetros de diseño es por un lado multiplicativa, es decir en la forma $(k_n + 1)(1 - g_3)$ y por otro k_n pesa el tiempo transitorio de $\hat{\mathbf{x}}$. De ambos puntos puede deducirse que k_n debería ser elegido con un valor relativamente bajo en la Ec. (5.69) para desvanecer rápidamente la incidencia de $\tilde{\mathbf{x}}$ en la estima de \hat{n} , mientras que la función de $(1 - g_3)$ se destinaría a filtrar las componentes bajas y medias de frecuencia de n dejando pasar sólo las altas. De esta manera los errores $(\hat{n}_r - n_r)$ y por ende Δf resultarían relativamente bajos.

Particularmente, los parámetros de diseño de la matriz de filtros pasabajos $G_3(s)$ (es decir, ganancias y constantes de tiempo) pueden sintonizarse mediante simulación de la dinámica de los propulsores en forma aislada de tal manera que el máximo valor posible de \dot{n} , es decir, el impulso $\left(2 \left(\max_{v_a \in (0, \infty)} |n^*| \right) \delta(t - t_i) \right)$, es atenuado por el filtro $g_3(s)$ de forma tal que la norma \mathcal{L}_∞ de esta salida resulte igual a un número grande preespecificado, por ejemplo, 10^{15} . Es importante destacar que este número, es el valor máximo que puede ocurrir entre todas las variables del observador para $t \geq t_0$. De esta manera, con esta elección no se producirán problemas numéricos de overflow en el algoritmo. Igualmente la perturbación Δf puede ser minimizada significativamente y los errores de seguimiento $\tilde{\boldsymbol{\eta}}$ y $\tilde{\mathbf{v}}$ pueden resultar inapreciables en la mayor parte del trayecto.

5.6. Caso de estudio: vehículo subacuático no tripulado en los 6 grados de libertad

Para evaluar la performance del sistema de control adaptivo desarrollado en este capítulo se seleccionó un caso de estudio. En el mismo se considera la dinámica completa de un vehículo con sus propulsores dinámicos tal como se ilustra en la Fig. (5.4). El sistema responde al modelo de un vehículo operado remotamente similar a un prototipo real existente en la Universidad TUHH-MUM, Alemania (ver Pinto, 1996), con un brazo manipulador (veáse la Fig. (2.1)). La unidad tiene 4 propulsores verticales y 4 horizontales, los cuales permiten movimientos independientes en los seis modos principales. El centro

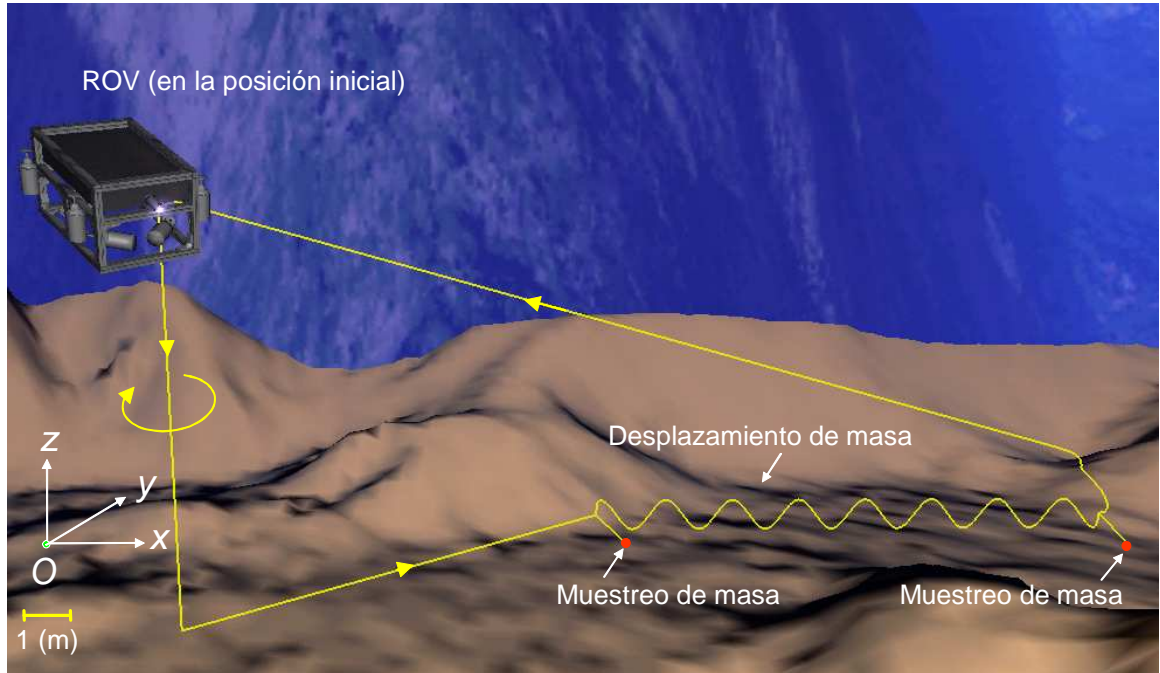


Figura 5.5: Trayectoria de referencias en una misión de toma de muestras.

de masa G , el origen O' del sistema fijo al vehículo y el origen O del sistema fijo a tierra, pueden ser apreciados en la Fig. (2.1) junto a los modos de posicionamiento y cinemáticos.

5.6.1. Seguimiento de trayectorias

En la Fig. (5.5) se esquematiza una misión de muestreo sobre el fondo marino. La planificación temporal de la trayectoria de referencia espacial $\boldsymbol{\eta}_r(t)$ se define en un espacio 3D. De esta manera la referencia cinemática queda indirectamente establecida mediante la relación $\mathbf{v}_r(t) = J^{-1}(\boldsymbol{\eta}_r(\tau))\dot{\boldsymbol{\eta}}_r(t)$ en la Ec. (5.3). Los codos de la trayectoria son suavizados con funciones trigonométricas permitiendo la existencia de altas derivadas de $\boldsymbol{\eta}_r(t)$.

La misión de toma de muestras se caracteriza de la siguiente manera. El vehículo debe descender primero $10(m)$ desde la posición inicial de lanzamiento desde un barco madre, rotando uniformemente un total de $3/4 \pi(rad)$ en tirabuzón sobre su eje vertical. Luego avanza en línea recta alrededor de $14(m)$ y rota nuevamente a la derecha $-\pi/4(rad)$ antes de posicionarse para la operación de toma de muestras. En este punto, el vehículo descende inclinado $1(m)$ con un ángulo de pitch de $\pi/4(rad)$, levanta una masa de $0,5(Kg)$ y retrocede hacia atrás a su anterior posición. Luego avanza a una altitud constante siguiendo las irregularidades del fondo marino (en este caso de estudio se supone que

este perfil es sinusoidal). Durante este tramo, la ubicación inicial de G es perturbada periódicamente por la carga adquirida, la cual, contenida en un compartimiento, se supone que se desplaza de atrás hacia adelante intermitentemente dentro del vehículo (fenómeno conocido como "sloshing"). Al final de este tramo, el muestreo de objetos sobre el fondo se repite con un incremento de masa adicional de $0,5(Kg)$. Finalmente, el vehículo se mueve $1(m)$ hacia un costado a la izquierda, rota $3,535(rad)$, para inclinarse $-0,289(rad)$ apuntando al barco y retornar directamente a su posición inicial.

5.6.2. Parámetros del vehículo

De acuerdo con el Capítulo 2 y el prototipo considerado, los valores de parámetros empleados en la dinámica del vehículo (2.35)-(2.36) se describen en la Tabla (5.1).

Tabla 5.1: Parámetros dinámicos del sistema vehículo

$m=80(Kg)$	$W_{ROV}=784(N)$	$W_w=784(N)$
$I_{xx}=4,39(Kgm^2)$	$I_{yy}=8,06(Kgm^2)$	$I_{zz}=9,17(Kgm^2)$
$I_{xy}=0$	$I_{xz}=0$	$I_{yz}=0$
$x_G=0$	$y_G=0$	$z_G=0$
$m_{a11}=75(Kg)$	$m_{a22}=126(Kg)$	$m_{a33}=308(Kg)$
$m_{a44}=2,3(Kgm^2)$	$m_{a55}=5,21(Kgm^2)$	$m_{a66}=5,51(Kgm^2)$
$m_{a_{ij}}=0$ para $i \neq j$		
$d_{l11}=6,5$	$d_{l22}=9,75$	$d_{l33}=14,3$
$d_{l44}=,174$	$d_{l55}=0,368$	$d_{l66}=0,355$
$d_{l51}=1,625$	$d_{l42}=2,4375$	$d_{l_{ij}}=0$ para coeficientes restantes
$d_{q111}=130$	$d_{q151}=32,5$	$d_{q222}=195$
$d_{q242}=48,75$	$d_{q333}=286$	$d_{q444}=5,005$
$d_{q555}=10,548$	$d_{q666}=10,178$	$d_{q_{ijk}}=0$ para coeficientes restantes

En la dinámica y estática de los propulsores descripta por (2.61)-(2.65), se consideraron las siguientes matrices:

$$\begin{aligned}
K_1 &= \text{diag}(8,790 \times 10^{-7}) \\
K_2 &= \text{diag}(2,197 \times 10^3) \\
G_1(s) &= \text{diag} \left(\frac{4,724(s+3,100)}{(s+3,827)^2} \right) \\
G_2(s) &= \text{diag} \left(\frac{14,646}{(s+3,827)^2} \right) \\
G_{PID}(s) &= \text{diag} \left(36,440 + 0,00525s + \frac{2,835}{s} \right) \\
f_{\text{sup}} &= -f_{\text{inf}} = 30(N) \text{ (Valores de saturación)}.
\end{aligned} \tag{5.106}$$

5.6.3. Condiciones ambientales

Se asume la existencia de una corriente constante en la dirección x con respecto al sistema fijo a tierra (ver Fig. (5.5)). La misma tiene una intensidad uniforme $J(\boldsymbol{\eta})v_c = \dot{\boldsymbol{\eta}}_c = -0,15(m/s)$. El tironeo del cable umbilical inducido por olas, corriente y el movimiento de vehículo se supone despreciable durante la misión, es decir que se considera $\boldsymbol{\tau}_c = \mathbf{0}$. Este tipo de perturbación será incluido en el análisis del Capítulo 7 como perturbación exógena del sistema.

5.6.4. Parámetros de diseño del control adaptivo

Desde el punto de vista del diseño del controlador adaptivo, todos los parámetros del sistema del vehículo se asumen desconocidos totalmente, no así los de los propulsores, como se indicó en las consideraciones iniciales (ver en 5.3.3, planteo del problema).

Los parámetros de diseño en las leyes adaptivas (5.11)-(5.17) y en la acción de control (5.9) son sintonizados apropiadamente para otorgar al sistema controlado una rápida respuesta sin que se produzca la saturación de los propulsores. Estos son sintonizados como se indica a continuación (véase Sección 5.5 para pautas generales):

$$\begin{aligned}
K_p &= \text{diag}(1) \\
K_v &= \text{diag}(10^3) \\
\Gamma_i &= \text{diag}(10^2) \quad i = 1, \dots, 17
\end{aligned} \tag{5.107}$$

Aquí K_p y K_v fueron seleccionadas como matrices diagonales por simplicidad. Sus valores relativos según las pautas de selección garantizan en términos generales órdenes de magnitud de error similares para $\tilde{\boldsymbol{\eta}}$ y $\tilde{\mathbf{v}}$.

Los parámetros del observador son sintonizados en los siguientes valores:

$$\begin{aligned}
 k_n &= 5 \times 10^{-3} \\
 k_{\dot{n}} &= 13,005 \\
 \mathbf{k}_{\dot{x}}^T &= [99,538, -13,005, 0] \\
 \mathbf{k}_{n_2}^T &= [-3,844 \times 10^{-4}, -2,668, -0,207] \\
 G_3(s) &= \text{diag} \left(g_3(s) = \frac{5 \times 10^6}{(s+1000)(s+5000)} \right).
 \end{aligned} \tag{5.108}$$

En principio, acorde a la Sección 5.3.3, los únicos parámetros directos de diseño son k_n y los filtros g_3 de G_3 . Para k_n se eligió un valor bajo, mientras que para $g_3(s)$ se estableció un filtro lineal de segundo orden con polos muy distantes del eje vertical y elegidos de tal que la norma \mathcal{L}_∞ de sus salidas estén por debajo de 10^9 . Este último requerimiento fue de fácil verificación mediante simulación directa del sistema g_3 propuesto con pocas iteraciones de prueba y error.

5.6.5. Simulaciones numéricas

A continuación se presentan los resultados de la evolución de los estados de posición y velocidad en cada modo para las respectivas trayectorias de referencia en la misión descrita en la Fig. (5.5). El vehículo comienza en una posición y orientación inicial la cual está alejada del punto inicial de la trayectoria de referencia (compárese con Fig. (5.5)). Estas diferencias iniciales en $t_0 = 0$ son:

$$\begin{aligned}
 \Delta x(0) &= 0,1 \text{ (m)} & \Delta u(0) &= 0,1 \text{ (m/s)} \\
 \Delta y(0) &= 0,1 \text{ (m)} & \Delta v(0) &= 0,1 \text{ (m/s)} \\
 \Delta z(0) &= 0,1 \text{ (m)} & \Delta w(0) &= 0,1 \text{ (m/s)} \\
 \Delta \phi(0) &= \frac{\pi}{6} \text{ (rad)} & \Delta p(0) &= 0,1 \text{ (rad/s)} \\
 \Delta \theta(0) &= \frac{\pi}{6} \text{ (rad)} & \Delta q(0) &= 0,1 \text{ (rad/s)} \\
 \Delta \psi(0) &= \frac{\pi}{4} \text{ (rad)} & \Delta r(0) &= 0,1 \text{ (rad/s)}.
 \end{aligned} \tag{5.109}$$

Por otro lado, las matrices iniciales del controlador $U_i(0)$ son elegidas nulas ya que no se dispone de información de los parámetros del sistema para su cálculo, por ejemplo, a partir de las matrices particulares $U_i^*(0)$ (ver las Ec. (5.22)-(5.28)) como una primera aproximación de ellas.

En la Fig. (5.6) se representa la evolución de los modos de posición, mientras que en la Fig. (5.7) se ilustran los respectivos modos cinemáticos. En términos generales, la evolución del sistema controlado es de alta performance con errores de seguimiento relativamente muy bajos.

En ambas figuras se observan errores de seguimiento de dos tipos. Un tipo es el error producido en la fase inicial de adaptación "selftuning" de carácter prácticamente desvaneciente en el tiempo, mientras que el segundo tipo corresponde al período de adaptación a los cambios dinámicos del sistema (muestreo de objetos y "sloshing") de carácter decreciente hasta una cota mínima. La influencia del error de fuerzas $\Delta \mathbf{f}$ en los errores de seguimiento es permanente pero su incidencia es mínima en las cotas de error mencionadas.

Los transitorios de los errores en el período de "selftuning" son similares con una duración en su mayoría de aproximadamente $6(s)$, con excepción del cabeceo θ cuya duración es de aproximadamente $20(s)$. Estos pueden apreciarse al costado derecho de las Figs. (5.6) y (5.7).

Durante la fase de cambio de parámetros súbitos de masa que ocurren en $130(s)$ y $370,5(s)$, los desajustes de trayectorias se ven pequeños y de corta duración (ver Fig. (5.8)). Se debe resaltar acá que el cambio de masa es de solo $0,5(Kg)$ en comparación a los $80(Kg)$ del vehículo. Los modos más afectados son los cinemáticos u (velocidad de avance) y q (velocidad de cabeceo), cuyas evoluciones se muestran detalladamente en la Fig. (5.8). Se pueden apreciar los cambios súbitos de las velocidades en $130(s)$, aunque no tan notorio para el instante $370,5(s)$. en el modo de avance. También puede verse en el modo u un efecto de respuesta temporal inversa pequeña en el instante $130(s)$ producto de la presencia de dinámicas cero en el sistema controlado.

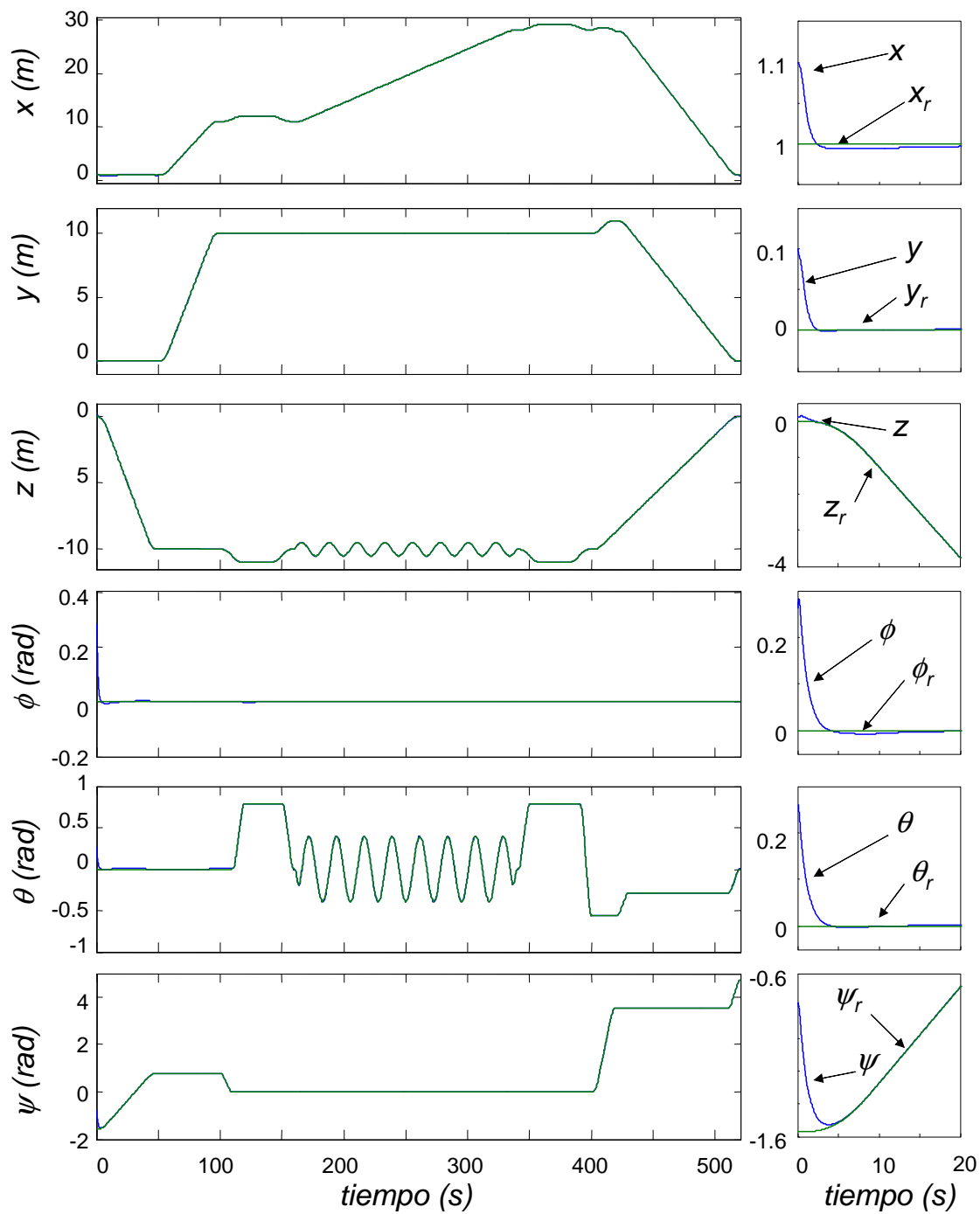


Figura 5.6: Seguimiento de trayectorias en los modos de posición (η vs. η_r). A la derecha se observa su comportamiento transitorio

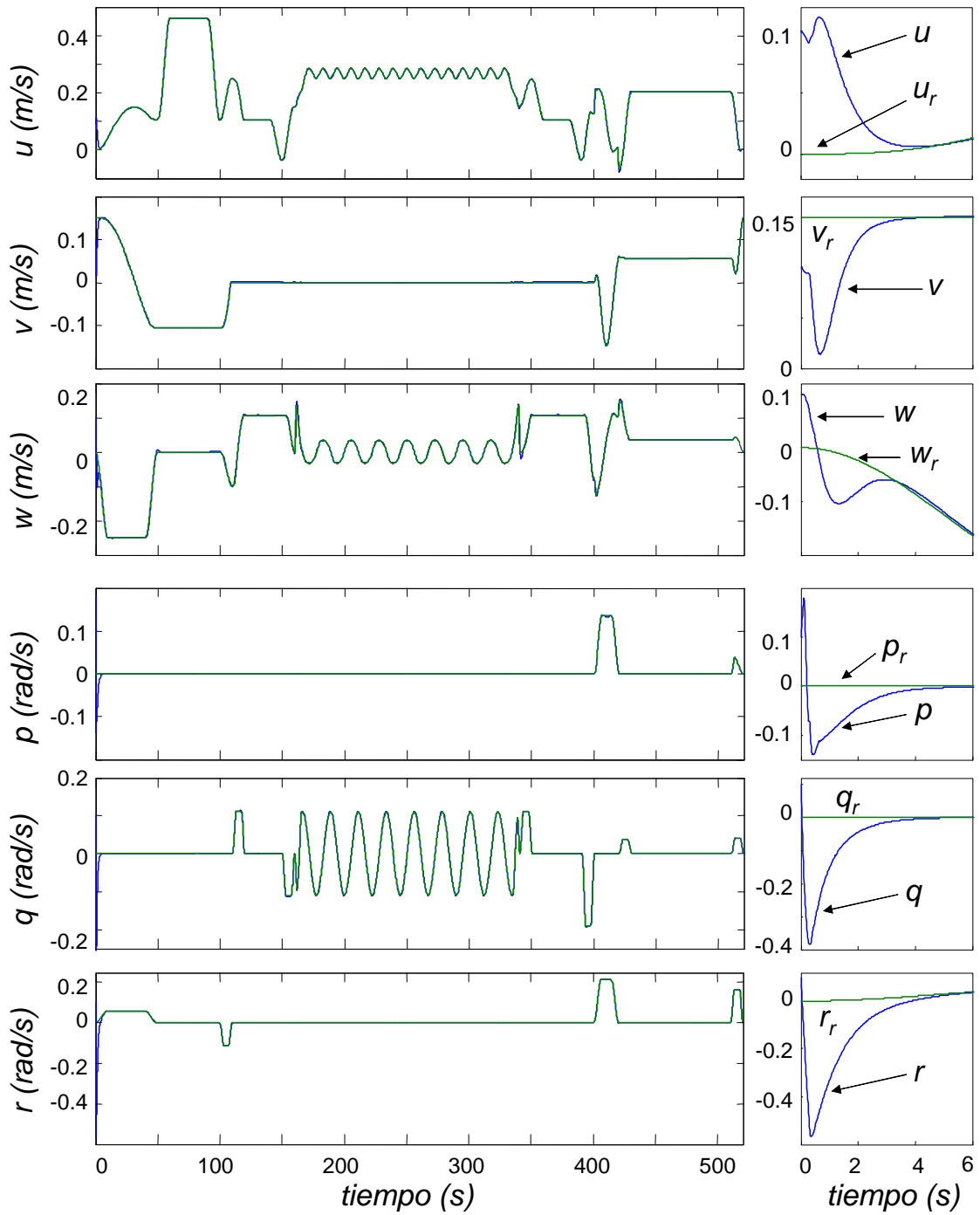


Figura 5.7: Seguimiento de trayectorias en los modos cinemáticos (\mathbf{v} vs. \mathbf{v}_r). A la derecha se observa su comportamiento transitorio

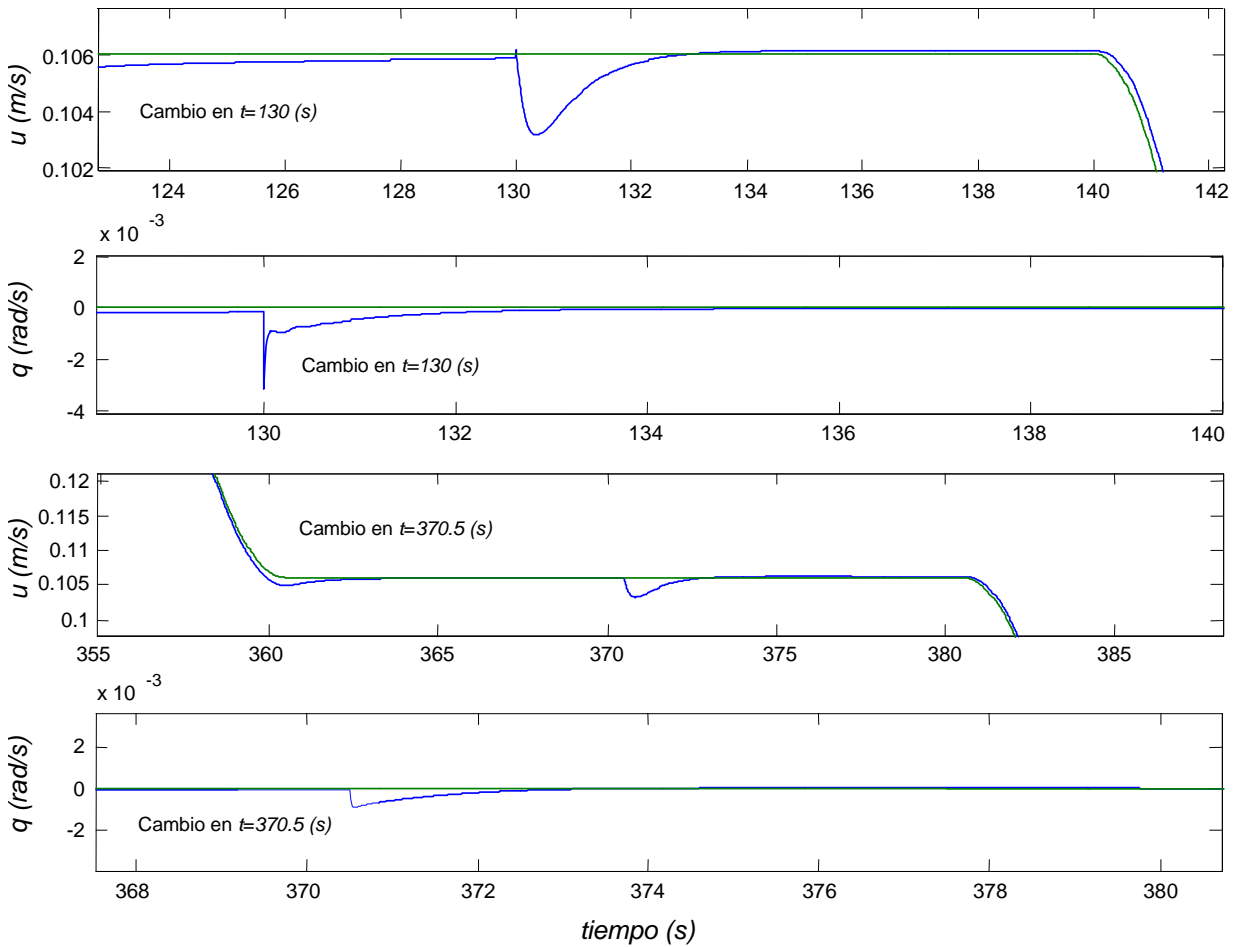


Figura 5.8: Efecto de cambios de inercia súbitos durante el muestreo

Durante la fase de cambios continuos de parámetros ("sloshing") que ocurren a partir de $160(s)$ hasta $340(s)$ también aparecen apartamientos de las trayectorias respecto a sus referencias. Similarmente los modos más afectados son los cinemáticos, particularmente w (velocidad vertical) debido al desplazamiento de la masa intermitentemente. El modo q (velocidad de cabeceo) no es perturbado significativamente dado que el desplazamiento supuesto es de magnitud pequeña. Acá el control adaptivo amortigua los errores rápidamente, aún cuando la perturbación periódica sigue actuando más tiempo, hasta $340(s)$ (Ver Fig. (5.9)).

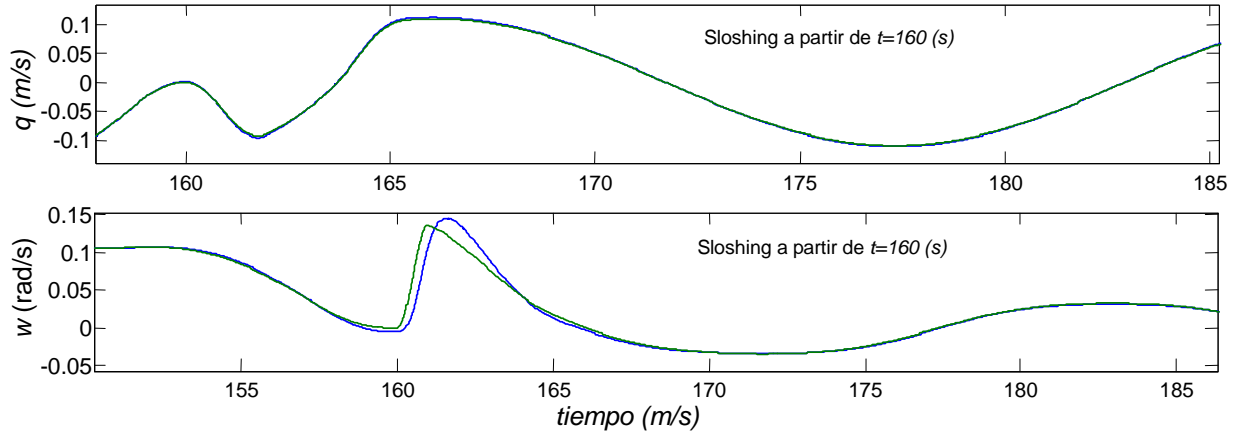


Figura 5.9: Efecto del desplazamiento de carga ("sloshing") en el comportamiento del vehículo

La sensibilidad del comportamiento del vehículo controlado adaptativamente ante la variación de los parámetros del sistema se percibe mucho mejor a través de la evolución en el tiempo de los propulsores. Por ejemplo, en la Fig. (5.10) se reproduce el comportamiento de los ocho propulsores; arriba los cuatro verticales (2 y 3 en la popa, 1 y 4 en la proa) seguido abajo de los cuatro horizontales (6 y 7 en la popa, 5 y 8 en la proa). En la misma figura se grafican comparativamente todos los elementos de \mathbf{f}_{ideal} y de \mathbf{f} (compárese también con la Fig. (5.4)). Allí se observa que casi todo el tiempo estos vectores son coincidentes y no se produce saturación durante toda la misión.

Análogamente, en la Fig. (5.11) se reproducen las componentes de velocidad verdadera \mathbf{n}_t junto a las componentes del vector de velocidad ideal filtrado $G_3\mathbf{n}_{ideal}$. Al igual que en el caso de las fuerzas se puede apreciar una concordancia muy alta en la evolución de todas las variables en casi todo el período de la misión. Sin embargo, el desvanecimiento del transitorio de n_t tendiendo a g_3n_{ideal} en la fase inicial toma un intervalo de tiempo mucho más corto, menor a 1(s), en todas las componentes.

Fuera del transitorio inicial, existen otros períodos de no coincidencia entre f y f_{ideal} que igualmente son insignificantes en magnitud y además cortos (de 5(s) a 20(s)). Estos períodos se vinculan a la histéresis de la característica estática de los propulsores (veáse Fig. (2.2)). Como se explicó en la Sección 5.3.3, cuando se produce un descenso del número rpm n_{ideal} en un propulsor por debajo del valor n^* (veáse (5.49)), las velocidades y eventualmente también las fuerzas f sufren una discontinuidad tanto más significativa cuanto mayor es la velocidad de avance axial v_a de ese propulsor. En toda la misión estos

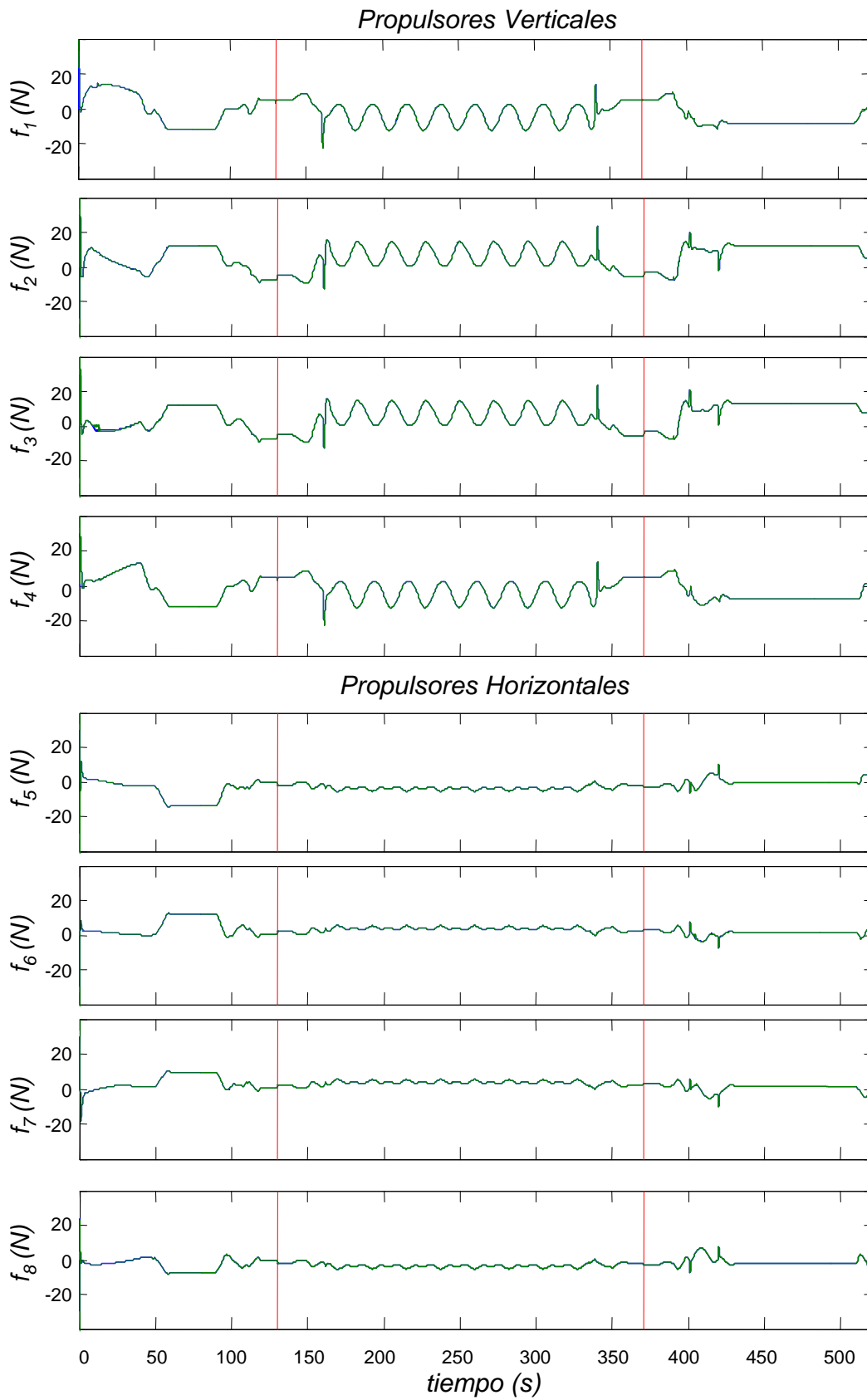


Figura 5.10: Evolución de los empujes de los propulsores (\mathbf{f} vs. \mathbf{f}_{ideal})

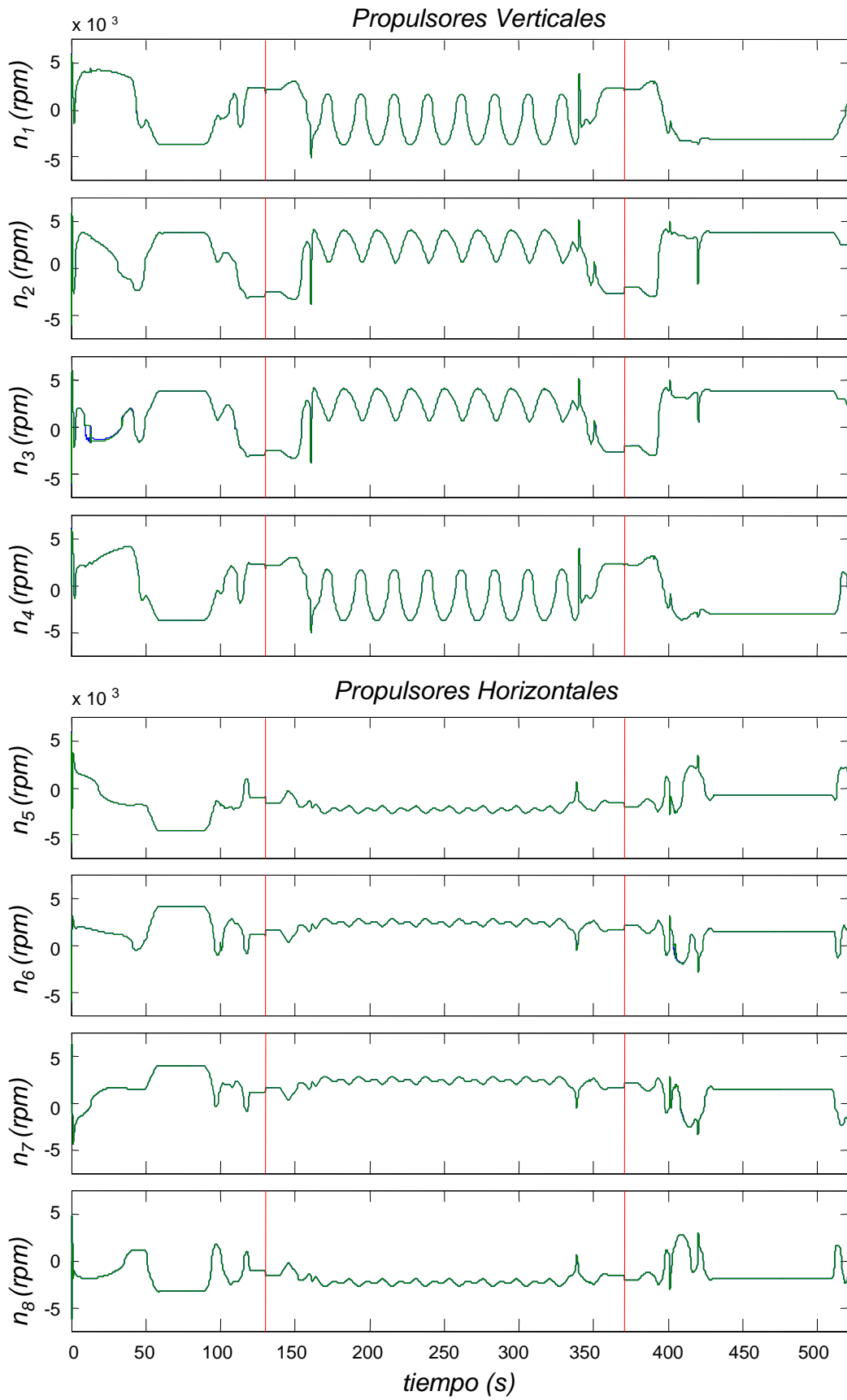


Figura 5.11: Evolución de las velocidades de los motores de los propulsores (\mathbf{n}_t vs. $G_3\mathbf{n}_{ideal}$)

fenómenos ocurrieron esporádicamente al menos los de mayor significancia, por ejemplo alrededor de los instantes 10(s), 35(s) y 404(s) (ver Fig. (5.12)). En estas discordancias se ve un apartamiento del número real rpm n_t respecto al estimado $g_3 n_{ideal}$ y de f respecto a f_{ideal} de manera oscilante con alta frecuencia. Las discordancias señaladas representan menos de un 4% de error Δf y menos de 30% de error $(n_t - g_3 n_{ideal})$, no reflejándose en errores apreciables de $\tilde{\eta}$ y \tilde{v} . Estos fenómenos no ocurrieron en las tomas de muestras dado que las velocidades v_a en los propulsores eran casi nulas en la operación como para producir una discontinuidad apreciable.

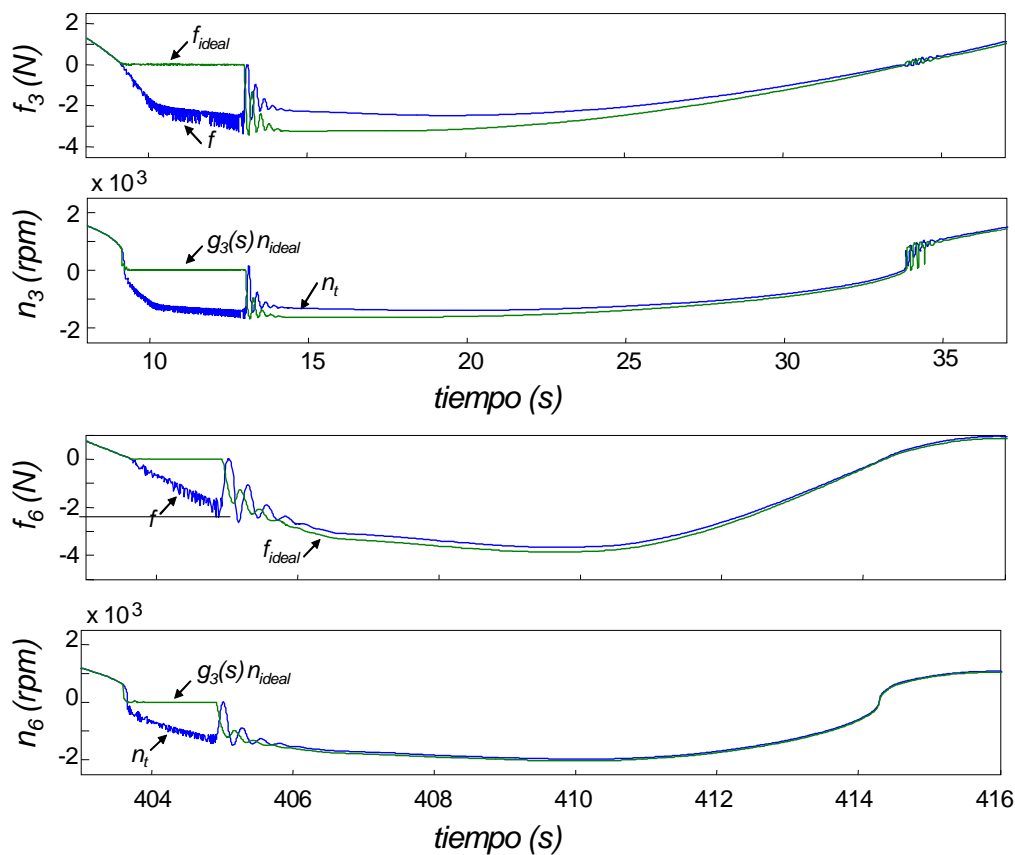


Figura 5.12: Fenómenos de histéresis en la evolución de las fuerzas y velocidades rpm debido a la característica estática y dinámica de los propulsores

5.7. Conclusiones

En este capítulo se presentó el diseño y análisis de un sistema de control adaptivo para la navegación autónoma de vehículos subacuáticos con seguimiento de trayectorias

geométricas y cinemáticas en 6 grados de libertad de movimiento.

El diseño está orientado a dinámicas inciertas y variantes en el tiempo según lo descrito en el Cap. 2 para misiones de muestreo y rastreo sobre el fondo oceánico. Adicionalmente, se persiguió el objetivo de alcanzar una alta performance del sistema de control en la navegación a altas velocidades de movimiento. Dicho objetivo se puede lograr si se considera la dinámica completa del sistema, la cual incluye también la dinámica rápida de los propulsores junto a su característica estática y la dinámica del vehículo. Usualmente la dinámica de los actuadores es asumida como parásita y despreciada frente a la dinámica dominante del vehículo. Este aspecto ofrece ventajas en la simplificación de diseño sólo si los movimientos del vehículo son parsimoniosos (por ejemplo, vehículos con una elevada inercia), restricción que no es asumida en esta Tesis.

El problema de seguimiento rápido de trayectorias fue abordado con un control adaptivo de tipo de gradiente de velocidad (SG) con leyes adaptivas modificadas con proyección dinámica suavizada acorde al estado del arte. La aplicación y adaptación de esta clase de controles a vehículos subacuáticos genéricos de tipo ROV o AUV es una parte original de esta Tesis. La clave distintiva del método en comparación a otras técnicas es la exigencia de convexidad de la derivada temporal de un funcional de costo en el espacio de parámetros del controlador. Dicha exigencia es cumplida por la estructura del sistema de control aplicada a la dinámica de vehículos presentada.

La inclusión de la dinámica rápida proveniente de los actuadores planteó el problema de trasladar la acción de control \mathbf{f} , comúnmente aplicada en el centro de coordenadas O' del móvil, a la entrada de los propulsores \mathbf{n}_r . El problema se resolvió usando dinámica inversa desde la salida de los mismos hacia sus entradas setpoint \mathbf{n}_r . Desde el supuesto que ni los estados, ni las entradas ni las salidas son medibles, se propuso y desarrolló un observador de estados de los propulsores y disturbios de sus entradas \mathbf{n}_r basado en que la acción de control es una función "ideal" \mathbf{f}_{ideal} a seguir y adicionalmente bajo el conocimiento del modelo de cada propulsor. El resultado es la modificación de la estructura del control adaptivo convencional a una según la Fig. (5.4). Este nuevo sistema de control adaptivo se presenta en la Tesis como la innovación más importante de este capítulo.

Para el análisis de estabilidad y convergencia del nuevo sistema adaptivo se hizo uso de la interpretación de perturbación "endógena" en el lazo adaptivo del error de fuerza

$\mathbf{f} - \mathbf{f}_{ideal}$, en analogía a la perturbación "exógena" del cable $\boldsymbol{\tau}_c$ que se describe en el Cap. 7 siguiendo una uniformidad en los formalismos y herramientas de análisis aplicadas.

Aquí se demuestra que en caso de considerar un sistema real con sólo característica estática (ver Fig. (5.2)), los errores de trayectoria geométricos y cinemáticos tienden asintóticamente a cero cuando las variaciones paramétricas son de tipo $\mathcal{L}_1 \cap \mathcal{L}_\infty$ o $\mathcal{L}_2 \cap \mathcal{L}_\infty$, es decir se desvanecen asintóticamente en el tiempo sin importar si son lentas o rápidas, o se combinan con cambios súbitos y espaciados de parámetros o con cambios paramétricos que ocurren durante intervalos finitos de tiempo (ver Teoremas 5.1, 5.2 y Corolario 5.1).

Por el contrario, cuando la dinámica real del sistema es tal que incluye las dinámicas rápidas de los actuadores, se prueba que la convergencia de errores de trayectoria queda asegurada dentro de un conjunto residual cuya dimensión es proporcional al error de fuerza $\mathbf{f} - \mathbf{f}_{ideal}$. Esto último queda demostrado usando conceptos conocidos de estabilidad total (ver Teorema 5.4). En forma práctica, la magnitud de la perturbación depende de la elección apropiada de una matriz de filtros pasabajos denominada G_3 para implementar la estimación de la entrada de los propulsores. Como se describe en el punto 5.5.2, la selección de estos filtros es relativamente sencilla y no requiere de ningún conocimiento a-priori de la dinámica. Se destaca aquí, que estos resultados de convergencia son sorprendentemente similares a los obtenidos por (Marino y Tomei, 1999; 2003), por la vía de un control adaptivo robusto pero restringiendo su aplicación a una clase de sistemas no lineales SISO observables de fase mínima y bajo el conocimiento de su grado relativo. Por el contrario, los resultados obtenidos en la Tesis están basados en argumentos y conceptos de pasividad que subyace en el método de gradiente de velocidad y la convexidad de parámetros asegurada de antemano y no imponen restricciones teóricas de dinámica cero.

En estos teoremas quedó probada también la acotabilidad de todas las variables del lazo de control adaptivo. Cuando se consideran sistemas dinámicos sin variación de parámetros, las leyes de control adaptivo no necesitan de una proyección dinámica para la convergencia asintótica de parámetros a cero o bien a un conjunto residual según sea la descripción real de los actuadores realizada, es decir con característica estática o bien completa respectivamente. Esta proyección sí es necesaria cuando existe una dinámica variante en el tiempo. Adicionalmente, cuando la variación paramétrica es nula, no se modifican las propiedades del control adaptivo propuesto debido a la suavidad impuesta

de la proyección dinámica elegida.

Dado que la dinámica real del sistema a controlar fue supuesta incierta y variante en el tiempo, se esperaba que el sistema de control diseñado respondiera efectivamente tanto en una fase inicial como un control en modo "selftuning" como así también como un control adaptivo propiamente dicho durante la variación temporal de parámetros. En este último caso, cuando las variaciones paramétricas son desvanecientes, se probó teóricamente que la energía del error de seguimiento puede disminuirse significativamente aumentando sobre todo la magnitud de las ganancias de velocidad K_v y la de las leyes adaptivas Γ_i (ver Teorema 5.3, Corolario 5.2 y y Corolario 5.3), es decir, que antes de que el efecto de la dinámica variante en el tiempo desaparezca completamente, el controlador adaptivo produce una disminución efectiva de los errores de seguimiento, tanto más rápido como mayor sean los autovalores de las matrices de diseño mencionadas. En otras palabras, la performance transitoria puede sintonizarse adecuadamente.

Para un diseño apropiado del controlador extendido a la dinámica completa del vehículo, se analizaron elecciones convenientes de todos los parámetros libres del sistema de control, del lazo adaptivo y del observador de estados/disturbios. Se fijaron pautas para su selección adecuada para lograr una buena performance transitoria.

Finalmente, las propiedades del control adaptivo mencionado fueron ilustradas mediante simulación numérica para una misión típica de muestreo desde el punto de lanzamiento navegando a altitud constante del fondo oceánico y retornando al punto inicial. Se emularon variaciones súbitas de masa y desplazamiento de carga intermitente ("sloshing") según una irregularidad del suelo supuesta ondulatoria. Se eligieron matrices relativamente bajas a los efectos de evitar saturaciones indeseadas de los actuadores. En términos generales pudo corroborarse la alta performance alcanzada en la fase selftuning y adaptiva, respectivamente.

En comparación con otros enfoques de control adaptivo aplicados a la navegación de vehículos, tanto con aportes teóricos como experimentales, por ejemplo en (Yoerger *et al.*, 1986; Fossen y Sagatun, 1991; Cunha *et al.*, 1995; Smallwood y Whitcomb, 2004), entre otros, las innovaciones teóricas descritas aquí sobre el método de gradiente de velocidad extendido según la Fig. (5.2), se orientaron fundamentalmente a lograr alta performance de control en base a información estructural del modelo más detallada que lo usual. Estos

aportes no han sido confirmados por resultados experimentales en esta Tesis.

La elección adecuada de matrices de diseño enfocada a la performance transitoria no garantiza el trabajo de los actuadores dentro de la zona de saturación. Por tal motivo este punto será abordado en el siguiente capítulo y se desarrollará una solución de navegación en tiempos mínimos sin saturación que se encuadrará como una extensión adicional del diseño presentado aquí. Adicionalmente, en analogía a la perturbación endógena introducida por la dinámica rápida del actuador, en el Capítulo 7 se analizará el caso del tironeo de cable como una perturbación exógena en la navegación, a manera de extensión de los resultados presentados en el Capítulo 3.

Capítulo 6

Generación de trayectorias de referencia de tiempo mínimo

6.1. Introducción

La planificación de trayectorias y su diagramación en el tiempo son dos tareas particularmente importantes para la guía de vehículos en diferentes escenarios subacuáticos. Por ejemplo, en la navegación sobre topografías irregulares con restricciones en el espacio de trabajo, en la coordinación del tráfico de múltiples vehículos y, en general, cuando se requiere optimalidad para realizar tareas que incluyen restricciones en el tiempo y en energía. En un sentido amplio, un sistema de control realizará una estrategia óptima de seguimiento de trayectorias balanceando el menor tiempo de recorrido con el menor consumo de energía para inspecciones o tareas a gran escala.

El problema del planeamiento de trayectorias ha sido examinado por muchos autores en años recientes, considerándose sólo en algunos trabajos criterios de optimización. Por ejemplo, en (Spangelo y Egeland, 1994) se formuló el problema de generación de trayectorias como un problema de control óptimo infinito dimensional en 6 grados de libertad, para el cual fueron encontradas soluciones numéricas aproximadas empleando funciones finito-dimensionales a tramos constantes y lineales. En (Antonelli *et al.*, 1999) se presenta un sistema de navegación para el planeamiento de trayectorias y sorteo de obstáculos en presencia de corrientes oceánicas. En (Chyba *et al.*, 2001) se usó el principio de máxima de Pontriagyn para hacer hincapié en la estructura de extremos singulares y su posible

optimalidad para vehículos subacuáticos de navegación planar con actuación completa y perturbación de flujo. Sin embargo, debido a problemas técnicos y computacionales todavía resulta imposible en la mayoría de los casos encontrar las trayectorias óptimas para un criterio dado y hallar un único extremo óptimo (Chyba, 2003). En (Kumar *et al.*, 2005) se presenta una solución analítica apropiada para el principio de máxima de Pontriagyn en el caso de velocidades de avance moderadas de AUVs tanto en trayectorias 2D como 3D. En (Inanc *et al.*, 2005) se calculan trayectorias cercanas a la óptima para vehículos de tipo deslizadores basadas en información aproximada de corriente y las denominadas estructuras coherentes lagrangianas.

En muchos casos, las trayectorias geométricas pueden establecerse antes de realizar la misión requerida. Por ejemplo, en el seguimiento de trayectorias junto a ductos subacuáticos en el fondo marino o en trayectorias x - y regulares en una región sobre el fondo del mar con variación de z según la altitud del fondo. En tales casos se busca sólo la optimalidad en la cinemática del vehículo y/o en el ahorro de energía a lo largo de la trayectoria geométrica.

Para resolver este problema de seguimiento óptimo de trayectorias, y teniendo en cuenta resultados previos, se parte de la hipótesis de que la combinación del control adaptivo con características de optimización en el planeamiento cinemático de trayectorias puede dar lugar a una mejora de la performance global de la respuesta del vehículo, sobre todo cuando es necesaria una alta maniobrabilidad para realizar operaciones en el menor tiempo posible y la energía total disponible no está limitada en la aplicación.

Para este fin, en el presente capítulo se desarrollará un algoritmo de posicionamiento en tiempo mínimo en 6 grados de libertad, para cualquier trayectoria geométrica de referencia dada *a priori*. En particular, para el caso de vehículos completamente actuados y aplicaciones en trayectorias complejas en 3D, se busca que este objetivo se cumpla a partir de la maximización de la energía de los propulsores, sin que estos entren en la región de saturación, conservando con ello todas las propiedades del control adaptivo desarrollado. Este objetivo resulta apto para vehículos que son energizados mediante cable desde una unidad como en el caso de ROVs.

6.2. Referencias de tiempo óptimo

Comúnmente, en la teleoperación de vehículos subacuáticos, la trayectoria de referencia $\boldsymbol{\eta}_r(t)$ puede ser algo irrelevante para el operador porque él define en tiempo real la ruta y la velocidad de avance del vehículo por medio de un joystick, ayudado por las imágenes de cámara o del sonar de barrido lateral. Por el contrario, en un modo de navegación autónomo en tareas sistemáticas, las coordenadas de la trayectoria $\boldsymbol{\eta}_r$ son definidas de antemano para alguna misión específica, tal que ambas informaciones, de posición y de cinemática, estén contenidas en el vector, función del tiempo, $\boldsymbol{\eta}_r(t)$.

Generalmente, el problema de definir automáticamente el tiempo de operación sobre la trayectoria $\boldsymbol{\eta}_r$ no es trivial porque debe tenerse en cuenta para este fin cierto conocimiento sobre la dinámica controlada en trayectorias de 6 grados de libertad. Para ilustrar este problema, considérese alguna asignación de tiempo en $\boldsymbol{\eta}_r$ tal que la variación de velocidad deseada pueda ocurrir más rápido que el crecimiento de la velocidad real del vehículo, entonces el error $\tilde{\mathbf{v}}$ podría crecer probablemente sin restricción, causando la saturación de los actuadores y consecuentemente la pérdida de controlabilidad del vehículo. Si, por el otro lado, $\boldsymbol{\eta}_r(t)$ es sintonizado para variar muy lentamente, la dinámica controlada del vehículo puede resultar muy perezosa.

El conocimiento *a-priori* de la dinámica del vehículo para realizar la asignación del tiempo resulta contradictoria en el contexto de un control adaptivo, pues no se dispone de una experiencia previa sobre la velocidad de respuesta del vehículo para trayectorias en 6 grados de libertad antes de que la adaptación haya concluido completamente en todos los modos de movimientos. Por tal motivo, el interés recae más en un método automático para la asignación de los tiempos en una trayectoria geométrica $\boldsymbol{\eta}_r$, y con un desconocimiento completo de la dinámica del vehículo.

Por ello, el enfoque en este objetivo está orientado a la búsqueda adaptiva de una velocidad óptima a lo largo de una trayectoria geométrica predeterminada $\boldsymbol{\eta}_r$, acorde al límite de potencia del conjunto de propulsores. Con esto se apunta al aprovechamiento de toda la capacidad de propulsión del vehículo. Pero por otra parte, también es deseable que el límite energético consumido pueda ser variado convenientemente, incorporándose para este fin algún parámetro específico de diseño dentro del algoritmo.

6.3. Heurística para una estrategia óptima

La idea detrás del objetivo propuesto descansa en cierta heurística concerniente con el tiempo real t y un tiempo virtual referido como τ , el cual es definido como una variable monótonicamente creciente como t , aunque con una tasa de crecimiento variable. El tiempo virtual jugará el rol de argumento de cualquier trayectoria de 6 grados de libertad, tal que el punto de coordenadas $\boldsymbol{\eta}_r(\tau(t))$ pueda moverse sobre la trayectoria geométrica $\boldsymbol{\eta}_r$ más rápido o más lento con respecto a la verdadera posición $\boldsymbol{\eta}(t)$ del vehículo. Con esto se apunta a que la métrica de error $\tilde{\boldsymbol{\eta}}(t)$ como así también un error entre la energía consumida por los propulsores y su valor máximo posible en el límite de la saturación, sean minimizados juntos en el tiempo.

Se espera entonces, que el vehículo pueda empezar moviéndose en la trayectoria de referencia y alcanzar asintóticamente su máxima velocidad sobre la misma con un error de seguimiento nulo tanto en posición como en cinemática. Además, estas propiedades tienen que ser obtenidas sin conocimiento de la dinámica e hidrodinámica del sistema, con la sola ayuda del control adaptivo.

6.4. Algoritmo

La velocidad para el punto de coordenadas $\boldsymbol{\eta}_r(\tau(t))$ es regulada automáticamente por un algoritmo adaptivo el cual determina soluciones de una ecuación diferencial ordinaria *ad-hoc* conteniendo información de los errores $\tilde{\boldsymbol{\eta}}(t)$ dados en la Ec. (5.4) y el error de energía denominado \tilde{g} y definido por (Jordán and Bustamante, 2007c):

$$\tilde{g}(\mathbf{f}) = g(\mathbf{f}) - 0,5 = \frac{\text{máx} \left\{ \frac{f_i^+}{\kappa f_{\text{sup}}}, \frac{f_j^-}{\kappa f_{\text{inf}}} \right\}}{1 + \text{máx} \left\{ \frac{f_i^+}{\kappa f_{\text{sup}}}, \frac{f_j^-}{\kappa f_{\text{inf}}} \right\}} - 0,5, \quad (6.1)$$

con $i, j = 1, \dots, n_\tau$, $i \neq j$, donde g es una función escalar en el dominio vectorial \mathbf{f} indicado como un cociente en la Ec. (6.1). Esta depende de los parámetros f_{sup} y f_{inf} correspondientes a los valores de saturación de fuerza superior e inferior de cada propulsor, respectivamente, de la fuerza de propulsión positiva y negativa f_i^+ y f_j^- y, finalmente, del parámetro de diseño *ad-hoc* $\kappa \in (0, 1]$ que selecciona un límite de fuerza de propulsión deseado. Por ejemplo, el nivel de saturación corresponde a $\kappa = 1$. Se destaca que f_i^+ y

f_j^- son valores de las propulsiones f_i calculadas a partir de las Ec. (5.9) y (2.60).

El significado de g se explica a continuación. La función g detecta cuando un propulsor f_i del sistema de propulsión alcanza algunos de los puntos de saturación (correspondiente a límites κf_{sup} o de κf_{inf}) y cuantifica esta situación como el punto medio igual a 0,5, el cual es el valor óptimo de g pues conduce al mínimo tiempo de recorrido.

Debido a la normalización, el rango de g se encuentra en el intervalo $[0, 1]$, con el valor 0 para el caso en que todos los propulsores sean nulos, y el valor 1 para el caso de que algunos de los propulsores (al menos uno) cumplen con $f_i = f_i^+ = \infty$ o $f_i = f_i^- = -\infty$. Luego, el rango del error \tilde{g} abarca el intervalo $[-0,5, 0,5]$ y \tilde{g} toma el valor cero cuando al menos uno de los propulsores se encuentra en saturación. Otra de las características de \tilde{g} es que es uniformemente continuo en el tiempo aún cuando los propulsores que tocan el límite de saturación cambian de lugar con el tiempo.

El primer paso antes de inicializar el algoritmo, es la construcción de una trayectoria geométrica $\boldsymbol{\eta}_r$ de acuerdo a la misión, continua en el espacio en los 6 grados de libertad con eventuales puntos de quiebre de curvatura. En otras palabras, la trayectoria espacial puede ser concebida como una concatenación de tramos en donde la asignación de la variable independiente τ a $\boldsymbol{\eta}_r$ es establecida preservando también la continuidad de la trayectoria en τ . Con este fin, para cada modo de movimiento involucrado en un tramo determinado, es decir, algún modo del conjunto $\{u_r, v_r, w_r, p_r, q_r, r_r\}$, se asigna el valor uno, de lo contrario, si el modo permanece inactivo, se asigna el valor cero. Así $\frac{d\boldsymbol{\eta}_r}{d\tau}$ resulta un vector escalón. A fin de preservar la continuidad también de las altas derivadas de la trayectoria, todos los tramos involucrados en la misma deben ser conectados suavemente. Para ello, los flancos presentes en los elementos de la función $\frac{d\boldsymbol{\eta}_r}{d\tau}$ tienen que ser suavizados. Para este propósito se emplea un arco cosenoidal definido en $[-\pi, 0]$, el cual sirve apropiadamente de nexo en el flanco de 0 a 1, y, similarmente, un arco cosenoidal definido en $[0, \pi]$ para el flanco de 1 a 0. La duración de los nexos es determinado arbitrariamente, sin embargo, es razonable elegir este empalme en el tiempo como una pequeña fracción de la duración del tramo considerado.

Ahora, para la generación del tiempo virtual deseado se establece la siguiente ecuación diferencial restringida:

$$\dot{\nu} = \tilde{\boldsymbol{\eta}}^T \Gamma_{R_1} \frac{d\boldsymbol{\eta}_r}{d\tau} - \Gamma_{R_2} \tilde{g}(\mathbf{f}), \text{ con } \nu_0 = \nu(0) > 0, \quad (6.2)$$

con ν_0 siendo la condición inicial para la ecuación diferencial.

Así el algoritmo es construido en base a la ODE de la Ec. (6.2) con restricciones de acuerdo a:

$$\text{Inicialización: } \nu(t) = \int_0^t \left(\tilde{\boldsymbol{\eta}}^T \Gamma_{R_1} \frac{d\boldsymbol{\eta}_r}{d\tau} - \Gamma_{R_2} \tilde{g}(\mathbf{f}) \right) dt_1 + \nu(0), \quad (6.3)$$

con las soluciones:

$$\begin{cases} \nu(t) = 0 \text{ si } \int_{t_0}^t \left(\tilde{\boldsymbol{\eta}}^T \Gamma_{R_1} \frac{d\boldsymbol{\eta}_r}{d\tau} - \Gamma_{R_2} \tilde{g}(\mathbf{f}) \right) dt_1 + \nu(t_0) < 0 \\ \quad \text{con } \nu(t_0) = 0 \text{ si } t_0 > 0 \\ \nu(t) = \int_{t_0}^t \left(\tilde{\boldsymbol{\eta}}^T \Gamma_{R_1} \frac{d\boldsymbol{\eta}_r}{d\tau} - \Gamma_{R_2} \tilde{g}(\mathbf{f}) \right) dt_1 \text{ si } \dot{\nu}(t_0) > 0, \end{cases} \quad (6.4)$$

donde las matrices $\Gamma_{R_1} = \Gamma_{R_1}^T \geq 0$, $\Gamma_{R_2} \geq 0$ y ν es una variable auxiliar para definir el tiempo virtual como:

$$\tau = \int_0^t \nu(t_1) dt_1. \quad (6.5)$$

Además, se impone:

$$d^n \nu(t) / dt^n = 0 \text{ si } \nu(t) = 0 \text{ para } n \geq 1. \quad (6.6)$$

Entonces, τ sólo puede ser continuamente creciente en tiempo porque se evitan soluciones negativas en la Ec. (6.4). Usualmente, se elige $\nu(0) = 1$ para la inicialización.

La idea en las Ec. (6.2)-(6.4) es la siguiente. La ley para construir ν involucra dos términos escalares en el miembro de la derecha de la ecuación diferencial. El primer término en la Ec. (6.2) incluye el factor $\frac{d\boldsymbol{\eta}_r}{d\tau}$ el cual tiene la misma directriz que $\dot{\boldsymbol{\eta}}_r = \frac{d\boldsymbol{\eta}_r}{d\tau} \dot{\tau} = \frac{d\boldsymbol{\eta}_r}{d\tau} \nu$, donde $\nu(t) > 0$. De esta forma, cuando $\tilde{\boldsymbol{\eta}}^T \Gamma_{R_1} \frac{d\boldsymbol{\eta}_r}{d\tau} > 0$, esto globalmente significa que: a) la referencia $\boldsymbol{\eta}_r$ es más lenta en comparación con $\boldsymbol{\eta}(t)$ y entonces el primer término en la Ec. (6.2) contribuye a incrementar el ritmo del tiempo virtual tal que la referencia aumente su velocidad y alcance a la trayectoria $\boldsymbol{\eta}(t)$ o b) la referencia $\boldsymbol{\eta}_r$ desacelera cuando $\boldsymbol{\eta}(t)$ se halla detrás de ésta, y entonces el primer término en la Ec. (6.2) contribuye a acentuar la desaceleración de $\boldsymbol{\eta}_r$ y favorece su encuentro con $\boldsymbol{\eta}(t)$. Por el otro lado, si $\tilde{\boldsymbol{\eta}}^T \Gamma_{R_1} \frac{d\boldsymbol{\eta}_r}{d\tau} < 0$, esto indica globalmente que: a) la referencia $\boldsymbol{\eta}_r$ se encuentra adelante de la trayectoria $\boldsymbol{\eta}$ y entonces el primer término en la Ec. (6.2) contribuye a desacelerar el ritmo de τ a fin de que $\boldsymbol{\eta}_r$ espere por $\boldsymbol{\eta}$, o b) la referencia $\boldsymbol{\eta}_r$ está muy alejada de $\boldsymbol{\eta}$, la cual se encuentra adelantada, entonces el primer término en la Ec. (6.2)

contribuye a disminuir la velocidad de $\boldsymbol{\eta}_r$ para estrechar la brecha entre ellas.

Similarmente, el segundo término en la Ec. (6.2) trabaja de la siguiente manera: cuando $\tilde{g} > 0$, esto significa que al menos un propulsor opera en saturación, es decir, la propulsión hacia adelante f_i^+ o la propulsión hacia atrás f_i^- se encuentra fuera de la banda de trabajo. Entonces, el segundo término de la Ec. (6.2) resulta negativo y el ritmo de τ se decrece para evitar la saturación. Por este motivo, $\boldsymbol{\eta}_r(\tau)$ se desacelera y esto demanda menos energía de los propulsores, mientras simultáneamente permite que la acción de control pueda regular $\tilde{\boldsymbol{\eta}}$ a cero.

Por el otro lado, cuando $\tilde{g} < 0$, esto indica que todos los propulsores están en la zona de trabajo, es decir, $f_i^+, f_i^- \in [f_{\text{inf}}, f_{\text{sup}}]$ (aquí, fue asumido sin pérdida de generalidad $\kappa = 1$). Entonces el segundo término de la Ec. (6.2) se vuelve positivo y τ se incrementa a fin de acelerar la referencia empleando la máxima energía disponible en el conjunto de propulsores. Para ambas posibilidades de \tilde{g} , el algoritmo trata de regular \tilde{g} a 0.

Claramente, el parámetro de diseño κ puede ser reducido para comprimir la banda de trabajo de los propulsores a $[\kappa f_{\text{inf}}, \kappa f_{\text{sup}}]$. Esto puede ser un objetivo deseado, por ejemplo, temporariamente en curvas pronunciadas a fin de que las fuerzas centrípetas permanezcan relativamente pequeñas, o en el caso en que durante la operación sea deseado un menor consumo de energía.

6.5. Análisis de puntos de equilibrio

Generalmente, las dos expresiones en la Ec. (6.4) se alternan entre sí para llevar la tasa de cambio de $\nu(t)$ hasta que un punto de equilibrio sea alcanzado en estado estacionario. Se puede observar que los puntos de equilibrio de la Ec. (6.4) se dividen en dos categorías:

$$a) \nu(\infty) = \nu^* = \text{constante} > 0 \quad (6.7)$$

$$b) \nu(\infty) = \nu^* = 0. \quad (6.8)$$

Como el control adaptivo resuelve el problema de seguimiento en estado estacionario forzando que $\tilde{\boldsymbol{\eta}} \rightarrow 0$ con $\boldsymbol{\eta}_r(\tau(t))$ siendo uniformemente continuo (Jordán y Bustamante, 2006a), entonces, en el caso a), se cumple para $t \rightarrow \infty$ que $\left(\tilde{\boldsymbol{\eta}}^T \Gamma_{R_1} \frac{d\boldsymbol{\eta}_r}{d\tau} \right) \rightarrow 0$ y consecuentemente $\tilde{g}(\mathbf{f}) \rightarrow 0$. También siendo $\dot{\nu}(t)$ nulo en estado estacionario, el tiempo virtual

τ tiende a incrementarse uniformemente en el tiempo de forma proporcional a t . Por el otro lado, en el caso b), la primer condición algebraica en la Ec. (6.4) es satisfecha permanentemente.

Entonces que τ tienda a un valor constante referido como τ^* , significa que la referencia se detiene en una coordenada fija. Esto ocurre típicamente cuando la condición $\tilde{\boldsymbol{\eta}}^T \Gamma_{R_1} \frac{d\boldsymbol{\eta}_r}{d\tau} \leq \Gamma_{R_2} \tilde{g}(\mathbf{f})$ se cumple, es decir, cuando $\tilde{g}(\mathbf{f}) > 0$ (esto es, al menos uno de los propulsores satura) y/o $\left(\tilde{\boldsymbol{\eta}}^T \Gamma_{R_1} \frac{d\boldsymbol{\eta}_r}{d\tau}\right) < 0$. La existencia del equilibrio $\nu^* = 0$ causa que el vehículo se detenga en un punto no programado $\boldsymbol{\eta}_r(\tau^*)$. En ese momento, el control adaptivo causa que $\tilde{\boldsymbol{\eta}}$ tienda a cero y \tilde{g} tienda a un valor constante asintóticamente.

Desde un punto de vista práctico, una solución estacionaria como $\nu^* = 0$ no es deseada y es patológica. Afortunadamente, este caso puede ocurrir solamente en raras ocasiones. Por lo general, cuando la referencia $\boldsymbol{\eta}_r(\tau)$ se desacelera por una disminución de la velocidad ν , esto puede causar que la trayectoria $\boldsymbol{\eta}(t)$ alcance a $\boldsymbol{\eta}_r(\tau)$ más rápidamente, es decir, el error $\tilde{\boldsymbol{\eta}}$ tiende a ser pequeño y $\tilde{g}(\mathbf{f})$ se vuelve momentáneamente negativo porque la propulsión se vuelve pequeña. De esta manera, el proceso de decrecimiento de $\nu(t)$ es revertido y la solución es de tipo descrito en la Ec. (6.7).

En la siguiente subsección se darán detalles sobre la ocurrencia de estos casos denominados patológicos. Por el contrario, es interesante observar que el equilibrio deseado se produce cuando existe una ν^* constante mayor que cero y que es única para cada referencia $\boldsymbol{\eta}_r$ rectilínea o curva de radio arbitrario. En estos casos, al menos unos de los propulsores permanece en saturación mientras que el resto queda dentro de la banda de trabajo, obteniéndose $\tilde{g}(\mathbf{f}) = 0$ en estado estacionario. Esta situación describe el alcance del estado óptimo desde el punto de vista de la cinemática del vehículo y significa que el vehículo puede cubrir la trayectoria de referencia en el menor tiempo con un error $\tilde{\boldsymbol{\eta}}$ nulo. El análisis de convergencia de las trayectorias de error $\tilde{\boldsymbol{\eta}}$, $\tilde{\mathbf{v}}$ y \tilde{g} será tratado en la Sección 6.7.

6.5.1. Equilibrios patológicos

En vehículos subacuáticos, los puntos de equilibrio $\nu^* = 0$ pueden ocurrir solamente cuando el vehículo adquiere un balance estático de fuerzas y/o momentos que implica un esfuerzo más allá del rango de trabajo restringido $[\kappa f_i^-, \kappa f_i^+]$, es decir, cuando se

cumple:

$$\text{máx} \left\{ \frac{f_i^+}{\kappa f_{\text{sup}}}, \frac{f_j^-}{\kappa f_{\text{inf}}} \right\} > 1. \quad (6.9)$$

Obsérvese las Ec. (6.2)-(6.4) y (6.6) nuevamente. Desde otro punto de vista, el equilibrio $\nu^* = 0$ sucede cuando:

$$0 > -\Gamma_{R_2} \tilde{g}(\mathbf{f}^*), \text{ con } \nu(t) = \nu^* \equiv 0 \quad \forall t \geq 0, \quad (6.10)$$

con \mathbf{f}^* el vector de propulsión en el equilibrio satisfaciendo también la Ec. (6.9) y:

$$\tilde{g}(\mathbf{f}^*) > 0. \quad (6.11)$$

Entonces, los casos patológicos pueden ser detectados de antemano siendo ellos indicadores de una deficiencia en la capacidad de los propulsores para realizar una operación dada. En casos donde el vehículo se tiene que desplazar subiendo o bajando con un ángulo de inclinación constante, el momento para mantenerlo inclinado con $\tilde{\boldsymbol{\eta}} = \mathbf{0}$ puede requerir una \mathbf{f}_I^* constante la cual satisface que $\tilde{g}(\mathbf{f}_I^*) > 0$ o $\tilde{g}(\mathbf{f}_I^*) \leq 0$. La primer condición, corresponde a un caso patológico, mientras que la segunda condición no. En consecuencia, antes que la misión empiece con una referencia geométrica $\boldsymbol{\eta}_r$ dada y un valor específico de κ , uno debe estimar aproximadamente la relación de fuerzas para determinar con antelación la posible presencia de casos patológicos.

Otro caso de equilibrio patológico puede aparecer cuando existe un flujo de corriente y el vehículo navega en contra del mismo. Sobre todo, si $\kappa < 1$ puede ocurrir que el vehículo se detenga porque la relación de fuerzas satisface que $\tilde{g}(\mathbf{f}_I^*) > 0$, incluso cuando la cinemática de referencia aún pueda demandar movimiento.

Ambos casos pueden ser evitados para $\kappa = 1$. Si esto no ocurre, significa que la capacidad de los propulsores es insuficiente para hacer frente a grandes momentos de restablecimiento o corrientes demasiado intensas. Si este es el caso, uno puede cambiar la trayectoria de referencia, reduciendo las pendientes en ascenso y descenso o zigzagueando en contra la corriente según sea el caso patológico.

6.6. Implementación

La implementación del algoritmo propuesto se representa en la Fig. (6.1). La generación de trayectorias óptimas se inserta en el sistema de control adaptivo para el seguimien-

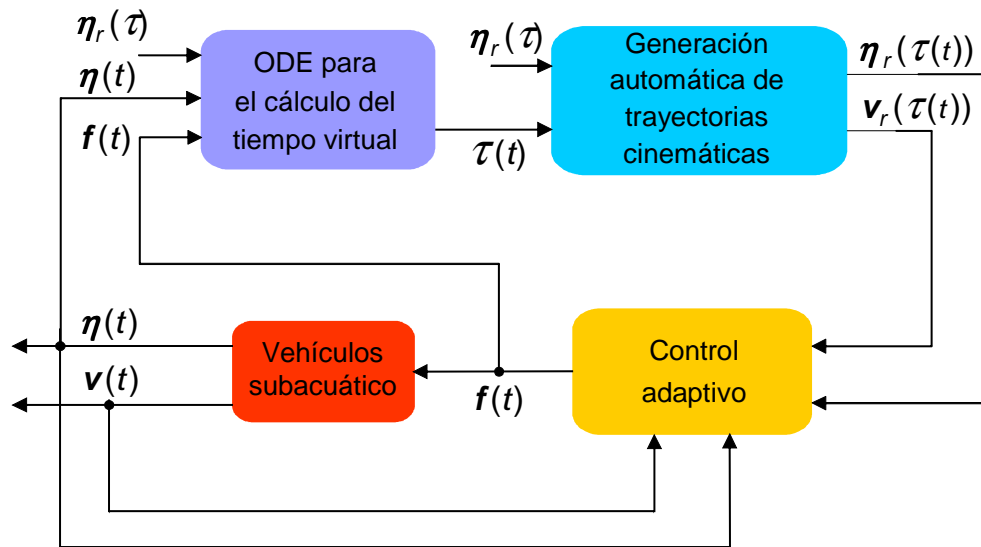


Figura 6.1: Control adaptativo con la generación automática de referencias óptimas

to de trayectorias descrito en el Capítulo 5. Las Ec. (6.2)-(6.4) son resueltas en tiempo real computándose el tiempo virtual τ para generar $\boldsymbol{\eta}_r(t)$ y $\mathbf{v}_r(t)$, las que sirven como referencias para el control adaptivo. Se observa que la propulsión \mathbf{f} y la posición $\boldsymbol{\eta}$ se realimentan en la ecuación diferencial para el cálculo del tiempo virtual.

Debe remarcar que $\dot{\nu}$ es continua en el tiempo al igual que $\tilde{g}(\mathbf{f})$, $\boldsymbol{\eta}(t)$ y $\boldsymbol{\eta}_r(t)$. Luego, las nuevas trayectorias $\boldsymbol{\eta}_r(\tau)$ y $\mathbf{v}_r(\tau)$, también resultan suaves.

El algoritmo puede ser inicializado simultáneamente con la ley de control adaptivo dado por las Ec. (5.9), (2.60) y (5.11)-(5.17).

A continuación, se sustentará la validez de este enfoque de optimización de tiempo de recorrido de trayectorias con una prueba de convergencia del control adaptivo completo de la Fig. (6.1), y luego se ilustrarán sus propiedades por medio de simulaciones en diferentes casos de estudio.

6.7. Estudio de convergencia

De acuerdo a la Fig. (6.1), el tiempo virtual $\tau(t)$ es generado en un sistema con realimentación múltiple, involucrando la dinámica del vehículo, la dinámica de los controladores adaptivos dados en las Ec. (5.11)-(5.17) y la ecuación diferencial restringida definida en las Ec. (6.3)-(6.6).

Usando la Ec. (2.36) se obtiene para la aceleración de referencia cinemática:

$$\dot{\mathbf{v}}_r(t) = \frac{\partial J^{-1}}{\partial t} \dot{\boldsymbol{\eta}}_r + J^{-1}(\boldsymbol{\eta}) \ddot{\boldsymbol{\eta}}_r.$$

Claramente, una de las hipótesis de los Teoremas 5.1 a 5.4 y sus corolarios es afirmar la continuidad uniforme de $\dot{\mathbf{v}}_r(t)$, la cual demanda lo mismo para $\ddot{\boldsymbol{\eta}}_r(t)$. Por tanto se deduce que la generación automática de $\boldsymbol{\eta}_r(t)$ debe asegurar esta premisa para lograr la convergencia del sistema de control adaptivo. Esta es una de las condiciones que se busca mantener para demostrar el siguiente resultado.

Teorema 6.1 (*Convergencia del control adaptivo de gradiente de velocidad con generación de trayectorias de referencia óptimas*)

Considérese el sistema en las Ec. (2.35)-(2.36) con la dinámica de los propulsores de las Ec. (2.60) y (2.61), una referencia geométrica η_r describiendo una trayectoria en 3 dimensiones de un arco con radio constante ρ en el intervalo $(0, \infty]$, el sistema de control adaptivo cumpliendo con las condiciones de los Teoremas 5.1 al 5.4, y

- a) una asignación nominal y arbitraria de tiempo en $\boldsymbol{\eta}_r(t)$ tal que $\boldsymbol{\eta}_r(t)$ sea suave,
- b) la generación automática de τ para $\boldsymbol{\eta}_r(\tau(t))$ de acuerdo a las Ec. (6.3)-(6.6),
- c) el hecho de que no existen casos patológicos $\nu^* = 0$ para $\boldsymbol{\eta}_r(\tau)$ y κ ,

Entonces se asegura:

1) la convergencia del seguimiento de trayectorias en el sentido de los Teoremas 5.1, 5.2, 5.3, 5.4 o sus corolarios,

y 2) al menos un propulsor se encuentra en su máxima potencia y su valor de propulsión permanece en κf_{sup} o κf_{inf} , es decir de la Ec. (6.1) cumple:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{g}(\mathbf{f}(t)) = 0, \quad (6.12)$$

para condiciones iniciales arbitrarias $\boldsymbol{\eta}(0) \in \mathcal{S}_\eta \subseteq \mathbb{R}^6$, $\mathbf{v}(0) \in \mathcal{S}_v \subseteq \mathbb{R}^6$, $U_i(0) \in \mathcal{S}_{U_i} \subseteq \mathbb{R}^{6 \times 6}$, y $\nu(0) = 1$, y considerando que las matrices de diseño en las Ec. (5.5), (5.9) y (5.11)-(5.17) satisfacen $K_p = K_p^T \geq 0$, $K_v = K_v^T \geq 0$, $\Gamma_i = \Gamma_i^T \geq 0$, para $i = 1, \dots, 17$, $\Gamma_{R_1} = \Gamma_{R_1}^T \geq 0$, $\Gamma_{R_2} \geq 0$ y $\kappa \in (0, 1]$.

Prueba:

De los Teoremas 5.1, 5.2, 5.3 o sus corolarios, se ve que la ley de control adaptivo dada por a), b) y c) con señales uniformemente continuas $\eta_r(t)$ y $v_r(t)$ luego del último salto

ΔM_n en t_n produce una convergencia asintótica de las trayectorias de error de seguimiento, es decir:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (\boldsymbol{\eta}(t) - \boldsymbol{\eta}_r(t)) = \mathbf{0}, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} (\mathbf{v}(t) - \mathbf{v}_r(t)) = \mathbf{0}, \quad (6.13)$$

y además, del Teorema 5.4 se demuestra que el punto de equilibrio $\tilde{\boldsymbol{\eta}} = \tilde{\mathbf{v}} = \mathbf{0}$ es totalmente estable.

Ahora, si se considera la reparametrización de las referencias en τ a través de $\tau = \int_0^t \nu(t_1) dt_1$, se desprende que las características de convergencia del control adaptivo permanecen intactas mientras que $\eta_r(\tau(t))$, $\dot{\boldsymbol{\eta}}_r(\tau(t))$ y $\ddot{\boldsymbol{\eta}}_r(\tau(t))$ sean uniformemente continuas.

Para implementar el observador de estados/disturbios de la Sección 5.3.3, es necesaria la derivada primera de la fuerza en Ec. (5.79) de manera directa como así también a través de \dot{n} en la Ec. (5.59). Entonces de la Ec. (5.9) se obtiene:

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{\tau}}_t(t) = & \sum_{i=1}^6 U_i \cdot \times C_{v_i}(v_i) \dot{\mathbf{v}} + \sum_{i=1}^6 U_i \cdot \times C_{v_i}(\dot{v}_i) \mathbf{v} + U_7 \dot{\mathbf{v}} + \\ & + \sum_{i=1}^6 U_{i+7} |v_i| \dot{\mathbf{v}} + \sum_{i=1}^6 U_{i+7} \frac{d(|v_i|)}{dt} \dot{\mathbf{v}} + \\ & + U_{14} \frac{\partial \mathbf{g}_1}{\partial \boldsymbol{\eta}} J(\boldsymbol{\eta}) \mathbf{v} + U_{15} \frac{\partial \mathbf{g}_2}{\partial \boldsymbol{\eta}} J(\boldsymbol{\eta}) \mathbf{v} + U_{16} \mathbf{d}(\boldsymbol{\eta}, \tilde{\boldsymbol{\eta}}, \tilde{\mathbf{v}}, t) \\ & + U_{17} \dot{\tilde{\mathbf{v}}} + \sum_{i=1}^6 \dot{U}_i \cdot \times C_{v_i}(v_i) \mathbf{v} + \sum_{i=1}^6 \dot{U}_{i+7} |v_i| \mathbf{v} \\ & + \dot{U}_{14} \mathbf{g}_1 + \dot{U}_{15} \mathbf{g}_2 + \dot{U}_{16} \mathbf{d}(\boldsymbol{\eta}, \tilde{\boldsymbol{\eta}}, \tilde{\mathbf{v}}, t) + \dot{U}_{17} \tilde{\mathbf{v}} - \dot{\boldsymbol{\tau}}_c \\ & - K_v \dot{\tilde{\mathbf{v}}} - \frac{dJ^T(\boldsymbol{\eta})}{dt} \tilde{\boldsymbol{\eta}} - J^T(\boldsymbol{\eta}) \dot{\tilde{\boldsymbol{\eta}}}, \end{aligned} \quad (6.14)$$

con los \dot{U}_i dados por los miembros de la derecha de las leyes adaptivas de las Ec. (5.11)-

(5.17) y:

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\mathbf{v}}} &= \dot{\mathbf{v}} - \frac{dJ^{-1}(\boldsymbol{\eta})}{dt} \dot{\boldsymbol{\eta}}_r - J^{-1}(\boldsymbol{\eta}) \ddot{\boldsymbol{\eta}}_r + \\ &+ \frac{dJ^{-1}(\boldsymbol{\eta})}{dt} K_P (\boldsymbol{\eta} - \boldsymbol{\eta}_r) + J^{-1}(\boldsymbol{\eta}) K_P (\dot{\boldsymbol{\eta}} - \dot{\boldsymbol{\eta}}_r) \end{aligned} \quad (6.15)$$

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{d}}(\tilde{\boldsymbol{\eta}}, \tilde{\mathbf{v}}, \boldsymbol{\eta}, t) &= \frac{d^2 J^{-1}}{dt^2} \dot{\boldsymbol{\eta}}_r + 2 \frac{dJ^{-1}}{dt} \ddot{\boldsymbol{\eta}}_r + J^{-1}(\boldsymbol{\eta}) \ddot{\boldsymbol{\eta}}_r - \\ &- \frac{d^2 J^{-1}}{dt^2} K_P (\boldsymbol{\eta} - \boldsymbol{\eta}_r) - \frac{dJ^{-1}}{dt} K_P (\dot{\boldsymbol{\eta}} - \dot{\boldsymbol{\eta}}_r) + \\ &+ \frac{dJ^{-1}}{dt} K_P^2 (\boldsymbol{\eta} - \boldsymbol{\eta}_r) + J^{-1}(\boldsymbol{\eta}) K_P^2 (\dot{\boldsymbol{\eta}} - \dot{\boldsymbol{\eta}}_r) - \\ &- \frac{dJ^{-1}(\boldsymbol{\eta}) K_P J(\boldsymbol{\eta})}{dt} \dot{\tilde{\mathbf{v}}} - J^{-1}(\boldsymbol{\eta}) K_P J(\boldsymbol{\eta}) \dot{\tilde{\mathbf{v}}}. \end{aligned} \quad (6.16)$$

Claramente, para la convergencia del observador es necesario que \dot{n}_{ideal} y $\boldsymbol{\tau}_t$ sean también acotadas. Esto se obtiene si $\ddot{\boldsymbol{\eta}}_r$ es acotado, es decir, si $\ddot{\boldsymbol{\eta}}_r(\tau(t))$ es uniformemente continua en el tiempo. Como se cumple que:

$$\ddot{\boldsymbol{\eta}}_r(\tau(t)) = \frac{d^3 \boldsymbol{\eta}_r}{d\tau^3} \nu^3 + 3 \frac{d^2 \boldsymbol{\eta}_r}{d\tau^2} \nu \dot{\nu} + \frac{d\boldsymbol{\eta}_r}{d\tau} \ddot{\nu} \quad (6.17)$$

y teniendo en mente que $\tau(t) = \int_0^t \nu(t_1) dt_1$ es continuo en el tiempo pues lo es la trayectoria $\nu(t)$ generada de las Ec. (6.3)-(6.6), y finalmente, de acuerdo a las hipótesis de a), las variables $\frac{d^3 \boldsymbol{\eta}_r(\tau)}{d\tau^3}$, $\frac{d^2 \boldsymbol{\eta}_r(\tau)}{d\tau^2}$ y $\frac{d\boldsymbol{\eta}_r(\tau)}{d\tau}$ son acotadas, entonces el único requerimiento para que $\ddot{\boldsymbol{\eta}}_r$ sea acotado es que $\ddot{\nu}$ también lo sea. De las Ec. (6.3)-(6.6) se obtiene:

$$\ddot{\nu} = (\dot{\boldsymbol{\eta}} - \dot{\boldsymbol{\eta}}_r)^T \Gamma_{R_1} \frac{d\boldsymbol{\eta}_r}{d\tau} + (\boldsymbol{\eta} - \boldsymbol{\eta}_r)^T \Gamma_{R_1} \frac{d^2 \boldsymbol{\eta}_r}{d\tau^2} \nu - \Gamma_{R_2} \dot{\tilde{\mathbf{g}}}(\mathbf{f}). \quad (6.18)$$

Aún cuando $\nu(t)$ pueda tener discontinuidades de salto finito, $\ddot{\nu}$ es acotada, debido a la Ec. (6.6), la cual establece que todas las derivadas altas son cero cuando la trayectoria $\nu(t)$ es cero, y entonces $\dot{\nu}$ y $\ddot{\nu}$ permanecen acotadas en el tiempo. Por el otro lado, siendo $\tilde{\mathbf{g}}(t)$ uniformemente continuo, $\dot{\tilde{\mathbf{g}}}(t)$ es acotado (aunque con discontinuidades de salto finito). Luego $\ddot{\nu}$ es acotada en tiempo y se cumplen las propiedades de los Teoremas y Corolarios del Capítulo 5.

La segunda parte de esta demostración esta dedicada a mostrar que las Ec. (6.3)-(6.6)

genera trayectorias asintóticamente estables cuando la trayectoria geométrica η_r tiene un radio de curvatura constante.

De acuerdo al análisis de la Sección 6.4., $\nu(t)$ evoluciona desde $\nu(0)$ de tal manera que los términos $\tilde{\eta}^T \Gamma_{R_1} \frac{d\eta_r}{d\tau}$ y \tilde{g} son reducidos en forma continua en el tiempo. Como no puede ocurrir un equilibrio estático, es decir, no puede tener lugar un equilibrio de fuerzas/momentos sin movimiento (ver c)), entonces solamente es posible el equilibrio cinemático.

Los puntos de equilibrio en movimiento requieren velocidades traslacionales constantes y/o velocidades angulares constantes. Esto se obtiene únicamente cuando: el radio de curvatura ρ es infinito en movimiento rectilíneo, $\rho > 0$ con rotación circular sobre algún eje que no contiene al centro del eje de coordenadas fijo al cuerpo O' , $\rho > 0$ con un movimiento de acuerdo a una trayectoria helicoidal con cabeceo frontal constante, o finalmente, $\rho = 0$ en rotación sobre alguno de los ejes conteniendo O' . En todos estos casos, existe un equilibrio de fuerzas y momentos que es constante en el tiempo. Sea, por ejemplo, este equilibrio caracterizado por una constante f^* denotando el vector de propulsión en estado estacionario. Entonces se cumple que $\nu \rightarrow \nu^* > 0$ para $t \rightarrow \infty$ y de la Ec. (6.2) se obtiene un estado estacionario:

$$\tilde{\eta}^T \Gamma_{R_1} \frac{d\eta_r}{d\tau} = \Gamma_{R_2} \tilde{g}(\mathbf{f}^*), \quad (6.19)$$

con $\left| \frac{d\eta_r}{d\tau} \right| > 0$, para el cual pueden corresponderse sólo dos soluciones, a saber:

$$\tilde{\eta} = \mathbf{0} \text{ y } \tilde{g}(\mathbf{f}^*) = 0 \quad (6.20)$$

$$\tilde{g}(\mathbf{f}^*(a^*t)) = \Gamma_{R_2}^{-1} \tilde{\eta}^T(a^*t) \Gamma_{R_1} \frac{d\eta_r(a^*t)}{d\tau}. \quad (6.21)$$

con $\tau = a^*t$ y $a^* > 0$ en estado estacionario. Claramente la solución dada en la Ec. (6.21) es sólo de interés matemático porque los cambios en los dos errores y derivadas deberían estar acoplados en el tiempo de una forma muy específica, lo cual es improbable. Entonces la solución de la Ec. (6.20) es la única del sistema. Finalmente, se obtiene que $\tilde{g}(f(t)) \rightarrow 0$ para $t \rightarrow \infty$ como se predice en la Ec. (6.12), concluyéndose la demostración. ■

Se debe señalar en el Teorema 6.1 que el equilibrio cinemático involucra una velocidad constante pero máxima del vehículo para el seguimiento de trayectorias ($\tilde{g} = 0$ en estado

estacionario) de arco constante. Esto puede ser interpretado como un control de tiempo mínimo para recorrer la trayectoria una vez que el transitorio se ha desvanecido.

6.8. Simulaciones numéricas

A continuación se presentan simulaciones en el contexto de un sistema de control adaptivo con generación automática de trayectoria de referencia cinemática para el vehículo utilizado como caso de estudio (Fig. (2.1)).

La dinámica del vehículo esta caracterizada por los parámetros de la Tabla (5.1). Se asume que la fuerza del cable es nula o conocida en las Ec. (2.35)-(2.36) y (5.9) y por tanto compensada totalmente.

Todas las simulaciones numéricas son inicializadas con valores que representan un punto inicial alejado de la trayectoria de referencia al comienzo, a saber:

$$\begin{aligned}
 \Delta x(0) &= 0,1(m) & \Delta u(0) &= 0,1(m/s) \\
 \Delta y(0) &= 0,1(m) & \Delta v(0) &= 0,1(m/s) \\
 \Delta z(0) &= 0,1(m) & \Delta w(0) &= 0,1(m/s) \\
 \Delta \phi(0) &= 0,2618(rad) & \Delta p(0) &= 0,1(rad/s) \\
 \Delta \theta(0) &= 0,2618(rad) & \Delta q(0) &= 0,1(rad/s) \\
 \Delta \psi(0) &= 0,2618(rad) & \Delta r(0) &= 0,1(rad/s).
 \end{aligned} \tag{6.22}$$

La inicialización del generador de tiempo virtual es:

$$\begin{aligned}
 \Gamma_{R_1} &= \text{diag}(1, \dots, 1) \\
 \Gamma_{R_2} &= 1,5 \\
 \nu(0) &= 1.
 \end{aligned}$$

A continuación se ilustran dos misiones diferentes usando el algoritmo de optimización propuesto dentro del control adaptivo. La primera involucra a una trayectoria planar (ver Fig. (6.2)), mientras que la segunda plantea el problema del posicionamiento dinámico en las tres dimensiones del espacio (ver Fig. (6.6)).

6.8.1. Simulación I: Trayectoria planar

Las coordenadas espaciales η_r para este caso de estudio pueden ser apreciadas en la Fig. (6.2). La trayectoria está compuesta por dos segmentos rectilíneos unidos por dos

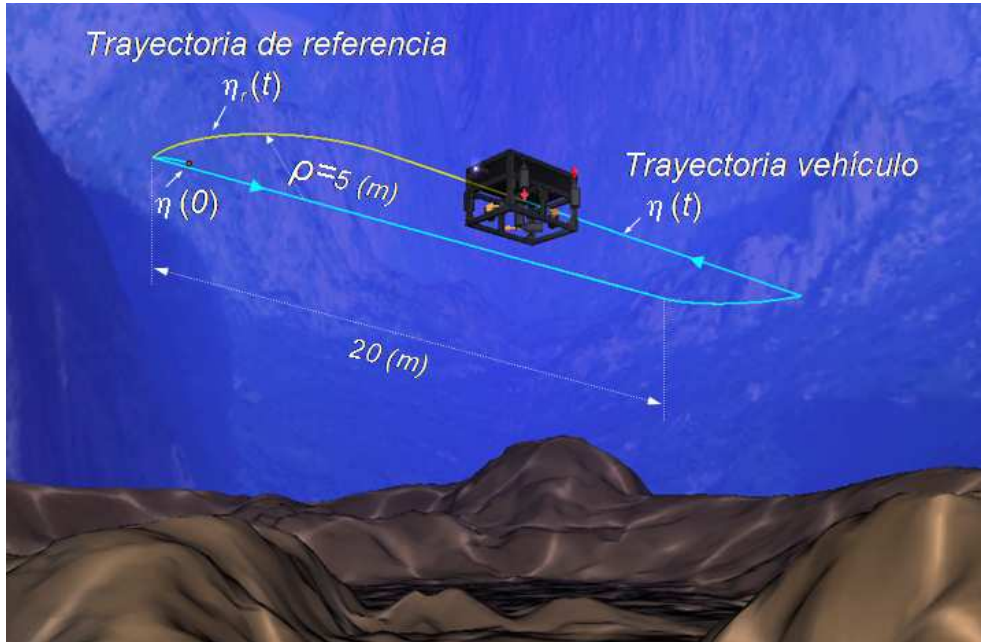


Figura 6.2: Trayectorias de referencia y real en forma planar - Simulación I

arcos de 90 grados. Luego η_r contiene una combinación de radios ρ , a saber: $\rho = \infty$ en la trayectoria rectilínea, $\rho = \rho_{arc} = 5(m)$ para los arcos circulares y $\rho \cong 0$ en los dos puntos singulares (esquinas).

El algoritmo desarrollado para la determinación de τ se inicia junto con el control adaptivo en $t = 0$ y evoluciona como se muestra en la Fig. (6.3). Se observa que $\tau(t)$ es más rápido que t , lo cual significa que el punto de coordenadas $\eta_r(\tau(t))$ recorre la trayectoria geométrica mucho más rápido que el punto nominal de coordenadas $\eta_r(t)$. La convergencia del algoritmo para las diferentes trayectorias puede ser apreciado en la misma figura, en la parte inferior, a partir de la evolución de la velocidad de crecimiento del tiempo virtual $\nu(t)$. Para este fin, en la Fig. (6.3) se sombrea la transición del vehículo de un tramo a otro, identificados anteriormente según el radio de curvatura. Por ejemplo, la zona *I* corresponde a los tramos rectilíneos con $\rho = \infty$, y la zona *II* concuerda con curvas circulares. En ellas se observa una convergencia asintótica de ν hacia un punto de equilibrio de acuerdo con la teoría presentada en este capítulo. Por el otro lado, en zonas entre *II* y *I* no existe una convergencia porque ellas contienen a puntos singulares en la trayectoria cuyo entorno fue suavizado a fin de obtener la continuidad uniforme de la derivada $\ddot{\eta}_r$. En consecuencia, en estos tramos suavizados, el radio es variable y el teorema de convergencia asintótica de ν no tiene necesariamente que cumplirse, aun

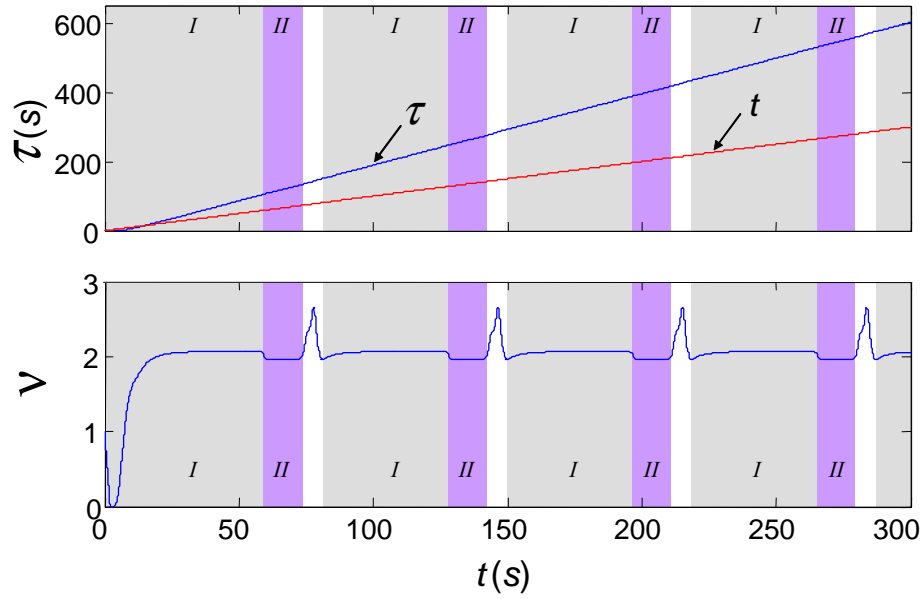


Figura 6.3: Evolución comparativa de los tiempos verdadero t y virtual τ , y de la velocidad $\dot{\tau} = v$ durante el movimiento del vehículo autónomo según la trayectoria de referencia geométrica

cuando v permanece acotado.

La performance total del sistema adaptivo de seguimiento de trayectorias puede ser visto en la Fig. (6.4). Se nota que el período transitorio es relativamente corto y las variables de estado de posición y velocidad van a sus respectivas referencias rápidamente. Finalmente, se ilustra la evolución de algunos de los 8 propulsores del vehículo en la Fig. (6.5). Se observa que el propulsor vertical 1 seleccionado converge al límite de saturación inferior en las zonas I , demandando por consiguiente la máxima energía asintóticamente en el tramo rectilíneo, es decir, $f_i = \kappa f_{\text{inf}}$. Similarmente, el propulsor horizontal 7 toma su valor de saturación superior en las zonas II maximizando la performance del conjunto de propulsión. Finalmente en zonas entre II y I , se observa un transitorio en ambos propulsores correspondiendo a la unión de tramos de diferentes radios de curvatura.

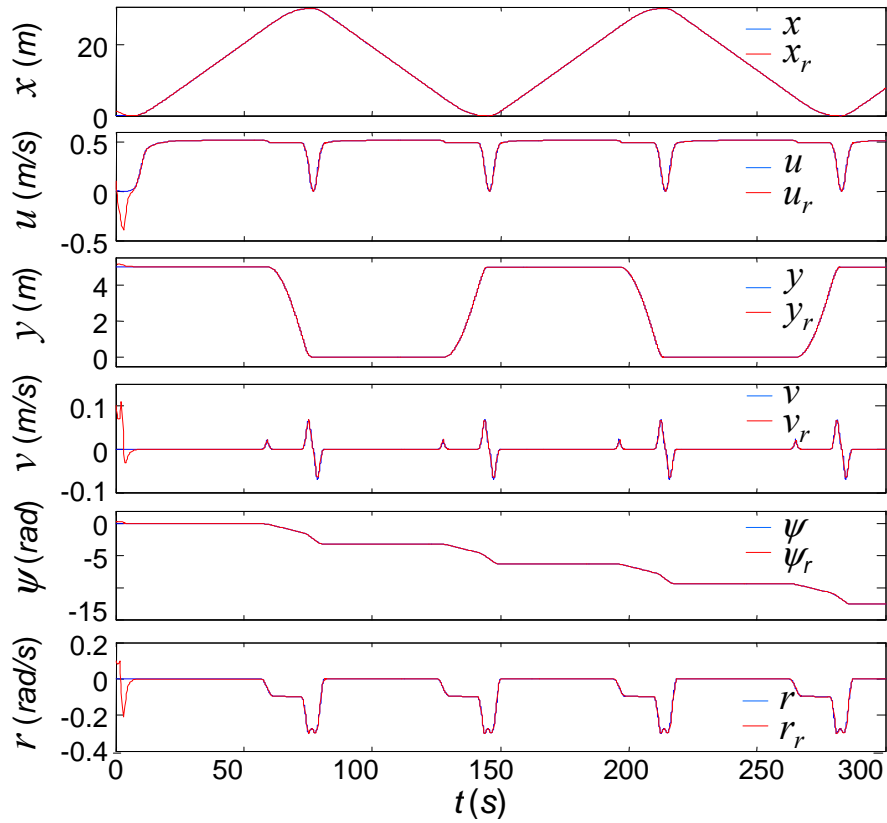


Figura 6.4: Evaluación de la performance de control para algunos modos principales en el sistema de control adaptivo

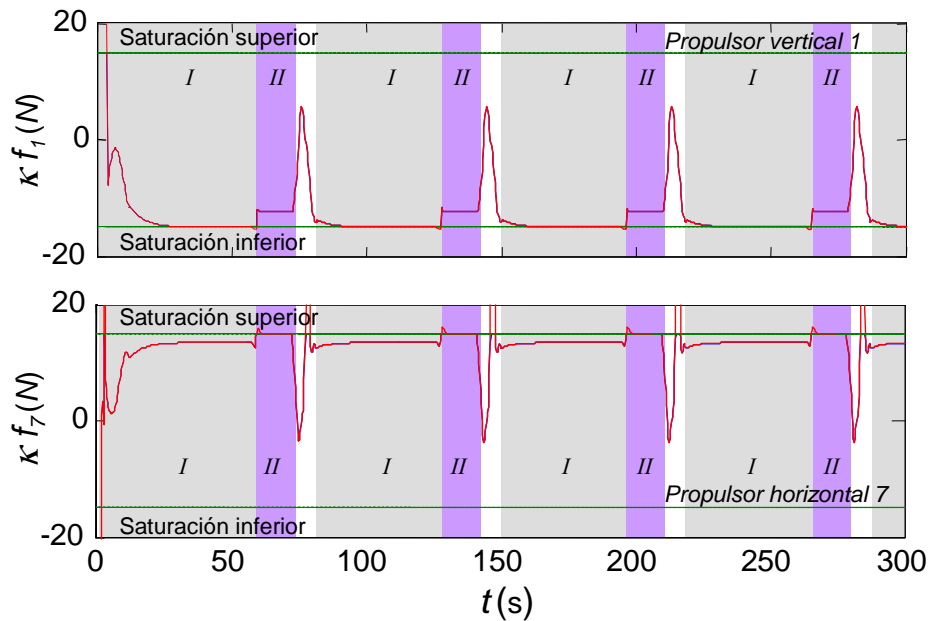


Figura 6.5: Evolución de la fuerza en los propulsores de vehículo que resultan maximizadas mediante el algoritmo de tiempo óptimo

6.8.2. Simulación II: Trayectoria en 3D

A continuación se describe otro experimento con el mismo vehículo. La nueva geometría de referencia puede ser vista en la Fig. (6.6). Esta se haya compuesta por una diversidad de tramos en tres dimensiones, como ser, de una hélice, rotaciones en 2 y 3 dimensiones, y trayectorias oblicuas, horizontales y laterales.

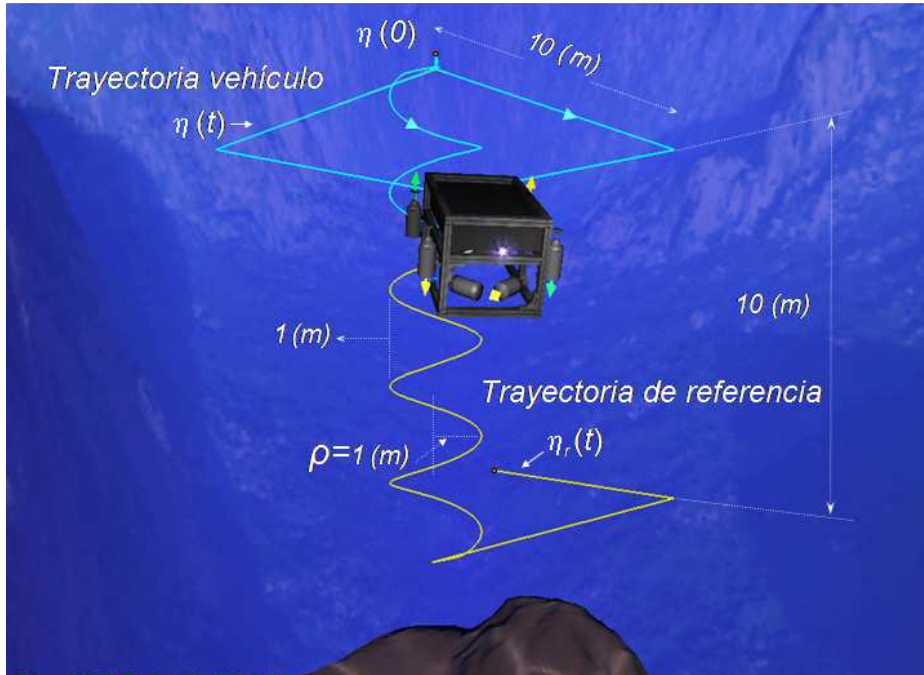


Figura 6.6: Trayectoria de referencia y trayectoria real en una visualización en 3D - Simulación II

Al igual que el ejemplo anterior, el algoritmo para calcular τ es inicializado junto con la ley de control adaptivo y evoluciona como se aprecia en la Fig. (6.7). Se nota que $\tau(t)$ evoluciona más rápido que t , lo que significa que $\eta_r(\tau(t))$ se recorre más rápido que la referencia nominal $\eta_r(t)$. La convergencia del algoritmo para diferentes tramos de la trayectoria puede verse en la misma figura, en la parte inferior, a través de la evolución de $\nu(t)$. Con el fin de diferenciar tramos, se somborean estos dejando percibir las transiciones del vehículo. Por ejemplo, I-IV y VI-VII corresponden a tramos rectilíneos con $\rho = \infty$. por el otro lado, V es la transición sobre la hélice con $\rho = \rho_{helix} = 1(m)$. Uniendo estos segmentos de la trayectoria, se generan curvas cerradas con $\rho = 0$. Se observa en los sectores sombreados de la figura la convergencia asintótica de ν a un punto de equilibrio en concordancia con la teoría desarrollada en este capítulo.

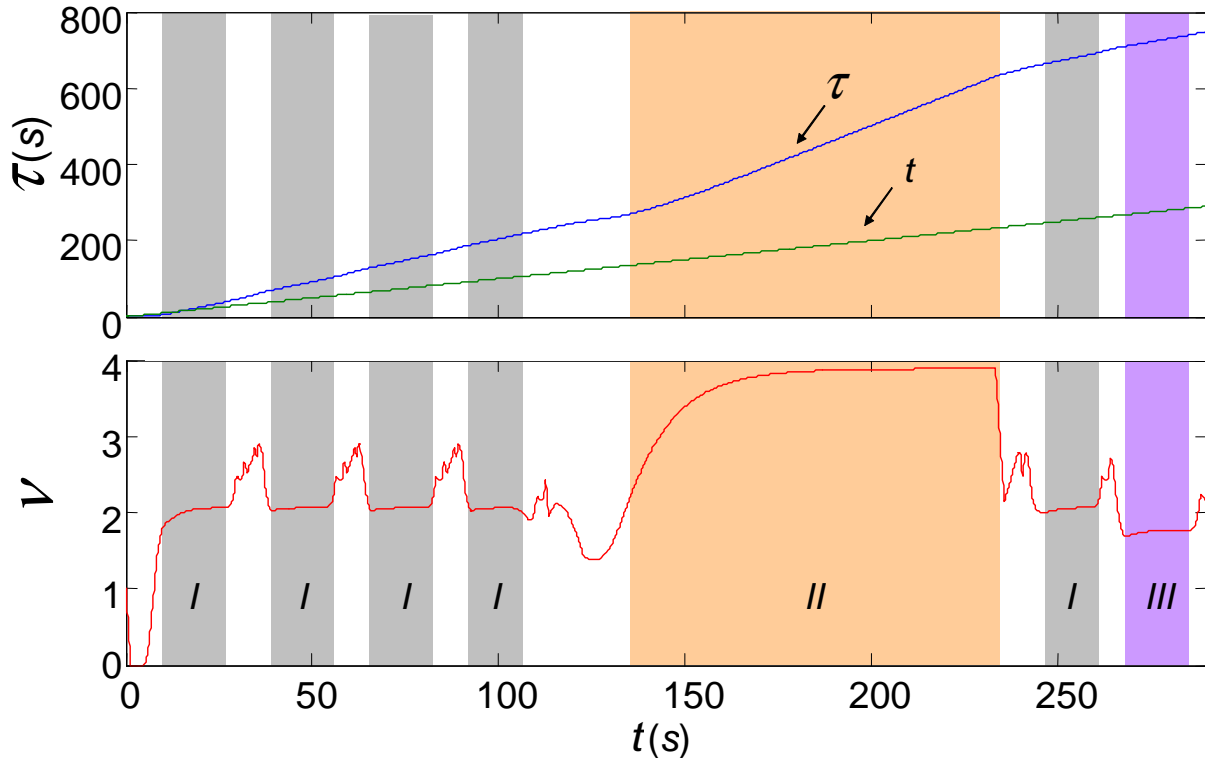


Figura 6.7: Evolución de los tiempos virtual τ y real t , y de la velocidad $\dot{\tau} = v$ durante el movimiento del vehículo autónomo a través de la trayectoria de referencia

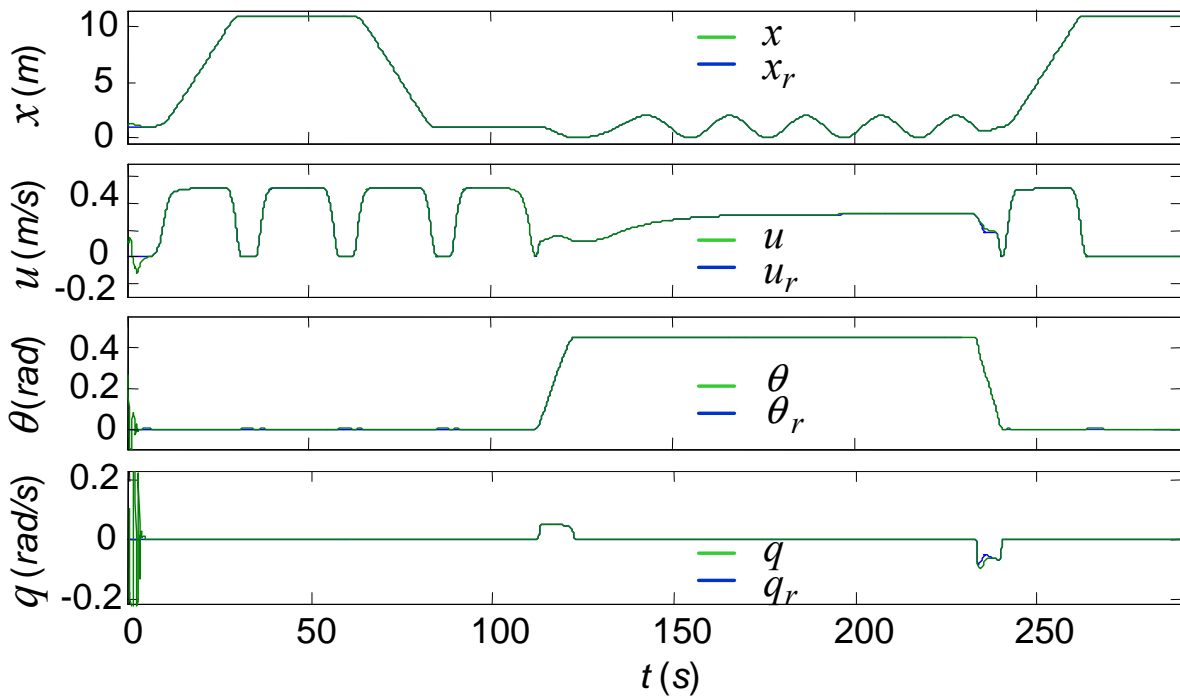


Figura 6.8: Evolución de la performance de control para algunos estados en el sistema de control adaptivo

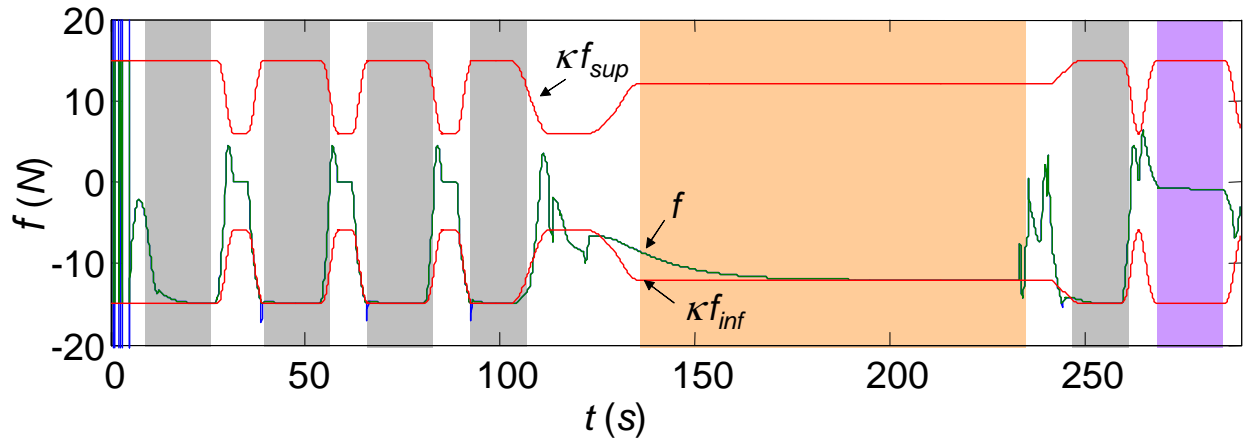


Figura 6.9: Evolución de la fuerza en el propulsor del vehículo que resulta maximizada mediante el algoritmo de tiempo óptimo

La performance total del sistema de seguimiento adaptivo se ilustra en la Fig. (6.8), donde vuelve a observarse que los estados cinemáticos y de posición se acercan a sus referencias rápidamente.

Finalmente, se muestra la evolución de uno de los propulsores verticales del sistema de 8 propulsores del vehículo en la Fig. (6.9). Se aprecia que el propulsor demanda el máximo de energía en los tramos rectilíneos y en la hélice de manera asintótica, es decir, $f_i = \kappa f_{inf}$. Esto también ocurre con el resto de los 3 propulsores verticales del vehículo, mientras que los cuatro propulsores horizontales trabajan más aliviados.

6.9. Conclusiones

En este capítulo se presentó el desarrollo de un algoritmo de planificación de trayectorias cinemáticas óptimas asegurando el mínimo tiempo de recorrido sobre una trayectoria geométrica previamente especificada. El algoritmo se plantea heurísticamente para luego establecer su optimalidad en forma rigurosa mediante teorema de prueba.

El algoritmo fue implementado sobre la solución de una ecuación diferencial ordinaria (ODE) con restricciones, planteada *ad-hoc*, la cual genera un tiempo virtual para recorrer una referencia geométrica según un ritmo de avance rápido. Esta ODE determina automáticamente la máxima velocidad de translación y rotación en los 6 modos de movimiento. Para ello se busca un valor extremo de un indicador de potencia generada

por los actuadores. Este valor escalar se construye en función de la performance del error cinemático y la potencia disponible en los propulsores. En el diseño se tuvo en cuenta también que el ahorro de energía es otro de los objetivos deseables en la navegación autónoma. Por tal motivo, se imponen restricciones al propulsor a través de un parámetro de diseño designado para dosificar el consumo de energía durante una misión predeterminada.

Finalmente, se realizó una demostración formal de convergencia para el problema de control adaptivo en el seguimiento de trayectorias con la generación automática de referencias cinemáticas de tiempo óptimo. Esta prueba abarca el algoritmo completo desarrollado en la tesis, conteniendo la ley de control adaptivo presentado en el capítulo anterior, contemplándose la dinámica de los propulsores según las consideraciones realizadas en dicho capítulo y finalmente la generación del tiempo virtual dependiente de los estados realimentados. Se demuestra en el teorema que el control adaptivo conserva sus propiedades de convergencia (asintótica y total), obteniéndose la optimalidad en la velocidad del vehículo de manera asintótica en tramos de radio ρ constante, incluyéndose dentro de este conjunto a los tramos rectilíneos ($\rho = \infty$). El argumento principal de la prueba se basó en demostrar la continuidad uniforme de las referencias y sus derivadas con el tiempo virtual como argumento.

Este algoritmo alcanza su máxima significancia en tareas sistemáticas realizadas autónomamente por el vehículo, tanto en la columna de agua como sobre grillas $x-y$ a altitud constante de un fondo oceánico irregular. Dichas tareas pueden ser realizadas en tiempo mínimo con el presente algoritmo sin importar las incertidumbres o variabilidad temporal en su dinámica/hidrodinámica. A través de múltiples simulaciones (incluyendo las mostradas en este capítulo), se ilustra la alta performance alcanzable por el vehículo controlado con máxima velocidad crucero durante el seguimiento de trayectorias complejas.

Capítulo 7

Control adaptivo de vehículos subacuáticos bajo perturbaciones inducidas por cable y entorno

7.1. Introducción

En este capítulo se realiza el estudio de las perturbaciones exógenas inducidas por el cable umbilical y el entorno acuático sobre el sistema de control adaptivo diseñado en el Capítulo 5. En parte, el análisis realizado corresponde a una extensión, en 6 grados de libertad, del estudio de la dinámica de un vehículo con cable descrito en el Capítulo 3 para una dimensión principal y con control fijo.

Las oscilaciones no lineales son comúnmente consideradas como un síntoma de impredecibilidad en el comportamiento de sistemas técnicos y biológicos. En un sentido técnico, éstas representan generalmente un signo de inestabilidad. Particularmente, en la orientación de vehículos con cable o posicionamiento de estructuras amarradas sujetas a perturbaciones de olas y corriente, ésto implica una falta de precisión en el seguimiento de trayectorias de referencia o en la regulación alrededor de un punto fijo.

La aparición de oscilaciones no lineales de bajo período en estructuras amarradas ha sido estudiado por muchos autores (ver por ejemplo Ellermann, *et al.*, 2002; Huang, 1999; Jordán y Beltrán-Aguedo, 2004a). En ellos se destaca el rol jugado por la rigidez de la catenaria para explicar estos comportamientos oscilatorios. De manera similar, en el caso

de vehículos sumergidos, como en el caso de “tow fishes” (pescados remolcados) y ROVs, la ocurrencia de oscilaciones no lineales en la fuerza del cable y posición del vehículo puede indicar altas tensiones en el cable y una falta de maniobrabilidad (Triantafyllou y Hover, 1994; Jordán y Bustamante, 2007a; Wu *et al.*, 2005). Particularmente, en el empleo de ROVs en tareas de inspección, la inestabilidad de baja frecuencia en el vehículo dificulta la teleoperación de garfios por medio de imágenes de cámara en misiones con tomas de muestras (Prabhakar y Buckham, 2005; Fang *et al.*, 2007; Evans y Nahon, 2004; Feng y Allen, 2004). Por otra parte, tales escenarios subacuáticos perturbados, se vuelven particularmente críticos en aplicaciones en estuarios ante la presencia de olas y fuertes corrientes (Jordán, *et al.*, 2006).

Usualmente, estas perturbaciones pueden excitar el movimiento del vehículo durante su teleoperación de la misma forma que un sistema masa-resorte, pero con particularidades dinámicas no lineales. La presencia de estas no linealidades se deben principalmente a la fuerza hidrodinámica de arrastre en el cable y su característica de perfil geométrico vs. tensión. Un modelo dinámico del sistema cable-vehículo sujeto a un flujo de corriente resulta en general bastante complejo por la combinación de la rigidez transversal y axial del cable (Mavrakos, *et al.*, 1996). En (Jordán y Beltrán-Aguedo, 2004a) se muestra que cuando la relación de la elasticidad respecto a la rigidez del cable es pequeña y la carga hidrodinámica es de baja frecuencia, las líneas de amarre preservan básicamente su perfil de catenaria confinada en un plano. En este caso, un modelo cuasi-estacionario del cable puede servir como punto inicial para el análisis de bifurcaciones en puntos de regulación de un vehículo ROV, involucrando parámetros libres como la rigidez y largo del cable, la amplitud y frecuencia de la ola, la intensidad de corriente, entre otras. También este modelo puede ser útil para estimar las perturbaciones e incluirlas con signo negativo directamente en la señal de teleoperación o en la acción de control.

Una característica destacable en el comportamiento de un sistema masa-cable no lineal excitado armónicamente, es la aparición de tironeos periódicos del cable con un período más grande que la excitación (Huang, 1999). Dicho fenómeno es conocido en la literatura como fenómeno de “tire y afloje”. En vehículos teleoperados por cable, el fenómeno de tire y afloje puede dar lugar a la aparición de una amplia diversidad de comportamientos oscilatorios de alto períodos y caóticos en tareas de seguimiento y posicionamiento

dinámico (ver Capítulo 3; Ramani, *et al.*, 2001; Jordán y Bustamante, 2007b). Para vehículos subacuáticos remolcados, la diversidad puede depender fundamentalmente de la velocidad del barco de arrastre (Wu, *et al.*, 2005). Similarmente, para vehículos subacuáticos teleoperados por cable, la magnitud de la diversidad dependerá de la velocidad del flujo y la rigidez catenaria del cable. En ambos casos, el perfil del cable determina la rigidez del sistema cable-cuerpo-entorno. La identificación de tales comportamientos es muy importante en el diseño de vehículos autopilotados ya que se pretende que estos puedan enfrentar los cambios cualitativos de comportamiento en el sistema controlado sin pérdida significativa de performance. Particularmente, se requieren controladores que puedan crear fuertes amortiguamientos ante la generación de ciclos límites inducidos por olas monocromáticas en modos de movimiento en la teleoperación del vehículo, sin errores notables de seguimiento y regulación (Savaresi *et al.*, 2004; Jordán y Bustamante, 2008).

Considerando que las perturbaciones exógenas inciden significativamente en la performance del vehículo controlado, en este capítulo se abordará el estudio del comportamiento perturbado de los mismos en 6 grados de libertad. Se considera el caso más general de operaciones del vehículo con un largo de cable variable para realizar maniobras complejas, como por ejemplo en procedimientos de exploración sobre fondos oceánicos irregulares a una profundidad o a una altitud constante.

Durante el problema de seguimiento debe tenerse en cuenta que a veces se pueden requerir condiciones muy ambiciosas de trabajo, por ejemplo, una respuesta rápida con una alta performance de control bajo incertidumbres dinámicas. Estas condiciones son necesarias, fundamentalmente en escenarios perturbados, ya que la estabilidad de la imagen recibida en la teleoperación dependerá de la calidad del control automático. Un caso particularmente importante se da en misiones con toma de muestras, donde se requiere que el vehículo tenga una gran capacidad de reacción en proximidades del fondo marino a fin de evitar posibles colisiones.

Finalmente, se pondrá énfasis en los beneficios de la automatización adaptiva en el seguimiento de trayectorias para tácticas complejas en presencia de perturbaciones exógenas, de forma tal que el control humano pueda enfocarse principalmente en la teleoperación del garfio del vehículo y/o en la supervisión de las tareas de control (por ejemplo, cambios de rumbo de navegación).

Una componente importante en el análisis pretendido constituye la interacción dinámica entre olas y corriente con el sistema cable-vehículo, principalmente durante operaciones que involucran el despliegue del cable umbilical (ver Fig. (7.1)). Desde un punto de vista físico, el perfil del cable y su longitud, juegan un rol decisivo en el comportamiento oscilatorio del vehículo y el seguimiento de trayectorias. Desde un punto de vista matemático, sólo algunos movimientos que son particularmente simples del sistema cable-vehículo, resultan descritos por ecuaciones diferenciales no lineales similares a las ecuaciones de Mathieu y Duffing (Ellermann *et al.*, 2002; Ramani *et al.*, 2001; Jordán y Bustamante, 2007b) cuyas soluciones no son analíticas. En la mayoría de los movimientos, las ecuaciones diferenciales resultan en un sistema muy interactuado. Éstas pueden ser parametrizadas en un conjunto de coeficientes físicos como se mencionó anteriormente (ver también Jordán y Bustamante, 2007b).

Un último aspecto del análisis, será establecer la habilidad de los controladores adaptivos desarrollados para enfrentar perturbaciones exógenas de esta clase, pero sin incorporar la compensación mediante modelo del cable. Además se incluirá una comparación entre el control fijo y adaptivo desde punto de vista de la estabilidad y performance a fin de establecer las bondades de este último para el rechazo de perturbaciones.

7.2. Modelo cuasi-estacionario del cable

7.2.1. Configuración planar

Un posible escenario de gran significancia para el sistema barco-cable-ROV se ilustra en la Fig. (7.1), donde un vehículo sumergido está unido al guinche en un barco madre. Desde el barco se requiere la realización de una misión del vehículo a altitud constante, de manera automática, manteniendo el ángulo de cabeceo constante a fin de concretar una exploración visual adecuada del fondo marino. Aquí, la perturbación originada por la corriente oceánica causa que el ROV sea arrastrado a favor del flujo en la dirección x_c . Allí el cable se dobla a favor de la corriente y produce momentos en el vehículo que inestabilizan el curso deseado. También la ola puede eventualmente inducir perturbaciones en la fuerza del cable desde el punto de soporte, las cuales se propagan al punto de amarre en el vehículo.

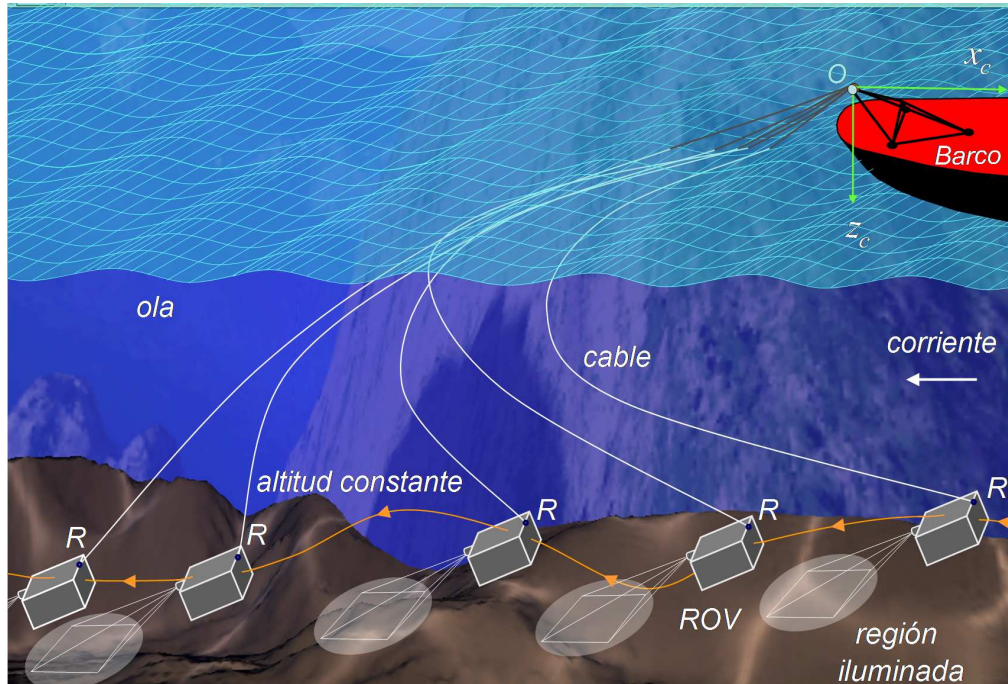


Figura 7.1: Sucesión de posiciones del ROV para la exploración del fondo del mar con altitud constante servocontrolada

Un esquema más detallado del sistema perturbado cable-cuerpo se muestra en la Fig. (7.2). En una configuración general, se asume que el barco está anclado en dirección de la corriente y el cable permanece entera- y permanente confinado en un plano. Éste es definido por la directriz $\bar{a}\bar{a}$ conteniendo el punto O en la polea del guinche y el punto R en el extremo de amarre con el ROV. El plano puede eventualmente girar sobre $\bar{a}\bar{a}$ como línea directriz (bisagra) cuando el ROV se mueve a los costados con respecto al plano central del barco (plano de crujía). El ángulo de giro α está determinado por las coordenadas del ROV tomadas con respecto al punto O .

Supongamos que el barco oscila armónicamente por efecto de la ola, entonces en la polea del guinche se induce una órbita estacionaria sobre un punto fijo determinado \bar{O} . El sistema de coordenadas fijo a tierra con centro en \bar{O} y con la orientación del barco es referido como el sistema de coordenadas \bar{O} . Para la realización de próximos análisis, el cable será dividido apropiadamente en una sección aérea sobre la línea de agua $\overline{O\bar{O}''}$ y una sección sumergida $\overline{O''R}$, donde O'' es el punto móvil de contacto del cable con la superficie del agua.

Se asume que el cable tiene flotabilidad neutra en el agua. Además la corriente es

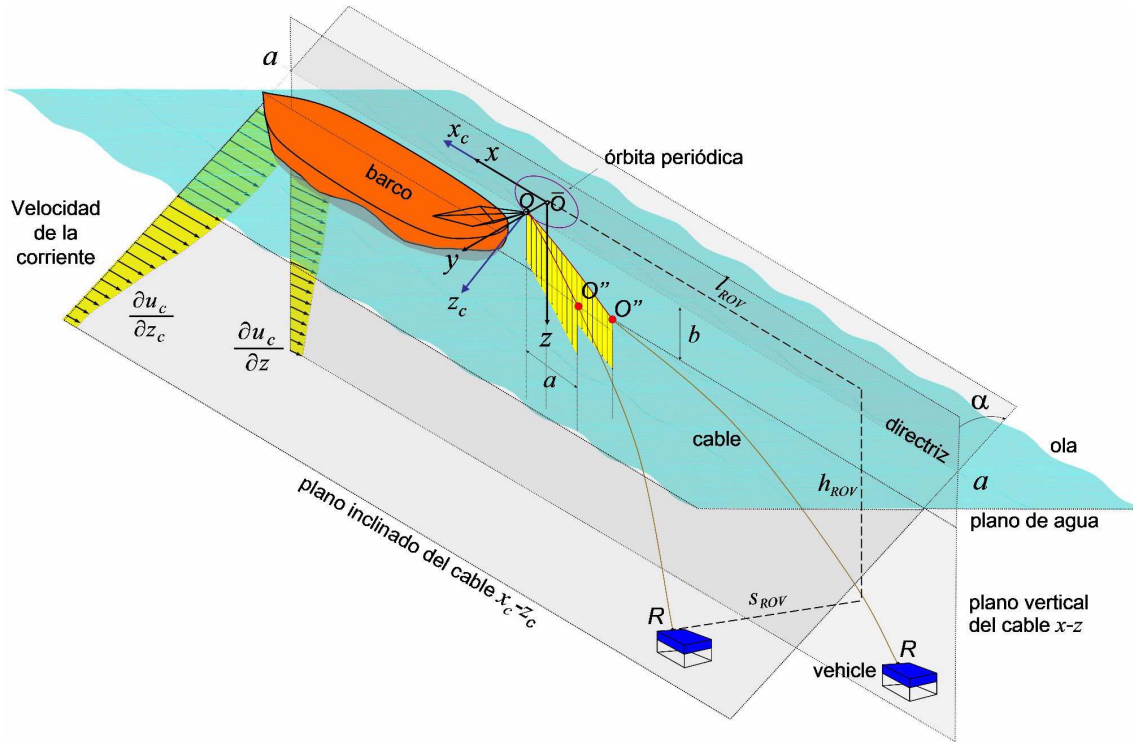


Figura 7.2: Operación del sistema cable-ROV desde un barco madre bajo la acción de corriente y ola monocromática

considerada estacionaria y uniforme con una intensidad que eventualmente cambia con la profundidad.

7.2.2. Órbita del punto de amarre

Considérese el eje de coordenadas \bar{O} y un eje x_c coincidente con la directriz $\bar{a}\bar{a}$ (véase Fig. (7.2)). Supóngase ahora que debido a la acción de las olas en el barco a lo largo de la dirección principal, se induce un movimiento elíptico en el guinche. Luego el punto O se mueve alrededor de \bar{O} en el plano vertical x - z como se ilustra en la Fig. (7.2) y con coordenadas en el sistema \bar{O} iguales a:

$$\begin{cases} x_O(t) = a_x \cos \omega t \\ y_O(t) = 0 \\ z_O(t) = a_z \sin \omega t \end{cases}, \quad (7.1)$$

donde ω es la frecuencia de la oscilación del barco, a_x y a_z son los radios de oscilación de una elipse dependiente de los parámetros de la ola y de la dinámica del barco.

Asumamos que las coordenadas de R con respecto a O pueden ser obtenidas directamente de variables medidas desde el sistema de navegación del vehículo y referidas como las coordenadas $(l_{ROV}, s_{ROV}, h_{ROV})$. Entonces, en el sistema de coordenadas \bar{O} ellas satisfacen:

$$\begin{cases} x_R(t) = l_{ROV}(t) + a_x \cos(\omega t) \\ y_R(t) = s_{ROV}(t) \\ z_R(t) = h_{ROV}(t) + a_z \sin(\omega t), \end{cases} \quad (7.2)$$

con:

$$\alpha(t) = \tan^{-1} \frac{s_{ROV}(t)}{h_{ROV}(t) + a_z \sin(\omega t)}. \quad (7.3)$$

Un punto del cable en el plano inclinado con coordenadas $(x_c, 0, z_c)$ tiene coordenadas globales en el sistema de coordenadas \bar{O} iguales a:

$$\begin{cases} x(t) = x_c(t) + a_x \cos(\omega t) \\ y(t) = z_c(t) \sin \alpha(t) \\ z(t) = z_c(t) \cos \alpha(t) + a_z \sin(\omega t). \end{cases} \quad (7.4)$$

Similarmente, el punto de contacto del cable al agua O'' también permanece en el plano inclinado con las siguientes coordenadas globales:

$$\begin{cases} x_{O''}(t) = a(t) \cos \left(\tan^{-1} \left(\frac{s_{ROV}(t)}{l_{ROV}(t) + a_x \cos(\omega t)} \right) \right) + a_x \cos(\omega t) \\ y_{O''}(t) = a(t) \sin \left(\tan^{-1} \left(\frac{s_{ROV}(t)}{l_{ROV}(t) + a_x \cos(\omega t)} \right) \right) \\ z_{O''}(t) = b(t) + a_z \sin(\omega t). \end{cases} \quad (7.5)$$

donde a y b son las distancias horizontales y verticales de O'' observadas desde O , respectivamente.

7.2.3. Ecuaciones del cable

Además de la configuración planar del cable introducida arriba, se supone que el cable no ofrece ninguna resistencia a la flexión, mientras que la deformación axial es elástica obedeciendo a las leyes de Young. Como puede observarse en la Fig. (7.3), la relación entre las fuerzas y el perfil geométrico del cable satisfacen básicamente, las siguientes ecuaciones

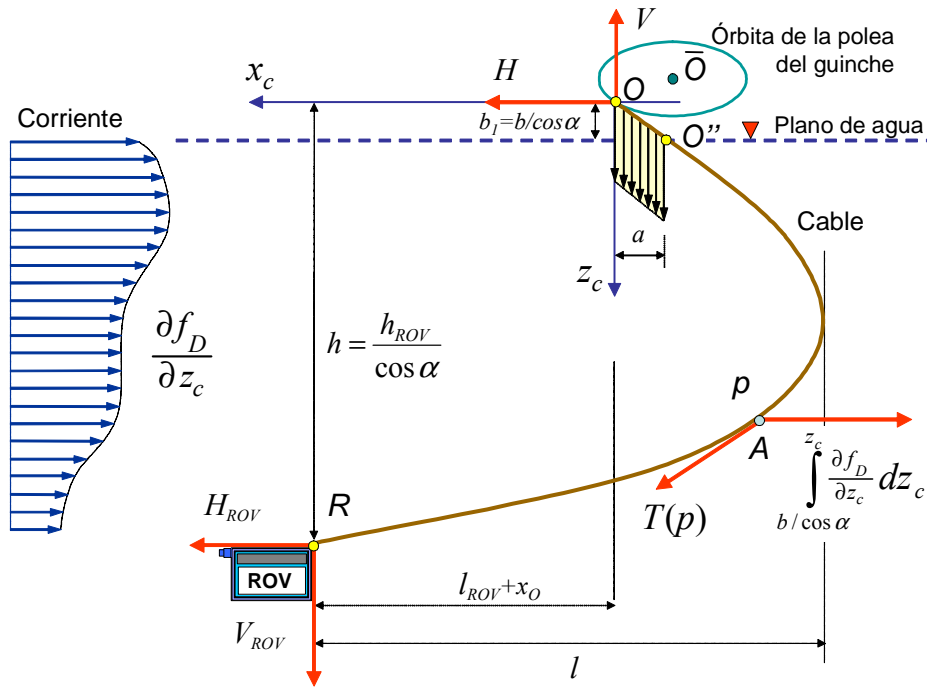


Figura 7.3: Fuerzas en el plano inclinado x_c - z_c que contiene al cable

(veáse Jordán y Beltrán-Aguedo, 2004a):

$$T \frac{dx_c}{dp} + H - \int_{b_1}^{z_c} \frac{\partial f_D}{\partial z_c} dz_c = 0 \quad (7.6)$$

$$T \frac{dz_c}{dp} + W \frac{s}{L_a} = V \quad (7.7)$$

$$\left(\frac{dx_c}{dp} \right)^2 + \left(\frac{dz_c}{dp} \right)^2 = 1 \quad (7.8)$$

$$T = EA_0 \left(\frac{dp}{ds} - 1 \right), \quad (7.9)$$

donde s es la denominada coordenada lagrangiana del cable sin estiramiento y análogamente p es la coordenada lagrangiana del cable estirado con $dp = \sqrt{dx_c^2 + dz_c^2}$, L_a es el largo del cable sin estiramiento correspondiente a $\overline{OO''}$ con peso W , $\frac{\partial f_D}{\partial z_c}(z_c)$ es la función de distribución de carga de la fuerza de arrastre en la dirección z_c , T es la tensión del cable en s , V y H son los módulos de las fuerzas reactivas vertical y horizontal en el extremo O , respectivamente, y finalmente (EA_0) es la rigidez del cable.

Claramente, debido a la carga del cable y el hecho de que $EA_0 < \infty$, existe entonces

un estiramiento a lo largo del cable en la dirección axial tal que es válido $\frac{dp}{ds} > 0$ con $p = p(s) \geq s$ y $p = s$ ocurre solamente en O .

7.2.4. Solución general de perfil del cable

Debido a que la solución general de las Ec. (7.6)-(7.8) es compleja, se tratará en su lugar de obtener soluciones por tramos, lo cual es más viable. Para ello se consideran las secciones $\overline{OO''}$ de largo $p(L_a)$ y $\overline{O''R}$ de largo $p(L_w)$ separadamente, es decir, se buscan relaciones entre las fuerzas y el perfil geométrico del cable en términos de funciones continuas a tramos.

Cable en el aire

Para este fin, considérese primero la porción superior del cable $\overline{OO''}$. Por consiguiente, con $\frac{\partial f_D}{\partial z_c} = 0$ y de las Ec. (7.6)-(7.9) se obtiene (véase Jordán y Beltrán-Aguedo, 2004a):

$$T(s) = \sqrt{H^2 + \left(V - W \frac{s}{L_a}\right)^2} \quad (7.10)$$

$$x_c(s) = \frac{Hs}{EA_0} + \frac{HL_a}{W} \left(\sinh^{-1} \frac{V}{H} - \sinh^{-1} \frac{V - \frac{W}{L_a}s}{H} \right) \quad (7.11)$$

$$z_c(s) = \frac{WL_a}{EA_0} \left(\frac{V}{W} - \frac{s}{2L_a} \right) + \frac{HL_a}{W} \left(\sqrt{1 + \left(\frac{V}{H}\right)^2} - \sqrt{1 + \left(\frac{V - \frac{W}{L_a}s}{H}\right)^2} \right). \quad (7.12)$$

El peso W correspondiente al largo del cable $p(L_a)$ es el mismo que en el caso de la porción no estirada L_a , esto es:

$$W = g\rho_w \frac{\pi D^2}{4} L_a, \quad (7.13)$$

donde D es el diámetro del cable, ρ_w es la densidad de agua y g es la constante de gravedad. Las componentes de fuerza H y V dependerán de la próxima sección $\overline{O''R}$.

Las coordenadas del punto que cruza O'' son calculadas a partir de las Ec. (7.11) y (7.12) como $a_1 = x_c(L_a)$ y $b_1 = z_c(L_a)$, respectivamente. El largo $p(L_a)$ es variable con el

desplazamiento del vehículo y el efecto de la ola y será determinado luego. Entonces, de la Ec. (7.8) y con las expresiones dadas en las Ec. (7.11)-(7.12), se obtiene:

$$p(s) = \int_0^s \sqrt{\left(\frac{dx_c}{d\bar{s}}\right)^2 + \left(\frac{dz_c}{d\bar{s}}\right)^2} d\bar{s}, \quad (7.14)$$

la cual es una relación válida para $s \in [0, L_a]$.

Cable en el agua

Por otra parte, para la sección $\overline{O''R}$, el peso desaparece mientras la fuerza de arrastre juega el rol de la carga distribuida horizontalmente. La velocidad de corriente es referida como u_c y asumida de ahora en más como constante con la profundidad. Seguidamente se pueden aplicar las leyes de Morison y obtener (ver Fig. (7.3)):

$$F_D(z_c) = \int_{b_1}^{z_c} \frac{\partial f_D}{\partial \bar{z}_c} d\bar{z}_c = \int_{b_1}^{z_c} \frac{\rho_w D C_d u_c^2}{2} d\bar{z}_c \quad (7.15)$$

$$= \frac{\rho_w D C_d u_c^2}{2} (z_c - b_1), \quad (7.16)$$

donde C_D es el coeficiente de arrastre para cilindros delgados. Combinando las Ec. (7.6)-(7.7) para $s > L_a$ se cumple que:

$$\frac{dx_c}{dz_c} = \frac{\int_{b_1}^{z_c} \frac{\partial f_D}{\partial \bar{z}_c} d\bar{z}_c - H}{V - W}. \quad (7.17)$$

Entonces, integrando la Ec. (7.17) resulta, para $z_c \geq b_1$:

$$x_c(z_c) = x_c(L_a) + \frac{1}{V - W} \int_{b_1}^{z_c} \left(\int_{b_1}^{\bar{z}_c} \frac{\partial f_D}{\partial \bar{z}_c} d\bar{z}_c - H \right) d\bar{z}_c. \quad (7.18)$$

A diferencia de la forma de catenaria del cable en el aire, la forma del cable sumergido asume una forma cuadrática para una velocidad de corriente de perfil constante. De hecho, se obtiene una expresión explícita para la forma del cable a través de:

$$x_c(z_c) = x_c(L_a) - \frac{H}{V - W} (z_c - b_1) + \frac{\rho_w D C_d u_c^2}{4(V - W)} (z_c - b_1)^2, \quad (7.19)$$

con $x_c(L_a)$ obtenida de la Ec. (7.11).

Aunque el perfil de velocidad constante es introducido aquí sólo a modo de simplificación matemática, se pueden considerar perfiles más complejos, por ejemplo usando

tecnología ADCP (Acoustic Doppler Current Profilers) del barco y realizando integración numérica de la Ec. (7.15) para obtener F_D .

7.2.5. Fuerzas en los extremos

La tensión del cable se obtiene combinando las Ec. (7.6)-(7.8). Por tanto se tiene para $0 \leq s \leq L_a$ (sección del cable en el aire) que:

$$T_O = \sqrt{H^2 + V^2}, \quad (7.20)$$

y en el punto R las fuerzas resultan:

$$H_{ROV} = F_D(h) - H, \quad V_{ROV} = V - \frac{g\rho_w \pi D^2 L_a}{4}, \quad (7.21)$$

de las cuales se obtiene finalmente:

$$T_{ROV} = \sqrt{(F_D(h) - H)^2 + \left(V - \frac{g\rho_w \pi D^2 L_a}{4}\right)^2}. \quad (7.22)$$

7.2.6. Momentos

La determinación de las fuerzas H y V será llevada a cabo más adelante. Pero para cumplir con este fin, es necesario considerar antes otras relaciones como las que involucran momentos y longitudes.

Para el caso particular de la Ec. (7.16), el momento de las fuerzas con respecto a R es:

$$\begin{aligned} h H + l_{ROV} V - \frac{\rho_w D C_d u_c^2 (h - b_1)^2}{2} - \\ - \left(l_{ROV} + \frac{a_1}{2}\right) \frac{g\rho_w \pi D^2 L_a}{4} = 0, \end{aligned} \quad (7.23)$$

con a_1 siendo la coordenada x_c de O'' descrita en la Fig. (7.3). Entonces de las Ec. (7.11) con $s = L_a$ y usando la Ec. (7.13) se obtiene:

$$a_1 = \frac{H L_a}{E A_0} + \frac{4H}{g\pi D^2 \rho_w} \left(\sinh^{-1} \frac{V}{H} - \sinh^{-1} \frac{V - \frac{g\pi D^2 L_a \rho_w}{4}}{H} \right). \quad (7.24)$$

7.2.7. Longitud del cable

Consideremos el largo total estirado:

$$p(L) = \int_0^L \frac{dp}{ds} ds \quad (7.25)$$

y el largo total no estirado:

$$L = \int_0^L ds, \quad (7.26)$$

respectivamente. Es importante destacar que L puede ser medido exactamente en el tambor giratorio del sistema de grúa del barco, mientras que el largo estirado $p(L)$ tiene que ser calculado desde el modelo con posiciones y fuerzas en los extremos del cable O y R .

En consecuencia, se puede calcular el estiramiento parcial de las Ec. (7.12)-(7.13) con $s = L_a$ y bajo la hipótesis razonable de que $EA_0 \gg \frac{W}{H} (V - \frac{W}{2})$ como:

$$L_a = \frac{V - H \sqrt{\left(\sqrt{1 + \left(\frac{V}{H}\right)^2} - \frac{g\rho_w \frac{\pi D^2}{4} L_a}{H} \frac{b}{\cos \alpha(t)} \right)^2} - 1}{g\rho_w \frac{\pi D^2}{4}}. \quad (7.27)$$

Por otra parte, el largo de la sección $\overline{O''R}$ para el cable sumergido es obtenido indirectamente calculando primero el largo del cable L . Para este fin, se determina primero $\frac{ds}{dz_c} = \frac{dp}{dz_c} \frac{ds}{dp}$ de las Ec. (7.7) y (7.9) para $s \geq L_a$ y posiciones h y b_1 (ver Fig. (7.3)). Luego de la integración se obtiene que:

$$\begin{aligned} L - L_a &= \int_{L_a}^L ds = \int_{b_1}^h \frac{ds}{dz_c} dz_c = \\ &= \int_{b_1}^h \frac{T}{V - g\rho_w \frac{\pi D^2}{4} L_a} \frac{EA_0}{EA_0 + T} dz_c = \\ &= EA_0 \int_{b_1}^h \frac{\sqrt{\left(\frac{H - \rho_w DC_d \frac{u_c^2 (z_c - b_1)}{2}}{V - g\rho_w \frac{\pi D^2}{4} L_a} \right)^2 + 1}}{EA_0 + \frac{\sqrt{\left(\frac{H - \rho_w DC_d \frac{u_c^2 (z_c - b_1)}{2}}{V - g\rho_w \frac{\pi D^2}{4} L_a} \right)^2 + 1}}{1/(V - g\rho_w \frac{\pi D^2}{4} L_a)}} dz_c. \end{aligned} \quad (7.28)$$

La última integral ha sido resuelta por programación simbólica. Genéricamente, esto se puede expresar como:

$$L = L_a + G_L(u_c, b_1, h, H, V), \quad (7.29)$$

donde G_L es una expresión multivariable a ser evaluada numéricamente en los próximos estudios.

7.3. Determinación del perfil geométrico y la fuerza del cable sobre el vehículo

La determinación de la fuerza del cable en los extremos no resulta directa porque las ecuaciones descriptas involucran variables implícitamente, es decir, no existen expresiones cerradas para resolver los problemas de fuerza y perfil del cable analíticamente. Por ello se apuntará a una solución numérica, pero exacta, para la cual el Teorema de la Función Implícita garantiza resolubilidad. Una vez que se identifican estas fuerzas, se puede determinar finalmente el perfil geométrico del cable a partir de ellas.

7.3.1. Algoritmo

Para cumplir este objetivo, se propone en (Jordán *et al.*, 2006) un algoritmo para cuerdas plásticas, redefinido aquí para cables elásticos. Particularmente, se desarrolla una solución para cargas de arrastre uniformemente distribuidas. Esto consiste en los siguientes pasos:

1. Inicialización. Usar los valores físicos para b , l_{ROV} , h , L , D , EA_0 , a_x , a_z , ρ_w y C_d . También se debe suministrar el valor de la velocidad constante del flujo de corriente u_c junto con la posición absoluta conocida para el ROV (l_{ROV} , s_{ROV} , h_{ROV}) en cada instante,
2. Calcular $F_D(h)$ de acuerdo a la Ec. (7.16),
3. Resolver recursivamente el sistema de ecuaciones no lineales compuesto por la Ec. (7.29) con las Ec. (7.27), (7.23) y (7.24) para V y H , por ejemplo, empleando un algoritmo de búsqueda basado en gradiente. Para inicializar las iteraciones, usar como condiciones iniciales $V_0 = \frac{\rho_w D C_d u_c^2 (h-b_1)}{4} \tan(\sin^{-1}(\frac{h-b_1}{L}))$ y $H_0 = \frac{\rho_w D C_d u_c^2 (h-b_1)}{4}$. Estos valores resultan adecuados como una primera aproximación, dado que provienen de una forma de cable simétrica y simplificada,
4. Calcular las componentes de fuerza H_{ROV} y V_{ROV} en el ROV por medio de la Ec. (7.21),
5. Calcular la forma geométrica del cable de las Ec. (7.11)-(7.12) para $z_c \leq b_1$ y de la Ec. (7.18) para $b_1 < z_c \leq h$.

La experiencia mediante múltiples simulaciones muestra que la convergencia en el paso número 3 es alcanzada luego de unas pocas iteraciones (un promedio menor que 20 con la rutina "fzero" del programa MATLAB[®] 7.0 (R14)).

De esta manera se puede evaluar la perturbación del cable, para luego ser empleada como una fuerza conocida en el sistema de control en la guía automática de un ROV según trayectorias de referencia y con despliegue o repliegue del cable.

7.3.2. Resultados experimentales

El algoritmo desarrollado anteriormente fue probado experimentalmente en un laboratorio con canal de corriente y una cuerda sumergida bajo las condiciones dadas en la Tabla (7.1).

Tabla 7.1: Parámetros utilizados en el experimento

<u>Parámetro</u>	<u>Valor</u>	<u>Parámetro</u>	<u>Valor</u>
C_D	1,0	l	0,2133(m)
L	1,4(m)	h	0,4020(m)
ρ_w	1000(Kg/m ³)	u_c	0,2666(m/s)
D	10 ⁻³ (m)		

El canal fue regulado para obtener un flujo aproximadamente laminar y se midió una velocidad de corriente en el punto de profundidad media por medio de una turbina axial. Los valores de fuerza calculados con el algoritmo son resumidos en la tabla (7.2).

Tabla 7.2: Estimación de fuerzas

<u>Variable</u>	<u>Estimación</u>
$F_D(h)$	0,0143(N)
V	0,0011(N)
H	0,0066(N)

La forma de la cuerda fue calculada mediante el paso 5 del algoritmo presentado en la Sección 7.3.1 y luego se superpuso con una foto de la cuerda verdadera en la misma escala (ver Fig. (7.4)). Se puede apreciar cierto error entre ambas curvas, el cual es debido sobre todo a la no uniformidad de la corriente. Ésta es ligeramente más intensa cerca de

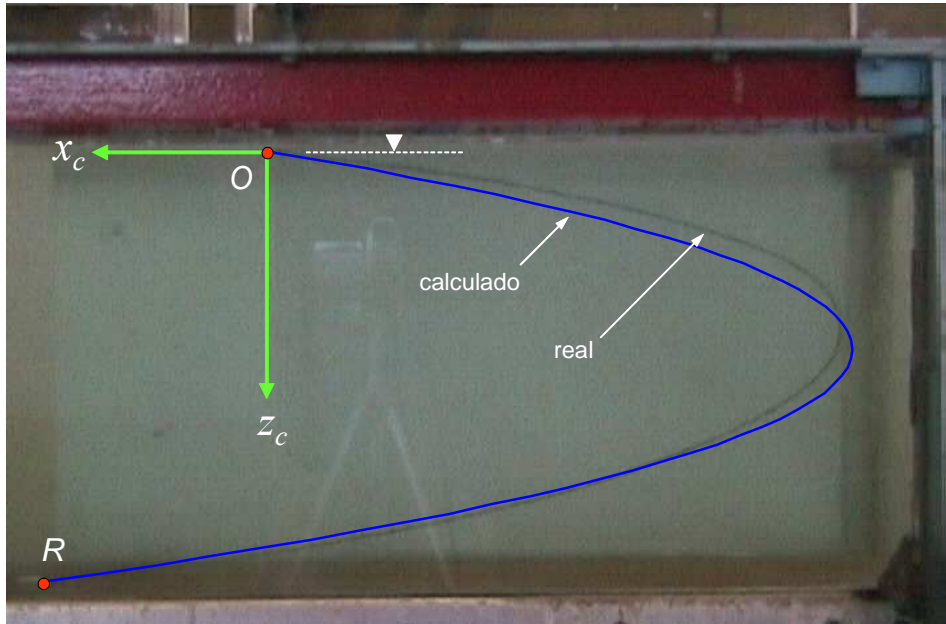


Figura 7.4: Determinación experimental del perfil geométrico del cable en canal de corriente

la superficie que próxima al fondo del canal. No obstante, el grado de coincidencia de las curvas es significativo. También, la estacionaridad de la corriente es violada levemente como se verificó mediante filmaciones, en donde se apreciaron pequeños movimientos del punto medio de la cuerda. En otros experimentos con diferentes condiciones iniciales se obtuvieron resultados similares.

7.4. Influencia de la fuerza del cable en la dinámica del vehículo subacuático controlado

Como se mencionó anteriormente, el cable puede influenciar sensiblemente el comportamiento de todos los modos de movimientos del vehículo. Por tal motivo el modelo del cable estudiado en las Secciones 7.2 y 7.3 de este capítulo puede contribuir en la mejora del sistema de control presentado en el Capítulo 5, si se incorpora la fuerza del cable calculada directamente a la acción de control en la Ec. (5.9).

A continuación se considerará la estabilidad del sistema controlado, cuando la rigidez del cable varía y, en el caso extremo, el tironeo del cable sobreviene. Más adelante, se analizará cuán importante es esta perturbación en el control adaptivo.

7.4.1. Tironeo del cable

La fuerza del cable en el ROV, T_{ROV} en la Ec. (7.22), se encuentra dentro del plano inclinado del cable. Al proyectar ésta en el sistema principal de coordenadas del vehículo, se obtiene:

$$\boldsymbol{\tau}'_c = J_1^{-1} [-H_{ROV}, -V_{ROV} \sin \alpha, V_{ROV} \cos \alpha]^T, \quad (7.30)$$

donde J_1 es la matriz superior de J y $\boldsymbol{\tau}'_c$ es la fuerza en el punto R en el sistema de coordenadas fijas al vehículo. Finalmente, el tironeo del cable se puede considerar como una fuerza generalizada aplicada en O'' , calculándosela según lo indicado en la Ec. (2.67) como:

$$\boldsymbol{\tau}_c = \left[\boldsymbol{\tau}'_{c_x}, \boldsymbol{\tau}'_{c_y}, \boldsymbol{\tau}'_{c_z}, -c_z \boldsymbol{\tau}'_{c_x}, \dot{c}_z \boldsymbol{\tau}'_{c_x} + \dot{c}_x \boldsymbol{\tau}'_{c_z}, -\dot{c}_x \boldsymbol{\tau}'_{c_x} \right]^T, \quad (7.31)$$

Según la Ec. (7.22), dadas las coordenadas de los puntos extremos O y R (ver Fig. (7.2)), un perfil de corriente $F_D(h)$ y una longitud de cable sobre el agua L_a , las tensiones en los extremos, es decir, H , V , H_{ROV} y V_{ROV} , resultarán acotadas. Por tal motivo, los tironeos del cable T_R en R y $\boldsymbol{\tau}_c$ en O' son acotados.

7.4.2. Seguimiento de trayectorias con tironeo del cable

Teorema 7.1 (*Convergencia del error de seguimiento con una perturbación del cable no compensada, Jordán y Bustamante, 2008*)

Consideremos la dinámica del vehículo en las Ec. (2.35)-(2.36) bajo las hipótesis del Teorema 5.1 o 5.2 (considerándose parámetros invariantes en el tiempo), junto con un control de seguimiento el cual puede ser fijo o adaptivo según la acción de control considerada, es decir:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\tau}_{t_f} = & C(\mathbf{v}) \mathbf{v} + D_l \mathbf{v} + D_q \text{diag}(|\mathbf{v}|) |\mathbf{v}| + \\ & + \mathbf{g}(\boldsymbol{\eta}) + M \mathbf{d}(t, \tilde{\boldsymbol{\eta}}) - K_v \tilde{\mathbf{v}} - J^T(\boldsymbol{\eta}) \tilde{\boldsymbol{\eta}}, \end{aligned} \quad (7.32)$$

ó

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\tau}_{t_a} = & \sum_{i=1}^6 U_i \times C_{v_i}(v_i) \mathbf{v} + U_7 \mathbf{v} + \sum_{i=8}^{13} U_i |v_i| \mathbf{v} + \\ & + U_{14} \mathbf{g}_1 + U_{15} \mathbf{g}_2 + U_{16} \mathbf{d} - K_v \tilde{\mathbf{v}} - J^T(\boldsymbol{\eta}) \tilde{\boldsymbol{\eta}}, \end{aligned} \quad (7.33)$$

respectivamente, donde para el caso adaptivo las U_i 's son obtenidas a partir de las Ec.

(5.11)-(5.17).

Por otra parte, asumamos que la dinámica cable-vehículo obedece al modelo de la Sección 7.2, aunque el tironeo del cable τ_c no es considerado en el diseño de las leyes dadas en las Ec. (7.32) y (7.33), es decir, este actúa como una fuerza de perturbación desconocida.

Entonces, el punto de equilibrio asintótico para el seguimiento perfecto, en el caso de considerar la dinámica de los propulsores parásita, es decir, $\tilde{\boldsymbol{\eta}} = \tilde{\mathbf{v}} = \mathbf{0}$, es totalmente estable (ver definición 5.1) en ambos controladores.

Prueba:

Consideremos la función de Lyapunov V en la Ec. (5.29) con $U_i = U_i^*$ para el controlador fijo primero. Entonces:

$$\dot{V}(\tilde{\boldsymbol{\eta}}, \tilde{\mathbf{v}}, U_i^*) = \frac{\partial V}{\partial \tilde{\boldsymbol{\eta}}} \dot{\tilde{\boldsymbol{\eta}}} + \frac{\partial V}{\partial \tilde{\mathbf{v}}} \dot{\tilde{\mathbf{v}}} = \quad (7.34)$$

$$\dot{Q}(\tilde{\boldsymbol{\eta}}, \tilde{\mathbf{v}}, U_i^*) = \frac{\partial Q(t, \tilde{\boldsymbol{\eta}}, \tilde{\mathbf{v}}, U_i^*)}{\partial \tilde{\boldsymbol{\eta}}} \dot{\tilde{\boldsymbol{\eta}}} + \frac{\partial Q(t, \tilde{\boldsymbol{\eta}}, \tilde{\mathbf{v}}, U_i^*)}{\partial \tilde{\mathbf{v}}} \dot{\tilde{\mathbf{v}}}.$$

Usando la Ec. (5.6), es válido:

$$\left| \frac{\partial Q(\tilde{\boldsymbol{\eta}}, \tilde{\mathbf{v}}, U_i^*)}{\partial \tilde{\boldsymbol{\eta}}} \right| \leq |\tilde{\boldsymbol{\eta}}|, \quad \left| \frac{\partial Q(\tilde{\boldsymbol{\eta}}, \tilde{\mathbf{v}}, U_i^*)}{\partial \tilde{\mathbf{v}}} \right| \leq \|M\| |\tilde{\mathbf{v}}|. \quad (7.35)$$

Por otra parte, como $\boldsymbol{\eta}_r(t)$ y $\mathbf{v}_r(t)$ son uniformemente continuos, y las soluciones $\boldsymbol{\eta}(t)$ y $\mathbf{v}(t)$ son Lipschitz continuas, luego existen constantes positivas c_1 y c_2 tal que:

$$\left| \frac{\partial V}{\partial \tilde{\boldsymbol{\eta}}} \right| \leq c_1 \quad \text{y} \quad \left| \frac{\partial V}{\partial \tilde{\mathbf{v}}} \right| \leq c_2 \quad (7.36)$$

se cumplen para el mismo dominio $\mathcal{S}_0 = \{|\tilde{\boldsymbol{\eta}}| \leq \varepsilon_0, |\tilde{\mathbf{v}}| \leq \varepsilon_0\}$, donde ε_0 es una constante positiva real, y $t \geq 0$.

Como V es una función decreciente para el punto de equilibrio $\tilde{\boldsymbol{\eta}} = \tilde{\mathbf{v}} = \mathbf{0}$ en el sistema no perturbado (compárese Teoremas 5.1 y 5.2), existen tres funciones de clase \mathcal{K}_∞ (ver definición en, por ejemplo, Khalil, 1995), referidas como $\alpha(|\tilde{\boldsymbol{\eta}}|, |\tilde{\mathbf{v}}|)$, $\beta(|\tilde{\boldsymbol{\eta}}|, |\tilde{\mathbf{v}}|)$ y $\gamma(|\tilde{\boldsymbol{\eta}}|, |\tilde{\mathbf{v}}|)$ tales que $\alpha \leq V \leq \beta$ y $\dot{V} \leq -\gamma$ en \mathcal{S}_0 para todo $t \in [0, \infty)$.

Considerando la dinámica del error a partir de las Ec. (2.35)-(2.36) con las Ec. (5.4)-(5.5) se tienen las siguientes expresiones:

$$\dot{\tilde{\boldsymbol{\eta}}} = -K_p \tilde{\boldsymbol{\eta}} + J(\boldsymbol{\eta}) \tilde{\mathbf{v}} \quad (7.37)$$

$$\begin{aligned} M \dot{\tilde{\mathbf{v}}} &= -C(\mathbf{v}) \mathbf{v} - D(|\mathbf{v}|) \mathbf{v} + \mathbf{g}(\boldsymbol{\eta}) + \\ &+ \boldsymbol{\tau}_t - M \frac{d}{dt} (J^{-1}(\boldsymbol{\eta}) (\dot{\boldsymbol{\eta}}_r - \mathbf{v}_c)) + \\ &+ M \left(\frac{dJ^{-1}(\boldsymbol{\eta})}{dt} K_p - J^{-1}(\boldsymbol{\eta}) K_p^2 \right) \tilde{\boldsymbol{\eta}} + \\ &+ M J^{-1}(\boldsymbol{\eta}) K_p J(\boldsymbol{\eta}) \tilde{\mathbf{v}} + \boldsymbol{\tau}_c, \end{aligned} \quad (7.38)$$

a partir de la cuales se puede hacer la siguiente observación respecto a la Ec. (7.34):

$$\dot{V}_{PS}(\tilde{\boldsymbol{\eta}}, \tilde{\mathbf{v}}) = \dot{V}_s(\tilde{\boldsymbol{\eta}}, \tilde{\mathbf{v}}) + \left(\frac{\partial V_{PS}}{\partial \tilde{\mathbf{v}}} \right)^T M^{-1} \boldsymbol{\tau}_c(t), \quad (7.39)$$

donde \dot{V}_{PS} y \dot{V}_s son derivadas temporales de V evaluadas a lo largo de las soluciones de los sistemas perturbado y no perturbado, respectivamente. Dado cualquier $\varepsilon < \varepsilon_0$ existen una δ_1 y una δ_2 tal que $\alpha(\varepsilon) > \beta(\delta_1)$, y con H_{ROV} y V_{ROV} en la Ec. (7.21) acotados, se obtiene de la Ec. (7.30):

$$\left| \boldsymbol{\tau}_c(t, \tilde{\boldsymbol{\eta}}, \tilde{\mathbf{v}}) \right| \leq \delta_2 \quad (7.40)$$

para $\tilde{\boldsymbol{\eta}}, \tilde{\mathbf{v}} \in \mathcal{S}_0$ y $t \geq 0$. Sea además:

$$\gamma_0 = \min_{\delta_1 \leq |\tilde{\boldsymbol{\eta}}|, |\tilde{\mathbf{v}}| \leq \varepsilon} \gamma(t, |\tilde{\boldsymbol{\eta}}|, |\tilde{\mathbf{v}}|). \quad (7.41)$$

Para todas las soluciones $\tilde{\boldsymbol{\eta}}(t, \tilde{\boldsymbol{\eta}}(0), \tilde{\mathbf{v}}(0))$, $\tilde{\mathbf{v}}(t, \tilde{\boldsymbol{\eta}}(0), \tilde{\mathbf{v}}(0))$ con $|\tilde{\boldsymbol{\eta}}(0)| \leq \delta_1$, $|\tilde{\mathbf{v}}(0)| \leq \delta_1$ entrando en la región $\delta_1 \leq |\tilde{\boldsymbol{\eta}}(t)| \leq \varepsilon$, $\delta_1 \leq |\tilde{\mathbf{v}}(t)| \leq \varepsilon$ se tiene para algún tiempo $t = t_1$:

$$\dot{V}_{PS}(t, \tilde{\boldsymbol{\eta}}, \tilde{\mathbf{v}}) \leq -\gamma_0 + c_2 \|M^{-1}\| \delta_2. \quad (7.42)$$

Eligiendo $\delta_2 = \kappa \gamma_0 / (c_2 \|M^{-1}\|)$, donde $0 < \kappa < 1$, $\dot{V}_{PS}(t, \tilde{\boldsymbol{\eta}}, \tilde{\mathbf{v}}) < 0$ para todo el tiempo $t \geq t_1 > 0$, tal que $|\tilde{\boldsymbol{\eta}}(t, \tilde{\boldsymbol{\eta}}(0), \tilde{\mathbf{v}}(0))| < \varepsilon$, $|\tilde{\mathbf{v}}(t, \tilde{\boldsymbol{\eta}}(0), \tilde{\mathbf{v}}(0))| < \varepsilon$. Por lo tanto, el punto de equilibrio descrito por $\tilde{\boldsymbol{\eta}} = \tilde{\mathbf{v}} = \mathbf{0}$ es totalmente estable para un control fijo.

Ahora, para el control adaptivo, el procedimiento es algo diferente. Primeramente, consideramos la función candidata de Lyapunov $V(\tilde{\boldsymbol{\eta}}, \tilde{\mathbf{v}}, U_i)$ en la Ec. (5.29). La principal

diferencia se muestra en la Ec. (5.31) para una elección particular de los pares $U_i' = U_i^*$ en las Ec. (5.22)-(5.27) y la realimentación con las leyes adaptivas dadas en las Ec. (5.11)-(5.16). Por lo tanto, con la Ec. (5.34), se obtiene:

$$\dot{V}(t, \tilde{\boldsymbol{\eta}}, \tilde{\mathbf{v}}, U_i) \leq \dot{Q}(\tilde{\boldsymbol{\eta}}, \tilde{\mathbf{v}}, U_i^*). \quad (7.43)$$

Entonces, siendo $\dot{Q}(\tilde{\boldsymbol{\eta}}, \tilde{\mathbf{v}}, U_i^*)$ acotada (como se establece en la primera parte del Teorema), existen derivadas parciales acotadas $\frac{\partial V}{\partial \tilde{\boldsymbol{\eta}}}$ y $\frac{\partial V}{\partial \tilde{\mathbf{v}}}$ para todo $t \in [0, \infty)$ y para algún dominio $\mathcal{S}_0 = \left\{ \left| \tilde{\boldsymbol{\eta}} \right| \leq \varepsilon'_0, \left| \tilde{\mathbf{v}} \right| \leq \varepsilon'_0 \right\}$, con $\varepsilon'_0 > 0$.

Como V es una función decreciente para los puntos de equilibrio $\tilde{\boldsymbol{\eta}} = \tilde{\mathbf{v}} = \mathbf{0}$ en los sistemas no perturbados (veáse Teoremas 5.1 y 5.2), existen dos funciones de clase \mathcal{K}_∞ , referidas como $\alpha(\left| \tilde{\boldsymbol{\eta}} \right|, \left| \tilde{\mathbf{v}} \right|)$, $\beta(\left| \tilde{\boldsymbol{\eta}} \right|, \left| \tilde{\mathbf{v}} \right|)$ y $\gamma(\left| \tilde{\boldsymbol{\eta}} \right|, \left| \tilde{\mathbf{v}} \right|)$ tal que:

$$\alpha \leq V \leq \beta + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{16} \sum_{j=1}^6 (\mathbf{u}_{ij} - \mathbf{u}_{ij}^*)^T \Gamma_i^{-1} (\mathbf{u}_{ij} - \mathbf{u}_{ij}^*) \quad (7.44)$$

y $\dot{V} \leq -\gamma$ en \mathcal{S}_0 para todo $t \in [0, \infty)$. Considerando las Ec. (7.37)-(7.38), se cumple:

$$\dot{V}_{PS}(t, \tilde{\boldsymbol{\eta}}, \tilde{\mathbf{v}}) = \dot{V}_S(\tilde{\boldsymbol{\eta}}, \tilde{\mathbf{v}}) + \left(\frac{\partial V_{PS}}{\partial \tilde{\mathbf{v}}} \right)^T M^{-1} \boldsymbol{\tau}_c, \quad (7.45)$$

donde \dot{V}_{PS} y \dot{V}_S son las derivadas temporales de V evaluadas a lo largo de las soluciones de los sistemas fijos perturbados y no perturbados, respectivamente. Dado cualquier $\varepsilon < \varepsilon_0$ existe un δ_1 y δ_2 tal que $\alpha(\varepsilon) > \beta(\delta_1)$, similarmente como antes, se llega a:

$$\left| \boldsymbol{\tau}_c(t, \tilde{\boldsymbol{\eta}}, \tilde{\mathbf{v}}) \right| \leq \delta_2 \quad (7.46)$$

para $\tilde{\boldsymbol{\eta}}, \tilde{\mathbf{v}} \in \mathcal{S}$ y $t \geq 0$. Sea:

$$\gamma_0 = \min_{\delta_1 \leq \left| \tilde{\boldsymbol{\eta}} \right|, \left| \tilde{\mathbf{v}} \right| \leq \varepsilon} \gamma(t, \left| \tilde{\boldsymbol{\eta}} \right|, \left| \tilde{\mathbf{v}} \right|). \quad (7.47)$$

Para todas las soluciones $\tilde{\boldsymbol{\eta}}(t, \tilde{\boldsymbol{\eta}}(0), \tilde{\mathbf{v}}(0))$, $\tilde{\mathbf{v}}(t, \tilde{\boldsymbol{\eta}}(0), \tilde{\mathbf{v}}(0))$ con $\left| \tilde{\boldsymbol{\eta}}(0) \right| \leq \delta_1$, $\left| \tilde{\mathbf{v}}(0) \right| \leq \delta_1$ entrando en la región $\delta_1 \leq \left| \tilde{\boldsymbol{\eta}}(t) \right| \leq \varepsilon$, $\delta_1 \leq \left| \tilde{\mathbf{v}}(t) \right| \leq \varepsilon$, se tiene para algún tiempo $t = t_1$:

$$\dot{V}_{PS}(t, \tilde{\boldsymbol{\eta}}, \tilde{\mathbf{v}}) \leq -\gamma_0 + c_2 \|M^{-1}\| \delta_2. \quad (7.48)$$

Eligiendo $\delta_2 = \kappa \gamma_0 / (c_2 \|M^{-1}\|)$, donde $0 < \kappa < 1$, $\dot{V}_{PS}(t, \tilde{\boldsymbol{\eta}}, \tilde{\mathbf{v}}) < 0$ para todo $t \geq t_1 > 0$, tal que $\left| \tilde{\boldsymbol{\eta}}(t, \tilde{\boldsymbol{\eta}}(0), \tilde{\mathbf{v}}(0)) \right| < \varepsilon$, $\left| \tilde{\mathbf{v}}(t, \tilde{\boldsymbol{\eta}}(0), \tilde{\mathbf{v}}(0)) \right| < \varepsilon$. Por lo tanto, el punto

de equilibrio descrito por $\tilde{\boldsymbol{\eta}} = \tilde{\mathbf{v}} = \mathbf{0}$ es totalmente estable también para el control adaptivo. ■

Comentario 7.1

El teorema 7.1 afirma que las soluciones de las trayectorias de error de seguimiento en los sistemas fijos y adaptivos perturbados son pequeñas para las condiciones iniciales $\tilde{\boldsymbol{\eta}}(0), \tilde{\mathbf{v}}(0)$ mientras que la perturbación $\boldsymbol{\tau}_c$ sea suficientemente pequeña y viceversa. Como las perturbaciones de los cables dependen principalmente de la corriente \mathbf{v}_c y del perfil geométrico del cable $x_c(z_c)$ dada en la Ec. (7.19), las cotas de los errores de seguimiento se pueden incrementar con el aumento de la corriente y de la rigidez de la catenaria, pero permanecen siempre acotados. La relación entre el perfil geométrico del cable con la magnitud de las perturbaciones será analizada en la próxima sección. ■

A continuación, se mostrarán los beneficios del control adaptivo sobre el control fijo más allá de las ventajas de la adaptación, como ocurre con la característica de amortiguamiento de las perturbaciones en estado estacionario.

Teorema 7.2 (Comparación de la convergencia entre los casos fijos y adaptivos con la perturbación del cable no compensada)

Considérese los controladores basados en el método de gradiente de velocidad, realizados en el Capítulo 5, en la forma fija y adaptiva comparativamente, bajo la misma perturbación y las mismas condiciones iniciales para cualquier referencia continua y acotada $\boldsymbol{\eta}_r(t)$ y $\mathbf{v}_r(t)$. Supóngase que los tironeos del cable actúan como una perturbación en la dinámica del vehículo que no es considerada en el diseño de control. Entonces:

a) Los errores de trayectoria entran asintóticamente al conjunto invariante

$$\mathcal{S}_\infty = \left\{ \begin{bmatrix} \tilde{\boldsymbol{\eta}} \\ \tilde{\mathbf{v}} \end{bmatrix} / \left(\tilde{\boldsymbol{\eta}}^T K_p \tilde{\boldsymbol{\eta}} + \tilde{\mathbf{v}}^T K_v \tilde{\mathbf{v}} \right) = \left| \tilde{\mathbf{v}} \right|_\infty^2 \left| \boldsymbol{\tau}_c \right|_\infty^2 \right\} \quad (7.49)$$

b) El control adaptivo siempre producirá comparativamente una mayor (o, en el peor caso, la misma) atenuación asintótica de los efectos de la perturbación en el seguimiento del vehículo que en el caso de control fijo.

Prueba:

Consideremos la función de Lyapunov de la Ec. (5.29) definida como V_a para el controlador adaptivo y $\boldsymbol{\tau}_t$ en la Ec. (7.32) sin la componente $\boldsymbol{\tau}_c$. Entonces se cumple que:

$$\dot{V}_a(t, \tilde{\boldsymbol{\eta}}, \tilde{\mathbf{v}}) = \dot{Q}(U_i) + \sum_{i=1}^{17} \sum_{j=1}^6 (\mathbf{u}_{ij} - \mathbf{u}_{ij}^*)^T \Gamma_i^{-1} \dot{\mathbf{u}}_{ij} + \tilde{\mathbf{v}}^T \boldsymbol{\tau}_c. \quad (7.50)$$

A continuación, por la condición de convexidad de la Ec. (5.31) se tiene que la Ec. (5.34) para el caso perturbado tiene la siguiente expresión:

$$\dot{V}_a(t, \tilde{\boldsymbol{\eta}}, \tilde{\mathbf{v}}) \leq \dot{Q}(U_i^*) + \tilde{\mathbf{v}}^T \boldsymbol{\tau}_c \leq \quad (7.51)$$

$$\leq \dot{Q}(U_i^*) + |\tilde{\mathbf{v}}| |\boldsymbol{\tau}_c| \leq \dot{Q}(U_i^*) + |\tilde{\mathbf{v}}|_{\infty} |\boldsymbol{\tau}_c|_{\infty}. \quad (7.52)$$

Por el otro lado, sea $V_f = Q(U_i^*)$ en la Ec. (5.6) la función de Lyapunov para el controlador fijo. De forma similar a \dot{V}_a , se obtiene:

$$\dot{V}_f(\tilde{\boldsymbol{\eta}}, \tilde{\mathbf{v}}, U_i^*) = \dot{Q}(U_i^*) + \tilde{\mathbf{v}}^T \boldsymbol{\tau}_c \leq \quad (7.53)$$

$$\leq \dot{Q}(U_i^*) + |\tilde{\mathbf{v}}|_{\infty} |\boldsymbol{\tau}_c|_{\infty}, \quad (7.54)$$

con $\dot{Q}(U_i^*)$ dado por la Ec. (5.32).

Finalmente, se puede ver que para un conjunto invariante $\Omega = \mathcal{S}_{\boldsymbol{\eta}_0} \times \mathcal{S}_{\mathbf{v}_0} \times \mathcal{S}_{U_0}$, para $\boldsymbol{\eta}_0$, \mathbf{v}_0 y $U_i(0)$ y referencias continuas acotadas $\boldsymbol{\eta}_r$ y \mathbf{v}_r , en ambos controladores, el fijo y el adaptivo, existe un subconjunto invariante $\mathcal{S}_{\infty} \subset \Omega$ donde es válido que $\dot{V}_a < 0$ y $\dot{V}_f < 0$ fuera de este conjunto, y entonces cada solución acotada $(\tilde{\boldsymbol{\eta}}, \tilde{\mathbf{v}})$ iniciada en Ω converge asintóticamente a \mathcal{S}_{∞} para $t \rightarrow \infty$. Claramente, este invariante es dado por la expresión en la Ec. (7.49) y puede ser calculado de las Ec. (7.52) y (7.53) separadamente.

Para la prueba de b) comparemos las Ec. (7.51) y (7.53) para referencias continuas y acotadas $\boldsymbol{\eta}_r$ y \mathbf{v}_r arbitrarias, cualquier condición inicial en las $U_i(0)$ y con similares condiciones iniciales $\tilde{\boldsymbol{\eta}}_0, \tilde{\mathbf{v}}_0$. Entonces fuera de \mathcal{S}_{∞} se obtiene:

$$\dot{V}_a(t, \tilde{\boldsymbol{\eta}}, \tilde{\mathbf{v}}) \leq \dot{V}_f(\tilde{\boldsymbol{\eta}}, \tilde{\mathbf{v}}) < 0, \quad (7.55)$$

para todos los $t \geq 0$. Luego, debido a la influencia de la elección arbitraria de las $U_i(0)$ en el comportamiento del control adaptivo, no se puede asegurar una mejor convergencia de los errores de seguimiento del control adaptivo sobre el control fijo durante el transi-

torio. Sin embargo, en general, el error de trayectorias en el caso adaptivo ingresa más profundamente en el conjunto residual \mathcal{S}_∞ para $t \rightarrow \infty$ para cualquier valor arbitrario de las $U_i(0)$ e iguales $\tilde{\boldsymbol{\eta}}_0, \tilde{\mathbf{v}}_0$ que en el caso del control fijo. Este hecho asegura en general una mejor performance en el estacionario para el sistema de control adaptivo por sobre el sistema de control fijo. ■

Comentario 7.2

Es importante destacar de la Ec. (7.49) que si las normas $\|K_p\|$ y $\|K_v\|$ son elegidas relativamente altas, entonces la frontera del conjunto residual resultará más pequeña. Es decir que de esta manera, las normas $\left|\tilde{\boldsymbol{\eta}}\right|_\infty$ y $\left|\tilde{\mathbf{v}}\right|_\infty$ para $t \rightarrow \infty$ pueden ser ventajosamente reducidas para un $|\boldsymbol{\tau}_c|_\infty$ dado. Por otra parte, la performance del transitorio en el control adaptivo puede ser mejorada usando técnicas conocidas para asegurar que $\tilde{\boldsymbol{\eta}}(0) = \tilde{\mathbf{v}}(0) = 0$, tales como la técnica de inicialización de trayectorias (Krstić et al., 1995). ■

7.5. Oscilaciones no lineales forzadas

El modelo cuasi-estacionario del cable desarrollado previamente provee un medio para el análisis del comportamiento cualitativo de la dinámica del sistema perturbado en estado estacionario. Cuando el vehículo controlado es excitado periódicamente por la acción de una ola, en el cable podrán existir patrones específicos que indicarán la ruta hacia la aparición de oscilaciones no lineales acorde al estudio previo en el Capítulo 3. Por tal motivo, es importante el análisis de la relación entre las fuerzas y la rigidez de la catenaria, especialmente cuando el cable es desplegado/replegado y el vehículo se mueve bajo la excitación de olas y corriente. Este estudio se realizará para los métodos de control fijo y adaptivo analizados previamente en este capítulo.

7.5.1. Velocidad crítica del vehículo

Claramente la navegación puede estar sujeta a tirones repentinos del cable si la velocidad del ROV es relativamente grande en comparación con la velocidad de despliegue del cable. Particularmente en la guía automática a profundidad constante en la dirección de

la corriente, la condición para evitar la condición de “tire y afloje” del cable requiere que la velocidad de avance del ROV cumpla con las Ec. (7.6)-(7.8), es decir:

$$\int_0^t u(\tau) d\tau < \int_0^t \dot{L}(\tau) \cos \beta_O(\tau) d\tau + L(0) = \quad (7.56)$$

$$= \int_0^t \dot{L}(\tau) \frac{H(\tau)}{\sqrt{H^2(\tau) + V^2(\tau)}} d\tau + L(0), \quad (7.57)$$

donde $t = 0$ es el tiempo en la posición inicial, el cual corresponde a un cable flojo de longitud $L(0)$. Para evitar el fenómeno de “tire y afloje”, no solamente es importante la velocidad de despliegue del cable sino también la rigidez presentada por el mismo durante el movimiento del vehículo. Por otro lado, el perfil geométrico del cable tiene una influencia significativa en la aparición de oscilaciones no lineales y en la intensidad de la fuerza del cable.

7.5.2. Rigidez de la catenaria

Los órdenes de magnitud de las componentes de fuerza actuando en el sistema dependen fuertemente del perfil geométrico del cable. Como éstos están involucrados en la perturbación τ_c , es importante analizar la conexión entre ellos con la posición del vehículo, el largo del cable y las variables del entorno.

Para este fin consideremos la Fig. (7.5) que ilustra una secuencia de perfiles geométricos del cable para diferentes largos L y valores constantes de $\frac{\partial f_D}{\partial z_c}$ y h (es decir, navegación a profundidad constante). Sin gran pérdida de generalidad, asumamos $L_a = 0$, $b_1 = 0$ (es decir, cable completamente sumergido), $W = 0$ (por la Ec. (7.13)), sin excitación de olas y con una corriente de velocidad uniforme u_c .

Usando las Ec. (7.6)-(7.7) se obtienen las pendientes de la forma del cable para los extremos O y R como:

$$\tan \beta_O = - \left(\frac{dz_c}{dx_c} \right)_O = \frac{V}{H} \quad (7.58)$$

$$\tan \beta_R = \left(\frac{dz_c}{dx_c} \right)_R = \frac{V}{F_D(h) - H} = \frac{V_{ROV}}{H_{ROV}}. \quad (7.59)$$

Luego, se puede definir un aspecto cualitativo que resultará útil para próximos análisis y que relaciona la flecha del arco formado por la catenaria con el siguiente ángulo (véase

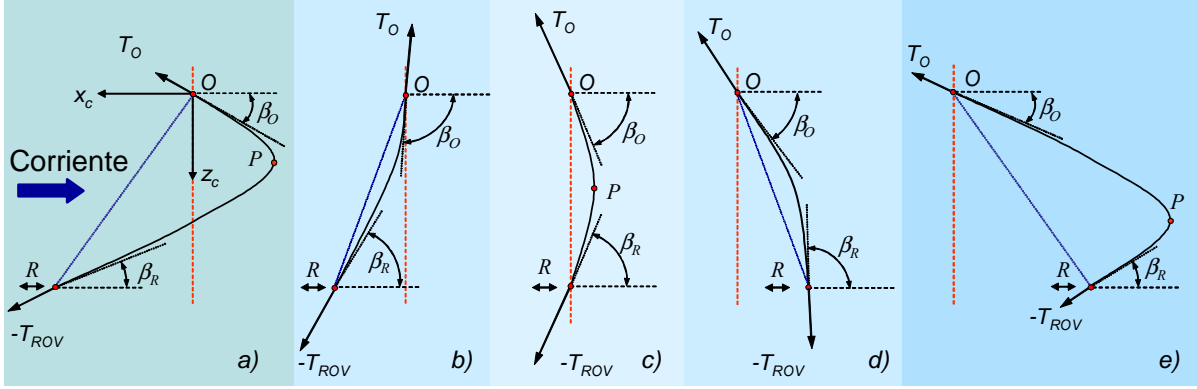


Figura 7.5: Secuencia del perfiles geométricos del cable para diferentes largos y posiciones del vehículo

Fig. (7.5)):

$$\beta_s = \pi - \arctan\left(\frac{V}{H}\right) - \arctan\left(\frac{V}{F_D(h) - H}\right), \quad (7.60)$$

donde para $\beta_s = 0$, la flecha es nula y la forma del cable es rectilínea. Para otros casos, cuando β_s se incrementa, la longitud L es en general larga y el perfil del cable toma la forma de una catenaria. En el límite, cuando $\beta_s = \pi$, el largo y la flecha de la catenaria son infinitos.

Por otra parte, de la Ec. (7.30) se cumple que:

$$T_{ROV} = [-H_{ROV}, -V_{ROV} \sin \alpha, V_{ROV} \cos \alpha]^T. \quad (7.61)$$

Claramente, la norma $T_{ROV} = \sqrt{H_{ROV}^2 + V_{ROV}^2}$ es independiente de α . Si la corriente es estacionaria entonces:

$$H_{ROV} + H = F_D(h) \quad (7.62)$$

$$V_{ROV} + V = 0. \quad (7.63)$$

Por otra parte, de las Ec. (7.22) y (7.23) con las condiciones establecidas previamente se tiene:

$$h H + l_{ROV} V - \frac{\rho_w D C_d}{4} h^2 u_c^2 = 0 \quad (7.64)$$

$$T_{ROV} = \sqrt{(F_D(h) - H)^2 + V^2}. \quad (7.65)$$

Ahora si comparamos en la Fig. (7.5) los casos *a*) y *e*) o *b*) y *d*) con la misma norma

$|l_{ROV}|$ en cada par, se obtienen los resultados resumidos en la Tabla (7.3).

Tabla 7.3: Relaciones de fuerza y catenaria en la Fig. (7.5)

<u>Caso</u>	<u>Relación de fuerzas</u>
a), b) ($l_{ROV} > 0$)	$ T_{ROV} > T_O $, $H_{ROV} > H$, $V_{ROV} = V$
c) ($l_{ROV} = 0$)	$ T_{ROV} = T_O $, $H_{ROV} = H$, $V_{ROV} = V$
d), e) ($l_{ROV} < 0$)	$ T_{ROV} < T_O $, $H_{ROV} < H$, $V_{ROV} = V$
a) vs. e) con iguales $ l_{ROV} $ y L	$H_{ROV_a)} > H_{ROV_e)}$ y $H_a) > H_e)$, $ T_{ROV_a)} > T_{ROV_e)} $
b) vs. d) con iguales $ l_{ROV} $ y L	$H_{ROV_b)} > H_{ROV_d)}$ y $H_b) > H_d)$, $ T_{ROV_b)} > T_{ROV_d)} $
a), e) vs. b), d) ($\beta_{s_{a),e)} > \beta_{s_{b),d)}$)	$T_{ROV_{a),e)} < T_{ROV_{b),d)}$ y $T_{O_{a),e)} < T_{O_{b),d)}$

Claramente, si L decrece, entonces H_{ROV} y H disminuyen y V_{ROV} y V se incrementan, entonces la rigidez de la catenaria decrece y viceversa. Por tal motivo, cuando la flecha tiende a cero, en el límite tiene lugar el tirón del cable, y tanto V como V_{ROV} son limitados únicamente por la rigidez axial del cable, la cual es generalmente mucho más grande que la rigidez de la catenaria. Por otra parte, se observa en la Tabla (7.3) que la navegación en la dirección de la corriente produce una menor perturbación que en la otra dirección (esto se deduce de las Ec. (7.63) y (7.64) con $\pm l_{ROV}$). Finalmente, se advierte de las Ec. (7.62) y (7.64), que el aumento del flujo produce un incremento tanto de T_{ROV} como de T_O .

7.5.3. Oscilaciones no lineales

Como es sabido, la aparición del fenómeno de “tire y afloje” bajo perturbaciones de olas está relacionado con oscilaciones no lineales como las de bajo período o con comportamientos caóticos (ver, por ejemplo, Huang, 1999; Jordán y Bustamante, 2007a). Tales oscilaciones son indeseables para la obtención de un seguimiento de alta performance. De acuerdo a la sección previa, no resulta sorprendente que la ruta al caos esté conectada con las situaciones críticas donde β_s es pequeño, es decir, cuando la forma del cable está próxima a la rectilínea. A continuación, se investigará la habilidad de los controladores adaptivos y fijos para atenuar las oscilaciones en estado estacionario en casos de seguimiento o regulación con β_s pequeños.

Como se probó en el teorema 7.2, el control adaptivo provee una mejor performance

que el control fijo si consideramos su comportamiento en estado estacionario. En este estado, con el control adaptivo, se puede obtener por lo general una mejor regulación y un seguimiento mucho más exacto, aunque en el peor de los casos ambos controladores pueden presentar performances similares. Por el otro lado, para pequeñas flechas del cable, el controlador adaptivo intentará amortiguar las oscilaciones inducidas en el vehículo causadas por las olas de una manera mucho más efectiva que el controlador fijo sin que se produzca la saturación de los propulsores. Entonces, se puede esperar que las oscilaciones no lineales estén generalmente asociadas a un control fijo más que a un control adaptivo, con una acción de control de mayor intensidad que en el caso adaptivo. Estos pronósticos teóricos serán corroborados en un caso de estudio.

Los parámetros principales de bifurcación en nuestro estudio serán el largo del cable, la flecha del perfil curvo de la catenaria, y los coeficientes de la ola y la corriente. El largo del cable y su flecha pueden combinarse para definir la rigidez de catenaria.

7.6. Caso de estudio

Para estudiar las características de los sistemas de control sujetos a perturbaciones de cables, se realizaron simulaciones numéricas de acuerdo a los algoritmos de control propuestos y los modelos previamente desarrollados. Se distinguirán por un lado, los problemas de seguimiento de trayectorias a lo largo de una referencia dada y, por el otro lado, el problema de la regulación alrededor de un punto fijo. En el primer caso, ambos controles se aplican a un vehículo moviéndose en ambas direcciones de una trayectoria rectilínea con un largo del cable variable y sometido a una corriente regular y a la acción de una ola monocromática. Se destacarán las diferencias entre las performances cuando se incorporan las propiedades adaptivas en el controlador con respecto al comportamiento de los sistemas de control fijo en iguales condiciones experimentales.

Para este fin, considérese las convenciones y parámetros de la Fig. (7.2), que se toma como caso de estudio. En la Tabla (7.4) se presentan los parámetros elegidos para dos experimentos a considerarse, a saber: regulación y seguimiento.

Los parámetros de la Tabla (7.4) describen el escenario para el sistema barco-cable-ROV perturbado por una ola con una frecuencia ω y una corriente u_c . La profundidad

Tabla 7.4: Parámetros de experimentos

<u>Parámetro</u>	<u>Valor</u>	<u>Parámetro</u>	<u>Valor</u>
L	$[20 \div 218](m)$ (seguimiento)	l_{ROV_r}	$45,65(m)$ (reg.)
L	$[50 \div 60](m)$ (regulación)	h_{ROV_r}	$20(m)$
\dot{L}	$0,09(\frac{m}{s})$ (seguimiento)	C_D	$0,9$
\dot{L}	$0,05(\frac{m}{s})$ (regulación)	u_r	$[0 \div 0,1](\frac{m}{s})$ (seg.)
ρ_w	$1021(\frac{Kg}{m^3})$	b	$0(m)$
D	$2 \times 10^{-2}(m)$	a_x	$0,5(m)$
EA_0	$\infty(N)$	a_z	$0,35(m)$
ω	$0,75(Hz)$ (reg.), $1,5(Hz)$ (seg.)	d	$30(m)$
u_c	$-0,15(\frac{m}{s})$	v_c	$0(\frac{m}{s})$

desde la superficie al fondo es d . Estas condiciones producen el movimiento de O de acuerdo a una trayectoria elíptica de amplitudes (a_x, a_z) y frecuencia ω . El ROV es dirigido con una velocidad variable u de acuerdo a la velocidad de referencia u_r mientras el cable es desplegado con un velocidad variable \dot{L} . Ambos objetivos de control: el seguimiento de trayectorias y la regulación, se realizaron a una profundidad del vehículo constante dada por la referencia h_{ROV_r} .

El ROV considerado fue descrito en la Tabla (5.1). Las matrices de diseño K_p y K_v son las mismas tanto para el control adaptivo como para el control fijo. Estas matrices, juntos con las ganancias Γ_i para el algoritmo adaptivo, poseen los mismos valores que se utilizaron en el Capítulo 5 (ver la Ec. (5.107)).

7.6.1. Seguimiento de trayectorias

Consideremos la Fig. (7.6) que ilustra el perfil geométrico del cable para un ROV moviéndose hacia dos direcciones opuestas a una profundidad constante. Ambos sistemas empiezan su direccionamiento justo debajo del barco ($\alpha = 0$): uno a favor y el otro en contra de la corriente con la misma intensidad de flujo $\sqrt{u_c^2 + v_c^2}$. En ambas misiones, el cable es desenrollado lentamente. Aquí, el largo del cable transita desde $L = 20(m)$ a $L = 218(m)$ a una velocidad $\dot{L} = 0,09(m/s)$. En la fase inicial la flecha del cable es pequeña. Ésta comienza a incrementarse a medida que el vehículo se acelera, desde la

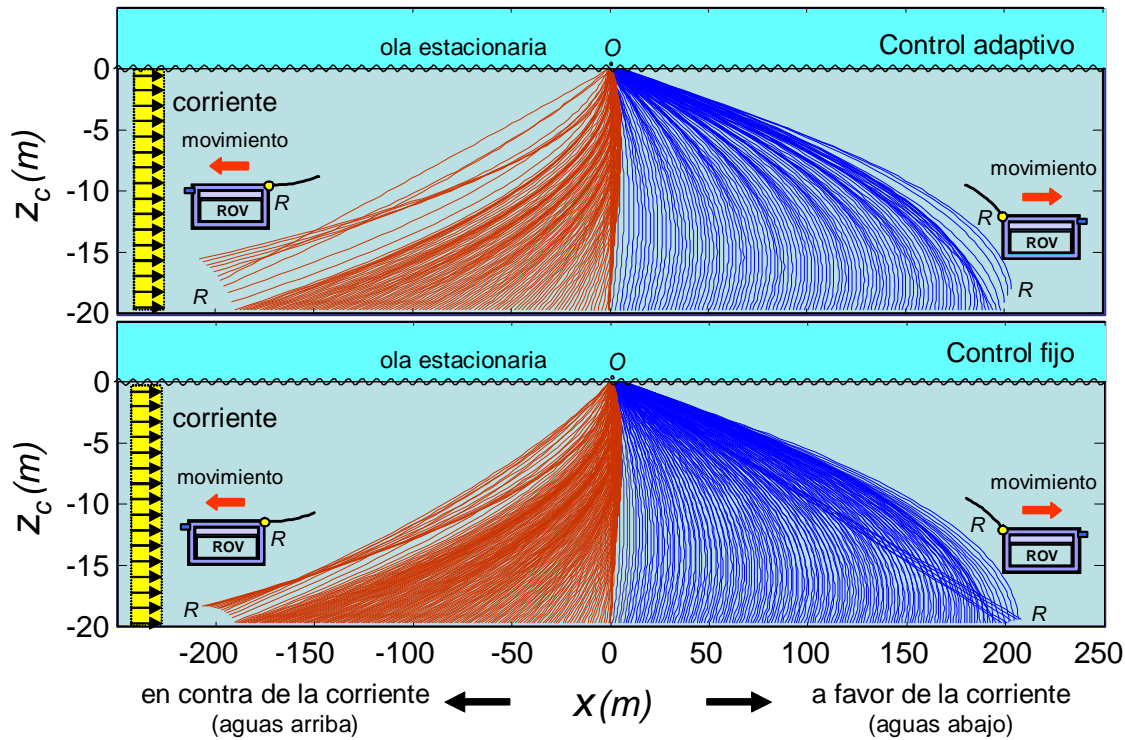


Figura 7.6: Evolución del perfil geométrico del cable durante el seguimiento de trayectorias en los controles adaptivo y fijo en uno y otro sentido respecto a la corriente

velocidad de reposo a la velocidad crucero $u_r = 0,1(m/s)$. Mientras el vehículo avanza, al ser $u_r > \dot{L}$, la flecha del cable comienza a disminuir gradualmente y la condición dada en las Ec. (7.56)-(7.57) es finalmente violada produciéndose el fenómeno de “tire y afloje”. Se observa que para los dos modos de control, el perfil del cable es similar hasta que se produce este efecto.

La Fig. (7.7) muestra la evolución de la flecha a través de su relación con el ángulo β_s . Inicialmente, en $x \approx 0$, el ángulo es pequeño y se incrementa durante el despliegue del cable. Los errores de seguimiento tienden prácticamente a cero en ambos controles durante la forma de catenaria elástica ($\beta_s > 0$). Luego que la flecha tiende nuevamente a cero, el comportamiento del vehículo es bastante caótico independientemente de qué tipo de control está trabajando y de cuál sea la dirección de la trayectoria. En este estado se puede ver, comparativamente en Fig. (7.8), que el sistema de control adaptivo genera una perturbación más energética de τ_c que en el caso del control fijo. Sin embargo puede apreciarse una mejor performance del primer control principalmente durante la fase de inicio cuando se producen pequeños errores de seguimiento \tilde{x} , \tilde{z} y $\tilde{\theta}$. Por el otro lado,

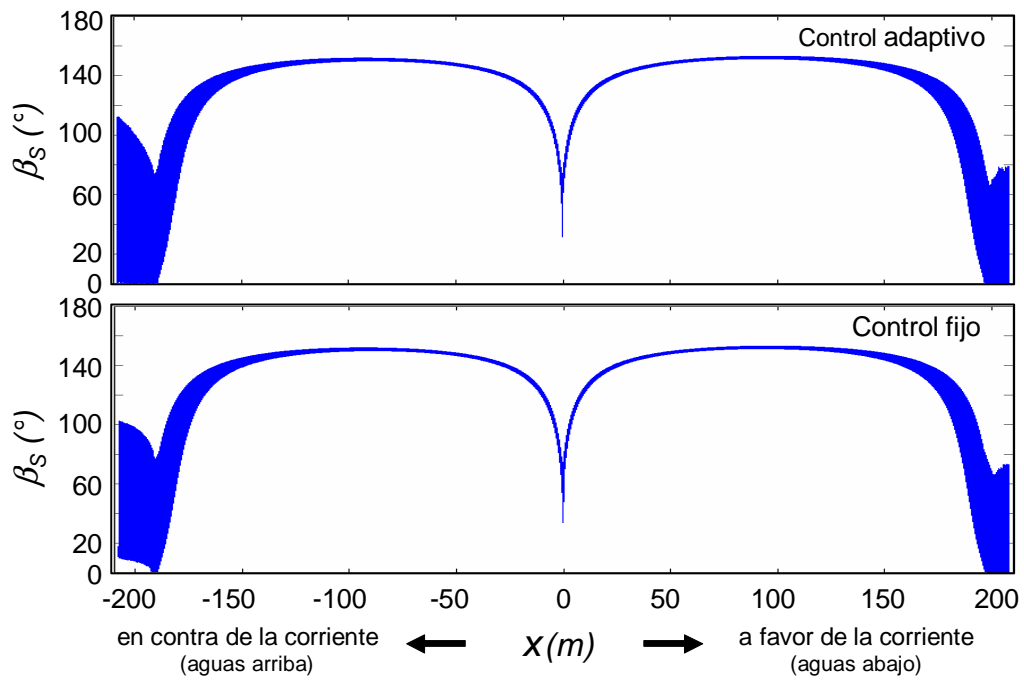


Figura 7.7: Evolución del ángulo β_s durante el seguimiento de trayectorias en los controles adaptivo y fijo

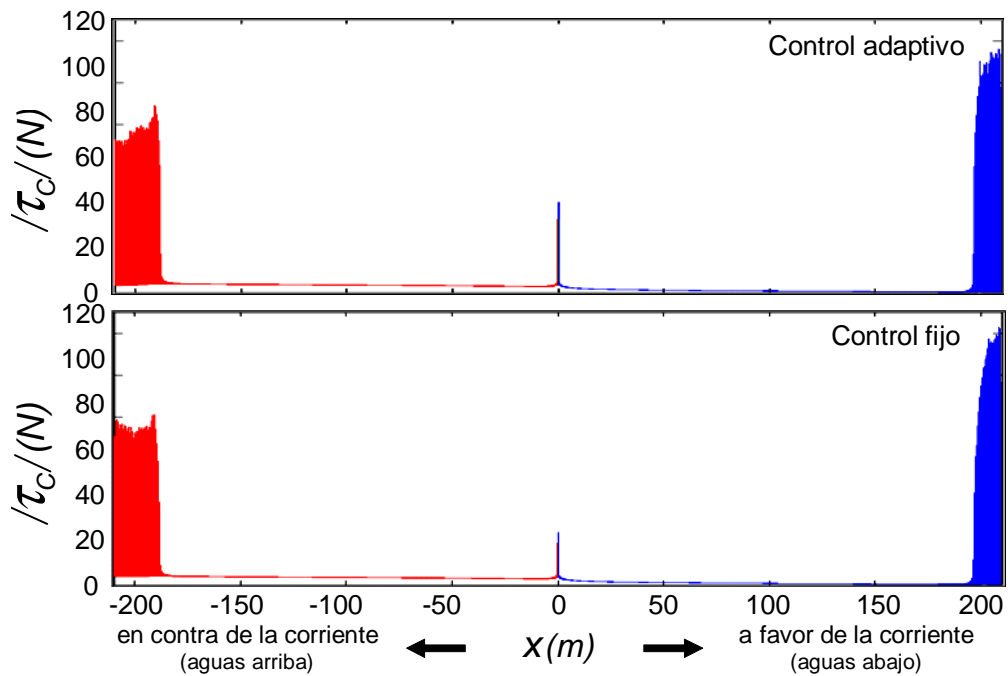


Figura 7.8: Evolución de la fuerza del cable durante el seguimiento de trayectorias en los controles adaptivo y fijo

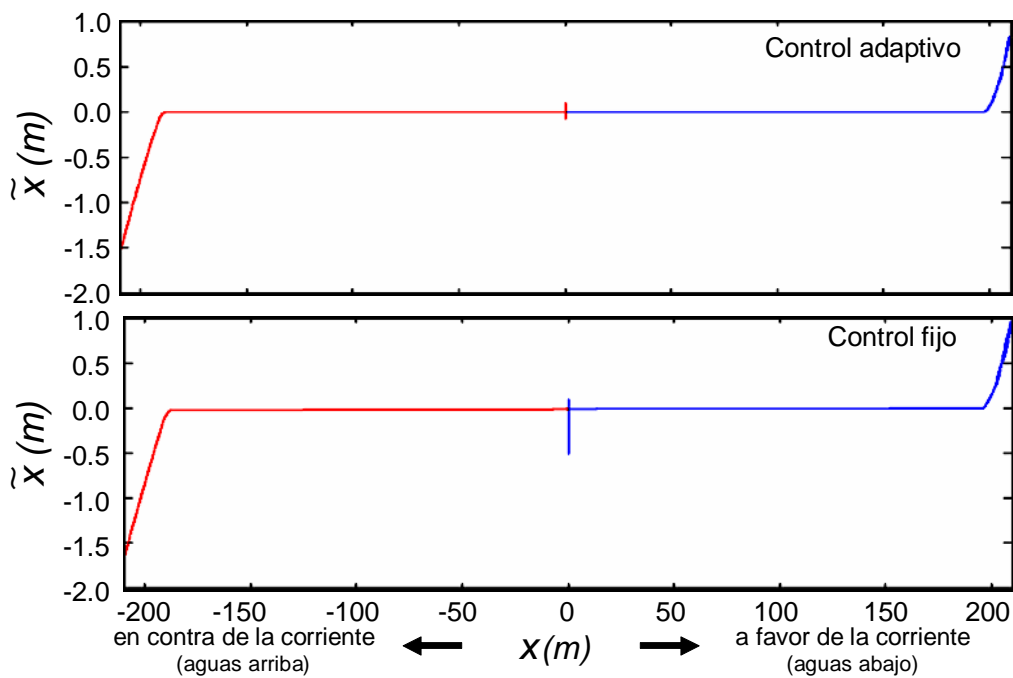


Figura 7.9: Evolución del error de seguimiento \tilde{x} en los controles adaptivo y fijo

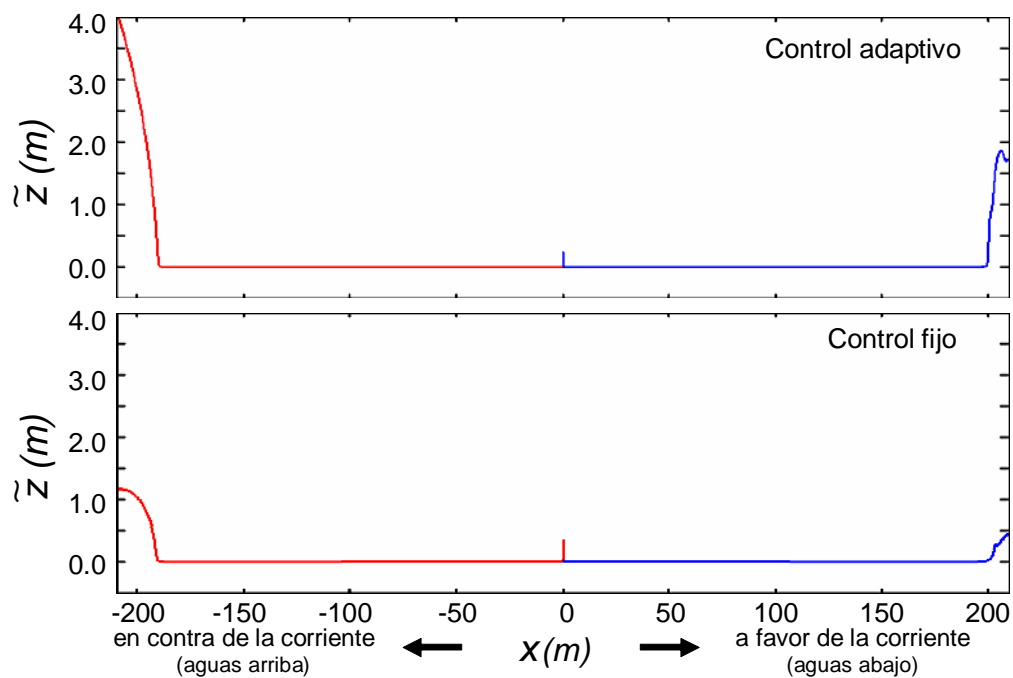


Figura 7.10: Evolución del error de seguimiento \tilde{z} en los controles adaptivo y fijo

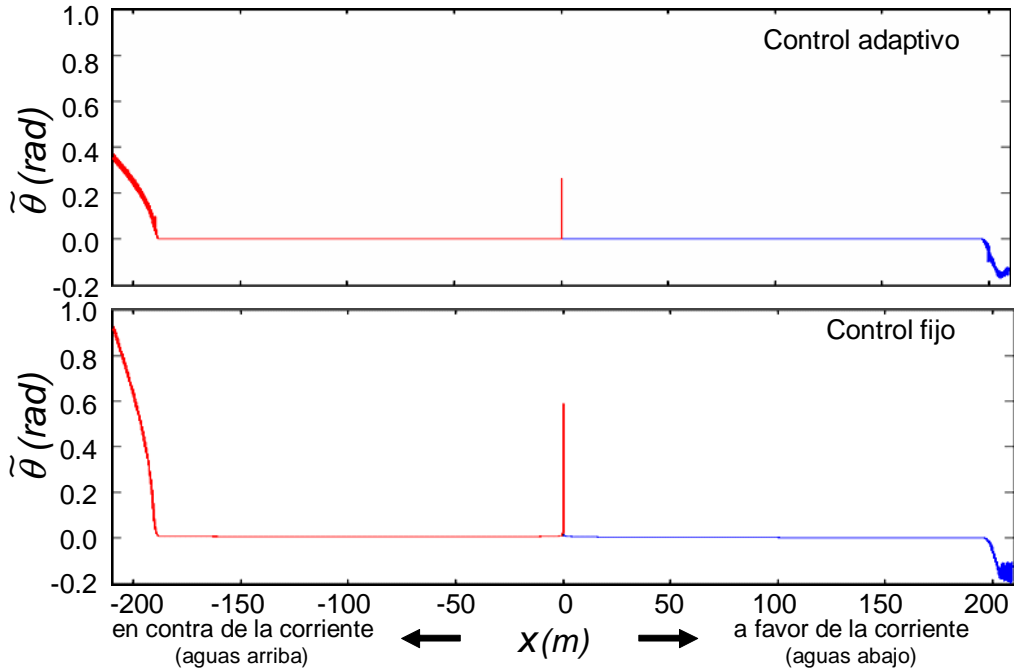


Figura 7.11: Evolución del error de seguimiento $\tilde{\theta}$ en los controles adaptivo y fijo

durante el tironeo del cable, se produce la saturación de los propulsores en ambos casos de control. Aquí, el control fijo reacciona empujando el vehículo a un valor de cabeceo grande mientras que el control adaptivo lo empuja hacia arriba (ver Figs. (7.9), (7.10) y (7.11)). Otra propiedad del control de seguimiento de trayectorias es que la navegación en contra de la corriente produce una fuerza mayor de cable, como se indicó en la Tabla (7.3) y en la Fig. (7.5), para ambos casos de control.

7.6.2. Regulación en un punto fijo

Las Figs. (7.12) y (7.13) describen el comportamiento del vehículo durante su regulación sobre la coordenada fija $[x, y, z] = [45, 65, 0, 20] (m)$ en los dos modos de control, en donde el largo del cable es extendido de $L = 50(m)$ a $60(m)$ a una velocidad $\dot{L} = 0,05(m/s)$. Previamente, los sistemas están en una oscilación forzada en el estado estacionario debido a la acción de la ola. Claramente, la flecha del cable es menor al comienzo y luego aumenta progresivamente. En ambos casos de control, las oscilaciones en la fase inicial son mucho más grandes que en la fase final donde β_s es mayor debido al alargamiento del cable. Esto señala que una flecha más pequeña cercana al tironeo del cable es más difícil de regular debido a la rigidez de la catenaria en comparación con la

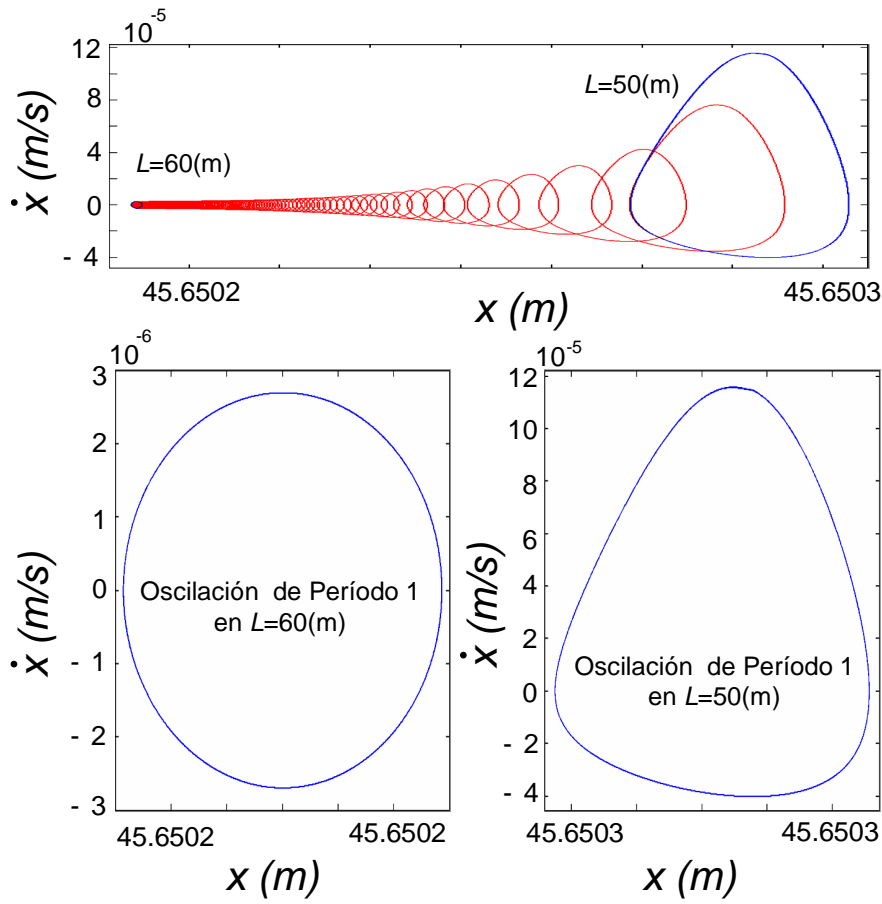


Figura 7.12: Oscilaciones en el sistema de control adaptivo durante la regulación con un largo del cable variable $L(t)$ en aumento

situación final donde la elasticidad de la catenaria es mayor. Para el controlador adaptivo, las oscilaciones no lineales estacionarias son siempre de período 1. Mientras que para el control fijo se tiene inicialmente una oscilación de período 3, la cual se desvanece cuando se incrementa la longitud del cable volviéndose de período 1. Esto evidencia que la ruta al caos tomando como parámetro la longitud del cable esta conectado con flechas pequeñas, es decir, para una rigidez alta de la catenaria. Comparativamente, las oscilaciones en el caso adaptivo son mucho más pequeñas que en el caso de control fijo, permitiendo por ende una regulación más exacta.

La Fig. (7.14) muestra la fuerza del cable generada durante la regulación del vehículo en ambos casos de control. Claramente, pequeñas flechas en el cable afectan mucho más al sistema de control fijo, en cuyo caso se crean perturbaciones de cable que poseen el doble de magnitud que en el caso del sistema de control adaptivo.

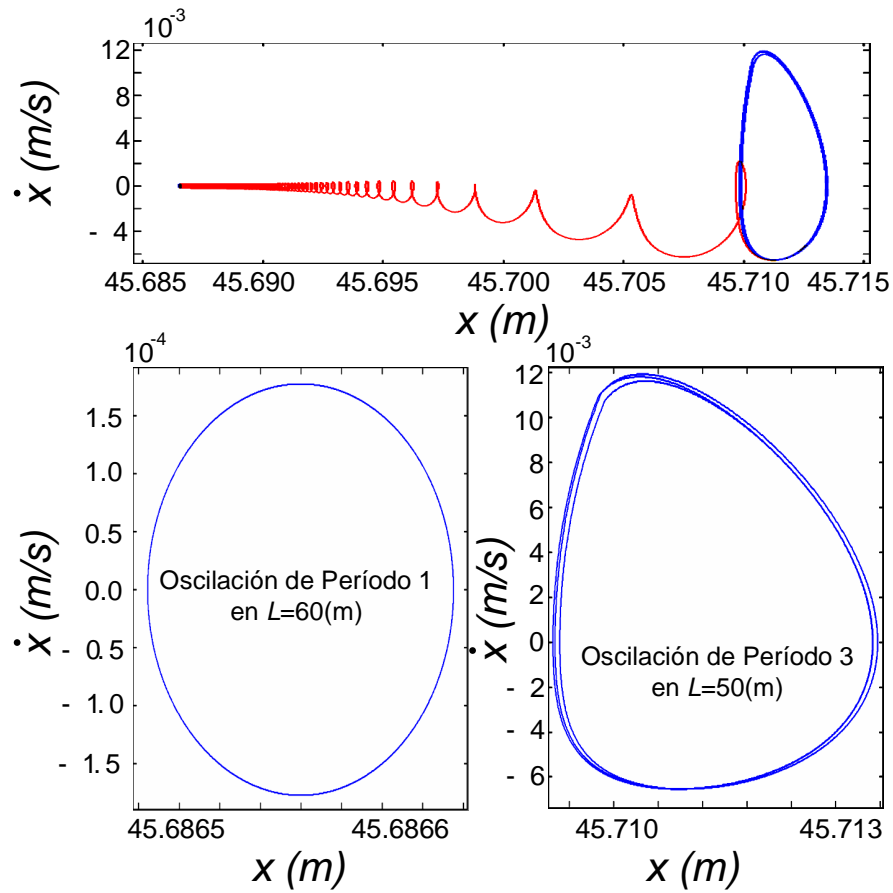


Figura 7.13: Oscilaciones en el sistema de control fijo durante la regulación con un largo del cable variable $L(t)$ en aumento

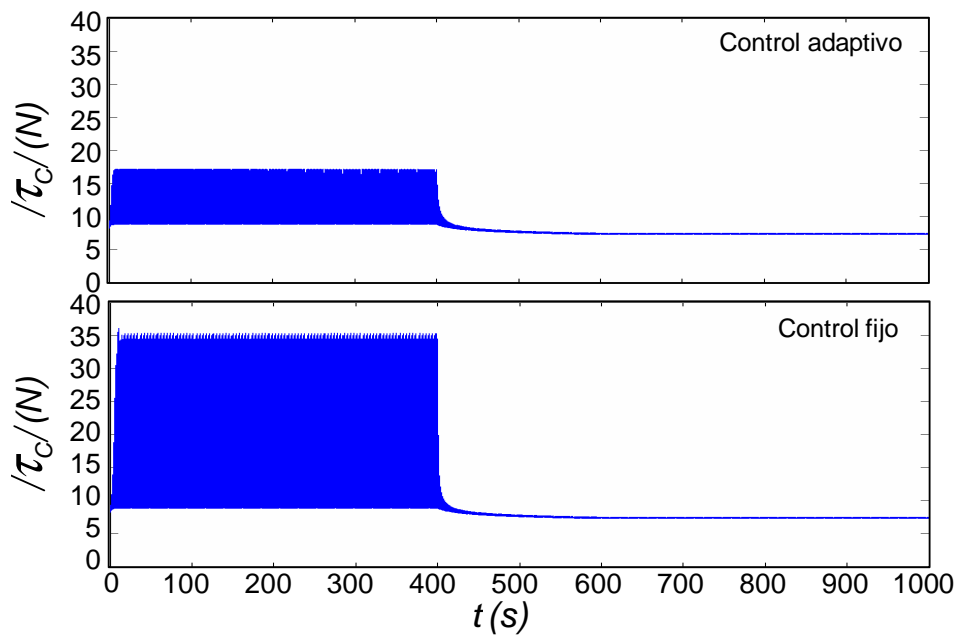


Figura 7.14: Fuerza del cable generada durante la regulación en los modos adaptivo y fijo

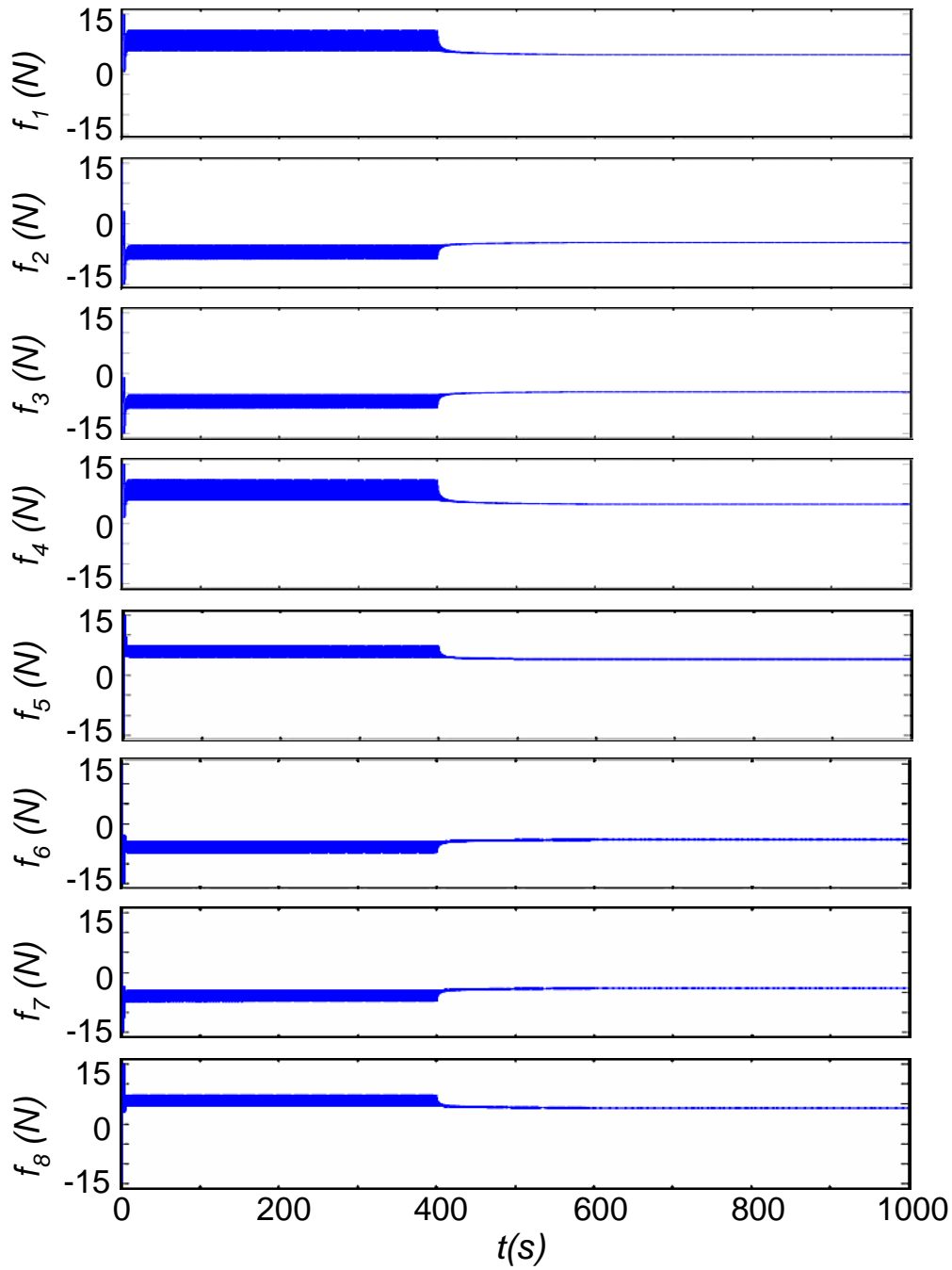


Figura 7.15: Evolución de los propulsores en regulación durante el controlador adaptivo

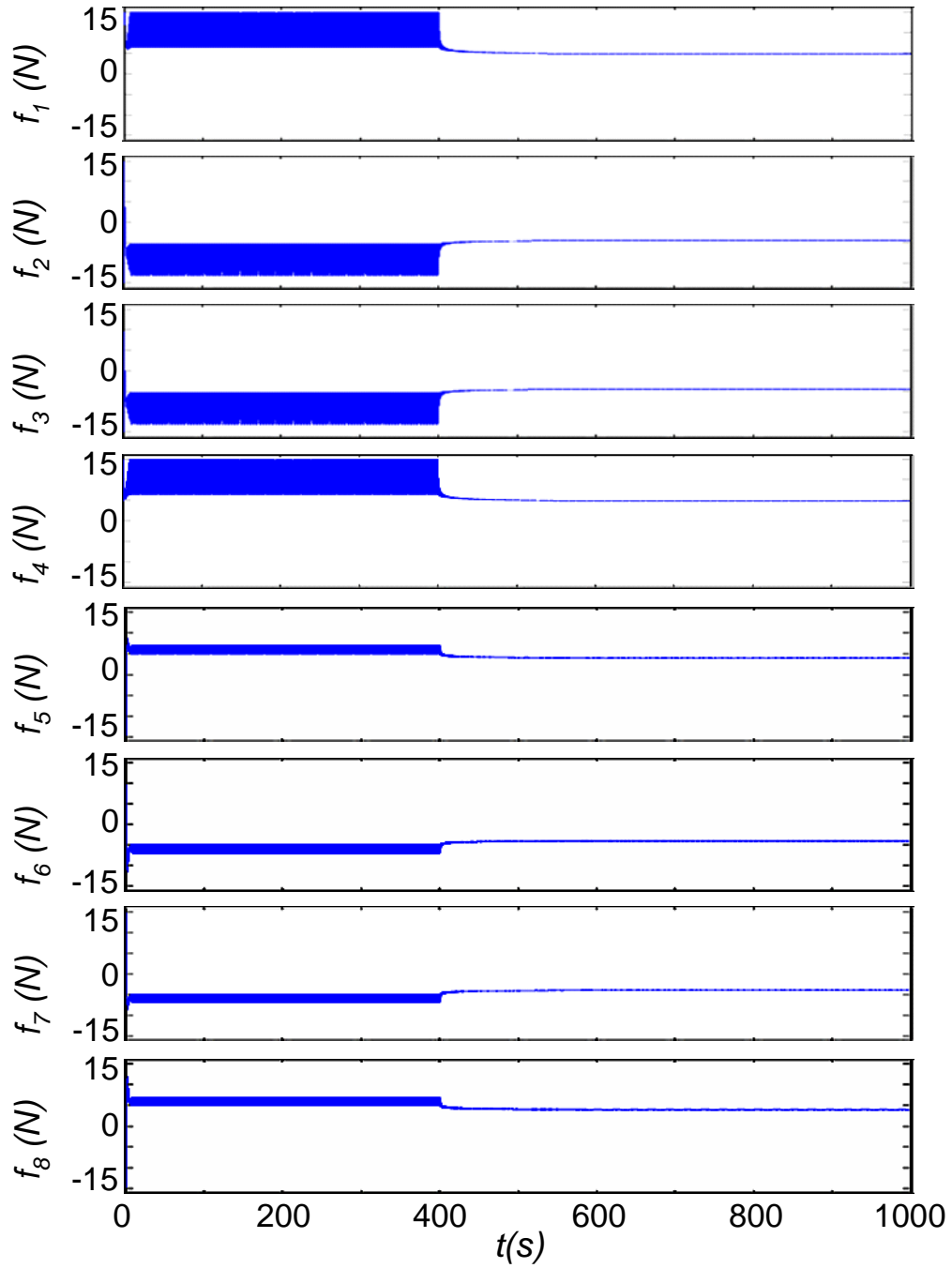


Figura 7.16: Evolución de los propulsores en regulación durante el controlador fijo

Las Figs. (7.15) y (7.16) presentan la evolución de los propulsores durante el período de regulación. Se observa que el control adaptivo puede reducir la oscilación empleando una energía mucho menor en la acción de control, mientras que el control fijo no puede evitar la saturación principalmente cuando el cable es más rígido. Este requerimiento excesivo de energía para este caso en particular, tiene lugar solamente en los propulsores verticales.

7.7. Conclusiones

En este capítulo se analizó el sistema de control adaptivo de vehículos operados remotamente (ROV) sujeto a perturbaciones exógenas durante el seguimiento de trayectorias y la regulación en un punto fijo en aplicaciones oceánicas. Se puso especial énfasis en la perturbación del cable que se induce en el vehículo bajo la acción de olas armónicas, corrientes y el propio desplazamiento del mismo.

Primeramente se estudió la dinámica cuasi-estacionaria del sistema barco-cable-ROV y se generó un modelo del cable válido para corrientes estacionarias y olas de componentes armónicas de baja y media frecuencia. El modelo desarrollado está basado en las posiciones de los extremos del cable y la intensidad de la corriente para proveer estimaciones del perfil geométrico del cable y las fuerzas en sus extremos con la exactitud suficiente para predecir movimientos moderados del vehículo. La estimación de la fuerza en el punto de anclaje del vehículo puede ser empleada directamente en el algoritmo de control para compensar la perturbación desde la acción de control y dar más maniobrabilidad sin llegar a la saturación de los actuadores y por ende, con menor gasto energético.

La influencia de olas periódicas sobre la dinámica del sistema cable-vehículo produce oscilaciones no lineales. El estudio de la diversidad de las mismas en función de parámetros del cable reveló que cuando el perfil geométrico del cable posee una flecha de arco pequeña, se producen magnitudes excesivamente altas de la perturbación que desequilibran generalmente al sistema. Además estas condiciones extremas generan una de las posibles rutas al caos en la dinámica del vehículo.

Para el sistema de control adaptivo basado en el gradiente de velocidad presentado en el Capítulo 5, se probó rigurosamente la estabilidad en el marco de la teoría de estabilidad total, considerando a la fuerza del cable como la perturbación exógena. Se demuestra mediante teorema que el controlador diseñado es totalmente estable. Esto significa que

el error de seguimiento de trayectorias permanece pequeño alrededor del punto de equilibrio del sistema no perturbado, para perturbaciones y condiciones iniciales pequeñas y viceversa. Los resultados sugieren que la magnitud de la perturbación del cable puede ser controlada mediante la regulación del largo del cable.

A continuación se realizó una comparación de la performance del control en los modos adaptivos y fijos. Para ello se introdujo un controlador fijo de tipo speed-gradient con parámetros sintonizados óptimamente para cancelar las propiedades hidrodinámicas. En ambos casos se utilizó el modelo del cable para compensar su fuerza desde la acción de control y constatar que el error de seguimiento de trayectorias converge asintóticamente a cero. Sin embargo, cuando se considera a la fuerza del cable como una perturbación (es decir, sin usar la compensación), se obtiene como resultado que los controladores adaptivos pueden amortiguar esta perturbación de una forma más eficiente que el control fijo en el estado estacionario. Se demuestra por teorema que el error de seguimiento de trayectorias ingresa a un conjunto residual más pequeño en el caso de control adaptivo que en el caso de utilizarse control fijo. Esto implica un menor consumo de energía sin que se produzca la saturación de los propulsores. Esta propiedad se suma a la propia de los sistemas adaptivos de no requerir conocimiento de los parámetros de la dinámica/hidrodinámica. La performance obtenida comparativamente en el control adaptivo es mayor asintóticamente que en el control fijo.

A través de simulaciones numéricas se observan oscilaciones de bajo período en la respuesta temporal que aparecen generalmente cuando la rigidez de la catenaria es alta (es decir, la flecha de la geometría del cable es pequeña), siendo el control fijo el más propenso a este comportamiento oscilatorio no lineal.

Capítulo 8

Conclusiones

En términos generales, la presente Tesis Doctoral ha abordado el diseño de un sistema de control adaptivo para la navegación automática de vehículos subacuáticos en 6 grados de libertad, contemplando incertidumbres y variaciones temporales de la dinámica y los efectos de perturbaciones externas del entorno y eventualmente de cable. Se realizaron los análisis de estabilidad y convergencia del sistema adaptivo propuesto y se ilustraron sus propiedades mediante un caso de estudio.

Primeramente se planteó un escenario de aplicación de vehículos subacuáticos descrito por misiones de muestreo y rastreo a baja altitud sobre el fondo marino. Sobre este escenario se elaboró la hipótesis de navegación automática con objetivos de control con propiedades adaptivas y robustas como la manera más eficaz de guiar a un vehículo subacuático perturbado y de dinámica cambiante, con elevada performance y celeridad de avance. La sustentación de esta hipótesis se realizó en pasos escalonados correspondientes a los Capítulos 2 a 7. El planteo del problema en esta Tesis y de su solución final, si bien de corte teórica, se considera inédita de acuerdo al estado actual del arte en dicha área.

La construcción de un modelo detallado de la dinámica del vehículo se llevó a cabo siguiendo la formulación clásica de Lagrangiano pero extendiendo las propiedades del modelo a sistemas variantes en el tiempo para explicar cambios súbitos de masa en el muestreo, fenómenos de desplazamiento de carga (“sloshing”) y cambios de arrastre hidrodinámico debidos a variaciones del régimen de velocidades del vehículo y la presencia de flujo turbulento alrededor del mismo.

El resultado más sobresaliente de este modelo, es la ampliación de la matriz de Coriolis

y centrípeta, la cual resulta influenciada por la derivada primera de la matriz de inercia. La implicancia de esta dinámica es que al variar la masa súbitamente en la misión de muestreo, la fuerza de Coriolis y centrípeta resulta impulsiva generando soluciones de trayectorias cinemáticas discontinuas de cambio finito.

Otro aporte en la construcción del modelo resulta de incorporar la dinámica rápida de los propulsores y su característica no lineal estática pronunciada y con particularidades de histéresis. La inclusión de esta dinámica cuasi-parásita se dejó ver como necesaria para alcanzar una elevada rapidez de respuesta en el sistema de control adaptivo comparable a esta dinámica; caso contrario la performance de control se degrada en altas velocidades de la referencia cinemática. Por último, la incorporación de la fuerza del cable como perturbación directa de inercia es necesaria en vehículos ROV para estudios posteriores de robustez.

La complejidad del modelo y su aplicación al diseño de sistemas de control para guiado sobre trayectorias se encaró primeramente en una dimensión. Los resultados obtenidos fueron cronológicamente los primeros de la Tesis y sirvieron para juzgar la aptitud de métodos y técnicas de diseño y de análisis. Se abordó el control de un ROV en ascenso y descenso con fuerte perturbación de cable y se orientó al estudio de oscilaciones no lineales inducidas por olas y el fenómeno de "tire y afloje". El modelo, si bien en una dimensión, incluyó grados crecientes de detalles de hidrodinámica al fin de establecer su influencia en el comportamiento oscilatorio. Se desarrolló un método sencillo para la detección de periodicidad de oscilación vertical basado en series convergentes. La ventaja del método es que se aplica sobre trayectorias del vehículo con su transitorio incluido. Se desarrolló también un sistema de control de fuerzas para evitar el fenómeno nocivo de "tire y afloje" basado en la coordinación de ambos extremos de cable. En un estudio exhaustivo, con mapas de Poincaré, de comparación de descenso guiado por teleoperación por un lado, y control por el otro, se apreció claramente los beneficios de este último por extender las áreas de estabilidad oscilatorias en los parámetros principales de dimensión y codimensión (por ejemplo: empinamiento de ola, longitud de cable, módulo de elasticidad del cable). Sorprendentemente la diversidad cualitativa de largos periodos incluido caos es muy alta y dejó entrever en este caso simple que la perturbación de cable puede ser muy significativa en una operación normal con corrientes. Por ello, estos resultados motivaron

posteriormente el estudio en los 6 grados de libertad en un contexto real en el último capítulo.

Con el objetivo último de afrontar el diseño de un control adaptivo se emprendió inicialmente la vía de la identificación de modelo para buscar luego el desarrollo de métodos adaptivos indirectos. Al igual que el estudio anterior, los resultados fueron explorativos en la Tesis, generando evidencia para fortalecer la vía a seguir. Se comenzó con el caso simple de 1 modo de movimiento y un vehículo esférico con una característica no lineal muy pronunciada de su coeficiente hidrodinámico de arrastre. A fin de implementar un método de identificación de los parámetros del modelo, se desarrolló una partición en intervalos conexos del dominio de velocidad combinadas con estimadores en paralelo de mínimos cuadrados. Aquí se probó la convergencia asintótica de todas las estimas a sus valores reales con el sólo uso de una excitación de ola monocromática. La generalización a 6 grados de libertad comprendió varios pasos. Primero la prueba de identificabilidad de matrices de inercia, de Coriolis y centrípeta, de arrastre viscoso no lineal y de empuje a través de parámetros estimados. Segundo la demostración por teorema de que una excitación tan simple como una ola monocromática puede generar condiciones de persistencia excitante en los regresores usados en la estimación de parámetros. La interpretación de este resultado es que la misma dinámica no lineal del vehículo permite lograr la expansión del espacio completo de parámetros por parte de los regresores, hecho que no ocurre en modelos lineales donde se procura riqueza de señal de entrada para lograrlo. Finalmente, se prueba convergencia asintótica de los errores de estima a cero. Este resultado teórico sin embargo es de dudosa importancia práctica debido a la gran cantidad de parámetros involucrados en el modelo (cientos de ellos) y la dependencia de una excitación suficientemente energética de la ola a través del cable. La parsimonia en la convergencia de estimas en un caso de estudio de una dimensión avala esta conjetura. Aunque sería posible pensar en una estimación viable a lazo cerrado y proveer la excitación desde las trayectorias de referencia en caso de ROVs pero también de AUVs, quedaría en todo caso la tarea no trivial de asegurar por diseño la estabilidad del lazo de control sin contar con un modelo previo. Por ello se intentó la vía del control adaptivo directo para la navegación subacuática en los próximos pasos.

El diseño de un sistema de control basado en leyes adaptivas de gradiente de velocidad

y el empleo de una proyección dinámica suave para asegurar acotabilidad de las matrices del controlador según el estado del arte, pareció la vía más promisoría en un contexto de sistemas pasivos, con una clara vinculación de sus parámetros de diseño con la performance transitoria. Se mostró que esta estructura de control indirecta no es suficiente para asegurar estabilidad en presencia de parámetros variantes en el tiempo como los involucrados en el modelo completo. A partir de allí se realizan sucesivas modificaciones originales sobre la estructura del control adaptivo a fin de establecer los siguientes resultados sobre estabilidad y convergencia.

El estudio comienza estableciendo un modelo variante en el tiempo contemplando sólo la histéresis estática de los actuadores. Para este caso se demuestra que si las variaciones de los parámetros son desvanecientes en el tiempo (es decir, medibles en espacios de Lebesgue $\mathcal{L}_1 \cap \mathcal{L}_\infty$ o $\mathcal{L}_2 \cap \mathcal{L}_\infty$), y/o sus variaciones ocurren en periodos finitos, y/o la inercia cambia súbitamente durante un proceso de muestreo intermitente de la misión, entonces los errores de las trayectorias espaciales y cinemáticas se desvanecen a cero asintóticamente alcanzando una performance de transitorio arbitrariamente sintonizable a través de los parámetros de diseño en términos de energía de error. La implicancia de estos resultados es que el control propuesto es capaz de asegurar adaptación no sólo ante un modelo incierto inicialmente (es decir, trabajando como "selftuning"), sino también adaptar la dinámica controlada a las variaciones de parámetros del vehículo desde el momento que estas aparecen.

A continuación el estudio se centra en la dinámica parásita de los actuadores, en donde su ausencia en el diseño produce una caída de la performance alcanzada en el paso anterior. Para subsanar este problema se extiende la estructura del sistema empleando dinámica inversa de los actuadores para establecer la entrada óptima a los propulsores. Esta extensión se basa en la estimación de los estados y de las entradas de ellos, contando con el conocimiento de su dinámica y de la acción de control ideal calculada desde el control adaptivo. Se mostró que este nuevo control adaptivo conduce a un seguimiento de las trayectorias hasta un error dentro de un conjunto residual, cuya magnitud puede disminuirse apropiadamente con filtros pasa altos de fácil sintonización. El resultado es un error de fuerza que es tratado en los estudios como una perturbación endógena (en analogía a la perturbación exógena del cable). Se prueba mediante teorema que el punto

de equilibrio de errores nulos es estable según el punto de vista de la teoría de estabilidad total, es decir el error de seguimiento de trayectorias es del orden de magnitud del error de fuerzas y por tanto valen los resultados de mejora de performance transitoria en dinámicas variantes en el tiempo. Seguidamente se detallan pautas para la selección de todas las matrices de diseño del lazo adaptivo y parámetros del observador. Finalmente, se muestra la factibilidad de aplicación del diseño desarrollado en un caso de estudio en 6 grados de libertad, simulado numéricamente, para una misión de muestreo y rastreo sobre el fondo marino. Se ilustró la performance de control alcanzada del sistema propuesto con una sintonización simple de sus matrices de diseño, la cual fue elevada.

Los próximos resultados están orientados a resolver el problema de saturación de actuadores en la navegación rápida. Se considera también acá que tanto el planteo del problema como la solución obtenida son originales. Asumiendo que la sintonización de una buena performance transitoria puede dar lugar a saturaciones en algunos actuadores, perdiendo por tanto calidad de seguimiento, subyacía el objetivo de optimizar la celeridad automáticamente sobre una trayectoria espacial arbitraria logrando la máxima potencia de sus actuadores y evitando su saturación. La solución se encaró nuevamente como una extensión del control adaptivo desarrollado anteriormente, confiriéndole ahora propiedades óptimas para la navegación en tiempo mínimo. Partiendo de una heurística propia se desarrolla una estrategia basada en definir un tiempo virtual para una nueva trayectoria de referencia espacial. Este tiempo virtual surge como solución forzada de una ecuación diferencial *ad-hoc* que contiene como entradas a los errores de seguimiento y funciones de penalización de la potencia ociosa de cada actuador. Por lo tanto, el tiempo virtual marca la cadencia óptima de las trayectorias de referencia espacial y cinemática mapeadas sobre este. Finalmente combinando el sistema de control adaptivo propuesto y este algoritmo de tiempo mínimo se demuestra por teorema que los errores de seguimiento se desvanecen a cero sin cruzar la zona de saturación de los propulsores para el caso "selftuning" y actuadores con histéresis. Otra implicancia importante es que el nuevo sistema de control adaptivo es menos sensible a la elección de sus matrices de diseño. Estos resultados se ilustran mediante un caso de estudio en 6 grados de libertad.

Como último objetivo de la tesis se encaró el estudio de la perturbación de cable con dinámica completa de ROVs en 6 grados de libertad. El estudio está orientado tanto a

navegación como a regulación en puntos de operación. La excitación de ola sobre el cable y la tensión de este por la corriente producen escenarios de oscilaciones no lineales y fenómenos de "tire y afloje", ya vistos en el caso de una dimensión, pero acá tratados en el contexto de un sistema adaptivo.

Se trabajó en dos soluciones para incorporar la perturbación de cable. La primera emprendió la construcción de un modelo cuasi-estacionario del cable basado en la hidrodinámica de cilindros infinitos elásticos y distribución de carga de arrastre por la corriente. Su validez queda restringida a movimientos relativamente lentos como para conservar su forma catenaria. Experimentos en canal de corriente con hilos de cable llevados a cabo en la Tesis sustentaron significativamente el modelo desarrollado. A este modelo se lo perturbó en ambos extremos: en la parte superior por el movimiento armónico del barco, y en la parte inferior por el movimiento del ROV de acuerdo a su misión. Por otro lado, la segunda solución, más sencilla, partió de la base de una perturbación acotada actuando sobre el vehículo y se probó estabilidad y convergencia de los errores de seguimiento. El modelo de cable exige la medición adicional del movimiento orbital del barco, hecho que se asumió posible tecnológicamente en este estudio. De valer la cuasi-estacionariedad de movimientos en el cable, se obtuvo una forma de calcular la fuerza perturbadora ejercida sobre el vehículo en forma exacta y compensarla en la ley de control adaptiva en forma directa y total. Por tanto en este caso valen todos los resultados anteriores de convergencia asintótica nula. Para la segunda solución se demostró, usando las herramientas de la estabilidad total y en forma similar a la perturbación endógena, que el punto de equilibrio de errores cero es totalmente estable, es decir que los errores de seguimiento serán del orden de la magnitud de la perturbación. En estudios subsiguientes se estableció que la intensidad de la perturbación no depende del largo del cable sino más bien de la flecha que marca la proximidad de este estado al cable rectilíneo. Por otra parte se evidenció en simulaciones numéricas que la longitud del cable favorece la diversidad de oscilaciones no lineales y su ruta al caos es más corta. Las simulaciones presentadas para servo-control y regulación muestran comparativamente una atenuación más efectiva de las oscilaciones del vehículo en el caso del control adaptivo propuesto que en un sistema de control fijo bien sintonizado por modelo.

El desarrollo de la Tesis Doctoral concluyó aportando novedosas soluciones teóricas al

problema de seguimiento de trayectorias en vehículos subacuáticos perturbados mediante control adaptivo para misiones de muestreo y rastreo sobre el fondo oceánico. Las verificaciones de estos resultados en forma experimental salen afuera de los objetivos planteados inicialmente y quedan por lo tanto como un campo de investigación abierto.

Bibliografía

- Antonelli, G. (2003). *Underwater robots. Motion and force control of vehicle-manipulator systems*. Springer Verlag. Berlin, Germany.
- Antonelli, G., Chiaverini, S., Finotello, R. y Morgavi, E. (1999). “Real-time path planning and obstacle avoidance for an autonomous underwater vehicle”, *Proc. of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Detroit, Michigan, 1, 78-83.
- Antonelli, G., Caccavale, F., Chiaverini, S. y Fusco, G. (2003). “A novel adaptive control law for underwater vehicles”, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 11, 221-232.
- Antonelli, G., Caccavale, F. y Chiaverini, G. (2004). “Vehicle-manipulator systems based on the virtual decomposition approach”, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 20, 594-602.
- AQWA (2002). *AQWA Reference Manual, Version 5.3A*. Century Dynamics Ltd, UK.
- Arcak, M., Seron, M., Braslavsky, J. y Kokotović, P. (2000). “Robustification of backstepping against input unmodeled dynamics”. *IEEE Transactions On Automatic Control*, 45, 1358-1363.
- Behbahani-Nejad, M. y Perkins, N.C. (1997). “Hydrodynamic and Geometric Stiffening Effects on the Out-of-Plane Waves of Submerged Cables”, *Nonlinear Dynamics*, 13(3), 243-257.
- Beltrán-Aguedo, R. (2003). *Modelado e identificación en línea de sistemas dinámicos flotantes de Ingeniería Oceánica*. Tesis Doctoral, DIEC, Univ. Nacional del Sur.
- Beltrán-Aguedo, R. y Jordán, M.A. (2003). “A method for continuous-time identification of moored systems”, *Latin American Applied Research (LAAR)*, 33(4), 483-488.
- Buckham, B., Nahon, M., Seto, M., Zhao, X. y Lambert, C. (2003). “Dynamics and control of a towed underwater vehicle system, part I: model development”, *Ocean Engineering*, 30, 453-470.
- Caccia, M. y Veruggio, G. (2000). “Guidance and control of a reconfigurable unmanned underwater vehicle”, *Control Engineering Practice*, 8, 21-37.
- Caccia, M., Indiveri, G. y Veruggio, G. (2000). “Modeling and identification of open-frame vari-

- able configuration unmanned underwater vehicles". *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 25(2), 227-240.
- Chakrabarti, S.K. (1994). *Offshore structure modelling*. World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., Singapore.
- Chyba, M., Leonard, N.E. y Sontag, E.D. (2001), "Optimality for underwater vehicles", *Proc. of the 40th IEEE Conference on Decision and Control (40th CDC)*, Orlando, Florida, USA, 5, 4204-4209.
- Chyba, M. (2003). "Underwater vehicles: a surprising non time-optimal path", *Proc. of the 42th IEEE Conference on Decision and Control (42th CDC)*, Maui, Hawaii, 2750-2755.
- Conte, G. y Serrani, A. (1999). "Robust nonlinear motion control for AUVs". *IEEE Robotics & Automation Magazine*, 6(2), 62, 33-38.
- Cunha, J.P.V.S, Costa R. R. y Hsu, L. (1995). "Design of a High Performance Variable Structure Position Control of ROV's". *IEEE Journal Of Oceanic Engineering*, 20(1), 1995, 42-55.
- Dean, R.G. y Dalrymple R. A. (1991). *Water wave mechanics for engineers and scientists*. Word Scientific Pub. Co.
- Dmitrieva, I. y Lougovsky, V. (1997). "Non-linear harmonic, subharmonic and chaotic motion of offshore structures", *Proc. of the 8th International Conference on the Behaviour of Offshore Structures*, Delft, Netherlands, 2, 205-218.
- Do, K.D., Jiang, Z.P. y Pan, J. (2002). "Robust adaptive path following of underactuated ships", *Proc. of the 41st IEEE Conference on Decision and Control (41th CDC)*, Las Vegas, USA, 3243-3248.
- Do, K.D., Jiang, Z.P., Pan, J. y Nijmeijer, H. (2004). "A global output-feedback controller for stabilization and tracking of underactuated ODIN: A spherical underwater vehicle", *Automatica*, 40, 117-124.
- Ellermann, K., Kreuzer, E. y Markiewicz, M. (2002). "Nonlinear dynamics of floating cranes", *Nonlinear Dynamics*, 27(2), 107-183.
- El-Hawary, F. (2001). *The ocean engineering handbook*. CRC Press LLC, Florida, USA.
- Evans, J. y Nahon, M. (2004). "Dynamics modeling and performance evaluation of an autonomous underwater vehicle", *Ocean Engineering*, 31, 1835-1858.
- Faltinsen, O.M. (1993). *Sea loads on ships and offshore structures*. Cambridge University Press. Cambridge, U.K.
- Fang, M.-C., Hou, C.-S. y Luo, J.-H. (2007). "On the motions of the underwater remotely operated vehicle with the umbilical cable effect", *Ocean Engineering*, 34 (8-9), 1275-1289.

- Feiler, M.J. y Narendra, K.S. (2006). “Simultaneous Identification and Control of Time-Varying Systems”, *Proceedings of the IEEE 45th Control and Decision Conference (45th CDC)*. San Diego, CA, USA, 1093-1098.
- Feng, Z. y Allen, R. (2004). “Evaluation of the effects of the communication cable on the dynamics of an underwater flight vehicle”, *Ocean Engineering*, 31, 1019–1035.
- Fidan, B., Zhang, Y. y Ioannou, P.A. (2005). “Adaptive control of a class of slowly time varying systems with modeling uncertainties”. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 50(6), 915-920.
- Fjellstad, O.E. y Fossen, T.I. (1994). “Position and attitude tracking of AUV’s: a quaternion feedback approach”. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 19, 512-518.
- Fossen, T.I. (1994). *Guidance and control of ocean vehicles*, John Wiley & Sons, Chichester, UK.
- Fossen, T.I. y Sagatun, S.I. (1991). “Adaptive control of nonlinear systems: a case study of underwater robotic systems”. *Journal of Robotic Systems*, 8, 393-412.
- Fradkov, A.L., Miroshnik, I.V. y Nikiforov, V.O. (1999). *Nonlinear and adaptive control of complex systems*. Kluwer Academic Publishers. Dordrecht, The Netherlands.
- Fryxell, D. (1994). *Modeling, Identification, Guidance and Control of an Autonomous Underwater Vehicle*. MSc Thesis, Department of Electrical Engineering, Instituto Superior Técnico, Lisboa, Portugal.
- Ge, S.S. y Wang, J. (2003). “Robust adaptive tracking for time-varying uncertain nonlinear systems with unknown control coefficients”, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 48(8), 1463-1469.
- Goheen, K.R. y Jefferys, E.R. (1990). “The application of alternative modelling techniques to ROV dynamics”. *Proc. of 1990 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Cincinnati, Ohio, Usa, 1302-1309 (vol.2)
- Guckenheimer, J. y Holmes, P. (1997). *Nonlinear oscillations, dynamical systems and bifurcations of vector fields*. Springer Verlag. Berlin, Germany.
- Hahn, W. (1959). *Theorie und Anwendung der direkten Methode von Lyapunov*. Springer Verlag. Berlin, Germany.
- Healey, A.J., Rock, S.M., Cody, S., Miles, D. y Brown, J.P. (1995). “Toward an Improved Understanding of Thruster Dynamics for Underwater Vehicles”, *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 20(4), 354–361.
- Hideshi, H. (1989). “Drag coefficient and upstream influence in three-dimensional stratified flow of finite depth”, *Fluid Dynamics Research*, 4, 317-332.

- Huang, S. y Vassalos, D. (1992). "Heave response of a tethered subsea unit during the launch and recovery process", *Proc. of the 2nd. International Offshore and Polar Engineering Conference*, San Francisco, USA.
- Huang, S. (1999). "Stability analysis of the heave motion of marine cable-body systems", *Ocean Engineering*, vol. 26, 531-546.
- Hsu, L., Costa, R.R., Lizarralde, F., Cunha, J.P.V.S. (2000). "Dynamic positioning of remotely operated underwater vehicles". *IEEE Robotics and Automation Magazine*, 7(3), 21-31.
- Ikhouane, F. y Krstić, M. (1998). "Robustness of the tuning functions adaptive backstepping design for linear systems", *IEEE Transactions On Automatic Control*, 43, 431-437.
- Inanc, T., Shadden, S.C. y Marsden, J.E. (2005), "Optimal Trajectory Generation in ocean flows", *Proc. of the 2005 American Control Conference (ACC 2005)*, vol. 1, 2005, 674-679.
- Indiveri, G. (1998). *Modelling and identification of underwater robotic systems*, Ph.D. Thesis, University of Genova.
- Ioannou, P.A. y Sun, J. (1996). *Robust adaptive control*. PTR Prentice-Hall, Upper Saddle River, New Jersey.
- Jiang, T. (1991): *Untersuchung nichtlinearer Schiffsdynamik mit Auftreten von Instabilität und Chaos an Beispielen aus der Offshoretechnik*. Thesis dissertation. Institut für Schiffbau, Bericht Nr. 512, Hamburg.
- Jordán, M.A. (2005). "On-line Identification and Convergence Analysis of Excitation-Force and Drag-Force Models for Moored Floating Structures", *Ocean Engineering*, 33, 1161-1213.
- Jordán, M.A. y Beltrán-Aguedo, R. (2004a). "Nonlinear identification of mooring lines in dynamic operation of floating structures", *Ocean Engineering*, 31, 455-482.
- Jordán, M.A. y Beltrán-Aguedo, R. (2004b). "Optimal identification of potential-radiation hydrodynamics for moored floating structures. A new general approach in state space", *Ocean Engineering*, 31, 1859-1914.
- Jordán, M.A. y Bustamante J.L. (2004a), "Diseño de un sistema de control con modelo de referencia para robots subacuáticos". *III Jornadas Argentinas de Robótica (JAR2004)*, San Juan, Argentina.
- Jordán M.A. y Bustamante J.L. (2004b). "Control semiglobal de profundidad y tensión de cable para vehículos subacuáticos", XIX Congreso Argentino de Control Automático (*AADE-CA '04*). Bs. As, Argentina.
- Jordán, M.A y Bustamante, J.L. (2004c). "Diseño de un observador no-lineal para robots subacuáticos en operación de ascenso/descenso". *III Jornada Argentina de Robótica (JAR'04)*. San Juan, Argentina.

- Jordán, M.A y Bustamante, J.L. (2004d) “Identificación en línea de masa, masa aditiva y característica de arrastre viscoso para robots subacuáticos”, *5th Argentine Symposium On Computing Technology (AST 2004)*. Córdoba, Argentina.
- Jordán, M.A y Bustamante, J.L. (2004e) “Análisis de oscilaciones no-lineales en sistemas complejos de mecánica e hidrodinámica - herramientas y metodología”, *Revista Iberoamericana de Automática e Informática (RIAI)*, 1(3), 63-77.
- Jordán, M.A y Bustamante, J.L. (2005). “A globally stable adaptive control for ROV systems”, *XI Reunión de Trabajo en Procesamiento de la Información y Control (XI RPIC)*. Río Cuarto, Argentina.
- Jordán, M. A. y Bustamante, J.L. (2006a). “A speed-gradient adaptive control with state/disturbance observer for autonomous subaquatic vehicles”. *Proc. of the IEEE 45th Control and Decision Conference (45th CDC)*. San Diego,CA, USA, 2008-2013.
- Jordán, M.A y Bustamante, J.L. (2006b). “Experimental demonstration of the oscillatory phenomenon taut-slack”. *Proc. of the IEEE 45th Control and Decision Conference (45th CDC)*. San Diego, California, USA, 3932-3937.
- Jordán, M.A y Bustamante, J.L. (2006c). “A method for time-optimal trajectory planning for underwater vehicles based on thrust maximization”. *4ta Convención Internacional de la Facultad de Ingeniería Eléctrica (FIE'06)*. Santiago de Cuba, Cuba.
- Jordán, M.A y Bustamante, J.L. (2006d) “Study of unstable orbits of stationary oscillations in the phenomenon taut-slack”. *4ta Convención Internacional de la Facultad de Ingeniería Eléctrica (FIE'06)*. Santiago de Cuba, Cuba.
- Jordán, M.A y Bustamante, J.L. (2006e) “An approach to adaptive control with state/disturbance observer for autonomous subaquatic vehicles”. *XX Congreso Argentino de Control Automático (AADECA '06)*. Buenos Aires, Argentina
- Jordán, M.A y Bustamante, J.L. (2006f). “On the convergence of minimum-time adaptive servocontrol for autonomous underwater vehicles”. *XX Congreso Argentino de Control Automático (AADECA 2006)*. Buenos Aires, Argentina.
- Jordán, M.A y Bustamante, J.L. (2006g). “Harmonic perturbation of umbilical cable in adaptive controlled underwater vehicles”. *XX Congreso Argentino de Control Automático (Congreso AADECA 2006)*. Buenos Aires, Argentina.
- Jordán, M.A y Bustamante, J.L. (2006h). “A direct adaptive control system for mass-varying underwater vehicles with manipulator”. *IV Jornadas Argentinas de Robótica (JAR 06)*. Córdoba, Argentina.
- Jordán, M.A y Bustamante, J.L. (2006i). “Chaotic oscillations in dynamic positioning of tele-

- operated underwater vehicles subject to wave and current perturbations". *IV Jornadas Argentinas de Robótica (JAR 06)*. Córdoba, Argentina.
- Jordán, M.A. y Bustamante, J.L. (2007a), "On the presence of nonlinear oscillations in the teleoperation of underwater vehicles under the influence of sea wave and current," *Proc. of the 2007 American Control Conference (ACC07)*, New York, USA, 894- 899.
- Jordán, M.A. y Bustamante, J.L. (2007b). "Numerical stability analysis and control of umbilical-ROV systems in taut-slack condition", *Nonlinear Dynamics*, vol. 49 (1-2), 163-191.
- Jordán, M.A y Bustamante, J.L. (2007c). "An adaptive control system for perturbed ROVs in discrete sampling missions with optimal-time characteristics". *Proc. of the IEEE 46th Control and Decision Conference (46th CDC)*, New Orleans, USA, 1300-1305.
- Jordán, M.A y Bustamante, J.L. (2007d). "Oscillation control in teleoperated underwater vehicles subject to cable perturbations". *Proc. of the IEEE 46th Control and Decision Conference (46th CDC)*, New Orleans, USA, 3561-3566.
- Jordán, M.A y Bustamante, J.L. (2007e). "Modelling of teleoperator dynamics and control performance in rovs under strong perturbations". *XII Reunión de Trabajo en Procesamiento de la Información y Control (XII RPIC)*. Río Gallegos, Argentina.
- Jordán, M.A y Bustamante, J.L. (2007f). "An adaptive control system for underwater vehicles with time-varying parameters". *XII Reunión de Trabajo en Procesamiento de la Información y Control (XII RPIC)*. Río Gallegos, Argentina.
- Jordán, M.A y Bustamante, J.L. (2007g) "A totally stable adaptive control for path tracking of time-varying autonomous underwater vehicles", *aceptado para ser presentado en 17th IFAC World Congress (IFAC '08)*. 6-11 de Julio, Seúl, Corea.
- Jordán, M.A y Bustamante, J.L. (2007h). "An approach to adaptive control with asymptotic tracking for a broad class of time-varying nonlinear systems", *en revisión para ser publicado en Automatica*.
- Jordán, M.A y Bustamante, J.L. (2008). "Guidance of underwater vehicles with cable tug perturbations under fixed and adaptive control modus", *en prensa para ser publicado en IEEE Journal of Oceanic Engineering*.
- Jordán, M. A., Bustamante, J. L. and Bonitatibus, J.L. (2003), "Stability analysis of marine umbilical-ROV systems in heave motion". RPIC'03, San Nicolas, Argentina.
- Jordán, M.A, Bustamante, J.L. y Bonitatibus J.L. (2004a). "Fenómenos de oscilación no-lineal en dinámicas de cuerpos flotantes tensos bajo excitación monocromática". *XIX Congreso Argentino de Control Automático (AADECA'04)*. Bs. As, Argentina.

- Jordán, M.A, Bustamante, J.L., Bonitatibus J.L. y Arlenghi, L.P. (2004b). “Integración de análisis simbólico y numérico en sistemas dinámicos oscilantes de ingeniería oceánica”, *5th Argentine Symposium On Computing Technology (AST 2004)*. Córdoba, Argentina.
- Jordán, M.A y Bustamante, J.L., Kreuzer, E. y Schlegel, V. (2005a): “On-line identification of hydrodynamics in underwater vehicles”, *16th IFAC World Congress*. Praga, República Checa, 2005.
- Jordán, M.A y Bustamante, J.L. y Pinna Cortiñas, J. M. (2005b). “Design of adaptive control systems for rovs using inverse dynamics and state/disturbance observation”. *6th Argentine Symposium on Computing Technology (AST 2005)*. Rosario, Argentina..
- Jordán, M.A., Bustamante, J.L. y Beltrán-Aguedo, R. (2006). “An approach for modeling the dynamics of ROV-cable control systems in tidal-inlet environments”, *4ta Convención Internacional de la Facultad de Ingeniería Eléctrica (FIE06)*, Santiago de Cuba, Cuba.
- Khalil, H. (1995). *Nonlinear systems*. Prentice Hall International, New Jersey, USA.
- Kijima, K. y Fossen, T.I. (2000). *Control applications in marine systems*, Elsevier Science.
- Kim J., Shon, W. H., Lee, H.-G. y Chung, W.K. (2006). “Preliminary Thruster Control Experiments for Underwater Vehicle Positioning”. *Proc. of the 2006 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. Orlando, Florida, USA, 3233- 3237.
- Klecza, W. y Kreuzer, E. (1995). “On the systematic analytic-numeric bifurcation analysis”, *Nonlinear Dynamics*, 7, 149-163.
- Krstić, M., Kokotović, P.V. y Kanellakopoulos, I. (1993). “Transient performance improvement with a newclass of adaptive controllers”, *Systems & Control Letters*, 21, 451-461.
- Krstić, M., Kanellakopoulos, I. y Kokotović, P.V. (1995). *Nonlinear and adaptive control design*. John Wiley & Sons Inc., New York.
- Kumar, R.P., Dasgupta, A. y Kumar, C.S. (2005), “Real-time optimal motion planning for autonomous underwater vehicles”, *Ocean Engineering*, 32, 1431-1447.
- Marino, R. y Tomei, P. (1999). “An adaptive output feedback control for a class of nonlinear systems with time-varying parameters”. *IEEE Transactions On Automatic Control*, 44 (11), 2190-2194.
- Marino, R. y Tomei, P. (2003). “Adaptive control of linear time varying systems”, *Automatica*, 39, 651-659.
- Mavrakos, S.A., Papazoglou, V.J., Triantafyllou, M.S. y Chatjigeorgiou, I.K. (1996). “Deep water mooring dynamics”, *Marine Structures*, 9, 181-209.

- Narendra, K.S. y Tian, Z. (2006). "Adaptive identification and control of linear periodic systems". *Proc. of the IEEE 45th Control and Decision Conference*. San Diego, CA, USA, 465-470.
- O'Reagan, D. (1997). *Existence theory for nonlinear ordinary differential equations. Mathematics and its Applications*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht: The Netherlands.
- Pagilla, P.R., Pau, K.L. y Yu, B. (1999). "Adaptive control of time-varying mechanical systems: modeling, controller design and experiments", *Proc. of the 1999 IEEE International Conference on Robotics & Automation*. Detroit, Michigan, 1818-1823.
- Papazoglou, V.J., Mavrakos, A. y Triantafyllou, M.S. (1990). "Nonlinear cable response and model testing in water", *Journal on Sound and Vibration*, 140(1), 103-115.
- Pinto, F. (1996). *Theoretische und experimentelle Untersuchung zur Sensorik und Regelung von Unterwasserfahrzeugen* (Theoretical and experimental study of sensors and control of remotely operated underwater vehicles), Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 12, Nr. 292, VDI-Verlag, Düsseldorf.
- Plaut, R.H., Farmer, A.L. y Holland, M.M. (2001). "Bouncing-Ball Model of 'Dry' Motions of a Tethered Buoy", *Journal of Vibration and Acoustics*, 123(3), 333-339.
- Pomet J.-B. y Praly., L. (1992). "Adaptive Nonlinear Regulation: Estimation from the Lyapunov Equation". *IEEE Transactions on Automatic Control*, 31(6), 729-740.
- Prabhakar, S. y Buckham, B. (2005). "Dynamics modeling and control of a variable length remotely operated vehicle tether", *Proc. of MTS/IEEE, OCEANS 2005*, Washington, USA, 2, 1255-1262.
- Ramani, D.V., Rand, R.H. y Keith, W.L. (2001). "A bifurcation analysis of the quadratically damped Mathieu equation and its applications to the dynamics of submarine towed-array lifting devices", *Proc. of the Underwater Defense Technology Conference*, Hawaii..
- Savaresi, S. M., Previdi, F., Dester, A., Bittanti, S. y Ruggeri, A. (2004). "Modeling, identification, and analysis of limit-cycling pitch and heave dynamics in an ROV", *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 29 (2), pp. 407-417.
- Smallwood, D.A. y Whitcomb, L.L. (2003). "Adaptive Identification of Dynamically Positioned Underwater Robotic Vehicles". *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 11(4), 505-515.
- Smallwood, D.A. y Whitcomb, L.L. (2004). "Model-based dynamic positioning of underwater robotic vehicles: Theory and Experiment", *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 29, 169-186.

- Smith, R.J (2001). "Taut-slack dynamics of a vertically suspended subsea unit", *Proceedings of the International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering (OMAE)*, 1, 873-884.
- Spangelo I. y Egeland O. (1994). "Trajectory planning and collision avoidance for underwater vehicles using optimal control", *IEEE Journal of Ocean Engineering*, 19(4), 502-511.
- Sweeney, L.G. y Finlay W.H. (2007). "Lift and drag forces on a sphere attached to a wall in a Blasius boundary layer". *Journal of Aerosol Science*, 38 (1), 131-135.
- Triantafyllou, M.S. y Hover, F.S. (1994). "Calculation of Dynamic Motions and Tensions in Towed Underwater Cables," *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, vol. 19(3), 449-457.
- Vidyasagar, M. (1993). *Nonlinear Systems Analysis*, Prentice-Hall, Upper Saddle River, NJ, USA.
- Willems, B. B., and K. F. Naddeh (1986), "Measurements of lift on spheres fixed on low Reynolds number flows, *J. Hydraulic Res.*, 24, 425-435.
- Whitcomb, L.L. y Yoerger, D.R. (1999a). "Development, Comparison, and Preliminary Experimental Validation of Nonlinear Dynamic Thruster Models". *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 24(4), 481-494.
- Whitcomb, L. L., y Yoerger, D.R. (1999b). "Preliminary Experiments in Model-Based Thruster Control for Underwater Vehicle Positioning". *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 24(4), 495-1131.
- Wilson, J.F. (1984). *Dynamics of offshore structures*. John Wiley Sons.
- Wu, J., Ye, J., Yang, C., Chen, Y., Tian, H. y Xiong, X. (2005). "Experimental study on a controllable underwater towed system". *Ocean Engineering*, 32, 1803-1817.
- Ye, X. (2003). "Global Adaptive Control of Nonlinearly Parametrized Systems", *IEEE Transactions On Automatic Control*, 48(1), 169-173.
- Yin, Y., Ogata, K., Hayakawa, Y. y Hosoe, S. (2003). "A nonlinear adaptive robust control design for robotic systems under time-varying parameter perturbation and external disturbance", *Proceedings of the 2003 IEEE/RSJ Int. Conference on Intelligent Robots and Systems*. Las Vegas, Nevada, 2767-2772.
- Yoerger, D.R. y Slotine, J.-J.E (1985). "Robust trajectory control of underwater vehicles," *IEEE J. Ocean. Eng.*, 10 (4), 462-470.
- Yoerger, D.R., Cooke, J.G. y Slotine, J.-J.E. (1990). "The Influence of Thruster Dynamics on Underwater Vehicle Behavior and Their Incorporation Into Control System Design". *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 15(3), 167-178.

- Yoerger, D.R., Newman, J.B. y Slotine, J.-J.E. (1986). "Supervisory control system for the JASON ROV", *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 11(3), 392- 400.
- Zanoli, S.M. y Conte, G. (2003). "Remotely operated vehicle depth control", *Control Engineering Practice*, 11, 453-459.
- Zhang, Y. y Ioannou, P.A. (1996). "A new class of nonlinear robust adaptive controllers", *International Journal of Control*, 65(5), 745-769.
- Zhang, Y. y Ioannou, P.A. (1998). "Robustness and performance of a modified adaptive backstepping controller", *Int. J. Adapt. Control Signal Processing*, 12(3), 247-265.
- Zhang, Y., Fidan, B. y Ioannou, P.A. (2003). "Backstepping control of linear time-varying systems with known and unknown parameters", *IEEE Transactions On Automatic Control*, 48 (11), 1908-1925.