



DEPARTAMENTO DE HUMANIDADES  
UNIVERSIDAD NACIONAL DEL SUR

*Tesina de Licenciatura en Ciencias de la  
Educación*

Inclusión del software GeoGebra en clases de Matemática

Rodríguez, Julieta Belén

*BAHÍA BLANCA*

*2020*

*ARGENTINA*



**Prefacio:**

Esta tesina se presenta como trabajo final para obtener el título de Licenciado en Ciencias de la Educación de la Universidad Nacional del Sur. Contiene el resultado de la investigación desarrollada por Julieta Belén Rodríguez, en la orientación “Educación en Entornos Virtuales”, bajo la dirección de la Magister Laura Iriarte como directora y de la profesora Ana Inés Cardillo como Codirectora.

**Agradecimientos:**

A mi familia, quienes me acompañaron desde siempre, me animaron y apoyaron en todos los sentidos. A Dani, por estar siempre conmigo, ayudarme y ser mi compañero.

A Laura por ser tan amable y responderme todas mis dudas, por las videollamadas de los fines de semana y por brindarme su tiempo. A Ana Inés por ayudarme con sus aportes y por su disposición y tiempo.

A mis profesores y compañeras de la Universidad, por el camino compartido.

## ÍNDICE

## DESARROLLO DE LA TESINA

1. Capítulo I: Marco general de referencia.....	6
1.1.Introducción.....	6
1.2.Problema que proponemos analizar.....	7
1.3.Objetivos.....	7
1.4.Estado de la cuestión.....	8
1.4.1. Indagaciones en relación a la inclusión de las TIC en las prácticas educativas de Matemática en general.....	8
1.4.2. Investigaciones específicas en relación al uso del software GeoGebra.....	10
1.5.Marco teórico.....	12
1.5.1. Tecnología y Tecnología Educativa.....	12
1.5.2. Concepciones acerca de la enseñanza.....	15
1.5.3. Concepciones acerca de la Matemática.....	18
1.5.4. Concepciones acerca de la enseñanza de la Matemática.....	19
1.6.Estrategia metodológica.....	31
2. Capítulo II: Inmersión investigativa.....	34
2.1.Contextualización.....	34
2.2.Descripción del software GeoGebra.....	36
2.2.1. Historia.....	36
2.2.2. Características.....	36
2.2.3. Comunidad.....	38
2.3.Análisis de la inclusión de GeoGebra en clases de Matemática.....	39
2.3.1. Descripción de las experiencias de las docentes desde sus decires.....	39
2.3.1.1.Concepciones acerca de la Matemática.....	39
2.3.1.2.Decisiones de las docentes.....	41
2.3.1.3.Potencialidad del programa.....	43
2.3.1.4.Dificultades.....	45
2.3.1.5.Planificación de clases.....	46
2.3.1.6.Utilización de otras tecnologías.....	47
2.3.2. Descripción de las experiencias de los alumnos desde sus decires.....	48
2.3.2.1.Opinión de los alumnos acerca de GeoGebra.....	49
2.3.2.2.Aprendizaje de GeoGebra.....	49

2.3.2.3.Ventajas.....	50
2.3.2.4.Desventajas.....	50
2.3.2.5.Relación entre teoría vista y GeoGebra.....	52
2.3.3. Análisis de las clases observadas.....	52
2.3.3.1.Contenidos.....	52
2.3.3.2.Momentos de la clase en relación al uso de GeoGebra.....	52
2.3.3.3.Estrategias docentes.....	54
2.3.3.4.Recursos.....	56
3. Capítulo III: Comunicación final.....	59
3.1.Conclusiones.....	59
4. Referencias bibliográficas.....	62
5. Anexo.....	67

## DESARROLLO DE LA TESINA

### 1. CAPÍTULO I: Marco general de referencia

#### 1.1. INTRODUCCIÓN:

En esta investigación nos focalizamos en caracterizar la inclusión de las Tecnologías de la Información y de la Comunicación (TIC<sup>1</sup>) en las clases de Matemática del nivel secundario, en particular el software GeoGebra. Para esto, realizamos una serie de observaciones de clases de Matemática en diferentes instituciones del nivel secundario de la ciudad de Bahía Blanca así como entrevistas a docentes y alumnos.

La presente tesina pretende constituirse en un aporte que contempla los campos de la Didáctica, la Didáctica de la Matemática y de la Tecnología Educativa.

Actualmente nos encontramos en un contexto de pandemia mundial, por lo que afirmamos la necesidad de la inclusión de las TIC en todos los ámbitos, en particular su importancia en el campo de la educación. Esta tesina se llevó adelante durante el año 2019, consideramos la importancia de la inclusión de las tecnologías en educación, en particular en el área de Matemática, así como las decisiones de las docentes al incluirlas en sus clases, sus planificaciones, la potencialidad del programa y las dificultades que se le presentan. Al mismo tiempo, es valiosa la información que nos aportan los estudiantes desde sus opiniones, de lo que consideran que aprenden así como las ventajas y desventajas que aprecian de GeoGebra.

El programa que seleccionamos para estudiarlo en contexto, es un software libre, de Matemática dinámica. Permite trabajar en diversos ámbitos, tales como geometría, álgebra, gráficos, hoja de cálculo, estadística y cálculo. Esta aplicación posibilita el trazado dinámico de construcciones geométricas así como el tratamiento algebraico, la representación gráfica y el análisis de funciones. Consideramos su importancia por el tipo de propuestas que se pueden generar a partir de su utilización, ya que se promueven otro tipo de actividades a partir de la experimentación donde los alumnos elaboran deducciones y conclusiones.

---

<sup>1</sup> A partir de ahora llamaremos TIC a las Tecnologías de la Información y la Comunicación.

## **1.2. PROBLEMA QUE PROPONEMOS ANALIZAR:**

El tema de investigación que proponemos trabajar en la presente tesina es la inclusión de las TIC en las clases de Matemática. El recorte del tema a analizar es la inclusión del software GeoGebra para la enseñanza en las clases de Matemática del nivel secundario.

En la época en la que nos encontramos, en una sociedad mediatizada, resulta necesario incorporar las TIC en las prácticas educativas (Maggio, 2012), en particular en este trabajo nos interesa abordarlas en las clases de Matemática. Según diversos estudios (Arriasecq y Santos, 2017; Coicaud, 2011) las TIC tienen un gran potencial en torno al desarrollo de innovaciones educativas, por lo que pueden ayudar en los procesos de enseñanza y de aprendizaje. El programa elegido, GeoGebra, es un software libre dinámico de Matemática que permite trabajar con geometría, álgebra, hoja de cálculo, gráficos, estadística y cálculo. A través de las propuestas que se llevan a cabo con este programa, se puede abordar la disciplina mediante la experimentación y la manipulación de distintos elementos, facilitando la realización de construcciones por parte de los estudiantes para deducir resultados y propiedades.

Resulta relevante investigar acerca de la inclusión de las TIC en las clases de Matemática ya que, si bien existen muchos avances en la investigación sobre esta temática, pareciera que en la práctica aún es escasa su utilización. Además, es interesante por razones personales, ya que, debido a mi trayectoria como *Profesora de Educación Secundaria en Matemática*, este campo de investigación resulta valioso y enriquecedor para mis prácticas, así como también un aporte para los colegas, para el campo de la Matemática y el campo de las Ciencias de la Educación. De esta forma, destaco la importancia del trabajo desde las miradas, perspectivas y desarrollos de las Ciencias de la Educación, interrelacionados con el campo de la Matemática.

## **1.3. OBJETIVOS:**

El objetivo general es caracterizar la inclusión de las TIC en las clases de Matemática del nivel secundario, particularmente del software GeoGebra; y la pregunta de investigación general es ¿Cómo y para qué se incluye este software para la enseñanza en las clases de Matemática en secundarias de Bahía Blanca?

Las preguntas de investigación específicas planteadas son:

- ¿Para qué y cómo utiliza la docente el software GeoGebra para la enseñanza en las clases de Matemática?



- ¿Cómo perciben los alumnos el uso del software GeoGebra en las clases de Matemática?
- ¿Qué otras tecnologías utiliza la docente en las clases de Matemática?

De lo que se desprenden los siguientes objetivos específicos que contribuyen al objetivo general:

- Identificar cómo y para qué se integran las TIC en las prácticas de enseñanza en las clases de Matemática, particularmente el software GeoGebra.
- Releva la opinión de las docentes acerca del software GeoGebra, considerando fortalezas y debilidades.
- Sistematizar la opinión de los alumnos sobre el uso del software GeoGebra.

#### **1.4. ESTADO DE LA CUESTIÓN:**

Organizamos el estado de la cuestión en dos apartados. En primer lugar, las indagaciones en relación a la inclusión de las TIC en las prácticas educativas de Matemática en general. En segundo lugar, las investigaciones específicas en relación al uso del software GeoGebra, que hacen foco en las fortalezas y debilidades de trabajo con el mismo.

##### **1.4.1. Indagaciones en relación a la inclusión de las TIC en las prácticas educativas de Matemática en general:**

Actualmente nos encontramos en una sociedad que cambia constantemente y que está atravesada por las tecnologías en todos sus ámbitos. Por esto, se investiga la inclusión de las TIC en las prácticas educativas, respecto a su utilización en las clases, en la innovación que conllevan, en si realmente se incorporan para la construcción del conocimiento o si sólo se las utiliza como un instrumento, donde el trabajo con la tecnología está pero podría no estarlo.

Montero (2014) en su investigación realizada en un Instituto Superior de Formación Docente de Cuyo, relata y analiza una clase de Geometría III donde se utilizan TIC en general y en particular, el software GeoGebra. Es una investigación cualitativa, llevada a cabo a través de entrevistas a la docente y el registro y observación de clases. Se debate la importancia de la Didáctica de la Matemática en la selección de los recursos y las actividades con TIC, las posibilidades cognitivas que ofrece el uso de software GeoGebra aplicado a la enseñanza de algunos conceptos y las condiciones que propician el desarrollo profesional docente. Obtiene como conclusión que la clase propuesta por la docente no podría llevarse adelante sin la intervención de las TIC y especialmente del software GeoGebra. La autora retoma el concepto de medios digitales con sentido pedagógico propuesto por Coll (2010) los

cuales son instrumentos mediadores del proceso intra e interpersonal de aprendizaje que dependen de la formación y la decisión de cada docente en su materia.

Palmas (2018) en su investigación realizada en México, analiza el papel de la Tecnología como medio de acceso a ideas matemáticas poderosas<sup>2</sup> en la Educación Matemática para jóvenes y adultos. Plantea la posibilidad de que la tecnología se utilice como herramienta democratizadora de dichas ideas. La manera en que se abordó la investigación fue desarrollando un diseño didáctico basado en la teoría de situaciones didácticas (Brousseau, 1997), así como una herramienta tecnológica *ad hoc* que funcionara como puente hacia estas ideas. La secuencia didáctica, junto con la herramienta tecnológica, lograron que los educandos no solo construyeran y utilizaran nuevos conceptos, sino ideas matemáticas poderosas.

Este autor plantea que las tecnologías deben estar organizadas por una secuencia didáctica para poder promover un aprendizaje. En sus palabras,

“En concordancia con la posición de que por sí solas las td<sup>3</sup> no generan un cambio, es importante que el desarrollo tecnológico se acompañe de una situación didáctica que la organice. Las secuencias didácticas tratan de fomentar que los educandos creen “anticipaciones” acerca de ciertos problemas. Estas anticipaciones son diferentes formas de representar y tratar el conocimiento y, por lo tanto, señales de aprendizaje” (Palmas, 2018, p. 8).

Barreiro (2016) hace su aporte al hablar de las TIC como recursos disponibles. Desde esta perspectiva, podremos repensar nuestras clases al incorporar la tecnología en torno a las consignas, tareas, objetivos y evaluaciones. Junto a Rodríguez (2014) elaboraron criterios para valorar la pertinencia y significatividad del uso de TIC para resolver consignas matemáticas, los cuales están en la línea de los enfoques constructivistas en Educación Matemática.

En otro sentido, Adell y Castañeda (2012) sostienen que las tecnologías son herramientas y que ofrecen posibilidades y limitaciones, por lo que los docentes deben estar atentos, ya que la práctica educativa moldeará la utilización y la puesta en acción de la tecnología. Trabajan con la idea de pedagogías emergentes, las cuales son tentativas o

---

<sup>2</sup> La noción de “ideas matemáticas poderosas” parte de la necesidad de hacer visibles los ejercicios de poder que posibilitan participar en determinadas actividades socioculturales al utilizar la Matemática. Palmas (2018) plantea que surge la idea de democratizar el acceso a ideas matemáticas poderosas, entendido como “la posibilidad de ingresar a un tipo de educación Matemática que favorezca la consolidación de las relaciones sociales democráticas (Skovsmose y Valero, 2012, p. 48) con la finalidad de construir junto con el educando oportunidades de visualizar oportunidades de acción ante fenómenos de desigualdad” (p.114).

<sup>3</sup> Tecnologías digitales.

ensayos que van a permitir desarrollar todo el potencial de las prácticas educativas. Estas experiencias “(...) es posible que hayan generado excesivas expectativas, pero sin duda sus potencialidades e implicaciones todavía no han sido completamente comprendidas, no han sido completamente investigadas, son potencialmente disruptivas en relación a la educación institucional tradicional” (p. 27).

Díaz Madero (2016) recorre algunas perspectivas acerca de dónde seleccionar y cómo fundamentar el uso de TIC para enseñar. Se enfoca en criterios que surgen de algunos trabajos y autores para poder elaborar un criterio propio. Esto le ayuda a dar fundamento de las causas de la implementación de las TIC en la enseñanza. Parte de una metodología cualitativa realizando encuestas a un grupo de docentes colegas. Obtiene como conclusión que la selección de una TIC no es el centro de nuestro esfuerzo docente y que una TIC puede potenciar logros pero también limitar procesos educativos debido a sus aspectos técnicos y funcionales. El criterio de selección tiene que ver con el juicio además del conocimiento y lo que entendemos por aprender.

Este autor plantea que hay que trabajar con ciertos criterios de selección de TIC, donde se atienda a las ejercitaciones, evaluaciones, procesos de estudio y el lugar del estudiante; en sus palabras “es necesario analizar a las TIC desde una perspectiva didáctica, comunicacional y técnica, reelaborando algunos criterios de selección que cubran ciertas dimensiones en cada contexto” (Díaz Madero, 2016, p. 89).

#### 1.4.2. Investigaciones específicas en relación al uso del software GeoGebra:

A continuación, planteamos diferentes autores que han realizado investigaciones en torno a GeoGebra, haciendo foco en las fortalezas y debilidades de la utilización del software.

En cuanto a las ventajas, comenzamos con Barahona AVECILLA y otros (2015) quienes realizaron un estudio de la influencia del uso de GeoGebra en la enseñanza de la Matemática en un curso de la carrera de Ingeniería en Industrias Pecuarias en Ecuador. Obtuvieron como resultado que el apoyo del software mejora los niveles de aprendizaje de los estudiantes, al ser una herramienta que motiva el trabajo colaborativo y constructivista. Se realizó un estudio explicativo y de carácter cuantitativo para establecer relaciones causales, que supongan una descripción y explicación del fenómeno, relacionado con la utilización y la no utilización del software GeoGebra en el rendimiento académico de los estudiantes.

Arranz y otros (2011) plantearon proporcionar a los estudiantes escenarios de GeoGebra que les ayuden a descubrir gradualmente los contenidos matemáticos subyacentes. De entre los diversos programas que ayudan al estudio y aprendizaje de la geometría,

GeoGebra se destacó por poseer algunas ventajas tales como la facilidad y la conexión que brinda.

En el mismo sentido, Cotic (2014) considera a GeoGebra como un puente para aprender Matemática, haciendo foco en la necesidad de los cursos de capacitación. En geometría, la aparición de este software dinámico ha permitido generar secuencias didácticas que motivan a los alumnos, para descubrir regularidades y conjeturar sobre propiedades y relaciones entre los elementos esenciales de figuras y cuerpos.

Finalmente, mencionamos a Arriasecq y Santos (2017) quienes abordan el aprendizaje significativo en relación con la potencialidad de las TIC, las cuales posibilitan nuevas maneras de acceso a la educación. En particular, trabajan con el software GeoGebra estableciendo que se le atribuye a la tecnología un rol transformador de la educación. Sin embargo, hay que pensar al fenómeno educativo, con todos sus actores, es decir, el estudiante, los conocimientos y el docente. De esta forma, las TIC pueden tener una gran potencialidad en torno a las innovaciones educativas, ya que una de sus funciones es constituirse en instrumentos cognitivos para el auxilio en el proceso de aprendizaje.

En cuanto a las debilidades de la utilización del software, seleccionamos a Tamayo Martínez (2013) quien presenta los resultados de su investigación en el Colegio Colombo Francés del municipio de La Estrella en Antioquia, Colombia. Ésta tuvo como propósito la evaluación de GeoGebra para determinar implicaciones didácticas en la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas. Las dificultades encontradas fueron cierta monotonía de la actividad con este software, una insuficiente posibilidad del docente de atender a sus estudiantes y la dispersión de estudiantes debidas al espacio, a los equipos de cómputo y a los alumnos mismos.

Además, Ezquerro García (2014) retoma a Meza y Cantarell (2002) los cuales plantean que la capacidad de manejo del docente de GeoGebra y el poder adecuar el software a los contenidos, será lo que determine la obtención de buenos o malos resultados. En sus palabras, “es importante que la docente lleve a cabo un uso adecuado de dicha aplicación para poder llevar a cabo una metodología de enseñanza adecuada para que los alumnos vean aumentadas sus habilidades de aprendizaje” (p. 28).

También encontramos en la página de descarga de GeoGebra la versión 6.0.579 para Windows en Softonic (<https://geogebra.softonic.com/>) algunas indicaciones que podemos considerar como obstáculos. Este sitio los plantea como “contras”, las cuales son las siguientes: es necesario ser un estudiante avanzado de Matemática, esta versión se encuentra

disponible en ocho idiomas, las funciones de importar y exportar registran algunos bugs<sup>4</sup> y la sincronización con navegadores presenta ciertos inconvenientes. Sin embargo, actualmente hay otras versiones más completas que superan estos inconvenientes; es decir, dependería de la versión del programa que se utilice que se sumen desventajas o no.

De esta forma podemos concluir que no hallamos una significativa cantidad de textos aludiendo a las debilidades de la utilización del software, de hecho obtuvimos un gran número de bibliografía destacando sus fortalezas.

### **1.5. MARCO TEÓRICO:**

Para organizar el marco teórico partimos de la concepción de enseñanza mediada por tecnologías desde un enfoque de TIC en acción, es decir desde una perspectiva en movimiento, basada en una visión dialéctica entre la sociedad y la tecnología. Además, nos centramos en la relación entre la concepción de la Matemática que tienen las profesoras con su práctica educativa llevada a cabo. Esto hace necesario que precisemos los siguientes conceptos. En primer lugar, referimos a la Tecnología y a la Tecnología Educativa. En segundo lugar, las concepciones acerca de la enseñanza. En tercer lugar, las concepciones acerca de la Matemática. Finalmente, las concepciones acerca de la enseñanza de la Matemática. El mayor desarrollo del Marco teórico de referencia lo profundizamos en las concepciones acerca de la enseñanza de la Matemática.

#### **1.5.1. Tecnología y Tecnología Educativa:**

Para comenzar, realizamos un recorrido histórico acerca de los orígenes de la tecnología para conocer cómo fue evolucionando el concepto.

Sancho Gil (1998) plantea que, en la antigua Grecia, la conjunción de las nociones de *téchne* (destreza o arte) y *logos* (habla o palabra) hacía referencia al nexo conductor entre la finalidad y el sentido de las artes. Era escasa la diferencia entre técnica y arte, y el significado de la *téchne* era el poder aplicar una serie de reglas a través de las cuales se conseguía algo. Heródoto conceptualiza la *téchne* como un saber hacer de forma eficaz y Sócrates hablaba de un sentido de realización concreta de algo. En esta dirección, planteaba que el ser humano se encuentra indefenso en su medio ambiente, por lo que su naturaleza inteligente le permite transformar, a través de la *téchne*, la realidad natural en una realidad artificial.

---

<sup>4</sup> Un bug es un error o un defecto en el software o hardware que hace que un programa funcione incorrectamente.

En la Edad Media se utilizó el concepto de *ars* como sinónimo de *téchne* griega, donde la *ars mechanica*, poco a poco, fue dando paso a lo que sería la técnica propiamente dicha.

En la Edad Moderna, se le dió a la técnica el sentido que se le otorga en la actualidad. El surgimiento de la ciencia moderna y su esencia instrumentalista en el sistema capitalista y los conceptos nuevos de técnica y tecnología, que no existían en la antigüedad y que aparecieron como reemplazo de la noción griega de *téchne*, fueron los dos procesos que se dieron en paralelo. Francis Bacon fue el primer autor en establecer que la técnica podría contribuir al bienestar y desarrollo de la humanidad. Siguiendo a Montoya (2008),

“La concepción actual (instrumentalista) de la ciencia se remonta a los siglos XVI y XVII, ya que, a pesar de tener raíces profundas en el tiempo, fueron Galileo Galilei, Francis Bacon, René Descartes e Isaac Newton entre otros, quienes sentaron los fundamentos de la ciencia moderna. La nueva concepción de la ciencia fue esbozada por Galileo (1564- 1642) y completada por Newton (1642-1727). Con ambos se inician la investigación objetiva y experimental de la naturaleza y la búsqueda de la cuantificación y expresión matemática de los fenómenos naturales” (p. 301).

La Enciclopedia Francesa (1751) incorporó las técnicas mecánicas al saber, por lo que esta fusión entre técnica y ciencia generó un espacio de conocimiento nuevo, el de la tecnología. Ésta se define como una técnica que emplea conocimientos científicos y fundamenta a la ciencia al brindarle una aplicación práctica. De esta forma, la tecnología es un cuerpo de conocimientos que utiliza el método científico y además crea y transforma procesos materiales.

Sancho Gil (1998) plantea que a comienzo del siglo XX, el concepto de tecnología incluía a los medios, ideas, procesos, herramientas y máquinas. En 1950 se definía como los medios o actividad a través de la cual las personas tratan de manipular su entorno, así como también sinónimo de ciencia o conocimiento aplicado.

En las sociedades industriales y post industriales la tecnología se transforma en un fenómeno generador, donde la interacción del ser humano con las tecnologías cambia al mundo y a él mismo, vendiéndose como un progreso.

A continuación, tomamos la definición de tecnología que aportan Álvarez Revilla y Méndez Sting (1995) los cuales hacen referencia al concepto de tecnologías en acción, para determinar que “en el proceso de configuración de la tecnología, lo social, lo científico y lo tecnológico es indistinguible e inseparable” (p. 26). De esta forma, consideramos esta visión

de las tecnologías en movimiento, la cual se fundamenta desde una visión dialéctica entre la sociedad y las tecnologías.

Siguiendo a Sancho Gil (1998) “la tecnología no sólo permite actuar sobre la naturaleza, sino que es, sobre todo, una forma de pensar sobre ella” (p. 4). La tecnología se utilizó históricamente en todos los sistemas educativos y el docente la incorpora en su labor diaria, ya sea desde sus clases expositivas, los libros de texto o el agrupar a los estudiantes acorde a su edad. Esta autora plantea que todas estas decisiones son las respuestas a los problemas que se generaron por la necesidad de brindar enseñanza a un grupo de alumnos.

La tecnología se especifica y diversifica en campos particulares, entre ellos destacamos y nos ocupamos de la Tecnología Educativa. Litwin (1993) la define

“como el cuerpo de conocimiento que, basándose en disciplinas científicas referidas a las prácticas de la enseñanza, incorpora todos los medios a su alcance y responde a la consecución de fines en los contextos sociohistóricos que le otorgan significación (...) Incluye entre sus preocupaciones el análisis de la teoría de las comunicaciones y de los nuevos desarrollos tecnológicos: la informática, hoy en primer lugar, el video, la TV, la radio, el audio y los impresos, viejos o nuevos, desde libros hasta carteles” (p. 26).<sup>5</sup>

De Pablos Pons (1994) argumenta que la Tecnología Educativa como disciplina académica y campo de estudio surge a partir de los años cuarenta en Estados Unidos. Podemos hallar la primera referencia particular en este campo en los cursos apoyados en instrumentos audiovisuales, elaborados para especialistas militares durante la Segunda Guerra Mundial.

A lo largo del tiempo, se utilizaron diferentes tecnologías en las clases, las cuales eran de ayuda al docente, tales como las tizas, el pizarrón, videos, láminas, diapositivas, entre otras. La incorporación de las tecnologías debería tener en los docentes la aspiración de facilitar su tarea o asegurar la comprensión. Sin embargo, también surgieron posiciones, frente a los medios y los materiales, donde planteaban que el uso de las tecnologías generaba nuevas dificultades, en especial en la forma de pensar de los alumnos. “Surgió, entonces, un debate referido a la influencia que su empleo tiene en las maneras de pensar, conocer o aprender. Para algunos, su uso mejora las condiciones para que se produzca el aprendizaje, y para otros, las empobrece” (Litwin, 2005, p. 27). Asimismo, otros autores como Coll (2008) sostienen que la sola inclusión no garantiza nuevos aprendizajes o mejoras.

---

<sup>5</sup> Citado en Iriarte, L. (2014) *La educación a distancia en la Universidad Nacional del Sur. Estudio de caso* (tesis de maestría).

Para entender a las tecnologías en su inclusión genuina propuesta por Maggio (2012), es necesario promover proyectos de acceso y formación en tecnología educativa para los docentes, que pueda ser sostenidos en el tiempo. La autora establece que esta inclusión genuina se observa en la práctica, a través de la forma en las que las TIC se entran con los procesos de construcción de conocimiento. Plantea que hay que darle una utilización pertinente y significativa a la tecnología donde hay que tener criterios para comprender si es pertinente o no utilizarla. Debe ser valioso el contenido que el alumno aprenda a través de la tecnología, ya que en muchas situaciones hay un cambio cosmético sin cambios profundos.

A partir de lo expresado anteriormente, consideraremos la importancia de la inclusión de las TIC en las clases de Matemática, pero teniendo en cuenta que con la sola inclusión no se garantiza una mejora en las prácticas educativas. Para esto es necesario una clara definición de los objetivos, actividades, consignas y evaluación, que estén acordes al trabajo con la introducción de las TIC; es decir, incluir la tecnología en la construcción metodológica de la clase de Matemática, en el entramado de las secuencias didácticas. Tal como plantea Barreiro (2017), admitir que las TIC son recursos disponibles, hace que se torne necesario el repensar las clases.

#### 1.5.2. Concepciones acerca de la enseñanza:

Partimos de la definición de Didáctica propuesta por Litwin (1993) quien sostiene que

“Al buscar una definición de la disciplina entendernos que estarnos frente al campo que estudia las teorías acerca de las prácticas de la enseñanza. Una teoría acerca de prácticas que cobran significado al reconocerse en los contextos socio-históricos en que se inscriben” (p. 199).

La tarea que históricamente asumió la Didáctica es la de encontrar modos de ayudar en la actividad de enseñar. Según Feldman (2010) la Didáctica se ocupa del profesional que trabaja en una gran organización sujeto a restricciones, incluyendo las condiciones de trabajo, el programa, marco de convivencia, el acuerdo con otros docentes y otros condicionantes que enmarque la tarea de enseñanza. Pero ¿qué es enseñar?

Edwards y Mercer (1988) plantean que enseñar es permitir que dos personas sepan lo que al principio sabía una sola, es decir, compartir conocimiento.

Entre el siglo XIX y el XX la educación como teoría y práctica conoce dos corrientes que prevalecerían sobre otras. La primera, la escuela tradicional, se centra en la figura del profesor, en el conocimiento, el texto y el método. La segunda, la escuela nueva, conlleva una auténtica revolución en educación, ya que se comienza a hacer centro en el alumno y su



actividad, redefiniendo los roles de la institución y de los que participan en ella. Díaz Barriga (2006) plantea que la concepción sociocultural, la cual es una de las bases teóricas de la escuela nueva, implica una ruptura con la enseñanza tradicional. Ésta presenta un modelo transmisivo receptivo y donde el conocimiento, que es inerte y acabado, se transmite desde los docentes a los alumnos. En sus palabras, “la aproximación sociocultural a los procesos de enseñanza y aprendizaje representa una nueva visión ontológica y epistemológica, en el sentido de que plantea que aprender no es un proceso de transmisión-recepción, sino de construcción mediada de significados” (p. 17).

Coll (2001) establece que las fuentes de la visión constructivista de los procesos de enseñanza y aprendizaje son los planteamientos derivados del cognoscitivismo, la psicología genética y la teoría sociocultural, así como paradigmas psicoeducativos como el de la cognición situada.

Desde la perspectiva constructivista sociocultural, se concibe al aula como contexto de enseñanza y aprendizaje y

“(…) la clave de los procesos formales y escolares de enseñanza y aprendizaje reside en las relaciones al interior del llamado triángulo interactivo o triángulo didáctico: la actividad educativa del profesor, las actividades de aprendizaje de los alumnos y el contenido objeto de dicha enseñanza y aprendizaje en un sentido amplio.” (Díaz Barriga, 2006, p. 13).

A su vez, esta autora sostiene una concepción situada que incluye la perspectiva sociocultural donde el aprendizaje es un proceso multidimensional de apropiación cultural ya que se involucra la acción, la afectividad y el pensamiento. Los teóricos de la cognición situada realizan una crítica a la forma tradicional de promover el aprendizaje ya que se enseña un conocimiento abstracto y descontextualizado. Plantea que “la noción de práctica auténtica se vincula al aprendizaje significativo. Las prácticas educativas auténticas potencian el aprendizaje significativo, mientras que las sucedáneas lo obstaculizan” (p. 24), y define la enseñanza de forma más elaborada,

“la enseñanza situada, que destaca la importancia de la actividad y el contexto para el aprendizaje y reconoce que el aprendizaje escolar es, ante todo, un proceso de enculturación en el cual los estudiantes se integran gradualmente a una comunidad o cultura de prácticas sociales. En esta misma dirección, se comparte la idea de que aprender y hacer son acciones inseparables. Y en consecuencia, un principio nodal de este enfoque plantea que los alumnos

(aprendices o novicios) deben aprender en el contexto pertinente” (Díaz Barriga, 2006, p. 2).

Siguiendo estas concepciones generales, trabajamos la clasificación<sup>6</sup> de los enfoques de enseñanza que cita Feldman (2010) al tomar de Fenstermacher y Soltis (1999). Un enfoque de enseñanza se refiere a asumir un conjunto de valores acerca de qué significa educar y que los estudiantes sean personas educadas después de este proceso.

Estos autores plantean tres respuestas distintas a las preguntas ¿qué es ser una persona educada? y ¿cuál es el rol del profesor? Cada respuesta se corresponde con un enfoque, los cuales son tres: ejecutivo, terapeuta y liberador. Estos enfoques son perspectivas que los docentes asumen.

El enfoque del ejecutivo se caracteriza por una buena gestión del tiempo de clase para lograr los objetivos y ser eficaz. Considera que, para lograr una buena gestión de los contenidos y objetivos, deben ser utilizadas ciertas habilidades generales.

El enfoque del terapeuta considera que una persona es educada cuando es capaz de fijarse sus propósitos y hallar contenidos significativos. Se propone crear un ambiente donde los alumnos puedan tomar decisiones en forma autónoma y desarrollar sus propias potencialidades.

El enfoque del liberador considera que el objetivo de la educación es liberar la mente de los estudiantes del peso de la tradición o rutina. Una persona educada está vinculada con el pensador y conocedor.

Según Feldman (2010) un ambiente se diferencia por los propósitos que tenga el docente, donde se encuentran un objetivo principal y los secundarios. Una clase expositiva es apta si se tiene como objetivo principal la circulación de información sistematizada. Si el propósito principal es que los estudiantes adquieran la capacidad para analizar enfoques didácticos, no lo sería, ya que para aprender a analizar hay que hacerlo. En palabras de este autor,

“todo enfoque de enseñanza contiene una idea acerca cuáles son las mejores maneras de aprender, contiene un supuesto en torno a la relación entre enseñanza y aprendizaje, realiza algún énfasis particular en el eje planificación interacción y, por último, cada uno define un tipo especial de ambiente en el cual se puede aprender (p. 31).

---

<sup>6</sup> Tomamos esta clasificación siguiendo a los autores mencionados, sin desconocer que hay otras.

### 1.5.3. Concepciones acerca de la Matemática:

A continuación, abordaremos las corrientes epistemológicas formalista y constructivista de la Matemática, partiendo de la relación entre la concepción de la Matemática que tienen los docentes con la práctica educativa llevada a cabo. Compartimos lo propuesto por Moreno y Waldegg (1992) los cuales plantean que los docentes abordan sus prácticas educativas desde sus convicciones personales, filosóficas y epistemológicas respecto a la Matemática. Es decir, que las concepciones que los profesores tengan acerca de esta disciplina y lo que es el conocimiento matemático, van a permear los procesos de enseñanza y de aprendizaje.

De esta manera, haremos un breve recorrido histórico de las dos corrientes epistemológicas de la Matemática en que nos enfocaremos para llevar a cabo este trabajo.

La epistemología de la Matemática que domina la enseñanza tradicional, tiene raíces históricas en la antigua Grecia. Moreno y Waldegg (1992) plantean que las concepciones idealista de Platón y la empirista de Aristóteles se basan en que los objetos de la Matemática y sus relaciones están dados; como preexisten al sujeto, su existencia no depende del sujeto que conoce. Según esta concepción, es vista como un objeto de enseñanza, donde el matemático la descubre en una realidad externa a él. Luego de que el resultado matemático haya sido descubierto, es necesario justificarlo dentro de una estructura formal, para quedar listo para ser enseñado. Si se considera que la Matemática es un objeto de enseñanza, éste puede transmitirse. La Didáctica se propone optimizar la tarea del profesor a través de contenidos apoyados en preceptos universales, como el paso de lo simple a lo complejo, de lo particular a lo general, de lo concreto a lo abstracto. Se enfatiza en el contexto de la justificación ya que éste se considera como estado superior del conocimiento.

En el siglo XX la concepción filosófica dominante sobre la Matemática fue la Formalista, la cual concibe a esta disciplina como un cuerpo estructurado de conocimientos. Este cuerpo está conformado por los objetos matemáticos, las relaciones y criterios para validar los resultados dentro de un marco axiomático deductivo.

Bajo esta concepción, la Matemática es vista como un objeto de enseñanza, donde el matemático la descubre, en una realidad externa a él. Luego de ser descubierto, es necesario justificarlo dentro de una estructura formal y así poder ser enseñado.

Con la “Crítica de la Razón pura” de Kant (1781), se presenta un cambio fundamental en la tesis del realismo matemático, ya que se cuestiona la objetividad del conocimiento. La concepción epistemológica de Kant es el punto de partida para las reformulaciones constructivistas del siglo XX. Piaget plantea con la Epistemología Genética que el

conocimiento se construye a través de la actividad del sujeto sobre los objetos. De esta forma, los objetos matemáticos ya no se encuentran en un mundo externo a quien conoce, sino que son producidos en un proceso continuo de acomodaciones y asimilaciones que ocurren en sus estructuras cognoscitivas. En palabras de Moreno y Waldegg (1992)

“Para Piaget (y, en esencia para todos los constructivistas), el sujeto se acerca al objeto de conocimiento dotado de ciertas estructuras intelectuales que le permiten “ver” al objeto de cierta manera y extraer de él cierta información, misma que es asimilada por dichas estructuras. La nueva información produce modificaciones,- acomodaciones- en las estructuras intelectuales, de manera que cuando el sujeto se acerca nuevamente al objeto “lo ve” de manera distinta a como lo había visto originalmente y es otra la información que ahora le es relevante. Sus observaciones se modifican sucesivamente conforme lo hacen sus estructuras cognoscitivas, construyéndose así el conocimiento sobre el objeto” (p. 11).

#### 1.5.4. Concepciones acerca de la enseñanza de la Matemática:

En este apartado abordaremos algunas de las corrientes didácticas de la Matemática, que contemplan tanto la enseñanza como el aprendizaje, las cuales están en estudio actualmente y en las que podemos encontrar aportes y producciones con el objetivo de mejorar los aprendizajes de la disciplina. Estas son la Teoría de Situaciones Didácticas, la Teoría Antropológica de la Didáctica, el Enfoque Cognitivista, el Aprendizaje Basado en Problemas, la Educación Matemática Realista, el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática, la Educación Matemática Crítica y la Etnomatemática.

Comenzamos con la Teoría de Situaciones Didácticas (TSD<sup>7</sup>) que fue desarrollada en Francia a principios de la década del setenta en el marco de los IREM, los cuales son Institutos para la Investigación de la Enseñanza de la Matemática. Guy Brousseau (1933) es su investigador principal y destaca la necesidad de estudiar la situación donde el profesor y el alumno despliegan actividad matemática.

Esta corriente aporta un modelo teórico con el propósito de que el docente identifique las situaciones que posibilitan construir conocimiento y donde el estudiante pueda replicar la actividad científica. Siguiendo a Barreiro (2015)

---

<sup>7</sup> A partir de ahora llamaremos TSD a la Teoría de Situaciones Didácticas.

“La TSD se concibe como un enfoque sistémico que permite comprender y operar sobre los procesos de enseñanza y de aprendizaje que se dan dentro de un sistema conformado por el docente, los estudiantes, el conocimiento matemático y un ámbito en el que las relaciones entre estas partes se ponen en juego” (p. 16).

De esta manera, la Matemática escolar es entendida como un campo de resolución de problemas que permite la creación de objetos matemáticos apropiados y la reflexión sobre ellos. En cuanto al aprendizaje, la TSD asume una postura constructivista basada en el constructivismo de Piaget, donde se considera que el alumno aprende Matemática por adaptación al medio después de enfrentarse a algún problema o dificultad. La TSD se ubica en una línea didáctica y no cognitiva, ya que para Piaget el medio es la realidad, en cambio para Brousseau es el saber disciplinar y las situaciones matemáticas que debe aprender el estudiante. El marco conceptual de Piaget es el psicológico y el de Brousseau es el didáctico. Este autor se opone al desarrollo de la psicogénesis natural piagetiana proponiendo una génesis artificial destacando el carácter intencional de la intervención. El aprendizaje se realiza a partir de las interacciones sociales por lo que es un factor importante el trabajo en grupos en la clase.

La situación didáctica es aquella que diseña el profesor al proponerse enseñar algo, considerando el conjunto de relaciones entre docente, alumno y medio. Está sostenida por su intencionalidad didáctica y cuando esta no es percibida por el alumno, la situación didáctica pasa a estar en funcionamiento a-didáctico, es decir, como plantea Barreiro (2015) cuando

“Se hace imprescindible aclarar que para que se produzca ese funcionamiento el mapa de las relaciones entre alumno y docente se desarrollan de modo que el primero logra actuar sobre el medio en forma independiente. Esta independencia no debe entenderse como ausencia de intervención docente, su palabra no está prohibida. En esta intención de llegar a la situación a-didáctica el docente se involucra tomando decisiones: elige estratégicamente cuándo ofrecer información, cuándo formular una pregunta, cuándo no comunicar, etc” (p. 19).

El contrato didáctico regula las interacciones que se realizan entre los alumnos, los docentes y el medio, siendo más importante las reglas implícitas que las explícitas.

En segundo lugar, trabajamos con la Teoría Antropológica de la Didáctica (TAD<sup>8</sup>) la cual se desarrolló en Francia desde la década de 1970, siendo su principal representante Yves Chevallard. Este enfoque tuvo un desarrollo rápido durante los ochenta y al comienzo de los noventa este autor presentó un marco teórico más general, denominado la Antropología de los Saberes.

Chevallard se centra en las relaciones entre la práctica social de la investigación en Matemática y la práctica social de la enseñanza y aprendizaje institucionalizado de esta disciplina en la escuela. Sierpinska (1996) plantea que Chevallard extendió su Teoría de la Transposición Didáctica a las dimensiones de la antropología, considerando que todo conocimiento es conocimiento de una institución, por lo que la investigación profesional en Matemática es una institución, la familia es otra y la escuela otra. La Matemática puede vivir en cada institución pero por medio de adaptaciones se transforma en una distinta.

El proceso de la Transposición Didáctica empieza cuando el matemático comunica sus resultados a sus colegas. En este proceso, se elimina el resultado de la historia de su descubrimiento y del contexto de donde surgió. El autor intentará establecer su resultado al nivel más general y abstracto. Al publicarse este resultado, es descontextualizado y despersonalizado, público y abierto a nuevas aplicaciones y generalizaciones en diversos contextos. Respecto al proceso de aprendizaje, hay un camino inverso al planteado ya que el alumno debe hacer el resultado como propio, creando su camino para la comprensión, por lo que el conocimiento se debe convertir en conocimiento personal.

El rol del profesor es el de proponer proyectos e intervenir guiando al estudiante mediante preguntas, permitiendo mostrar la dialéctica que existe entre las preguntas y respuestas. El estudiante indaga, cuestiona e investiga. Es el que hace preguntas y analiza las respuestas a través de investigaciones. Se considera a la pregunta como el motor del proceso de estudio.

Los saberes constituyen herramientas conceptuales y materiales, que son útiles para estudiar y resolver situaciones problemáticas. El saber matemático se organiza en dos niveles, primero, el que se refiere a la práctica o el saber hacer, ya sea los problemas y las técnicas que se utilizan para abordarlos, y el segundo, aborda la parte descriptiva, organizadora y justificadora de la actividad.

En tercer lugar, planteamos las principales características del Enfoque Cognitivista. Desde la Psicología encontramos diversas posturas cognitivistas respecto del aprendizaje, las

---

<sup>8</sup> A partir de ahora llamaremos TAD a la Teoría Antropológica de la Didáctica.

cuales son, entre otras, el aprendizaje significativo de Ausubel, el aprendizaje por descubrimiento de Bruner, la Teoría Socio histórica de Vigotsky y la corriente constructivista basada en la Epistemología Genética de Piaget y García.

El Enfoque Cognitivista, si bien tiene sus raíces en la Psicología, se desarrolló autónomamente como un campo de la Educación Matemática. Siguiendo a Font (2002) esta corriente se basa en una visión constructivista del conocimiento individual, donde los elementos de análisis más importantes son las representaciones o esquemas mentales de objetos matemáticos, el aprendizaje significativo, las actitudes y las motivaciones.

Dentro de este enfoque podemos distinguir, centralmente, dos líneas de investigación, ya sean el Pensamiento Matemático Avanzado y la Teoría de los Campos Conceptuales, las cuales intentan explicar las representaciones del conocimiento de los individuos.

La línea de investigación denominada Pensamiento Matemático Avanzado tiene como objeto de estudio analizar la forma en que el alumno concibe un nuevo concepto matemático y las variaciones de esa concepción a medida que recibe la enseñanza de la teoría formal. Tall y Vinner (1981) realizan una diferencia entre un concepto formal matemáticamente definido y el proceso cognitivo mediante el cual el estudiante concibe esto en el aprendizaje. Hacen su aporte con la noción de imagen conceptual con el objetivo de describir la estructura cognitiva que se vincula al concepto matemático.

Continuando con Font (2002) observamos que en este campo se realizaron diversas investigaciones en cuanto a la idea de que las representaciones mentales no se pueden tomar desligadas del proceso de abstracción y de los procesos cognitivos que son movilizados por los contenidos matemáticos.

La Teoría de los Campos Conceptuales introduce las nociones de esquema y de invariante operatorio. Vergnaud (1990) plantea que los esquemas se refieren a la totalidad organizada que genera un tipo de conductas distintas según las características de las situaciones de la clase. En ellos se debe investigar los conocimientos en acto del sujeto. Se conforman de diversos componentes, los cuales son los invariantes operatorios, las anticipaciones, las reglas de acción y las inferencias. Los primeros hacen referencia a los conceptos en acto y teoremas en acto, los cuales conllevan el reconocimiento del sujeto de los elementos de la situación. Las segundas plantean las anticipaciones del fin a lograr y de los efectos a esperar. Las reglas de acción posibilitan generar la serie de acciones del sujeto y las inferencias permiten calcular las reglas y las anticipaciones.

Godino (2010) establece que la mayoría de los psicólogos interesados actualmente por la Educación Matemática consideran que las concepciones y las competencias son construidas

por los alumnos. Este autor menciona a Kilpatrick (1987), quien sostiene que el punto de vista constructivista conlleva dos principios, el primero, el conocimiento es construido activamente por el sujeto que conoce, y el segundo, llegar a conocer es un proceso adaptativo, y esto es organizado por el mundo experiencial, por lo que no se descubre un mundo exterior a la mente del sujeto.

Existen diferentes posiciones epistemológicas respecto a las condiciones sociales y físicas en las que tiene lugar el conocimiento. Para el constructivismo simple, solo se acepta el primer principio mencionado anteriormente. Desde el constructivismo radical, se reconocen los dos principios. Y el constructivismo social refuerza el papel del conflicto cognitivo en la construcción de la objetividad. Godino (2010) menciona a Vergnaud (1990) quien plantea la solución epistemológica a este conflicto, en sus palabras, “La construcción del conocimiento consiste en la construcción progresiva de representaciones mentales, implícitas o explícitas, que son homomórficas a la realidad para algunos aspectos y no lo son para otros” (p. 17).

A continuación haremos una descripción del constructivismo radical y social. El primero fue desarrollado por von Glasersfeld (1995) quien parte de dos principios, el conocimiento es activamente construido por el sujeto y la función de la cognición es organizar nuestro mundo de experiencias. Los aportes de este enfoque en la investigación en Didáctica de las Matemáticas fueron importantes, principalmente en Estados Unidos. Confrey (1994) plantea que esta teoría tiene como bases a la epistemología genética de Piaget, la epistemología radical, los esquemas y la modelización. De la primera toma la noción de que la construcción del conocimiento se da a través del tiempo y que para comprender una idea es necesario examinar su construcción considerando la ontogénesis y la filogénesis<sup>9</sup>. De la epistemología radical destaca que conocer algo es actuar sobre ello, por lo que el conocimiento consiste en acciones y reflexiones sobre ello; y que el conocimiento verdadero es el que es viable o útil para poder dar sentido a nuestras experiencias. En cuanto a los esquemas, estos son su unidad de análisis, los cuales evolucionan y es a través de la adaptación que se acoplan con el mundo experiencial del sujeto así como también se dividen y ramifican. En torno a la modelización establece que, a través de la experiencia, construimos modelos viables de los otros en nuestro medio ambiente.

Font (2002) agrega que el constructivismo radical contribuyó a entender la enseñanza de la Matemática de una forma distinta a la tradicional ya que otorga importancia el

---

<sup>9</sup> La ontogénesis se refiere a los procesos que sufren los seres vivos desde la fecundación hasta su plenitud y madurez. Este concepto se suele contraponer al de filogénesis, que se ocupa, por el contrario, de los cambios y evolución de las especies.



considerar la diversidad de los estudiantes en el proceso de enseñanza y aprendizaje. Además, plantea que se requiere descender de una visión adulta para comprender desde la perspectiva del niño, de manera que la Matemática se torna en un asunto de interpretación y comunicación, y ya no sólo de justificación lógica.

Esta línea superó el aprendizaje pasivo, introduciendo materiales, problemas contextualizados, grupos de trabajo. En cuanto a la teoría de la enseñanza, apuesta por la construcción de los alumnos, prestando atención a sus desarrollos, puntos de vista y razonamientos, donde el docente es un facilitador de las construcciones de los estudiantes. El objeto de investigación de la Didáctica de la Matemática que plantea, son estas construcciones de los estudiantes.

El constructivismo social incorpora distintas líneas de pensamiento, desde la perspectiva epistemológica, la antropológica y la psicológica. Del primer enfoque mencionamos a Ernest (1998) quien describe a la actividad matemática partiendo del constructivismo. Esta visión filosófica aplicada a la Matemática se apoya en la lógica del descubrimiento matemático planteada por Lakatos (1978) sostenida en la prueba y la refutación. Ernest (1998) también retoma a Wittgenstein (1983) quien plantea que la Matemática proviene de la aceptación de unas reglas de juego que se hallan en una forma de vida socialmente preexistente. El constructivismo social interpreta a la Matemática como algo conversacional inmerso en el mundo de la interacción humana.

De la perspectiva antropológica mencionamos a Bishop (1999) quien considera que la Matemática porta y es producto de valores como el objetivismo, el racionalismo, el control o el progreso. Font (2002) plantea que desde este enfoque se demuestra interés en la investigación de los problemas que tienen los sujetos que aprenden Matemática en entornos de conflicto cultural.

De la corriente psicológica trabajamos con la teoría de Vigotsky (1987) quien realiza contribuciones a la comprensión del desarrollo intelectual de manera general así como también del desarrollo del conocimiento matemático, en particular. Destaca la importancia de las instituciones donde está inmerso el alumno y explica cómo inciden en la formación de las funciones psicológicas superiores. Font (2002) establece que para el constructivismo social, el sujeto construye sus conocimientos basándose en su experiencia y después éstos se ajustan cuando son llevados a experiencias nuevas con la sociedad. Al mismo tiempo, las instituciones matemáticas dirigen la construcción de cada sujeto.

El constructivismo social tiene una teoría del aprendizaje constructivista, otorga importancia a la interacción social y al lenguaje. En cuanto a la enseñanza, se centra en el

contexto y en los valores, colaboraciones y negociaciones de significados compartidos. Este autor, agrega que el objetivo de la investigación de la Didáctica de la Matemática para este enfoque es la construcción social llevada a cabo en el aula y la metodología de investigación es interpretativa o una investigación acción.

Para continuar, en cuarto lugar presentamos la teoría denominada Aprendizaje Basado en Problemas (ABP<sup>10</sup>) la cual tiene sus orígenes en los trabajos de Polya (1954). Lo central en este enfoque es lograr que los alumnos se transformen en buenos resolutores de problemas, según Rodríguez (2016) se busca que incorporen herramientas y armen estrategias para llevar a cabo los problemas donde el foco no está puesto en la enseñanza de un contenido particular. De esta forma, el profesor tiene como objetivo que los estudiantes se comporten como los matemáticos, ya sea explorando, experimentando y reflexionando.

Polya (1981) define el concepto de problema expresando que “Tener un problema significa buscar de forma consciente una acción apropiada para lograr un objetivo claramente concebido pero no alcanzable de forma inmediata” (p. 117). Se puede observar que para un alumno una situación puede resultarle como un problema, pero para otro no; como menciona Rodríguez (2016) una característica de este término es la relatividad al sujeto por lo que esto evidencia la complejidad de su utilización en la clase.

Otro concepto de esta teoría es el de heurística, el cual hace referencia al estudio de métodos y medios de la resolución de problemas. Estas estrategias pueden ser desde considerar casos particulares, simplificar el problema o utilizar gráficos, y se visualizan cuando el estudiante se encuentra en la búsqueda de resolver el problema. Al respecto, Rodríguez (2016) agrega que además de resolver problemas e implementar heurísticas, los alumnos deben conocer cómo trabajan para luego poder modificar o ajustar los resultados, lo que implica una tarea de reflexión metacognitiva.

Según Polya (1973) existen diferentes etapas en la resolución de problemas, las cuales son comprender el problema, concebir un plan, ejecutarlo y verificar la solución obtenida. Estas acompañarán el camino de la resolución de problemas pero puede que no se den todas o en este orden. Rodríguez (2016) sostiene que para el diseño de problemas, el docente puede seguir ciertos criterios como conocer qué saben sus alumnos, redactar la consigna de una forma no familiar y revisar que en la resolución de la actividad se puedan utilizar variedad de heurísticas. Por último, en cuanto a la gestión de la clase, el profesor pondrá atención a las

---

<sup>10</sup> A partir de ahora llamaremos ABP al Aprendizaje Basado en Problemas.

dudas que surjan durante la resolución de los problemas y generará momentos de reflexión metacognitiva.

En quinto lugar exponemos la corriente denominada Educación Matemática Realista (EMR<sup>11</sup>) la cual se desarrolla desde fines de 1960 en base al trabajo de Hans Freudenthal en el Instituto de la Universidad de Utrecht en Holanda. Actualmente este enfoque se incluye en el currículo de varios países y en el diseño de evaluaciones del Programa Internacional de Evaluación de los Estudiantes (PISA). Se define a la competencia matemática como la capacidad de un sujeto para comprender y reconocer el papel que desempeña en el mundo esta materia, emitir juicios fundados y relacionarse con ella de manera de satisfacer sus necesidades como ciudadano reflexivo.

Zolkower (2015) retoma a Treffers (1987) quien plantea los principios de la EMR, los cuales son la exploración fenomenológica, el uso de modelos y símbolos, la utilización de construcciones y producciones de los alumnos, la interacción y, por último, el entrecruzado de ejes y temas curriculares. El primero se refiere a la búsqueda de fenómenos ricos, significativos y no pre-estructurados, con el objetivo de que los alumnos desarrollen nociones intuitivas para lograr la formación de objetos matemáticos. El segundo establece que, a partir de esas nociones intuitivas, mediante un proceso de matematización progresiva que se sostenga por una variedad de modelos, se llegará a nociones matemáticas más formales. El tercero plantea que para que los estudiantes aprendan a matematizar, es importante trabajar desde sus producciones y construcciones. El cuarto destaca la importancia de las interacciones entre los alumnos, lo que enriquece y permite la reflexión en torno a la actividad matematizadora. El quinto hace referencia al valor de las secuencias didácticas en sus múltiples interrelaciones.

La idea de Freudenthal (1973) se basa en la enseñanza a los estudiantes a matematizar. De esta forma, el objetivo es desarrollar una disposición matemática en los alumnos, ya sea indagar qué es lo esencial en las distintas situaciones, descubrir características comunes, ejemplificar, buscar estrategias y reflexionar en torno a la propia actividad. Zolkower (2015) retoma a Treffers (1987), quien diferencia dos dimensiones en la matematización las cuales son horizontal y vertical. En sus palabras,

“Matematizar horizontalmente consiste en convertir un problema de la realidad en un problema matemático haciendo uso del sentido común, la intuición, la observación, la aproximación empírica y la experimentación

---

<sup>11</sup> A partir de ahora llamaremos EMR a la corriente Educación Matemática Realista.

inductiva. Matematizar verticalmente consiste en moverse dentro de la realidad matemática haciendo uso de la esquematización, la generalización, la prueba, el rigor y la simbolización” (p. 178).

La EMR concibe al aprendizaje como un proceso discontinuo que involucra diferentes niveles, ya sea de estructuración, abstracción, generalización y formalización. Siguiendo a Zolkower (2015) los pasajes de niveles involucran la simbolización esquemática de una situación mediante un modelo. El “modelo de” se desprende de la situación referencial hasta que se convierte en un “modelo para”, es decir, en una herramienta para organizar situaciones homólogas a la inicial. En esta distinción entre modelos se involucran cuatro niveles, los cuales son situacional, referencial (“modelo de”), de generalización (“modelo para”) y formal. En el primero, la situación problemática está organizada a través de estrategias que surgen espontáneamente. En el segundo, aparecen los modelos gráfico y los procedimientos que esquematizan el problema, éstos siempre se refieren a una situación particular. Al tercer nivel se llega mediante la exploración, generalización y reflexión de lo acontecido en el nivel anterior, pero aquí se distancia de la referencia al contexto. En el último nivel, se trabaja con procedimientos generales desligados a las situaciones y contextos que le otorgaron su significado inicial, existiendo la posibilidad de retornar a los mismos cuando fuera necesario.

En sexto lugar, trabajamos con el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática (EOS<sup>12</sup>), el cual es una línea de investigación en Didáctica de la Matemática cuyo principal representante es Juan Díaz Godino y se viene desarrollando en España desde el año 1994. Siguiendo a este autor, vemos que

“El punto de partida del EOS es la formulación de una ontología de objetos matemáticos que tiene en cuenta el triple aspecto de la matemática como actividad de resolución de problemas, socialmente compartida, como lenguaje simbólico y sistema conceptual lógicamente organizado. Tomando como noción primitiva la de situación-problemática, se definen los conceptos teóricos de práctica, objeto (personal e institucional) y significado, con el fin de hacer patente y operativo, por un lado, el triple carácter de la matemática a que hemos aludido, y por otro, la génesis personal e institucional del conocimiento matemático, así como su mutua interdependencia” (Godino, 2010, p. 4).

---

<sup>12</sup> A partir de ahora llamaremos EOS al Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática.

Para esta corriente, la Didáctica de la Matemática debe dar respuesta a dos demandas, las cuales son, en primer lugar, comprender los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Matemática y, en segundo lugar, guiar la mejora de estos procesos. Para la primera se necesita de herramientas teóricas que posibiliten la explicación, descripción e interpretación de los procesos de enseñanza y aprendizaje. Según Pochulu (2015)

“Esto exige realizar investigaciones de tipo teórico que inducen a la creación y desarrollo de marcos teóricos. Al mismo tiempo, estos marcos teóricos se aplican en el estudio de los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Matemática, lo que origina, a su vez, la ampliación del propio marco teórico” (p. 64).

Para la segunda demanda se requiere realizar una valoración de los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Matemática y sugerir mejoras fundamentadas, por lo que se necesita desarrollar métodos para la valoración y mejora de estos procesos.

El EOS tiene como objetivo una reconceptualización de algunos constructos tales como la noción de objeto matemático, la comprensión, significado y sus relaciones. Para estas concepciones se diferencian dos dimensiones interdependientes, las cuales son personales e institucionales. Al lenguaje, los procesos de comunicación, interpretación y los objetos intervinientes en la clase de Matemática, se les confiere un papel central.

El aspecto ontológico se vincula con el análisis de la existencia o inexistencia de los objetos y el aspecto semiótico busca descubrir y analizar la verdadera significación que se les da a esos objetos, sus vínculos, particularidades y relevancia.

Pochulu (2015) diferencia en tres tópicos, las herramientas teóricas que plantea el EOS, las cuales fueron evolucionando hasta el día de hoy. Estos son la Teoría de Significados Sistémicos, la Teoría de Funciones Semióticas y la Teoría de Configuraciones Didácticas. La primera se construyó mediante presupuestos antropológicos y pragmatistas para el conocimiento matemático. El significado de un objeto es entendido a partir de un sistema de prácticas que un sujeto pone en juego. Las prácticas se refieren a toda manifestación o actuación llevada a cabo por alguien con el objetivo de resolver problemas matemáticos, comunicar la solución, validarla y generalizarla a otros problemas y contextos. La segunda plantea que el significado de un objeto matemático es el par: configuración epistémica y las prácticas que posibilita, donde la definición del concepto matemático es solo uno de los componentes de la configuración epistémica. Al objeto matemático se lo debe entender en términos de lo que se puede hacer con él en una práctica matemática. Esta correspondencia se da a partir de una función semiótica donde el objeto matemático es el antecedente y el sistema

de prácticas es el consecuente. La tercer Teoría tiene como objetivo identificar seis dimensiones que interactúan en un proceso de instrucción matemática y analizarlas en cinco niveles. De esta forma se puede realizar un análisis microscópico de los episodios instruccionales y obtener información detallada de los hechos para emitir juicios de pertinencia o adaptación. Estos niveles para el análisis didáctico de procesos de estudio son la identificación de prácticas matemáticas, la elaboración de las configuraciones de objetos y procesos matemáticos, el análisis de las trayectorias e interacciones didácticas, la identificación del sistema de normas y metanormas y la valoración de la idoneidad didáctica del proceso de estudio.

En séptimo lugar desarrollamos el enfoque denominado Educación Matemática Crítica (EMC<sup>13</sup>) cuyo representante es Ole Skovsmose, quien presenta sus ideas centrales mediante ejemplos de proyectos educativos llevados a cabo en escuelas danesas en los años 2000. Esta teoría, destaca la relación entre educación crítica y la Matemática, brindando fundamentos para interpretar las prácticas educativas.

Este enfoque investigativo se vincula con la Educación Matemática Crítica, siendo algunas de sus principales características el considerar a la alfabetización matemática como una competencia para actuar e interpretar en una situación política y social que fue estructurada por la Matemática. Además, se preocupa por que la Educación Matemática sustente la democracia, donde la microsociedad del aula debe llevar a cabo aspectos democráticos. Considera a la Matemática como un tema que necesita ser reflexionado ya que son una parte central de nuestra cultura tecnológica y allí la Matemática ejerce muchas funciones.

Skovsmose (2012) plantea que en un escenario de investigación los alumnos formulan preguntas y buscan explicaciones y lo hacen junto al profesor de forma que encuentren un camino a seguir. En sus palabras, “Cuando los estudiantes se apropian del proceso de exploración y explicación de esta manera, se constituye un escenario de investigación que a su vez genera un nuevo ambiente de aprendizaje” (p. 114). El docente se encarga de realizar preguntas que guiarán en la búsqueda del conocimiento al alumno.

Los saberes matemáticos se van construyendo mediante el trabajo de los estudiantes y los profesores, de sus cuestionamientos, en un contexto de investigación, mediante el cual se van apropiando del proceso de explicación y exploración.

---

<sup>13</sup> A partir de ahora llamaremos EMC a la Educación Matemática Crítica.

Según Font (2002) la EMC tiene como principales preocupaciones las de preparar a los alumnos para ser ciudadanos, considerar a la Matemática como una herramienta para analizar de forma crítica los hechos socialmente relevantes, tener en cuenta los intereses de los estudiantes, contemplar los conflictos culturales en los que se desempeña el proceso de instrucción, considerar las cuestiones anteriores acerca del proceso de enseñanza y aprendizaje de forma que el conocimiento matemático se transforme en una herramienta crítica, resaltar la comunicación en el aula ya que esta se refiere a un conjunto de relaciones interpersonales que son la base de la vida democrática y dar importancia a las relaciones entre la Matemática y la tecnología, ya que por un lado soluciona problemas pero también genera otros.

La última corriente se denomina Etnomatemática y tiene como objetivo brindar alternativas para poder afrontar la diversidad cultural desde la Educación Matemática. Su principal representante es D'Ambrosio (1985) quien planteó el desafío y la problemática que conlleva el proceso de enseñanza y aprendizaje de la Matemática en territorios indígenas, en especial si la visión de la cultura matemática es eurocentrista.

Gavarrete (2013) establece que la esencia de este enfoque es el estudio de las formas diferentes de conocer. En el entorno escolar se transmite una imagen normalizada de la cultura, la cual se identifica con los valores predominantes. Para evitar estas contradicciones, la UNESCO desarrolló documentos respecto a los diversos aportes de las nociones epistemológicas vinculadas con la visión sociocultural de las Matemáticas para atender la diversidad cultural. Uno de los desafíos que plantean es en torno a los cambios en las prácticas de enseñanza, ya que se necesitan docentes que ayuden a los estudiantes a relacionar sus resultados en un contexto particular. Otro aspecto importante se encuentra en la formación de los profesores. Existen orientaciones sobre las competencias y los conocimientos que se esperan de esta formación.

Aroca (2013) agrega que el individuo adquiere su cultura a través del aprendizaje de las creencias, costumbres y lenguajes de su grupo, por lo que sucede lo mismo con su cultura matemática. Estas Matemáticas culturales o Etnomatemáticas tienen una realidad en un contexto, ya que en él adquieren sentido. El objeto matemático tiende a ser independiente del contexto, pero la Etnomatemática no, ya que ella existe a partir de la realidad misma.

El vínculo entre la Matemática y la etnografía hizo posible que las culturas puedan hallar sus propios sistemas, contextos de aplicación y vocabularios matemáticos en los distintos ámbitos en los que se desenvuelven. De esta forma, se promueven alternativas didácticas que permiten mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Matemática y

así reconocer el carácter intercultural de esta ciencia. Continuando con Aroca (2013) observamos que la Etnomatemática posibilita rescatar partes de la cultura de un pueblo, las cuales, una vez combinadas se tornan en prácticas para ser utilizadas en la Matemática.

El rol del docente es el de desarrollar y fortalecer habilidades extras para el logro de una educación para todos, donde se pueda explorar diversas opciones de pensamiento matemático con los estudiantes. De esta forma, se les hará comprender y concebir a la Matemática desde otras formas de conocimiento y perspectivas.

### **1.6. ESTRATEGIA METODOLÓGICA:**

Para llevar a cabo la investigación se utilizó un diseño cualitativo, con un alcance descriptivo (Sampieri; 2006). Este enfoque, primero se utiliza para descubrir y refinar preguntas de investigación. Utiliza métodos de recolección de datos sin medición numérica, ya sea observaciones o descripciones y las hipótesis y las preguntas surgen como parte del proceso de investigación. Éste es flexible y puede oscilar entre los eventos y su interpretación así como entre las respuestas y el desarrollo de la teoría.

Tiene como propósito reconstruir la realidad de la forma en que los actores de un sistema social la observan. Se fundamenta en un proceso inductivo ya que describe y explora para luego generar perspectivas teóricas, yendo de lo particular a lo general.

Por lo tanto, en nuestra investigación realizamos entrevistas semiestructuradas a docentes y alumnos y trabajamos con observaciones y registros de clases. Aquí, el investigador, previo a la entrevista organiza un guión temático acerca de lo quiere hablar con el entrevistado. Se caracteriza por contar con preguntas abiertas, donde el entrevistado tiene la posibilidad de expresar sus opiniones y desviarse del protocolo inicial y/o volver al mismo. El investigador puede vincular categorías con otras que van fluyendo durante la entrevista y construir nuevas preguntas.

Las observaciones fueron del tipo no participante, donde tomamos nota y registramos lo observado, sin interactuar ni participar en las actividades de las clases. Según Sampieri (2006) aquel que observa tiene un papel activo en la investigación; sin embargo puede asumir niveles de participación distintas. La observación no participante se basa en llevar a cabo el estudio sin participar en él, de forma que se puede observar en su “estado natural” sin que el observador altere lo estudiado. La observación es formativa y el único medio que se lleva a cabo en toda investigación cualitativa.



A partir del análisis de los datos recabados abordamos los modos de la inclusión de las TIC en una clase de Matemática, particularmente el software GeoGebra, sin que los datos sean generalizables a toda una población, sino que, como se llevó a cabo una investigación cualitativa, ésta es interpretativa, reflexiva, centrada en una práctica real, situada y basada en un proceso interactivo en el que intervienen el investigador y los participantes, siendo su interrelación con la teoría lo que la hace relevante.

Vale aclarar que habíamos seleccionado en el proyecto de investigación, una muestra de cinco cursos de Matemática de Escuelas Secundarias de la ciudad de Bahía Blanca en donde se utilice el software GeoGebra, las cuales eran las Escuelas Preuniversitarias de la UNS<sup>14</sup>, el Instituto María Auxiliadora (IMA<sup>15</sup>) y el Colegio Martín Miguel de Güemes. Finalmente esto no se concretó, ya que hubo algunos inconvenientes, como por ejemplo una docente dejó su cargo y otra no se contactó al momento que correspondía realizar la observación.

Precisamos un muestreo por conveniencia, el cual se suele utilizar al principio de una investigación y está formado por los casos disponibles a los cuales tenemos acceso (Battaglia; 2008). Por ello, seleccionamos a los sujetos a los que teníamos relación por cercanía, por conocimiento de las instituciones y por vínculo con las docentes. Esto se debe a que conocíamos a las profesoras de manera informal, algunas como compañeras de trabajo, otras de estudio así como también la jefa de departamento de Matemática de la ENS<sup>16</sup> ayudó con el contacto con otras docentes de las Escuelas Preuniversitarias de la UNS. Estas profesoras que trabajan en varias escuelas, facilitaron sus espacios para poder realizar las observaciones. Finalmente seleccionamos tres cursos de Matemática de Escuelas Secundarias de la ciudad de Bahía Blanca en donde se utilice el software GeoGebra, las cuales son las Escuelas Preuniversitarias de la UNS (Escuela Normal Superior “Vicente Fatone”, Escuela de Ciclo Básico y Escuela Superior de Comercio “Prudencio Cornejo”) y el Instituto María Auxiliadora.

Por lo tanto, la muestra quedó definida por tres cursos, un tercero y dos quintos y cuatro docentes, tres pertenecientes a las Escuelas Preuniversitarias de la UNS y una al Instituto María Auxiliadora. Es decir, una de las docentes fue entrevistada pero no realizamos observaciones en el curso correspondiente.

---

<sup>14</sup> A partir de ahora llamaremos UNS a la Universidad Nacional del Sur.

<sup>15</sup> A partir de ahora llamaremos IMA al Instituto María Auxiliadora.

<sup>16</sup> A partir de ahora llamaremos ENS a la Escuela Normal Superior.

Una vez recolectados los datos a través de las observaciones y entrevistas, triangulamos, teniendo en cuenta su exploración, la descripción de las experiencias de los participantes, el descubrimiento de los conceptos y categorías. Luego vinculamos los resultados con el conocimiento disponible, intentando nuevas descripciones para casos particulares.

Por último, en relación a la codificación de datos, diferenciamos lo siguiente,

E1: Escuela 1

E2: Escuela 2

E3: Escuela 3

D1: Docente de la escuela 1

D2: Docente de la escuela 2

D3: Docente de la escuela 3

D4: Docente de la escuela 4

## **2. CAPÍTULO II: Inmersión investigativa:**

### **2.1. CONTEXTUALIZACIÓN:**

Como ya mencionamos anteriormente, el tema de investigación que trabajamos es la inclusión de las TIC en las clases de Matemática. El recorte del tema es cómo se utiliza el software GeoGebra para la enseñanza en las clases de Matemática del nivel secundario. Por lo tanto, haremos una descripción de las instituciones en las que desarrollamos el trabajo de campo, las cuales son las escuelas pre universitarias y el Instituto María Auxiliadora, en la ciudad de Bahía Blanca, provincia de Buenos Aires.

Las escuelas pre universitarias abarcan cinco instituciones, las cuales son Escuela de Enseñanza Inicial y Primaria, Escuela de Agricultura y Ganadería “Ingeniero Agrónomo Adolfo Joaquín Zabala”, Escuela de Ciclo Básico Común, Escuela Normal Superior “Vicente Fatone” (ENS) y Escuela Superior de Comercio “Prudencio Cornejo”. Haremos una descripción de las instituciones en las que realizamos el trabajo de campo las cuales son las tres últimas mencionadas. Son dependientes de la Universidad Nacional del Sur (UNS) y la modalidad de su gestión es estatal pública.

La Escuela de Ciclo Básico Común se encuentra ubicada en la calle 11 de Abril 445 y cuenta con una formación de tres años básicos. Luego, los alumnos pueden optar por continuar en la Escuela de Comercio, Escuela de Agricultura y Ganadería o en la ENS.

En 1960 se llevan a cabo las Jornadas Interuniversitarias sobre Enseñanza Media, las cuales son su hito fundacional. En el año 1995 se trabajó para la adecuación parcial de las Escuelas Medias de la UNS a la Ley Federal de Educación y se definieron las competencias profesionales correspondientes a los distintos ciclos y niveles. De esta forma pasó a conformar una nueva unidad académica integrada además por los Departamentos de Aplicación de los Niveles Inicial y Primario de la ENS. Esta política sostuvo la continuidad de los equipos docentes de la Escuela de Ciclo Básico y definió la no primarización del tercer ciclo, que mantuvo su esencia de escuela secundaria. Es esta la principal razón por la que la actual adecuación de la estructura de la Escuela de Educación General Básica “Ezequiel Martínez Estrada” a la Ley de Educación Nacional toma sentido de continuidad en lo que respecta a un tercer ciclo, hoy denominado Ciclo Básico Común.

La Escuela Normal Superior “Vicente Fatone” se encuentra ubicada en la calle 11 de Abril 445 y tiene tres orientaciones: Ciencias Sociales y Humanidades, Comunicación y Arte: Artes audiovisuales. A su vez cuenta con el Nivel Superior que, recientemente se empezó a

desarrollar en las nuevas instalaciones ubicadas en el edificio en Avenida Alem 235. Esta institución se centra en la formación de profesores para los niveles Inicial y Primario.

La ENS se anexa en el año 1956 a la Universidad Nacional del Sur, con el objetivo de crear una escuela preuniversitaria especialmente para los profesorados que posee el establecimiento. Desde el año 2013 se comienza un proceso de integración de los profesorados de Nivel Inicial y Primario al sistema universitario de la UNS y finalmente, se logra en el año 2014.

La Escuela Superior de Comercio “Prudencio Cornejo” se encuentra ubicada en la calle 11 de Abril 445 y tiene a su cargo dos niveles educativos: Secundario y Superior no universitario. En el nivel Secundario hay dos orientaciones: Bachiller de Ciclo Superior Orientado en Economía y Administración y Bachiller del Ciclo Superior Orientado en Informática. Además, cuenta con un Secundario de adultos, el cual es Bachillerato de Adultos en Economía y Gestión de las Organizaciones. Y en el nivel Superior no universitario tiene a cargo la carrera de Técnico Superior en Computación Orientación Administrativa.

Según Cernadas (2003) esta institución se creó en 1903 a nombre de “Escuela Elemental de Comercio” y estaba vinculada con la idea de formar en la educación comercial y proveer una carrera de breve duración para capacitar al personal especializado en transacciones comerciales. A lo largo del tiempo incrementó los años de enseñanza hasta otorgar el título de Perito Mercantil en 1910. Aquí la institución se denominaba Escuela Nacional de Comercio. A partir de 1929 brindó el Curso de Contadores y se comenzó a llamar Escuela Nacional Superior de Comercio. En 1956 se creó la Universidad Nacional del Sur y ese mismo año se incorporó a la Escuela Nacional de Comercio como dependiente de esta. A partir de 1965 la Escuela se ocupa de la formación del nivel Superior.

El Instituto María Auxiliadora (IMA) se encuentra ubicado en Rondeau 75 y tiene a su cargo cuatro niveles educativos: Inicial, Primario, Secundario y Superior no Universitario. El nivel Secundario cuenta con dos orientaciones: Ciencias Naturales y Humanidades y Ciencias Sociales. En el nivel Superior se encuentran las carreras de Profesorado en Educación Inicial y Profesorado en Educación Primaria. Llevamos a cabo las observaciones en el nivel Secundario en la orientación de Ciencias Naturales.

Haciendo un breve recorrido histórico, podemos encontrar que la Inspectoría fue fundada en 1925 con sede en la Casa de Bahía Blanca, la cual se desprendió de la de San Francisco de Sales de Buenos Aires. A partir de entonces se abrieron más instituciones en diferentes lugares como en Bariloche, Neuquén, Fortín Mercedes y Chos Malal, entre otros.

Este colegio católico se enmarca en el perfil de la Escuela Salesiana orientado a la formación de jóvenes desde una comunidad Educativo Pastoral. La modalidad de su gestión es privada.

## **2.2. DESCRIPCIÓN DEL SOFTWARE GEOGEBRA:**

### 2.2.1. Historia:

GeoGebra es un software libre de Matemáticas dinámicas donde se puede trabajar geometría, álgebra, gráficos, hoja de cálculo, estadística y cálculo. Permite el trazado dinámico de construcciones geométricas así como el tratamiento algebraico, la representación gráfica y el cálculo de funciones.

Fue creado por Markus Hohenwarter en el año 2002 como parte de su tesis “Educación, materiales y aplicaciones en la enseñanza de la matemática con GeoGebra” en la Universidad de Salzburgo (Austria) y luego continuó su trabajo en la Universidad Atlántica de Florida (EEUU) y en la Universidad Estatal de Florida.

Hohenwarter es Magister en Educación Matemática, Magister en Ciencias Aplicadas de la Computación, docente para la enseñanza de la Ciencia de la Computación en las Escuelas Secundarias y Doctor en Educación Matemática. Desde el año 2002 hasta la actualidad trabaja en la Enseñanza de Matemática en la Universidad de Salzburgo. Realizó pasantías y trabajó como profesor visitante en muchas universidades del mundo.

Markus tuvo como objetivo crear una calculadora de uso libre para poder trabajar con Geometría y Álgebra. Quería lograr un software en donde se reunieran las virtudes de los programas de cálculo simbólico junto a los de geometría dinámica. La idea de crear GeoGebra surgió debido a que en sus investigaciones, encontró que a muchos docentes le resultaba difícil aprender los softwares de cálculo simbólico por la rigidez de su sintaxis. Además observaba que los profesores consideraban de mayor utilidad los programas de geometría dinámica debido a que eran más fáciles de utilizar.

### 2.2.2. Características:

GeoGebra está disponible en múltiples plataformas como Microsoft Windows, Apple, Linux y Android. Es un procesador geométrico y algebraico que además de utilizarse en Matemática puede ser aplicado en otras áreas tales como Física, para estimaciones de decisión estratégica o proyecciones comerciales.

Existen diferentes versiones en las que se fueron incorporando nuevas características, como la Graficadora 3D, la Realidad Aumentada, la Calculadora Gráfica y Geometría.

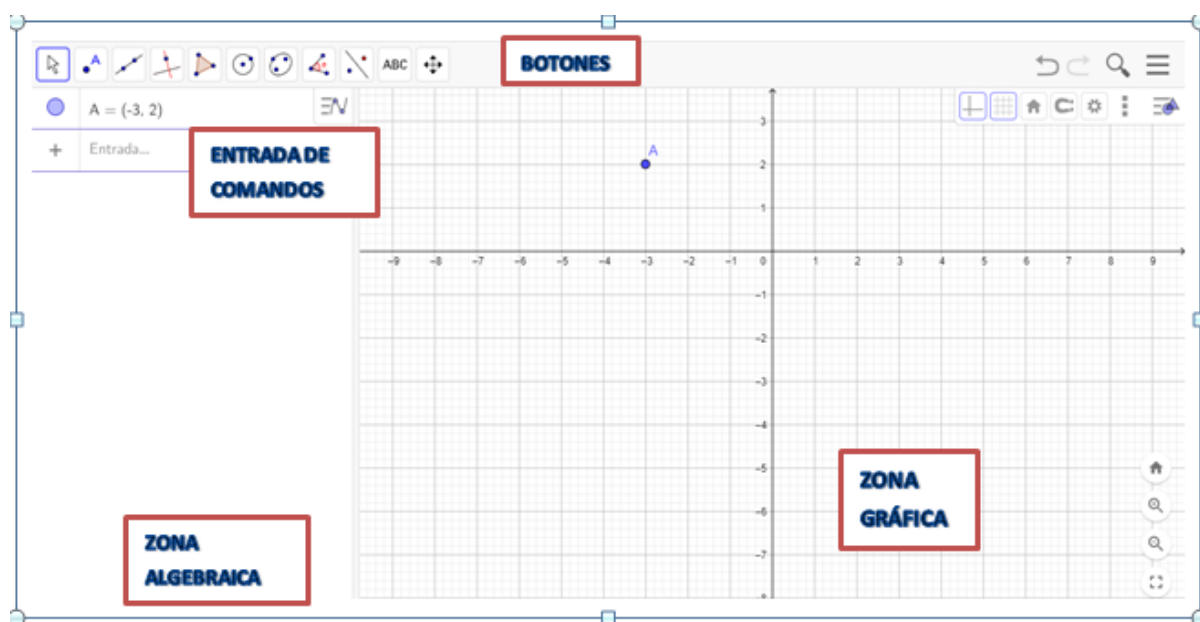
Actualmente la última versión de este software es GeoGebra Clásico 6 (6.0573) y se puede descargar de forma gratuita desde la página <https://www.geogebra.org/>. Aquí, se brindan recursos para el aula con diferentes materiales para poder descargarlos además de poder ingresar a la comunidad de GeoGebra y conectarse con los autores de estos recursos didácticos. Ofrece una wiki<sup>17</sup> donde se pueden compartir las realizaciones propias con la comunidad. Se puede utilizar de manera online o tenerlo instalado en la computadora o celular, incluye un manual de ayuda y está traducido en más de 50 idiomas.

Además de lo mencionado, este programa permite llevar a cabo diferentes acciones matemáticas como el análisis, demostraciones o deducciones. Construye gráficas donde se pueden realizar modificaciones de forma dinámica, permite dibujar figuras a partir de puntos, segmentos, rectas. Posibilita visualizar las ediciones o cambios que se van realizando en las representaciones y expresiones. Si se hace un cambio sobre el objeto, va a modificar a su expresión matemática, así como un cambio sobre la expresión matemática afectará a su representación gráfica. También dispone de diferentes estilos que se pueden aplicar a los objetos, ya sea el color, la transparencia o el grosor.

Cuando uno ingresa a GeoGebra, la pantalla se encuentra dividida en diferentes zonas, las cuales son el menú y los botones en la parte superior, la entrada de comandos y la zona algebraica a la izquierda y, por último, la zona gráfica a la derecha. Losada (2002) plantea la importancia que tiene el software con la representación gráfica y simbólica ya que cuando se inserta un punto, GeoGebra muestra una identificación visual permanente entre las coordenadas de un punto y su representación en el plano. De igual forma sucede con los objetos dependientes que vemos. A continuación adjuntamos un gráfico donde se visualizan todas las características mencionadas.

---

<sup>17</sup> Una wiki es una comunidad virtual donde los usuarios pueden crear o modificar contenido.

**Gráfico 1**

Descripción de las características de la pantalla de inicio de GeoGebra. Elaboración propia.

### 2.2.3. Comunidad:

Este programa se constituye desde una comunidad con un rápido crecimiento, integrado por docentes, investigadores, desarrolladores de software y estudiantes, los cuales se nuclean en los diferentes Institutos de GeoGebra locales. Estos se articulan entre sí mediante el Instituto GeoGebra Internacional (IGI). Al proyecto desarrollado por Hohenwarter se fueron sumando cada vez más voluntarios, para desarrollar nuevas funciones, materiales didácticos interactivos, realizando traducciones y colaborando con nuevos usuarios mediante el foro.

Esta comunidad fue pensada apuntando a lo colaborativo, donde podemos ingresar a ayudas, recursos, wikis y foros en la página oficial gracias a los usuarios que mantienen estos datos actualizados.

El IGI es una entidad sin fines de lucro de la comunidad GeoGebra. Se encarga de coordinar las investigaciones de universidades y organizaciones en una red global de usuarios. Los grupos de usuarios locales apoyan a los estudiantes y profesores en su región y, como parte de la red del IGI pueden compartir materiales educativos, proyectos, talleres. Este certifica a los usuarios, expertos y capacitadores locales de GeoGebra siguiendo unas pautas. En Latinoamérica existen 18 Institutos GeoGebra locales y en Argentina 4, los cuales son Instituto GeoGebra de La Plata, Instituto GeoGebra de Vicente López, Instituto GeoGebra Formosa e Instituto GeoGebra Santiago del Estero.

### **2.3. ANÁLISIS DE LA INCLUSIÓN DE GEOGEBRA EN CLASES DE MATEMÁTICA:**

Durante el año 2019 realizamos el trabajo de campo llevando adelante observaciones de clases y entrevistas semiestructuradas a docentes de Matemática de tres escuelas, dos de gestión pública y una de gestión privada.

El análisis de este capítulo lo organizamos de la siguiente manera. En primer lugar, trabajamos con la descripción de las experiencias de las docentes desde sus decires, donde abordamos las concepciones de la Matemática, las decisiones de las profesoras, las potencialidades del programa, las dificultades, la planificación de clases y la utilización de otras tecnologías. En segundo lugar, trabajamos con la descripción de las experiencias de los alumnos, desde sus opiniones, sus aprendizajes, ventajas, desventajas y la relación entre la teoría vista en cuanto al software. En tercer lugar, realizamos el análisis de las clases observadas con la utilización de GeoGebra.

#### 2.3.1. Descripción de las experiencias de las docentes desde sus decires:

##### 2.3.1.1. Concepciones acerca de la Matemática:

Para comenzar, abordaremos la relación entre las concepciones de la Matemática que sostienen las profesoras con su práctica educativa. Retomamos a Moreno y Waldegg (1992) quienes establecen que los docentes llevan a cabo sus prácticas educativas a partir de sus convicciones personales, filosóficas y epistemológicas respecto a la Matemática. Por lo que las opiniones que los profesores tengan de la Matemática y del conocimiento matemático van a influir profundamente en los procesos de enseñanza y de aprendizaje. Para abordar esto, analizaremos las entrevistas llevadas a cabo a las docentes poniéndolas en relación con el marco teórico.

En una de estas entrevistas, D2 plantea que a partir de la Matemática *se enseña una forma de razonamiento que ayudará al estudiante a resolver problemas de la vida cotidiana*. Agrega que *si se enseña de manera tradicional no sirve para atrapar a los alumnos, por lo que hay que buscar que los temas estén conectados con la realidad*. Para ello, la docente propone problemas desafíos y los utiliza para que los estudiantes descubran conceptos y luego ella enseñarlos. Podemos relacionar lo dicho con lo que establecen Moreno y Waldegg (1992) ya que plantean que el formalismo matemático concibe al conocimiento matemático como un cuerpo de conocimientos que anteceden al estudiante. A diferencia de éste, la actividad constructiva del alumno parte de armar significados vinculados con su experiencia propia. Aquí vemos entonces que la enseñanza tradicional desde el formalismo matemático presenta a



la Matemática como un cuerpo acabado sin conexión con el entorno del alumno. Lo que quiere lograr esta profesora es, que a través de la actividad constructiva, los estudiantes descubran los conceptos y que estos estén conectados con su contexto.

Para D3, se enseña Matemática con la intención de generar un saber, dando las herramientas para su construcción y generando preguntas que lleven a desarrollar el pensamiento, teniendo presente que el saber no está acabado, sino que se construye. Como afirma Anacona (2003),

“Si por el contrario, el profesor considera que las matemáticas son una construcción humana rodeada de múltiples contingencias y relacionada con otras disciplinas, reflejará esta concepción en su relación con el conocimiento matemático, con el texto y con los estudiantes. Propiciará reflexiones y diversas actividades en las que los estudiantes sientan que no es un conocimiento acabado sin lugar para la creatividad” (p. 40).

Continuando con esta línea de pensamiento, D3 plantea que *se aprende Matemática haciendo Matemática y construyendo el saber con sentido*. Podemos vincular esto con lo propuesto por Moreno y Waldegg (1992) ya que desde el constructivismo el conocimiento matemático es siempre contextual y nunca separado del sujeto. Esto implica que como la Matemática es una actividad de una sociedad, no puede desprenderse de su condicionamiento histórico. La Matemática no es un cuerpo codificado de conocimientos, sino que es esencialmente una actividad. Según estos autores conocer es actuar e implica comprender de tal manera que se pueda compartir el conocimiento con otros y formar una comunidad. Al respecto, Costa y Sombra Del Río (2011) retoman a Chevallard, Bosch y Gascón (1997), sosteniendo que La Escuela Francesa de Enseñanza de la Matemática le otorga un papel central a la actividad de modelización Matemática. En sus palabras,

“Un aspecto esencial de la actividad matemática consiste en construir un modelo (matemático) de la realidad que queremos estudiar, trabajar con dicho modelo e interpretar los resultados obtenidos en este trabajo para contestar a las cuestiones planteadas inicialmente. Gran parte de la actividad matemática puede identificarse, por lo tanto, con una actividad de modelización matemática” (p. 51).

La docente D1 hace referencia a la dificultad de la enseñanza de la Matemática en relación con el logro del interés del alumno. Plantea que esta disciplina es una herramienta útil que sirve para aplicar en cualquier situación en la vida cotidiana además de ayudar a ser más crítico y poder analizar cosas de la vida. *Enseñar esta materia es difícil y un desafío*

*constante*, por lo que se puede relacionar con la figura del profesor reflexivo propuesto por Díaz Barriga (2006), ya que

“un profesor reflexivo adopta una perspectiva constructivista en la medida en que es consciente de que no basta con que el alumno memorice bajo coerción, sino de que es mejor estimular la participación activa y la motivación por aprender. Al poner esta teoría en práctica, el profesor requiere articular en su enseñanza la materia que imparte con las características, antecedentes, necesidades e intereses de los alumnos, así como conocer sus propias necesidades, creencias y valores sobre la enseñanza” (p. 15).

Podemos agregar, continuando con esta idea del profesor reflexivo, lo dicho por la docente D3 quien plantea que debemos reflexionar en nuestras prácticas, deconstruir saberes, investigar y capacitarse continuamente.

### 2.3.1.2. Decisiones de las docentes

Para realizar el análisis de cuáles son las decisiones que toman las profesoras al momento de utilizar tecnología en sus clases, preguntamos en las entrevistas para qué tema usan GeoGebra, cuáles son sus motivos y desde qué dispositivos acceden.

La mayoría de las docentes utiliza el software en varios cursos y todas lo trabajan para el análisis de funciones. La docente D2 es la única que es la primera vez que lo incorpora a sus clases y en un solo curso, debido a que *en esta oportunidad tiene el tiempo suficiente para llegar a dar la unidad completa y cuenta con las instalaciones de la escuela ya que tiene un gabinete de computación*. Sostenemos que el concepto de función es importante e imprescindible en la enseñanza de la Matemática, ya que a partir de las funciones se pueden modelizar<sup>18</sup> problemas, tanto de esta disciplina como de otras. En los diseños curriculares del Nivel Secundario aparece en todos los años y se va complejizando y profundizando hasta llegar a sexto año. Costa y Sombra Del Río (2011) retoman a Hanfling (2000) y destacan que para la enseñanza de la noción de función se debe partir de la dependencia, la variación, la correspondencia, la expresión y simbolización de la dependencia y las diferentes formas de representación. De esta manera, vemos la importancia que se otorga a las funciones ya que todas las docentes entrevistadas lo utilizan, tanto en tercero, cuarto, quinto y sexto año, y además es en esta unidad cuando incorporan la tecnología.

---

<sup>18</sup> Consideramos la definición de modelización propuesta por el Diseño Curricular de Matemática para 3° ES: “En matemática llamamos modelizar a la creación de un modelo matemático para representar cierta situación intra o extra matemática”.

Al consultarles acerca de los motivos por los que utilizan GeoGebra para este contenido, la mayoría de las profesoras responde que *es el tema donde más se presta para trabajar el software, ya que se visualiza fácilmente el comportamiento de las funciones*. De esta forma, los alumnos logran hacer *deducciones con mayor autonomía* y así pueden *obtener generalidades*. Tal como plantean Costa y Sombra del Río (op. cit.) “Los entornos de geometría dinámica permiten entonces ampliar el abanico de situaciones que es posible llevar al aula, y propiciar un trabajo matemático que suponga la indagación, la experimentación y la elaboración de conjeturas, tal como lo propone Brousseau (1986)”.

Las docentes D2 y D4 hacen referencia a la utilidad del programa por sus características, ya que lo consideran *fácil de acceder y ágil*. Al respecto, Barahona AVECILLA (2015) plantea que “GeoGebra ofrece herramientas para el aprendizaje de la geometría, álgebra y cálculo en un entorno de software completamente conectado, compacto y fácil de usar” (p. 123). Además, estas profesoras advierten que el software es *popular y completo*, por lo que lo podemos vincular con las características principales que presenta GeoGebra, que son la gratuidad, el ser intuitivo y el presentar una doble percepción de los objetos, donde cada uno tiene dos representaciones, una en la Vista Gráfica y otra en la Vista Algebraica. De esta manera, hay una conexión entre los símbolos algebraicos y las gráficas geométricas. En este sentido Borsani (2012) agrega que hay una tercera representación de los objetos ya que se puede añadir la posibilidad de utilizar una planilla de cálculo. Estas representaciones se relacionan de manera dinámica, por lo que si se transforma una de ellas, las otras representaciones del mismo objeto se modificarán.

Las docentes D1 y D2 sostienen además la importancia de esta aplicación para lograr que los alumnos estén motivados, ya que consideran que *sus estudiantes son de la era tecnológica* y les resulta más interesante explorar la función desde la pantalla que en el pizarrón. La docente D1 agrega que trabaja con videos de Youtube y al mostrar las funciones en una computadora, logra que *los alumnos presten más atención*. Esto lo podemos vincular con lo dicho por Espina Brito (2007)

“La predisposición por parte del alumnado para el uso de estos recursos es muy favorable. Es evidente el carácter motivador de los mismos y su eficacia para favorecer metodologías activas y participativas, que permiten además que el alumnado se sienta partícipe de su propio aprendizaje. Podrá trabajar las matemáticas de forma experimental, esto es, interactuar con objetos matemáticos, construirlos, analizar comportamientos, comprobar propiedades, hacer conjeturas, realizar simulaciones” (p. 1).

Por último, la mayoría de las docentes utiliza el software desde el celular, ya que aprovechan la *posibilidad de que todos sus alumnos disponen de uno, por lo que les permite trabajar en el aula y de esta forma captar mejor la atención del curso*. La profesora D2 utiliza computadora ya que *cuenta con las instalaciones de la escuela, donde puede acceder al gabinete de computación* y de esta forma tener computadoras cada dos alumnos. La docente D1 además de usar el celular, a veces utiliza una netbook y el televisor, los cuales reserva en la escuela y la preceptora se los acerca al aula. En estos dos últimos casos observamos las condiciones de posibilidad institucional que tienen las escuelas E1 y E2, ya que se puede reservar un gabinete de computación, computadoras o un televisor y de esta forma trabajar cómodamente desde el curso. Como habíamos mencionado anteriormente, GeoGebra es gratuito, de código abierto y utiliza la multiplataforma de Java por lo que esto garantiza su portabilidad a sistemas de Windows, Linux o MacOS. Para acceder al software, podemos instalarlo localmente desde su página web <https://www.geogebra.org/> o trabajar en modo online sin necesidad de descargarlo, desde la página <https://www.geogebra.org/graphing?lang=es-AR>. Mediante esta segunda opción, debemos disponer siempre de conexión a internet.

#### 2.3.1.3. Potencialidad del programa:

Para realizar el análisis de cuáles son las potencialidades de GeoGebra indagamos en las entrevistas acerca de la formación inicial de cada docente respecto al software y a la utilidad del mismo.

La mayoría de las entrevistadas no tuvieron GeoGebra en su formación inicial. Sin embargo, la profesora D1, que cuenta con 17 años de trabajo en la docencia, en el profesorado de Matemática tuvo una materia llamada Geometría Euclídeana donde tomó conocimiento de un programa similar denominado Geometer's Scratch Pad. Este se creó en 1980 y fue un proyecto de investigación en la Universidad Swarthmore bajo la dirección de Eugene Klotz y Doris Schattschneider. Fue destinado a desarrollar nuevos materiales basados en tecnología para utilizar en la enseñanza de la geometría. Además, D1 hizo tres cursos online para aprender el uso de GeoGebra. Al igual que D1, la docente D3, que tiene una experiencia de 10 años, aprendió a utilizarlo en un curso y buscó ayuda a través de videos tutoriales.

La profesora D2 lleva 6 años trabajando y es la única que tuvo GeoGebra dentro de la materia informática en el Instituto donde estudió. Allí vieron aplicaciones básicas y tuvieron que realizar un trabajo final incorporándolo.

Al momento de interrogar acerca de la utilidad del software, todas las docentes concuerdan en los aspectos positivos respecto a las características del programa.

Por un lado, la sencillez y facilidad para poder utilizarlo y la confianza que genera en los alumnos, *el ingreso fácil de las funciones*, la agilidad para los estudiantes, ya que *lo pueden usar y comprender con mucha rapidez*. En referencia a lo mencionado. Losada (2007) plantea que la potencia didáctica de GeoGebra está en la visualización simultánea de dos formas distintas de representación, la gráfica y simbólica.

Por otro lado, sostienen que el software *está muy bien diseñado, es intuitivo, es fácil de descargar a las computadoras, es liviano, los alumnos pueden tenerlo descargado y trabajar en sus casas*. Al respecto, Montero (2014) hace referencia a que GeoGebra es un recurso que simplifica la tarea del estudiante ya que se pueden realizar operaciones que manualmente son complejas, así como visualizar, analizar casos posibles, revalorizar la exploración y producción de justificaciones. Además, retoma a Sadovsky (2005) en cuanto a la reflexión sobre el trabajo matemático que los alumnos hacen al utilizar las TIC y en las interacciones sociales en la producción de conocimiento matemático.

Por último, las docentes hacen referencia a la motivación ya que los alumnos *aprenden el tema desde un lugar más ameno, les despierta el interés y les ahorra tiempo*. En cuanto a esto último, D1 expresa que al graficar desde GeoGebra, al hacer zoom en la pantalla se pueden ver automáticamente un cambio en la escala, a diferencia de si lo hicieran a papel, lo que les llevaría mucho más tiempo. En el Diseño Curricular para la Educación Secundaria en Matemática de 3° año (2008) se hace referencia al ahorro del tiempo con las tecnologías, pero evitando que el trabajo con la computadora sea monótono. Además, a través de las TIC, se puede profundizar la comprensión de los contenidos, siempre en función del uso en que sean incluidas las TIC en la propuesta pedagógica. Al respecto,

“Para realizar representaciones gráficas, si fuera posible, se utilizarán programas graficadores que permiten analizar detalles de las mismas. La tecnología brinda formas dinámicas de representación, que en comparación con las habituales, permiten ahorrar tiempo y centrar la atención en la resolución de los problemas y no en el trabajo mecánico, lo que enriquece la comprensión. Sin embargo, si el uso de la computadora es excesivamente frecuente y monótono, se corre el riesgo de que este objetivo se pierda de vista. Dependerá del modo en que la tecnología sea incluida en la propuesta pedagógica que esto no ocurra” (p. 64).

#### 2.3.1.4. Dificultades:

A continuación, mediante las entrevistas a las docentes, trabajamos primero con las dificultades que se le presentan a las profesoras y segundo, aquellas que ellas mismas identifican que se les presentan a los alumnos al momento de utilizar GeoGebra.

Respecto a las primeras, en general a las docentes no se les han presentado grandes problemas. Lo que les ha sucedido a D1 y D3 es que algunos alumnos no tienen descargado el software, a lo que D1 agrega que se debe a que estos estudiantes no tienen espacio de almacenamiento en el celular, ya que *tienen muchas fotos o videos y se les complica*. Esto lo podemos contrastar con una de las características de GeoGebra, el ser una aplicación ligera ya que la Calculadora Gráfica pesa 27,8 MB. De hecho, si la comparamos con otras aplicaciones que utilizan los jóvenes como Whatsapp que pesa 60,65 MB, Facebook 54 MB o Tik Tok<sup>19</sup> 81 MB, observamos que GeoGebra no es una aplicación que ocupe gran espacio de almacenamiento.

En segundo lugar, según las docentes, las dificultades que se le presentan al alumno, tienen que ver con cuestiones técnicas del programa o con la imposibilidad de visualizar alguna herramienta.

D2 hace referencia al soporte técnico, ya que le ha sucedido que las computadoras no funcionaban o el programa se trababa. D1 plantea los problemas que tuvo en relación a la sintaxis, al introducir una función en el Software los alumnos no sabían cómo hacerlo. Esto lo podemos contraponer con algunas características de GeoGebra, ya que, si bien se presenta como un programa dinámico y fácil de usar, tiene algunas particularidades al ser llevado a la práctica, ya que quizás no es tan accesible si el profesor no lo explica anteriormente. Es decir, si bien los docentes reconocen lo intuitivo del programa, observamos que esta característica no se cumple en todos los casos observados, ya que hay diversas formas de aprendizaje y de acercamiento a la tecnología, existiendo casos de alumnos que necesitan de una explicación previa del profesor. Como sostiene Maggio (2012)

“lo que importa a los fines de volver a concebir una tecnología educativa con sentido didáctico no es el ambiente en sí o el artefacto de turno, sino el conocimiento acerca de la enseñanza que en cada caso podemos construir a partir del análisis crítico de las prácticas que en esos ambientes tienen lugar” (p. 138).

D3 agrega que, si bien no ha tenido grandes dificultades con GeoGebra, cuando se les

---

<sup>19</sup> Tik Tok es una aplicación muy popular entre adolescentes, que permite crear, descubrir, editar y compartir videos.

presenta alguna situación donde a los estudiantes no les es visible una herramienta, por ejemplo, le consultan a ella y los alumnos continúan con la actividad.

Es decir, que desde el punto de vista de las profesoras, en general no se les han presentado grandes dificultades.

#### 2.3.1.5. Planificación de clases:

Al consultarles a las docentes acerca de la planificación de sus clases con el software, hay diferentes posturas.

La profesora D1 lo incorpora *sobre la marcha*, es decir, si detecta que a los alumnos les cuesta el tema que empiezan a ver, lo introduce con el software, explica desde allí, para que conozcan la función, por ejemplo, y luego lo hace en el pizarrón de forma tradicional. Además, observa que hay situaciones en las que los estudiantes no entendieron, por lo que ella utiliza GeoGebra, de forma que los alumnos *puedan verlo mejor, probar ellos mismos valores* y así comprender mejor el tema. Esto lo podemos vincular con lo que plantea Espina Brito (2007) en el sentido de que este software favorece metodologías activas y participativas, permitiendo que los estudiantes se sientan partícipes de su propio aprendizaje. De esta forma, trabajan la Matemática de manera experimental, interactuando con los objetos matemáticos, construyendo, analizando, comprobando, etc.

La docente D2 utiliza el software dependiendo de las características del grupo. Por ejemplo, en la escuela E2 los alumnos *trabajan muy bien, tienen pensamiento crítico, curiosidad, ganas de aprender, son ordenados y respetuosos*. Por lo tanto hay un *buen clima para poder dar clase con GeoGebra*. Anteriormente no pudo llevarlo a cabo debido a problemas de conducta o tecnológicos, como ya mencionamos. Primero trabajó con la teoría en el pizarrón, luego utilizó la aplicación para que los alumnos *puedan comparar lo que hicieron con lápiz y con la computadora*, es decir que D2 utiliza las TIC como aplicación. Por lo que pareciera ser que la profesora reconoce ciertas características del curso (como el ser inquietos, curiosos y con pensamiento crítico) que la llevarían a trabajar desde la perspectiva constructivista con GeoGebra, pero finalmente trabaja desde el enfoque formalista de la Matemática, desde la teoría a la práctica, por lo que encontramos cierta contradicción entre sus decires y sus hechos.

La docente D3 argumenta que *pensando en el objetivo de la incorporación de GeoGebra es cómo planifico mis clases*. Se trata de no solo incorporar tecnología, sino que *lo que los alumnos visualizan, interpretan y aprenden con él, les resulte más complejo sin este recurso. La idea es que, a través de las representaciones por ejemplo, puedan anticipar*

*resultados y elaborar conclusiones.* Podemos vincular lo dicho por D3 con lo planteado por Barreiro (2017) ya que con el uso del programa se pueden pensar en otras preguntas valiosas, debido a que lleva al alumno a poner en juego formas matemáticas de pensar, donde imaginan caminos posibles, conjeturas y exploraciones.

La profesora D4 utiliza *GeoGebra como auxilio*, plantea que los estudiantes *tienen que saber hacer las cosas con lápiz y papel, que GeoGebra facilita las cosas a los alumnos pero no les resuelve el programa, no da garantía de que lo van a aprender.* Además lo utiliza para que los estudiantes hagan deducciones y para hacer que el trabajo sea más rápido. Al respecto, Espina Brito (2007) sostiene que la utilización correcta de esta aplicación debe permitir “reducir esfuerzos y tiempos dedicados a algunas tareas que puedan resultar tediosas e incidir en aspectos que resulten más pedagógicos e interesantes” (p. 1).

D3 y D4 comparten la idea de la utilización de esta aplicación para que los alumnos piensen, anticipen resultados, elaboren deducciones y conclusiones; continuando con este autor, argumenta que GeoGebra es una herramienta para fomentar el análisis y la reflexión, además de presentar los conceptos de una forma dinámica.

En cuanto a los criterios de evaluación, referidos a si evalúan el uso del software, la mayoría de las docentes no lo hacen. D2 y D4 coinciden en que *evalúan el trabajo en clase, cómo trabajan, si se preocupan, si hacen la tarea, si sacan conclusiones, si prestan atención, demuestran interés, el comportamiento, la capacidad y predisposición al trabajo.*

D3 evalúa a través de la observación del *manejo del recurso, la predisposición y el trabajo autónomo.* Además pide a los alumnos que entreguen los trabajos realizando captura de pantalla de las imágenes, con las representaciones realizadas y con conclusiones escritas. De esta forma, permite *evaluar la redacción, el dominio del lenguaje matemático, del contenido y qué saben observar y qué no de una representación.*

De esta forma observamos que, respecto a las planificaciones de las clases con GeoGebra, si bien hay varias posturas, la mayoría lo utiliza para que los alumnos puedan obtener conclusiones y experimentar. También dos docentes lo incorporan como auxilio, para que facilite el trabajo a los estudiantes y comprendan mejor. Dos profesoras usan el software dependiendo de las características del curso, ya sea debido a que los estudiantes no logran comprender el tema o por el clima de aula.

#### 2.3.1.6. Utilización de otras tecnologías:

Por último, al consultar si las docentes utilizan otras tecnologías en sus clases, la mayoría si lo hace, aunque son variadas sus respuestas.



D1 incorpora videos de Youtube, selecciona algunos que estén explicados tal como ella suele hacerlo en clase, por lo que muestra el video, lo va deteniendo y explicando. También los alumnos utilizan la calculadora científica.

D4 usa dos aplicaciones con sus alumnos, Mathematics<sup>20</sup> para aligerar el trabajo y factorizar números, y Photomath<sup>21</sup>, porque presenta errores en alguna resolución de la ejercitación, entonces los estudiantes pueden hacerlo por su propia cuenta en el papel y cotejarlo con la aplicación. Anteriormente utilizaba Mathematica<sup>22</sup>, pero es más complejo, no es accesible para los estudiantes por lo que lo dejó de usar y lo cambió por GeoGebra.

Según esta profesora, *todo lo que sea tecnología hay que dejárselo usar, hay que permitírsele y enseñárselo a usar*. Los alumnos deben entender que la tecnología no tiene que resolver el ejercicio, sino que ellos mismos lo tienen que hacer, y estas aplicaciones les deben ayudar, deben hacer que su trabajo se haga más rápido, que sea una herramienta más.

D3 utiliza Google Drive como trabajo colaborativo o Classroom, pero en el nivel Superior.

La docente D2 es la única que por ahora no incorpora otras tecnologías, pero piensa en algún momento utilizar un proyector para dar un tema con diapositivas o alguna película relacionada con la Matemática.

Por lo tanto, identificamos aquí que la mayoría de las profesoras utiliza otras tecnologías, dos en el nivel observado y una en el nivel Superior. Las TIC varían, desde videos de Youtube para profundizar explicaciones, calculadoras científicas, aplicaciones para aligerar el trabajo a los alumnos, Classroom y Google Drive. Es decir que estas docentes consideran que la tecnología es una herramienta y un recurso valioso para incluir en sus clases.

### 2.3.2. Descripción de las experiencias de los alumnos desde sus decires:

En este apartado, trabajamos con las preguntas que les realizamos a los alumnos relacionadas con la descripción de sus experiencias con GeoGebra, sus opiniones, aprendizajes, ventajas y desventajas y la relación entre la teoría vista con el software.

---

<sup>20</sup> Mathematics es una calculadora completa, donde se pueden ejecutar problemas. Cuenta con un soporte para funciones, álgebra, conversión y probabilidad.

<sup>21</sup> Photomath es una aplicación en la que se puede sacar una foto a un ejercicio, y el programa lo resuelve mostrando el procedimiento completo. Permite aprender a resolver problemas, comprobar las respuestas y ayudar para estudiar para los exámenes.

<sup>22</sup> Mathematica es un software especializado en Matemática y permite realizar cálculos numéricos, simbólicos y gráficos, trabajar problemas, calcular y analizar resultados.

### 2.3.2.1. Opinión de los alumnos acerca de GeoGebra:

Al consultar a los estudiantes qué opinión tienen acerca de la utilización de GeoGebra, la mayoría tiene una respuesta positiva. Podemos destacar las siguientes características que se repitieron en la mayor parte de los grupos consultados, en sus palabras, *me gustó, podés poner varias rectas y las compara, está bueno el programa, es fácil, es bastante claro, se pueden observar mejor las funciones, es más fácil que graficar en una hoja, más rápido, te acorta a la hora de graficar y verificar, es divertido, interesante, hace que la actividad sea más llevadera, mucho más práctico, me viene bárbaro*. Observamos de esta forma, que hay una gran aceptación del programa, por lo que podemos vincularlo con las características vistas anteriormente en las respuestas. Por un lado, destacamos la facilidad de la aplicación, que hace que el trabajo sea más dinámico y reduce los tiempos si lo comparamos con hacer la tarea manualmente. Por otro lado, la cuestión de la motivación, ya que en las respuestas se visualiza lo interesante o divertido que les resulta a los estudiantes trabajar con GeoGebra.

Sin embargo, hay una minoría de alumnos que respondieron diferente a lo señalado anteriormente, advirtiendo que les resultó complejo trabajar con el software. En sus palabras, *es complicado, prefiero escribir, es difícil*. Esto lo podemos relacionar con las respuestas posteriores del mismo grupo que hacen referencia a que necesitan a un docente para que les enseñe a utilizar la aplicación, por lo que esto se podría contraponer con la característica de intuitividad que presenta este software. Es decir, pareciera que GeoGebra no sería tan intuitivo o que se necesitan habilidades previas para interactuar con él.

### 2.3.2.2. Aprendizaje de GeoGebra:

En este apartado preguntamos a los alumnos si era la primera vez que utilizaban el software o si ya lo habían usado anteriormente y que opinión tenían al respecto de su aprendizaje.

De la totalidad de los grupos entrevistados aproximadamente la mitad contestó que esta era la primera experiencia con el uso de esta aplicación y la otra mitad que ya lo habían visto anteriormente en otros años.

En cuanto a la opinión de su aprendizaje la mayoría del alumnado tuvo apreciaciones positivas, en sus palabras, *es fácil, práctico, emocionante, bueno, divertido, útil, está bueno conocer la app, me gustaría seguir usándolo, es más llevadero, más gráfico, lo podés entender más fácil*. Todas estas características son las que mencionamos anteriormente desde la teoría vista.

Hubo un pequeño grupo de alumnos, uno correspondiente a la E2 y otro a la E3, que vincularon este aprendizaje con la complejidad que conlleva si lo aprenden solos. La diferencia está en que si tienen a un docente que les explica cómo funciona, ahí recién lo entienden y se les hace más sencillo. De otra forma, les resulta complicado; en sus palabras, *cuando lo entendés se te hace más fácil, sencillo, ahora es más fácil porque lo sabemos usar, es difícil, tiene sus complejidades*. Esto coincide con lo mencionado anteriormente en la sección de las dificultades que se le presentaban al alumno, en opinión de las docentes, donde veíamos que para algunos estudiantes no es tan accesible sin que la profesora no lo explique previamente, o tal vez necesiten más ejercicios para explorarlo.

#### 2.3.2.3. Ventajas:

Aquí indagamos acerca de las ventajas que tiene este programa según la opinión de los alumnos.

Podemos encontrar varias coincidencias en los grupos, tales como las características de ser *más fácil, más rápido, ahorra tiempo, y la facilidad para ver y entender mejor*. Este rasgo es el que se resaltó en la mayoría de los grupos, por lo que podemos observar que hay una correlación entre lo planteado en el capítulo acerca de la descripción de GeoGebra con las nociones que reconocen los alumnos en la práctica.

Además agregaron que en cuanto a los gráficos, es *más fácil y rápido graficar, tiene mayor precisión y puedes verlo gráficamente*.

También tiene la ventaja de que se puede *verificar, corregir, es más fácil de no confundirse, lo podés volver a hacer*. Es *más práctico, más ordenado y exacto*.

Vinculamos estas características, con lo expresado por Ezquerro García (2014) quien retoma a Sandoval (2009), donde en su investigación demuestra que para los estudiantes es más fácil comprender los conceptos a través de demostraciones de los resultados que tienden a repetirse. Y esto se puede visualizar con GeoGebra.

#### 2.3.2.4. Desventajas:

En cuanto a las desventajas, encontramos respuestas variadas. Las podemos diferenciar en tres: el requerimiento de la enseñanza del docente a utilizar el software, en lo instrumental y en las distracciones.

La mayoría de los grupos de la escuela E3 se centran en la necesidad de la ayuda del docente, de una explicación, como habíamos mencionado anteriormente. Transcribimos aquí lo dicho por los alumnos, *necesitas ayuda de alguien que te lo enseñe, porque al principio no*

*lo entiendes, si no nos lo explican no lo sabemos usar, la complejidad, desde el celu algunas opciones son complicadas de usar, si lo dejas de usar, te olvidas porque son muchas cosas.* Esto lo podemos vincular con lo propuesto por Ezquerro García (2014) quien retoma a Meza y Cantarell (2002) los cuales plantean que las ventajas obtenidas a través de GeoGebra, van a depender de la capacidad de manejo y de poder adecuarla a los contenidos.

Además tres grupos, dos de la institución E1 y uno de E3, se refirieron a una desventaja relacionada con lo instrumental y flexibilidad de adaptabilidad a los dispositivos, en sus palabras, *a veces se traba, está limitado a tenerlo descargado en el teléfono, no es como una página, se te traba el celular.* Aquí vemos una idea equivocada que tiene el estudiante ya que GeoGebra se puede trabajar desde diferentes vías, ya sea tenerlo descargado en cualquier dispositivo o en forma online. Quizás esto no lo explicaron al momento de comenzar a trabajar con esta aplicación, porque sería más cómodo que los alumnos ya lo tengan descargado y trabajar desde ahí, debido a que en algunas escuelas la conectividad no es buena o los alumnos no tienen datos en sus teléfonos; de modo que al tenerlo descargado, resulta más sencillo ya que no es necesaria la conexión a Internet.

Un solo grupo mencionó la cuestión de la distracción, ya que como tienen que utilizar el celular para trabajar con el software, reciben whatsapp, notificaciones de otras aplicaciones, mensajes o incluso con GeoGebra también les sucede que comienzan a tocar las herramientas y lo interpretan como un juego. En sus palabras, *puede ser una distracción, porque te pones a jugar con la parábola o al estar con el celular te llegan los mensajes.* Según nuestra interpretación, esta situación no la consideramos como una desventaja ya que la manipulación de las diferentes herramientas que tiene el software, es lo que hace interesante el trabajo. De hecho, desde el constructivismo, el alumno puede explorar, intentar, borrar, volver sobre sus pasos, probar diferentes opciones o caminos, es decir, hacer Matemática. En este sentido, Villarreal (2012) sostiene que una de las transformaciones que el uso de las TIC trae para el proceso de enseñanza y de aprendizaje, es que la Matemática puede ser vivenciada como una ciencia experimental, donde el aula se transforma en un laboratorio matemático. El abordaje experimental con tecnología brinda la posibilidad de realizar conjeturas, presentar una gran cantidad de ejemplos, repetir el experimento y obtener diferentes tipos de representaciones de una situación más fácilmente.

También destacamos que la mayoría de los grupos entrevistados de la escuela E2 respondieron que no encontraban ninguna desventaja con el software.

### 2.3.2.5. Relación entre teoría vista y GeoGebra:

En cuanto a la relación entre la teoría vista anteriormente y el software la mayoría afirma que habían visto primero la teoría y ahora trabajaban con el programa. En sus palabras, *habíamos visto la teoría antes y ahora hicimos un trabajo, puedes aplicar la teoría que ya vimos, lo hacíamos teóricamente pero no con la app, ya vimos la teoría pero es la primera vez que vemos lo de los deslizadores, habíamos visto en una fotocopia los pasos para usar el programa, hicimos una actividad parecida con el TP anterior, viendo las conclusiones*. Esto lo podemos vincular con lo planteado por D2, quien explicó primero la teoría del contenido de funciones y también la explicación de cómo trabajar con GeoGebra, para luego llevarlo a cabo en el software. En la escuela E1 habían visto las principales características de funciones polinómicas anteriormente (grado, raíces, orden de multiplicidad) y la docente D1 utilizó GeoGebra con el objetivo de que los alumnos lleguen a la conclusión de qué sucede con el gráfico según el orden de multiplicidad. En la institución E3 habían visto la teoría de las características de las funciones lineales y D3 incluyó el software con el objetivo de que los alumnos concluyan cuándo dos rectas son paralelas y perpendiculares. Además, para las funciones cuadráticas, utilizó GeoGebra para que los alumnos arriben a conclusiones de las características de estas funciones a partir de los gráficos.

También, la mayor parte de los estudiantes respondió que fue de gran ayuda haber visto la teoría anteriormente, en sus palabras, *nos ayudó comprender porque ya habíamos visto funciones, cómo graficar, habíamos visto la teoría en clase*.

### 2.3.3. Análisis de las clases observadas:

A continuación, nos centramos en las observaciones realizadas, poniendo el foco en los contenidos, los momentos de la clase en relación al uso de GeoGebra, las estrategias docentes, los recursos y las actividades propuestas utilizando el software.

#### 2.3.3.1. Contenidos:

Comenzamos con los contenidos, los cuales como ya mencionamos anteriormente, están referidos a las funciones, variando según el curso, en función lineal, cuadrática o polinómica. Además, como veremos en el siguiente apartado, podemos encontrar en común que varias docentes enseñaron la utilización del software y partieron del trabajo grupal.

#### 2.3.3.2. Momentos de la clase en relación al uso de GeoGebra:

En cuanto a los momentos de la clase en relación al uso de GeoGebra observamos coincidencias en el inicio, ya que las profesoras D2 y D3 explican y presentan el software. D2 se encuentra con varias dificultades, como por ejemplo que no tiene acceso a la sala de computación o que en las computadoras no está descargada la aplicación. Por lo tanto, les pide a los alumnos que descarguen en el momento el GeoGebra 5 Classic y el que no pueda, que lo utilice de forma online. Finalmente, todos pueden ingresar y algunos estudiantes comienzan a investigar el programa. Ambas profesoras dan ciertas instrucciones para que los alumnos sigan los pasos que se encuentran explicados en los Trabajos Prácticos. En estos hay una breve descripción del programa, para qué sirve, el menú y algunos botones de herramientas. D3 describe el programa, explicando las diversas opciones para trabajar, como la vista gráfica, la calculadora, la lupa, el signo de pregunta y la barra de entrada. Pregunta si ya lo tienen descargado, la mayoría sí, excepto algunos alumnos que lo descargan en el momento.

Además, las dos docentes informan acerca de cómo será evaluada la actividad propuesta. D2 plantea que tienen que hacer un punto del trabajo Práctico que ya hicieron en papel y ahora tienen que resolver lo mismo en la computadora. Luego explica que deben guardar el archivo en el escritorio y al finalizar la clase revisa lo hecho por cada grupo y pone la nota. En sus palabras, *la idea es que lo que ustedes hicieron en el papel coincide con la compu*. D3 también da instrucciones acerca de cómo los estudiantes deben hacer para entregar el trabajo, tal como plantea, *en el celular ya lo instalaron, es bastante intuitivo y les voy a dar un Trabajo Práctico. Me envían el trabajo por el correo, yo les voy a enseñar a darle “compartir” y luego se lo envían. A medida que lo van haciendo, se lo van a mandar a ustedes y luego todo junto me lo mandan. Va con nota*.

Por último, un momento que tienen en común todas las clases es que las docentes escriben las funciones en el pizarrón, siendo de ejemplo para los alumnos, para que ellos puedan ingresarla en el software. Además, pasan por los bancos para asegurarse que todos tengan el programa y puedan trabajar. En las instituciones E2 y E3 se presentan algunos inconvenientes, como por ejemplo en la E2 hay una computadora que no tiene conexión a internet y como no estaba descargado GeoGebra anteriormente, la profesora le dice al grupo de alumnos que se distribuyan y se unan a otros. En la E3 hay dos estudiantes que no tienen descargado el programa, uno argumenta que tiene el celular lleno y otro que no tiene Internet por lo que no puede descargarlo. La docente indica que se sienten con otros alumnos que tengan el programa y así pueden trabajar. Podemos reconocer en las observaciones que las profesoras D2 y D3 reflexionaron sobre su propia práctica en el sentido de la reflexión in situ,

es decir las decisiones que tomaron en el momento cuando se les presentaron algunos inconvenientes. Por ejemplo D2 tuvo que manejar diversas situaciones y tomar decisiones rápidas ya sea porque no conseguía la llave de la sala de computación o porque no estaba instalado GeoGebra, a pesar de que había reservado y había solicitado que le instalen el programa. Lo solucionó buscando a una docente que tenía la llave del gabinete y haciendo que los alumnos descarguen el software en el momento o lo utilizaran en forma online. D3 tuvo algunos inconvenientes con unos estudiantes que no tenían descargado el programa en el celular debido a que tenían la memoria llena, y lo resolvió haciendo que se unieran a otros grupos.

De esta manera, vemos que existe una coincidencia entre lo dicho por las docentes en las entrevistas con lo visualizado en las observaciones.

#### 2.3.3.3. Estrategias docentes:

En las clases observadas encontramos diversas estrategias utilizadas por las docentes. Dos de ellas, D1 y D3, trabajan de una forma similar desde una didáctica basada en teorías constructivistas, incluyendo GeoGebra de manera que los alumnos puedan obtener conclusiones. Por ejemplo, D1 utiliza la aplicación para que los estudiantes grafiquen la función y entre todos, a través de preguntas que hace la profesora, llegar a conclusiones. D1 escribe en el pizarrón la fórmula de la función y comienza a hacer preguntas como cuál es su grado, raíces y orden de multiplicidad. Luego les dice a los alumnos que la grafiquen en el software. La docente pregunta cuáles son las características y mientras los estudiantes responden ella la grafica en el pizarrón. Luego, escribe la fórmula de otra función en el pizarrón y los alumnos la introducen en GeoGebra. Aquí pregunta las similitudes y diferencias que tienen, los estudiantes responden y D1 las escribe en el pizarrón. Por lo tanto, observamos que sigue la misma dinámica, ella escribe la fórmula y la gráfica de las funciones y los alumnos hacen lo mismo en GeoGebra. Después, escribe una función con dos raíces dobles, la analizan y se van acercando a la conclusión, la cual es que, si el orden de la multiplicidad es par, la curva rebota, en cambio si el orden de la multiplicidad es impar, la curva atraviesa el eje x. Surge la pregunta desde los estudiantes si tiene que estar elevado al cuadrado sí o sí y una alumna plantea que quizás tiene que ser par, entonces D1 contesta que van a probar con otro ejemplo para ver qué sucede. Entonces agrega otra función cuyo orden de multiplicidad es 4, por lo que los estudiantes llegan a la conclusión de que si es par rebota. Luego la docente pregunta qué pasa si es impar y los alumnos contestan que no rebota. Por

último, escriben juntos en el pizarrón la conclusión a la que arribaron. Esta manera de trabajar la podemos vincular con lo establecido por Guirles (2002), quien plantea que,

“Si estas conclusiones las escribimos en la pizarra, en un cartel mural o hacemos un cuaderno contando lo que hemos aprendido, estamos realizando el proceso de INSTITUCIONALIZACIÓN DEL SABER aprendido en el aula. Pero en este caso la institucionalización o academización de los saberes matemáticos es el resultado final de un proceso de alfabetización matemática pleno de significado” (p. 124).

En otra instancia de la clase, D1 tiene como objetivo que los alumnos sepan graficar sin utilizar GeoGebra, por lo que escribe otra función en el pizarrón y entre todos lo analizan sin el software. En sus palabras, *con GeoGebra va a salir con más precisión, pero eso no es lo que importa acá. Sino que lo que importa es que sepan hacer un gráfico aproximado analizando la función, raíces, conjunto de positividad, negatividad, orden de multiplicidad.* Una vez que graficaron sin el software, en el pizarrón, D1 pide que lo hagan en GeoGebra para corroborar. Luego continúa trabajando de esta manera.

Como mencionamos anteriormente, D3 trabaja en forma similar a D1, teniendo como objetivo que los alumnos descubran las características de las funciones y obtengan conclusiones. A diferencia de D1, esta profesora explica cómo introducir las fórmulas de las funciones además de las diversas herramientas que ofrece el software, en sus palabras, *donde dice entrada, ingresan la función. Le dan a la flechita, un triangulito, tocan la solapa y ven el gráfico completo. A la función pueden, van al triangulito y ahí tienen opciones, la flechita para desplazar el gráfico.* Esto pareciera que es así ya que los alumnos de la institución E3 no han trabajado con el programa, en cambio los de la escuela E1 sí lo han hecho y lo manejan de forma independiente.

Continuando con la clase de D3, la docente escribe en el pizarrón la fórmula de la función y los estudiantes la ingresan en la aplicación. A través de diversas preguntas obtienen entre todos en forma oral, la conclusión de cuándo dos rectas son paralelas y hacen el mismo recorrido para demostrar cuándo dos rectas son perpendiculares. Esta situación donde la profesora a través de una serie de indagaciones logra que los alumnos puedan descubrir el conocimiento, la podemos vincular con lo expresado por Moreno y Waldegg (1992) quienes plantean que,

“Al poner el énfasis en la actividad del estudiante, una didáctica basada en teorías constructivistas exige también una actividad mayor de parte del educador. Esta ya no se limita a tomar el conocimiento de un texto y exponerlo



en el aula, o en unas notas, o en otro texto, con mayor o menor habilidad. La actividad demandada por esta concepción es menos rutinaria, en ocasiones impredecible, y exige del educador una constante creatividad” (p. 12).

Luego, D3 continúa explicando cómo funciona el programa, diciendo que le pueden cambiar el color, hallar paralelas, perpendiculares y simetrías para las funciones pares o impares. También explica la opción del deslizador, el cual es una representación gráfica de un número libre y sirve para ajustar el valor de un número y así poder otorgarle diferentes valores.

La profesora D2 previamente les pidió a los alumnos que traigan dos fotocopias, una de ellas era el Trabajo Práctico y la otra constaba de una presentación de las funciones con GeoGebra y las herramientas básicas para conocer el programa y poder graficar. Los estudiantes tenían que leer este material y luego realizar la tarea en el software. Esta se basaba en resolver un punto del Trabajo Práctico que habían hecho de manera manual en sus carpetas anteriormente, ahora con la aplicación. El objetivo, según la docente, es corroborar esto con lo que ya habían resuelto con el programa además de ser una forma de autocorrección. Esto lo podemos relacionar con lo establecido por Córdoba (2016) quien establece que

“(…) no se puede esperar impacto importante alguno cuando se practica la misma vieja actividad con una tecnología que hace que se realice esta misma actividad más rápidamente o con mayor facilidad. Es preciso cambiar la actividad, y esto demanda mayor participación y compromiso de los profesores” (p. 1392).

Podemos interpretar que con esta propuesta la docente sólo pretende generar una actividad de autocorrección, sin que esto genere un nuevo aprendizaje por parte del alumno.

Continuando con el ejercicio, este requiere graficar cuatro funciones y calcular la intersección con los ejes. La gran mayoría de los estudiantes realiza la tarea sin inconvenientes, por lo que observamos aquí que no necesitan de una explicación de la profesora, sino que mediante las instrucciones del material y la indagación que hacen del software, experimentando y probando, llegan a resolver lo pedido. De hecho, Guirles (2002) plantea que,

“Debemos intentar olvidar esa vieja creencia de que todo hay que explicarlo, debemos tener la suficiente paciencia pedagógica para dejar que sean nuestros alumnos/as lo que construyan y reconstruyan (las cosas nunca se aprenden de una vez) su conocimiento matemático” (p. 115).

#### 2.3.3.4. Recursos:

La docente D1 utiliza GeoGebra primero para que los estudiantes vean cómo se grafica la función, luego obtienen generalidades y, cuando ya incorporaron estos conocimientos, por último grafican en sus carpetas sin utilizar el software. Es decir que incluye GeoGebra en sus clases como un recurso para que los alumnos hallen conclusiones y luego puedan realizar gráficos en forma autónoma, sin la ayuda del programa.

La profesora D2 primero realiza una clase teórica de funciones y cuando finaliza el tema, planifica una secuencia que se desarrolla en el gabinete de computación donde los alumnos resuelven una actividad de aplicación con el software similar a la que habían hecho anteriormente en la carpeta manualmente. Al ser la primera oportunidad que tiene de incorporar GeoGebra a sus clases, podemos vincularlo con lo sostenido por Córdoba (2016)

“Si bien el acercamiento inicial a GeoGebra puede ser en la forma de artefacto en cuanto a su reconocimiento y descubrimiento, el trabajo posterior no puede limitarse sólo a un artefacto que les permita a los estudiantes y al profesor, ahorrar tiempo y facilitar la graficación o los cálculos numéricos” (p. 1394).

Es decir que como es un primer acercamiento al programa se puede utilizar para el descubrimiento de las diferentes opciones que nos puede brindar el software. Sin embargo, Costa y Sombra del Río (2011) plantean que si incorporamos este recurso al aula, entonces deriva en una tarea que debería ir más allá de la realización de las actividades similares hechas en el papel. Surge la necesidad de pensar en otras situaciones, que resulten novedosas para aprovechar su potencial educativo, en particular donde se promueva un ambiente experimental el cual modifica la naturaleza del aprendizaje del contenido.

La docente D3 utiliza GeoGebra trabajando desde el constructivismo, planteándose como objetivo que los estudiantes obtengan conclusiones y descubran las características de las funciones. De esta forma Díaz Barriga (2006) retoma a Rogoff (1993) quien establece que

“Así, desde una perspectiva constructivista sociocultural, se asume que el alumno se acerca al conocimiento como aprendiz activo y participativo, constructor de significados y generador de sentido sobre lo que aprende, y que, además, el alumno no construye el conocimiento de manera aislada, sino en virtud de la mediación de otros, y en un momento y contexto cultural particulares, con la orientación hacia metas definidas” (p. 14).

Por último, D1 y D3 tienen en común la utilización de preguntas e indagaciones de conocimientos previos. Mediante este recurso pueden vincularse con los alumnos y partir desde sus propios saberes. De esta manera Díaz Barriga (2006) retoma a Coll (2001) quien

afirma que esta interacción dialógica entre el estudiante y el docente permite, a través de un proceso de negociación, el camino gradual hacia la convergencia de significados; en sus palabras,

“Por su parte, el profesor ejerce una importante función de mediación entre el alumno y el conocimiento. Entre las funciones centrales del profesor se cuentan la orientación, promoción y guía de la actividad mental constructivista de sus alumnos, a quienes proporcionará una ayuda pedagógica ajustadas a su competencia” (p. 15).

### **3. CAPÍTULO III: Comunicación final**

#### **3.1. CONCLUSIONES:**

El análisis de los datos que recabamos en esta investigación en la que se llevó a cabo el trabajo de campo permitió obtener conclusiones acerca de la inclusión de las TIC en las clases de Matemática, en particular el software GeoGebra.

Una vez que recolectamos los datos a través de las observaciones y entrevistas, los triangulamos, teniendo en cuenta su exploración, la descripción de las experiencias de los participantes, la identificación de los conceptos y categorías. A continuación, presentamos estas conclusiones donde vinculamos los resultados con el conocimiento disponible.

A partir del objetivo general que guió nuestra investigación, el cual es caracterizar la inclusión de las TIC en las clases de Matemática del nivel secundario, en particular del software GeoGebra, reconocemos que la mayoría de las docentes entrevistadas incluyen la aplicación como una herramienta y como un “auxilio”. Observamos que mayoritariamente las incluyen como herramientas a partir de propuestas didácticas constructivistas, en cierto sentido como herramientas sociales (Vigotsky), al considerarlas como parte de la construcción del mismo conocimiento; donde el estudiante puede probar, visualizar, interpretar, deducir y construir su propio aprendizaje. Es un auxilio para el alumno debido a que es una ayuda, un soporte, debe facilitarle, al poder hacer que su trabajo sea más rápido, pero no resolverle. Asimismo algunas de las profesoras utiliza el software desde un posicionamiento realmente constructivista al considerarlo como parte de la construcción del mismo conocimiento.

Siguiendo la pregunta de investigación general, la cual es ¿Cómo y para qué se incluye el software GeoGebra para la enseñanza en las clases de Matemática? sostenemos que la mayoría de las docentes destacan las características positivas de GeoGebra, las cuales son su utilidad, fácil acceso, sencillo, ágil, popular, completo, gratuito, intuitivo, liviano, permite una doble percepción de los objetos matemáticos y ahorra tiempo. Lo incorporan en el tema de funciones, ya que se visualiza fácilmente el comportamiento de éstas y los alumnos pueden hacer deducciones con mayor autonomía y obtener generalidades. Concluimos que incluyen GeoGebra de dos formas diferentes, una partiendo de una didáctica basada en teorías constructivistas y otra desde una postura formalista, utilizando la tecnología como artefacto, tanto desde una mirada de la Didáctica General como de la Didáctica de la Matemática y de la Tecnología Educativa. La mayoría de las docentes observadas utiliza el software de la primer manera mencionada, es decir, a partir de indagaciones, los estudiantes descubrirán

características y obtendrán conclusiones. Una profesora incluye el software de la segunda forma mencionada, teniendo como objetivo hacer la misma actividad que habían resuelto manualmente, ahora aplicando GeoGebra. Como ya dijimos, esta inclusión de la Tecnología es un primer acercamiento a ella y no supone una construcción del conocimiento matemático por parte de los alumnos, sino que solo tiene la intención de que conozcan la aplicación y se familiaricen con ella.

En torno a las preguntas de investigación específicas nos abocamos a trabajar con la utilización de otras tecnologías por parte de los docentes en las clases de Matemática, donde pudimos concluir que la mayoría incluye otras tecnologías. Desde videos de Youtube para reforzar y explicar algunos contenidos, calculadora científica y los programas Mathematics y Photomath. Estos últimos los incorpora una profesora para aligerar el trabajo a los alumnos y también para que ellos puedan hacerlo en forma independiente y luego comparar el resultado con la aplicación. Otra docente utiliza Google Drive y Classroom en el Nivel Superior.

Además de lo planteado hasta aquí, a partir de la triangulación de los datos que recolectamos mediante las observaciones de las clases y las entrevistas a profesoras y alumnos queremos profundizar en los siguientes puntos.

En primer lugar, la correspondencia entre las características positivas que planteamos en el capítulo II, acerca de la descripción del software, con lo percibido por la totalidad de las docentes y por la mayoría de los alumnos en las entrevistas. Tal como mencionamos anteriormente, son muchas las cualidades que presenta este programa para las profesoras, por lo que representa una opción valiosa para ser el principal motivo por el que eligen incluir GeoGebra en sus clases.

En segundo lugar, aún cuando predominan las ventajas de esta aplicación, también encontramos algunas desventajas. Visualizamos que existe una correlación entre lo dicho por algunas de las profesoras y por un grupo de estudiantes en torno a las dificultades que se les presentan a algunos alumnos si no le explican el programa previamente. Representa una minoría ya que la mayor parte de los grupos observados tuvieron una gran aceptación del programa, pero resulta interesante mencionarlo ya que en el estado del arte hemos encontrado poco material bibliográfico en donde se mencionan las debilidades del software. También, hallamos como desventaja lo vinculado con el soporte técnico, en la medida en que algunos alumnos no podían descargarlo porque no tenían capacidad en su celular o porque a algunos se les trababa el software. Por último, mencionamos las distracciones, que fue una desventaja que planteó un grupo de estudiantes pero que nosotros sostenemos que no la consideramos como un obstáculo, sino como una forma de descubrir e indagar el programa; son actividades

inconscientes que no se relacionan con el aprendizaje directamente pero que aluden a actividades metacognitivas.

En tercer lugar, visualizamos cierta contradicción entre lo mencionado por D2 en la entrevista, donde sostiene que no está de acuerdo con dar clases en forma tradicional ya que no se logra la atención del alumno, con la clase observada, donde se tiene como objetivo repetir la misma actividad que habían hecho manualmente, ahora con el software. En esta clase, como es un acercamiento inicial al programa, la inclusión de la tecnología puede ser en forma de artefacto para que los alumnos conozcan sus características; siendo ésta una visión artefactual de las TIC. (Álvarez y Méndez; 1995). Sin embargo, coincidimos con Costa y Sombra del Río (2011) en que luego de este primer acercamiento, es esencial presentar otras situaciones que sean novedosas y no solo una mera realización de las mismas actividades resueltas manualmente. Quizás deberíamos observar más clases para llegar a mejores afirmaciones.

Consideramos que GeoGebra es potente para la enseñanza de la Matemática para promover metodologías participativas y significativas, donde el estudiante pueda construir su propio conocimiento, visualizando, interpretando y logrando hacer deducciones. De esta forma superamos al formalismo, el cual considera al conocimiento como un cuerpo acabado y que antecede al alumno, y partimos desde el constructivismo matemático. Coincidimos con lo propuesto por Guirles (2002) quien plantea que “Sólo se construye lo que se comprende y que sólo se interioriza cuando se comprende. Y esta es la base de todo el aprendizaje matemático” (p. 128).

Por último, queremos agregar la importancia de la inclusión de la Tecnología en el campo de la Educación en el contexto actual en el que atravesamos este tiempo de pandemia. En esta situación vislumbramos que cobra mayor potencia la inclusión de las TIC, en general, y de diversos softwares matemáticos, en particular. Es por esto que nos preguntamos, respecto a uno de los objetivos específicos planteados acerca de cómo y para qué integran las TIC en las prácticas de enseñanza en las clases de Matemática, cómo están resignificando sus clases los docentes en este contexto actual. Al respecto, Maggio (2020) reflexiona acerca de la posibilidad de reinventar la clase, en estos nuevos tiempos y espacios, “las escuelas no estamos dando manotazos de ahogado, estamos haciendo de este un tiempo de invención. Y trabajar esto desde la perspectiva de los colectivos. El colectivo de la escuela, el colectivo del país, del mundo” (p. 12).

Entendemos que este trabajo nos permite reflexionar acerca de la inclusión de Tecnologías en las prácticas de enseñanza; parte de las incumbencias del cientista de la

Educación. Tal como planteamos anteriormente, consideramos relevante esta investigación debido a que en la práctica continúa siendo escasa su utilización, si bien hay avances en esta temática. Por último, es enriquecedor para las prácticas diarias de la propia tesista, como aporte para los colegas y para los desarrollos internos en el campo de la Matemática como el de las Ciencias de la Educación.

#### 4. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS:

- Adell, J. y Castañeda, L. (2012). Tendencias emergentes en educación con TIC. En J. Hernández, M. Pennesi, D. Sobrino y A. Vázquez (coord.) *Tecnologías emergentes, ¿pedagogías emergentes?* 13-32. Recuperado de: <https://blogs.ceibal.edu.uy/formacion/tecnologias-emergentes-pedagogias-emergentes/>
- Álvarez Revilla y Méndez Sting (1995). Cultura tecnológica y educación. En Luis Millán San Emeterio, Juana María Sancho Gil (1995), *Hoy ya es mañana : tecnologías y educación: un diálogo necesario.* 21-36. Recuperado de: <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2092941>
- Anacona, M. (2003) La historia de las Matemáticas en la Educación Matemática. *Revista EMA*, (8, 1) 30-46. Recuperado de: [https://www.academia.edu/6247116/LA\\_HISTORIA\\_DE\\_LAS\\_MATEM%C3%81TICAS\\_EN\\_LA\\_EDUCACI%C3%93N\\_MATEM%C3%81TICA](https://www.academia.edu/6247116/LA_HISTORIA_DE_LAS_MATEM%C3%81TICAS_EN_LA_EDUCACI%C3%93N_MATEM%C3%81TICA)
- Aroca, A. (2013) Los escenarios de exploración en el Programa de Investigación en Etnomatemáticas. *Educación Matemática* (25, 1) Recuperado de: [www.dialnet.uniroja.es](http://www.dialnet.uniroja.es)
- Arranz, J. M. y otros (2011). Realidades de GeoGebra. *Suma*, 9 (2), 7-20. Recuperado de: <https://revistasuma.es/revistas/67-junio-2011/realidades-de-geogebra.html>
- Arriasecq, I. y Santos, G. (2017). Nuevas tecnologías de la información como facilitadoras de Aprendizaje significativo. *Archivos de Ciencias de la Educación.* 11 (12) Recuperado de: [http://www.memoria.fahce.unlp.edu.ar/art\\_revistas/pr.8291/pr.8291.pdf](http://www.memoria.fahce.unlp.edu.ar/art_revistas/pr.8291/pr.8291.pdf)
- Barahona Avecilla, F. y otros (2015) GeoGebra para la enseñanza de la matemática y su incidencia en el rendimiento académico estudiantil. *Revista tecnológica ESPOL-RTE.28* (5), 121-132. Recuperado de: <http://www.rte.espol.edu.ec/index.php/tecnologica/article/view/429>

- Barreiro, P. y otros (2015) Educación matemática: aportes a la formación docente desde distintos enfoques teóricos. Compilado por Marcel D. Pochulu y Mabel A. Rodríguez. Los Polvorines: Universidad Nacional de General Sarmiento; Villa María: Universidad Nacional de Villa María.
- Borsani, V. y otros (2012). Iniciando el camino con GeoGebra. *Revista do Instituto GeoGebra Internacional de Sao Pablo*, 1 (1). Recuperado de <https://revistas.pucsp.br/IGISP/article/view/8330/0>
- Castillo, S. (2008) Propuesta pedagógica basada en el constructivismo para el uso óptimo de las TIC en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa* 11 (2). Recuperado de: [http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci\\_serial&pid=1665-2436&lng=es&nrm=iso](http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_serial&pid=1665-2436&lng=es&nrm=iso)
- Coicaud, S. (2011) Escenarios de innovación en la gestión de programas de educación universitaria a distancia. *RUEDA*. 8 (8), 75-91 Recuperado de: [http://rueda.edu.ar/wp-content/uploads/2011/10/08\\_REVISTA.pdf](http://rueda.edu.ar/wp-content/uploads/2011/10/08_REVISTA.pdf)
- Coll, C. (2008) Aprender y enseñar con las TIC: expectativas, realidad y potencialidades. *Boletín de la Institución Libre de Enseñanza* N° 72. Recuperado de: <https://www.educ.ar/recursos/70819/aprender-y-ensenar-con-las-tic-expectativas-realidad-y-potencialidades>
- Córdoba, F. (2016) y Ardila, P. (2016). GeoGebra: de artefacto a instrumento proceso de transformación. En Mariscal, Elizabeth (Ed.) *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (pp. 1389-1395). México. DF. Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Costa, V. y Sombra del Río, L. (2011). La noción de función: una introducción utilizando GeoGebra. *VIII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática*. Universidad Nacional de La Plata, Argentina.
- Cotic, N. (2014) GeoGebra como puente para aprender matemáticas. [Documento en línea]. *Congreso Iberoamericano de Ciencia, Tecnología, Innovación y Educación*. Recuperado de: [www.oei.es/historico/congreso2014/memoriactei/1179.pdf](http://www.oei.es/historico/congreso2014/memoriactei/1179.pdf)
- De Pablos Pons, J. (1994) Visiones y conceptos sobre la tecnología educativa. En Sancho Gil, J. (Coord.) (1994). *Para una tecnología educativa*. (pp. 39-60). Barcelona: Horsori.



- Díaz Barriga, F. (2006). Principios educativos de las perspectivas experiencial, reflexiva y situada. En F. Díaz Barriga. *Enseñanza situada. Vínculo entre la escuela y la vida* (pp. 1-28). México: McGraw-Hill Interamericana.
- Díaz Madero, E. (2016) Práctica docente con TIC ¿Criterios de elección sin criterio? *Reflexión Académica en Diseño y Comunicación Universidad de Palermo. III Congreso de Creatividad, Diseño y Comunicación para Profesores y Autoridades de Nivel Medio. Interfaces Palermo. Facultad de Diseño y Comunicación. (29)*. Recuperado de: [https://fido.palermo.edu/servicios\\_dyc/publicacionesdc/vista/detalle\\_articulo.php?id\\_libro=597&id\\_articulo=12452](https://fido.palermo.edu/servicios_dyc/publicacionesdc/vista/detalle_articulo.php?id_libro=597&id_articulo=12452)
- Dirección General de Cultura y Educación. Diseño curricular para la educación secundaria 3° año / coordinado por Claudia Bracchi. - 1a ed. - La Plata : Dir. General de Cultura y Educación de la Provincia de Buenos Aires, 2008.
- Espina Brito, P. (2007) *GeoGebra. Ideas y recursos para el Aula. Proyecto Medusa*. Consejería de Educación. Gobierno de Canarias.
- Ezquerro García, M. (2014) Uso de GeoGebra en la enseñanza de la geometría analítica en 4° de la ESO. (Tesis de maestría). Recuperado de <https://reunir.unir.net/handle/123456789/6218/browse?value=Ezquerro-Garc%C3%ADa%2C+Marta&type=author>
- Feldman, D. (2010) *Didáctica general* (1ª ed.) Buenos Aires: Ministerio de Educación de la Nación.
- Font, V. (2002) Una organización de los programas de investigación en Didáctica de las Matemáticas. *Revista EMA*, 7 (2), 127-170.
- Gavarrete, M. E. (2013) La Etnomatemática como campo de investigación y acción didáctica: su evolución y recursos para la formación de profesores desde la equidad. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 6 (1), 127-149.
- Godino (2010) *Perspectiva de la Didáctica de las Matemáticas como disciplina tecnocientífica*. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. Disponible en [https://www.ugr.es/~jgodino/fundamentos\\_teoricos/perspectiva\\_ddm.pdf](https://www.ugr.es/~jgodino/fundamentos_teoricos/perspectiva_ddm.pdf)
- Guirles, G. (2002) El constructivismo y las matemáticas. *Sigma: Revista de Matemáticas*. (21), 113-129 Recuperado de: <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=803855>

- Gvirtz, S. (1999) *El discurso escolar a través de los cuadernos de clase. Argentina 1930-1970*. (Tesis doctoral, Facultad de Filosofía y Letras) Recuperado de: <http://repositorio.filo.uba.ar/handle/filodigital/1366>
- Iriarte, L. (2014) *La educación a distancia en la Universidad Nacional del Sur. Estudio de caso* (tesis de maestría, Universidad Nacional de Córdoba).
- Litwin, E. (1993) “Presentación”, en Cuadernos de la cátedra de Tecnología Educativa, Buenos Aires, Facultad de Filosofía y Letra, Oficina de Publicaciones. Citado por Maggio, M. En: Litwin, E. (comp.) (1995) *Tecnología Educativa. Política, historias, propuestas*. Paidós. Buenos Aires.
- Litwin, E. (2005) *Tecnologías educativas en tiempos de Internet*. Compilado por Edith Litwin (1º edic) Buenos Aires: Amorrortu
- Losada Liste, R. (2007) GeoGebra: la eficiencia de la intuición. *La Gaceta de la RSME*, 10 (1), 223-239. Recuperado de: <http://gaceta.rsme.es/abrir.php?id=619>
- Macías, D. (2007) Las nuevas tecnologías y el aprendizaje de las Matemáticas. *Revista Iberoamericana de Educación. Instituto de Estudios Superiores de Tamaulipas*, 42 (4) 1-17. Recuperado de: [https://www.researchgate.net/publication/28151371\\_Las\\_nuevas\\_Tecnologias\\_y\\_el\\_Aprendizaje\\_de\\_las\\_Matematicas](https://www.researchgate.net/publication/28151371_Las_nuevas_Tecnologias_y_el_Aprendizaje_de_las_Matematicas)
- Maggio, M. (2012) Enriquecer la enseñanza: los ambientes con alta disposición tecnológica como oportunidad. *Revista: TE & ET n° 8*. Recuperado de: <http://sedici.unlp.edu.ar/handle/10915/25552>
- Maggio, M. y otros (2020) Bitácora de Cuarentena, para docentes y pedagogues. *Enseñar en tiempos de pandemia 2020*, (1) 7-17 Buenos Aires, Sao Pablo. Conversatorio organizado por el Departamento de Educación de la UNCA (Universidad Nacional de Catamarca).
- Marcelo, C. (2013) Las tecnologías para la innovación y la práctica docente. *Revista Brasileira de Educação*, 18 (52), 25-47 Recuperado de: <http://w.scielo.br/pdf/rbedu/v18n52/03.pdf>
- Montero, J. (2014) Todo empezó con un click. Una clase de Matemática con software de geometría dinámica. En Cimolai y otros (2014). *Experiencias de enseñanza con TIC en la formación docente*. (pp. 110-140) Ciudad Autónoma de Buenos Aires: Ministerio de Educación de la Nación.
- Montoya, O. (2008) De la técnica griega a la técnica occidental moderna. *Scientia et Technica Año XIV*, (39) 298-303. Recuperado de: <https://dialnet.unirioja.es/>

- Moreno Armella, L. y Waldegg, G. (1992) Constructivismo y Educación Matemática. *Educación Matemática*, 4 (2), 7-15. Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/9535/>
- Palmas, S. (2018) La tecnología digital como herramienta para la democratización de ideas matemáticas poderosas. *Revista Colombiana de Educación*, (74), 109-132. <https://doi.org/10.17227/rce.num74-6900>
- Rodríguez, M. (2016) Perspectivas metodológicas en la enseñanza y en la investigación en Educación Matemática. Argentina: Los Polvorines, Ediciones UNGS.
- Sadovsky, P. (2005) La Teoría de Situaciones Didácticas: un marco para pensar y actuar la enseñanza de la matemática. En Alagia, H., Bressán, A. y Sadovsky, P. (2005), *Reflexiones teóricas para la Educación Matemática*. (pp.13-65) Buenos Aires: Libros del Zorzal.
- Sampieri, R. y otros (2006) *Metodología de la investigación*. 6ta ed. México: Mc Graw Hill.
- Sancho Gil, J. (1998) La tecnología, un modo de transformar el mundo cargado de ambivalencias. En: Sancho Gil, J (Coord) *Para una tecnología educativa*. Barcelona. Horsori. Cap 1, pág. 13 a 38.
- Skovsmose, O. (2012) Escenarios de investigación. Serie de Documentos del Centro de investigación en *Aprendizaje de las Matemáticas de Dinamarca*. Traducido y editado por Valero, P. y Perry, P.
- Tamayo Martínez, E. (2013) Implicaciones didácticas de GeoGebra sobre el aprendizaje significativo de los tipos de funciones en estudiantes de secundaria. *Apertura*, 5 (2), 58-69 Recuperado de: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=68830444006>
- Villarreal, M. (2012) Tecnología y educación matemática: necesidad de nuevos abordajes para la enseñanza. *Virtualidad, Educación y Ciencia*, 3 (5), 73-94 Recuperado de: <https://revistas.unc.edu.ar/index.php/vesc/article/view/3014>
- Páginas web:
  - [https://www.uns.edu.ar/escuelas/comercio/130/10\\_13#informacion-general](https://www.uns.edu.ar/escuelas/comercio/130/10_13#informacion-general)

5. ANEXO:

**Material utilizado:**

**E2:**

7.- a) De acuerdo a lo observado y analizado en el ejercicio 6, grafica las siguientes funciones, calcula sus ceros y los intervalos  $C'$  y  $C$ .


i)  $y=f(x) = 2x - 1$     ii)  $y = g(x) = -x + 7/2$     iii)  $y = t(x) = 3/4x + 3$     iv)  $y = h(x) = -1/2x - 3$

b) ¿Qué tienen en común las gráficas de  $f(x)$  y  $t(x)$ ? ¿y de  $g(x)$  y  $h(x)$ ?

c) ¿Qué observas?



### Funciones con GeoGebra


Al iniciar GeoGebra pulsen el botón derecho del mouse sobre la vista gráfica y elijan Cuadrícula y Ejes Cartesianos.

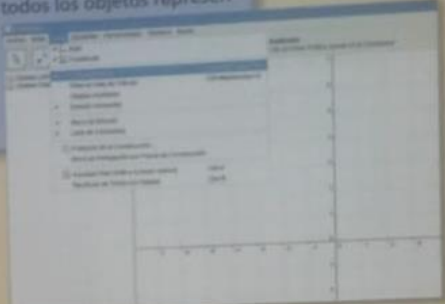

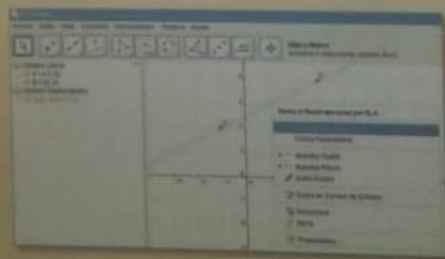
Las funciones se introducen en la barra de la parte inferior. Además, en la vista algebraica de la izquierda se van mostrando todos los objetos representados. Para acercar o alejar la vista gráfica, usen la herramienta .

Para borrar la pantalla, seleccionen Nuevo en el menú Archivo.

**Representación de rectas**  
 Para representar la función, escribanla en la barra de entrada y pulsen ENTER. El gráfico aparece dibujado, y su expresión, en la vista algebraica. Si quieren cambiar su aspecto (color, grosor), hagan clic sobre ella y pulsen el botón derecho del mouse para entrar en **Propiedades**.

**Intersección con los ejes**  
 Para hallar las coordenadas del punto de corte con el eje de abscisas, busquen en el menú  la herramienta  y marquen primero la recta y después el eje x. En la vista algebraica aparecen las coordenadas del punto. Con el eje y se trabaja de manera similar.

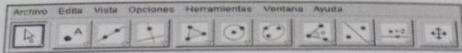
**Recta por dos puntos**  
 Para hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos  $A = (-1; 2)$  y  $B = (3; 4)$ , utilicen la herramienta  y señalen los dos puntos. Automáticamente aparece la ecuación implícita de la recta. Para ver su expresión habitual, hagan clic sobre la recta con el botón derecho del mouse y seleccionen **Ecuación  $y = ax + b$** .

**E3:**

*Aprendemos con el programa Geogebra*

El programa GeoGebra sirve para realizar, analizar y comprender construcciones geométricas dinámicas. Puede bajarse gratuitamente de Internet en: <http://www.geogebra.org/cms/es/download>.  
Observemos el menú del programa...



Cada botón tiene un menú que se despliega al hacer clic sobre el triangulito pequeño que hay en la esquina inferior derecha.

A la derecha de la pantalla tenemos una herramienta de gran utilidad, el botón "deshace" con el cual podremos volver al paso anterior si nos equivocamos.

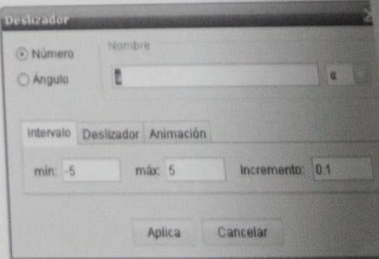
**Actividad 1:** Consideren la función  $f(x) = 3x + 1$ .

- Grafiquen la función utilizando el software GeoGebra tipiendo la fórmula en el campo de entrada y realizando un clic sobre ella.
- Miren el gráfico, e indiquen dónde corta la función a los ejes coordenados y su pendiente.
- Graficamos ahora la función:  $h(x) = 3x - 4$  y luego grafiquen la función  $g(x) = -\frac{1}{3}x + 1$ .
- Analizar las posiciones de las rectas entre sí.

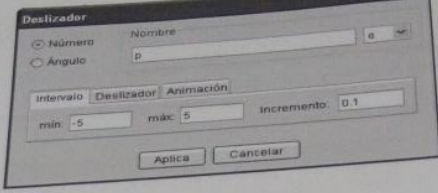
Con el botón (ángulos) tomen la medida de uno de los cuatros ángulos formados por la intersección de las rectas  $f(x)$  y  $g(x)$  ¿Cuál es su medida? ¿Qué pueden decir de la forma en la que se cortaron las rectas?

e) Vamos a graficar con GeoGebra las funciones  $h(x) = a \cdot x + 2$ , donde iremos variando el valor del parámetro  $a$ . Usaremos una herramienta de Geogebra que se llama deslizador. Sigán las siguientes instrucciones:

- En una pantalla nueva hagan clic en el botón y hagan clic sobre la pantalla. Se abrirá una ventana de diálogo.
- Ingrese el nombre del parámetro, en este caso  $a$ , e indiquen entre qué valores variará dicho parámetro. Hagan variar al parámetro en el intervalo  $[-5,5]$ , con incrementos de 0.1. Luego, hagan clic en Aplicar.
- En la barra inferior, ingresen la función  $h(x) = a \cdot x + 2$ , luego enter.
- Hagan clic sobre el botón y luego varíen el valor de  $a$ , arrastrando el punto sobre la barra



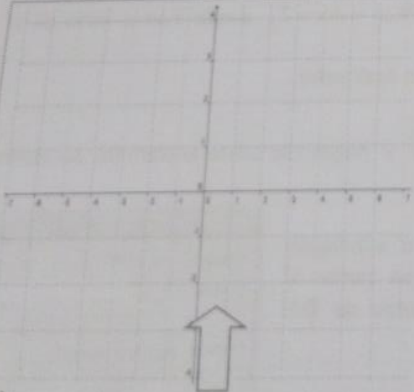
5. Ahora realicen el paso 1, 2, 3 y 4 para la función  $i(x) = p \cdot x + 3$



f) Analicen los gráficos obtenidos en el inciso e), y respondan:

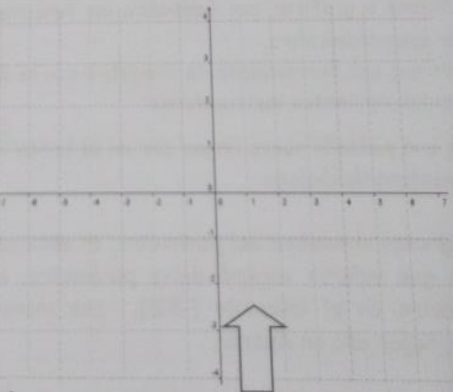
- i) ¿Qué ocurre con la graficas de  $h(x)$  e  $i(x)$  cuando variamos el valor con el deslizador?
- ii) ¿Cómo influye el parámetro en el gráfico de las funciones  $h(x) = a \cdot x + 2$  en comparación al gráfico de  $i(x) = p \cdot x + 3$  cuándo el valor de  $a = 1$  y el de  $p = -1$ ? Y ¿Con  $a = 2$  y  $p = -\frac{1}{2} = -0,5$ ?
- iii) ¿Qué pueden decir del valor en las pendientes cuando las rectas son perpendiculares?
- iv) Coloquen ambos deslizadores en el mismo valor ¿Cómo se comportan las graficas?
- v) ¿Qué pueden decir del valor en las pendientes cuando las rectas son paralelas?

Actividad 2: Graficar las funciones  $h(x)$  y  $i(x)$  según lo que se piden en cada inciso. Graficarlo en el programa y luego enviárselo por mail para imprimirlo y adjuntarlo



a)

Graficar  $h(x)$  e  $i(x)$  para valores numéricos "inversos y cambiados"



b)

Graficar  $h(x)$  e  $i(x)$  para valores numéricos "iguales" en sus pendientes.

**Función cuadrática en Geogebra.**


Nombre y Apellido: .....

Las siguientes actividades se realizarán desde sus celulares, de a dos y se entregarán impresas el día viernes 30 de Agosto sin excepción.  
Deberán redactar sus conclusiones en cada punto que lo pidiera y presentar las impresiones de pantalla correspondientes en los incisos que se analizan gráficos.

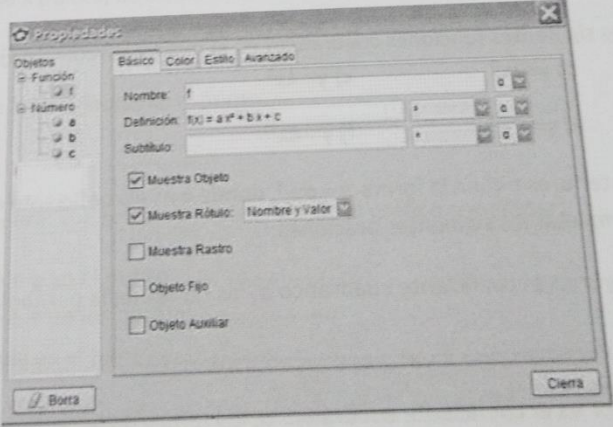
**Actividad**

- 1) Abran el programa graficador.
- 2) Estudien cómo se modifica el gráfico de una función cuadrática al variar los coeficientes de su fórmula escrita en forma polinómica:  

$$f(x) = a x^2 + b x + c$$

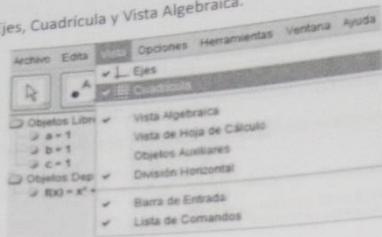
Para ello utilicen la herramienta  , llamada **deslizador**. Esta herramienta permite modificar el valor de un número. Coloquen tres deslizadores llamados **a**, **b** y **c**, respectivamente. Hagan que varíen, por ejemplo, desde -5 hasta 5.

- 3) Escriban la fórmula de la función  $f(x) = a * x^2 + b * x + c$ , en el campo de entrada. Inmediatamente aparecerá el gráfico que corresponde a los valores de **a**, **b** y **c** que figuran en los deslizadores. Hagan que se vea la fórmula de la función junto al gráfico. Para ello, en la pestaña Básico / Propiedades, activen Muestra Objeto y Muestra Rótulo con la opción Nombre y Valor, como se muestra a continuación.



la misma ventana hagan clic en la pestaña Color y elijan uno de su agrado para el gráfico de la función. Si hacen clic en la pestaña Estilo podrán modificar el grosor y el estilo del trazo.

4) Hagan clic en Vista y activen Ejes, Cuadrícula y Vista Algebraica.



5) Ahora buscarán que aparezca el eje de simetría de la parábola. Para ello, escriban en el campo de entrada la ecuación de la recta  $x = -b / (2 \cdot a)$ . Luego cambien el nombre (llámenla Eje) y elijan un color y un estilo de línea punteada que les guste. En este momento, ya están en condiciones de analizar qué papel juegan los coeficientes  $a$ ,  $b$  y  $c$ .

Varién los valores de los coeficientes de  $a$  uno para verificar qué cambios produce en el gráfico.

a) ¿Qué sucede a medida que el valor de  $a$  crece en valor absoluto, es decir, sin importar el signo?

b) ¿Cómo se relaciona el signo de  $a$  con la forma del gráfico?

Muevan el punto sobre el deslizador de  $b$  sin tocar los otros dos deslizadores; observen y respondan:

c) ¿Qué sucede al variar el valor de  $b$ ?

Muevan el punto sobre el deslizador de  $c$  sin tocar los otros dos; observen y respondan:

d) ¿Qué ocurre al variar el valor de  $c$ ?

6) Graficar las siguientes funciones cuadráticas en el mismo sistema de ejes cartesianos:

a)  $y = x^2$       b)  $y = 2x^2$       c)  $y = 4x^2$

f)  $y = -x^2$       e)  $y = -2x^2$       f)  $y = -4x^2$

Las funciones anteriores tienen la forma  $y = a \cdot x^2$ , donde  $a$  es el coeficiente del término cuadrático. En base los gráficos completar las siguientes oraciones:

a) Cuanto mayor es el coeficiente cuadrático  $a$ , las ramas de la parábola

b) Cuanto menor es el coeficiente cuadrático  $a$ , las ramas de la parábola

c) Cuando el coeficiente cuadrático es positivo, las ramas van hacia



d) Cuando el coeficiente cuadrático es negativo, las ramas van hacia .....

e) La parábola corta al eje y (ordenada al origen) en el punto.....

f) La parábola corta al eje x (raíces) en el punto.....

g) El vértice de las parábolas es el punto.....

7) Graficar, utilizando Geogebra, las siguientes funciones cuadráticas en el mismo sistema de ejes cartesianos:

a)  $Y=x^2-1$     b)  $y=x^2+4$     c)  $y=x^2-9$

Las funciones anteriores tienen la forma  $f(x) = a x^2 + c$ , donde  $a$  es el coeficiente del término cuadrático y  $c$  es el término independiente.

En base a los gráficos completar las siguientes oraciones:

a) Respecto a los gráficos anteriores se ha observado un desplazamiento del .....

b) Se observa en el gráfico que el término independiente nos indica donde la parábola corta al eje.....

c) Las parábolas cortan al eje x (raíces) en los puntos:  
 a).....b).....c).....

d) El vértice de cada una de las parábolas es el punto:  
 a)..... b).....c).....

8) Graficar, utilizando Geogebra:  $y = 3x^2 - 2x - 1$  y observando el gráfico completar:

a) La parábola corta al eje y en el punto.....

b) La parábola corta el eje x en los puntos.....

c) El vértice de la parábola es el punto.....

Encontrar analíticamente las raíces y verificar lo obtenido gráficamente.

Se espera que los alumnos arriben a las siguientes **Conclusiones**:

➤ En cuanto al coeficiente cuadrático "a" de una función cuadrática:

- ✓ *Cuanto mayor es el valor, más cerrada son las ramas de la parábola.*
- ✓ *Si el coeficiente es positivo, las ramas van hacia arriba.*
- *En cuanto al coeficiente lineal "b" de una función cuadrática:*
  - ✓ *Indica traslación horizontal.*
  - ✓ *El coeficiente independiente "c" indica traslación vertical.*

**Observaciones:****E1:**

P: Profesora. A: Alumno

Ingresan los alumnos, la profesora y la preceptora. Mientras la preceptora toma lista, la docente dice que vayan sacando el celular, en modo GeoGebra.

A: ¿Modo GeoGebra?

P: Si, GeoGebra, sin fotos, Whatsapp. Vamos a graficar en GeoGebra funciones polinómicas.

La docente escribe en el pizarrón una función.

P: Esa es la fórmula:  $P(x) = (x-1)^2 \cdot (x+3)(x+5)$ 

La profesora va pasando por los bancos viendo si todos tienen el celular con GeoGebra.

P: ¿De qué grado es el polinomio?

A: 2

P: No se apuren. Todos lo podemos mirar con sacar la fórmula.

A: 2

A: 4

P: Bien, ¿cuántas raíces?

A: 3. 1, -3 y -5

P: ¿Cuál es el orden de multiplicidad?

A: 2.

A: ¿Qué era eso?

P: La cantidad de veces que es raíz.

La docente marca las raíces.

P: ¿Vamos a ver cómo queda el dibujo en GeoGebra?

Los alumnos ingresan la función en GeoGebra.

P: ¿Dónde corta?

A: En -5, -3 y 1.

P: Miren bien, abran visores, hagan zoom. ¿De dónde viene?

A: Viene de arriba.

Los alumnos ponen en GeoGebra el gráfico y la docente lo grafica en el pizarrón.

A: Profe hay un punto que es 25 de y.

P: ¿En dónde?

A: Ahí. Si sigue subiendo la función.

P: Sí. Ahora grafico esta otra función:  $Q(x) = (x-1)(x+3)^2(x+5)$ 

¿Qué similitudes y diferencias tienen?

A: El cuadrado, el grado.

P: ¿1 cómo es?

A: Simple

P: ¿-3?

A: Doble

P: ¿Qué pasa con este dibujo?

A: Viene descendiendo.

A: Pasa por 1.

A: Viene más recto.

P: Claro, más brusco.

La docente escribe en el pizarrón:

grado 4, raíces: 1 (simple), -3 (doble) y -5 (simple)

A: Baja hasta -4,5

A: Sube hasta -5, hasta más infinito.

P: Cambiamos el cuadrado en  $(x+3)^2$  y cambió el gráfico. ¿Qué pasa con el gráfico si ponemos el cuadrado en  $(x+5)^2$ ?

A: 5 va a ser doble.

P: ¿Qué va a pasar en el dibujo?

A: Se alarga.

P: Sí, pero hasta donde sube y baja no interesa ahora.

A: En vez de estar en -3, va a estar en 5.

P: ¿Y qué pasa?

A: Va a estar en -75 el corte con y.

P: Bien, ahora ponemos esta función:  $M(x)=(x-1)(x+3)(x+5)^2$

A: No cambia, viene de arriba.

P: No, no puede ser que pase por -3. Fijense bien el gráfico. Yo lo sé, pero quiero que lleguen a verlo ustedes.

A: En -3 sigue

A: Sube

P: Bien, sube, ¿y cuándo llega al -5 qué pasa, sigue?

A: No, sube.

P: Bien, ¿qué pasa si ahora agregamos dos dobles?  $P(x)=(x-1)^2(x+3)^2(x+5)$  ¿Qué va a hacer?

A: Pasa por 1.

P: Va hasta 45, ¿y después a donde va?

A: Al 3.

P: ¿Qué sucede cuando llega al 3?

A: Vuelve a subir.

P: ¿Sigue bajando por el -5?

A: Sí.

P: ¿Qué fue lo que cambió?

A: Que sigue.

P: Bien.

A: Rebota cuando está al cuadrado.

P: ¿Tendrá que ser cuadrado si o si?

A: ¿Sí es par?

P: Probemos. Pongamos un 4 en GeoGebra.  $y = (x-1)^2(x+3)(x+5)^4$

A: Si es par, rebotan todas.

P: Si el orden de multiplicidad es par.

A: ¿Y cuándo es impar?

A: No rebota.

P: Gran conclusión, gran.

La docente escribe la conclusión en el pizarrón junto a los alumnos: “De observar GeoGebra concluimos que: si el OM es par, el gráfico rebota en la raíz. Si el OM es impar, el gráfico cruza el eje en la raíz.”

A: ¿Qué era OM?

P: Orden de multiplicidad, usen el vocabulario. Ahora casi que podemos graficar sin GeoGebra.

A: Casi.

La profesora pone en el pizarrón:  $T(x) = (x+2)(x-3)^2(x+5)$ .

P: Sin GeoGebra, ¿cuáles son las raíces?

A: .2, 3 y -5

A: 3 es doble, -2 y -5 simple.

P: ¿Dónde rebota?

A: En 3.

A: Si el OM es par

P: ¿Dónde corta a los ejes?

A: En -2 y en -5.

P: ¿Corte con eje y?

A: En 45.

P: No.

A: En 90. Pones  $x=0$ ,  $(0+2)(0-3)^2(0+5)$

A: Viene desde la derecha, rebota en 3, llega hasta el 90, no sabemos si sube mucho más o no.

P: ¿Y cómo hacemos?

P: Calculas en un valor próximo.

A: Después sigue bajando en -2, después en -5.

P: En GeoGebra va a salir con más precisión. Lo que importa ahora es  $C+$ ,  $C-$ ,  $P_x$  y  $P_y$ . Eso es todo lo que vamos a analizar ahora. ¿Quién es  $C+$ ?

A:  $C+= (-\infty, -5) \cup (-2, 3) \cup (3, +\infty)$   $C-: (-5, -2)$

P: Dibujen en GeoGebra y mirenlo.

Bueno ahora otra función:  $Q(x) = (x-1)^5(x+1)^3(x-2)^4$

¿Qué grado es el Polinomio?

A: 12

P: ¿Raíces?

A: 1, -1 y 2.

P: ¿ $P_x$ ?

A: -16

P: ¿Dónde rebota?

A: En -2.

P: ¿Por qué?

A: Porque tiene 4.

P: ¿Qué indica?

A: Cruza

P: ¿Y en el grado 5?

A: Rebota

P: ¿Rebota o cruza?

Empecemos a dibujarlo.

La docente grafica en el pizarrón con ayuda de los alumnos.

P: ¿Cuál es  $C+$ ?

A:  $C+= (-\infty, -1) \cup (1, 2) \cup (2, +\infty)$

$C- = (-1, 1)$

P: Van a dibujar otra, a ver qué pasa.  $R(x) = x^4(x+3)^2(x-1)^5$

¿Grado?

A: 12

P: ¿Raíces?

A: -3, 0 y 1

P: ¿En cuáles rebota?

A: En el exponente par, 0 y -3.

P: ¿Cómo lo dibujo sin GeoGebra?

A: Rebota desde la izquierda hasta el -3.

P: A ver, damos un valor para saber si viene de arriba o abajo. ¿Cómo hago eso? ¿Qué es la función en 3? La vamos a evaluar en un valor que no sea raíz.

A: Yo puse 2. Si  $x=2$   $y=400$

P: Bien

A: Viene de arriba el dibujo.

P: Muy bien, bueno la próxima seguimos.

## **E2:**

P: Profesora A: Alumnos

Ingresamos al aula, de ahí vamos a la sala de computación. No tenían la llave de la puerta de la sala. La profesora manda a una alumna a buscar la llave, vuelve y dice que nadie la tiene (no está el asistente de computación y los guardias no la tienen). La docente va a dirección. La llave la tenía otra profesora. Ingresamos a la sala.

Curso: 27 alumnos

Los alumnos se sientan en grupos de 3 o 4 en cada computadora. Todos tienen las dos fotocopias que necesitan para trabajar.

P: En el inicio está el icono del programa GeoGebra.

A: ¿Cuál es el programa?

P: GeoGebra

La docente va pasando por los bancos, ayudando a abrir el programa.

A: ¿Profe el celeste es?

P: Sí.

Los alumnos van entrando al programa. Pero la mayoría no puede entrar.

P: No estaba instalado el programa (la docente había hablado anteriormente para que le descarguen el programa, pero era otra versión). Les pide que descarguen en el momento el GeoGebra 5 Clasic o que lo utilicen online.

A: No tenemos conexión.

P: Pasen con otro grupo.

Las alumnas se dividen y se unen a otros grupos.

P: No necesitan descargarlo, lo pueden hacer online.

A: Se trabó la compu.

P: A ver.

La mayoría pudo abrir el programa. Algunos empiezan a probar con el programa, tocando botones, investigando.

A: ¿cómo se usa?

P: Chicos, ahora que tenemos el programa, fíjense en la copia. Tenemos tiempo para hacer la actividad pero no tanto. La fotocopia tiene una introducción básica para hacer los gráficos. Tienen que hacer el punto 7, representación de rectas e intersección.

Luego le dan a archivo, guardar en el escritorio. Yo reviso lo que hizo cada grupo y eso es la nota de hoy. La idea es que lo que ustedes hicieron en el papel coincide con la compu.

A: ¿Profe por qué salió así?

P: Ahí voy.

La docente escribe las funciones en el pizarrón.

A: No entiendo, qué hay que hacer en la compu.

P: Hay que hacer todos en el mismo gráfico . Ponerle color, grosor, todo eso suma para la nota, la presentación.

A: ¿Hay que hacerlo en la compu los cálculos?

Los alumnos van poniendo las rectas.

Grupo observado:

A: ¿Así?

A: Ni idea, ¿cómo hacemos fracciones?

A: Pones 7 dividido 2.

Una alumna va dictando y la otra tipeando.

A: Hay que hacer las intersecciones, nos falta eso.

P: Ponen  $y=...$  y ahí se los grafica.

(La docente va pasando por los bancos controlando que esté bien.)

A: A ver, vamos a ponerle color, probemos.

P: Fijéense que les falta la intersección. Lean el párrafo de la fotocopia y cualquier cosa preguntan.

A: Ah a ver, clic en el eje y en la función, y ahí aparece.

Algunos alumnos no lo pueden guardar porque es online. La profesora dice que los que no lo pueden guardar porque es online, lo dejen abierto con el nombre de los integrantes o con un papelito y ella corrige.

Termina la clase, todos logran hacer los dos puntos excepto un grupo (les faltó la intersección). Los alumnos salen del aula, y la profesora va pasando por las computadoras a corregir y poner nota.

### **E3:**

P: profesora A: alumnos

(Al comienzo de la clase, la profesora presenta el programa GeoGebra, pregunta si los alumnos lo tienen instalado en el celular. Algunos no, así que lo descargan en el momento).

A1: ¿cómo se llama la app?

P: GeoGebra

(La profesora va pasando por los bancos, viendo si todos lo tienen descargado.

Entrega el TP de GeoGebra)

P: Seguro trabajaron el programa en 2° o 3°.

A3: No. no trabajamos con GeoGebra, con otra aplicación.

A2: Algunos en 3° con Raffi, si.

A4: ¿Para que es el GeoGebra?

P: Escuchenme, en el celular ya lo instalaron, es bastante intuitivo y les voy a dar un TP. Me envían el TP por el correo, yo les voy a enseñar a darle compartir, y luego se lo envían. A medida que lo van haciendo, se lo van a mandar a ustedes, y luego todo junto, me lo mandan. Va con nota.

(La docente va recorriendo los bancos y entrega el TP en formato papel).

A5: No tengo espacio. (en el celular)

P: Es re livianito.

P: Vamos a tratar de escucharnos, vamos a estar en silencio. Vamos a mirar el programa. (La profesora saca su celular y abre GeoGebra) Cuando lo abren, tiene una gráfica, una



calculadora, donde hay una lupa, un signo de pregunta, donde dice entrada, ahí introducen la función.

(La docente va pasando por los bancos, los chicos van preguntando).

P: Ahí donde dice entrada, ¿ven que les pone calculadora?

A: Sí.

P: Vamos a ingresar una función:  $y=2x+1$  (escribe en el pizarrón)

A2: Ahh, si el año pasado lo usamos. Y desmos usamos también.

P: Le dan a la flechita, un triangulito, tocan la solapa y ven el gráfico completo. A la función pueden, van al triangulito y ahí tienen opciones, la flechita para desplazar el gráfico.

A2: ¿Hay colores y todo?

P: Si, le pueden cambiar el color, hallar paralelas, perpendiculares, simetrías para las funciones pares o impares. Vamos a ingresar otra función.

A3: ¿Vas a poner varias?

P: Si, y  $y = 2x-3$  (escribe en el pizarrón) Le dan a enter, fijense en el programa, ¿como son las rectas?

A: Paralelas.

P: Bien

A3: Porque tienen la misma pendiente.

P: Claro. Vamos a elegir la tercera función.

A2: A mi me hizo las dos del mismo color. (tiene una versión más actualizada que el resto)

P: Al final era mas actualizado, pero conviene el otro. (Risas. La docente acude a ayudar a la alumna para modificar el color.) Para cambiar el color, al lado de la ecuación tienen tres puntitos, los tocan, pueden cambiar el estilo, grosor, pueden modificarlo para hermostear el gráfico.

P (Dirigiéndose a un alumno A6): ¿Vos lo tenes?

A6: No, porque no tengo internet.

P: Bueno compartilo con tu compañero porque después hay que entregarlo.

P (A la clase): En el extremo, tienen tres rayitas, pueden compartir y se lo mandan e incluso por whatsapp, correo, drive. ¿Han usado Drive?

Algunos alumnos contestan que sí, otros no.

P: Vieron que es bastante fácil para trabajar. Bueno ahora ingresan  $y=-1/2x+4$  (copia en el pizarrón)

A2: ¿Cómo pongo fracción?

P: Ponen 1 dividido 2 y lo toma como  $1/2$ , te corres para que la x quede en el numerador, enter.

A3: Pará profe, ¿esa es la tercera?

P: Vamos a comprobar que esas rectas son perpendiculares. Hacen clic en el triángulo, medición, clic en ángulo. Primero marcamos los puntos, tres puntos, dos rectas y una perpendicular. Quiero verificar que el ángulo sea recto. Van a la “a” con el puntito azul. ¿Lo encontraron?

A: No.

P: (Explica en el pizarrón) A ver, se paran en el punto azul “a”, marcan un punto sobre la recta, otro en la intersección y otro en la otra recta. Luego, vamos al ángulo. ¿Marcaron los tres puntos?

A: Si.

P a A7: Hay un ángulo que está mal marcado, fijense. Te tiene que dar el ángulo de  $90^\circ$ .

A7 corrige y le queda bien.

(La docente va pasando por los bancos, viendo si hay preguntas).

P: Fijéense que en las herramientas básicas (triángulo y círculo) tienen un dibujo como este (lo dibuja en el pizarrón). Eso se llama deslizador.

P a un grupo de alumnos (A5, A6) que están charlando: Todo lo que estoy explicando, ustedes lo van a tener que hacer después en el práctico.

P continúa la explicación: Tomamos un valor “a” que sea entre -5 y 5, que vaya moviéndose entre esos valores. Ingresan en la herramienta y después hacen clic en cualquier lado en la pantalla.

A4: Mágico.

P: Ahí les define el rango, lo dejamos entre -5 y 5, le ponemos ok. ¿Hasta allí todos me siguen?

A: Sí.

P: Las funciones que teníamos las borran, en el circulito pintado las borran. O sino ponen “nuevo” y empiezan de vuelta.

A4: ¿Sólo queda el deslizador?

P: Sí.

A4: ¿Borro los puntos también?

P: Sí, todo.

A2: ¿Borramos todo?

P: Sí.

P (explica en el pizarrón): En la barra de entrada, ingresan la función:  $y=ax+5$

A7: ¿Ponemos otra nueva?

P: Sí. Esperen que lo hago yo. (La docente lo hace en su celular) ¿Qué pasa cuando le doy valor a “a”? Vayan al deslizador a la flecha para mover el deslizador.

A5: Es impresionante lo que hace la tecnología.

P: El rango entre -5 y 5 fijense como queda la recta si tomamos valores positivos o negativos. ¿Alguien está perdido?

A2: ¿Qué hacemos con el deslizador?

P: Si moves el deslizador, ¿qué pasa con la recta?

A2: Se mueve.

P: Si le das a “play” empieza a moverse.

A2: Está genial, se reproduce solo. ¿Ponemos entrada de vuelta?

P: Ingresamos otro deslizador.

A3: ¿Borramos todo?

P: Sí. Otro deslizador “b” entre -5 y 5. Ingresan ecuación:  $y=ax+b$  (Escribe en el pizarrón) Un deslizador “a”, un deslizador “b” y una única recta.

A1: Me perdí.

P: La recta anterior la borran, ingresan el deslizador. Movemos en “b”. Movemos el valor de “a” en -3, ¿queda creciente o decreciente?

A: Decreciente.

P: ¿Qué pasa con la función?

A: Se mueve, queda decreciente.

P: ¿Qué cambia?

A: El corte con el eje x.

P: Si dejan fija la ecuación y moves “b”, fijense qué pasa. En el deslizador, tienen un play, ¿qué pasa?

A1: Se mueve solo, re loco.

P: Bueno más o menos conocen las herramientas elementales.

A: ¿Vamos a hacer un trabajo de aplicación?

P: De a dos hacen el TP, se mandan a su correo todas las actividades y luego las mandan a un Word y la imprimen. Tienen el ratito de ahora, la otra hora y el lunes. Si prefieren antes de imprimir, juntan todo en un Word y me lo muestran. Dejo mi mail en el pizarrón. Pueden hacerse una cuenta de GeoGebra, mandarse capturas, whatsapp y luego se la mandan al mail.

A5: ¿Se puede hacer cuenta?

P: Sí.

A5: Que piola.

(Los alumnos se ponen a trabajar de a dos o tres. La profesora va pasando por los bancos. Explica a un grupo de alumnas para hallar la intersección).

P: Indaguen un poco el programa.

A4: ¿Lo hacemos en un solo celu?

P: Sí.

A3: ¿Cómo hago la intersección?

P: Le das clic en el triangulito, te fijás si se intersectan.

A3: ¿Así?

P: Ese es el corte con “y”, necesitás con “x”.

A3: Ah chicos que piola.

P: Cuando van haciendo la captura, organicen ustedes, que les queden ordenados lo que hay que entregar.

(Los alumnos comienzan a hacer el TP. Se preguntan entre ellos, consultan a docentes, la profesora va pasando por los bancos, preguntando cómo van).

Suena el timbre del recreo: 10:40 hs

10:55 Los alumnos entran al aula. Me acerco a un grupo de tres alumnas: A7, A8 y A4

A4 hace los gráficos en el programa en su celular, hace las intersecciones, marca los tres puntos.

Van analizando las rectas.

A7: Dos son paralelas y una es perpendicular.

(A4 comparte a sus compañeras y guarda el archivo).

A8 lee las consignas

A4 pone los deslizadores. ¿Cuál es la barra inferior?

A7: Ni idea.

A4: ¿La de arriba o abajo? Hay que ingresar de vuelta lo mismo en la otra actividad. Ah miren chicas. (utiliza el deslizador)

A7: ¿Cómo hiciste eso? Está muy bueno.

A4: Con el deslizador. ¿Cuál es la barra?

Nadie le contesta.

P (a todos los alumnos): Saquen una conclusión y lo escriben todo.

Un grupo de alumnos no tiene el programa y no hacen nada.

A4 a A7: Poné en la otra entrada  $p.x+3$

A7: ¿Así?

A4: Si, hay que hacer de vuelta lo mismo. Ay Dios, qué difícil esto chabón.

A7: ¿Esto hay que moverlo?

A4: No entiendo. Ah ahí está, miren qué bueno (utiliza el deslizador y se empieza a mover la función sola) Esto lo estamos probando para conocer el programa, después en casa lo hacemos bien.

A7: Compartilo a la profe.

A4: No sé si está bien. Después lo vemos en casa y lo mandamos bien.

(Las alumnas hacen la primer parte del TP, dicen que el resto lo terminan en casa y se ponen a charlar y con el celular).

El grupo en general: algunos trabajan solos, otros de a dos con el compañero de al lado, un grupo no hace nada. Algunos se levantan y van a preguntarle al escritorio a la profesora. Después de un rato, algunos alumnos se levantan, se ponen a charlar.

P: A partir del ejercicio 4, lo analizan, saquen conclusiones y después escriben. Varía el valor de la pendiente, el corte con “y” queda fijo. Lo mismo pasa con el f.

A1 a A4: ¿Qué pongo en la función?

A4: pones  $y = \dots$  y ahí escribís la función.

A1: ¿Cómo?

A4: A ver, pones en la barra la función y después los cortes con los ejes. (se lo hace y se lo muestra)

11:40

P: (Viendo que hay muchos alumnos que no están haciendo la tarea, unos porque ya terminaron y otros porque no la hicieron, termina con el TP) Bueno dejemos el TP, lo entregan la próxima clase. Vamos a continuar con la teoría. (Escribe en el pizarrón y explica) Temas que ya vieron antes de realizar el TP con GeoGebra: análisis de funciones, función lineal, comportamiento de funciones.

Pizarrón

..	..	..
..	..	..
..	..	A6
..	A1	A5
A3 A2	A7 A8 A4	(Yo: observador)

P: profesora A: alumnos

P: Vamos a hacer el trabajo de a dos, tienen que entregarlo el viernes que viene impreso. La clase que viene la dejo para consultas.

La profesora reparte fotocopias del TP.

Los alumnos sacan el celular, abren el programa. Se levantan y hacen preguntas a la profesora.

P: Ahí tienen el trabajo. Me siguen en la lectura.

(La docente va leyendo el TP, explicando oralmente.)

P: Para graficar, previamente usan los deslizadores. La idea es ver qué pasa con la función y hacer las conclusiones. En la pantalla tienen 3 deslizadores, deslizan un parámetro, y ven qué pasa con el parámetro “a”, luego “b” y “c”. De a uno lo van haciendo, sino no se entiende. Entonces ven qué pasa con la gráfica, si se hace más ancha, más estrecha, si va hacia arriba, abajo...

Después dejan el valor fijo “a” y “c”, y ven qué pasa con “b”. Si les parece incómodo con el celular, pueden traer una notebook el lunes, o el finde lo terminan en casa.

A: ¿Se puede hacer a mano?

P: No, no es difícil pero quiero que lo vean en el gráfico con el programa, que lo traigan impreso.

A5: No hay internet.

P: Pero si ya lo tenían de la otra vez descargado.

A5: Lo eliminamos la otra vez, por el espacio. Ahí lo descargo de nuevo.

La docente va pasando por los bancos preguntando cómo van. Algunos alumnos hacen preguntas.

A: Me dió así el primero.

P: Bien.

A: Profe, ¿sólo cambiamos “a”?

P: Sí, al principio sí.

Los alumnos van ingresando los deslizadores en el celular, en general un alumno lo va haciendo en el celular y el compañero va anotando las conclusiones en el TP.

A5: Profe ahí instalé la app, ¿qué hay que hacer?

P: Van ingresando los parámetros, clic en el símbolo a, luego clic en la pantalla. Ahí tienen el primer deslizador.

A6: ¿Así?

P: sí. Son 3, ahora ingresan la función.

A2: ¿Cuál es la pestaña color?

P: En propiedades.

A7 está con el celular con GeoGebra, A8 escribe las conclusiones en una hoja. Van moviendo los deslizadores.

A7: para -5 da...

A8: No, no hay que calcular para valores. Cuando agrandas el número, se acerca al eje. Pero queda mal decirlo así.

A7: Podemos poner: a medida que la función...

A8 a alumno de adelante A1: una consulta, ¿hiciste el 2?

A1: No.

A8 le pregunta a la profesora si está bien. A8: pusimos: al deslizar el deslizador "a", se acerca al eje y. Pero queda mal redactado.

P: Claro, no pongan deslizar el deslizador. Pongan: al mover el deslizador, la concavidad de la función...

A7: Claro, te vas acercando al eje y. Y cuando el número es negativo, la concavidad es hacia abajo.

A5: Profe no entendemos.

P: A ver, mueven el deslizador "b", la función se mueve.

A5: La parábola se mueve en el eje x.

A6: No, se mueve en eje y, mirá. (Y mueve el deslizador).

A5: Ahh, entonces si se mueve el deslizador "b", la parábola se mueve de un lado al otro en el eje y.

A6: ¿cuáles son las ramas?

A5: estas. (las señala)

A6: Es mucho mas chico, se va achicando. Claro, está bien.

P: Bien, lo de la hoja cuadriculada, ya aparece en el celular asi que no lo tienen que poner.

P escribe en el pizarrón: Una aclaración, con respecto a las parábolas. Dibuja dos parábolas, cóncava hacia arriba y hacia abajo. Pueden tener máximos o mínimos. ¿Con qué coincide el máximo?

A: Con el vértice.

P: Bien, puede ser el máximo o mínimo. Eso es lo único que tienen que hacer en ese punto. Y en el 3 solo tienen que hallar la pendiente.

Suena el timbre, guardan y salen.

**Entrevistas:****D1:**

1. J: Formación: ¿Cuál es tu título? ¿Cuándo te recibiste? ¿Cuándo empezaste a trabajar? ¿Cuántos años de trabajo llevas? ¿Desde cuándo estas en el curso que estoy observando?

S: Profesora de Matemática, en la UNS en 2004. Empecé a trabajar en el 2002. En este curso llevo 3 años.

2. J: Respecto de la concepción de la Matemática, ¿qué es la Matemática para vos? ¿cómo se aprende Matemática? ¿cómo se enseña?

S: Creo que la Matemática es una herramienta útil para todo, es algo que sirve para aplicar en cualquier situación en la vida cotidiana. Enseñarla es difícil, es un desafío constante, más que nada en cuanto a lograr la motivación, el interés. Te ayuda a ser más crítico, analizar. Por ejemplo yo siempre les digo a los chicos que les sirve para analizar cosas de la vida, por ejemplo en el supermercado, para analizar precios, para ver si realmente me están haciendo una oferta o no, porque muchas veces parece que fuera una super oferta o descuento y en realidad no lo es.

3. J: ¿Utilizas el software GeoGebra en tus clases?

S: Sí

- a. Si es así:

- i. ¿En qué temas?

S: En funciones

- ii. ¿Por qué en esos temas?

S: Les es muy útil para visualizar la función, para que sepan dibujar. Visualizan en GeoGebra, sacan generalidades y después grafican sin GeoGebra.

- iii. ¿En qué cursos?

S: En 5°, 3° (dependiendo el curso, para función lineal, generalidades de la recta), y en 2° para puntos notables, polígonos regulares. Agiliza el dibujo.

- iv. ¿Por qué en esos cursos?

- v. ¿En qué dispositivos los utilizas?

S: En el celular, a veces en la netbook y la tele. Les muestro desde mi computadora características de funciones, lo proyecto en la tele.

- vi. ¿Cuáles son los motivos por los que trabajas con este software?



S: Porque les interesa más a los chicos, al poder explorar la función es más interesante verlo en la pantalla que en el pizarrón. Y con los videos de Youtube que les muestro algunas funciones, al mirar en una pantalla prestan más atención.

vii. Consideras que hay temas que permiten una mejor implementación del programa? Si es así, ¿En cuáles? ¿Por qué?

S: Sí, en funciones y geometría. De aritmética puede ser también pero no tengo conocimiento.

b. Si no es así, ¿cuáles son los motivos?

3. En tu formación inicial, ¿tuviste alguna materia en la que te enseñaron a trabajar con GeoGebra?

a. Si la respuesta es afirmativa:

- i. ¿En qué materia?
- ii. ¿Cómo lo trabajaron?
- iii. ¿Sobre qué temas?

b. Si la respuesta es negativa:

S: No GeoGebra, pero tuve otro similar Geometer's Scratch Pad. Lo vimos en una materia de la UNS, en Geometría Euclideana.

i. ¿Cómo aprendiste a usar este software?

ii. ¿Realizaste alguna capacitación o curso de GeoGebra?

S: Hice dos o tres cursos online de GeoGebra.

4. En tu opinión, ¿cuál es la potencialidad del programa? ¿Cuál es la utilidad del software?

S: A los chicos les despierta el interés. Que pueden construir deslizadores, les van dando con valores que se les ocurre, van cambiando la función. Les ahorra el tiempo, por ejemplo con el tema de la escala, con GeoGebra le dan zoom y ya está, a papel tardarían mucho más.

5. ¿Qué dificultades se te presentan al momento de dar la clase con este programa?

S: Muchas veces no lo tienen descargado en el celular por el tema del espacio, de la memoria, que tienen los celus llenos de fotos o videos y se les complica.

6. ¿Qué dificultades se le presentan al alumno al momento de trabajar con GeoGebra?

S: Con el tema de la sintaxis, no saben cómo poner alguna función.

7. ¿De qué manera planificas tus clases incorporando la tecnología como GeoGebra?

S: La planificación la voy viendo sobre la marcha. Si les cuesta mucho, lo uso para introducir algún tema, que conozcan la función, y después explicar algo que no se entiende en

el pizarrón. A veces hay algo que no entienden en el pizarrón, los llevo al programa y ahí lo ven mejor, pueden probar ellos valores, etc.

8. ¿Cuáles son los criterios de evaluación en las actividades donde utilizas GeoGebra?

S: No lo uso para evaluar.

9. ¿Qué otras tecnologías incluís en tus clases?

S: Uso videos en Youtube, elijo algunos que están explicados el tema como yo lo explico en el pizarrón, entonces me voy deteniendo y explicando junto al video. Y también usan la calculadora científica.

## **D2:**

1) J:¿Cuál es tu título?¿Cuándo te recibiste?

B: Profesorado de Matemática. en el 2015 o 14, a ver, ahora estoy dudando, una cosa es cuando te recibís y otra cuando te llega el título.

J: Bueno, si aproximado...

B: sí 2015

J:Cuándo empezaste a trabajar?

B: En el 2013.

J: ¿Cuántos años de trabajo llevas?

B: Y desde ahí siempre, estuve con suplencias

J: ¿Desde cuándo estás en el curso que estoy observando?

B: Desde aproximadamente el 10 de abril de este año.

2) J: Respecto de la concepción de la Matemática, ¿qué es la Matemática para vos? ¿cómo se aprende Matemática? ¿cómo se enseña?

B: Yo creo, y me fue cambiando, porque desde que me recibí hasta que empezás a dar clases me fue cambiando, para mí lo que se enseña básicamente es una forma de razonamiento que le ayuda al alumno no solamente en la escuela, sino después cuando es más grande a resolver distintos tipos de problemas en la vida. Me di cuenta que enseñar Matemática de la manera tradicional no es lo que más los atrapa, que siempre está bueno que se conecte con algo de la realidad, abrir cada tema con algún problema desafío, ellos mismos también a veces desde el sentido común o la lógica vayan descubriendo los conceptos y después recién darle la definición o entrar en tema, y también me pasa que siempre que me queda algún tiempito libre de clase o a final de año, les doy problemas de ingenio que a veces tienen que ver con lógica o con Matemática y con filosofía, pero ellos sin darse cuenta utilizan muchos conceptos de la Matemática y es increíble en todas las escuelas y todos los cursos distintos

niveles como les encanta y como enseguida quieren participar y los ayuda también a pensar. A veces, con otras herramientas, no solo lo de la Matemática sino todo lo que traen de la escuela y la verdad que donde vi que me dio resultado y lo estoy aplicando en casi todos las escuelas, los cursos, a fin de año o a principio de año.

3) J: ¿Utilizas el software GeoGebra en tus clases?

B: En realidad es la primera escuela que tengo el tiempo para terminar de explicar el tema y a su vez darme el lujo de que lo vean en un programa como el GeoGebra. Incluso pensé el Winplot o el Graphmatic que también están pero es la primera vez que me dan los tiempos y las instalaciones para poder hacerlo en esta institución y en esta escuela. En escuelas pasadas, en cursos pasados no he tenido o las herramientas o el tiempo físico para, porque para mi ya es como el broche final ¿no?, ven el tema y después ven la aplicación con la tecnología.

J: Claro, ¿y en otras escuelas decis que no porque no tenían celular o internet, o computadora?

B: Claro o las salas no estaban en buenas condiciones o los chicos, con mucha suerte, alcanzábamos a ver el tema y no podíamos llegar a profundizar en algo que se relacione con la tecnología, lo mismo que yo a veces pensaba que contaban con las computadoras del gobierno y la realidad es que no. O las tienen uno o dos chicos y el resto no, entonces lo hacía más a nivel personal por ahí para hacer una evaluación que utilizaba tal programa o para yo investigar o ver las nuevas cosas que salen pero nunca lo pude aplicar en clase, así que la verdad que contenta de poder hacerlo por primera vez.

J: Claro, ¿En qué temas lo usas a GeoGebra?

B: Y más que nada funciones, introducción, las generalidades, función lineal, función cuadrática, bueno ahora yo en principio solo están con función lineal pero si pudiera tener como acá, en otras instituciones para poder dar función cuadrática todo eso, es lo que me parece que más los atrapa y más se luce el programa. Después tenes otros conceptos de geometría que los puedes hacer pero por ahora me gustaría arrancar con ese tema.

J: Entonces ¿por qué en esos temas?

B: Porque creo que es donde más aplicaciones o más herramientas tiene el programa o los programas que vi porque Winplot y Graphmatic también tienen muchos recursos o herramientas, relacionada con funciones, después con geometría también pero como no tanto, me da la sensación, pero bueno podría hacerse también con geometría, otro tema que no sea funciones. Como cuerpos, figuras en el plano.

J: ¿En qué cursos? ¿Por qué en esos cursos?

B: Bueno ahora en 3º porque justo empiezan el tema de funciones, la primera vez que ven funciones y bueno quizás para que le tomen un poco más el gustito porque son chicos muy de

la era tecnológica entonces donde les planteas un tema que los pueden asociar con la tecnología, la computadora, un programa, es como que ya les gusta más y bueno le toman, quiero creer, cariño al tema de funciones, porque aparte de acá en adelante va a ser el tema, que cada vez abunda más en el programa, las otras unidades como que también se van eliminando así que me parece una buena idea.

J: ¿En qué dispositivos lo utilizas el programa?

B: Y por ahora en la computadora portátil o en la computadora fija, tengo intención de probar en el teléfono, no cuento con un buen equipo todavía de celular, pero si pudiera la idea es ni bien lo pueda tener también usarlo en el teléfono.

J: Osea desde tu teléfono?

B: Claro.

J: Y la compu, ¿Cómo haces reservas acá el gabinete? Porque no tienen computadoras ellos. Reservas un día el gabinete y van ahí.

B: Claro, acá igual hay dos opciones que me ofrecen, reservar el gabinete que tienen por suerte muchos horarios, muchas salas, te dirigis directo a la sala, pedis un día, si no está ocupado ese día pedis ese horario y te reservan en esa clase y horario vas y sino la otra opción que me dijeron es que pueden traer 13 computadoras al aula, osea la mitad para que compartan de a dos y trabajarlos en el aula, pero teniendo tan cerca el gabinete y tan cómodo, me pareció lo mejor ir al gabinete directamente.

J: Claro, ¿y eso donde lo pedís?

B: Está en el primer piso, el primer pasillo que encontras a la izquierda ahí están todas las salas, y siempre hay alguien trabajando en la sala a cargo.

J: ¿Y ahí les preguntas a ellos? Y te anotas.

B: Sí, exacto.

J: Bueno ¿Cuáles son los motivos por los que trabajas con este software? Más o menos ya habías comentado para que los chicos le tomen el gusto, como un tema introductorio...

B: Si, y Graphmatic, osea hay dos programas más, y el Wimplot, son también muy completos pero no son tan populares, es como que el GeoGebra, los chicos de alguna forma, o lo escucharon o lo conocen, también aparecen en los libros de texto, ahora están apareciendo muchos ejercicios con GeoGebra, entonces como es por ahora el programa más popular elijo GeoGebra, pero no pierdo la esperanza de que los otros dos también empiecen a aparecer porque son como más completos, tienen mas opciones, mas funciones, mas marcaciones. También al ser más completos, es para cuando ya estén más avanzados y vean más temas, entonces dije tampoco es necesario ponerlos ahora con esos programas pero capaz cuando ya

están en 4° o 6° ya se juntó que se unió la bibliografía con que ellos también lo pueden aprovechar más y está bueno incluir esos dos programas también me parece.

J: Y bueno esto también más o menos lo hablamos, si consideras que hay temas que permiten una mejor implementación del programa y si es así en cuáles y por qué. Osea si hay algún tema, vos habías dicho que lo trabajas con funciones por este tema de que recién inician con eso, pero también dijiste que se podría trabajar con geometría.

B: Claro si creo que cuando ven la parte de volúmenes, área, perímetros, con todo eso se podría ver tranquilamente, incluso se podía tener en cuenta, en estas escuelas que si te toca un segundo que todavía no ven funciones, ahí si se podría para introducir las nuevas tecnologías utilizarlas en esas unidades, la parte de figuras planas, con volumen, porque si no no está la unidad de funciones y no habría manera.

J: ¿En tu formación inicial En tu formación inicial, ¿tuviste alguna materia en la que te enseñaron a trabajar con GeoGebra? Si la respuesta es afirmativa: ¿En qué materia? ¿Cómo lo trabajaron? ¿Sobre qué temas?

B: ¿Digamos cuando fui al secundario?

J: No, en realidad apuntaba a cuando estudiaste la carrera.

B: Si, bueno tuve informática que vimos justamente estos programas referidos a la Matemática, pero bueno no fue solamente lo que vimos, sino que también nos dieron como un repaso de Word, Excel de los programas de aplicación básicas, o para exponer tipo power point, no recuerdo exactamente todo el programa pero fue bastante amplio y sobre el final vimos esto último de Matemática. Lo que sí recuerdo por eso te decía si era inicial o secundaria, que la secundaria solamente vi la materia informática totalmente aislada del resto de las materias, y está bueno que ahora se empieza a vincular no solamente en el área de la materia Matemática, sino que en otras materias que también se amiguen y den clases en la sala o algún programa asociado a la materia específica, eso me hubiera gustado cuando estaba en mi secundario.

J: En tu opinión, ¿cuál es la potencialidad del programa? ¿Cuál es la utilidad del software?

B: Yo creo que es un programa aparentemente para los chicos simple entonces desde el primer momento ya les genera bastante confianza porque creo que lo pueden usar y comprender con mucha rapidez, porque no es complejo para nada entonces eso además de que pueden ver que pueden manejar un programa de Matemática de manera rápida y fácil, se ven motivados a aprender el tema desde un lugar más ameno con la computadora y no tanto como el pizarrón, que están acostumbrados, o la hoja que ya a veces los cansa, creo que esa cualidad del programa que sea aparentemente muy sencillo de manejar ayuda bastante. No

como los otros dos que mencione antes, los otros tienen un diseño o un formato que parece que hay que estar un tiempito hasta que lo entendemos y lo sabes usar.

J: ¿Y este en realidad vos decís aparentemente pero en realidad se cumple que es sencillo?

B: Sí, porque es aparentemente y la verdad que también es sencillo, no solo la apariencia,

J: ¿O sea les resulta fácil de acceder?

B: Sí, la verdad que sí, lo diseñaron muy bien y aparte otra cualidad, es que es fácil de bajar para las computadoras personales de ellos que tengan en sus casas, que yo también les dije: esto si es un programa liviano generalmente lo descargas sin ningún problema entonces ellos también después de la clase, independientemente, por ahí yo les puedo dar más ejercitación, que ellos la hagan en la casa y eso también está bueno porque tenemos por ejemplo, Edmodo que nos comunicamos ahí y es como un apoyo de clase virtual y entonces podemos manejar esa parte de la ejercitación con GeoGebra en sus casas con Edmodo y entre las dos cosas ellos lo manejan bien y les gusta. Me doy cuenta con Edmodo que en seguida se unieron todos, no tuvieron problema lo manejan con casi todas las materias.

J: ¿Es la plataforma virtual?

B: Sí, que de hecho yo también la tuve cuando estudié el profesorado también tuve Edmodo y me pareció muy bueno que lo tengan en la secundaria también incorporado, que tampoco me pasó en otras escuelas.

J: ¿Qué dificultades se te presentan al momento de dar la clase con este programa?

B: Para ser sincera, siempre tuve clases o de alumnos particulares que vinieron a consultar o alumnos que tenían tres computadoras en el aula entonces fue algo más grupal. Esta va a ser mi primera experiencia con un grupo grande todos con una máquina cada dos con sus compañeros así que espero que salga como mis experiencias más puntuales, ¿no? Que generalmente si vas despacio te van entendiendo y se van como más contentos, con haber aprendido esto y haber aprendido el tema a través de este programa como que los motiva más, esa fue mi sensación. Ojalá me pase también en esta clase.

J: ¿O sea que cuando estabas explicando en grupos, dificultades no se te presentaron? Ibas de a poco y te iban entendiendo.

B: Claro, mientras vayas de a poco y no los dejes solos con el programa a descubrirlo, ellos se entusiasman mucho y en seguida entienden. Creo que tiene que ver con que están mucho tiempo con la computadora entonces parece que lo entienden más el concepto por estar explicado a través de la máquina que si fuera en el pizarrón.

J: ¿Qué dificultades se le presentan al alumno al momento de trabajar con GeoGebra?

B: Me pasó en las pocas clases que las dificultades se dieron más desde el punto de vista del soporte físico, ya sea que el programa se trababa o la computadora no andaba bien o se tildaba o se quedaba sin batería, que la actividad en sí, o el manejo del programa del chico. Fue más tecnológico la dificultad que actitudinal o conceptual. Por eso apunto a que esta vez no vamos a tener esas trabas.

J: ¿De qué manera planificas tus clases incorporando la tecnología como GeoGebra?

B: Primero tiene mucho que ver con el grupo, se da también en esta escuela que son grupos que trabajan mucho, que tienen mucho pensamiento crítico, mucha curiosidad, muchas ganas de aprender cosas nuevas, son muy ordenados, muy respetuosos, entonces es todo un ámbito muy propicio para poder dar una clase con GeoGebra. También en casos anteriores me ha pasado que no solo no tenía la tecnología, sino que el grupo era muy difícil en conducta, de llevar una actividad sencilla, lo hace mucho más complejo incluso algo con computadoras, un programa. Así que donde conocí al grupo, lo veo posible poder trabajarlo. Incluso tenía la idea de dar dos clases para funciones, pero bueno por ahí como solo las generalidades de funciones es muy poquito, hago en una generalidades de función lineal y después de última les doy tarea para que lo hagan solos en las casas y ver cómo les salen.

J: ¿Y vos das primero la teoría y después van a GeoGebra? ¿O ellos descubren cosas con GeoGebra y después das la teoría?

B: Esta vez dí primero la teoría, pero no descarto probar alguna vez, con ir primero al gabinete y presentar el tema con un ejercicio de apertura de funciones o de generalidades de funciones o de cuerpos, lo que fuera en GeoGebra y ver que pasa. En lugar de hacer lo típico en el pizarrón, en el gabinete podría ser.

J: ¿Cuáles son los criterios de evaluación en las actividades donde utilizas GeoGebra? Si evalúas a través de GeoGebra y cómo lo haces.

B: En este caso tengo pensado en lo que refiere a la clase, el trabajo como seguramente trabajen de a dos, el trabajo, la atención que pongan, las consultas que hagan, verlos realmente atentos e interesados en hacerlo, digamos el comportamiento y la capacidad y predisposición al trabajo en ese día en esa clase. Posteriormente cuando les de ejercicios para sus casas, que por ahí me los entreguen o veremos la forma de la corrección, ahí si por ahí voy a ver lo que ellos producen solos y más un estilo de evaluación como trabajo práctico que se entregue. Tampoco descarto, ahora que lo pienso a futuro, por qué no alguna clase evaluativa en una sala de computación de GeoGebra. pero bueno como todo esto es tan nuevo y recién se incorpora quizás más adelante podría ser.

J: ¿Qué otras tecnologías incluís en tus clases?

B: Tenía ganas, todavía no lo he hecho, de por ahí algún proyector, con algún tema expuesto a través de diapositivas, más que nada porque hoy los chicos son muy hiperactivos y está bueno ir cambiando las distintas formas de presentar los temas. Y otra de las cosas, no se si es tecnología en sí, pero también están haciendo mucho hincapié en las escuelas en que trabajen la redacción y la ortografía desde todas las materias porque es algo que está muy flojo en general, entonces desde la Matemática presentarles alguna película que tengo en mente asociada a la Matemática como: En busca del destino o mente brillante, para que la vean y despues que hagan una redacción y ahí ver como escriben que faltas tienen, como redactan, que sería en una sala de video. Es lo que hasta ahora tengo en mente.

**D3:**

Título: Profesora en Matemática

Recibida en 2010. Empecé a trabajar en 2009. Llevo poco más de diez años de trabajo.

Estoy en los quintos de IMA desde hace 9 años.

2) En general lo utilizo en algunos cursos. Trabajo con este software más que nada la parte analítica de funciones. En estos temas se visualiza fácilmente el comportamiento de las mismas, sus parámetros y los alumnos logran deducciones y conclusiones con mayor autonomía. Últimamente aprovecho la posibilidad de los celulares ya que la mayoría dispone de uno y eso mepermite trabajar en la misma aula y captar mejor la atención del curso. Este software es muy intuitivo y fácil de utilizar. Considero que con GeoGebra se pueden trabajar muchos temas aunque siempre hay alguno con el que uno se siente más cómodo y seguro.

Sería mucho más aprovechable si disponiéramos de más tiempo los docentes para la planificaciónde nuestras clases.

3) En mi formación inicial no tuve acceso a este tipo de software. Aprendí a usarlo en un curso que realice y también con ayuda de videos tutoriales.

4) Contestado anteriormente

5) No se me han presentado grandes dificultades. Salvo que algún alumno no lo tenga descargado.

6) No han tenido dificultades. Si alguna herramienta no les es visible, me consultan e inmediatamente continúan con la actividad.

7) Pensando en el objetivo de la incorporación de GeoGebra es como planifico mis clases. La idea no es solo incorporar tecnología, sino que lo que los alumnos visualizan, interpretan y aprenden con él, les resulte más complejo sin este recurso.

La idea es que, a través de las representaciones por ejemplo, puedan anticipar resultados y



elaborar conclusiones.

8) En general se observa el manejo del recurso, la predisposición y el trabajo autónomo. Además los trabajos se entregan con captura de pantalla de las imágenes y representaciones realizadas y con conclusiones escritas. Esto permite evaluar también la redacción, el dominio del lenguaje matemático.

#### **D4:**

J: 1. Formación: ¿Cuál es tu título? ¿Cuándo te recibiste? ¿Cuándo empezaste a trabajar? ¿Cuántos años de trabajo llevas? ¿Desde cuándo estas en el curso que estoy observando?

M: Tengo dos, me recibí de Profesora de Matemática y Licenciada en Matemática. En el de Licenciada me recibí en el 93 y de profesora en el 95. Empecé a trabajar, no sé exacto el año, ¿hace 26? Que empecé a trabajar en Provincia, 21 acá. No, mentira, 22 acá.

Más de diez debe hacer que estoy en el curso,

J: ¿Más de 10 años?

M: Sí, estamos hablando del 4to A, que en otro momento se llamó 1º Polimodal. En esa época ya tenía yo ese curso.

J: ¿Utilizas el software GeoGebra en tus clases?

M: En general sí,

a. Si es así:

i. ¿En qué temas?

M: Lo uso en función lineal y función cuadrática.

ii. ¿Por qué en esos temas?

M: Yo el que te ofrecí a vos, que es función lineal, porque es el primero en el que lo vamos a abordar. Porque donde más se presta para trabajar el GeoGebra es en funciones.

iii. ¿En qué cursos?

M: En 4to, y en la medida en que se pueda lo implemento también en 3ero y 6to. Por ahí si se puede algo en 6to, si? No es que solo lo doy en 4to. Cuarto porque es el primero del año en que lo doy.

J: ¿Y en 3ro y 6to en qué temas?

M: Siempre funciones.

iv. ¿Por qué en esos cursos?

v. ¿En qué dispositivos los utilizas?

M: En el celular.

vi. ¿Cuáles son los motivos por los que trabajas con este software?

M: Porque es fácil de acceder, en un momento era, ahora últimamente, el año pasado por ejemplo, en 6to les dejé usar también el Mathematics en vez del GeoGebra. Porque lo tenían en los celulares. GeoGebra lo usábamos más si lo tenían en las computadoritas. Creo que desde el año pasado o desde el anteaño los chicos tienen una versión en el celular del GeoGebra, que es muy ágil. Antes era más difícil descargarlo a los celulares entonces ahora lo pueden usar acá.

J: Consideras que hay temas que permiten una mejor implementación del programa? Si es así, ¿En cuáles? ¿Por qué?

M: Yo creo que sí, todo lo que sea funciones como por ejemplo para poder visualizarlo, más que nada.

b. Si no es así, ¿cuáles son los motivos?

3. En tu formación inicial, ¿tuviste alguna materia en la que te enseñaron a trabajar con GeoGebra?

a. Si la respuesta es afirmativa:

- i. ¿En qué materia?
- ii. ¿Cómo lo trabajaron?
- iii. ¿Sobre qué temas?

b. Si la respuesta es negativa:

- i. ¿Cómo aprendiste a usar este software?
- ii. ¿Realizaste alguna capacitación o curso de GeoGebra?

M: No, no. Era todo con ábaco en aquella época (risas). No, lo que sí después hice cursos en GeoGebra, en la formación inicial no, pero si después cursitos.

En realidad primero nos metimos con Marcela, la chica que es coordinadora, empezamos a toquetear, a meternos. Y después me acuerdo Edgardo Withcazor fue uno de los primeros que empezó a trabajar con GeoGebra.

J: ¿Cómo se escribe? ¿Ese profesor da capacitaciones?

M: Edgardo Withcazor. No, este señor es un doctor en Matemática que, una eminencia este tipo, bárbaro era, así muy didáctico, muy claro, él se dedicaba a investigar y era muy reconocido a nivel internacional.

J: ¿Y vos te acercaste para que te ayude con el programa?

M: Nosotros con él trabajamos, con él empezamos a hacer pequeñas ponencias, en una época cuando recién me recibí empecé a trabajar con él, yo, otra chica que se llama Fernanda Lucente, no sé si la ubicas.

J: No.

M: Trabaja acá también. Fernanda y otra chica que ya no está más en Bahía, con Rosana. Las tres trabajábamos con este señor, hicimos publicaciones y él era muy interesante, muy interesado en todo lo que andaba dando vuelta por ahí. Era un señor super preocupado por la educación y me acuerdo fue uno de los primeros que empezó con esto del GeoGebra, pero te estoy hablando hace mil años, supongo que vive pero debe estar jubilado hace muchísimos años. Era grande cuando yo trabajé con él hace como, más de 20 años. Y GeoGebra, después dió cursos él también de GeoGebra, pero te hablo hace 15 años capaz o 12. Hace bastante que él ya estaba preocupado por GeoGebra.

J: En tu opinión, ¿cuál es la potencialidad del programa? ¿Cuál es la utilidad del software?

M: Yo creo que lo sencillo de usar que es, lo sencillo que es ingresar la función, es muy ágil para los alumnos. A ver, nosotros por ahí o en otra época usábamos creo que era Matlab o no, el Mathematica, con h en el medio, era re difícil entrar, muy complejo, tenías que poner: “dos puntos igual”, osea era muy, para escribir una funcioncita de nada era, daba mucho laburo, había que ingresar, entonces, para los alumnos eso le complicaba un montón y que sé yo, escribir una matriz era, nada como tres renglones, era muy feo, no era ágil. En cambio GeoGebra, ingresas las cosas bastante sencillas.

7. ¿De qué manera planificas tus clases incorporando la tecnología como GeoGebra?

M: A ver, como se puede (risas) re pobre la respuesta. En realidad yo siempre le digo a los chicos el GeoGebra es como fue la calculadora en un momento, que nosotros decíamos bueno, fue discutido, si la calculadora sí o la calculadora no, GeoGebra lo mismo. Ellos lo tienen que poder resolver y hacer a lápiz y papel, el GeoGebra les va a, digamos facilitar las cosas, pero no es que les resuelve por sí solo el programa, eso no da garantía de que lo voy a aprender o a saber. Es como antes si tener la calculadora, acá es buenísimo tener un programita que .. A ver, yo hoy les enseñaba a las chicas con la calculadora a sacar, ponele Bhaskara y lo descubrieron. Lo tenían desde siempre en sus calculadoras y no se lo habían enseñado. Con el GeoGebra pasa lo mismo ellos encuentran una parábola o ya lo saben, tiene que ser un auxilio.

J: ¿Osea vos das primero el tema, la teoría y después el programa?

M: Mm no, cuadrática por ejemplo, yo hago, los chicos dibujábamos alguna parábola ya en tercero ellos traen, los que están en 4to hoy, de tercero ya saben lo básico de parábola. Entonces por ejemplo, acá lo que ellos utilizan con el GeoGebra, es que dibujen  $x^2$ ,  $3x^2$ . A ver cómo se cierran las hojas, cómo se abren y eso lo pueden visualizar. Porque antes lo hacíamos con muchos colores, ahora lo hacen rapidito con el GeoGebra y pueden verlo. Tenés en la hoja, que yo los hago dibujar a lápiz y papel, ellos tienen que saber sí o sí dibujarlo, la

computadora se los hace más rápido, nada más pero ellos lo tienen que poder. Por ahí para deducir esas cositas me sirven. Pero eso no quita que ellos lo tengan que saber en lápiz y papel. No se, cuándo una función lineal crece o cuando decrece, dibujan varias que sean crecientes, varias decrecientes y de ahí deducen qué pasa con los coeficientes en relación con el crecimiento o con el decrecimiento. Ese tipo de cosas es lo que les hago por ahí trabajar. Es lo que se hacía antes con un montón de funciones que deduzcan ese tipo de cositas.

J: 8. ¿Cuáles son los criterios de evaluación en las actividades donde utilizas GeoGebra?

M: No, no les evalúo el uso del programa. sino que es una herramienta. A ver, sí evalúo el trabajo que hacen en clase, uno mira, a ver como trabajan, si se preocupan, si lo hacen. En general los chicos se enganchan, en esta escuela des lo que des es raro que te digan: “no lo hago”. Si lo están haciendo con la computadora están todos, o con el celular están todos, no hay dificultades con eso. Entonces uno lo que mira es que estén haciendo el trabajo, que puedan sacar unas conclusiones pero no es que les tomo prueba donde tengan que usar el GeoGebra.

J: 9. ¿Qué otras tecnologías incluís en tus clases?

M: Y por ahí el Mathematics, por ejemplo el otro día lo usaron para, puntualmente ahora, esta semana, factorizar números. Se les hacía bollo, y yo le insistía: “lo saben hacer”, el mathematics simplemente puedo (...) Me pasó con los iPhones que no tienen el Mathematics, no lo pueden descargar o no está gratuito me parece, ellos me dijeron: “ah tenemos este otro”, así que usaban otro. Pero bueno, todo lo que se usa es como para aligerar. Los chicos usan más celulares, bueno ahora no tienen más las netbooks, entonces los celulares. Celulares para todo usan, bah y yo los dejo que lo usen, no tengo problema. Por ejemplo, en lo que es evaluaciones no se los dejo que lo tengan, en lo que es evaluación tradicional ni siquiera para ver el reloj los dejo. Solos tienen que saber hacer. ¿Pero por qué? Porque usan el, ah otra cosa que les dejo usar, el que saca las fotos, el Photomath porque ahí, yo tengo algunas donde en el programa no está bien.

J: ¿No está bien resuelto?

M: No, está con errores y ellos lo saben resolver. ¿Sabes dónde pasa? En esas ecuaciones donde tienen muchos valores absolutos en un mismo renglón, el Photomath les dice: “lo lamentamos, no se puede resolver”. Después de 56 pasos, sin embargo ellos en 5 o 6 pasos lo resuelven o 10 pasos creo. Pero bueno, me sirven que lo usen para eso, Photomath yo también se los dejo usar y cuando se los dejás, porque a ver, el riesgo con el Photomath es que encima como les muestra paso por paso.

J: Claro paso por paso, el procedimiento.

M: Claro, no tiene sentido que me entreguen un práctico si lo van a hacer con eso. En sí los chicos, es más por ahí me dicen: “ah lo hice con el Photomath pero este paso no lo entendí”. Entonces está bárbaro que ellos puedan recorrer eso, todo lo que sea tecnología hay que dejárselo usar, hay que permitirselo y enseñárselo a usar. Que ellos entiendan que no lo tiene que resolver esto, esto lo tengo que resolver yo, y esto hacérmelo más rápido. Que sea una herramienta más.