UNIVERSIDAD NACIONAL DEL SUR

TESIS DE MAGISTER EN CONTROL DE SISTEMAS

Aplicación de técnicas de control y procesamiento de señales
en amplificadores de audio de alta eficiencia y baja distorsión

Fernando Chierchie

BAHIA BLANCA ARGENTINA

2011

Prefacio

Esta Tesis se presenta como parte de los requisitos para optar al grado Académico de Magister en Control de Sistemas, de la Universidad Nacional del Sur y no ha sido presentada previamente para la obtención de otro título en esta Universidad u otra. La misma contiene los resultados obtenidos en investigaciones llevadas a cabo en el Instituto de Investigaciones en Ingeniería Eléctrica Alfredo Desages (UNS-CONICET), durante el período comprendido entre el 17 de noviembre de 2009 y el 21 de febrero de 2011, bajo la dirección del Ing. Eduardo Paolini, Profesor Adjunto del Departamento de Ingeniería Eléctrica y de computadoras, Área 1, Campos y Circuitos, Procesamiento Digital de Señales.

Fernando Chierchie
Bahía Blanca, 2011.

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL SUR
Secretaría General de Posgrado y Educación Continua

La presente tesis ha sido aprobada el ....../....../......, mereciendo la calificación de ....(...........................)

Resumen

En esta Tesis se estudian las etapas que componen un amplificador de audio conmutado o clase D. El enfoque abarca desde el acondicionamiento y procesamiento digital de la señal hasta el transductor pasando por la etapa de potencia. La investigación se centra en el análisis y/o compensación de la distorsión generada en las diferentes etapas que atraviesa la señal.

El desarrollo es teórico-práctico. Varios esquemas de modulación por ancho de pulso son estudiados en el dominio frecuencial. Se analiza además el efecto de los tiempos muertos necesarios entre el encendido y el apagado de los semiconductores de potencia en el contenido espectral de la señal. Se muestra que establecen un límite en la distorsión que no puede reducirse incrementando la frecuencia de la portadora, o cambiando la técnica de modulación.

Se estudian e implementan una serie de algoritmos de procesamiento digital de señales para la reducción de la distorsión generada por la modulación y por la etapa digital debido a la utilización de un procesador de punto fijo. Se ensayan técnicas de sobremuestreo, decimación, interpolación, moldeo del ruido de cuantización y esquemas de modulación digital por ancho de pulso, y se reportan resultados experimentales medidos con un analizador dinámico de espectros.

Estas herramientas se aplican en el diseño de un amplificador conmutado a lazo cerrado que mantenga una presión acústica constante en un determinado rango de frecuencias. Se discuten distintos modelos del parlante que vinculan las variables acústicas con las eléctricas, y se diseña el lazo de realimentación lineal discreto tomando como variable de salida la aceleración del cono del parlante.

Abstract

In this thesis a study of the stages comprising a class D or switching amplifier is made. The approach ranges from the signal conditioning and digital signal processing stages up to the transducer, also covering the power stage. The research focuses on the analysis and compensation of the distortion generated in the different stages through which the signal passes.

The development is theoretical/practical. Various pulse width modulation (PWM) schemes are studied in the frequency domain. The effects on the spectral content of the PWM signal with dead times, necessary between the on and off states of the power semiconductor devices, are analysed. A bound in the total harmonic distortion, that cannot be reduced by increasing the carrier frequency or changing the modulation technique, is shown.

Some digital signal processing algorithms for the reduction of distortion, generated by the modulation and the digital stage due to the use of a fixed point processor, are studied. Oversampling, decimation, interpolation, cuantization noise shaping and digital pulse width modulation schemes are investigated and experimental results obtained with a dynamic signal analizer are reported.

These tools are applied to the design of a closed loop switching amplifier that holds the acoustic pressure constant in a determined frequency range. Different models of the loudspeaker which link the electric and acoustic variables are discussed. Finally a linear, digital control, feedback loop that uses the acceleration of the speaker cone as ouput is designed.

Índice general

Índice de figuras

Índice de tablas

1

Introducción

A lo largo de la historia, muchos de los avances de la electrónica resultaron de soluciones a problemas en amplificadores [1]. Los orígenes se remontan a 1906, cuando Lee DeForest [2] agregó una grilla de control al diodo de vacío de Fleming [3] y creó el primer amplificador electrónico: el “Audion”. El primer amplificador de audio comercial data de 1912, estaba compuesto por tres “Audiones” en cascada, y tenía una ganancia de unos 40 dB. La mayoría de estos primeros equipos estaban diseñados como soporte del entonces novísimo campo de la telefonía. Para solucionar problemas de estabilidad en los repetidores telefónicos, Harold Black ideó el principio de realimentación negativa alrededor de 1927. La idea de conseguir estabilidad *reduciendo* la ganancia era entonces tan extraña (y posiblemente, las ideas de Black tan confusas) que la patente le fue concedida recién nueve años más tarde [4, 5]. La correcta interpretación del fenómeno por Harry Nyquist en 1932 no sólo despejó todas las dudas, sino que sentó las bases para el desarrollo del control realimentado como una especialidad en sí misma. A pesar de estos avances teóricos, las ideas de realimentación recién se aplicaron comercialmente en 1947 en el circuito amplificador de 15 W de potencia ideado por Williamson [6]. Este diseño era capaz de mantener una distorsión armónica por debajo del 0,1 % a máxima potencia de salida.

Las primeras topologías de amplificación operaban en Clase A, en la cual la corriente de polarización es mayor o igual a la corriente de pico de la carga, asegurando la conducción del dispositivo amplificador durante todo el ciclo de la señal. Por ello, sólo alcanzan una eficiencia teórica máxima del 25 % [7]. Pese a su bajo rendimiento, son altamente lineales por lo que aún hoy en día son utilizados en aplicaciones críticas.

Para incrementar la potencia de salida, las primeras soluciones consistían en colocar varios dispositivos en paralelo, hasta que alrededor del año 1920 surge la idea de los amplificadores "push-pull" en donde dos dispositivos trabajan en forma complementaria, conduciendo en cada semiciclo de la señal. Aparecen así en 1931 los amplificadores Clase B [8], cuyo rendimiento de potencia alcanza el 78,5 %.

El principal inconveniente de esta topología es que la conmutación entre un dispositivo y otro, sólo ocurre cuando la señal de excitación supera un determinado umbral, y por lo tanto durante un intervalo de tiempo ninguno de los dos dispositivos conduce causando la denominada "distorsión de cruce por cero". Los amplificadores Clase AB buscan disminuir este efecto aplicando una pequeña corriente de polarización, mucho menor que en el caso de los amplificadores Clase A, lo que disminuye ligeramente la eficiencia. Por sus buenas cualidades de rendimiento y linealidad, estos amplificadores se convirtieron en la norma para amplificadores de audio de potencia.

Todos estos desarrollos, originados en la época de las válvulas electrónicas, se adaptaron cuando hicieron su aparición los primeros transistores, alrededor de 1970. Los circuitos se modificaron de acuerdo a los requerimientos de los nuevos componentes, por ejemplo eliminando los transformadores de salida [9], lo que estableció el piso de distorsión en alrededor del 0,05 % pero los principios de operación permanecieron más o menos inalterados durante cierto tiempo.

La necesidad de bajar aún más el nivel de distorsión, o de incrementar el rendimiento, dio lugar a la aparición de otras topologías como las Clase G o Clase H en donde la tensión de la fuente de alimentación varía entre algunos niveles discretos (generalmente 2 o 3) o en forma continua, respectivamente, siguiendo la amplitud de la señal de entrada. De esta manera se reduce el consumo de potencia debido a la alta relación entre el valor pico y el valor medio de las señales de audio típicas. Sin embargo, como los dispositivos electrónicos siguen trabajando en la zona de operación lineal, el aumento del rendimiento es limitado.

Un principio de operación totalmente distinto es el utilizado en los amplificadores Clase D. En este caso, los dispositivos electrónicos actúan como llaves conectando la carga alternadamente a cada extremo de la fuente de alimentación [10], a una frecuencia mucho mayor que la máxima frecuencia de interés. Un circuito pasabajos LC se encarga de remover las frecuencias no deseadas, y promediar la rápida variación de la señal conmutada para extraer la información de audio. De esta manera se pueden alcanzar eficiencias cercanas al 100 %. Aunque los primeros diseños datan de alrededor de 1950, esta topología se popularizó con la aparición de semiconductores de potencia veloces y con bajas resistencias de encendido, como los transistores MOS de potencia. Según el IEEE, son una de las 11 tecnologías de la década [11], y uno los 25 microchips más importantes de la historia es un amplificador clase D (Tripath Technology TA2020) [12].

Sus circuitos son más complicados que los de Clase A, B o AB porque deben incluir un modulador que convierta la señal de entrada en una señal binaria que controle las llaves, y un demodulador que permita recuperar la información de audio. Además presentan problemas de linealidad debido a los moduladores, y tienen mayor distorsión, porque aparece contenido armónico no deseado tanto en alta frecuencia como dentro de la banda de interés. En un principio, las principales aplicaciones eran aquellas en las que la calidad de audio no era determinante (amplificadores de muy baja frecuencia y alta potencia para subwoofers), pero en los últimos años el interés por dispositivos muy eficientes ha intensificado la búsqueda de nuevos algoritmos de modulación que permitan mantener altos niveles de eficiencia con la menor distorsión posible de la señal demodulada. Estas nuevas técnicas de modulación, junto con la alta eficiencia (en la práctica superior al 90 %) hace que los amplificadores Clase D sean muy interesantes para un sinnúmero de aplicaciones, en rangos de potencia que van desde unos pocos miliwatts a centenas o miles de watts.

En el extremo inferior del rango se pueden citar aplicaciones médicas tales como audífonos [13, 14], donde el alto rendimiento garantiza una prolongada duración de las baterías. En niveles de potencia intermedia, las principales aplicaciones se encuentran en amplificadores de audio para dispositivos portátiles, de telefonía móvil, computadoras, etc. y cualquier otro dispositivo en los que la vida útil de la batería es un factor clave. Sin embargo, también se utilizan en amplificadores hogareños ("home theatre") y para el automóvil, donde la eficiencia no es un factor decisivo, ya que su bajo consumo de potencia permite disminuir los requisitos de las fuentes de alimentación, reducir o eliminar los disipadores, y lograr dispositivos de muy pequeño tamaño. Estas consideraciones también valen para los diseños de altas y muy altas potencias, que incluyen no sólo aplicaciones de audio, sino también convertidores DC-AC para uso industrial, en los que se aplican las técnicas de modulación de baja distorsión para mejorar la calidad

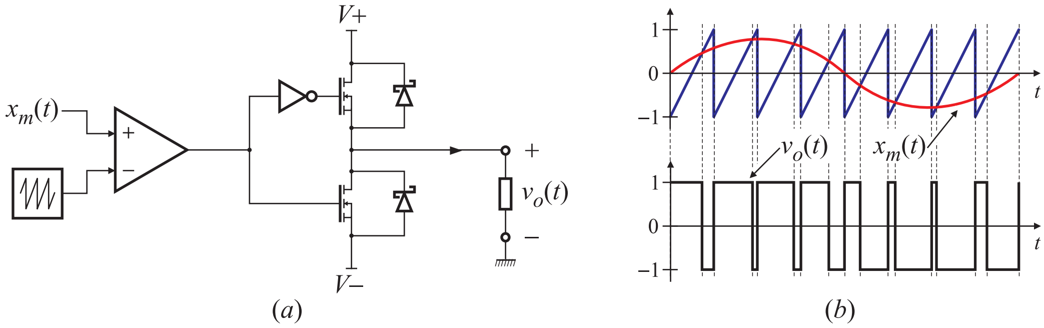


Figura 1.1: Topología básica de un Amplificador Clase D (a); Formas de ondas correspondientes para una moduladora $x_m(t)$ sinusoidal y una portadora diente de sierra (b).

de la energía y disminuir el tamaño físico de los filtros. Recientemente, esta topología también se ha propuesto para aplicaciones de radio frecuencia [15, 16].

1.1. Principios básicos

A pesar de que el concepto de amplificación Clase D utilizando técnicas de modulación por ancho de pulso (MAP) ha sido estudiado desde hace muchos años [17], sólo recientemente se dispone de los componentes electrónicos que, con un costo razonable, permiten implementar dispositivos con alto nivel de desempeño.

Los amplificadores Clase D están formados por dos etapas: una encargada de la amplificación de potencia, que comprende los semiconductores utilizados como llaves y toda la circuitería necesaria para manejarlos, y otra dedicada a la modulación que convierte una señal real $x_m(t)$ en una señal binaria apta para controlar la etapa de potencia. Una implementación básica se muestra en la Fig. 1.1(a). En este caso, el modulador está compuesto por un generador de ondas tipo diente de sierra o triangular, y un comparador. La señal a amplificar $x_m(t)$ (señal moduladora) se compara con el diente de sierra o la onda triangular obteniendo a la salida del comparador una onda cuadrada cuyo ciclo de trabajo depende de la señal $x_m(t)$, como se representa en la Fig. 1.1(b). Esta onda cuadrada de ciclo de trabajo variable es ideal para excitar la etapa de potencia formada por transistores MOS. Los pulsos son tales que su valor medio en cada período es proporcional a la amplitud de la señal. Si por ejemplo, se trata de un ciclo de trabajo del 50 % entonces el valor medio es cero lo que implica un valor nulo de la señal moduladora. Cuando el ciclo de trabajo es mayor al 50 % el

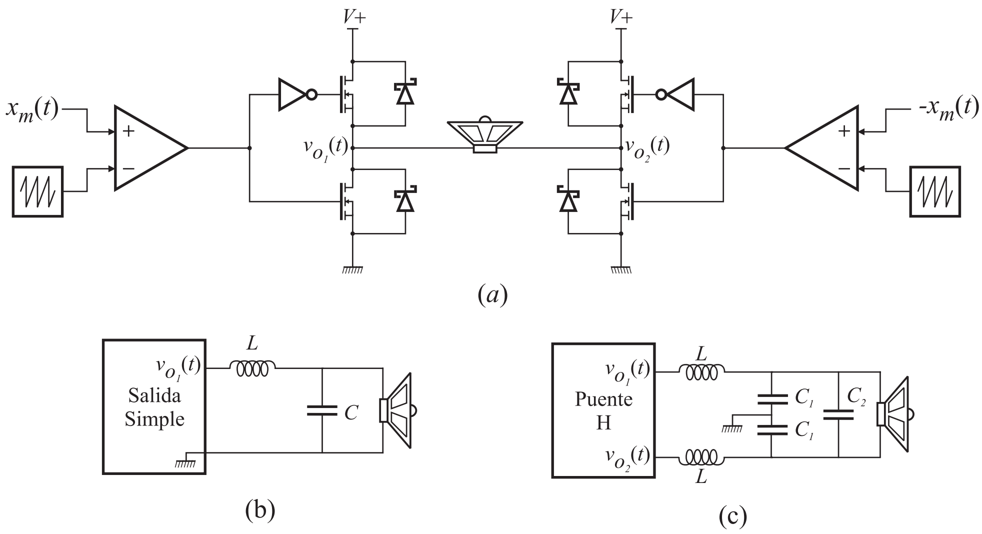


Figura 1.2: Amplificador Clase D tipo puente, se omitió el filtro de salida (a); Variantes para el filtro de salida (b)-(c).

valor medio es mayor que cero indicando un valor de señal positivo mientras que ciclos de trabajo menores al 50 % corresponden a valores negativos de la señal. Este análisis intuitivo permite observar que cuanto mayor es la frecuencia de conmutación (menor período de la portadora) mejor será la modulación dado que se tendrá un “promedio” más ajustado de la señal moduladora.

El modulador representado en la Fig. 1.1(a) es muy simple, y se puede implementar fácilmente con electrónica analógica. En los últimos tiempos, se han desarrollado diferentes tipos de moduladores que tienen mejores características frecuenciales que éste. También se han desarrollado implementaciones discretas, en las que la señal de entrada no es una señal continua en tiempo sino una versión digitalizada, y el modulador es una pieza de software que se ejecuta en un procesador dedicado (DSP o FPGA).

Con respecto a la etapa de potencia, otro esquema habitual es el circuito tipo puente o BTL (por sus siglas en inglés *bridge-tied load*, que se muestra en la Fig. 1.2(a). Si bien el número de componentes y complejidad necesarios para su implementación es mayor que la del esquema anterior, su utilización posee algunas ventajas no sólo desde el punto de vista del hardware (necesita sólo una fuente de alimentación en lugar de dos), sino también en lo referido a la modulación. Al disponer de dos pares de llaves (o “piernas”) se pueden ensayar esquemas de modulación más elaborados, que permitan eliminar algunos armónicos de la señal MAP de salida. Además, esta configuración permite duplicar la tensión sobre la carga, cuadruplicando la potencia de salida. De esta manera, se duplica la densidad de potencia por unidad de área de circuito impreso.

Otro circuito asociado generalmente a la etapa de potencia es el filtro de armónicas de salida, que se encarga de remover o atenuar las componentes frecuenciales que se encuentran fuera de la banda de interés. De acuerdo al tipo de etapa de potencia (simple o puente) los circuitos típicos son los que se muestran en las Fig. 1.2(b) y (c), respectivamente. En general, este circuito es costoso porque los inductores deben diseñarse de manera de soportar sin inconvenientes la corriente de la cargas, y los capacitores deben ser capaces de operar con corrientes pulsantes de alta frecuencia, en ambos casos con bajas pérdidas para no disminuir la eficiencia del amplificador. El filtro de salida también sirve para disminuir la interferencia electromagnética (EMI por sus siglas en ingles) generada por la conmutación de la etapa de potencia, e irradiada por los cables y la carga, que pueden actuar como antenas. La reducción de la EMI es mayor si se emplean bobinas con núcleos ferromagnéticos, pero algunos estudios indican que esto puede generar efectos audibles. Esto da como resultado una relación de compromiso entre la compatibilidad electromagnética, las pérdidas de energía y la desempeño del amplificador respecto de la distorsión [18]. Actualmente existen técnicas de reducción de EMI, que se basan en suavizar las transiciones de las señales MAP [19], a costa de desmejorar el rendimiento. En esta línea, también se están ensayando variantes que permiten eliminar el filtro de armónicas.

1.2. Amplificadores Clase D de baja distorsión

Durante cierto tiempo, las implementaciones de los amplificadores clase D no se apartaban demasiado del esquema básico de la Fig. 1.1. Sin embargo, el interés por lograr amplificadores con menores niveles de distorsión introdujo modificaciones en el diseño del modulador y de la etapa de potencia. En la actualidad, también se busca implementar de manera eficiente esquemas de realimentación que permitan reducir aún más la distorsión, y lograr que el amplificador sea robusto frente a variaciones de la tensión de alimentación, variaciones en la carga, etc. A continuación se examinan con un poco más de detalle cada una de estas alternativas.

Nuevas técnicas de modulación

En 1953, Black [17] analizó el comportamiento de un amplificador Clase D formado por componentes ideales y demostró que, bajo ciertas suposiciones, es capaz de reproducir señales sinusoidales de una única frecuencia con muy baja distorsión. Estudios recientes han extendido estos resultados para señales de ancho de banda limitado, y con derivadas acotadas, que satisfagan ciertas condiciones [20, 21]. Estos hallazgos son relevantes porque siendo el amplificador clase D de naturaleza no lineal, las características de distorsión de una señal arbitraria no pueden inferirse a partir del estudio de la distorsión de cada una de sus distintas componentes armónicas.

Bajo condiciones reales, estos resultados sólo son válidos si se emplean muy elevadas frecuencias de conmutación y modulación analógica (MAP *natural*), que disminuyen la eficiencia del amplificador en el primer caso y restringen su utilización al campo analógico en el segundo. Con el paso del tiempo, este enfoque puramente analógico dio lugar a un esquema discreto más adecuado para implementar con procesadores digitales, donde la rampa o el triángulo son reemplazados por la salida de un contador ascendente o ascendente/descendente, que cambia con una señal de reloj. Esta modalidad se conoce como MAP *uniforme*, de simple o doble rampa, respectivamente [22]. En estos esquemas la señal MAP posee aún más contenido armónico en banda base que para el caso analógico.

Una solución es cambiar la técnica de modulación, y en este sentido hay gran variedad de propuestas en la literatura [23]. Algunas son de mediana complejidad y pueden ser implementadas en línea utilizando hardware convencional. Estas se basan en que, bajo ciertas condiciones, es posible obtener una señal MAP *natural* (MAPN) a partir de la MAP *uniforme* (MAPU). Desde hace tiempo [24], se ha tratado de obtener desempeños similares a los de la MAP *natural* utilizando MAP *uniforme*. Las soluciones propuestas utilizan interpolación lineal [25] y lineal ponderada [26]. También se han aplicado aproximaciones de mayor orden combinados con métodos tipo Newton-Raphson [27], combinaciones de etapas de sobremuestreo con aproximaciones usando polinomios de Lagrange [28], entre otras. En línea con los desarrollos comentados en el párrafo anterior, Nguyen y Sarwate [29] proponen predistorsionar la señal moduladora, resolviendo el problema de interpolación e intersección de manera conjunta. El problema a resolver es conocido como "estimación del punto de cruce", y sigue concitando el interés de los especialistas en la actualidad [30, 31].

Existen otras alternativas de mayor complejidad basadas en que cierta clase de señales pasabanda, denominadas cero-reales por Kumaresan [32], pueden representarse unívocamente (salvo un factor de escala) por sus cruces por cero, es decir, los instantes de tiempo en los cuales cambia el signo de la señal. Un caso particular de este enfoque es la modulación “click” [33, 34], derivada de la teoría de los ceros de funciones enteras [35]. Esta técnica evita distorsión en banda base, y el diseñador puede especificar una banda de guarda libre de productos de intermodulación, desplazando el ruido a un rango de frecuencias por encima de la banda de interés. Si bien es necesario conocer con gran precisión los instantes en que se producen los cambios de signo de una señal auxiliar [36, 37, 38], la frecuencia de conmutación de las llaves es notablemente menor que la necesaria para una señal MAP *uniforme* o *natural* con el mismo grado de distorsión. Debido a la complejidad de la modulación click, su implementación en línea es altamente compleja.

Efectos de implementación en procesadores de punto fijo

En el caso de las implementaciones discretas discutidas más arriba, es de interés analizar la influencia que la representación de las variables con aritmética de punto fijo ejerce sobre los espectros de la señal de salida. En principio, deben tenerse en cuenta los efectos de la cuantización de las señales debido a los conversores A/D. Pero además, debe tenerse presente que, por cuestiones de costo, muchos de estos algoritmos será implementados en procesadores de punto fijo, y en este caso, tanto la cuantización de los coeficientes de los filtros, como los resultados de las operaciones (sumas y productos) con aritmética de precisión finita influyen, en general de manera desfavorable, en su desempeño. Además, también quedan cuantizados los ciclos de trabajo de la señal MAP con una resolución que depende de la relación entre la frecuencia de la señal portadora y la frecuencia de reloj del microprocesador. La distorsión originada por el efecto conjunto de estos fenómenos puede ser superior a la causada por la modulación, y enmascarar las mejoras que se obtendrían con algoritmos de modulación más avanzados. En esta dirección la combinación de algoritmos de sobremuestreo, decimación, interpolación y moldeo del ruido [39, 40, 41, 42] permiten reducir los efectos de la cuantización.

Etapa de potencia

Debido al comportamiento dinámico de los semiconductores utilizados como llaves en la etapa de potencia, existen desviaciones de los tiempos de conmutación respecto del caso ideal. Los tiempos de apagado y de encendidos no nulos de las llaves, resultantes de la carga y descarga del capacitor de entrada del transistor, pueden generar un cortocircuito en la fuente de alimentación si no se adicionan tiempos muertos. Esto ocasiona diferencias entre la ocurrencia de los flancos ascendentes y descendentes en la señal de salida de la etapa de modulación y la señal obtenida en la etapa de potencia en bornes del filtro y la carga [43, 44]. La cuantificación analítica del efecto de los tiempos muertos en el desempeño del amplificador no es sencilla. Resultados analíticos previos en el dominio frecuencial [45] se basan en la doble serie de Fourier y por lo tanto son válidos para una señal moduladora sinusoidal. En esta Tesis se analiza el efecto del tiempo muerto en el espectro de señales MAP para entradas multitonales. Nuevamente, el efecto del tiempo muerto puede ser tan importante que anule las ventajas que resultan de aplicar técnicas de modulación más avanzadas.

Realimentación

Algunos de los problemas citados en las secciones anteriores se han tratado de resolver aplicando un lazo de realimentación global (desde la salida hacia la entrada del amplificador). Sin embargo, hasta el momento no se dispone de una solución apropiada, debido a la naturaleza de las señales que intervienen. Si la señal a realimentar se toma antes del filtro de salida, se tiene una onda cuadrada con ciclo de trabajo variable que no es apropiada para ser comparada con la referencia. Si la señal se toma en cambio en bornes de la carga, se está incluyendo en el lazo de control el desfasaje causado por el filtro, lo que puede dar lugar a inestabilidades. En la literatura se han propuesto varias alternativas y soluciones [46]; sin embargo ninguna de las soluciones es completamente satisfactoria, y este es en la actualidad un tema de interés permanente [47].

Por otra parte, en la búsqueda de la máxima calidad de audio, uno de los eslabones generalmente dejados de lado es el sistema electroacústico encargado de reproducir el sonido. Frecuentemente es el causante del mayor nivel de distorsión armónica en toda la cadena de audio [48]. Las señales de gran amplitud ocasionan efectos no lineales en la estructura del motor formado por la bobina móvil y el imán permanente, y también

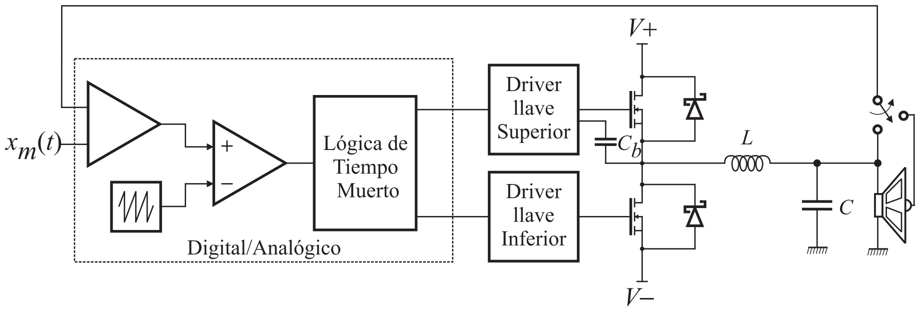


Figura 1.3: Esquema más detallado del amplificador clase D con realimentación.

errores de desplazamientos debidos a la fricción y a la constante elástica del mecanismo de suspensión. Ambos efectos pueden reducirse aplicando un lazo de realimentación local que mida la posición del cono [49]. Se han propuesto varias soluciones a este problema, utilizando medición óptica [50] o estimadores de estado [51], que evitan el empleo de sensores costosos (interferómetros láser, etc.). Algunos transductores cuentan con un doble bobinado que permiten determinar la posición eléctricamente. Sin embargo, para lograr una compensación adecuada es esencial un buen conocimiento de los parámetros del parlante [52, 53]. Algunos modelos no lineales simples [54], junto con filtrado adaptivo permiten mejorar el desempeño a costa de una implementación más compleja [55, 56]. El desarrollo de mejores modelos permite asociar ciertos parámetros de distorsión a determinado tipo de no linealidades [57]. La medición de la velocidad del desplazamiento del cono permite no sólo compensar la respuesta, sino enfatizar algún rango de frecuencias o ecualizar la respuesta de la sala de audición. Esto requiere establecer un lazo de control que incluya toda la cadena de audio (el amplificador, el transductor, la caja acústica y el ambiente) de manera que la estabilidad del sistema pueda determinarse con precisión [58].

La Fig. 1.3 muestra un esquema detallado del amplificador realimentado incluyendo las etapas de modulación, la lógica para la generación de los tiempos muertos y los excitadores encargados de producir el apagado y encendido de los transistores. Además se muestra un posible esquema de realimentación del amplificador. La llave selectora muestra las dos alternativas discutidas más arriba para tomar la señal de sensado, que puede ser la tensión de salida o alguna variable mecánica sobre el parlante.

1.3. Organización de la Tesis

En esta tesis se tratan algunos métodos para obtener amplificadores Clase D que tengan un bajo nivel de distorsión, y para tal fin se ensayan algunos de los métodos comentados más arriba.

En el Capítulo 2 se desarrolla el espectro en frecuencia de señales moduladas por ancho de pulso (MAP) para señales de banda limitada. La presentación sigue los lineamientos de [21, 59], que es más general que el método basado en la doble serie de Fourier propuesto por [17], y es la base de los resultados desarrollados en los capítulos 3 y 4.

El desarrollo del modulador discreto se trata en el Capítulo 3. En este capítulo no sólo se estudian distintos tipos de moduladores, sino que también se investigan los efectos de la longitud finita de palabra en la conversión A/D, algoritmos de procesamiento de señales intermedios y la conversión de la señal digital a una señal MAP. Se introducen las ideas de interpolación, moldeo del ruido y modulación digital por ancho de pulsos, y su desempeño se analiza no sólo desde el punto de vista teórico sino también desde el punto de vista experimental. Se ensayan diez variantes de algoritmos teniendo en cuenta el esfuerzo computacional y la distorsión armónica total más ruido producida por los mismos. El análisis empírico permite establecer bajo determinadas condiciones cuáles de los esquemas de modulación y reducción del ruido y la distorsión son más convenientes en cada circunstancia.

En el Capítulo 4 se estudian los efectos del tiempo muerto en la distorsión de la señal MAP. El enfoque se desarrolla en el dominio frecuencial y es similar al seguido en el Capítulo 2, obteniéndose el espectro analítico de señales multitonales moduladas por ancho de pulso y con tiempo muerto. Este análisis estaba limitado solamente para el caso de señales monotonales en la literatura disponible [45], mientras que los resultados presentados aquí son válidos para señales multitonales [60, 61].

Con el fin de implementar un lazo de control que incluya el parlante, se estudia en el Capítulo 5 el modelo de un altavoz para bajas frecuencias. Se repasa el modelo clásico, incluyendo el modelado de un sistema con un doble bobinado de excitación. Se modela también el efecto seminductivo, que altera forma de la curva de impedancia en función de la frecuencia. Este efecto también se tiene en cuenta en el acoplamiento mutuo de los dos bobinados de excitación [62]. Para el rango de medias a altas frecuencias, también se identifica un modelo tipo caja negra. Los modelos involucran no sólo las relaciones entre las variables eléctricas, sino también relaciones entre éstas y variables mecánicas como la aceleración del altavoz.

Finalmente, en el Capítulo 6 se presenta el diseño de una realimentación global, desde las variables mecánicas del parlante, utilizando un acelerómetro integrado [63]. Para el diseño del control se utiliza el modelo obtenido en el capítulo anterior, y los controladores diseñados se implementan digitalmente utilizando los algoritmos descriptos en el Capítulo 3. Se incluyen resultados de simulación y experimentales obtenidos al implementar el sistema sobre un procesador digital de señales de punto fijo.

Algunos aspectos referidos a la representación numérica en un DSP de punto fijo se tratan en el Apéndice **A**, incluyendo algunas cuestiones que debieron tenerse en cuenta para la implementación de la etapa digital descripta en el Capítulo 3 y de los controladores discretos diseñados en el Capítulo 6.

2

Espectro en frecuencia de señales moduladas por ancho de pulso

...Mathematics compares the most diverse phenomena and discovers the secret analogies that unite them...[1]

2.1. Introducción

El análisis espectral de las señales moduladas por ancho de pulso (MAP) tiene sus orígenes en los resultados presentados por Black [17] en 1953 basados en la doble serie de Fourier [22]. Este análisis es únicamente válido para una señal moduladora sinusoidal monotonal. También se han hecho extensiones para señales de dos tonos, pero el desarrollo se vuelve complicado y tedioso. Además debido a la naturaleza no lineal de la MAP, no es posible extender directamente los resultados obtenidos para señales mono tonales a señales arbitrarias más complejas, acotadas y de banda limitada. Este capítulo resume los resultados presentados en 2002/2003 por Song y Sarwate [21, 59] para la obtención del espectro en frecuencia de señales acotadas y de banda limitada moduladas por ancho de pulso. La importancia de los mismos radica en que no existen resultados previos sobre un análisis completo de la salida de un modulador por ancho de pulso para señales arbitrarias de banda limitada (un ejemplo de estas son las señales de audio). El desarrollo presentado a continuación sigue los lineamientos del trabajo presentado por

[1] Jean Baptiste Joseph Fourier; físico y matemático francés reconocido por iniciar la investigación de las series de Fourier y su aplicaciones al flujo de calor.

estos autores, y se incluyen ademas aportes gráficos o de detalles en los desarrollos que buscan aclarar los pasos matemáticos involucrados. Los resultados serán posteriormente utilizados en el Capítulo 3 donde se describen distintos métodos de implementación de la MAP, y se presentan y detallan una serie de algoritmos de compensación. En el Capítulo 4 estos resultados son extendidos considerando los tiempos muertos, necesarios debido a los tiempos finitos de encendido y apagado de los semiconductores de potencia.

Existen diferentes tipos de MAP: de flanco ascendente MAPFA (en ingles "leading-edge"), de flanco descendente MAPFD (en ingles "trailing-edge"), de doble flanco MAPDF (en ingles "double-sided"), cada una de las cuales, según se explicará más adelante, puede dividirse en MAP *natural* o *uniforme*.

En este capítulo se cubrirá en detalle la obtención de las señales MAPFD, tanto el caso de modulación por ancho de pulso *uniforme* de flanco descendente (MAPUFD) como el caso de modulación por ancho de pulso *natural* de flanco descendente (MAPNFD). Luego, utilizando estos resultados, se describirán los espectros de la modulación por ancho de pulsos *uniforme* de *doble flanco* simétrica (MAPUDFS) y asimétrica (MAPUDFA). Por ultimo se analiza la MAP diferencial, en donde la señal de referencia se aplica en contrafase a dos moduladores.

Las siglas introducidas (MAP, MAPFA, MAPFD, MAPNFD, MAPUFD, MAPDF, MAPUDFS y MAPUDFA) se utilizaran cuando se mencione el proceso de modulación específico pero también para hacer referencia a la señal de salida que se obtiene como consecuencia del proceso de modulación: cuando se dice "*...la señal MAPUDFS ...*" se refiere a la salida obtenida al realizar una modulación por ancho de pulsos *uniforme* de doble flanco simétrica.

A continuación se enumeran las variables y señales utilizadas para el desarrollo.

- *Constantes y Variables*

f_c	Frecuencia de la señal portadora.
f_m	Frecuencia máxima de la señal moduladora.
T	$1/f_c$ período de la portadora.
τ_k	Ancho de pulso intervalo k-ésimo.
$\tau_{k,N}$	Ancho de pulso intervalo k-ésimo con modulación *natural*.
$\tau_{k,U}$	Ancho de pulso intervalo k-ésimo con modulación *uniforme*.
t_k	$kT + \tau_k$ intervalo k-ésimo.

$\hat{t}$	Solución a la *ecuación de cruce generalizada*

- *Señales temporales*

$x_m(t)$	Señal moduladora.
$\hat{x}_m(t)$	Forma distorsionada de $x_m(t)$.
$p_c(t)$	Parte independiente de $x_m(t)$ de la señal MAP.
$p_s(t)$	Parte dependiente de $x_m(t)$ de la señal MAP.
$v_o(t)$	Salida de la MAP.
$v_{o,U}(t)$	Salida de la MAPUFD.
$v_{o,N}(t)$	Salida de la MAPNFD.
$v_{oU,df,s}(t)$	Salida de la MAPUDFS.
$v_{oU,df,a}(t)$	Salida de la MAPUDFA.
$u(t)$	Función escalón.
$y(t)$	Distorsión en banda base de $p_s(t)$ con modulación *uniforme*.
$y_k(t)$	Bandas laterales y moduladas en fase de la portadora para MAPUFD.
$\hat{y}(t)$	Señal de banda base producida con modulación *natural*.
$\hat{y}_k(t)$	Bandas laterales, moduladas en fase de la portadora para MAPNFD.

- *Dominio frecuencia*

$X_m(f)$	Transformada de Fourier de la señal moduladora $x_m(t)$.
$\hat{X}_m(f)$	Transformada de Fourier de $\hat{x}_m(t)$ (forma distorcionada de $x_m(t)$).
$P_c(f)$	Transformada de Fourier de $p_c(t)$.
$P_s(f)$	Transformada de Fourier de $p_s(t)$.
$P_{s,U}(f)$	Transformada de Fourier de $p_s(t)$ con modulación *uniforme*.
$P_{s,N}(f)$	Transformada de Fourier de $p_s(t)$ con modulación *natural*.
$S_n(e^{j2\pi fT})$	Transformada de Fourier de tiempo discreto de $[x_m(kT)]^n$.
$S_n(f)$	Transformada de Fourier de $[x_m(t)]^n$.
$W_n(f)$	Transformada de Fourier de $[1 + x_m(t)]^n$.
$Y(f)$	Transformada de Fourier de $y(t)$.
$Y_k(f)$	Transformada de Fourier de $y_k(t)$.
$\hat{Y}(f)$	Transformada de Fourier de $\hat{y}(t)$.
$\hat{Y}_k(f)$	Transformada de Fourier de $\hat{y}_k(t)$.

2.2. MAP de flanco descendente (MAPFD)

En la modulación MAPFD el flanco positivo se produce siempre en el instante kT y la posición del flanco negativo ocurre en $kT + \tau_k$, donde τ_k es el ancho de pulso para el intervalo k-ésimo, el cual depende del resultado de la modulación.

En el caso de modulación *natural*, el flanco descendente del pulso ocurre cuando la señal moduladora alcanza la misma amplitud que la señal portadora. Esta situación se refleja en la Fig. 2.1(a) donde la letra “a” indica la intersección de la portadora y la moduladora; la señal MAPNFD resultante se muestra en la Fig. 2.1(b). En el caso de la modulación *uniforme*, el ancho de pulso es proporcional al valor que tiene la señal moduladora en el instante kT, marcado como “b” en la Fig. 2.1(a), obteniendo la señal MAPUFD representada en la Fig. 2.1(c).

El calculo de τ_k es el punto crítico en la obtención del espectro de señales MAP de banda limitada. La complejidad de su expresión varía dramáticamente dependiendo de si se trata de MAP *natural* o MAP *uniforme*. Para el último caso existe una expresión cerrada que proviene de resolver la intersección entre $x_m(kT)$ y la portadora, que es en este caso una señal tipo diente de sierra:

$$\tau_{k,U} = \tfrac{T}{2}\left[1 + x_m(kT)\right], \tag{2.1}$$

es decir, que en la modulación uniforme el ciclo de trabajo en el k-ésimo intervalo es proporcional al valor de la moduladora en el instante kT.

Por otra parte, en el caso de MAP *natural*, el ancho de pulso $\tau_{k,N}$ resulta de resolverse de la ecuación implícita

$$\begin{aligned} x_m(kT + \tau_{k,N}) &= \tfrac{2}{T}\left[(\tau_{k,N} + kT) - \left(k + \tfrac{1}{2}\right)T\right] \\ &= \tfrac{2}{T}\left(\tau_{k,N} - \tfrac{T}{2}\right) \end{aligned} \tag{2.2}$$

que surge de plantear la intersección entre la señal diente de sierra y $x_m(t)$. En este caso no es trivial encontrar una relación entre el ciclo de trabajo $\tau_{k,N}$ en el intervalo k-ésimo y el valor de la señal moduladora en el instante kT.

2.2.1. Espectro de la MAPFD

Independientemente del tipo de muestreo utilizado, una señal MAPFD puede descomponerse en la suma de dos partes: una onda cuadrada simétrica $p_c(t)$ con un ciclo

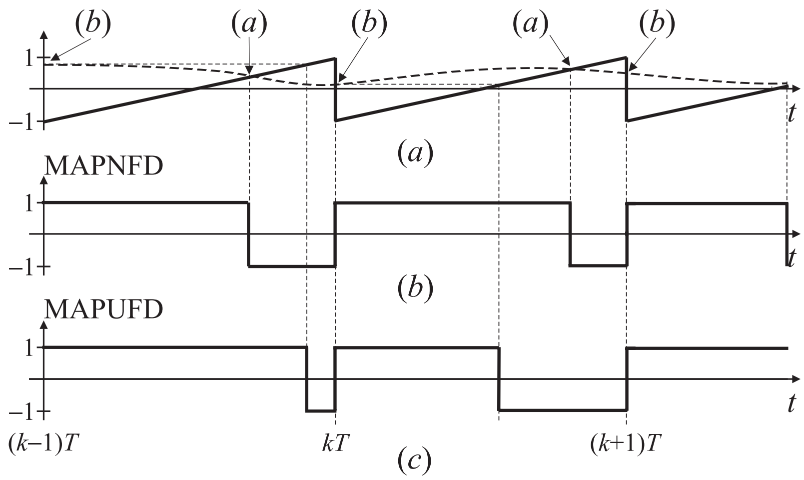


Figura 2.1: Modulación MAPFD. a) Moduladora (- -) y portadora (–); b) MAPNFD; c) MAPUFD.

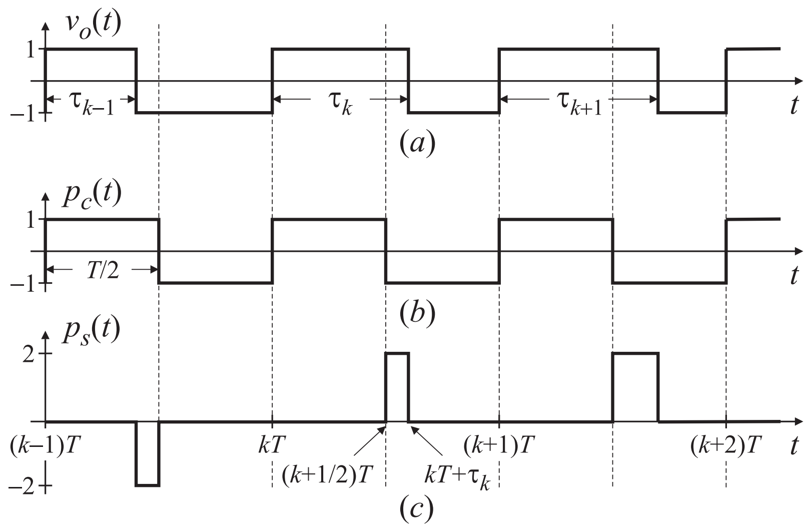


Figura 2.2: Descomposición de la señal MAPFD.

de trabajo fijo del 50 % (el subíndice c indica constante):

$$p_c(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} u(t - kT) - u\left[t - (k + 1/2)T\right], \tag{2.3}$$

y un tren de pulsos bipolar $p_s(t)$ que depende de la señal moduladora $x_m(t)$ (el subíndice s indica la dependencia con la señal moduladora):

$$p_s(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} u\left[t - (k + 1/2)T\right] - u\left[t - kT - \tau_k\right]. \tag{2.4}$$

Esta descomposición se grafica en la Fig. 2.2. La señal modulada por ancho de pulsos (MAP) $v_o(t)$ se representa en la Fig. 2.2.(a). La onda cuadrada $p_c(t)$ de ciclo de trabajo constante del 50 % se muestra en la Fig. 2.2.(b), y la señal $p_s(t)$ dependiente de la señal moduladora en la Fig. 2.2.(c). La suma de $p_c(t)$ [Fig. 2.2.(b)] y $p_s(t)$ [Fig. 2.2.(c)] resulta en la señal MAP $v_o(t)$ [Fig. 2.2.(a)]. La señal MAPFD puede entonces expresarse como

$$v_o(t) = p_c(t) + p_s(t) \tag{2.5}$$

en donde la dependencia con la señal moduladora y con el tipo de modulación (*uniforme* o *natural*), queda expresada únicamente en el ancho de pulso τ_k en la señal $p_s(t)$.

De esta manera, el espectro de la señal MAP $v_o(t)$ puede calcularse en base a los espectros de $p_c(t)$ y $p_s(t)$, esto es

$$V_o(f) = P_c(f) + P_s(f), \tag{2.6}$$

donde $V_o(f)$, $P_c(f)$ y $P_s(f)$ son los espectros de $v_o(t)$, $p_c(t)$ y $p_s(t)$ respectivamente.

El espectro de $p_c(t)$ puede calcularse de la siguiente manera. El flanco ascendente de $p_c(t)$ ocurre en $t = kT$ y el flanco descendente en $t = (k + 1/2)T$, por lo tanto se trata de una onda cuadrada con valor medio cero y de la misma frecuencia que la portadora cuya serie de Fourier es bien conocida:

$$p_c(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{4}{(2k+1)\pi} \sin\left[2\pi(2k+1)f_c t\right] \tag{2.7}$$

y su transformada de Fourier puede expresarse como

$$P_c(f) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} (-j) \sin\left(\tfrac{\pi}{2}k\right) \operatorname{sinc}\left(\tfrac{k}{2}\right) \delta\left(f - \tfrac{k}{T}\right). \tag{2.8}$$

El tren de pulsos bipolares $p_s(t)$ tiene un flanco fijo en $(k+1/2)T$, pero la posición del otro flanco depende de τ_k, donde $0 < \tau_k < T$. En cualquier intervalo $[kT, (k+1)T]$, $p_s(t)$ queda descripta por un pulso de amplitud 2, negativo si $\tau_k < T/2$ y positivo si $\tau_k > T/2$. Su espectro se puede calcular directamente a partir de la Ec. 2.4 y está dado por:

$$P_s(f) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{1}{j\pi f}\left(e^{-j2\pi(k+1/2)Tf} - e^{-j2\pi(kT+\tau_k)f}\right)$$

que puede expresarse como

$$P_s(f) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} 2\left(\tau_k - \tfrac{T}{2}\right) \operatorname{sinc}\left[\left(\tau_k - \tfrac{T}{2}\right)f\right] e^{-j2\pi\left[\left(k+\frac{1}{4}\right)T+\frac{\tau_k}{2}\right]f}. \tag{2.9}$$

En consecuencia, el espectro de la señal MAP $v_o(t)$ resulta

$$\begin{aligned} V_o(f) &= P_c(f) + P_s(f) \\ &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} (-j)\sin\left(\tfrac{\pi}{2}k\right) \operatorname{sinc}\left(\tfrac{k}{2}\right) \delta\left(f - \tfrac{k}{T}\right) + \\ &\quad \sum_{k=-\infty}^{\infty} 2\left(\tau_k - \tfrac{T}{2}\right) \operatorname{sinc}\left[\left(\tau_k - \tfrac{T}{2}\right)f\right] e^{-j2\pi\left[\left(k+\frac{1}{4}\right)T+\frac{\tau_k}{2}\right]f}. \end{aligned} \tag{2.10}$$

Es importante destacar que los resultados anteriores son válidos tanto para MAP *natural* como *uniforme*. El espectro de $p_c(t)$ no cambia, pero sí el de $p_s(t)$ dado que depende de τ_k. Por esta razón, en este punto se separa el análisis para el estudio del espectro $P_s(f)$ (de la parte dependiente de la señal de $v_o(t)$) según el tipo de modulación.

2.2.1.1. MAPFD *uniforme* (MAPUFD)

La determinación del espectro $P_s(f)$ para el caso de modulación *uniforme* es más sencilla que para el caso *natural* debido a la dependencia directa de τ_k con $x_m(kT)$, dada por la Ec. 2.1. Reemplazando esta expresión en la Ec. 2.10 se obtiene

$$P_{s,U}(f) = \frac{e^{-j\pi fT}}{j\pi f} \sum_{k=-\infty}^{\infty} e^{-j2\pi fkT}\left(1 - e^{-j\pi fT x_m(kT)}\right) \tag{2.11}$$

donde el subíndice "U" indica que la modulación es de tipo *uniforme*. Utilizando la expansión en series de Taylor para la exponencial compleja

$$1 - e^{-j\pi fT x_m(kT)} = \sum_{n=1}^{\infty} -\frac{(-j\pi fT)^n}{n!}[x_m(kT)]^n$$

e intercambiando las sumatorias se obtiene

$$P_{s,U}(f) = \frac{e^{-j\pi fT}}{j\pi f} \sum_{n=1}^{\infty} - \frac{(-j\pi fT)^n}{n!} \sum_{k=-\infty}^{\infty} [x_m(kT)]^n e^{-j2\pi fkT}. \tag{2.12}$$

Recordando la definición de la transformada de Fourier de tiempo discreto (TFTD) [64]:

$$X(e^{jw}) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] e^{-j\omega},$$

es evidente que la sumatoria en k de la Ec. 2.12 es la TFTD de la sucesión discreta $[x_m(kT)]^n$ evaluada en $\omega = 2\pi fT$, es decir que si $S_n(e^{j2\pi fT})$ es la TFTD de $[x_m(kT)]^n$, resulta

$$S_n(e^{j2\pi fT}) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} [x_m(kT)]^n e^{-j2\pi fkT}.$$

Por otra parte y dado que la sucesión discreta $[x_m(kT)]^n$ proviene de tomar muestras T-espaciadas de la señal continua $[x_m(t)]^n$ es posible expresar la relación entre ambas transformadas como

$$S_n(e^{j2\pi fT}) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} S_n(f - k/T) \tag{2.13}$$

donde $S_n(f)$ es la transformada de Fourier continua de $[x_m(t)]^n$. De esta forma la Ec. 2.12 puede expresarse como

$$P_{s,U}(f) = e^{-j\pi fT} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-j\pi fT)^{n-1}}{n!} S_n(f - k/T). \tag{2.14}$$

Este espectro está formado por una serie de armónicos que yacen en banda base y otros que pueden verse como bandas laterales de la señal portadora. Es posible entonces descomponer a la señal $P_{s,U}(f)$ en función de esta división como

$$P_{s,U}(f) = Y(f) + \sum_{k=1}^{\infty} Y_k(f) \tag{2.15}$$

donde

$$\begin{aligned} Y(f) &= e^{-j\pi fT} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-j\pi fT)^{n-1}}{n!} S_n(f) \\ &= e^{-j\pi fT} \left[X_m(f) + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-j\pi fT)^{n-1}}{n!} S_n(f) \right] \end{aligned} \tag{2.16}$$

e

$$Y_k(f) = e^{-j\pi fT} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-j\pi fT)^{n-1}}{n!} [S_n(f - k/T) + S_n(f + k/T)] \tag{2.17}$$

El espectro $Y(f)$ comprende los armónicos de la señal portadora y las derivadas centradas alrededor de $f = 0$, mientras que $Y_k(f)$ representa las componentes de las derivadas de la señal centrada alrededor de la k-ésima armónica de la portadora. Los espectros en frecuencia $Y(f)$ y $Y_k(f)$ puede antitransformarse fácilmente utilizando las propiedades de derivación y de desplazamiento temporal [1] de la transformada de Fourier, obteniendo así

$$y(t) = x_m(t - T/2) + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n!} \left(\frac{-T}{2}\right)^{n-1} \frac{d^{n-1}}{dt^{n-1}} [x_m(t - T/2)]^n. \tag{2.18}$$

Por otra parte $Y_k(f)$ puede antitransformarse aplicando las mismas propiedades

$$y_k(t) = 2(-1)^k \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} \left(\frac{-T}{2}\right)^{n-1} \frac{d^{n-1}}{dt^{n-1}} \{[x_m(t - T/2)]^n \cos(2\pi kt/T)\}.$$

Los resultados anteriores son generales dado que sólo se requirió que la señal moduladora sea de amplitud limitada *ie*, $|x_m(t)| \leq 1$. También es común asumir que la señal moduladora $x_m(t)$ es de banda limitada, es decir $X_m(f) = 0$ si $|f| > f_m$. Además, es usual suponer que $f_c = (1/T) \geq 2f_m$. Para el caso de MAP es claro que esta última condición no garantiza la reconstrucción perfecta de la señal moduladora dado que la modulación introduce distorsión que, como se comentará más abajo, puede ser reducida en parte al incrementar f_c/f_m pero no puede eliminarse por completo.

Se puede demostrar [21] que siempre que $x_m(t)$ sea acotada (*ie*, $|x_m(t)| \leq 1$) y que la derivada de $x_m(t)$ sea más pequeña que $2f_c$ (lo cual se verifica siempre que $\pi f_m < f_c$) entonces $y_k(t)$ puede expresarse como

$$y_k(t) = \frac{2(-1)^k}{k\pi} [\sin(2\pi kf_ct) - \sin(2\pi kf_ct - k\pi y(t))]. \tag{2.19}$$

En consecuencia, de la Ec. 2.18 y Ec. 2.19, la expresión completa para una señal MAP *uniforme* correspondiente a una señal moduladora $x_m(t)$ acotada y de banda

[1] Propiedad de desplazamiento temporal $u(t) = v(t - t_o) \Leftrightarrow U(f) = e^{-j2pit_of}V(f)$; Propiedad de derivación temporal $\frac{d^nu(t)}{dt^n} \Leftrightarrow (-j2\pi f)^nU(f)$

limitada a f_m y tal que $f_m < f_c/\pi$ está dado por

$$\begin{aligned}
v_{o,U}(t) &= p_c(t) + y(t) + \sum_{k=1}^{\infty} y_k(t) \\
&= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{4}{(2k+1)\pi} \sin(2\pi(2k+1) f_c t) \\
&\quad + x_m(t - T/2) + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n!} \left(\frac{-T}{2}\right)^{n-1} \frac{d^{n-1}}{dt^{n-1}} [x_m(t-T/2)]^n \\
&\quad + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2(-1)^k}{k\pi} [\sin(2\pi k f_c t) - \sin(2\pi k f_c t - k\pi y(t))],
\end{aligned}$$

donde las sumatorias de $p_c(t)$ e $y_k(t)$ pueden combinarse para obtener

$$\boxed{\begin{aligned}
v_{o,U}(t) = x_m(t - T/2) &+ \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n!} \left(\frac{-T}{2}\right)^{n-1} \frac{d^{n-1}}{dt^{n-1}} [x_m(t-T/2)]^n \\
&+ \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2}{k\pi} [\sin(2\pi k f_c t) - (-1)^k \sin(2\pi k f_c t - k\pi y(t))].
\end{aligned}} \tag{2.20}$$

Interpretación MAPUFD

La expresión en la Ec. 2.20 describe la señal de salida $v_{o,U}(t)$ de una modulación por ancho de pulsos uniforme de flanco descendente (MAPUFD) en función de:

(A) La señal moduladora $x_m(t)$ retrasada 1/2 período de la portadora, dada por el término $x_m(t - T/2)$.

(B) Combinación de las derivadas temporales de potencias de la señal moduladora retrasada $x_m(t - T/2)$, dada por el término

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n!} \left(\frac{-T}{2}\right)^{n-1} \frac{d^{n-1}}{dt^{n-1}} [x_m(t-T/2)]^n. \tag{2.21}$$

(C) Armónicos de la frecuencia de la portadora modulados en fase por una combinación de $x_m(t)$ y las derivadas de sus potencias, indicada como $y(t)$ (Ec. 2.18), representados por el término

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{2}{k\pi} [\sin(2\pi k f_c t) - (-1)^k \sin(2\pi k f_c t - k\pi y(t))]. \tag{2.22}$$

Aparece una importante distorsión no lineal dada por el término **(B)**, que proviene de las derivadas de las potencias de $x_m(t-T/2)$. Si bien estos términos de distorsión disminuyen en amplitud a medida que n aumenta, están siempre presentes en banda base, sin importar qué tan alta sea la relación entre la frecuencia de la portadora y la moduladora (f_c/f_m).

Debido al término $1/n!$ en **(B)**, la señal $y(t)$ (Ec. 2.18), que representa aproximadamente la señal en banda base, puede aproximarse por

$$y(t) \simeq x_m(t-T/2) - \frac{T}{2} x_m(t-T/2) \frac{d}{dt} x_m(t-T/2). \tag{2.23}$$

En alta frecuencia, aparecen los armónicos de la portadora con amplitud decreciente según el número de armónico, dado por el factor $2/(k\pi)$ en **(C)**. Estos componentes están formados por la diferencia del k-ésimo armónico de la portadora sumado/restado (según sea k par o impar) al k-ésimo armónico modulado en fase por la señal de banda base $y(t)$, representada aproximadamente por la Ec. 2.23.

2.2.1.2. MAPFD *natural* (MAPNFD)

La obtención del espectro para la MAPFD *natural* plantea la necesidad de resolver la ecuación trascendente (Ec. 2.2) para obtener el valor del ancho de pulso en el k-ésimo intervalo. En [21] se propone la obtención de una señal $\hat{x}_m(t)$, que es una forma distorsionada de $x_m(t)$. La característica principal de esta señal es que al aplicarle una MAPFD *uniforme* resulta en una señal $\hat{v}_o(t)$ que es la misma señal que se obtendría si se aplica un MAPNFD a $x_m(t)$. De esta manera, es posible aplicar los resultados obtenidos en la sección anterior a la señal $\hat{x}_m(t)$ y así obtener el espectro de la MAPNFD de $x_m(t)$. El mecanismo de predistorsión de $x_m(t)$ para obtener $\hat{x}_m(t)$ se discute a continuación.

Obtención de $\hat{x}_m(t)$ a partir de $x_m(t)$

Sea $t_k = kT + \tau_{k,N}$ la solución a la *ecuación de cruce* para el intervalo k-ésimo, que en función de t_k es

$$t_k = kT + \frac{T}{2} + \frac{T}{2} x_m(t_k). \tag{2.24}$$

Se define la variable $\hat{t}$ como la solución a la *ecuación de cruce generalizada* dada por

$$\hat{t} = t + \frac{T}{2} x_m(\hat{t}), \qquad \hat{t} \in [t-T/2, t+T/2]. \tag{2.25}$$

Comparando las Ec. 2.24 y 2.25 resulta que $\hat{t} = t_k$ si se elige $t = (k + 1/2)T$.

Para que el mapeo entre $x_m(t)$ y $\hat{x}_m(t)$ sea biunívoco para cada elección de t, debe existir una solución para la Ec. 2.25, y esta debe ser única. Esto implica que las derivadas de $x_m(\hat{t})$ deben ser menores que $2f_c$. Además se pretende que la Ec. 2.25 defina una correspondencia uno a uno entre t y $\hat{t}$ y por lo tanto se requiere que

$$\left| \frac{dx_m(\hat{t})}{d\hat{t}} \right| < \frac{2}{T} = 2f_c, \qquad -\infty < \hat{t} < \infty. \tag{2.26}$$

Si además $x_m(t)$ tiene ancho de banda f_m entonces por tratarse de una señal de banda limitada puede probarse que

$$\text{máx} \left| \frac{dx_m(t)}{dt} \right| \leq 2\pi f_m \, \text{máx}(|x_m(t)|) = 2\pi f_m. \tag{2.27}$$

Bajo las hipótesis enunciadas previamente y sabiendo que existe una única solución para la *ecuación de cruce generalizada* para cada elección de t, entonces se define a la función $\hat{x}_m(t)$ como

$$\hat{x}_m(t) = x_m(\hat{t}), \qquad -\infty < \hat{t} < \infty. \tag{2.28}$$

Puede notarse que el ancho de pulso para el intervalo k-ésimo con modulación *natural*

$$\tau_{k,N}^{x_m} = (T/2)[1 + x_m(t_k)]$$

de la señal $x_m(t)$ es igual al ancho de pulso para el intervalo k-ésimo con modulación *uniforme*

$$\tau_{k,U}^{\hat{x}_m} = (T/2)[1 + \hat{x}_m((k + 1/2)T)]$$

de la señal $\hat{x}_m(t + T/2)$.

Es posible entonces aplicar la Ec. 2.15 a la señal $\hat{x}_m(t + T/2)$ y de esta manera obtener

$$\hat{P}_{s,U}(f) = \hat{Y}(f) + \sum_{k=1}^{\infty} \hat{Y}_k(f) \tag{2.29}$$

donde

$$\hat{Y}(f) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-j\pi fT)^{n-1}}{n!} \hat{S}_n(f), \tag{2.30}$$

cuya antitransformada es

$$\hat{y}(t) = \hat{x}_m(t) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)!} \left(\frac{-T}{2} \right)^n \frac{d^n}{dt^n} (\hat{x}_m(t))^{n+1}. \tag{2.31}$$

Por otra parte

$$\hat{Y}_k(f) = (-1)^k \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-j\pi fT)^{n-1}}{n!} [\hat{S}_n(f - k/T) + \hat{S}_n(f + k/T)] \tag{2.32}$$

siendo su antitransformada

$$\hat{y}_k(t) = (-1)^k \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} \left(\frac{-T}{2}\right)^{n-1} \frac{d^{n-1}}{dt^{n-1}} [2\cos(2\pi k f_c t)[\hat{x}_m(t)]^n]. \tag{2.33}$$

El problema con las Ec. 2.30 a 2.32 es que se encuentran expresadas en términos de $\hat{x}_m(t)$, sus derivadas y potencias y no en función de $x_m(t)$ como sería deseable. Para salvar este inconveniente, se demuestra a continuación que $\hat{y}(t)$ dada por la Ec. 2.31 es exactamente $x_m(t)$. A tal fin resulta útil el siguiente teorema debido a Lagrange [21, 65].

Teorema 1 (Lagrange) *Sea $\phi(z)$ analítica sobre y en el interior de un contorno C. Sea λ un punto en C, y β tal que*

$$|\beta\phi(\alpha)| \leq |\alpha - \lambda| \tag{2.34}$$

para todo α en el perímetro de C. Entonces existe un único $\gamma \in C$ tal que

$$\gamma = \lambda + \beta\phi(\gamma) \tag{2.35}$$

y si $\psi(z)$ es cualquier función analítica sobre y en el interior de un contorno C, entonces

$$\psi(\gamma) = \psi(\lambda) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\beta^n}{n!} \left[\frac{d^{n-1}}{d\theta^{n-1}} \frac{d\psi(\theta)}{d\theta} \phi^n(\theta)\right]\Bigg|_{\theta=\lambda}. \tag{2.36}$$

□

De este teorema puede deducirse que para cualquier entero $i > 0$,

$$\phi^i(\gamma) = \phi^i(\lambda) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\beta^n}{n!} \left(\frac{i}{i+n}\right) \left[\frac{d^n}{d\theta^n} \phi^{n+i}(\theta)\right]\Bigg|_{\theta=\lambda}, \tag{2.37}$$

que para el caso particular en que $i = 1$ resulta

$$\phi(\gamma) = \phi(\lambda) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\beta^n}{(n+1)!} \left[\frac{d^n}{d\theta^n} \phi^{n+1}(\theta)\right]\Bigg|_{\theta=\lambda}. \tag{2.38}$$

Esta última ecuación puede utilizarse para expresar $\hat{x}_m(t)$ en función de $x_m(t)$. Sea C un círculo de diámetro T centrado en el número real t en el plano complejo, y se

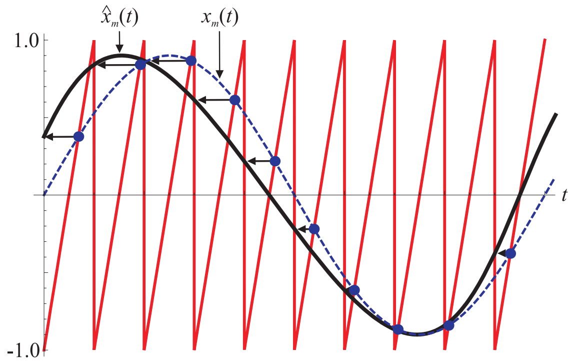


Figura 2.3: Señal moduladora $x_m(t)$ (– –) y version distorsionada $\hat{x}_m(t)$ (—) para modulación *natural*.

define $\phi(z) = x_m(\mathrm{Re}\{z\})$. Tomando $\lambda = t$, se tiene que $\beta = T/2$ y por lo tanto de las Ec: 2.25 y 2.38 se encuentra que

$$\phi(\hat{t}) = x_m(\hat{t}) = \hat{x}_m(t) = x_m(t) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)!} \left(\frac{T}{2}\right)^n \frac{d^n}{dt^n}[x_m(t)]^{n+1}. \tag{2.39}$$

Esta ecuación permite calcular $\hat{x}_m(t)$ en función de $x_m(t)$ y expresar $\tau_{k,N}$ en función de $x_m(t)$ y las derivadas de sus potencias.

En forma similar y utilizando nuevamente el teorema de Lagrange puede obtenerse que

$$x_m(t) = \hat{x}_m(t) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)!} \left(\frac{-T}{2}\right)^n \frac{d^n}{dt^n}[\hat{x}_m(t)]^{n+1}. \tag{2.40}$$

Esta última ecuación verifica que $\hat{y}(t) = x_m(t)$ como surge de comparar la misma con la Ec. 2.31, y por lo tanto el espectro $\hat{Y}(f)$ verifica que

$$\hat{Y}(f) = X_m(f). \tag{2.41}$$

La relación entre $\hat{x}_m(t)$ y $x_m(t)$ se muestra en la Fig. 2.3 para una señal moduladora sinusoidal. Los puntos indican el valor en donde se produce la intersección entre $x_m(t)$ y la señal diente de sierra en el tiempo $t_k = kT + \tau_{k,N}$. Puede apreciarse que $\hat{x}_m(t)$ tiene exactamente este valor en $t = kT$.

Sólo resta expresar a $\hat{y}_k(t)$ y su transformada $\hat{Y}_k(f)$ en función de $x_m(t)$ y $S_n(f)$, dado que en la expresión de la Ec. 2.32 se encuentra en función de $\hat{S}_n(f)$, que es la transformada de Fourier de $[\hat{x}_m(t)]^n$. Partiendo del teorema de Lagrange se encuentra que

$$[x_m(t)]^i = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} \left(\frac{-T}{2}\right)^m \left(\frac{i}{i+m}\right) \frac{d^m}{dt^m}[\hat{x}(t)]^{m+i}. \tag{2.42}$$

Por otra parte utilizando la forma de Euler para el $\cos(2\pi k f_c t)$ en la Ec. 2.33 de $\hat{y}_k(t)$, junto con la conocida expresión para la derivada n-ésima del producto

$$\frac{d^n}{dt^n}(u.v) = \sum_{i=0}^{n} \binom{n}{i} \left(\frac{d^{n-i}u}{dt^{n-i}}\right) \left(\frac{d^i v}{dt^i}\right) \tag{2.43}$$

es posible obtener

$$\begin{aligned}
\hat{y}_k(t) &= (-1)^k \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} \left(\frac{-T}{2}\right)^{n-1} \left[\sum_{i=0}^{n-1} \binom{n-1}{i} \left[(j2\pi k f_c)^i e^{j2\pi k f_c t}\right.\right. \\
&\qquad \left.\left. +(-j2\pi k f_c)^i e^{-j2\pi k f_c t}\right] \frac{d^{n-i-1}}{dt^{n-i-1}}[\hat{x}_m(t)]^n\right] \\
&= (-1)^k \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(jk\pi)^i}{i!} \left(e^{-j2\pi k f_c t}\right. \\
&\qquad \left. +(-1)^i e^{j2\pi k f_c t}\right) \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{(m+i+1)m!} \left(\frac{-T}{2}\right)^m \frac{d^m}{dt^m}[\hat{x}_m(t)]^{m+i-1} \\
&= (-1)^k \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(jk\pi)^i}{(i+1)!} \left(e^{-j2\pi k f_c t} + (-1)^i e^{j2\pi k f_c t}\right) [x_m(t)]^{i+1} \qquad (2.44) \\
&= \frac{(-1)^k}{jk\pi} \left[(e^{jk\pi x_m(t)} - 1)e^{-j2\pi k f_c t} - (e^{-jk\pi x_m(t)} - 1)e^{j2\pi k f_c t}\right] \\
&= \frac{2(-1)^k}{k\pi} [\sin(2\pi k f_c t) - \sin(2\pi k f_c t - k\pi x_m(t))] \qquad (2.45)
\end{aligned}$$

De esta manera se obtiene la transformada de Fourier de $\hat{y}_k(t)$,

$$\hat{Y}_k(f) = (-1)^k \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(j\pi k)^{n-1}}{n!} [S_n(f + k/T) + (-1)^{n-1} S_n(f - k/T)]. \tag{2.46}$$

Teniendo en cuenta la Ec. 2.29 y la Ec. 2.41 se encuentra que la transformada de $\hat{p}_s(t)$ es

$$\hat{P}_s(f) = X_m(f) + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(j\pi k)^{n-1}}{n!} [S_n(f + k/T) + (-1)^{n-1} S_n(f - k/T)] \tag{2.47}$$

Finalmente, la expresión completa para una MAPNFD debido a una señal moduladora $x_m(t)$ acotada y de banda limitada a f_m, que verifique $f_m < (f_c/\pi)$ es

$$\begin{aligned}
v_{o,N}(t) &= p_c(t) + \hat{y}(t) + \sum_{k=1}^{\infty} \hat{y}_k(t) \\
&= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{4}{(2k+1)\pi} \sin(2\pi(2k+1)f_c t) \\
&\quad + x_m(t) \\
&\quad + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2(-1)^k}{k\pi} [\sin(2\pi k f_c t) - \sin(2\pi k f_c t - k\pi x_m(t))].
\end{aligned}$$

donde las sumatorias pueden combinarse para obtener

$$\boxed{v_{o,N}(t) = x_m(t) + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2}{k\pi} [\sin(2\pi k f_c t) - (-1)^k \sin(2\pi k f_c t - k\pi x_m(t))].} \tag{2.48}$$

Interpretación MAPNFD

En comparación con el caso de modulación *uniforme* (Ec. 2.20), la Ec. 2.48 muestra que en la modulación natural sólo aparecen los siguientes términos

- La señal moduladora $x_m(t)$
- Armónicos de la portadora, con amplitud decreciente según el número de armónico, sumado/restado (según sea k par o impar) al k-ésimo armónico modulado en fase por la señal de moduladora $x_m(t)$

En la modulación *natural* no aparecen aportes de distorsión no lineal directamente en banda base. No obstante no siempre se está libre de distorsión, dado que existen componentes correspondientes a armónicos de la portadora que se introducen en banda base. Sin embargo, esta distorsión puede reducirse aumentando la relación f_c/f_m mientras que, en el caso de modulación *uniforme* la señal $y(t)$ (formada por $x_m(t)$ y las derivadas de sus potencias) introduce distorsión "intrínseca" que no puede reducirse incrementando dicha relación.

2.2.2. Aplicación al caso de una única señal sinusoidal

Para una señal moduladora de la forma $x_m(t) = A\sin(2\pi f_m t)$ (con $0 < A \leq 1$) los resultados presentados en las secciones 2.2.1.1 y 2.2.1.2 para señales arbitrarias acotadas y de banda limitada se resumen a los resultados ya conocidos históricamente obtenidos mediante la utilización de la doble serie de Fourier [17]. El contenido espectral para MAPUFD y MAPNFD monotonal se analiza brevemente a continuación.

MAPNFD para $x_m(t)$ sinusoidal

La salida MAPNFD para señales arbitrarias acotadas y de banda limitada está dada por $v_{o,N}(t)$ en la Ec. 2.48. Si se reemplaza $x_m(t)$ por una señal sinusoidal se obtiene:

$$\begin{aligned} v_{N,\sin}(t) &= A\sin(2\pi f_m t) \\ &+ \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2}{k\pi}[1-(-1)^k J_0(k\pi A)]\sin(2\pi k f_c t) \\ &- \sum_{k=1}^{\infty}(-1)^k \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2J_n(k\pi A)}{k\pi}\,[\sin(2\pi(kf_c - nf_m)t) \\ &\quad +(-1)^n \sin(2\pi(kf_c + nf_m)t)] \end{aligned} \tag{2.49}$$

donde $J_n(x)$ es la función de Bessel del primer tipo.

El término $\sin(2\pi(kf_c + nf_m)t)$ y $\sin(2\pi(kf_c - nf_m)t)$ en la Ec. 2.49 muestra que existe distorsión por intermodulación que puede contribuir con armónicos en la banda base. No obstante, estas componentes pueden ser altamente atenuadas si $f_c \gg f_m$ dado que el coeficiente $2J_n(k\pi A)/k\pi$ decrece a medida que k aumenta y en consecuencia la amplitud de las bandas laterales de la portadora $f = kf_c \pm nf_m$ que aparecen en banda base serán relativamente pequeñas.

MAPUFD para $x_m(t)$ sinusoidal

La salida MAPUFD para señales arbitrarias de banda limitada está dada por $v_{o,U}(t)$ en la Ec. 2.20. La parte de esta señal que contribuye con la distorsión intrínseca en banda base está dada por $y(t)$ en la Ec. 2.18. Si se reemplaza en esta expresión de $y(t)$ a $x_m(t)$

por una señal sinusoidal $x_m(t) = A\sin(2\pi f_m t)$ se obtiene:

$$\begin{aligned} y_{\sin}(t) &= A\sin(\theta) - A^2 f_m \pi T \cos(\theta)\sin(\theta) \\ &\quad + A^3 f_m^2 \pi^2 T^2 \cos^2(\theta)\sin(\theta) \\ &\quad - \frac{1}{2} A^3 f_m^2 \pi^2 T^2 \sin^3(\theta) + \cdots \end{aligned} \tag{2.50}$$

donde $\theta = 2 f_m \pi (t - T/2)$. Trabajando con identidades trigonométricas esta expresión puede simplificarse a la forma:

$$y_{\sin}(t) = A_1 \sin(\theta) + A_2 \sin(2\theta) + A_3 \sin(3\theta) + \cdots \tag{2.51}$$

donde $A_1 = A - \frac{1}{8} A^3 f_m^2 \pi^2 T^2$, $A_2 = \frac{1}{2} A^2 f_m \pi T$ y $A_3 = \frac{3}{8} A^3 f_m^2 \pi^2 T^2$. Es decir cada término corresponde a un armónico de la señal moduladora. Esta expresión pone en evidencia la distorsión en banda base producida por la modulación MAPUFD.

2.2.3. Ejemplo: Señal moduladora de dos tonos

Para ejemplificar las expresiones teóricas obtenidas tanto para MAPUFD como para MAPNFD, en esta sección se calcularon los espectros para una señal moduladora compuesta por dos tonos armónicos:

$$x_m(t) = A \sin 2\pi f_{m1} t + A \sin(2\pi f_{m2} t) \tag{2.52}$$

donde $A = 0{,}3$, $f_{m1} = 300$ Hz, $f_{m2} = 600$ Hz y la frecuencia de la portadora es $f_c = 10$ kHz. La señal moduladora cumple con los requisitos enumerados previamente, es decir, es de banda limitada, es acotada y se verifica que $f_m < (f_c/\pi)$.

En la Fig. 2.4 se muestra el espectro en frecuencia obtenido con la Ec. 2.48 para la MAPNFD. Se observan claramente las 2 componentes frecuenciales de la moduladora, y los términos de intermodulación entre las frecuencias de la moduladora y la portadora, que decrecen a medida que se alejan de f_c. Como en este caso $f_c/f_m \gg 1$, el aporte en el rango de frecuencias de la moduladora no es apreciable. En la Fig. 2.5 se muestra el espectro en frecuencia obtenido con la Ec. 2.20 para la MAPUFD. En este caso, además de los términos de intermodulación centrados en la frecuencia de la portadora, se aprecia el efecto distorsivo causado por las derivadas de la señal moduladora.

El ejemplo permite apreciar que la diferencia entre ambos tipos de modulación proveniente de las derivadas de $x_m(t - T/2)$. Si bien estos términos de distorsión disminuyen en amplitud a medida que n aumenta, esta distorsión aparece en banda base

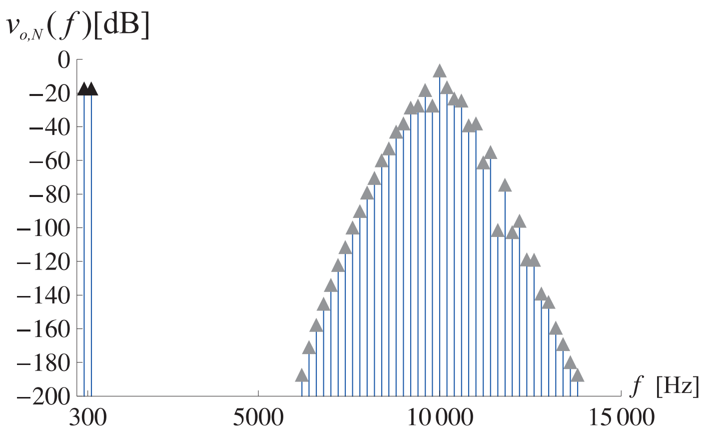


Figura 2.4: Espectro de la modulación MAPNFD. (▲, negro) banda base; (▲, gris) armónicos de la portadora y portadora modulada en fase.

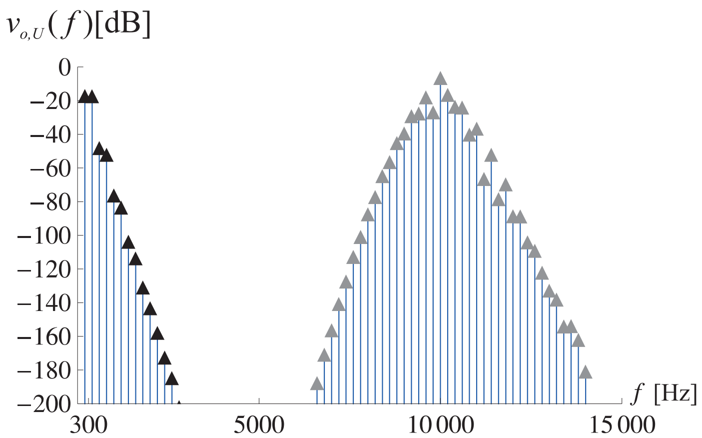


Figura 2.5: Espectro de la modulación MAPUFD. (▲, negro) banda base; (▲, gris) armónicos de la portadora y portadora modulada en fase.

independientemente de cuán alta sea la relación de frecuencias entre la portadora y la moduladora (f_c/f_m).

2.3. MAP *uniforme* de doble flanco (MAPUDF)

En la MAPUDF se utiliza una portadora de forma triangular en lugar de una señal tipo diente de sierra. De esta manera, el pulso correspondiente al intervalo k-ésimo aparece "centrado" respecto del punto medio $(k+1/2)T$ en lugar de al comienzo, en el instante kT como ocurre con la MAPUFD.

Existen dos tipos de MAPUDF, *simétrica* (MAPUDFS) y *asimétrica* (MAPUDFA) cuyas salidas se denominarán $v_{oU,df,s}(t)$ y $v_{oU,df,a}(t)$, respectivamente. En el primer caso, la muestra k-ésima de la señal moduladora $x_m(kT)$ se utiliza como valor de comparación para los dos flancos (ascendente y descendente).

En el caso *asimétrico* se utilizan muestras distintas de la señal moduladora para determinar la ubicación de los flancos. Para el flanco ascendente se utiliza $x_m(kT)$ mientras que para el flanco descendente $x_m((k+1/2)T)$. Es decir en la MAPUDFA la señal moduladora es muestreada dos veces durante cada período $[kT,(k+1)T)$ de la portadora. A pesar de estas variaciones respecto de la MAPFD, las señales de salida $v_{oU,df,s}(t)$ y $v_{oU,df,a}(t)$ para una entrada nula $x_m(t) = 0$, corresponde a una onda cuadrada de ciclo de trabajo constante al 50 %, en este caso con un desfasaje de $T/4$ ($p_c(t-T/4)$). Esta onda cuadrada toma valor $+1$ en el intervalo $(k+1/4)T \leq t < (k+3/4)T$ y (-1) durante el resto del período de la portadora.

Ambas formas de onda $v_{oU,df,s}(t)$ y $v_{oU,df,a}(t)$ se ilustran en la Fig. 2.6. La señal portadora triangular, la moduladora $x_m(t)$ y la inversa de la moduladora $-x_m(t)$ se muestran en la Fig. 2.6(a). La salida obtenida al aplicar MAPUDFS se muestra en la Fig. 2.6(b). Puede observarse que la salida es positiva siempre y cuando $x_m(kT)$ sea mayor que la señal triangular y negativa en el resto del intervalo. El pulso está centrado en $(k+1/2)T$ y el ancho del pulso es $\tau_k = T(1+x_m(kT))/2$. Una descripción alternativa puede obtenerse si se observa que la ubicación del flanco positivo del pulso para el intervalo k-ésimo coincide con la intersección de $-x_m(kT)$ con la rampa de pendiente positiva durante el intervalo $[kT,(k+1/2)T)$. Esta rampa se muestra con línea punteada en la Fig. 2.6(a) en los intervalos correspondientes. Por otra parte la ubicación de los flancos descendentes de $v_{oU,df,s}(t)$ se obtienen en la intersección entre la parte de la

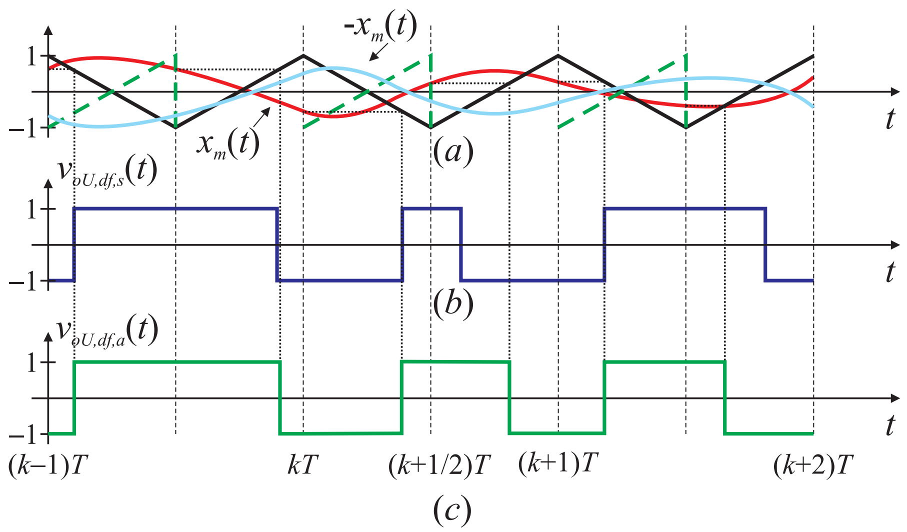


Figura 2.6: Modulación por ancho de pulsos *uniforme* de doble flanco (MAPUDF). a) Moduladora y portadora; b) Modulación *uniforme* de doble flanco simétrica (MAPUDFS); c) Modulación *uniforme* de doble flanco asimétrica (MAPUDFA).

señal triangular con pendiente positiva y $x_m((k+1/2)T)$ durante el intervalo $[(k+1/2)T,(k+1)T]$.

Por último la Fig. 2.6(c) muestra la salida $v_{oU,df,a}(t)$ correspondiente a la MAPUDFA. Puede observarse que los flancos positivos correspondientes coinciden con la señal $v_{oU,df,s}(t)$. Sin embargo, la ubicación del flanco descendente se obtiene en la intersección entre la parte de la señal triangular con pendiente positiva y $x_m((k+1/2)T)$ durante el intervalo $[(k+1/2)T,(k+1)T]$. En este caso, como se utilizan dos muestras de la señal $x_m(t)$ por cada intervalo de conmutación, la señal $v_{oU,df,a}(t)$ no es simétrica respecto de $(k+1/2)T$.

2.3.1. Expresión matemática del espectro de la MAPUDFS

La expresión para el ancho de pulso del k-ésimo intervalo es $\tau_k = T(1+x_m(kT))/2$ que coincide con el ancho de pulso de la MAP de un solo flanco (tanto de flanco ascendente (MAPUFA) como de flanco descendente (MAPUFA)). La diferencia es que en este caso el pulso está centrado en $t=(k+1/2)T$ en lugar de comenzar en kT como en el caso de MAPUFD o $(k+1)T$ en el caso de MAPUFA. Entonces, si $x_m(t)>0$, el pulso k-ésimo se puede descomponer como la suma de un pulso positivo de duración

$T/2$, centrado en $(k+1/2)T$ y dos pulsos de amplitud positiva: uno de flanco descendente (flanco ascendente fijo y flanco descendente variable) de duración $Tx_m(kT)/4$ que comienza en $t=(k+3/4)T$ y otro de flanco ascendente (flanco descendente fijo y flanco ascendente variable) de la misma duración y que termina en $t=(k+1/4)T$.

Por otra parte si $x_m(t) < 0$ es posible descomponer al pulso en la suma de un pulso positivo de duración $T/2$, centrado en $(k+1/2)T$ y dos pulsos negativos: uno de flanco ascendente de duración $Tx_m(kT)/4$ que termina en $t=(k+3/4)T$ y uno de flanco descendente de la misma duración que termina en $t=(k+1/4)T$. Con esta descomposición es posible utilizar los resultados de las modulaciones MAPUFD y MAPUFA a partir de [21] para obtener la expresión:

$$\boxed{\begin{aligned} V_{oU,df,s}(f) = e^{-j\pi fT} \Bigg[& X_m(f) + 2\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(j\pi fT)^{2n}}{2^{2n+1}(2n+1)!} W_{2n+1}(f) \\ & + 2\sum_{k=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(j\pi fT)^{2n+1}}{2^{2n+1}} \left(W_{2n+1}(f+kf_c) + W_{2n+1}(f-kf_c)\right) \Bigg], \end{aligned}} \tag{2.53}$$

donde $W_n(f)$ denota la transformada de Fourier de $(1+x_m(t))^n$.

Interpretación MAPUDFS

Nuevamente en la expresión de la señal MAP de salida puede reconocerse un término debido a la moduladora, y la distorsión causada por ella en banda base dada por el término

$$e^{-j\pi fT} \left[X_m(f) + 2\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(j\pi fT)^{2n}}{2^{2n+1}(2n+1)!} W_{2n+1}(f) \right]$$

donde puede verse que no sólo aparece el efecto de la señal moduladora retrasada sino también combinaciones de los espectros de potencias de la moduladora desplazada. Sin embargo, en comparación con la modulación de un solo flanco, el coeficiente que pondera este aporte decrece con el cuadrado del número de armónico por lo que en este caso la distorsión en banda base es considerablemente menor. La señal de salida en este rango de frecuencias puede aproximarse por

$$v_{oU,df,s}(t) = x_m(t-T/2) + \frac{T}{32}\frac{d^2}{dt^2}\left[x(t-T/2) + x^2(t-T/2) + \frac{1}{3}x^3(t-T/2) \right]$$

cuyo contenido armónico de banda base es menor que el de la modulación de un solo flanco (MAPUFD) dada por la Ec. 2.23.

En alta frecuencia aparecen bandas laterales en las armónicas de la frecuencia portadora dadas por el término

$$e^{-j\pi fT}\left[2\sum_{k=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(j\pi fT)^{2n+1}}{2^{2n+1}}\left(W_{2n+1}(f+kf_c)+W_{2n+1}(f-kf_c)\right)\right] \tag{2.54}$$

que está compuesto por réplicas del espectro de potencias de $[1+x_m(t)]$. Nuevamente estos armónicos están pesados por un factor $1/2^{2n+1}$ que disminuye con el cuadrado del número de armónico de la portadora. Esto supone que si $f_c/f_m \gg 1$ el efecto de estas componentes en banda base puede considerarse despreciable.

2.3.2. Expresión matemática del espectro de la MAPUDFA

El ancho de pulso para el k-ésimo intervalo esta dado por $\tau_k = T/2 + T[x_m(kT) + x_m((k+1/2)T)]/4$ con el flanco ascendente ubicado en $t = (k+1/4)T - Tx_m(kT)/4$, un flanco descendente ubicado en $t = (k+3/4)T + Tx_m((k+1/2)T)/4$ y un "centro nominal" ubicado en $t = (k+1/2)T$. Como en el caso simétrico, es posible descomponer al pulso en la suma de un pulso de amplitud positiva de duración $T/2$, centrado en $t = (k+1/2)T$ y dos pulsos dependientes de la señal que comienzan o terminan en $t = (k+1/4)T$ y $t = (k+3/4)T$. Se obtiene entonces nuevamente en función de los resultados previos [21] la siguiente expresión para el espectro :

$$\boxed{\begin{aligned} V_{oU,df,a}(f) = e^{-j\pi fT/2}\Bigg[& X_m(f) + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(j\pi fT)^{2n}}{2^{2n}(2n+1)!}S_{2n+1}(f) + P_c(f) \\ & + \sum_{k=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(j\pi fT)^{2n-2}}{2^{2n-2}(2n-1)!}\left(S_{2n-1}(f-kf_c)+S_{2n-1}(f+kf_c)\right)\Bigg].\end{aligned}} \tag{2.55}$$

Interpretación MAPUDFA

En la expresión de la señal MAP de salida puede reconocerse un término debido a la moduladora, y un término de distorsión causada por ésta en banda base, dada por

$$e^{-j\pi fT/2}\left[X_m(f) + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(j\pi fT)^{2n}}{2^{2n}(2n+1)!}S_{2n+1}(f)\right],$$

aparece la señal moduladora retrasada $T/4$ en lugar de $T/2$ como en el caso MAPUDFS (debido al doble muestreo por período de la portadora existente en este caso). La distorsión en banda base está dada por $S_{2n+1}(f)$, que es la transformada de Fourier de potencias impares de la señal moduladora $x_m(t)^{2n+1}$ por lo que no se encuentran presentes los armónicos pares, mientras que para el caso MAPUDFS está dada por $W_{2n+1}(f)$, la transformada de Fourier de $(1 + x_m(t))^{2n+1}$ por lo que se encuentran presentes tanto los armónicos pares como impares. La señal de salida en banda base puede aproximarse, tomando el término correspondiente a $k = 0$ y $n = 1$, por:

$$v_{oU,df,a}(t) = x_m(t - T/4) + \frac{T^2}{96}\frac{d^2}{dt^2}\left[x(t - T/4)\right]^3 . \tag{2.56}$$

En alta frecuencia el aporte corresponde al término

$$e^{-j\pi fT/2}\left[P_c(f) + \sum_{k=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(j\pi fT)^{2n-2}}{2^{2n-2}(2n-1)!}(S_{2n-1}(f - kf_c) + S_{2n-1}(f + kf_c))\right] . \tag{2.57}$$

Al igual que ocurre en banda base, en alta frecuencia sólo aparecen las bandas laterales pares de la portadora, debido a la transformada de Fourier de las potencias impares de la moduladora dadas por $S_{2n-1}(f - kf_c) + S_{2n-1}(f + kf_c)$, mientras que en el caso MAPUDFS aparecen tanto las bandas laterales pares como impares debidas a los aportes de $W_{2n+1}(f + kf_c) + W_{2n+1}(f - kf_c)$. Además en este caso se encuentra presente el término $P_c(f)$ correspondiente a la transformada de Fourier de la onda cuadrada de ciclo de trabajo constante al 50 %, $p_c(t)$ (Ec: 2.7 y 2.8) que tampoco aporta contenido armónico en los múltiplos pares.

2.4. Salida diferencial

El desempeño global de un amplificador conmutado, desde el punto de vista de su distorsión armónica, está determinado por el contenido armónico producido por una pierna y además por el potencial cancelamiento que pudiera ocurrir si se utilizan dos piernas y se toma la salida en forma diferencial entre ambas [22]. La topología del amplificador tipo puente se muestra en la Fig. 2.7. Esencialmente está formado por dos piernas conectadas a una fuente común de tensión continua (V_{dc}) y cada pierna se modula en contra fase, como se muestra en la figura para una señal cosenoidal. Esta topología posee significativas ventajas desde el punto de vista de su contenido

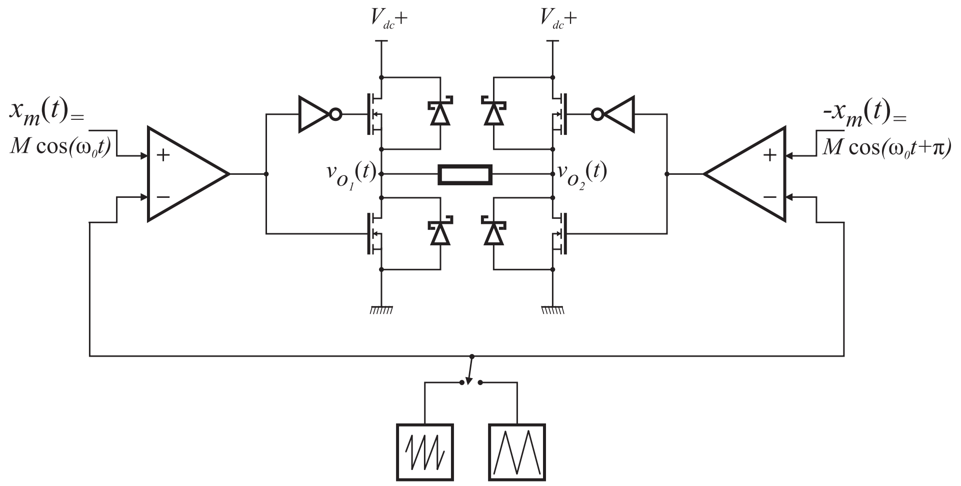


Figura 2.7: Puente H con modulación triangular. Las piernas se modulan en contra fase.

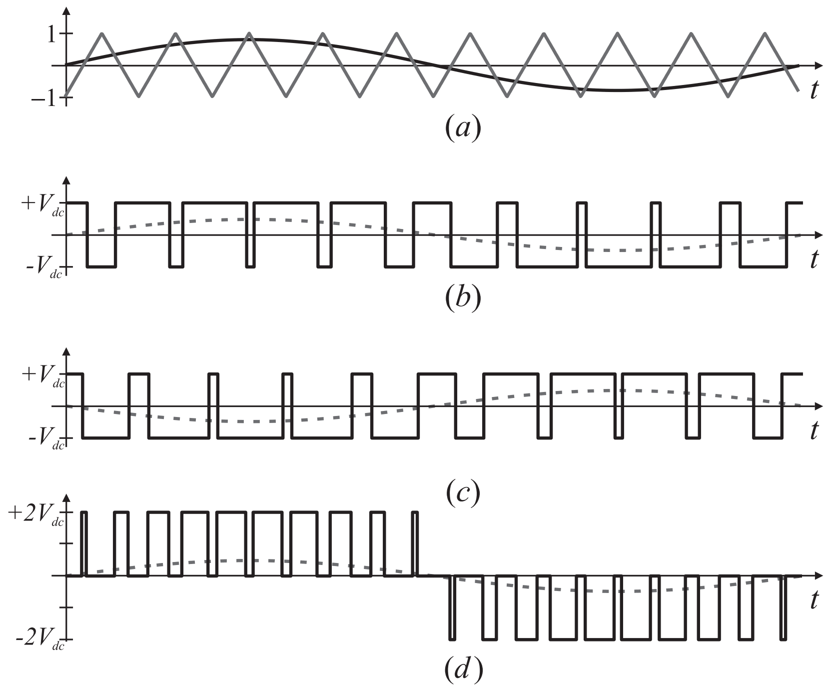


Figura 2.8: Modulación Triangular. Salidas simple y salida diferencial.

armónico cuando se la compara con la mayoría de los casos de salida única ("simple") presentados previamente. Como contrapartida, el hardware debe ser duplicado. Esto incluye al modulador, la etapa de potencia y filtro.

En la Fig. 2.8 se muestran, a modo de ejemplo, las formas de onda que se obtienen cuando se utiliza un amplificador tipo puente, en este caso utilizando una portadora triangular [Fig. 2.8(a)]. Se muestran las formas de onda correspondientes a la salida de cada pierna (salida simple, Fig. 2.8 (a) y (b)) y la salida diferencial Fig. 2.8(d) que se obtiene tomando la diferencia entre las salidas de cada pierna. La forma de onda de salida corresponde a una señal tripolar con amplitud igual a dos veces la tensión de continua que alimenta la puente, a diferencia del caso de salida simple, en este caso es de tres niveles : $+2V_{dc}$, $-2V_{dc}$ y 0.

En la Tabla 2.1 se resumen los resultados presentados en [22]. En la tabla se destaca la presencia o no de, *armónicos pares en banda base* BBP, *armónicos impares en banda base* BBI, *bandas laterales pares de la portadora* BLPP y *bandas laterales impares de la portadora* BLPI.

Es importante destacar algunos detalles:

- De los esquemas de modulación *uniforme*, no diferencial (salida simple), plausibles de implementar digitalmente, la MAPUDFA es la única que no presenta armónicos pares.

- Si bien la MAPUFD posee nominalmente el mismo contenido armónico que la MAPUDFS, las amplitudes de los armónicos para este último caso son menores.

- En el caso MAPUDFA diferencial se cancelan la portadora y todas sus bandas laterales y aparecen las bandas laterales impares de $2f_c$.

Tabla 2.1: Contenido armónico esquemas MAP. Salida Simple y Diferencial

MAP	Detalle	Simple				Diferencial			
		BBP	BBI	BLPP	BLPI	BBP	BBI	BLPP	BLPI
Un flanco									
	MAPNFD	×	×	✓	✓	×	×	×	✓
	MAPUFD	✓	✓	✓	✓	×	✓	×	✓
Doble flanco									
	MAPUDFS	✓	✓	✓	✓	×	✓	×	✓
	MAPUDFA	×	✓	×	✓	×	×	×	×

3

Etapa digital

...what a digital signal means to me is a voice, a sound or an image, that is either on the computer or the Internet. What Digital Signal Processing (DSP) means to me is changing such a voice, sound, or image to help make it sound or look better, clearer, or sharper... [1]

3.1. Introducción

En este capítulo se analiza la etapa digital del amplificador clase D, que puede considerarse compuesta por 3 bloques: **(a)** conversión A/D, **(b)** cálculo de filtro/controlador digital y **(c)** etapa de conversión D/A. La primera etapa puede existir o no en función de si la señal que se pretende amplificar es analógica o inherentemente digital. La segunda etapa trabaja únicamente con sistemas digitales (discretos en tiempo y cuantizados en amplitud), y en ella se calculan los controladores digitales (en caso de tratarse de un amplificador operando a lazo cerrado), los filtros de ecualización o ambos. La última etapa comprende la conversión D/A y la modulación digital por ancho de pulso. La señal de salida de este bloque es una señal binaria o ternaria, según si la salida es simple o diferencial, con un ciclo de trabajo variable determinado por la etapa anterior.

La Fig. 3.1 muestra el esquema general desde la conversión analógica digital hasta la salida MAP. Las regiones indicadas como conversión A/D y conversión D/A mejoradas comprenden una serie de algoritmos que se implementan en el procesador digital de

[1] Katsaggelos, A. K. and Jamieson, L. H.; "So Simple Even a Child Can Do It" Signal Processing Magazine, IEEE , vol.16, no.6, pp.2-6, Nov 1999

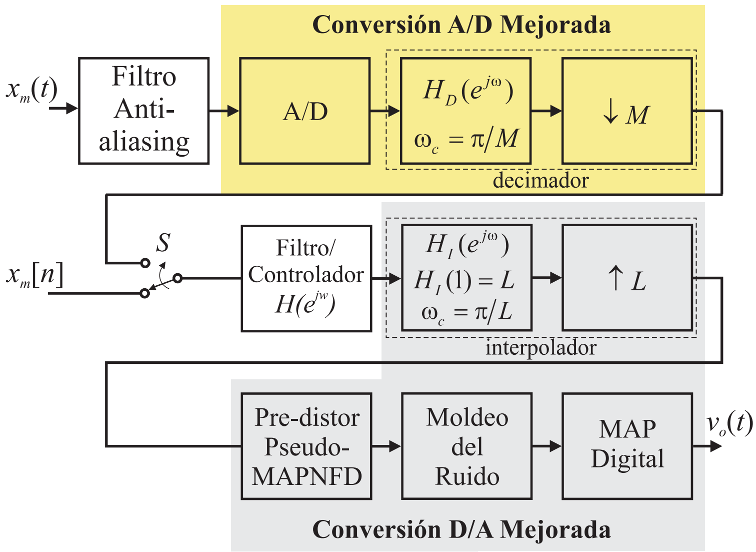


Figura 3.1: Esquema general de la etapa digital.

señales buscando reducir la distorsión. Esto incluye los efectos producidos por la cuantización del nivel de la señal, la precisión finita con que se representan los coeficientes de los filtros y se ejecutan las operaciones matemáticas, es decir, fenómenos numéricos causados principalmente por representar una variable real por una magnitud discreta o cuantizada. Además, el proceso de modulación produce distorsión armónica, como revela el análisis espectral desarrollado en el Capítulo 2.

Cada uno de los bloques constructivos que forman el esquema de la Fig. 3.1 se analizan a continuación.

3.2. Conversión A/D mejorada

La elección de la frecuencia de muestreo representa una solución de compromiso. Por un lado, cuando se procesan señales analógicas utilizando sistemas discretos es en general deseable minimizar la frecuencia de muestreo. El volumen de cálculo requerido para implementar el sistema discreto es proporcional al número de muestras a ser procesadas por unidad de tiempo [64]; y por lo tanto, para disminuir el costo del procesador y el consumo de potencia es deseable utilizar la menor frecuencia de muestreo posible.

Sin embargo, esta elección impone grandes exigencias sobre el filtro antialiasing, pues una pequeña diferencia entre la máxima frecuencia de la señal y la frecuencia

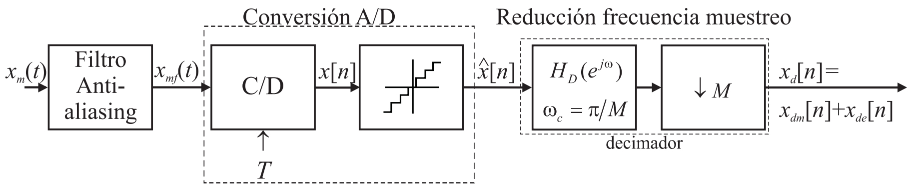


Figura 3.2: Esquema detallado de la conversión A/D con sobre muestreo (se incluye la cuantización) y decimación.

de muestreo se traduce en un filtro con una banda de transición angosta, con una gran atenuación en la banda de rechazo, que resulta en filtros de alto orden difíciles de construir y costosos. Si se aumenta la frecuencia de muestreo el filtro antialiasing puede formarse por una sección analógica de bajo orden y una digital de corte más abrupto y orden más alto. Este filtro digital suele implementarse usando sistemas discretos de *respuesta finita al impulso* (FIR) que además poseen la característica de ser de fase lineal. Esto permite el filtrado sin distorsión de fase, es decir, se preserva no solo el modulo del espectro de la señal de entrada si no también su forma de onda. Esta no es una característica sencilla de obtener en los filtros analógicos de gran orden y corte abrupto. Por otra parte si el sistema opera a lazo cerrado, el filtrado digital puede también implementarse con filtros discretos de *respuesta infinita al impulso* (IIR) dado que estos poseen un menor retardo. El inconveniente de aumentar la frecuencia de muestreo es que ésta puede ser mucho mayor que la necesaria.

Una solución interesante para esta relación de compromiso puede obtenerse utilizando técnicas de sobremuestreo y decimación. La implementación de estos algoritmos está indicada como conversión A/D mejorada en el diagrama en bloques de la Fig. 3.1. Por una parte este esquema permite relajar las especificaciones del filtro antialiasing, pero además también permite obtener una reducción del ruido de cuantización. Desde el punto de vista frecuencial, la señal de entrada se muestrea a una frecuencia M veces más alta que la frecuencia de Nyquist-Shannon y luego se implementa un algoritmo digital de reducción de la frecuencia de muestreo por un factor M, de manera de reducir el volumen de cálculo aritmético. Este bloque está compuesto por un filtro pasabajos con frecuencia de corte discreta $\omega_c = \pi/M$ y un decimador por M, indicado por el símbolo "$\downarrow M$" en la Fig. 3.1.

El esquema detallado de la conversión A/D se muestra en la Fig. 3.2, y los espectros de las sucesivas etapas en la Fig. 3.3. El espectro de la señal $x_m(t)$ que ocupa la banda

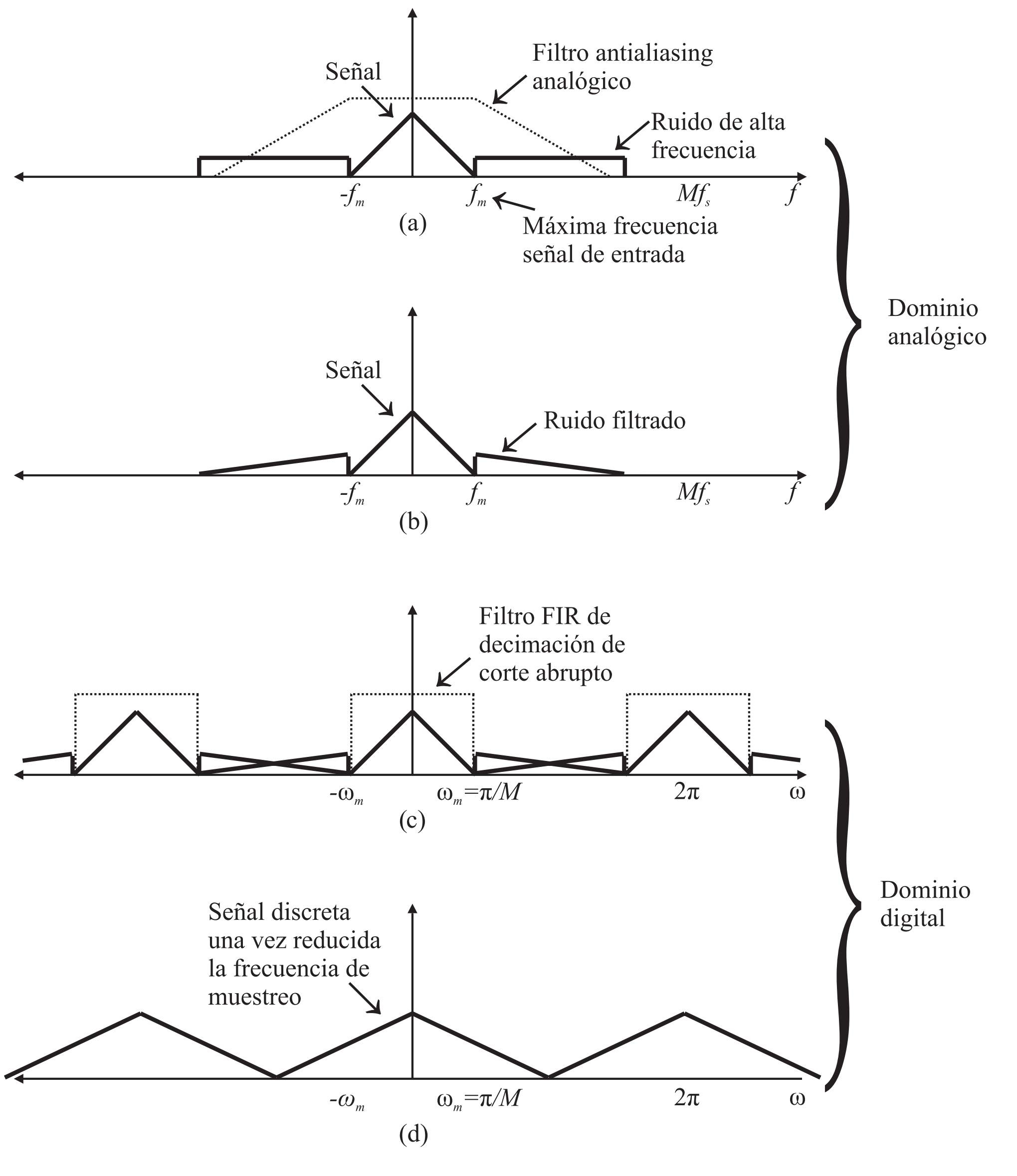


Figura 3.3: Espectros de la etapa A/D con sobremuestreo y posterior decimación digital.

de frecuencias $\pm f_m$ (Fig. 3.3(a)) se muestrea a una frecuencia varias veces mayor que $2f_m$, en este caso $2Mf_m = Mf_s$. En la figura también se representan componentes de ruido con mayor ancho de banda que la señal de interés.

Como resultado del muestreo, este ruido podría replicarse en banda base. Este efecto se atenúa si se utiliza un filtro antialiasing analógico. La mayor frecuencia de muestreo permite relajar las especificaciones de este filtro analógico, pues permite ampliar la banda de transición. Los espectros de las señales después del filtro analógico se grafican en la Fig. 3.3(b).

Una vez muestreada (y cuantizada) por el conversor A/D (Fig. 3.2), la señal discreta resultante se filtra con un filtro pasabajos discreto con frecuencia de corte $\omega_c = \pi/M$. Como éste es un filtro discreto la elección de sus características frecuenciales sólo depende de la potencia de cálculo disponible o la que el diseñador desee asignar a esta tarea. Una ventaja adicional del filtro digital es que elimina las componentes frecuenciales de ruido que están fuera de la banda de interés.

El último paso (la decimación) se basa en descartar una de cada M muestras, que resulta en una expansión por M del espectro obteniendo así el espectro de la señal $x_d[n]$ mostrado en la Fig. 3.3(d). Este esquema también ayuda a explicar la mejora en el ruido de cuantización. La señal $x_d[n]$ puede expresarse como $x_d[n] = x_{dm}[n] + x_{de}[n]$, en donde $x_{dm}[n]$ es la salida debido a la señal moduladora $x_m(t)$ y $x_{de}[n]$ es la parte de la salida correspondiente al ruido de cuantización cuando se lo modela como una fuente aditiva con distribución de probabilidad uniforme. Puede demostrarse [64] que bajo este esquema de sobremuestro y decimación la potencia de la señal de ruido de cuantizacióm es

$$\wp\{x_{de}[n]\} = \frac{1}{12M}\left(\frac{X_m}{2^B}\right)^2 \tag{3.1}$$

donde M es el factor de sobremuestreo, X_m es el valor máximo que puede tomar la señal $x_m(t)$ y B la cantidad de bits del conversor A/D. La Ec. 3.1 muestra que para un dado conversor A/D, la potencia del ruido de cuantización puede disminuirse aumentando el factor de sobremuestreo. Más aun, cada vez que se duplica el factor de sobremuestreo M, se obtiene una ganancia equivalente de 1/2 bit, es decir que muestreando a una frecuencia Mf_s se obtiene una ganancia de $(\log_2 M)/2$ respecto del piso de ruido de cuantización que se esperaría si la conversión se realiza a una frecuencia de muestreo f_s.

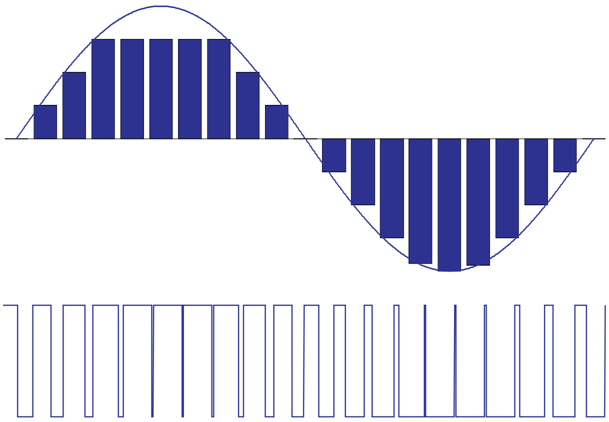


Figura 3.4: Señal PCM y MAP.

De esta forma, el filtro antialiasing de corte abrupto queda implementado como la cascada de un filtro analógico de bajo orden y un filtro digital de mayor orden. El resultado neto es el mismo que se hubiera obtenido muestreando la señal a una frecuencia f_s pero en este caso, la utilización de los algoritmos de sobremuestreo y decimación permiten no solo relajar las especificaciones del filtro analógico antialiasing, con su consecuente reducción de tamaño y costo, sino además obtener un aumento en la resolución de la conversión A/D incrementando efectivamente la relación señal/ruido de cuantización.

3.3. Conversión D/A mejorada

Esta etapa puede entenderse como la conversión de una señal digital modulada por pulsos codificados (una norma de audio digital utilizado en formatos comerciales como Blu-ray, Discos Compactos y DVDs entre otros, más conocida por sus siglas en ingles PCM "pulse code modulation") para obtener una señal modulada por ancho de pulsos (MAP) adecuada para excitar un amplificador conmutado. A modo de ejemplo, en la Fig. 3.4 se muestra una señal sinusoidal y las señales PCM (3 bits) y MAP correspondientes.

A pesar de que la conversión PCM-MAP para la amplificación de sonido de alta eficiencia y baja distorsión ha sido objeto de investigación desde hace algunos años, ésta sigue atrayendo el interés de los especialistas. Esto se debe a que el espectro de la señal original se ve profundamente alterado, incorporando importantes niveles de distorsión.

Si dicha distorsión se encuentra fuera del rango de frecuencias de interés, entonces puede eliminarse en la etapa de demodulación, normalmente realizada mediante un filtro pasa bajos. En primera instancia, esto no es posible dado que la MAP *uniforme*, que es el esquema de modulación más adecuado para señales digitales, introduce distorsión en banda base (pág. 19, Capítulo 2). Los algoritmos implementados en un procesador digital de señales que se presentan en este capítulo pueden verse como una serie de esfuerzos tendientes a reducir la distorsión armónica y el piso de ruido en la banda de frecuencia de audio.

Como se mostró en el Capítulo 2, la modulación natural, en donde la señal MAP binaria cambia de signo cuando la señal moduladora iguala a la portadora, presenta una menor distorsión en banda base que la MAP uniforme, en la cual el cambio de signo de la señal binaria ocurre de acuerdo al valor que $x_m(t)$ toma en $t = kT$, es decir al principio de cada período de la portadora.

Los algoritmos de conversión D/A mejorada apuntan a reducir la distorsión intrínseca de la MAP, e incluyen algoritmos de interpolación, de predistorsión, y de redistribución del espectro de ruido de cuantización. Como se mostró en el Capítulo 2 , la modulación natural tiene menor distorsión en banda base que la modulación uniforme. De allí que se hayan propuesto gran cantidad de algoritmos que tratan de conseguir el espectro de una MAP natural utilizando una MAP uniforme. Usualmente, lo que se busca es resolver el problema de intersección; la solución analítica no es trivial [30] y por lo tanto se han desarrollado diferentes soluciones numéricas y métodos aproximados. La idea básica es interpolar la señal original para contar con una estimación más precisa del punto de intersección, pero otras propuestas buscan resolver el problema de intersección de manera diferente [20, 59], por ejemplo predistorsionando la señal original de manera que la modulación uniforme de la señal distorsionada coincidan con la modulación natural de la señal original. De todas maneras, la MAP natural no está libre de distorsión en banda base, como se discute en la Sección 2.2.1.2 del Capítulo 2, lo que plantea el interrogante de la existencia de otras técnicas de modulación que presenten un menor índice de distorsión. Se han desarrollado algunas ideas en este sentido [33], pero la dificultad de implementarlas en tiempo real obligan a modular o predistorsionar la señal “fuera de línea” y almacenarla en un formato distinto al habitual, lo que limita su aplicación para una gran cantidad de señales que ya se disponen muestreadas y codificadas en forma normalizada (usualmente PCM).

Cualquiera sea la aproximación elegida, siempre ocurre una cuantización al convertir la representación numérica del valor de la señal a un ciclo de trabajo adecuado a la resolución del modulador por ancho de pulso incorporado en el procesador digital de señales. Esta cuantización puede efectuarse de manera de reducir el ruido en la banda de audio a costa de incrementarlo en aquellas bandas que no son de interés para la aplicación. Se utilizan técnicas análogas al moldeo de ruido presentado en la Sección 3.3.1 para la conversión A/D, pero reformulados para la conversión D/A [40, 41, 64].

En este capítulo se combinan varias de estas técnicas para analizar su comportamiento cuando se implementan en un procesador digital de punto fijo. La implementación práctica de los algoritmos permite evaluar apropiadamente las ventajas e inconvenientes de los distintos métodos en un ambiente realista. Si bien en teoría es posible obtener reducciones muy significativas del contenido frecuencial espurio en banda base, en una implementación real muchas de esas mejoras se ven atenuadas por efecto del ruido eléctrico, distorsiones no deseadas de la señal, etc.

No sólo es importante el desempeño desde el punto de vista de la calidad de la señal obtenida, sino también de acuerdo con la dificultad de implementación. Por ello se introduce un índice que intenta reflejar el costo computacional que requiere la ejecución de estos algoritmos, que tiene en cuenta el número de operaciones que deben realizarse por unidad de tiempo. Los resultados experimentales se presentan de manera constructiva, lo que permite observar las mejoras obtenidas en el espectro de la señal MAP de salida al utilizar las distintas combinaciones de interpolación, predistorsión y moldeo de ruido.

3.3.1. Interpolador y moldeo del ruido

Las técnicas de interpolación junto con algoritmos de moldeo del ruido (*noise shaping* en ingles) permiten lograr un incremento efectivo de la relación señal/ruido de una señal digital (SNR por sus siglas en inglés *signal to noise ratio* [64]). El primero puede verse como un escalado del eje de frecuencias mientras que el segundo permite modificar la distribución espectral del piso de ruido.

Interpolador

El proceso de interpolación está compuesto por dos etapas, una de sobremuestreo y otra posterior de filtrado digital. El sobremuestreo consiste en intercalar $L-1$ ceros

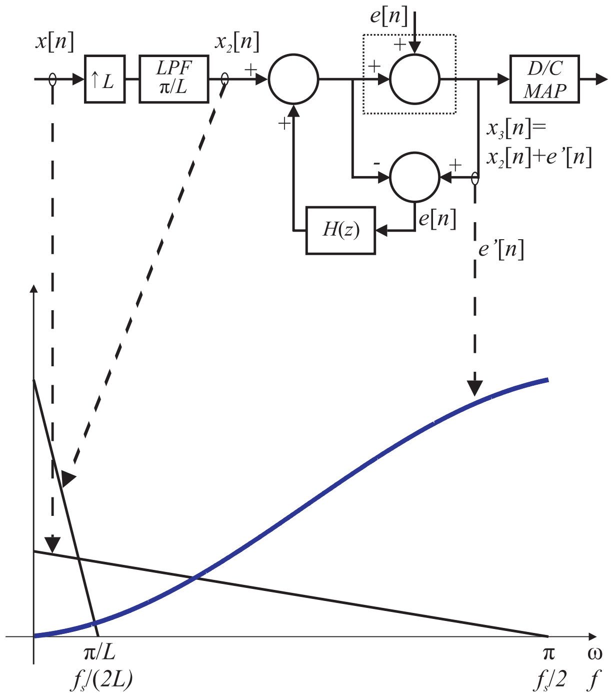


Figura 3.5: Sobre muestreo y moldeo del ruido.

entre las muestras de la señal. Desde el punto de vista espectral esto equivale a replicar L veces el espectro de la señal original en el intervalo $0 < \omega < 2\pi$. Esta etapa se sigue con un filtro pasabajos de frecuencia de corte π/L, que se encarga de eliminar las réplicas no deseadas. De esta forma el conjunto sobremuestreo+filtro pasabajos, produce un efecto similar al que hubiese resultado de muestrear la señal original a una frecuencia más alta. Si la señal discreta original $x[n]$ se obtuvo al tomar muestras de una señal analógica a la frecuencia de muestreo f_s, entonces, luego de la interpolación por L la nueva frecuencia de muestreo es Lf_s.

Moldeo del ruido

La técnica de moldeo del ruido es útil para alterar el espectro de ruido de cuantización de forma de atenuar sus efectos en una banda de interés, a costa de aumentar el piso de ruido en otra banda de frecuencias que no sea relevante para la aplicación. Para conversores de buena resolución, en los que el paso de cuantización Δ es pequeño, es frecuente aproximar el efecto no lineal de la cuantización como una fuente de ruido blanco aditiva, de distribución uniforme entre $-\pi$ y π con densidad espectral de potencia de $\Delta^2/12$.

El moldeo del ruido consiste en filtrar el ruido de cuantización con el filtro discreto $H(z)$ en la Fig. 3.5. La entrada al filtro es el ruido de cuantización que se obtiene comparando la señal antes y después del cuantizador. La función de sistema entre $x_2[n]$, $e[n]$ y $x_3[n]$ está dada por [66]

$$X_3(z) = X_2(z) + (1 + H(z))E(z). \tag{3.2}$$

Esta expresión muestra que la señal $x_2[n]$ pasa inalterada a través del lazo de moldeo del ruido, mientras que el ruido de cuantización queda afectada por el filtro $(1+H(z))$. Por lo tanto, el ruido de cuantización $e'[n]$ que aparece a la salida del algoritmo de moldeo del ruido tiene una densidad espectral de potencia dada por [64]

$$\phi_{e'e'} = (\Delta^2/12)(1 + H(e^{j\omega}))^2. \tag{3.3}$$

Una elección adecuada de $H(z)$ permite disminuir el ruido en una banda de interés, a costa de aumentarlo fuera de ella. Por ejemplo, si $H(z) = -z^{-1}$, $1 + H(z) = 1 - z^{-1}$ y luego

$$\begin{aligned} 1 + H(e^{j\omega}) &= 1 - e^{-j\omega} \\ &= e^{-j\frac{\omega}{2}}(e^{j\frac{\omega}{2}} - e^{-j\frac{\omega}{2}}) \\ &= e^{-j(\frac{\omega}{2}-\frac{\pi}{2})} 2\sin(\omega/2). \end{aligned} \tag{3.4}$$

Por lo tanto, la densidad espectral de ruido resulta en este caso

$$\phi_{e'e'} = (\Delta^2/12)(2\sin(\omega/2))^2. \tag{3.5}$$

Tanto la Ec. 3.4 como la Ec. 3.5 muestran que el lazo de moldeo de ruido efectivamente atenúa sus efectos para $\omega < 0{,}5$, pero los magnifica para altas frecuencias, cuando $\omega \to \pm\pi$. Otras elecciones de $H(z)$ pueden enfatizar este comportamiento. Por ejemplo, si

$$1 + H(z) = (1 - z^{-1})^p \tag{3.6}$$

la densidad espectral de ruido resulta

$$\phi_{e'e'} = (\Delta^2/12)(2\sin(\omega/2))^{2p} \tag{3.7}$$

que representa una crecimiento más lento en el rango de baja frecuencia, pero una amplitud p veces mayor en $\omega = \pi$.

Operación conjunta del interpolador y moldeo del ruido

La implementación conjunta del interpolador y el moldeo de ruido permite contar con los beneficios de ambas técnicas. Por una parte, el interpolador al elevar al frecuencia de muestreo de $2f_m = f_s$ a $2Lf_m = Lf_s$ causa que la potencia de ruido de cuantización quede distribuida sobre un mayor rango de frecuencias, produciendo una reducción efectiva de la potencia de ruido en la banda de interés $[0, f_m]$. Por otra parte, el algoritmo de moldeo de ruido permite aprovechar la banda de frecuencias entre f_m y $Lf_s/2$ generada por el interpolador para concentrar allí la región donde se incrementa el ruido de cuantización como consecuencia de disminuirlo en la banda de interés entre 0 y f_m.

3.3.2. MAP Pseudo-Natural de flanco descendente (MAPPNFD)

En base a las conclusiones sobre el espectro de las señales MAPUFD y MAPNFD analizado en el Capítulo 2, se desprende que podría resultar interesante algún mecanismo que obtenga los ciclos de trabajo correspondientes a la modulación MAPNFD teniendo como entrada las muestras uniformemente adquiridas de la señal moduladora $x_m(t)$ y usando algún tipo de algoritmo de procesamiento de señales. La resolución analítica del problema planteado implica la obtención de la intersección entre $x_m(t)$ y la señal portadora. Para una señal diente de sierra la ecuación de intersección para MAPNFD está dada por la Ec. 2.2 Aún en el caso más sencillo en que $x_m(t)$ sea una señal sinusoidal pura, la obtención analítica del ancho de pulso, $\tau_{k,N}$ por intermedio de la Ec. 2.2 requiere resolver una ecuación trascendental. Si se pretende implementar el algoritmo en tiempo real en un procesador digital de señales, entonces $\tau_{k,N}$ debe obtenerse usando únicamente las muestras de la señal moduladora que se obtienen por muestreo uniforme ($x_m[n] = x_m(t) \mid_{t=kT}$). Este problema es conocido como estimación del punto de cruce. Un resumen de algunas alternativas presentadas para su resolución se presentan a continuación.

Revisión de los métodos

Existen muchos métodos y aproximaciones utilizados para resolver el problema planteado en la sección anterior. De acuerdo con Nielsen [67] la primer publicación relacionada con MAPPN es de 1967 [24]. En este trabajo la MAPPN es denominada “modulación del tercer tipo”, en referencia a una nueva alternativa respecto de las de modulación *natural* y *uniforme*. In 1990 Leight *et al.* [26] propusieron y verificaron experimentalmente un método en el cual el flanco ascendente y el descendente de una señal MAP se determinan a partir de una interpolación lineal ponderada entre tres muestras sucesivas de la señal moduladora. Goldberg y Sandler [27, 39] en 1991, proponen una MAPPN basada en un polinomio de tercer orden para la interpolación y una única iteración de Newton-Raphson para resolver el problema de la intersección. Una década más tarde, Pascual y Roeckner [68] idean un algoritmo computacionalmente eficiente para obtener la MAPPN; en este trabajo también se analiza la performance y el costo computacional de implementar diferentes algoritmos. En 2003 Pascual *et al.* [20] propusieron utilizar un resultado debido a Song [59] basado en un teorema de expansión de Lagrange. En el mismo año, Gwee *et al.* [25, 28] también propusieron utilizar una interpolación lineal entre dos muestras consecutivas. Jin-Whi y Hawksford [42] presentaron en 2004 un esquema de interpolación de muestra fraccional, y dos años después Shimanskiy y Jang [69] desarrollaron experimentalmente en una FPGA un método iterativo basado en una interpolación polinómica cúbica. En 2007 Midya *et al.* [70] presentaron simulaciones y la implementación de un algoritmo recursivo basado en una interpolación de Lagrange.

Un método relativamente nuevo que permite resolver simultáneamente ambos problemas (interpolación e intersección), fue desarrollado por [29]. La idea es que los ciclos de trabajo de la MAPNFD de la señal $x_m(t)$ pueden ser calculados como las muestras uniformemente adquiridas de una señal auxiliar $\hat{x}_m(t+T/2)$ cuya expresión se repite aquí

$$\hat{x}_m(t) = x_m(t) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)!} \left(\frac{T}{2}\right)^n \frac{d^n}{dt^n} \left[x_m(t)\right]^{n+1} . \tag{3.8}$$

La MAPPNFD puede implementarse como la modulación uniforme (MAPUFD) de la señal $\hat{x}_m(t)$, que es una forma predistorsionada de $x_m(t)$. Debido a la rápida convergencia de la serie en la Ec. 3.8, puede obtenerse una buena aproximación tomando solo algunos términos de la sumatoria. Calculando las derivadas de forma discreta el algoritmo MAPPNFD puede implementarse como una combinación de un algoritmo lineal de procesamiento de señales que calcula las derivadas y una parte no lineal que implementa una aproximación finita a la suma de potencias en la Ec. 3.8.

3.4. Implementación de los algoritmos en un procesador digital de señales

A continuación se describen los detalles de implementación de los algoritmos de interpolación, moldeo del ruido y la etapa de modulación digital en un procesador digital de señales TMS320F2812 de punto fijo. La frecuencia efectiva del reloj utilizado para el contador que implementa el MAP digital es de 75 MHz. La frecuencia de muestreo de la señal a procesar es de $f_s = 44{,}1$ kHz, una frecuencia normalizada en audio digital. Se implementó un interpolador de orden $L = 8$, aumentando de esta manera la frecuencia de muestreo de la señal a 352,8 kHz. La resolución del contador que implementa la MAP digital es de aproximadamente 10,73 bits en el primer caso (portadora de $f_c = 44{,}1$ kHz) y 7,73 bits en el segundo caso (portadora de $f_c = 352{,}8$ kHz) . La señal moduladora PCM $x_m[n]$ es una sinusoidal de 2205 Hz, salvo que se indique lo contrario, y se encuentra almacenada en la memoria del procesador dado que solo se pretende verificar los efectos de los algoritmos sobre la conversión D/A y por lo tanto no se incluyen los efectos de la conversión A/D. La representación numérica utilizada para los coeficientes y señales es Q15 (16 bits), es decir, 15 bits para la parte fraccionaria y un bit de signo. Algunos detalles sobre la representación numérica en un DSP de punto dijo se resumen en el Apendice **A**.

Interpolación y moldeo del ruido en un procesador de punto fijo

Para realizar la interpolación de $f_s = 44{,}1$ kHz a $Lf_s = 352{,}8$ kHz, se implementó un algoritmo de sobremuestreo con $L = 8$. En primer lugar se agregan $L-1$ ceros entre las muestras de la señal original, y luego esta nueva señal es filtrada con un filtro pasa bajos. En este caso se utilizó un filtro FIR tipo Hamming de orden 30 con una frecuencia de corte de $Lf_s/(2L) = 22{,}05$ kHz. Las señales temporales y frecuenciales que corresponden a los sucesivos pasos del algoritmo de sobremuestreo se muestran en la Fig. 3.6. Las señales temporales de la Fig. 3.6 ((a)-(c) y (e)) fueron obtenidas directamente de los registros del DSP cuando el algoritmo se encontraba en funcionamiento. Luego, los espectros en frecuencia se obtuvieron utilizando un algoritmo de FFT. En la Fig. 3.6(a) se muestra con línea continua la señal moduladora almacenada en la tabla del DSP y su espectro se aprecia en la Fig. 3.6(b). La señal temporal con los ceros agregados entre las muestras se grafica en la Fig. 3.6(c) y el efecto frecuencial de agregar estos ceros se

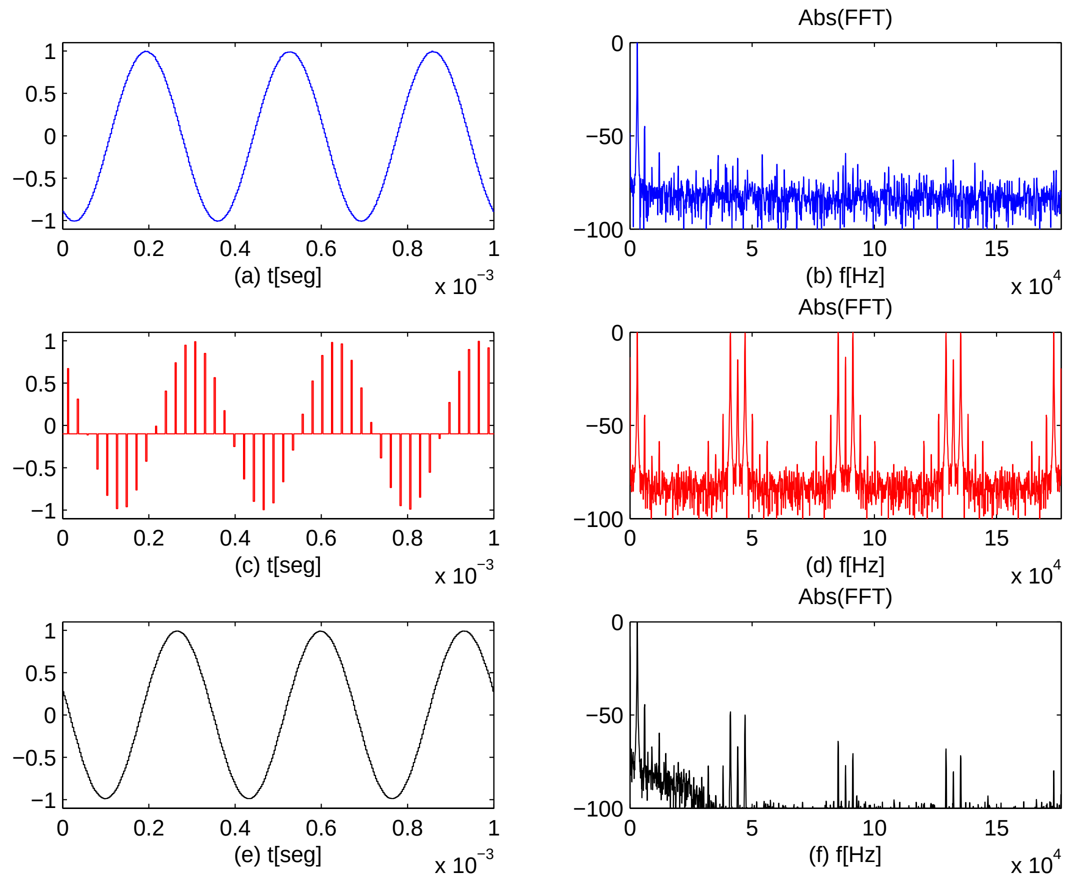


Figura 3.6: Proceso de interpolación digital. Dominio temporal y dominio frecuencial.

muestra en la Fig. 3.6(d). Se observa que aparecen réplicas del espectro de banda-base en múltiplos de $f_s = 44{,}1$ kHz. El objetivo de la etapa de filtrado es el de eliminar estas réplicas. El empleo de un filtro pasabajos ideal permite obtener un espectro idéntico al que se obtendría muestreando la señal a una frecuencia L veces superior. Esto no es posible en la práctica, por esta razón se observan algunos armónicos residuales en la Fig. 3.6(f) correspondiente a la señal temporal interpolada de la Fig. 3.6(e). Las replicas quedan atenuadas más de 50dB y están fuera de la banda de frecuencias de interés. Como resultado final, se obtiene la señal sinusoidal de la Fig. 3.6(e) que tiene la misma frecuencia que la señal de la Fig. 3.6(a) pero ahora muestreada a Lf_s en lugar de f_s (352,8 kHz en lugar de 44,1 kHz).

Para el algoritmo de moldeo del ruido se utilizó el filtro $H(z)$ de cuarto orden de la forma

$$H(z) = -1 + (1 - z^{-1})^4 = -(4z^{-1} - 6z^{-2} + 4z^{-3} - z^{-4}). \tag{3.9}$$

En la Fig. 3.7 se muestra el espectro de la señal de salida obtenido utilizando un osciloscopio digital en donde puede apreciarse la forma del espectro del piso de ruido cuando se utiliza el filtro $H(z)$ dado por la Ec. 3.9. La escala de frecuencias entre $0-500$ kHz permite apreciar la portadora de 352,8 kHz, la moduladora de 2205 Hz y la forma del espectro del ruido de cuantización. La disminución del ruido en la banda de audio ($0-25$ kHz equivale a media división del eje horizontal) parece menor a la esperable por la limitada resolución del conversor A/D del osciloscopio (8 bits).

El algoritmo de moldeo del ruido se implementó mediante la ecuación a diferencias que surge de antitransformar $H(z)$. Para evitar calcular las multiplicaciones en punto fijo (ver Apéndice **A**) y dado que los coeficientes de la Ec. 3.9 son enteros, el cálculo del moldeo del ruido se realizó utilizando únicamente sumas.

Modulador digital en un procesador de punto fijo

En general, cualquiera sea el procesador digital de señales utilizado, la implementación de una MAP con portadora triangular o portadora diente de sierra se realiza mediante un contador que incrementa su valor hasta alcanzar un valor tope definido por el programador y luego lo decrementa (triangular) o que una vez que llega al valor máximo vuelve a cero y comienza a contar nuevamente (diente de sierra). Esta situación se ilustra en la Fig. 3.8(a) para el caso triangular. El valor máximo del contador "*Timer*

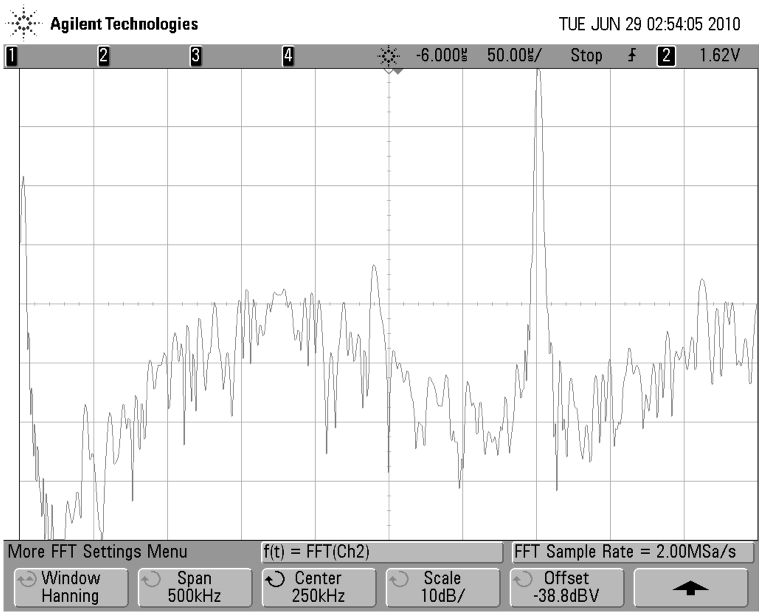


Figura 3.7: FFT de la señal MAP con interpolador y moldeo del ruido. Rango de frecuencia 0 – 500 kHz.

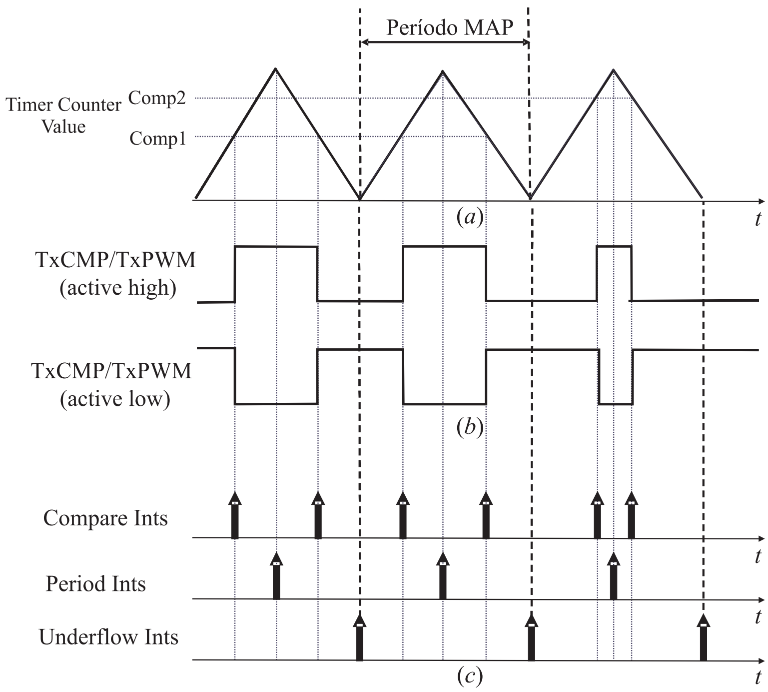


Figura 3.8: Variantes de interrupciones para la generación de la MAP triangular.

Tabla 3.1: Respuestas impulsivas de los filtros FIR.

n	0	1	2	3	4	5	6
h_a	$1/120$	$-3/40$	$3/8$	0	$-3/8$	$3/40$	$-1/120$
h_b	$1/720$	$-3/160$	$3/16$	$-49/144$	$3/16$	$-3/160$	$1/720$

Counter" permite establecer el período de la señal MAP en función de la frecuencia de reloj utilizada para aumentar el valor del contador. La ecuación que relaciona el período T de la señal portadora con la frecuencia f_{clk} del reloj del DSP y el valor máximo del contador N_{cont} esta dada por: $T = 1/f_c = f_{clk}/N_{cont}$.

Además de generar la señal portadora es necesario cargar el valor de comparación (ciclo de trabajo) una o dos veces por período en función del esquema de modulación utilizado. Estos valores corresponden a los registros "*comp1*" y "*comp2*" que se muestran en la Fig. 3.8(a).

La actualización de los ciclos de trabajo se realizan por medio de interrupciones. En la Fig. 3.8(c) se muestran los tipos de interrupciones disponibles en el procesador digital de señales F2812 para realizar la actualización del ciclo de trabajo. En el caso de MAPUDFS es suficiente actualizar el ciclo de trabajo una vez por período de la señal triangular pudiendo utilizar las interrupciones "Underflow ints" o "Period ints". Es decir, el mismo ciclo de trabajo se utiliza para las pendientes positiva y negativa de la señal triangular. Para el caso de MAPUDFA es necesario actualizar el ciclo de trabajo dos veces por cada período. En este caso se utiliza un ciclo de trabajo para la pendiente positiva ("Underflow ints") y otro distinto para la pendiente negativa ("Period ints"). Para los casos MAPUFD y MAPPNFD se utiliza la interrupción "Underflow ints" de manera de cargar el registro de comparación al comienzo de un nuevo período.

En los espectros medidos se utilizó una frecuencia de portadora $f_c = 352{,}8$ kHz para el caso MAPUDFS y $f_c = 176{,}4$ kHz para el caso MAPUDFA, de manera que el esfuerzo computacional para el cálculo de los algoritmos de sobremuestreo, moldeo del ruido y actualización del ciclo de trabajo son equivalentes en ambos esquemas.

MAPPNFD en un procesador de punto fijo

El algoritmo de modulación por ancho de pulso pseudo-natural de flanco descendente (MAPPNFD) se implementó tomando los primeros dos términos en la sumatoria de la Ec. 3.8. Se utilizaron dos filtros FIR simétricos de 6to orden para el cálculo aproximado de la primera y segunda derivada de la señal moduladora. Las respuestas impulsivas de los filtros $h_a[n]$ y $h_b[n]$ son de la forma

$$h_i[n] = \sum_{i=0}^{6} \varepsilon_i \delta[n-i], \qquad i = a, b$$

y los coeficientes de los filtros se listan en la Tabla 3.1. La salida de los filtros FIR está dada por

$$\begin{aligned} x_a[n] = h_a[n] * x_m[n] &\approx (T/2)\frac{dx_m(t)}{dt}|_{t=(n+1/2)T}, \\ x_b[n] = h_b[n] * x_m[n] &\approx (T^2/8)\frac{d^2x_m(t)}{dt^2}|_{t=(n+1/2)T}, \end{aligned}$$

donde "$*$" indica el cálculo de la suma de convolución.

Para el cálculo de la señal predistorsionada $\hat{x}_m[n]$ se parte de $x_m[n]$, luego se computan multiplicaciones entre la señal de entrada y las salidas de los filtros ($x_a[n]$ y $x_b[n]$),

$$\hat{x}_m[n] = x_m[n-3](1 + x_a[n] + (x_a[n])^2 + x_b[n]x_m[n-3]). \tag{3.10}$$

El retraso de tres muestras en la salida hace que el sistema sea causal y de esta manera se puede calcular en tiempo real.

3.5. Ensayos experimentales

La combinación de los distintos tipos de algoritmos para la conversión D/A presentados en este capítulo se ensayaron experimentalmente. Su comportamiento se analiza en base a los desarrollos teóricos presentados en las secciones previas y en el capítulo anterior para el caso de las variantes de MAP. El propósito de estos ensayos es el de estudiar el desempeño de las distintas alternativas cuando se implementan en un procesador digital de punto fijo. En teoría cada uno de los métodos propuestos aumenta la relación señal a ruido de la conversión, pero esta mejora se ve limitada en la práctica debido a la necesidad de efectuar los cálculos con aritmética de punto fijo. Además, en los desarrollos teóricos previos, no se tuvo en cuenta la cantidad de operaciones por segundo que demanda el cálculo de cada uno de los algoritmos. Esta característica es muy importante desde el punto de vista de la implementación porque influye directamente sobre la carga a la que se somete al procesador (por ejemplo, si se podrán realizar operaciones adicionales o atender otros procesos). El análisis del desempeño, por lo tanto, tendrá en cuenta dos aspectos: por un lado la distorsión armónica total (DAT) y por el otro una evaluación de la carga o esfuerzo computacional que demanda un determinado algoritmo.

Distorsión armónica total más ruido (DAT+R)

Las expresión para la DAT+R utilizada en las mediciones es

$$\mathrm{DAT+R} = \frac{\sum \mathrm{PA} + \mathrm{PR}}{\mathrm{PTS}}$$

donde: PA es la potencia de los armónicos, PR es la potencia de ruido y PTS se refiere a la potencia total de la señal en la banda de las frecuencias de audio. La medición de DAT+R se realiza con el analizador de espectro. Para esto se define una banda inferior de frecuenicas en una pequeña región alrededor de la frecuencia fundamental ($1824 - 2560$ Hz) y otra banda ($0 - 1824$ Hz y $2560 - 20000$ Hz) que completa el rango de frecuencias de audio.

La potencia de ruido en una medición de DAT+R puede ser despreciable frente a la potencia de los armónicos. Por ejemplo, si la distorsión del segundo armónico es $1\,\%$ (-40dB) y el ruido se encuentra 90 dB por debajo de la amplitud de la salida de la modulación, entonces el ruido no tiene prácticamente ningún efecto en la medición de DAT+R, y el resultado será el mismo que si se computa una medición de DAT a partir de los armónicos individuales [71]. Esta situación ocurre en varios de los espectros analizados a continuación. En estos casos se usará DAT+R y DAT en forma intercambiable. Sin embargo, en algunos de los esquemas, en donde la distorsión armónica es extremadamente baja, entonces el ruido es la principal contribución al cálculo del DAT+R.

Esfuerzo Computacional: *ec*

Se determinó un indice para evaluar el esfuerzo computacional de los diferentes algoritmos implementados. El mismo se calculó tomando como referencia la MAPPN dado que supone la menor cantidad de operaciones, 11 multiplicaciones "M", y 8 sumas "S" ($11M + 8S = 19$) y además, desde el punto de vista teórico, es el esquema que debería presentar menor DAT. Para poder comparar algoritmos implementados a diferentes frecuencias, el número de operaciones se normalizó a la frecuencia $f_s = 44{,}1$ kHz. El indice ec se define entonces como:

$$ec = \frac{(s + m)}{19} \frac{f_{op}}{f_s} \tag{3.11}$$

donde s es el número de sumas, m el número de multiplicaciones y f_{op} la frecuencia a la que deben computarse las operaciones. El indice ec definido permite independizarse del procesador de señales particular y por lo tanto permite obtener conclusiones generales respecto de los algoritmos.

El análisis de los resultados se presentan de forma constructiva, analizándose por separado los casos de salida simple ("single") y diferencial. Esta división tiene en cuenta que pasar de un amplificador con salida simple (una pierna) a un amplificador diferencial (puente) presenta una serie de ventajas y desventajas que pueden clasificarse en función de la modulación y del hardware asociado. Desde el punto de vista de la modulación, tomar la salida diferencial no significa, necesariamente, un aumento del esfuerzo computacional. Esto se debe a que los procesadores digitales de señales orientados a aplicaciones conmutadas suelen poseer varios moduladores digitales, por lo tanto pasar de una modulación con salida simple a una diferencial solo requiere la carga de un registro adicional en cada ciclo de trabajo. Una excepción es el caso MAPPN (pseudonatural) en donde la salida diferencial implica calcular dos veces la intersección entre la señal moduladora y la señal portadora, por lo que en este caso la salida diferencial duplica el ec.

Por otra parte, desde el punto de vista del hardware, para pasar de una salida simple a una diferencial es necesario duplicar la cantidad de semiconductores, tanto de las llaves de potencia como del circuito excitador ("driver") que las maneja. Además se incrementa la complejidad del filtro de salida. Sin embargo, el amplificador tipo puente diferencial, evita el empleo del capacitor de desacople o de la fuente de alimentación partida que son necesarios en el caso simple, y al duplicar la tensión sobre la carga, cuadriplica la potencia de salida. De esta manera, se duplica la densidad de potencia por unidad de área de circuito impreso.

Figura 3.9: Montaje experimental en el laboratorio para la medición de los espectros.

Los espectros de la señal MAP se obtuvieron utilizando un analizador dinámico de espectro (Stanford Research System, SRS785) que posee una rango de frecuencias de $0 - 102{,}4$ kHz, una resolución para la FFT de 800 líneas, piso de ruido de la FFT de -100 dB y conversores A/D de 18 bits en sus dos canales de entrada. Una fotografía del montaje experimental en el laboratorio se muestra en la Fig. 3.9. Los resultados presentados en este capítulo corresponden a la etapa de procesamiento digital y no incluyen a la etapa de potencia, es decir, las mediciones se toman sobre la salida del procesador digital de señales.

En todos los casos se muestran los espectros en el rango $0 - 102{,}4$ kHz para observar los detalles propios de la modulación y también en el rango entre $0 - 25{,}6$ kHz para apreciar los efectos que la modulación produce sobre el ancho de banda de interés para las señales de audio. En todos las mediciones se utiliza el filtro antialiasing interno del instrumento que adecua su frecuencia de corte al rango de frecuencias utilizado.

Nuevamente, en todos los casos, la señal moduladora utilizada corresponde a la señal PCM sinusoidal de 2205 Hz generada con una tabla en el DSP.

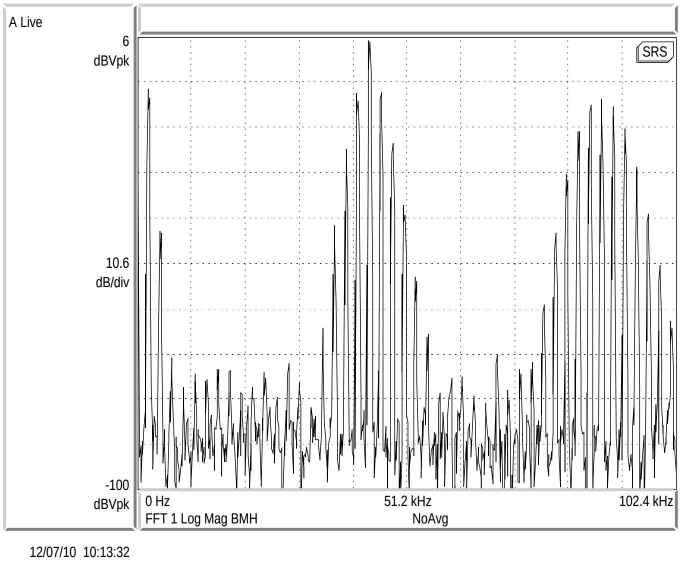
3.5.1. Salida Simple

A continuación se presentan los espectros de todas las variantes de algoritmos medidas con salida simple.

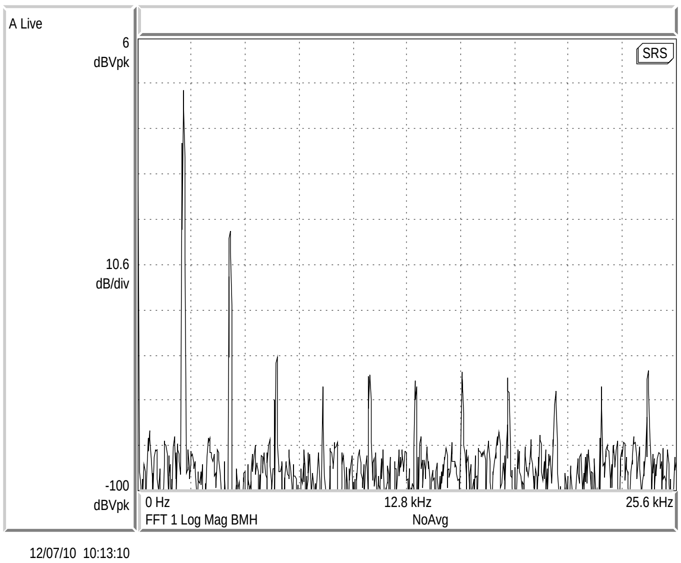
3.5.1.1. Implementación MAPUFD $f_c = 44{,}1$ kHz ①

Las Fig. 3.10(a) y 3.10(b) muestran el espectro de la señal MAPUFD para una frecuencia de la portadora de $f_c = 44{,}1$ kHz. Estos resultados están en concordancia con los resultados teóricos resumidos en el Capítulo 2. Es decir, en MAPUFD la distorsión armónica se debe principalmente a la distorsión intrínseca que existe en banda base, dada por $y_{\mathrm{sin}}(t)$ en la Ec. 2.51 (observada mayormente en el segundo armónico del espectro) y también debido a la intermodulación que existe entre la señal portadora y la versión distorsionada de la señal moduladora.

En ambas figuras es notoria la presencia de gran cantidad de armónicos de la moduladora. Esto se debe a que la frecuencia de esta señal es un submúltiplo entero de la señal portadora. Esto ocurre al generar la moduladora leyendo una tabla cada $f_c/f_m = 20$ ciclos de la portadora. La cuantización del ciclo de trabajo de la señal MAP causa que el ruido de cuantización quede fuertemente correlacionado con la señal lo que se traduce en la aparición de armónicos de la moduladora en el espectro [72].



(a)



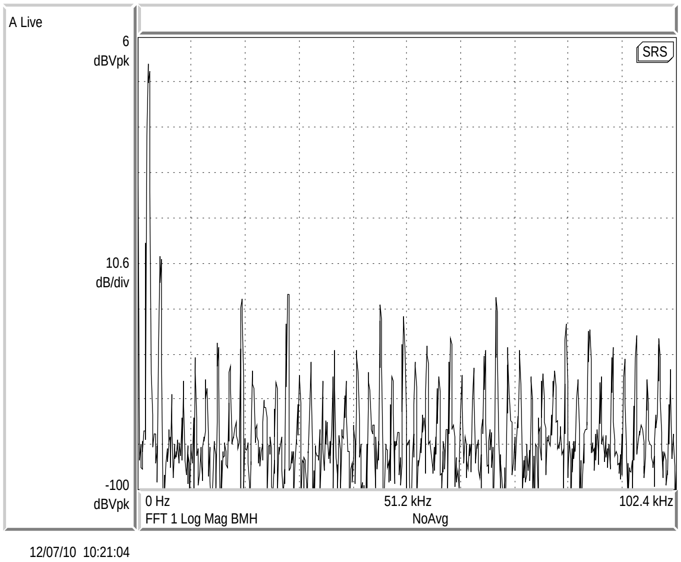
(b)

Figura 3.10: Espectros de la señal MAPUFD Diente de Sierra. Portadora $f_c = 44{,}1$ kHz. DAT+R: 2.3 %.

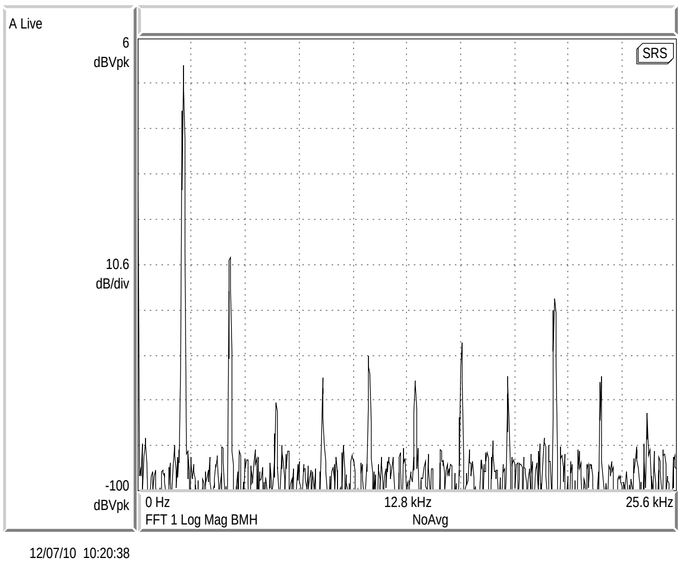
3.5.1.2. Implementación MAPUFD con interpolación a $f_c = 352{,}8$ kHz ②

Las figuras 3.11(a) y 3.11(b) muestran el espectro de la señal MAPUFD cuantizada en forma directa, para una frecuencia de portadora $f_c = 352{,}8$ kHz, usando un factor de interpolación de $L = 8$. La mayor frecuencia de conmutación implica una menor resolución del contador MAP respecto al caso anterior (7.73 bits frente a 10.73 bits), lo que se traduce en un mayor piso de ruido de -60 dB frente a -65 dB, aproximadamente. Sin embargo, los productos de intermodulación de mayor amplitud entre la señal y la portadora aparecen más alejadas de la banda de frecuencias de interés y no alcanzan a visualizarse en el rango disponible en el analizador; solo se observan los productos de intermodulación de amplitud más reducida. Esto influye en un aumento de la amplitud de la componente fundamental de casi 5 dB, y en una reducción del primer armónico de casi 10 dB. A pesar del mayor piso de ruido, la disminución de la amplitud del segundo armónico influye más en el cálculo de la distorsión armónica total, resultando en una distorsión armónica total+ruido de 0.61 % (aproximadamente 44 dB), unos 12 dB menos que para el caso anterior MAPUFD con una frecuencia de portadora de 44 kHz.

El costo computacional es mayor que para el caso anterior, ya que el algoritmo de interpolación necesita calcular un filtro FIR de orden 30 cada $T_m = 1/f_c$ segundos. El cálculo del FIR demanda 15 multiplicaciones y 14 sumas, y se implementa utilizando rutinas de alta eficiencia provistas por el fabricante del procesador. Nuevamente, la alta correlación entre la señal y el error de cuantización se manifiesta por la presencia de tonos armónicos de la señal moduladora en los espectros.



(a)



(b)

Figura 3.11: Espectro de la señal MAPUFD con interpolación. Portadora $f_c = 352{,}8$ kHz. Factor de interpolación $L = 8$. DAT+R: 0.609 %.

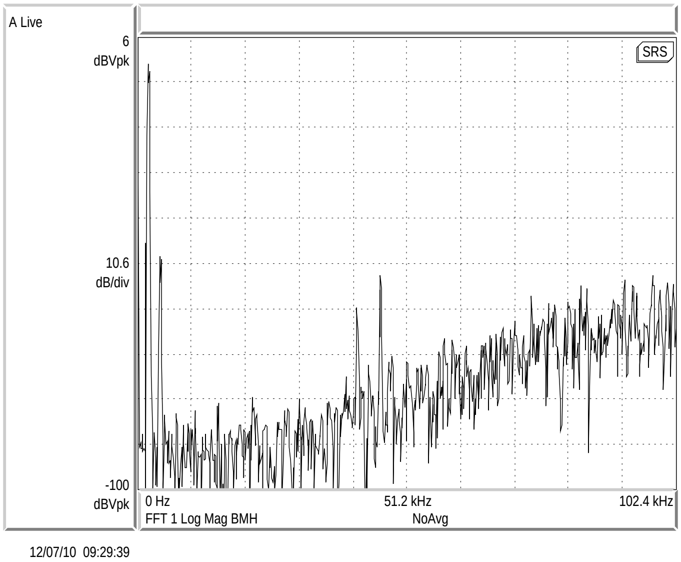
3.5.1.3. Implementación MAPUFD con interpolador y moldeo del ruido $f_c = 352{,}8$ kHz ③

El algoritmo de moldeo de ruido disminuye la potencia de ruido en banda base a costa de aumentarlo fuera de la banda de interés, como puede observarse en la Fig. 3.12(a).

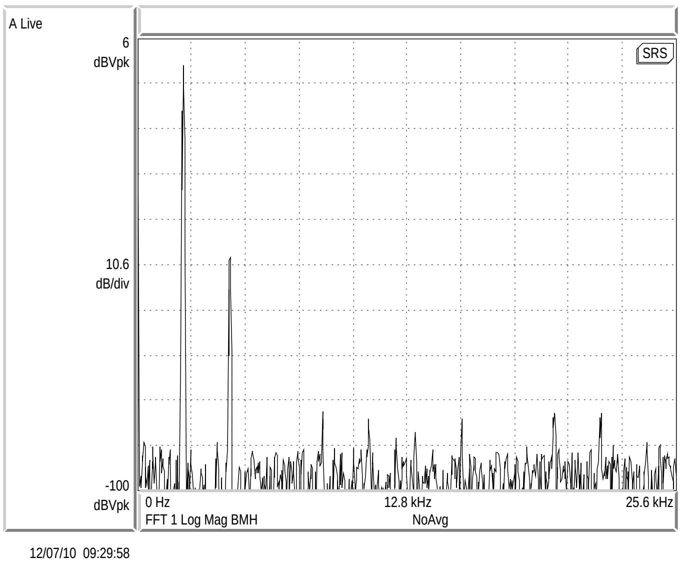
Si bien la amplitud del segundo armónico no cambia significativamente frente al caso anterior (MAPUFD con interpolación), disminuye significativamente el piso de ruido, aproximadamente a -87 dB respecto de la fundamental, al menos en el rango de las señales de audio como se muestra en la Fig. 3.12(b), lo que representa una reducción de 27 dB respecto del caso anterior.

El segundo armónico sigue siendo el principal responsable de la distorsión armónica total + ruido que es de 0,577 %, o $-44{,}8$ dB, apenas $1/2$ dB por debajo del caso anterior.

El costo computacional es apenas superior al del MAPUFD, pues además del interpolador es necesario calcular el conformador de ruido, implementado con un filtro FIR de cuatro orden, tal como se comenta en la Sección 3.4.



(a)



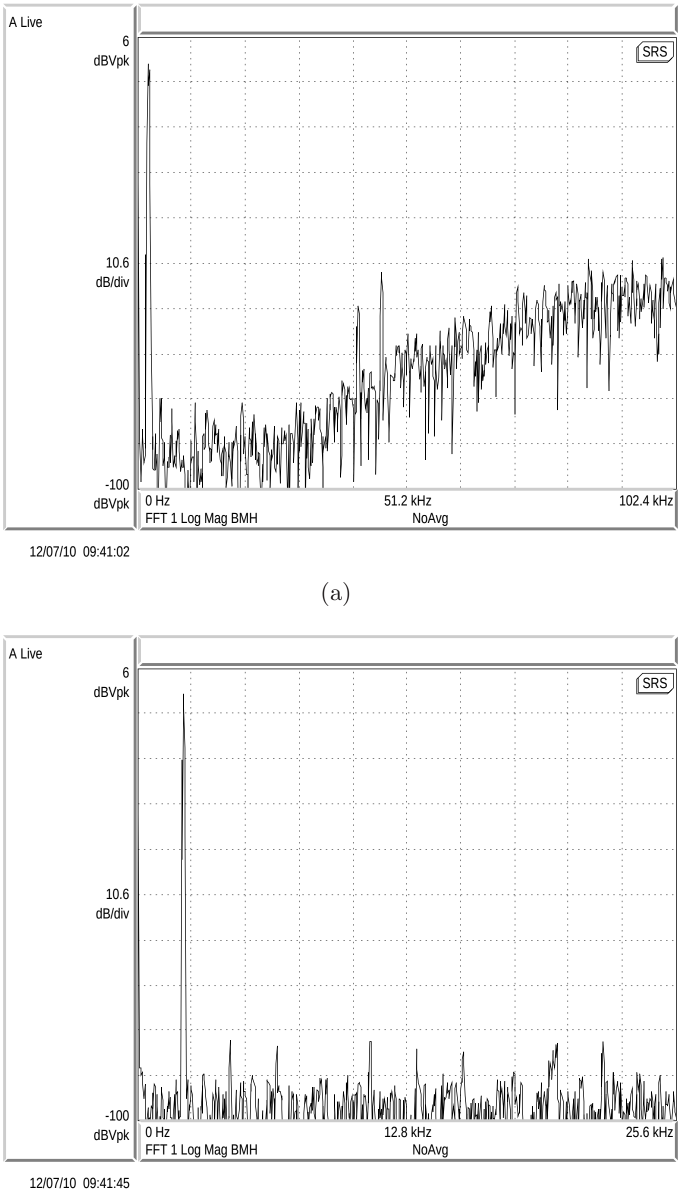
(b)

Figura 3.12: Espectro de la señal MAPUFD con interpolador y moldeo del ruido. Portadora $f_c = 352{,}8$ kHz. Factor de interpolación $L = 8$. DAT+R: 0.577 %.

3.5.1.4. Implementación MAPUDFS $f_c = 352{,}8$ kHz con interpolador y moldeo del ruido ④

El empleo de una portadora triangular MAPUDFS permite atenuar los armónicos pares e impares, tal como se aprecia en la Fig. 3.13. En particular, al disminuir los armónicos el efecto del moldeo de ruido es más significativo, como se observa al comparar la Fig. 3.13(a) con la Fig. 3.12(a). El efecto más notorio se produce sobre el segundo armónico, que se reduce unos 30 dB, hasta casi confundirse con el piso de ruido.

Como la actualización del ciclo de trabajo se efectúa sólo una vez por ciclo, el costo computacional es el mismo que para la MAPUFD a $f_c = 352{,}8$ kHz presentada en la sección anterior. Sin embargo, la importante reducción del segundo armónico hace que la distorsión armónica total en el rango de audio sea de apenas 0.0323 %, casi -70 dB.



(a)

(b)

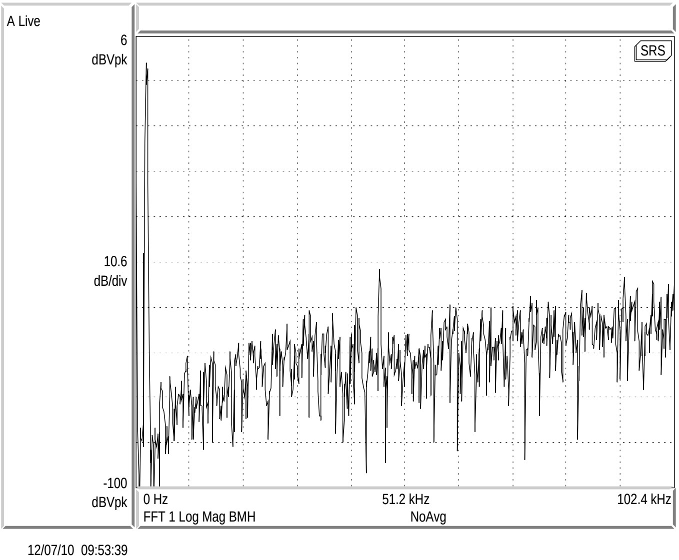
Figura 3.13: Espectro de la señal MAPUDFS con interpolador y moldeo del ruido. Portadora $f_c = 352{,}8$ kHz. Factor de interpolación $L = 8$. DAT+R: 0.0323 %.

3.5.1.5. Implementación MAPUDFA $f_c = 176{,}4$ kHz ⑤

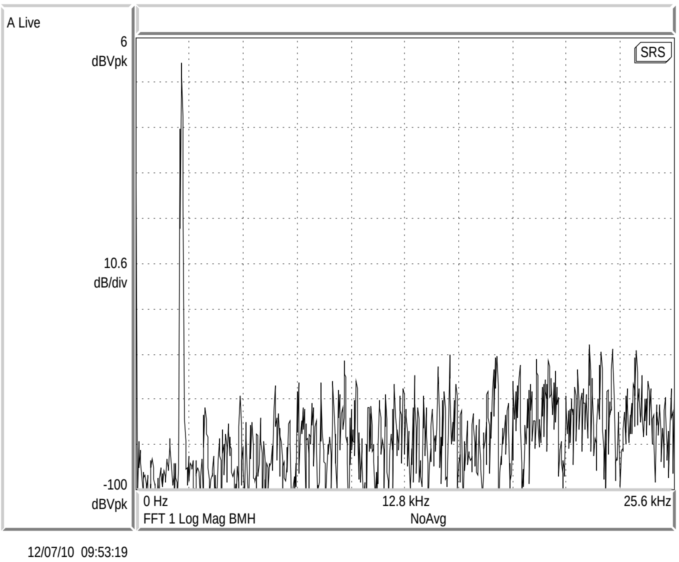
El algoritmo de modulación con portadora triangular de doble actualización, en la que el ciclo de trabajo se calcula tanto para el flanco ascendente como descendente, es teóricamente superior a una modulación triangular con actualización única (simétrica) o una tipo diente de sierra pues no sólo atenúa sino que elimina los armónicos pares.

Sin embargo, la doble actualización implica que los algoritmos de interpolación y de moldeo de ruido deben efectuarse dos veces por período, y como esto implica calcular dos veces los filtros respectivos no es posible utilizar la misma frecuencia de actualización. Por ello se reduce la portadora a una frecuencia $f_c = 176{,}4$ kHz. De esta forma, el costo computacional por unidad de tiempo resulta el mismo que en la implementación anterior; sin embargo, la menor frecuencia de conmutación hace que el algoritmo de moldeo de ruido sea efectivo en una banda de frecuencias más reducida, como se aprecia en la Fig. 3.14. Se observa en ella que el ruido de alta frecuencia no aumenta, pues el algoritmo de moldeo de ruido es el mismo, sino que es eficiente en un ancho de banda mucho más acotado que para el algoritmo MAPUFD (Fig. 3.12(b)) o MAPUDFS (Fig.3.13(b)).

Nuevamente, la ausencia de armónicas de nivel relevante hacen que la distorsión armónica total está dominada por el piso de ruido. Como la banda de reducción de ruido producida por el moldeo de ruido es menor que en el algoritmo MAPUDFS, la distorsión armónica total es de 0.142 %, o unos −57 dB, unos 14 dB más que para la moduladora triangular con una sola actualización (MAPUDFA).



(a)



(b)

Figura 3.14: Espectro de la señal MAPUDFA con interpolador y moldeo del ruido. Portadora 176,4 kHz. Factor de interpolación $L = 8$. DAT+R 0.142 %.

3.5.1.6. Implementación MAPPNFD $f_c = 44{,}1$ kHz ⑥

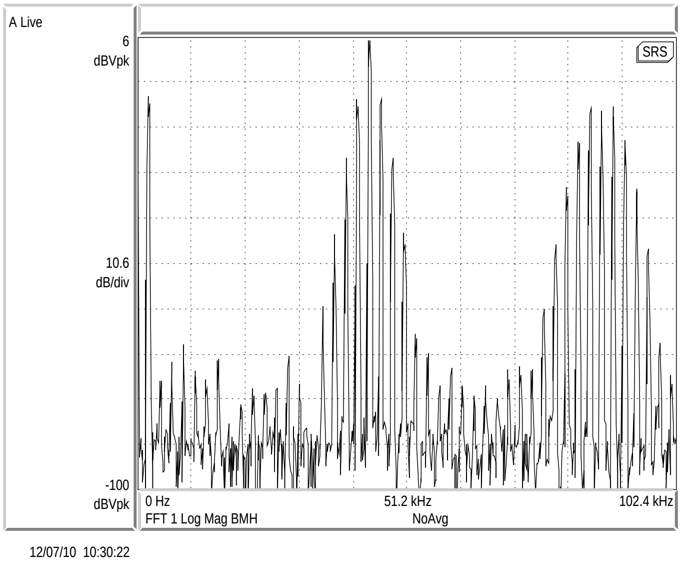
La MAP pseudo-natural por flanco descendente (MAPPNFD) trata de reproducir el comportamiento de la modulación por ancho de pulso analógica. En esta sección se compara su desempeño cuando la frecuencia de la portadora es de apenas 44.1 kHz.

De acuerdo a los resultados teóricos desarrollados en el Capítulo 2, la distorsión en banda base de una MAP natural es menor que la de la MAP uniforme, y lo mismo ocurre con la MAP pseudo-natural, como se aprecia al comparar la Fig. 3.10 (MAPUFD, pág. 64) con la Fig. 3.15 (MAPPNFD). El segundo armónico aparece reducido unos 60 dB respecto a la moduladora, pero el piso de ruido es aproximadamente de la misma magnitud. De hecho, algunas bandas laterales de la portadora pueden ser ligeramente mayores en la MAPPNFD que en la MAPUFD pero estas quedan fuera de la banda de interés.

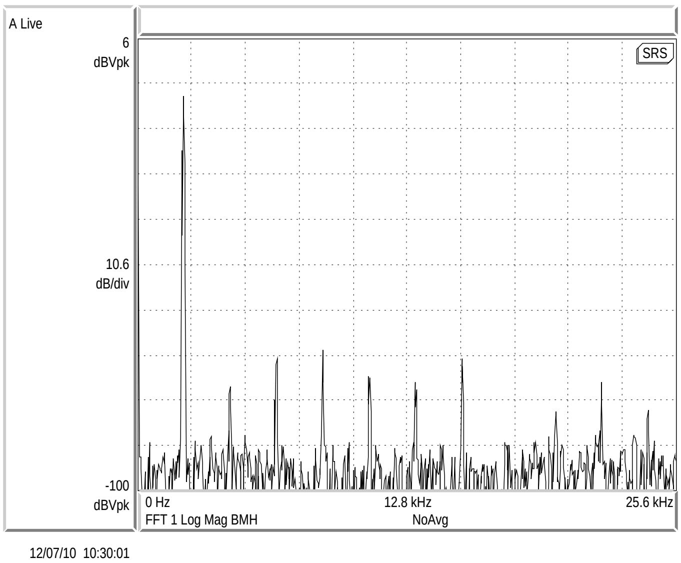
El costo computacional para la implementación de este algoritmo está dado por la necesidad de calcular la Ec. 3.10 en cada período de la portadora. Este cálculo requiere de tres sumas y tres multiplicaciones, entre variables que resultan de dos filtrados FIR de orden 6. A pesar de ello, este número de operaciones es menor que el que necesitan los algoritmos de interpolación junto a los de moldeo de ruido presentados hasta ahora.

Debido a la baja frecuencia de la portadora, la resolución en bits del ciclo de trabajo es de 10.73 bits, lo mismo que para el algoritmo ① de MAPUFD. A pesar de ello, la distorsión armónica total es de 0.2 %, casi -54 dB, debida fundamentalmente a la reducción del 2do armónico. Este valor es casi 20 dB menor que la DAT generada por el algoritmo MAPUFD.

Nuevamente, la relación entera entre la frecuencia de la portadora y la moduladora se pone en evidencia por la aparición de armónicos de la señal moduladora debidos a la alta correlación del error de cuantización con la señal.



(a)



(b)

Figura 3.15: Espectros de la señal MAPPNFD. Portadora f_c = 44,1 kHz. DAT+R: 0.202 %.

3.5.1.7. Implementación MAPPNFD con interpolador y moldeo del ruido $f_c = 352{,}8$ kHz 7

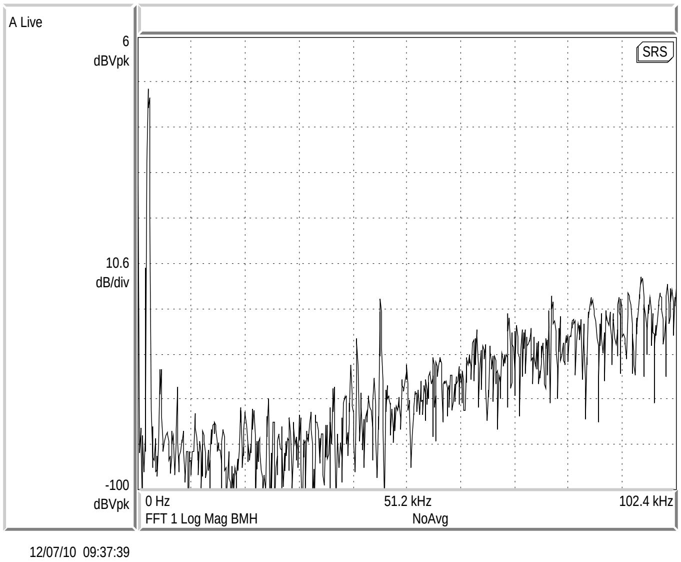
Esta implementación incluye todos los algoritmos de mejora discutidos hasta el presente. Además de la modulación pseudo-natural se incluyen las etapas de interpolación y moldeo de ruido. Las figuras 3.16(a) y 3.16(b) muestran el espectro de la señal en el rango entre 0 y 102 kHz, y el detalle de la banda de audio entre 0 y 25 kHz. Los espectros son muy similares a los de la modulación triangular con actualización única de la Sección 3.5.1.4, aunque en el caso estudiado en esta sección se puede observar la presencia de un 2do armónico de amplitud -70 dB menor que la fundamental, aproximadamente.

El costo computacional de este algoritmo es muy elevado ya que además del cómputo de la modulación pseudo-natural es necesario calcular los filtros interpoladores y de moldeo de ruido. En la Tabla 3.2 se detallan el número de operaciones que deben ejecutarse en cada período de la portadora.

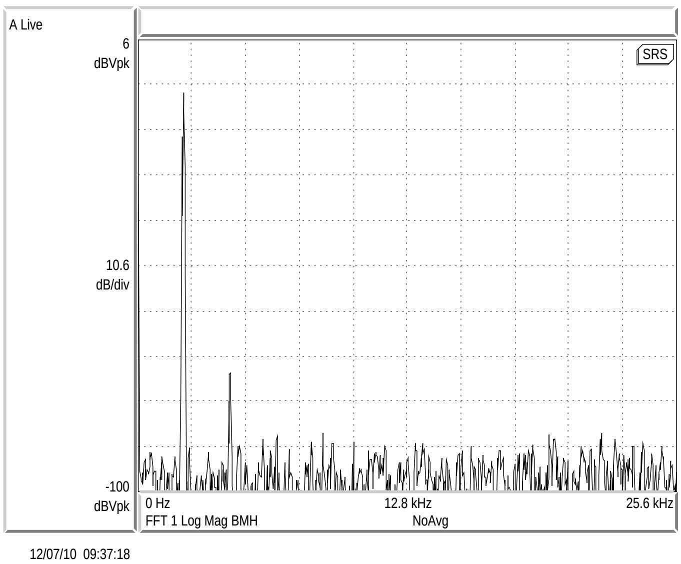
En consecuencia, a pesar de ser el algoritmo que necesita de mayor esfuerzo computacional, la distorsión armónica alcanza el 0.07 %, o -62 dB, unos 8 dB menores que el algoritmo MAPPN sin interpolación ni moldeo de ruido, pero unos 7 dB superiores al algoritmo MAPUDFS, que requiere un 70 % del esfuerzo computacional del algoritmo estudiado en esta sección.

Tabla 3.2: Operaciones.

Acción	Descrip.	Frec.	Mult.	Sumas
Filtro de interpolación	$N = 30$ Filtro FIR	352,8 kHz	15	14
Derivadas MAPPNFD	Dos filtros FIR $N = 6$	352,8 kHz	7	5
Cálculo MAPPNFD	Parte no lineal	352,8 kHz	4	3
Moldeo del ruido	4to orden	352,8 kHz	0	14



(a)



(b)

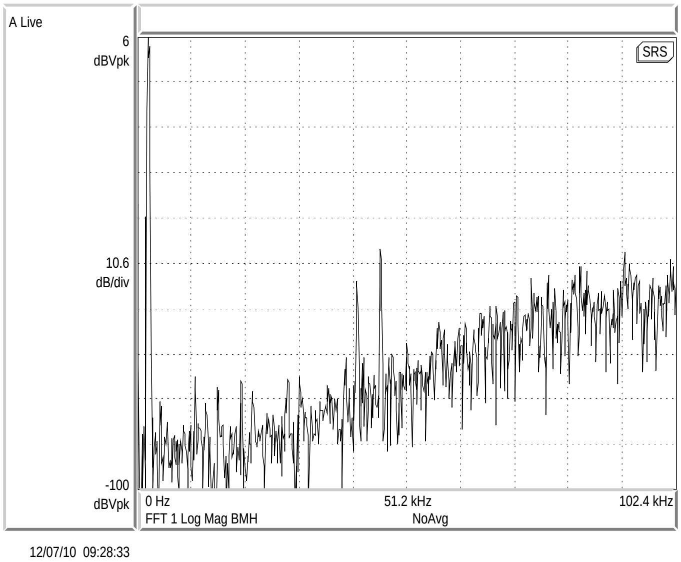
Figura 3.16: Espectro de la señal MAPPNFD con interpolador y moldeo del ruido. Portadora $f_c = 352{,}8$ kHz. Factor de interpolación $L = 8$. DAT+R: 0.0767 %.

3.5.2. Salida Diferencial

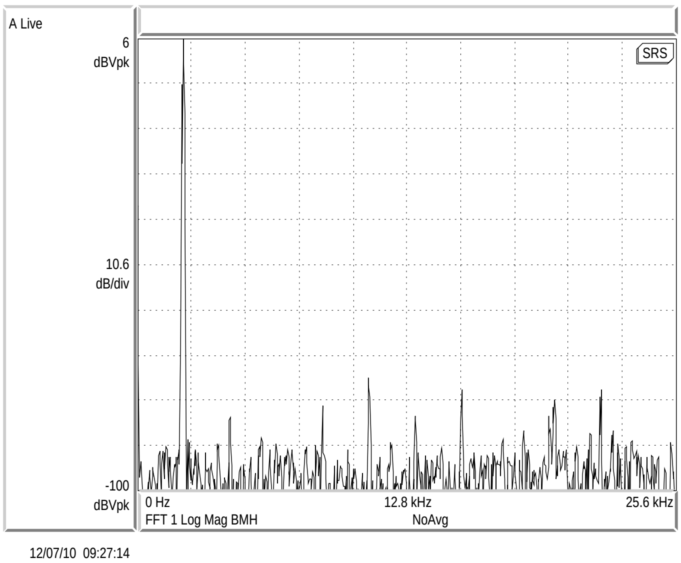
A continuación se estudian los resultados de implementar la versión diferencial de algunos de los algoritmos anteriores. No todos los métodos pueden ensayarse de esta forma porque, dependiendo de los algoritmos implementados, generar la salida diferencial puede requerir duplicar la cantidad de operaciones en cada período de la portadora. En algunos casos, se deben calcular dos moduladores y la carga computacional impide concluir el cálculo dentro del intervalo de tiempo asignado. Este es el caso particular del algoritmo MAPPN con interpolación y moldeo de ruido en donde debería calcularse dos veces la predistorsión y el algoritmo de moldeo del ruido. Los demás algoritmos pudieron implementarse sin mayores inconvenientes. De todas maneras, como se verá a continuación, en el cálculo de la distorsión armónica total más ruido (DAT+R) para los casos diferenciales, las contribuciones de distorsión exclusivamente armónica son mínimas. En esta situación la DAT+R queda dominada por el piso de ruido y por lo tanto los beneficios de la MAP pseudo-natural no pueden apreciarse.

3.5.2.1. Implementación MAPUFD con interpolador y moldeo del ruido $f_c = 352{,}8$ kHz 8

La etapa de salida diferencial asegura la eliminación de los armónicos pares. Este efecto es claramente visible en la Fig. 3.17, sobre todo cuando se la compara con el mismo tipo de modulación en salida simple (Fig. 3.12, pág. 68). Además, aumenta la amplitud del primer armónico por la duplicación de la tensión de salida, lo que contribuye a aumentar aún más la relación señal a ruido, que en este caso alcanza el 0.0213 % o −73,5 dB, unos 30 dB inferior al caso con salida simple indicado más arriba.



(a)



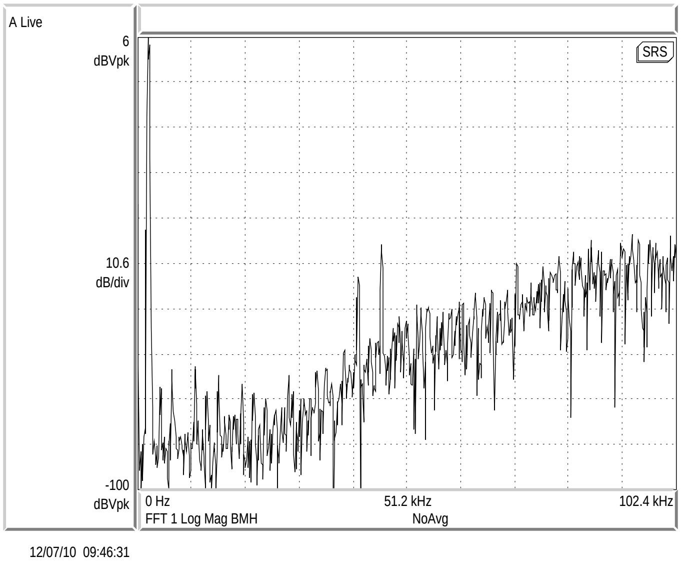
(b)

Figura 3.17: Espectro de la señal MAPUFD con interpolador y moldeo del ruido. Salida diferencial. Portadora $f_c = 352{,}8$ kHz. Factor de interpolación $L = 8$. DAT+R 0.0213 %.

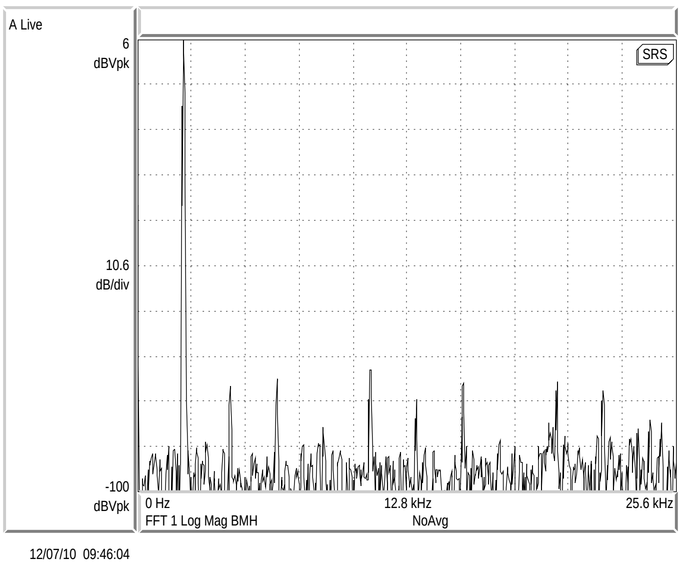
3.5.2.2. Implementación MAPUDFS $f_c = 352{,}8$ kHz 9

La modulación triangular permite disminuir la amplitud de los armónicos pares e impares respecto a la modulación diente de sierra. En el caso diferencial los armónicos pares se anulan. Sin embargo desde el punto de vista de la implementación, el resultado (Fig. 3.18) no es muy diferente del caso de salida simple (Fig. 3.13, pág. 70). La relación señal a ruido es mejor porque aumenta la amplitud de salida del primer armónico, pero se nota un ligero incremento del piso de ruido que puede deberse a pequeños retardos en la conmutación de los dos canales MAP de salida, que hace que las señales no sean exactamente diferenciales.

Esto repercute en la distorsión armónica total, que es de 0.029 %, o −70,8 dB, y no resulta demasiado diferente de la obtenida para la salida simple (−69,8 dB).



(a)



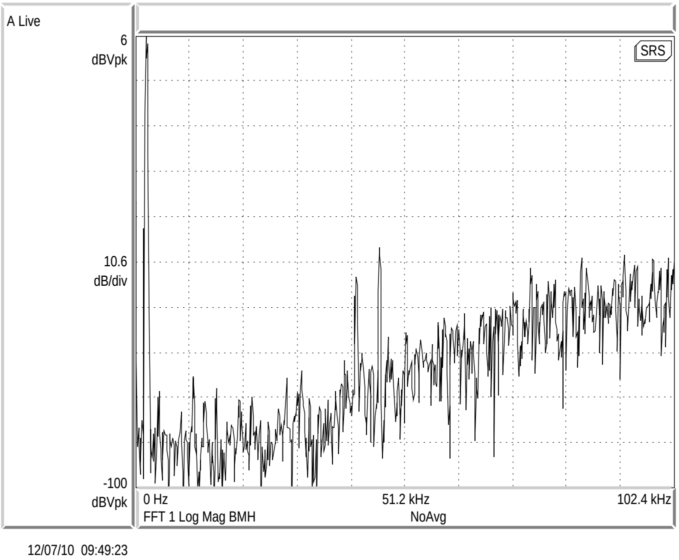
(b)

Figura 3.18: Espectro de la señal MAPUDFS con interpolador y moldeo del ruido. Salida diferencial. Portadora $f_c = 176{,}4$ kHz. Factor de interpolación $L = 8$. DAT+R 0.029 %.

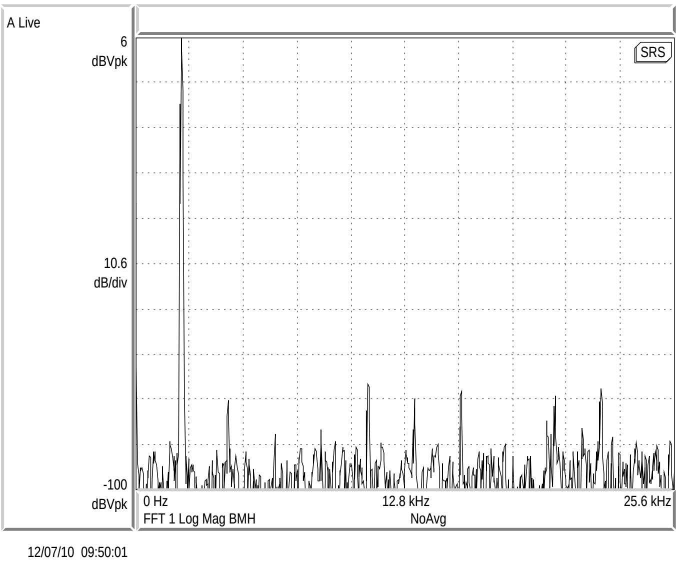
3.5.2.3. Implementación MAPUDFA $f_c = 176{,}4$ kHz ⑩

Este es uno de los algoritmos más complejos ensayados en este trabajo, ya que en cada período de la portadora deben calcularse cuatro moduladores: dos moduladores por flanco y por canal. Esto limita la frecuencia de la portadora a la mitad que en los casos anteriores ($f_c = 176{,}4$ kHz). La ventaja de esta modulación es que desaparecen la portadora y sus bandas laterales, apareciendo contenido armónico en $2f_c = 352{,}8$kHz. De esta manera el nivel de ruido es similar a los esquemas anteriores como puede observarse en la Fig. 3.19, y permite obtener un desempeño similar al de otras técnicas utilizando la mitad de la frecuencia de conmutación.

La distorsión armónica total es de 0.0225 % o −73 dB, unos 16 dB más baja que los de la misma modulación en configuración con salida simple (Fig. 3.14, pág. 72), y es el segundo más bajo de todos los esquemas analizados en esta Tesis. El esfuerzo computacional es considerable, pero no superior al del resto de los moduladores diferenciales.



(a)



(b)

Figura 3.19: Espectro de la señal MAPUDFA con interpolador y moldeo del ruido. Salida diferencial. Portadora $f_c = 176{,}4$ kHz. Factor de interpolación $L = 8$. DAT+R 0.0225 %.

Tabla 3.3: Síntesis de los resultados experimentales para los distintos algoritmos.

		Esquema	f_c kHz	I	MR	Res. Bit	ec	DAT+R %	DAT+R dB
Single	①	MAPUFD	44,1	×	×	10,73	0	2,3000 %	−32,8 dB
	②	MAPUFD	352,8	✓	×	7,73	12,21	0,6090 %	−44,3 dB
	③	MAPUFD	352,8	✓	✓	7,73	18,10	0,5770 %	−44,8 dB
	④	MAPUDFS	352,8	✓	✓	6,73	18,10	0,0323 %	−69,8 dB
	⑤	MAPUDFA	176,4	✓	✓	7,73	18,10	0,1420 %	−57,0 dB
	⑥	MAPPNFD	44,1	×	×	10,73	1	0,2020 %	−53,9 dB
	⑦	MAPPNFD	352,8	✓	✓	7,73	26,10	0,07670 %	−62,3 dB
Dif	⑧	MAPUFD	352,8	✓	✓	7,73	18,10	0,0213 %	−73,5 dB
	⑨	MAPUDFS	352,8	✓	✓	6,73	18,10	0,0290 %	−70,8 dB
	⑩	MAPUDFA	176,4	✓	✓	7,73	18,10	0,0225 %	−73,0 dB

3.5.3. Comparaciones

La Tabla 3.3 resume los algoritmos desarrollados en base al esfuerzo computacional, DAT+R y resolución en bits del MAP digital que depende directamente de la frecuencia de la portadora.

Como se explicó anteriormente se consideraran por separado el análisis y las comparaciones de los esquemas de modulación simple y diferencial. Esta separación se basa en el hecho de que la utilización de un esquema de modulación diferencial, ya sea con una señal moduladora diente de sierra o triangular, implica duplicar el hardware. Esto se refiere tanto al modulador, como a la etapa de potencia e incluso la etapa de demodulación mediante el filtrado.

Salida Simple

El esquema ① donde se utiliza MAPUFD a 44,1 kHz posee un alto nivel de distorsión de 2,3 %. Si bien este esquema no demanda ningún esfuerzo computacional, dado que solo se carga el valor leído de la tabla en el registro de comparación del modulador del procesador digital de señales, su utilización solo se justificaría en aplicaciones de bajo costo donde la calidad de la señal de salida no es una restricción importante. En la alternativa ②, con un MAPUFD con interpolación y portadora diente de sierra de

352,8 kHz se logra una reducción en el segundo armónico. Como no se implementa el algoritmo de moldeo del ruido, los efectos de la cuantización son mayores que en el caso 1, provocando un incremento del piso de ruido. De todas maneras el DAT+R disminuye dado que la reducción en el segundo armónico es mayor que el incremento en el piso de ruido. En el esquema 3 el piso de ruido baja notablemente dado que se aplican los algoritmos de interpolación y moldeo del ruido en forma conjunta. Sin embargo, el nivel de DAT+R se mantiene en valores similares al caso 2 dado que la distorsión continúa siendo dominada por el segundo armónico de la señal moduladora. El caso 4 de MAPUDFS, con portadora triangular, actualización simétrica, interpolación y moldeo del ruido presenta un DAT+R de 0,0323 % (−69,8 dB). En este esquema, a diferencia de los tres anteriores, la distorsión está dominada por el piso de ruido y no por los armónicos propios de la modulación. El esquema 5 de MAPUDFA presenta un notable incremento del ruido produciendo una DAT+R de 0.142 % (−57 dB). Debido a la necesidad de bajar la frecuencia de la portadora (de 352,8 kHz a 176,4 kHz), el algoritmo de moldeo del ruido posee un menor rango de frecuencias para operar, lo que causa un aumento del piso de ruido de cuantización en la banda de frecuencias de interés. Aunque desde el punto de vista teórico este esquema es el que presenta la menor distorsión armónica para la salida simple y modulación uniforme, las restricciones impuestas por la utilización del procesador de punto fijo hace que su desempeño experimental no sea tan bueno como el de otras técnicas (por ejemplo, la MAPUDFS).

El esquema 6 de modulación pseudo-natural presenta una DAT+R de 0.202 % con $f_c = 44{,}1$ kHz sin sobremuestreo y sin moldeo del ruido. La distorsión en este caso es comparable a la del caso 5 pero utilizando una menor frecuencia de conmutación y con menor carga computacional. Finalmente el esquema 7 correspondiente a MAPPNFD con interpolador y moldeo del ruido posee una distorsión superior al caso 4 MAPUDFS aunque la carga computacional es mayor en el primero.

Se puede concluir entonces, que para el caso en que se utilice un amplificador de una sola pierna (salida single) el esquema 4 de modulación MAPUDFS con interpolador y moldeo del ruido brinda la mejora relación entre la distorsión armónica total más ruido generada y el esfuerzo computacional. En caso de que la utilización de una señal moduladora triangular no sea admisible por el hardware utilizado, entonces la configuración 7 de modulación MAPPNFD con interpolación y moldeo del ruido puede tenerse en cuenta como alternativa.

Salida Diferencial

Los resultados obtenidos para los casos diferenciales ⑧, ⑨ y ⑩ son iguales desde el punto de vista de la carga computacional y similares desde el punto de vista del DAT+R. Esto último se debe a que en los tres casos el DAT+R está dominado por el piso de ruido y no por la MAP utilizada. Si bien la MAPUDFA ⑩ es computacionalmente más costosa que los casos ⑧ y ⑨ a iguales frecuencias de conmutación, la primera se realiza con una frecuencia de la señal portadora de la mitad que en los casos mencionados y por lo tanto el costo computacional es el mismo. La menor frecuencia de la portadora coloca en una situación de ventaja al algoritmo ⑩, dado que esto supone una mayor eficiencia del amplificador debido a las menores pérdidas por conmutación.

Para el caso diferencial se concluye que es preferible una MAPUDFA (modulación en contrafase) debido a la menor frecuencia de conmutación requerida y al moderado costo computacional siempre que se tenga algún tipo de soporte de hardware en el procesador para realizar la modulación de doble flanco asimétrica.

Comparación del desempeño de todos los esquemas

Las Figuras 3.20 y 3.21 muestran el nivel de DAT+R para los diez esquemas planteados. La primera gráfica representa el nivel de DAT+R en función del *ec* requerido para aplicar el algoritmo mientras que la segunda representa el nivel de DAT+R en función de la frecuencia de conmutación.

Los mejores algoritmos son los que se ubican cerca del vértice inferior izquierdo, porque presentan una baja DAT+R y una bajo *ec* o f_c, que se traduce en un menor costo de hardware y menores perdidas de conmutación respectivamente.

Para alguna situación práctica en particular, en donde las especificaciones respecto del nivel de DAT+R no sean extremadamente exigentes, pero sin embargo las especificaciones de hardware estén restringidas y la eficiencia sea el objetivo principal, el esquema ⑥ de modulación single pseudo-natural con una frecuencia portadora de 44,1 kHz es una opción a considerar. El algoritmo de MAPPNFD ⑦ se encuentra hacia la derecha de ambas gráficas lo que indica un alto consumo de potencia y alto *ec*. En su lugar, siempre que la modulación de doble flanco esté disponible en el procesador, el esquema MAPUDFS ④ podría ser utilizado. Los casos ①, ② y ③ poseen un DAT+R alta. En lugar del caso ① podría utilizarse la modulación pseudonatural del esquema

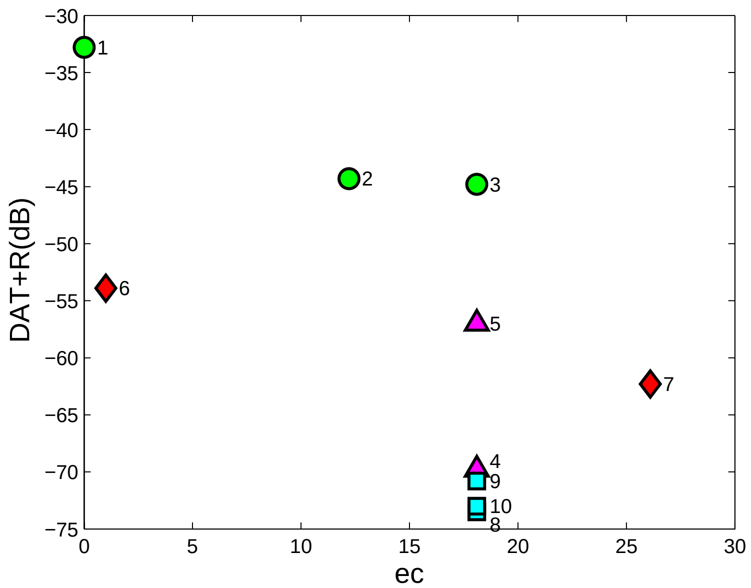


Figura 3.20: DAT+R en función del esfuerzo computacional requerido para implementar el algoritmo. Diferencial (□); Single de flanco descendente (◯); Single de doble flanco (△); Single de flanco descendente pseudonatural (◊).

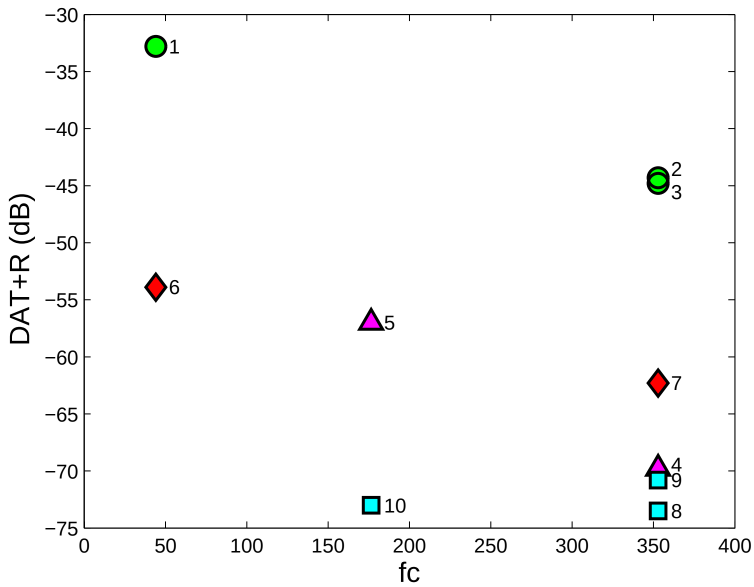


Figura 3.21: DAT+R en función de la frecuencia de la señal portadora. Diferencial (□); Single de flanco descendente (◯); Single de doble flanco (△); Single de flanco descendente pseudonatural (◊).

⑥ que posee bajo *ec* e igual consumo de potencia pero una distorsión mucho menor. El ④ es preferible a los esquemas ② y ③ dado que produce mucha menor DAT+R para el mismo consumo de potencia. Los algoritmos diferenciales son los que presentan la menor distorsión. El caso ⑨ queda superado por el ⑩, porque este último tiene un menor consumo de potencia y una DAT+R 2 dB mejor. Por último el ⑧, si bien posee la mejor DAT+R de los esquemas ensayados, el consumo de potencia es el doble que el caso ⑩ que tiene una DAT+R apenas 0.5 dB peor.

4

Análisis espectral analítico de la distorsión por tiempo muerto

...the greatest shortcoming of the human race is our inability to understand the exponential function...

4.1. Introducción

La distorsión en amplificadores clase-D tiene diferentes orígenes, desde la técnica de modulación, pasando por no linealidades en el filtro de salida, caídas de tensión en las llaves, variaciones en el voltaje de alimentación y la necesaria adición de tiempos muertos entre los encendidos de las llaves, entre otros. Varios de los efectos mencionados anteriormente pueden atenuarse usando esquemas de modulación alternativos [20], realimentación global [73, 74, 75] o fuentes de tensión estabilizadas que también sirven como control del volumen [76]. Sin embargo, el efecto de los tiempos muertos es difícil de compensar con cualquiera de estos métodos. A pesar de que, generalmente, los tiempos muertos representan una fracción menor del período de conmutación, estos distorsionan la señal MAP, y frecuentemente son una de las principales causas de distorsión.

Resultados analíticos previos encontrados en la literatura [45], basan su análisis en la doble serie de Fourier introducida por Black en 1953 [17], y un análisis más general, que incluye los efectos de los retardos de encendido y apagado de las llaves se presenta en [43]. Sin embargo, estos resultados son únicamente válidos para una señal moduladora compuesta por una única sinusoide. Las extensión de estos resultados a señales moduladoras arbitrarias no es directa, debido a la naturaleza no lineal de la MAP.

Se repasó en el Capítulo 2 un análisis novedoso [21] para la determinación del espectro en frecuencia de señales MAP con entradas arbitrarias acotadas y de banda limitada. En este capítulo se extienden estos resultados para analizar el efecto del tiempo muerto en el espectro de señales MAP para entradas multitonales. Los resultados pueden ser utilizados para el análisis o la compensación de la distorsión por tiempo muerto en una variedad de problemas como generación de formas de ondas o filtrado activo [77], amplificación clase-D [78], etc. en donde puede ser necesario predecir la distorsión utilizando entradas moduladoras sinusoidales de múltiples frecuencias. Si bien existen algunos esquemas de compensación para reducir los efectos de distorsión causados por el tiempo muerto [79, 80, 81], estos no son fáciles de implementar y además no existe un análisis previo del espectro en frecuencia de la señal MAP con tiempo muerto para moduladoras multitonales.

El enfoque presentado en este capítulo es similar al presentado para el análisis del espectro de las señales MAP. En primer lugar se trata el caso general, y luego, se analizan los casos con *muestreo natural* y *muestreo uniforme*. Finalmente se presentan algunos ejemplos y se comparan los resultados analíticos obtenidos con simulaciones numéricas.

4.2. Efecto del tiempo muerto en la tensión de salida

Los tiempos finitos de encendido y apagado de las llaves reales, requieren el agregado de tiempo muerto en las señales de control de las mismas para evitar la conducción

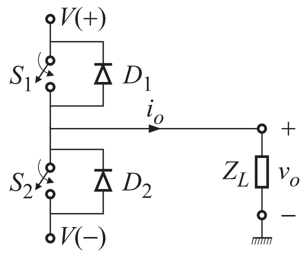


Figura 4.1: Pierna del inversor.

directa (en ingles “shoot through” o “cross-conduction”) en la pierna de un inversor. En la Fig. 4.1 se muestra la pierna típica de un inversor compuesta por las llaves S_1, S_2, los diodos D_1, D_2, las fuentes de alimentación $V(+)$, $V(-)$ y la carga Z_L. El voltaje de salida del inversor es v_o y la corriente tomada por la carga es i_o. El tiempo muerto se agrega como un retardo en la señal de *encendido* (flanco positivo) de ambas llaves. Como se muestra en [82], dado que ambas llaves están apagadas durante el tiempo muerto, v_o depende de la dirección de i_o durante este intervalo. Durante todo el tiempo muerto i_o puede circular por D_1 si $i_o < 0$, o por D_2 si $i_o > 0$.

Cuando la señal de control ideal de las llaves transiciona de `bajo` a `alto`, la señal real es retrasada por el tiempo muerto Δ. Si $i_o > 0$ en este intervalo, entonces i_o circula D_2 y v_o se enclava al voltaje negativo de la fuente $V(-)$ en lugar de conmutar a $V(+)$. El efecto neto corresponde a un ensanchamiento del estado apagado del pulso previo, causando una pérdida de área y dando lugar a una disminución del voltaje RMS de salida. Por otra parte, si $i_o < 0$ en ese intervalo, i_o fluye por D_1 y v_o es forzada a $V(+)$; en este caso la salida conmuta al estado deseado en el instante apropiado, y el tiempo muerto Δ no tiene efecto en el comportamiento del circuito. Un análisis similar puede realizarse para la transición de `alto` a `bajo`, pero en este caso ocurre un ensanchamiento del pulso de encendido si $i_o < 0$, y no se observa ningún efecto si $i_o > 0$.

La diferencia entre la salida MAP ideal $v_{o,id}(t)$ y la real $v_o(t)$ puede definirse como la señal de error debido al tiempo muerto:

$$e(t) = v_{o,id}(t) - v_o(t).$$

La señal de error $e(t)$, está compuesta por un tren de pulsos positivos y negativos de amplitud $V(+) - V(-)$; los pulsos positivos (negativos) modelan el ensanchamiento (acortamiento) de los pulsos de la MAP, como se muestra en Fig. 4.2. El signo de la corriente que fluye por la carga se representa en la Fig. 4.2(a) y la MAP ideal en la Fig. 4.2(b). La señal MAP real (con tiempo muerto) se muestra en la Fig. 4.2(c), y la señal de error $e(t)$ en la Fig. 4.2(d).

4.2.1. Descripción detallada de la señal de error

Sin pérdida de generalidad, se asumirá que $V(+) = -V(-) = 1$. La señal de error $e(t)$ es un tren de pulsos tripolares de amplitud $+2$, 0 o -2, con pulsos positivos si

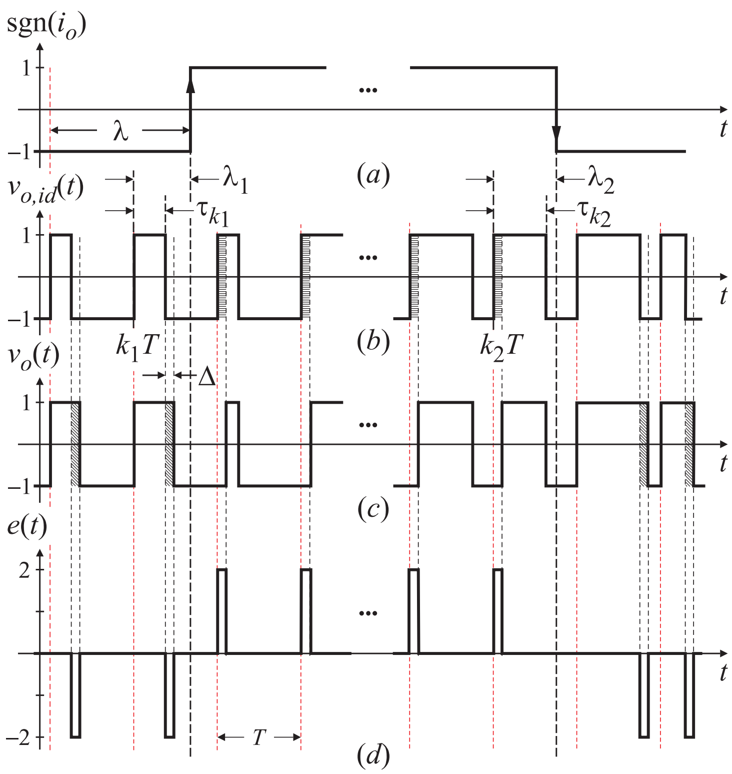


Figura 4.2: MAP real vs MAP ideal: signo de i_0 (a); MAP ideal v_o (b); MAP real $v_{o,id}$ (c); error $e(t)$ (d).

$i_o > 0$ y negativa si $i_o < 0$. El ancho Δ de los pulsos es fijo e igual al tiempo muerto, por lo tanto la señal de error $e(t)$ puede expresarse como la convolución de un pulso

$$p_\Delta(t) = 2[u(t) - u(t - \Delta)] \tag{4.1}$$

donde $u(t)$ es la función escalón Heaviside, con un tren de impulsos, que contiene exactamente un impulso $\pm\delta(t)$ en cada período de la señal MAP, es decir, $t \in [kT,\ (k+1)T)$, con $k \in \mathbb{Z}$. Este impulso es positivo (negativo) si la corriente de salida i_o es positiva (negativa). La ubicación exacta de estos impulsos depende del signo de la corriente $i_o(t)$: los pulsos positivos están siempre ubicados en kT, pero los impulsos negativos ocurren en $kT + \tau_k$, y por lo tanto su posición depende de la señal moduladora $x_m(t)$ a través de τ_k.

Para simplificar la descripción, se define la siguiente función de elección

$$\sigma(t) = \begin{cases} 1, & \text{si } i_0(t) > 0, \\ 0, & \text{c.c.}, \end{cases}$$

que permite escribir la señal de error debido al tiempo muerto como

$$\begin{aligned} e(t) &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sigma(kT)p_\Delta(t-kT) - [1 - \sigma(kT+\tau_k)]p_\Delta(t-kT-\tau_k) \\ &= p_\Delta(t) * \sum_{k=-\infty}^{\infty} \big\{\sigma(kT)\delta(t-kT) - [1-\sigma(kT+\tau_k)]\delta(t-kT-\tau_k)\big\}, \end{aligned} \tag{4.2}$$

donde "$*$" representa al operador convolución. La ecuación 4.2 muestra que si el signo de i_o es positivo en $t = kT$, cuando ocurre el flanco ascendente de cada período de la señal MAP, entonces $\sigma(kT) = 1$ y el comienzo de un nuevo período se retrasa una cantidad de tiempo Δ respecto del caso ideal. Por otra parte, si el signo de i_o es negativo en el instante $kT + \tau_k$, entonces $\sigma(kT + \tau_k) = 0$ y el flanco descendente se retrasa.

Como las funciones de elección $\sigma(kT)$ y $1 - \sigma(kT+\tau_k)$ no son mutuamente excluyentes, la Ec. 4.2 revela que es posible alcanzar un error nulo. Si la forma de la corriente es tal que su signo es siempre negativo en kT y siempre positivo en $kT + \tau_k$, entonces el error debido al tiempo muerto desparece completamente. Desde un punto de vista circuital, el efecto del tiempo muerto es nulo porque el diodo correcto conduce en cada intervalo de tiempo muerto. Este caso podría presentarse en la práctica, por ejemplo cuando el inversor es alimentado con una carga típica (filtro LC con carga resistiva/inductiva) con un índice de modulación bajo, tal que el ripple de corriente en la inductancia del filtro cruza el eje en cada período de la señal MAP. Sin embargo, este no es un modo de operación habitual.

4.3. Análisis espectral de la señal con tiempo muerto

De la expresión para $e(t)$ dada por la Ec. 4.2 la señal MAP con tiempo muerto puede expresarse como

$$\begin{aligned} v_o(t) &= v_{o,id}(t) - e(t) \\ &= p_c(t) + p_s(t) - e(t), \end{aligned}$$

donde $v_{o,id}(t)$ representa la señal MAP sin tiempo muerto que fuese analizada previamente tanto para MAPUFD como para MAPNFD. En esta sección los esfuerzos se centran en analizar el espectro de la señal de error $e(t)$.

Aplicando el teorema de convolución temporal de la transformada de Fourier, puede escribirse el espectro de $e(t)$ como

$$E(f) = P_\Delta(f) \sum_{k=-\infty}^{\infty} \left[-e^{-j2\pi(kT+\tau_k)f} + \sigma(kT)e^{-j2\pi kTf} + \sigma(kT+\tau_k)e^{-j2\pi(kT+\tau_k)f} \right]$$

que también puede expresarse como

$$E(f) = P_\Delta(f) \sum_{k=-\infty}^{\infty} e^{-j2\pi(kT+\tau_k)f} \left[-1 + \sigma(kT)e^{-j2\pi\tau_k f} + \sigma(kT+\tau_k) \right], \tag{4.3}$$

donde $P_\Delta(f)$ es la transformada de Fourier de $p_\Delta(t)$ dada por la Ec. 4.1,

$$P_\Delta(f) = 2\Delta \operatorname{sinc}(\Delta f) e^{-j\pi\Delta f}. \tag{4.4}$$

Por lo tanto el espectro de la señal MAP con tiempo muerto es

$$V_o(f) = P_c(f) + P_s(f) - E(f),$$

donde $P_c(f)$, $P_s(f)$ y $E(f)$ están dados por las Ecs. 2.8, 2.10 y 4.3. Estas expresiones son enteramente generales, y pueden ser aplicadas tanto en el caso de *muestreo uniforme* como en el caso de *muestreo natural*.

Un caso especial de señales de banda limitada

Para obtener una expresión analítica del espectro de una señal MAP con tiempo muerto es necesario realizar algunas simplificaciones. Se considerará un tipo especial de señal de banda limitada $x_m(t)$, compuesta de una suma finita de señales sinusoidales de diferentes frecuencias; más aun, se asumirá que $x_m(t)$ es T_m-periódica. También se asume que la corriente $i_o(t)$ es de banda limitada, T_m-periódica, y se permite que cambié de signo solo dos veces por ciclo; un modo de operación normalmente denominado TEC por sus siglas en inglés ("*two even crossover*") [45] . Por último, se supone que la relación entre el período de la portadora T y la frecuencia fundamental $f_m = 1/T_m$ de $x_m(t)$ es entera. Bajo estas suposiciones, la señal de error es periódica.

Los siguientes parámetros son utilizados en el desarrollo: φ es el angulo de retraso entre $i_o(t)$ y $x_m(t)$, k_1 y k_2 son los indices correspondiente a los períodos k_iT en los cuales ocurren las transiciones de signo de $i_o(t)$, λ_1 y λ_2 son las diferencias de tiempo entre el comienzo del intervalo k_i y la efectiva transición del signo, y finalmente, τ_{k_1} y τ_{k_2} son los anchos de pulso de los intervalos k_1 y k_2 (Fig. 4.2).

El factor de potencia de la carga $\cos\varphi$ se traduce en un retraso de $\lambda = (\varphi T_m)/(2\pi)$ entre el voltaje fundamental y la forma de onda de corriente. El signo de la corriente i_o cambia de signo en los intervalos k_1 y k_2 dados por

$$k_1 = \lfloor \lambda/T \rfloor, \qquad k_2 = \lfloor \lambda/T + T_m/(2T) \rfloor,$$

donde $\lfloor x \rfloor$ es la *función piso* (el mayor entero menor que x). El intervalo de tiempo entre la transición de signo y el comienzo del intervalo (k_iT para $i = 1, 2$) está dado por

$$\lambda_1 = \lambda - k_1 T \qquad \lambda_2 = \lambda + \tfrac{1}{2} T_m - k_2 T.$$

Estos parámetros junto con los correspondientes anchos de pulsos ideales τ_{k_1}, τ_{k_2}(ver la Fig. 4.2), indican si el cambio en el signo de la corriente ocurrió con el MAP en un estado lógico `alto` o `bajo` a través de la función de elección ($i = 1, 2$)

$$\rho_i = \begin{cases} 1, & \text{si } \lambda_i - \tau_{k_i} > 0, \\ 0, & \text{c.c.}, \end{cases}$$

Las cuatro combinaciones posibles se representa en la Fig. 4.3. La Fig. 4.3(a) muestra el signo de la corriente de carga y en el resto de las figuras (b)-(e) se presentan las 4 combinaciones posibles para el estado lógico de la señal MAP en los 2 instantes en donde

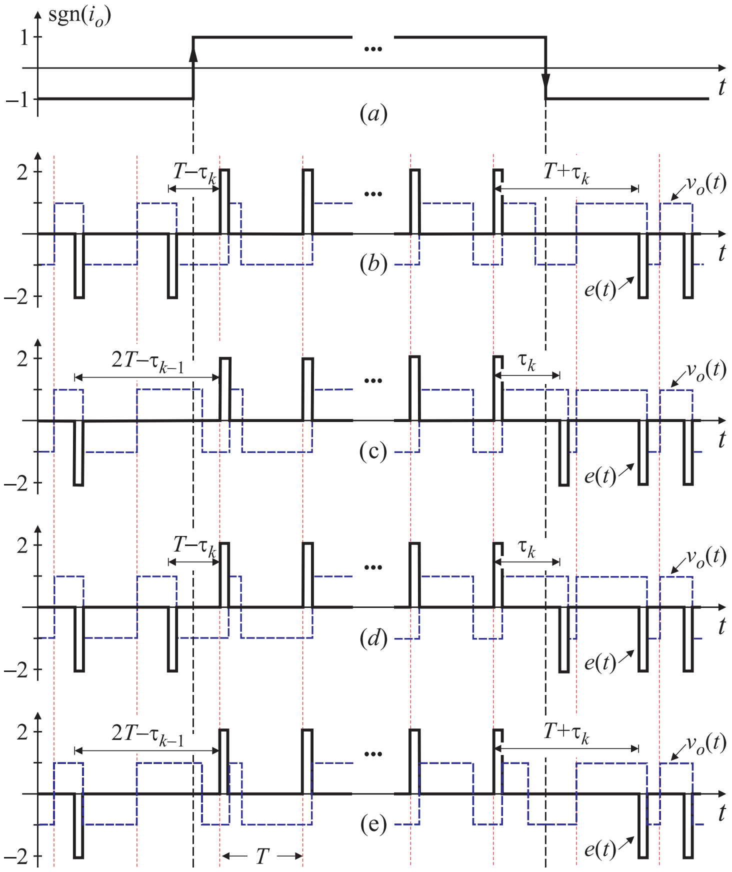


Figura 4.3: Señal de error $e(t)$ cuatro posibles combinaciones de $\text{sgn}(i_o)$ y $\text{sgn}(v_o)$.

la corriente cambia de signo. Por ejemplo la Fig. 4.3(b) muestra la situación en la que en ambas transiciones de signo de la corriente la señal MAP se encuentra en estado bajo (-1) mientras que en la Fig. 4.3(c) el estado lógico de la señal MAP es alto (1) para ambas transiciones de signo. La cantidad de pulsos positivos y negativos de la señal de error, durante un período, permite comprender en más detalle sus características y facilita la obtención de su espectro.

Cuantificación de la cantidad de pulsos positivos y negativos de la señal de error para una señal sinusoidal

El número de pulsos positivos y negativos de la señal de error no es siempre el mismo. La cantidad de pulsos es

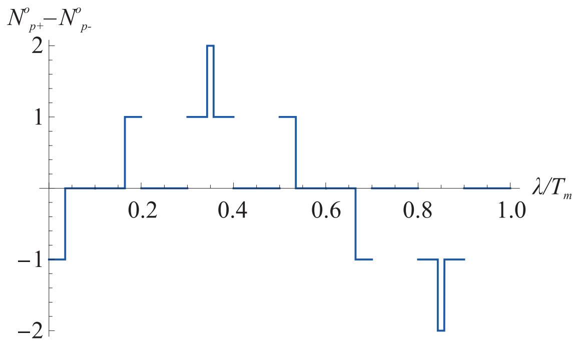
$$\begin{cases} N^{o}{}_{p+} = & k2 - k1, \\ N^{o}{}_{p-} = & k3 - (k2 + \rho_2) + 1, \end{cases}$$

donde $N^{o}{}_{p+}$ es la cantidad de pulsos positivos y $N^{o}{}_{p-}$ la cantidad de pulsos negativos en un período de la señal de error. Como se definió anteriormente $k_1 = \lfloor \lambda/T + T_m/(2T) \rfloor$, $k_2 = \lfloor \lambda/T + T_m/(2T) \rfloor$ y $k_3 = k_1 + T_m/T - 1 + \rho_1$. Dado que tanto ρ_1 como ρ_2 dependen de $\lambda_i - \tau_{k_i}$, la cantidad de pulsos de error de uno y otro signo dependen de la señal moduladora y del factor de potencia de la carga $\cos\varphi$ a través de λ. Si se escoge una señal moduladora sinusoidal $x_m(t) = A\sin(2\pi t/T_m)$ entonces es posible graficar el exceso de pulsos positivos respecto de los negativos, es decir $(N^{o}{}_{p+} - N^{o}{}_{p-})$.

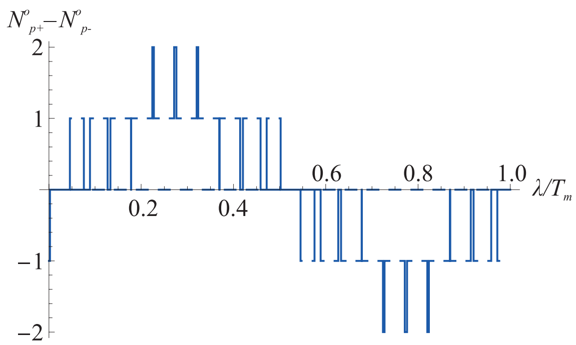
Las Figs. 4.4(a) a 4.4(d) muestran la diferencia $N^{o}{}_{p+} - N^{o}{}_{p-}$ para diferentes relaciones T_m/T cuando el factor de potencia de la carga varía entre 1 $(\lambda = 0)$ y (-1) $(\lambda = T_m)$. Cuando esta es impar ($T_m/T = 5$ en la Fig. 4.4(a) y $T_m/T = 21$ en la Fig. 4.4(b)) entonces el exceso de pulsos positivos puede variar entre (-2) y 2. Por otra parte, cuando la relación es par ($T_m/T = 6$ en la Fig. 4.4(c) y $T_m/T = 20$ en la Fig. 4.4(d)) el exceso de pulsos positivos varía entre (-1) y (1).

Forma general del espectro del error

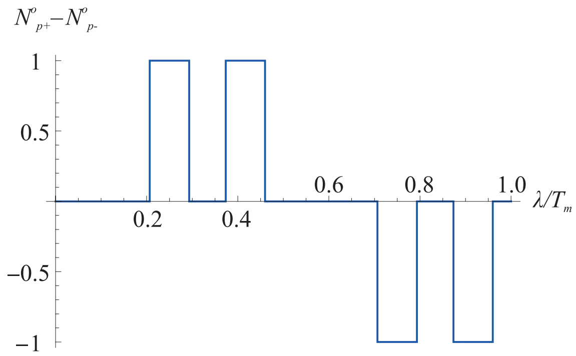
Definiendo $k_3 = k_1 + T_m/T - 1 + \rho_1$, la transformada de Fourier de un período del error puede descomponerse en 2 términos, $E_p(f) = E_{1,p}(f) + E_{2,p}(f)$, donde $E_{1,p}(f)$



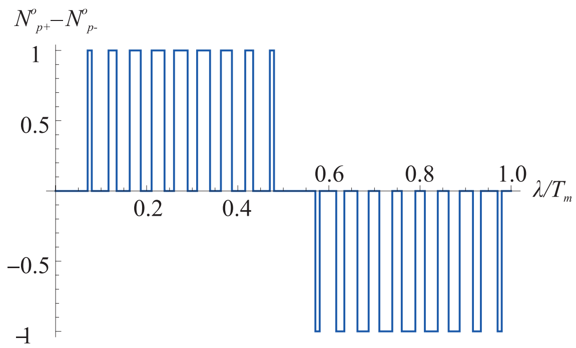
(a) $T_m/T = 5$



(b) $T_m/T = 21$



(c) $T_m/T = 6$



(d) $T_m/T = 20$

Figura 4.4: Diferencia entre los pulsos positivos y negativos en un período de la señal de error.

depende de la señal moduladora y $E_{2,p}(f)$ no depende de ésta, es decir

$$E_p(f) = E_{1,p}(f) + E_{2,p}(f) \tag{4.5}$$

$$= \left(P_\Delta(f) \sum_{k=k_1+1}^{k_2} e^{-j2\pi f(kT)}\right) - \left(P_\Delta(f) \sum_{k=k_2+\rho_2}^{k_3} e^{-j2\pi f(kT+\tau_k)}\right) \tag{4.6}$$

en donde $E_{1,p}(f)$, la transformada de la parte del error que no depende de la señal, puede expresarse en forma cerrada como

$$E_{1,p}(f) = e^{-j(k_1+k_2+1)\pi fT} P_\Delta(f) \frac{\sin[(k_2 - k_1)\pi fT]}{\sin(\pi fT)}. \tag{4.7}$$

El módulo de $E_{1,p}(f)$ tiene la forma del kernel de Dirichlet pesado por un sinc, y su valor máximo es $(k_2-k_1)\Delta \approx \Delta T_m/(2T)$.

Cuando el índice de modulación es pequeño ($\tau_k \approx T/2$) los pulsos negativos del error se encuentran ubicados en $(k + 1/2)T$ y aproximadamente igualmente espaciados. En este caso el módulo de $E_{2,p}(f)$ es similar al de $E_{1,p}(f)$. Cuando el índice de modulación es grande, los pulsos negativos se dispersan sobre todo el intervalo T: la señal es "menos periódica" y su espectro se dispersa en lugar de concentrarse como en el caso de la Ec. 4.7. Resultados de simulaciones extensivas muestran que las muestras pares e impares de $|E_{2,p}(f)|_{f=m/T}$ pueden acotarse por las muestras impares de $|E_{1,p}(f)|_{f=m/T}$, encontrando de esta manera que la contribución de $E_{2,p}(f)$ puede acotarse independiente de la señal moduladora y por lo tanto del esquema de modulación.

Los coeficientes de la serie de Fourier de la señal periódica $v_o(t)$ pueden calcularse como [64]

$$C_m = \frac{1}{T_m} \left[P_{c,p}(f) + P_{s,p}(f) - E_p(f)\right]\Big|_{f=\frac{m}{T_m}} \tag{4.8}$$

donde $P_{c,p}(f)$, $P_{s,p}(f)$ son las transformadas de Fourier de un período de la onda cuadrada (no dependiente de la modulación) $p_c(t)$ y el tren de pulsos bipolares $p_s(t)$.

Estos coeficientes (Ec. 4.8) del espectro de una señal MAP, dan una caracterización precisa de la distorsión causada por el tiempo muerto en un inversor. La distorsión es dependiente del factor de potencia $\cos\varphi$, la señal moduladora $x_m(t)$ y la duración del tiempo muerto Δ.

- El factor de potencia afecta la distribución y cantidad de pulsos positivos y negativos del error (Fig. 4.4). Si T_m/T es par la diferencia entre los pulsos postivos y negativos puede ser 1, 0 o (-1); pero si T_m/T es impar esta diferencia puede variar entre (-2) y 2, dependiendo de φ. En cualquier caso, el tiempo muerto causa una reducción en el valor RMS del voltaje de salida (para cargas inductivas) debido a la pérdida de área en la señal MAP (ver [22] entre otros).

- El tiempo muerto afecta directamente la magnitud del espectro de la señal de error, como muestran las Ec. 4.3 y Ec. 4.4: para reducir la distorsión de tiempo muerto 20 dB, Δ debe reducirse en 10 veces.

- La cota en la distorsión depende de Δ/T, lo que significa que el efecto del tiempo muerto no puede reducirse aumentando únicamente la frecuencia $1/T$ de la portadora. La reducción de la distorsión puede alcanzarse usando semiconductores de potencia con tiempos de conmutación más rápidos relativos a la frecuencia de la portadora.

A partir de este punto es conveniente separar el análisis entre ambos tipos de muestreo de manera de obtener, en cada caso, una relación específica entre el tiempo de encendido τ_k y la señal moduladora $x_m(t)$.

Espectro del error con muestreo uniforme

Asumiendo que se utiliza MAPUFD, es sencillo obtener una expresión cerrada para el ancho de pulso del intervalo k-ésimo, que está dado por $\tau_k = T[1+x_m(kT)]/2$. Por lo tanto el espectro de la parte dependiente de la señal moduladora $x_m(t)$ de la señal de error puede calcularse como

$$E_{u2,P}(f) = P_\Delta(f) \sum_{k=k_2+\rho_2}^{k_3} e^{-j2\pi f(kT+\frac{T}{2})} e^{-j\pi f T x_m(kT)} \tag{4.9}$$

donde la dependencia con $x_m(t)$ aparece en el argumento de una exponencial compleja. Utilizando la expansión en series de Taylor para la función exponencial,

$$e^{-j\pi f T x_m(kT)} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-j\pi f T)^n}{n!} x_m^n(kT) \tag{4.10}$$

y reemplazando esta expresión en la Eq.4.9 se obtiene

$$E_{u2,P}(f) = P_\Delta(f) \sum_{k=k_2+\rho_2}^{k_3} e^{-j2\pi f(kT+\frac{T}{2})} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-j\pi f T)^n}{n!} x_m^n(kT).$$

Intercambiando el orden de las sumatorias y manipulando algunos términos puede obtenerse finalmente

$$E_{u2,p}(f) = -e^{-j\pi fT} P_{\Delta}(f) \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{k=k_2+\rho_2}^{k_3} \frac{(-j\pi fT)^n}{n!} x_m^n(kT) e^{-j2\pi f(kT)}. \tag{4.11}$$

En el Capítulo 2 se presentó la obtención del espectro de la parte dependiente de la señal de la modulación MAPUFD (sin tiempo muerto), cuya expresión se repite aquí por completitud,

$$P_{u,s}(f) = e^{-j\pi fT} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-j\pi fT)^{n-1}}{n!} S_n\left(f - \tfrac{k}{T}\right), \tag{4.12}$$

donde $S_n(f)$ es la transformada de Fourier de $x_m(t)^n$ y el subíndice u se debe al muestreo uniforme. Por lo tanto los coeficientes de la serie de Fourier de la señal MAPUFD con tiempo muerto calculados a partir de la Ec. 4.8, tienen la forma

$$\begin{aligned} c_{mu} \;=\; & -\frac{j}{m\pi} \left\{ [(-1)^m - 1] + \frac{(-1)^m \sin \pi m}{\sin(\pi m T/T_m)} - \sum_{k=0}^{\frac{T_m}{T}-1} e^{-j2\pi(kT+\tau_{k,u})m/T_m} \right\} \\ & + \frac{2}{m\pi} e^{-\frac{jm\pi(T+\Delta)}{T_m}} \sin\left(\frac{m\pi\Delta}{T_m}\right) \times \\ & \times \left[\frac{\sin[(k_2-k_1)\pi m T/T_m]}{\sin(\pi m T/T_m)} e^{-\frac{j\pi(k_1+k_2)mT}{T_m}} + \sum_{k=k_2+\rho_2}^{k_3} e^{-j2\pi(kT+x_m(kT))m/T_m} \right]. \end{aligned} \tag{4.13}$$

Espectro del error con muestreo natural

El espectro para la MAPNFD puede obtenerse a partir de los resultados derivados para MAPUFD utilizando una señal predistorsionada. Esta señal predistorsionada se describió con más detalle en el Capítulo 2, y es tal que $\hat{x}_m(kT) = x_m(kT+\tau_k)$, es decir afecta el término del espectro del error, $E_{2,p}(f)$, que depende de la señal.

Es posible obtener entonces las expresiones para las partes dependientes de la señal moduladora de la MAPNFD ideal y del error como

$$P_{n,s}(f) = X(f) + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(j\pi kT)^{n-1}}{n!} \left[S_n\left(f + \tfrac{k}{T}\right) + (-1)^n S_n\left(f - \tfrac{k}{T}\right) \right] \tag{4.14}$$

$$E_{n2,p}(f) = -\, e^{-j\pi fT} P_{\Delta}(f) \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{k=k_2+\rho_2}^{k_3} \frac{(-j\pi fT)^n}{n!} x_m(kT+\tau_k) e^{-j2\pi f(kT)} \tag{4.15}$$

Por lo tanto los coeficientes de la serie de Fourier de la señal MAPNFD con tiempo muerto calculados a partir de la Ec. 4.8, tienen la forma

$$\begin{aligned} c_{mn} &= -\frac{j}{m\pi}\left\{[(-1)^m - 1] + \frac{(-1)^m \sin \pi m}{\sin(\pi m T/T_m)} - \sum_{k=0}^{\frac{T_m}{T}-1} e^{-j2\pi(kT+\tau_{k,N})m/T_m}\right\} \\ &\quad + \frac{2}{m\pi} e^{-\frac{jm\pi(T+\Delta)}{T_m}} \sin\left(\frac{m\pi\Delta}{T_m}\right) \times \\ &\quad \times \left[\frac{\sin[(k_2-k_1)\pi m T/T_m]}{\sin(\pi m T/T_m)} e^{-\frac{j\pi(k_1+k_2)mT}{T_m}} + \sum_{k=k_2+\rho_2}^{k_3} e^{-j2\pi(kT+x_m(kT+\tau_{k,N}))m/T_m}\right] \end{aligned} \tag{4.16}$$

que es similar a la forma obtenida para el caso de modulación uniforme. En este caso se reemplazó el ancho de pulso $\tau_{k,U}$ por el ancho de pulso correspondiente a la modulación natural $\tau_{k,N}$. Además se utiliza el valor de la señal moduladora en $x_m(kT + \tau_{k,N})$ en lugar de $x_m(kT)$. De acuerdo a lo desarrollado en el Capítulo 2, $\tau_{k,N}$ puede calcularse a partir de obtener la señal $\hat{x}_m(kT)$ con la Ec. 2.39 (página 26) y luego obtener los ciclos de trabajo de la modulación uniforme ($\tau_{k,U}$) de dicha señal.

4.3.1. Ejemplo 1: Moduladora sinusoidal

Se calculó el espectro de la señal MAPNFD para una moduladora compuesta por una única señal sinusoidal. Los valores de parámetros para este ejemplos son: $A = 0{,}6$ y $f_m = 1/T_m = 50$ Hz. También $\cos\varphi = 1$, $\Delta = 0{,}08 = 2 \times 10^{-4}$s y la frecuencia de la portadora es $f_c = 1/T = 400$ Hz. Esta relación entre la frecuencia de la señal portadora y moduladora (f_c/f_m) puede ser algo baja para propósitos prácticos, pero ayuda a diferenciar el comportamiento de la señal MAP ideal y la señal MAP con tiempo muerto. En la Fig. 4.5(a) se comparan el espectro analítico, indicado por círculos y el numérico, indicado con trazo continuo, obtenido mediante la FFT a partir de una simulación realizada con el "Power System Toolbox" de MATLAB, la concordancia es perfecta lo que permite comprobar la veracidad de la expresión de la Ec. 4.16. En la Fig. 4.5(b) se comparan los espectros de la señal MAP ideal y con error por tiempo muerto. Puede apreciarse que el tiempo muerto incrementa la distorsión en banda base, fundamentalmente el segundo y tercer armónico de la frecuencia fundamental.

La medida para la distorsión armónica total (DAT), utilizada en este ejemplo es

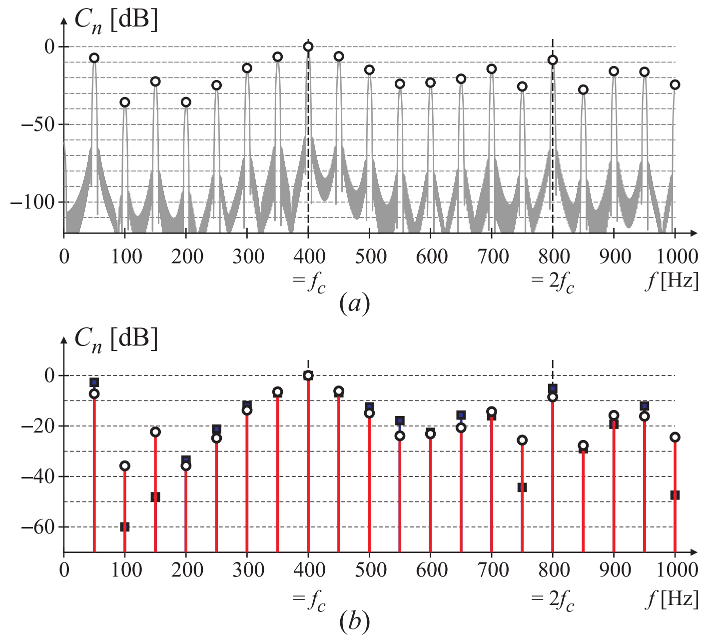


Figura 4.5: Coeficientes de Fourier de $v_o(t)$ ($\circ$) y FFT correspondiente a una simulación numérica de $v_o(t)$(−) (a); Coeficientes de Fourier de $v_o(t)$ ($\circ$), y de $v_{o,id}(t)$($\square$)(b).

$$\mathrm{DAT}\,\% = \frac{100}{|C_1|^2}\sum_{n=2}^{6}|C_n|^2. \tag{4.17}$$

Solo se consideraron los armónicos 2 a 6 de la señal moduladora por la baja relación entre la frecuencia moduladora y la frecuencia portadora (8 veces) y además se asume que los armónicos superiores son atenuados por el filtro de salida del inversor/amplificador. El gráfico de DAT % en función de $100\Delta/T$ (es decir del tiempo muerto como un porcentaje del período de la portadora) se muestra para diferentes relaciones de frecuencia $M = f_c/f_m$ en la Fig. 4.6.

En el caso particular de $M = f_c/f_m = 10$, se calculó también la DAT % utilizando simulaciones numéricas y el algoritmo de la FFT para obtener la amplitud de los armónicos, y calcular la distorsión armónica total con la Ec. 4.17. Estos valores se representan con círculos en la Fig. 4.6 y nuevamente son una manera de validar los resultados analíticos (curvas sólidas).

La Fig. 4.6 muestra que el índice de distorsión se incrementa con el tiempo muerto y que la distorsión armónica total es relativamente independiente de la relación entre

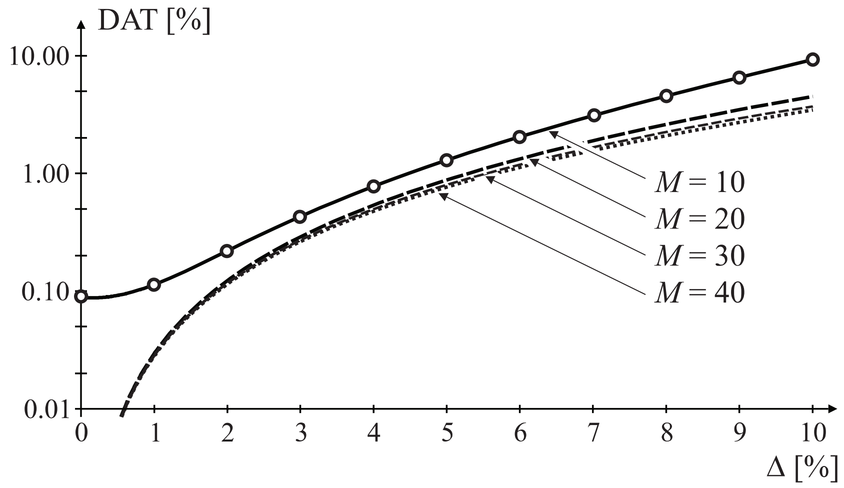


Figura 4.6: Distorsión armónica total obtenida para varias relaciones de f_c/f_m. Los círculos indican valores obtenidos por simulación numérica.

la frecuencia de la portadora y la moduladora cuando $M = f_c/f_m > 20$. En estas condiciones la distorsión queda dominada por la magnitud de las componentes armónicas debidas al tiempo muerto y no por la modulación MAPNFD. Esta última conclusión permite determinar, para una señal sinusoidal, un límite teórico para la máxima frecuencia de conmutación que producirá una reducción efectiva de la distorsión. Mayores incrementos de f_c (por ejemplo en este caso, $f_c > 20f_m$) no tendrían beneficio alguno desde el punto de vista de la distorsión. Sin embargo, el rendimiento empeoraría debido a las pérdidas de conmutación causadas por la mayor frecuencia de la portadora.

4.3.2. Ejemplo 2: Moduladora multitonal

Las expresiones analíticas obtenidas anteriormente (Ec. 4.13 y 4.16) fueron verificadas comprando los resultados con simulaciones numéricas. En este ejemplo la señal moduladora está compuesta por tres tonos armónicamente relacionados con diferentes amplitudes,

$$x_m(t) = A\sin(2\pi f_m t) + \tfrac{1}{5}A\sin(4\pi f_m t) + \tfrac{1}{5}A\sin(6\pi f_m t)$$

donde $A = 0{,}6$ y $f_m = 1/T_m = 50$ Hz. También $\cos\varphi = 0{,}8$, $\Delta = 0{,}02T$ y la frecuencia de la portadora es $f_c = 1/T = 1000$ Hz. Nuevamente, si bien para algún tipo de aplicación este valor de frecuencia portadora puede parecer relativamente bajo, es adecuado para mostrar el efecto causado por el tiempo muerto. Para estos valores de parámetros se encontró que: $T_m/T = 20$, $k_1 = 2$, $k_2 = 12$, $k_3 = 21$, $\rho_1 = \rho_2 = 0$, $\lambda_1 = \lambda_2 = 48{,}327\mu$s, $\tau_{k_1} = 790{,}462\mu$s y $\tau_{k_2} = 323{,}664\mu$s.

El efecto del tiempo muerto en el espectro de la señal MAP se ilustra en la Fig. 4.7. Los coeficientes de Fourier analíticos de la señal MAP con error de tiempo muerto, obtenidos a partir de la Ec. 4.13 y la Ec. 4.16, se muestran utilizando círculos pequeños. La FFT de un segmento de una simulación numérica utilizando el "Power System Toolbox" de Matlab se superpone con línea continua a los resultados analíticos, revelando una concordancia perfecta entre ambos métodos. También se muestran, utilizando cuadrados pequeños, los coeficientes de Fourier de la señal MAP ideal $v_{o,id}(t)$. La Fig. 4.7(a) corresponde a MAPUFD y la Fig. 4.7(b) corresponde a MAPNFD. Tanto los cuadrados como los círculos en la Fig. 4.7 muestran la distorsión producida por la modulación MAP en el primer caso y la distorsión producida por la modulación MAP y el tiempo muerto en el segundo. El incremento en la distorsión armónica total (DAT) debido al tiempo muerto es evidente en el rango de frecuencias $200 - 750$ Hz.

Los coeficientes analíticos de Fourier para $f_c = 5$ kHz (con $\Delta = 10^{-5}T$ y $\Delta = 0{,}02T$) han sido calculados y se muestran en la Fig. 4.8(a)-(b) para MAPUFD y MAPNFD respectivamente. Puede observarse que la reducción en la distorsión es la misma en ambos casos, proporcional a la reducción de Δ/T: 66dB$\approx 20\log_{10}(0{,}02/10^{-5})$. La diferencia entre la MAPUFD y la MAPNFD para el caso sin tiempo muerto puede apreciarse comparando los espectros indicado con ($\square$) en la Fig. 4.8. En el caso de la Fig. 4.8(a) se observa que en el rango $200 - 1000$ Hz la modulación uniforme introduce armónicos de la señal moduladora, mientras que estos armónicos no se encuentran presentes en la Fig. 4.8(b) correspondiente la modulación natural. Cuando $\Delta = 10^{-5}T$ ($\circ$ verdes) existen armónicos en el rango de frecuencias $200 - 400$ Hz debidos a la modulación uniforme que superan al "piso de armónicos" impuesto por el tiempo muerto (unos -125 dB). Por otra parte para el caso en que $\Delta = 0{,}02T$ ($\circ$ rojos) el "piso de armónicos" de -50 dB domina la DAT y por lo tanto ésta es independiente de la modulación.

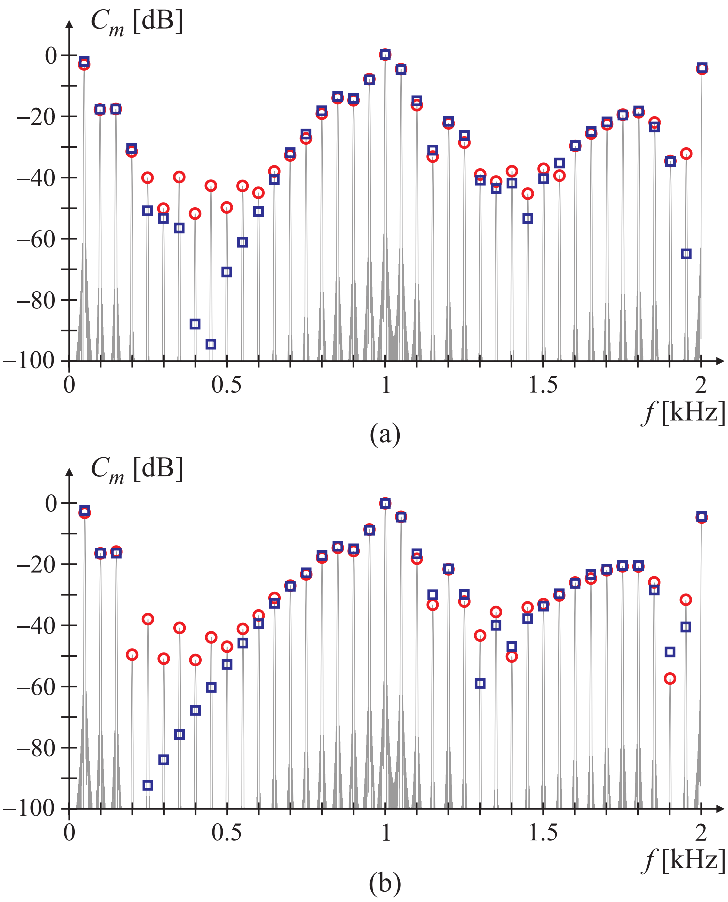


Figura 4.7: Coeficientes de Fourier de $v_o(t)$ (○), y de $v_{o,id}(t)$ (□) y FFT correspondiente a una simulación numérica de $v_o(t)(-)$, para MAPUFD(a) y MAPNFD(b).

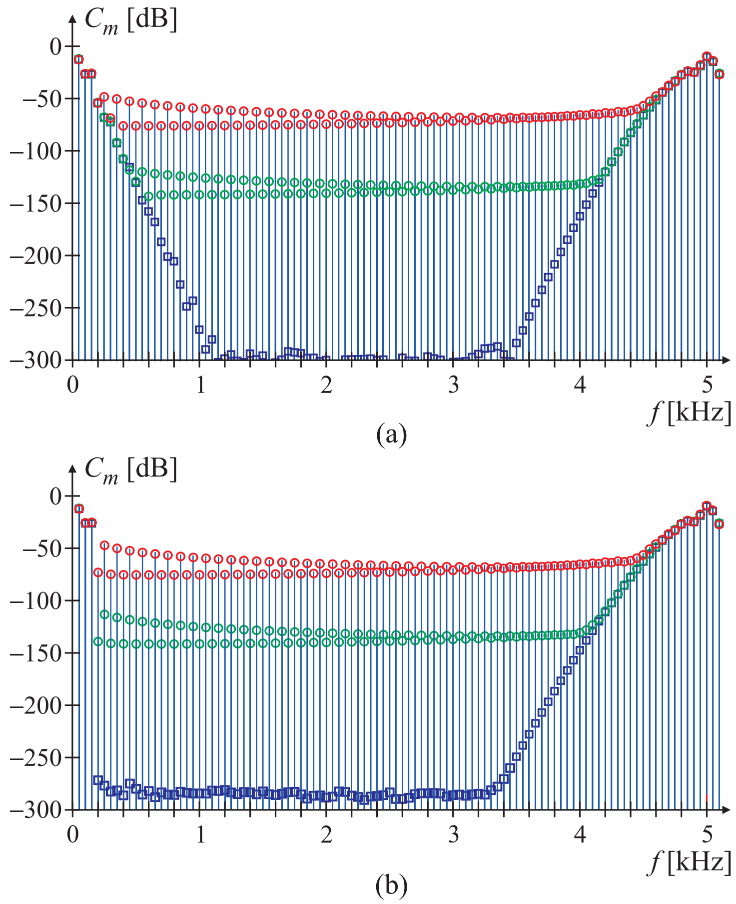


Figura 4.8: Coeficientes de Fourier de $v_o(t)$ para $\Delta = 0$ ($\square$), $\Delta = 10^{-5}T$ ($\circ$ verdes) y $\Delta = 0{,}02T$ ($\circ$ rojos), $f_c = 5$ kHz para MAPUFD (a) y MAPNFD (b).

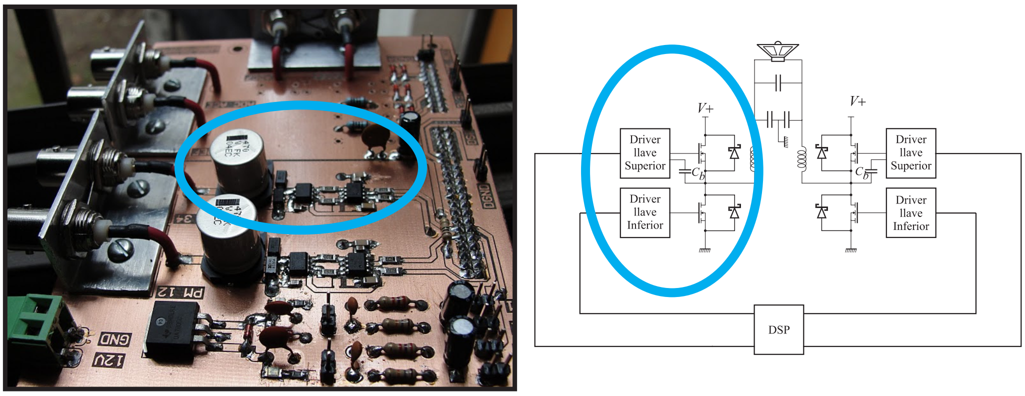


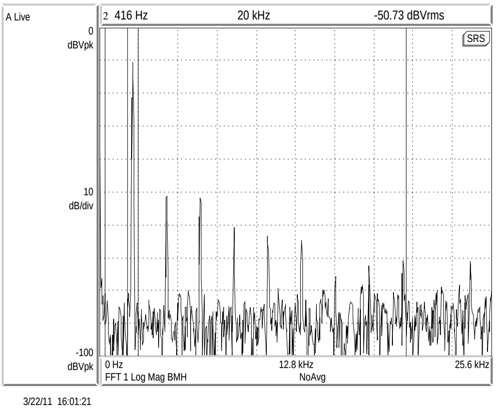
Figura 4.9: Puente H: esquema y foto de la plaqueta. Se destacan los excitadores y llaves de una pierna de la etapa de potencia.

4.4. Mediciones del tiempo muerto en el amplificador conmutado

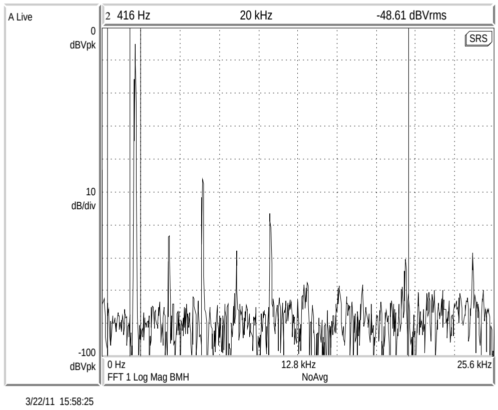
Se realizaron mediciones del espectro de la señal MAP cuando se incorpora la etapa de potencia y por lo tanto los tiempos muertos en las señales que comandan las llaves de potencia para evitar la conducción cruzada de la fuente. En la Fig. 4.9 se muestra el esquema tipo puente H utilizado y una foto del prototipo. Se realizaron mediciones con una frecuencia moduladora de 2205 Hz para un tiempo muerto $\Delta = 8{,}82\,\%$ y para un tiempo muerto mínimo de $\Delta = 0{,}882\,\%$.

El valor del tiempo muerto en este último caso se ajustó en función de los tiempos de encendido y apagado de las llaves de potencia, cuyos valores se obtuvieron de las hojas de datos del fabricante. Los espectros se midieron tanto para salida simple como diferencial, y los resultados obtenidos se muestran en la Fig. 4.10.

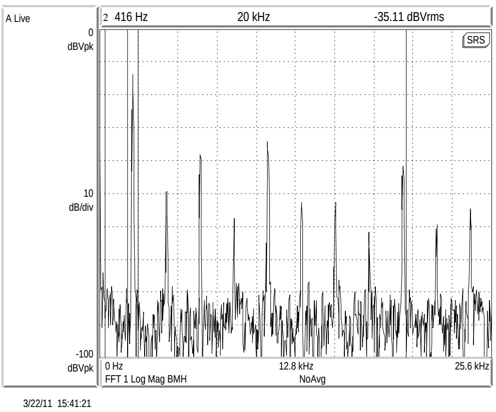
En la Figuras 4.10(a) y 4.10(b) se presentan los espectros para el caso de mínimo tiempo muerto $\Delta = 0{,}882\,\%$, es decir un 0,882 % del período T de la portadora ($f_c = 1/T = 352{,}8$kHz). Las mediciones presentadas en este capítulo corresponden a los algoritmo de modulación MAPUFD con interpolador y moldeo del ruido tanto para el caso de salida simple (Fig. 3.12, página 68) como para el caso de salida diferencial (Fig. 3.17, página 78). En el caso de salida simple se obtiene un DAT+R de -37 dB y en el caso de salida diferencial el nivel de distorsión armónica más ruido es de $-40{,}2$ dB. El caso de $\Delta = 8{,}82\,\%$ se muestra en las Figuras 4.10(c) y 4.10(d) obteniendo en este caso un DAT+R de $-18{,}3$ dB para el caso con salida simple y de $-22{,}3$ dB para el caso



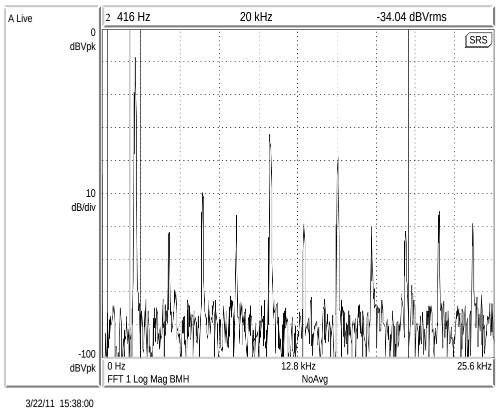
(a) $\Delta = 0{,}882\,\%$ con salida simple. DAT+R: $1{,}41\,\%$ (-37 dB).



(b) $\Delta = 0{,}882\,\%$ con salida diferencial. DAT+R: $0{,}972\,\%$ ($-40{,}2$ dB).

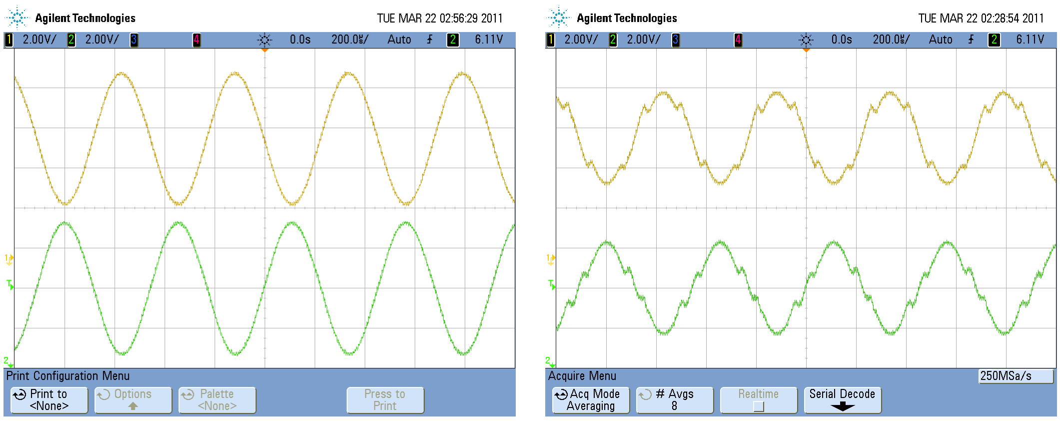


(c) $\Delta = 8{,}82\,\%$ con salida single. DAT+R: $12{,}2\,\%$ ($-18{,}3$ dB).



(d) $\Delta = 8{,}82\,\%$ con salida diferencial. DAT+R: $7{,}69\,\%$ ($-22{,}3$ dB).

Figura 4.10: Mediciones de espectros en frecuencia de señales MAP con tiempos muertos.



(a) Tiempo muerto de $\Delta = 0{,}882\,\%$.

(b) Tiempo muerto de $\Delta = 8{,}82\,\%$.

Figura 4.11: Mediciones temporales de las señales MAP con tiempo muerto filtradas. Salidas filtradas de cada una de las piernas.

con salida diferencial. Resulta interesante comparar las mediciones de estos espectros (junto con sus respectivos valores de DAT+R) con los obtenidos en el Capítulo 3, que corresponde a los espectros obtenidos solo debido a la modulación. Esto permite obtener una idea de los efectos tanto de la distorsión generada por la modulación como de la causada por la etapa de potencia debida a los tiempos muertos. El efecto de estos últimos en la distorsión del amplificador queda evidenciada incluso para $\Delta = 0{,}882\,\%$ que es el menor tiempo muerto admisible para el prototipo desarrollado.

Desde el punto de vista temporal, el efecto del tiempo muerto en la señal de salida, luego de la etapa de filtrado, puede observarse en la Fig. 4.11. En la Fig. 4.11(a) se aprecia el efecto de un valor pequeño del tiempo muerto ($\Delta = 0{,}882\,\%$). Aunque en la representación temporal el efecto del tiempo muerto no es apreciable, los espectros de la Fig. 4.10 indican un nivel de distorsión importante. En la Fig. 4.11(b) se muestran las formas de onda de la tensión de salida correspondientes a un tiempo muerto mucho mayor, de $\Delta = 0{,}882\,\%$. En este caso la distorsión es notoria aún en la representación temporal.

Las mediciones de DAT+R para una serie de valores de tiempo muerto, tanto para el caso simple como el diferencial, se muestran en la Fig. 4.12 para valores de Δ comprendidos entre $0{,}882\,\%$ y $8{,}82\,\%$. Se observa que la presencia de tiempos muertos aumenta el nivel de DAT+R tanto para salida simple como diferencial, como surge de comparar esta curva con los valores registrados en la Tabla 3.3 (casos ③ y ⑧) para

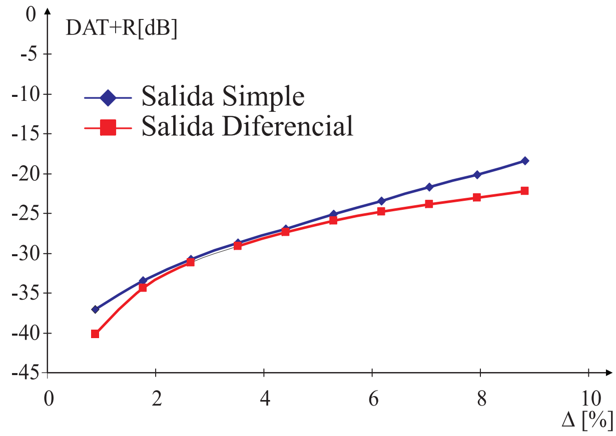


Figura 4.12: DAT+R en función del tiempo muerto para salida simple y diferencial

el caso de tiempo muerto nulo. Además se observa que la presencia de tiempo muerto tiende a atenuar las diferencias entre los casos simples y diferenciales.

En conclusión, las mediciones obtenidas junto con los desarrollos analíticos presentados en este capítulo permiten determinar que los tiempos muertos incrementan considerablemente la DAT+R más allá de la distorsión producida por la etapa de modulación.

Para el esquema de modulación utilizado (MAPUFD con interpolador y moldeo del ruido) con etapa de salida diferencial, la DAT+R se incrementa de $-73{,}5$ dB, cuando el tiempo muerto es nulo a -42 dB cuando el tiempo muerto es el mínimo admisible por la etapa de potencia. Por lo tanto, en aplicaciones de alta calidad donde se desee un muy bajo nivel de DAT+R, el control de la distorsión causada por el tiempo muerto puede ser más importante que la elección del algoritmo de modulación. Aunque en la literatura se han presentado algunas propuestas que tienden mitigar su impacto([77, 83]), la solución de estos efectos todavía sigue siendo tema de investigación.

5

Modelo de un altavoz de doble bobinado

...Essentially, all models are wrong, but some are useful...

5.1. Introducción

Hasta aquí se analizaron las etapas de modulación y procesamiento digital (Capítulos 2 y 3), y los efectos de los tiempos muertos en la etapa de potencia del amplificador (Capítulo 4). Para completar la cadena de amplificación en este capítulo y en el próximo se estudian el transductor electroacústico y un lazo de control que incluye al altavoz como parte del lazo.

En el diseño de amplificadores de audio es frecuente modelar el altavoz o parlante como una resistencia cuyo valor es el módulo de su impedancia a una frecuencia de 1 kHz. Aunque es una aproximación razonable si el amplificador tiene una muy baja impedancia de salida, este modelo difiere del comportamiento real, y no es adecuado cuando se pretende analizar la estabilidad del lazo de realimentación global [10, 58, 84] o para conocer los esfuerzos (tensiones y corrientes) a que son sometidas las etapas de salida del amplificador [85]. En estos casos, es necesario contar con un modelo matemático que describa adecuadamente el comportamiento del altavoz.

El diseño de transductores electroacústicos tiene una larga tradición [86]. El modelo clásico del altavoz electrodinámico desarrollado por Thiele y Small [87] es un sistema lineal e invariante en el tiempo, caracterizado por un conjunto de seis parámetros, que se pueden determinar con facilidad; es un modelo muy sencillo, pero razonablemente preciso. Los modelos actuales tienen en cuenta, entre otros, fenómenos no lineales tales como la elasticidad e histéresis de las suspensiones [57, 88, 89, 90, 91], la dependencia temporal y con la corriente de los parámetros clásicos [92], etc. También se han desarrollado modelos discretos, adaptados para facilitar la implementación en sistemas de control activos, como identificación de parámetros, ecualización y compensación de la distorsión no lineal [93]. Todos estos enfoques conducen a modelos con parámetros difíciles de estimar, que si bien representan con bastante fidelidad el comportamiento del sistema real, dificultan el diseño de sistemas de control confiables y robustos.

Un fenómeno importante, que se comenzó a considerar a fines de los años 80, es el efecto de las corrientes parásitas en la estructura polar del parlante, que no sólo causan pérdidas que son función de la frecuencia, sino que alteran el comportamiento del sistema en medias y altas frecuencias, dando lugar a un efecto “semi-inductivo” [94, 95, 96, 97]. La denominación indica que su comportamiento en función de la frecuencia es el de una impedancia cuyo módulo varía a razón de 10 dB/década en lugar de 20 dB/década, comportamiento que se modela utilizando ecuaciones diferenciales de orden fraccionario [98, 99].

En este capítulo se deriva el modelo de un altavoz con doble bobinado diseñado para la reproducción de bajos (subwoofer). En primer lugar, se recuerda la derivación del modelo físico que permite obtener los parámetros de Thiele y Small, y del modelo “caja negra” que simula el efecto de la semi-inductancia (Sección 5.2). Se supone que las condiciones de trabajo son tales que el sistema queda siempre dentro del rango de operación lineal, y por lo tanto se desprecian los fenómenos no lineales. Sin embargo, se incluye el efecto semi-inductivo pues su acción se manifiesta para cualquier rango de operación.

Debido a la existencia de dos bobinados de excitación, el modelo involucra la obtención de algunas relaciones que no están presentes en un parlante de bobinado único, y que no son habituales en la literatura sobre el tema. Un excepción es [100], pero allí no considera el efecto semi-inductivo. A partir de la impedancia eléctrica del parlante, se obtienen otras relaciones de interés entre diferentes magnitudes físicas como velocidades y aceleraciones del cono del parlante, tensiones inducidas, etcétera. Éstas relaciones entre diferentes magnitudes físicas se expresan a través de funciones transferencia, las cuales se describen en la Sección 5.3. Los resultados teóricos son contrastados con datos experimentales obtenidos a partir de ensayos realizados en laboratorio lo que permite realizar una validación del modelo (Sección 5.4). Por último, en la Sección 5.5 se presenta un modelo tipo caja negra de alta frecuencia, que permite describir el comportamiento del altavoz en un banda más alta de frecuencias.

5.2. Modelo del parlante

El modelo busca caracterizar el comportamiento del sistema desde las variables eléctricas (tensión y corriente) a las variables mecánicas (aceleración, velocidad, posición) y acústicas (presión acústica). El sistema bajo estudio tiene dos bobinados de excitación, y el modelo tiene en cuenta los efectos inductivos de un bobinado sobre el otro y la inducción causada por el movimiento del cono.

El modelo circuital se deriva en dos etapas. Se parte de un modelo físico, caracterizado por los parámetros de Thiele y Small [87, 101, 102, 103] que es adecuado en el rango de las bajas frecuencias, por debajo de 100 Hz, aproximadamente. La segunda etapa, inspirada en un modelo tipo "caja negra" sirve para conciliar discrepancias con las mediciones realizadas sobre un parlante real, sobre todo en el rango de medias y altas frecuencias (por encima de los 100 Hz y hasta los 5 kHz, aproximadamente). Esta diferencia se atribuye al efecto pelicular que sufren las corrientes parásitas que circulan por el núcleo de hierro del parlante [94, 97], que causan que el bobinado se comporte como una "semi-inductancia".

5.2.1. Modelo físico

El enfoque clásico se basa en modelar las partes acústica, mecánica y eléctrica del parlante y luego convertir los parámetros de un dominio a otro, obteniendo un equivalente circuital de la parte mecanoacústica. N. Thiele y H. Small caracterizaron un conjunto de parámetros que permiten modelar la respuesta en baja frecuencia de un parlante, y que se obtienen a partir de la curva de impedancia eléctrica en función de la frecuencia, en una zona próxima a la resonancia mecánica.

En la Fig. 5.1 se muestra un esquema de los circuitos eléctrico y mecánico. La dinámica mecánica del parlante puede modelarse como un conjunto masa, resorte, y amortiguador con desplazamiento en una única dirección $\vec{x}$. La ecuación diferencial que

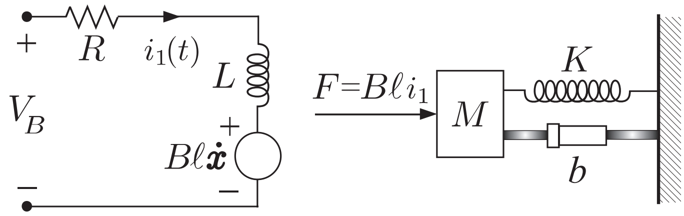


Figura 5.1: Modelo electro-mecánico del parlante.

caracteriza este comportamiento es

$$M\ddot{\vec{x}}(t) + b\dot{\vec{x}}(t) + K\vec{x}(t) = \vec{F}, \tag{5.1}$$

donde M, b y K representan la masa equivalente, el coeficiente de amortiguamiento y la rigidez de la suspensión respectivamente. La fuerza $\vec{F}$ provoca el desplazamiento de la masa (el cono del parlante), y está relacionada con la corriente eléctrica $i_1(t)$ que circula por el bobinado de excitación a través de una constante de transducción electromecánica $B\ell$; es decir $\vec{F} = B\ell i_1(t)$. Esta expresión junto con la Ec. 5.1 establecen la relación matemática que existe entre la parte eléctrica y mecánica del parlante.

En la figura no se representan algunos parámetros importantes tales como la pérdida y la compliancia (inversa de la elasticidad) de las suspensiones, y la masa del aire en movimiento. Sin embargo, sus efectos son similares a los de los parámetros mecánicos, y serán considerados en conjunto con éstos en la siguiente sección.

La parte eléctrica del altavoz se modela como un circuito compuesto por una inductancia en serie con una resistencia y una fuerza contra electromotriz (fem). La ecuación eléctrica para un único bobinado es

$$V_B = B\ell\dot{\vec{x}} + Ri_1(t) + L\frac{di_1}{dt}, \tag{5.2}$$

donde V_B representa la tensión en el bobinado de excitación, R y L son la resistencia e inductancia del bobinado, respectivamente, y $B\ell\dot{\vec{x}}$ representa la fem debida a la velocidad de desplazamiento del cono del parlante.

5.2.1.1. Equivalente eléctrico de la parte mecánica

Para simplificar el tratamiento es conveniente derivar el equivalente eléctrico de la parte mecánica. En [104] se presentan diferentes tipos de “analogías dinámicas”

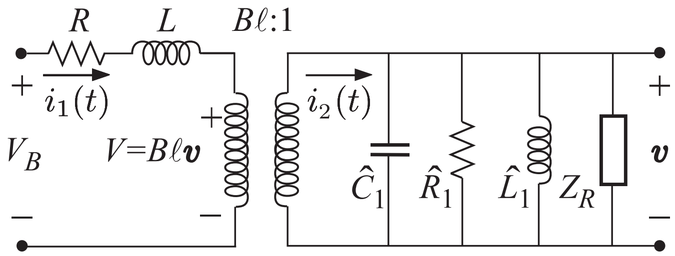


Figura 5.2: Modelo con equivalente eléctrico de la parte mecanoacústica.

que permiten resolver problemas mecánicos y acústicos aplicando teoría de circuitos. El sistema mecánico masa-resorte-amortiguador puede reemplazarse por un circuito eléctrico resonante RLC, modelado con $\hat{L}_1$, $\hat{C}_1$ y $\hat{R}_1$, que representan los equivalentes eléctricos de la parte mecánica (Fig. 5.2). En la figura se incluye también la impedancia de radiación Z_R, resultante de las masas, compliancias y resistencias acústicas. Este modelo eléctrico equivalente de la parte mecánica y acústica se acopla a la parte eléctrica del circuito a través de un transformador ideal con relación de vueltas $B\ell : 1$.

Los efectos de la impedancia de radiación Z_R pueden modelarse junto con los de $\hat{L}_1$, $\hat{C}_1$ y $\hat{R}_1$ en elementos L_1, C_1 y R_1, sintetizando características propias del altavoz combinadas con el efecto que el aire circundante (carga acústica) imprime al diafragma del altavoz. Esta impedancia de radiación varía según el montaje del altavoz (aire libre, baffle infinito, caja cerrada, etc.) cambiando de forma significativa la curva de la impedancia en función de la frecuencia para cada caso. Por lo tanto, el modelo derivado en este capítulo es el del conjunto altavoz más caja acústica.

La Ec. 5.1 describe el comportamiento mecánico y puede expresarse en función de la velocidad como

$$M\frac{d\vec{v}}{dt} + b\vec{v} + K\int \vec{v}dt = B\ell i_1(t), \tag{5.3}$$

donde $\vec{v}$ representa al vector velocidad.

La magnitud de la velocidad del cono $|\vec{v}|$ está representada por la tensión del secundario en el circuito equivalente $\vec{v} = V/B\ell$, y entonces

$$C_1\frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{1}{R_1}\vec{v} + \frac{1}{L_1}\int \vec{v}dt = i_2. \tag{5.4}$$

Teniendo en cuenta que la relación de corrientes para el transformador ideal es $i_2 = B\ell i_1$ es clara la similitud entre la Ec. 5.3 y la Ec. 5.4 de donde pueden despejarse los parámetros eléctricos en función de los mecanoacústicos.

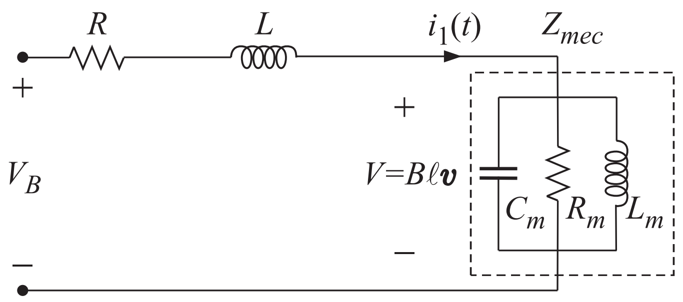


Figura 5.3: Modelo eléctrico del parlante referido al primario del transformador ideal.

El circuito equivalente de la Fig. 5.3 se obtiene reflejando la impedancia del secundario al primario como $Z_p = (B\ell)^2 Z_s$. Los parámetros mecanoacústicos vistos desde el primario resultan

$$C_m = \frac{C_1}{(B\ell)^2}, \qquad L_m = L_1(B\ell)^2, \qquad R_m = R_1(B\ell)^2,$$

donde el subíndice m indica que estos elementos representan la dinámica mecanoacústica.

5.2.1.2. Parámetros de Thiele-Small

El circuito resonante paralelo del esquema de la Fig. 5.3 provoca un pico en la curva del módulo de la impedancia en función de la frecuencia (resonancia mecánica) que generalmente ocurre a frecuencias mucho más bajas que otros efectos causados por los parámetros eléctricos. A partir de esta resonancia los valores de capacidad, resistencia e inductancia equivalentes se pueden calcular sin gran error.

La frecuencia de resonancia mecánica f_R se lee directamente del gráfico del módulo de la impedancia en función de la frecuencia. El valor de R es la resistencia de continua del bobinado, y se determina con un óhmetro. En la frecuencia de resonancia la impedancia es resistiva pura (fase nula) y el valor medido es $R_R = R + R_m$. En base a estos valores pueden determinarse los factores de mérito mecánico Q_{ms} y eléctrico Q_{es} dados por

$$Q_{ms} = \frac{f_R}{f_2 - f_1}\sqrt{\frac{R_m}{R}}, \qquad Q_{es} = \frac{R}{R_R - R} Q_{ms}, \tag{5.5}$$

donde f_1 y f_2 son las frecuencias en donde $|Z(jw)| = (RR_R)^{1/2}$.

Los parámetros C_m, R_m y L_m se calculan a partir de estos coeficientes como

$$C_m = \frac{1}{2\pi f_R}\frac{Q_{es}}{R}, \qquad L_m = \frac{1}{2\pi f_R}\frac{R}{Q_{es}}, \qquad R_m = R\frac{Q_{ms}}{Q_{es}}. \tag{5.6}$$

De esta forma, los valores de los análogos eléctricos de los parámetros mecánicos del parlante pueden calcularse fácilmente a partir de la curva de impedancia eléctrica en función de la frecuencia.

5.2.1.3. Modelo del doble bobinado

Para un parlante con doble bobinado es posible obtener la relación entre las tensiones de ambos bornes (de ahora en más denominadas v_{b1} y v_{b2}), que dependen de las inductancias propia y mutua, y de la tensión inducida debido al desplazamiento del parlante. Las ecuaciones correspondientes en el dominio transformado de Laplace son

$$\begin{aligned} V_{b1}(s) &= B\ell\vec{V}(s) + RI_1(s) + LsI_1(s) + MsI_2(s) \\ V_{b2}(s) &= B\ell\vec{V}(s) + RI_2(s) + LsI_2(s) + MsI_1(2) \end{aligned} \tag{5.7}$$

donde R y L son las inductancias de cada bobinado (las que se suponen iguales) y M es la inductancia mutua.

5.2.2. Modelo “caja negra”: semi-inductancia

En diferentes trabajos [94, 97] se ha reportado que el modelo presentado en la sección anterior puede no ajustar a las mediciones realizadas sobre un parlante real. La diferencia se debe a que el efecto pelicular produce la circulación de corrientes parásitas o de Foucault por el núcleo de hierro y las piezas polares del parlante. La combinación de estos efectos hace que el bobinado se comporte como una inductancia cuyo módulo varía 10 dB/década en función de la frecuencia en lugar de los 20 dB/década de una inductancia común; de allí el nombre de “semi-inducancia”. La forma usual de expresar la impedancia eléctrica de la semi-inductancia es

$$Z = K_S\sqrt{j\omega}.$$

La inductancia L del bobinado se modela como la conexión serie-paralelo de tres elementos: dos inductancias puras L_{S1}, L_{S2} y la semi-inductancia K_S. En la Fig. 5.4 se repite el circuito esquemático de la Fig. 5.3, donde se ha reemplazado la inductancia

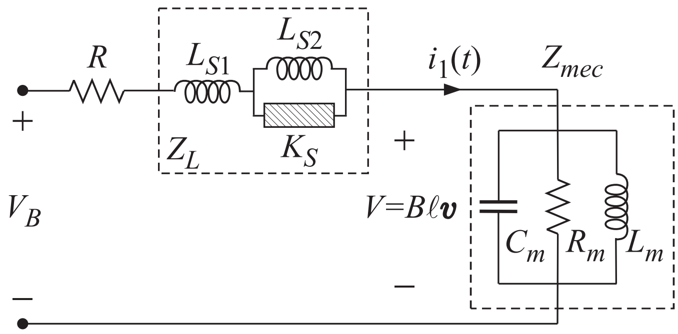


Figura 5.4: Modelo con semi-inductancia.

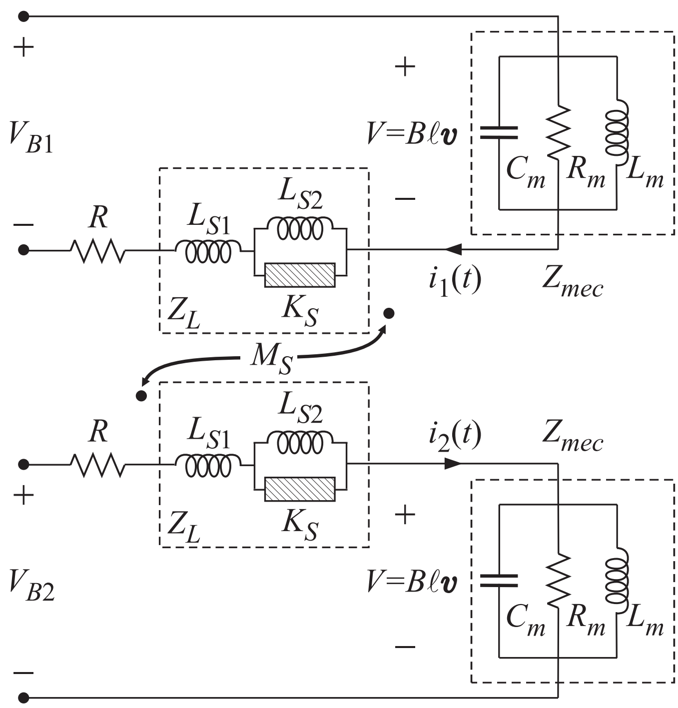


Figura 5.5: Modelo eléctrico equivalente del parlante con doble bobinado.

L por el nuevo modelo. El valor de la impedancia equivalente correspondiente a la inductancia del bobinado está dado por

$$Z_L = L_{S1}s + \frac{K_S L_{S2} s^{3/2}}{K_S\sqrt{s} + L_{S2}s}.$$

El efecto semi-inductivo también afecta el acoplamiento mutuo entre los dos bobinados (Fig. 5.5). Para tener en cuenta este efecto en la Ec. 5.7 debe reemplazarse el producto sM por la impedancia de acoplamiento $Z_M = sM_S$ dada por

$$Z_M = M_1 s + \frac{K_M M_2 s^{3/2}}{K_M\sqrt{s} + M_2 s} = s(M_1 + \frac{K_M M_2 s^{1/2}}{K_M\sqrt{s} + M_2 s}) = sM_S, \tag{5.8}$$

donde M_1, M_2 y k_m son parámetros que modelan un efecto análogo al de L_{S1}, L_{S2} y K_S pero en este caso para el acoplamiento mutuo en lugar de la inductancia del bobinado. La inclusión del efecto semi-indutivo en el acoplamiento mutuo entre los bobinados no ha sido observado en la literatura consultada.

En base al circuito equivalente de la Fig. 5.5 se pueden encontrar las expresiones para la impedancia mecánica Z_{mec}

$$Z_{mec} = \frac{L_m R_m s}{R_m + L_m s + C_m L_m R_m s^2}, \tag{5.9}$$

y la impedancia total $Z = R + Z_L + Z_{mec}$,

$$Z = \frac{b_1 s^{\frac{1}{2}} + b_2 s + b_3 s^{\frac{3}{2}} + b_4 s^2 + b_5 s^{\frac{5}{2}} + b_6 s^3 + b_7 s^{\frac{7}{2}}}{a_0 + a_1 s^{\frac{1}{2}} + a_2 s + a_3 s^{\frac{3}{2}} + a_4 s^2 + a_5 s^{\frac{5}{2}}} \tag{5.10}$$

que incluyen potencias fraccionarias de la variable compleja s. En la expresión de la impedancia total Z se supone que no circula corriente por el bobinado 2 ($i_2 = 0$) ya que sólo se utiliza como sensor. Las expresiones de los distintos coeficientes a_i, b_i se listan en la Tabla 5.1.

5.3. Funciones transferencia

Además de la impedancia eléctrica, en ciertas aplicaciones (como el control del parlante a lazo cerrado) es necesario conocer otras relaciones entre diferentes magnitudes físicas. Por ejemplo, si se excita al parlante desde uno de sus bobinados se puede determinar cuál será la tensión inducida en el bobinado restante o la aceleración o velocidad de desplazamiento del cono del parlante. A continuación se derivan las funciones

Tabla 5.1: Coeficientes de $Z(s)$

Numerador	Denominador
$b_0 = 0$	$a_0 = K_s R_m$
$b_1 = R R_m (K_s + L_{S2})$	$a_1 = L_{S2} R_m$
$b_2 = K_s [L_m R + R_m (L_m + L_{S1} + L_{S2})]$	$a_2 = K_s L_m$
$b_3 = L_{S2} (L_m R + L_m R_m + L_{S1} R_m)$	$a_3 = L_m L_{S2}$
$b_4 = L_m K_s (L_{S1} + L_{S2} + C_m R R_m)$	$a_4 = C_m K_s L_m R_m$
$b_5 = L_m L_{S2} (L_{S1} + C_m R R_m)$	$a_5 = C_m L_m L_{S2} R_m$
$b_6 = C_m K_s L_m R_m (L_{S1} + L_{S2})$	
$b_7 = C_m L_m L_{S1} L_{S2} R_m$	

transferencias para diferentes pares entrada/salida. En todos los casos el modelo de parlante utilizado corresponde al descrito en la sección anterior, incluyendo el efecto semi-inductivo tanto en la inductancia del bobinado como en la inductancia mutua (Fig. 5.5).

5.3.1. Función transferencia $H_{V_{b2b1}}(s) = V_{b2}(s)/V_{b1}(s)$

La Ec. 5.7 describe la relación entre las tensiones y corrientes de cada bobinado del parlante. Si se inyecta una señal de audio en el bobinado 1, la señal del bobinado 2 a circuito abierto estará compuesta por dos términos: la tensión generada por el desplazamiento del parlante y la inducida por el acoplamiento mutuo. Se tiene entonces

$$V_{b2}(s) = B\ell \vec{V}(s) + Z_M I_1(s),$$

donde $I_1(s)$ y $\vec{V}(s)$ son la transformada de Laplace de la corriente por el bobinado de excitación y la velocidad respectivamente y Z_M es la impedancia de acoplamiento dada por la Ec. 5.8. La velocidad puede calcularse como la tensión en el paralelo L_m, C_m y R_m del modelo de la Fig. 5.4 dividida por $B\ell$. Es posible expresar a $V_{b2}(s)$ como

$$\begin{aligned} V_{b2}(s) &= B\ell \frac{(V_{b1}(s)/Z) Z_{mec}}{B\ell} + Z_M \frac{V_{b1}(s)}{Z} \\ &= V_{b1}(s) \frac{Z_{mec} + Z_M}{Z}, \end{aligned}$$

y la función transferencia $H_{V_{b2b1}}(s) = V_{b2}(s)/V_{b1}(s)$ resulta

$$H_{V_{b2b1}}(s) = \frac{V_{b2}(s)}{V_{b1}(s)} = \frac{Z_{mec} + Z_M}{Z}, \tag{5.11}$$

donde la impedancia mutua Z_M, la impedancia mecánica Z_{mec} y la impedancia total Z están dadas por las Ecs. 5.8, 5.9 y 5.10, respectivamente.

5.3.2. Función transferencia $H_{\vec{A}V_{b1}}(s)$=$\vec{A}(s)/V_{b1}(s)$

Esta función transferencia relaciona la tensión de excitación con la aceleración del cono. La aceleración es la derivada de la velocidad, y en el dominio transformado puede expresarse como

$$\vec{A}(s) = s\vec{V}(s) = s\frac{V_{b1}(s)Z_{mec}}{Z}\frac{1}{B\ell}$$

y por lo tanto la función transferencia que relaciona la aceleración con la tensión de entrada es

$$H_{\vec{A}V_{b1}}(s) = \frac{s}{B\ell}\frac{Z_{mec}}{Z}. \tag{5.12}$$

5.3.3. Función transferencia $H_{\vec{V}V_{b2}}(s)$=$\vec{V}(s)/V_{b2}(s)$

La relación $\vec{V}(s)/V_{b2}(s)$ expresa la velocidad del cono en función de la tensión $V_{b2}(s)$ inducida en el segundo bobinado, cuando el bobinado primario se excita con una tensión $V_{b1}(s)$. A partir de las funciones transferencias $H_{V_{b2b1}}(s)$ y $H_{\vec{A}V_{b1}}(s)$ (Ecs. 5.11 y 5.12, respectivamente) resulta

$$\begin{aligned} H_{\vec{V}V_{b2}}(s) &= \frac{\vec{V}(s)}{V_{b2}(s)} = \frac{1}{s}\frac{H_{\vec{A}V_{b1}}(s)}{H_{v_{b2b1}}(s)} \\ &= \frac{1}{B\ell}\frac{Z_{mec}}{Z_{mec} + Z_M}. \end{aligned} \tag{5.13}$$

5.4. Validación experimental y ajuste de parámetros

Para validar el modelo se realizaron ensayos de laboratorio sobre un parlante de doble bobinado (modelo Sony XS-L1235D4), montado sobre una caja acústica cerrada de 56 litros de volumen (alto×ancho×profundidad: 0.44m×0.39m×0.33m). Se excitó el altavoz por uno de los bobinados, y se midieron la tensión y corriente de excitación, la tensión inducida en el segundo bobinado y la aceleración del cono en función de la

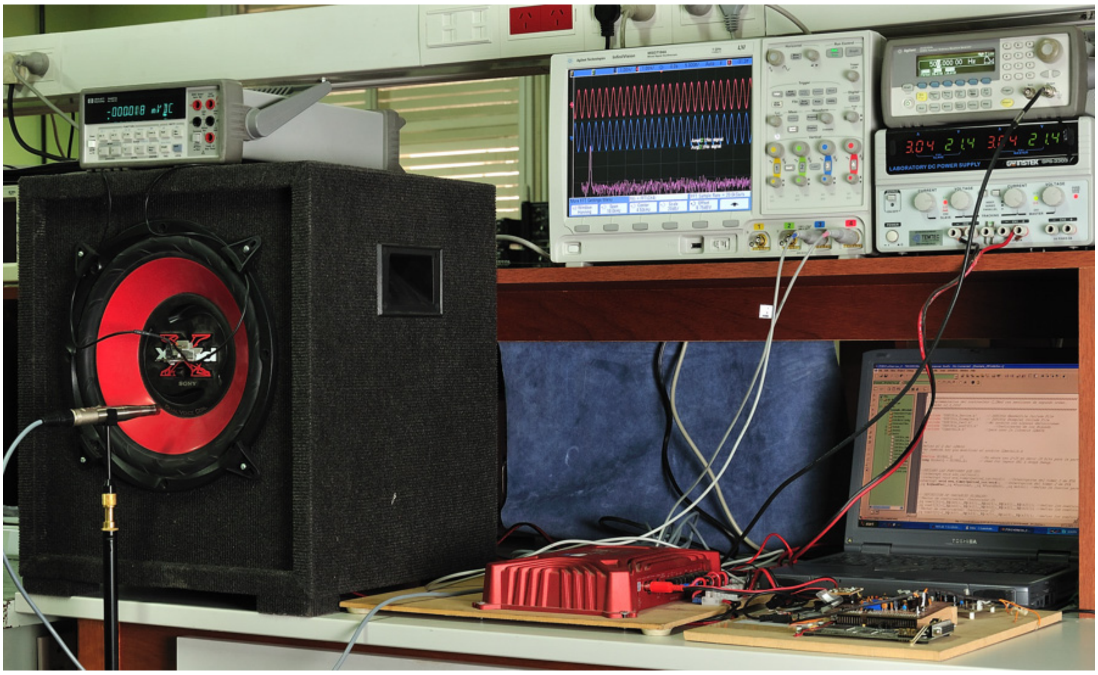


Figura 5.6: Banco de prueba.

frecuencia de la señal aplicada. Las medidas de aceleración se relevaron con un acelerómetro integrado (MMA6222AEG de Freescale Semiconductor), con un rango de trabajo de ±20g, montado sobre el cono del parlante. También se registró la intensidad acústica de campo cercano y lejano utilizando un micrófono calibrado, contrastado con un decibelímetro de precisión Brüel & Kjaer 2238 Mediator. Las mediciones se efectuaron en un banco de pruebas automatizado formado por un generador de señales (Agilent 33220) y un osciloscopio (Agilent MSO7104A) controlados por computadora (Fig. 5.6). La velocidad del cono del parlante se calculó integrando la medida de aceleración.

A partir de las curva de impedancia en función de la frecuencia se identificaron los parámetros de Thiele-Small, que caracterizan la respuesta a baja frecuencia. Los parámetros que modelan los efectos semi-inductivos se calcularon de manera de minimizar el error entre las predicciones del modelo y las mediciones.

5.4.1. Cálculo de los parámetros de Thiele-Small

La Fig. 5.7 muestra las mediciones de la impedancia (módulo y fase) en función de la frecuencia. El valor de la resistencia de continua es $R = 4{,}32\,\Omega$, y se encuentra

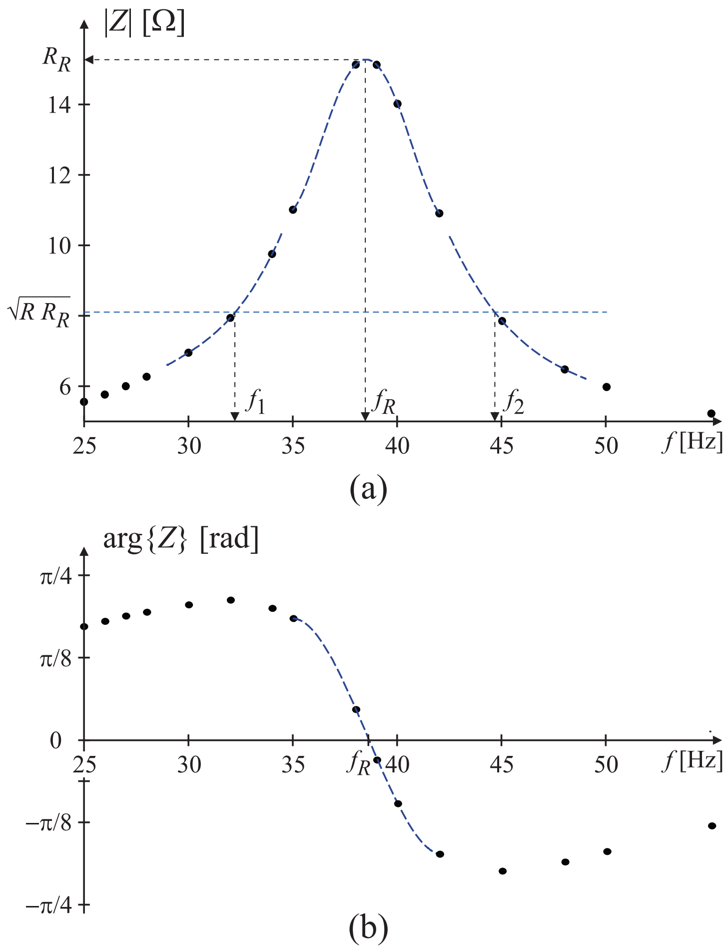


Figura 5.7: Determinación de los parámeros de Thiele-Small. Las mediciones se indican con puntos.

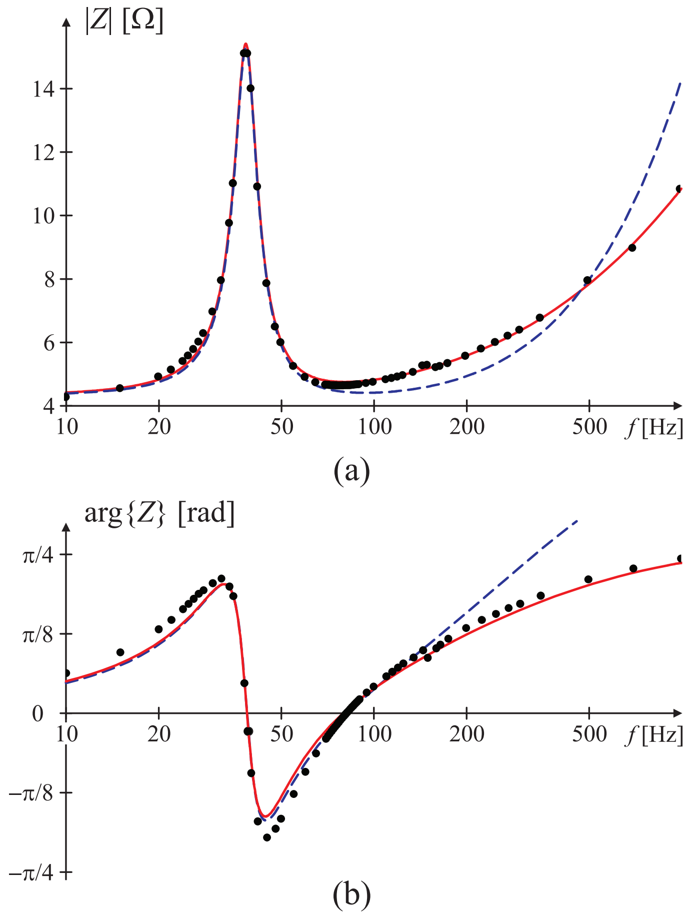


Figura 5.8: Impedancia en función de la frecuencia. (a) módulo; (b) fase. Mediciones (•); modelo sin (– –) y con (—) semi-inductancia.

que la frecuencia de resonancia es $f_R = 38{,}56\,\mathrm{Hz}$. El módulo de la impedancia a esa frecuencia es $R_R = 15{,}27\,\Omega$, y por lo tanto, $R_m = R_R - R = 10{,}95\,\Omega$. Se tiene entonces que $(RR_R)^{1/2} = 8{,}12\,\Omega$, y por lo tanto, $f_1 = 32{,}24\,\mathrm{Hz}$, $f_2 = 44{,}64\,\mathrm{Hz}$. De las Ec. 5.5 se tiene que $Q_{ms} = 5{,}85$, $Q_{es} = 2{,}31$. En base a estos parámetros y utilizando la Ec. 5.6 se pueden calcular C_m y L_m, que se detallan en la Tabla 5.2.

5.4.2. Modelo de la inductancia eléctrica

Para completar el modelo de impedancia falta determinar el valor de la componente inductiva del bobinado. Tal como se explicó en secciones anteriores, cabe la posibilidad de modelarlo con un único elemento L (Fig. 5.3), o con tres elementos L_{S1}, L_{S2}, y

K_S para tener en cuenta el efecto semi-inductivo (Fig. 5.4). En cualquier caso, estos parámetros se determinan minimizando las diferencias entre las predicciones del modelo y los datos medidos con el auxilio de un programa de matemática simbólica, planteando la función objetivo

$$J_Z = \sum_{i=1}^{N} \left| |\hat{Z}(i)| - |Z(j\omega_i)| \right| \tag{5.14}$$

donde $\hat{Z}(i)$ es el i-ésimo valor de impedancia medido y $Z(j\omega)$ está dada por la Ec. 5.10. El indice "i" se utiliza para recorrer el arreglo de valores medidos. Si no se consideran los efectos semi-inductivos (haciendo $K_S = 0$, y $L_{S1}+L_{S2} = L$), y optimizando sobre un rango de frecuencias comprendido entre 100 Hz y 1 kHz se encuentra que $L = 2{,}17$ mH, obteniéndose las curvas de módulo y fase de la impedancia que se representan con líneas de trazos en la Fig. 5.8. Si bien el modelo copia muy ajustadamente la respuesta en baja frecuencia, se aprecian diferencias en el rango de medias y altas frecuencias. Utilizando el modelo que contempla los efectos semi-inductivos (con $K_S \neq 0$), y minimizando sobre el mismo rango de frecuencia, se encuentra que $L_{S1} \approx 0$ H, $L_{S2} = 3{,}2$ mH, y $K_S = 0{,}17$ sH, obteniéndose la aproximación indicada con línea llena en la Fig. 5.8. Este modelo captura mejor el comportamiento del sistema en un mayor rango de frecuencias.

5.4.3. Modelo del doble bobinado

Los parámetros restantes representan la inductancia mutua entre los bobinados, caracterizada por M_1, M_2, K_M (considerando el efecto semi-inductivo de las corrientes parásitas en las piezas polares) y la constante de transducción electromecánica $B\ell$. Los tres primeros pueden calcularse a partir de la función transferencia $H_{V_{b2b1}}(s)$ entre V_{b2} y V_{b1}, dada por la Ec. 5.11, que a su vez depende de la inductancias mutua Z_M, mecánica Z_{mec} y total Z dadas por las Ecs. 5.8–5.10. Estas dos últimas expresiones son función de R_m, C_m y L_m (el equivalente eléctrico de los parámetros mecánicos), que a su vez dependen de $B\ell$, como revela la Ec. 5.6. Sin embargo, como estos tres elementos se han calculado en base a la curva de respuesta en frecuencia de la impedancia eléctrica, pueden ser considerados independientes de $B\ell$. Por este motivo, los parámetros M_1, M_2, K_M se calcularon minimizando la función objetivo

$$J_\rho = \sum_{i=1}^{N} \left| |\hat{H}_{V_{b2}V_{b1}}(i)| - |H_{V_{b2}V_{b1}}(j\omega_i)| \right| \tag{5.15}$$

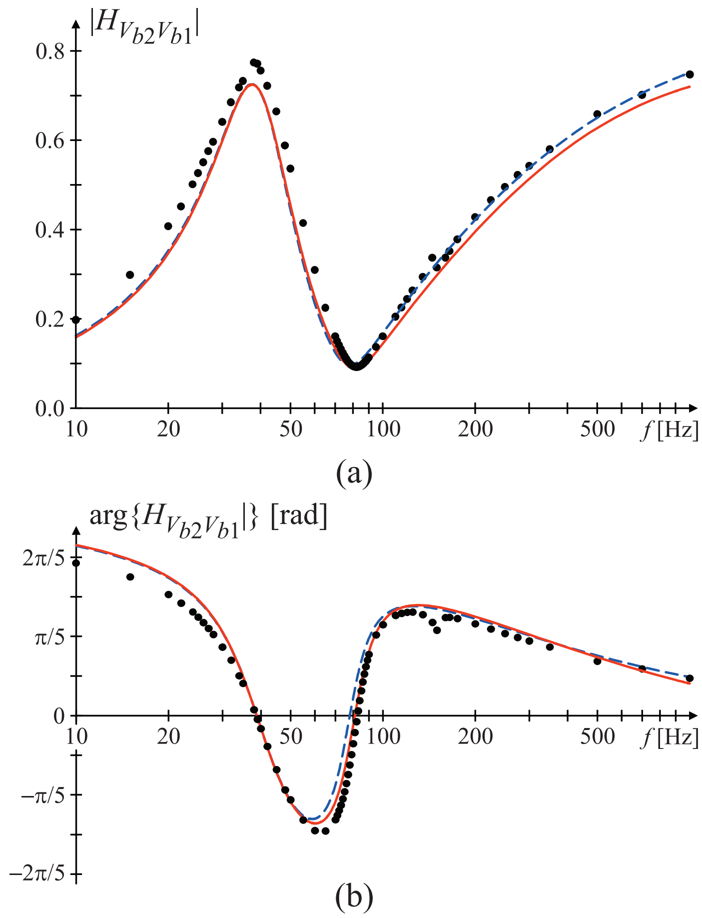


Figura 5.9: Módulo y fase de la respuesta en frecuencia $H_{V_{b2}V_{b1}}(s)$. Datos experimentales (●), optimización local (– –), optimización global (—).

sobre un rango de frecuencia comprendido entre 10 Hz y 1 kHz, obteniéndose $M_1 \approx 0\,\mathrm{H}$, $M_2 = 3{,}6\,\mathrm{mH}$, $K_M = 0{,}15\,\mathrm{sH}$. El comportamiento de la función transferencia aproximada con estos valores se representa con línea de trazos en la Fig. 5.9, donde los datos experimentales están indicados con puntos.

La constante de transducción electromagnética $B\ell$ aparece en la expresión de la función transferencia $H_{\vec{A}V_{b1}}(s)$, dada por la Ec. 5.12, que relaciona la tensión de excitación con la aceleración. Por lo tanto se calcula minimizando la función objetivo

$$J_{\vec{A}} = \sum_{i=1}^{N} \left| |\hat{H}_{\vec{A}V_{b1}}(i)| - |H_{\vec{A}V_{b1}}(j\omega_i)| \right| \tag{5.16}$$

sobre un rango de frecuencia menor (entre 10 Hz y 300 Hz, que es el rango de funcionamiento del acelerómetro) de donde se obtiene $B\ell = 7{,}89\,\mathrm{Tm}$. La comparación entre la función transferencia $H_{\vec{A}V_{b1}}$ y los datos experimentales se muestra en la Fig. 5.10 con línea de puntos. Se aprecia una diferencia en las respuestas en el rango comprendido entre los 30 Hz y los 60 Hz. (Las diferencias por encima de 150 Hz corresponden a fenómenos de resonancia que no han sido modelados.) Con los valores de M_1, M_2, K_M y $B\ell$ calculados también se puede comparar la función transferencia $H_{\vec{V}V_{b2}}(j\omega)$ que relaciona la velocidad del cono con la tensión inducida en el segundo bobinado, tal como se muestra con línea de trazos en la Fig. 5.11. Nuevamente, se observa una discrepancia entre el modelo y los resultados experimentales.

Las diferencias entre las curvas experimentales y las respuestas del modelo pueden atribuirse al procedimiento de cálculo de los parámetros, ya que, por ejemplo, el modelo de la semi-inductancia de los bobinados, representado por los parámetros L_{S1}, L_{S2} y K_M intervienen no sólo en la expresión de la impedancia Z, sino también en las funciones transferencia $H_{v_{b2b1}}(j\omega)$, $H_{\vec{A}V_{b1}}(j\omega)$ y $H_{\vec{V}V_{b2}}(j\omega)$. Algo similar ocurre con los parámetros M_1, M_2, K_M que modelan los efectos de la inductancia mutua, que influyen sobre la tres funciones transferencia indicadas, y no sólo sobre $H_{v_{b2b1}}(j\omega)$, que fue a partir de la cual se derivaron. Por ello se plantea una optimización “global” (en el sentido que intervienen todas las funciones transferencia de interés) dada por

$$J = k_1 J_Z + k_2 J_\rho + k_3 J_{\vec{A}} + k_4 J_{\vec{V}}$$

donde k_1 a k_4 son constantes de peso positivas, J_Z, J_ρ y $J_{\vec{A}}$ están dadas por las Ecs. 5.14,

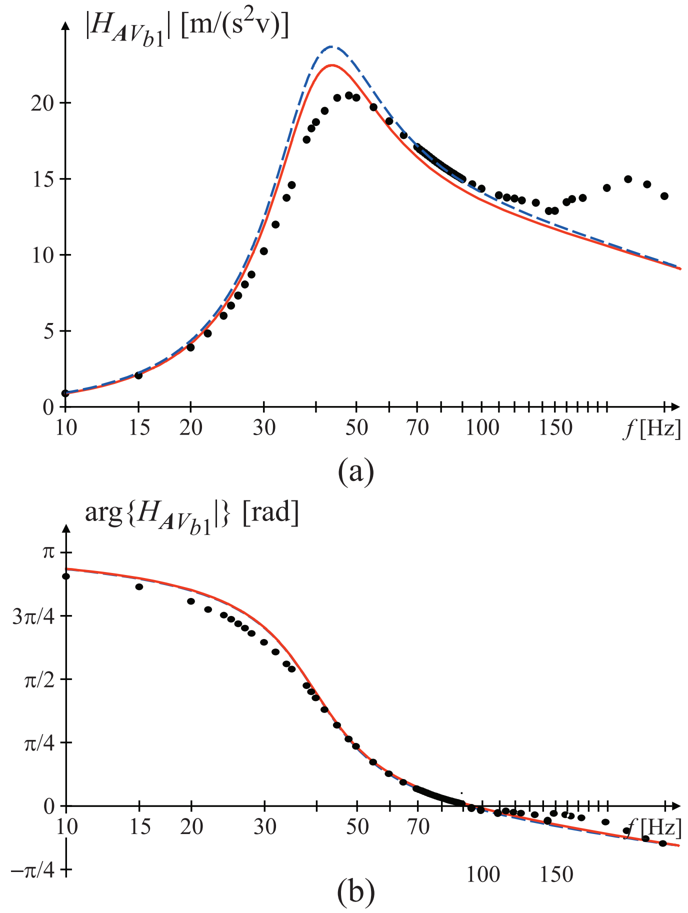


Figura 5.10: Respuesta en frecuencia $H_{\vec{A}V_{b1}}(s)$ (módulo y fase). Datos experimentales (•), optimización local (– –), optimización global (—).

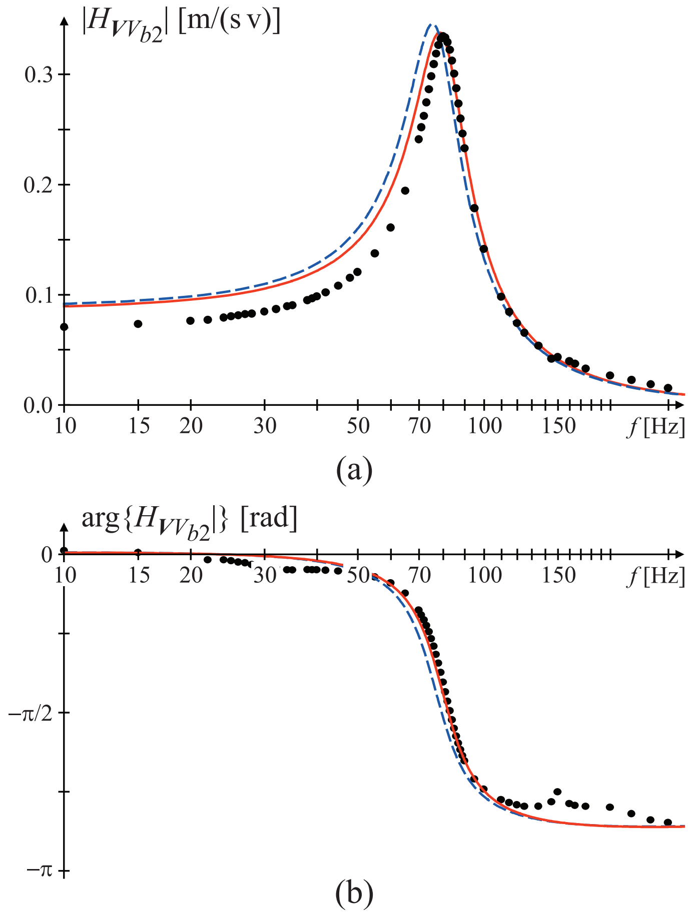


Figura 5.11: Respuesta en frecuencia $H_{\vec{V}V_{b2}}(s)$ (módulo y fase). Datos experimentales (•), optimización local (– –), optimización global (—).

Tabla 5.2: Valores estimados

Parámetro		Valor	Unidades
Thiele-Small	R	4.32000	Ω
	L_m	7.72670×10^{-3}	H
	R_m	10.94930	Ω
	C_m	2.20399×10^{-3}	F
Semi-inductancia	L_{S1}	0.25138×10^{-3}	H
	L_{S2}	2.59658×10^{-3}	H
	K_S	0.14003	sH
doble bobinado	M_1	0.59457×10^{-6}	H
	M_2	3.23626×10^{-3}	H
	K_M	0.14529	sH
	$B\ell$	8.31191	Tm

5.15, y 5.16, respectivamente, y

$$J_{\vec{V}}=\sum_{i=1}^{N}\left||\hat{H}_{\vec{V}V_{b2}}(i)|-|H_{\vec{V}V_{b2}}(j\omega_i)|\right|$$

tomando como punto inicial los valores de L_{S1}, L_{S2}, K_S, M_1, M_2, K_M y $B\ell$ hallados en cada una de las optimizaciones“locales”. De esta forma se encuentran los valores de los parámetros listados en la Tabla 5.2.

La comparación entre las respuestas en frecuencia en módulo y fase, y las mediciones para $H_{v_{b2b1}}(j\omega)$, $H_{\vec{A}V_{b1}}(j\omega)$ y $H_{\vec{V}V_{b2}}(j\omega)$ se muestran en las Figs. 5.9 a 5.11, respectivamente, con líneas de trazo continuo. En todos los casos se consigue una aproximación aceptable.

5.5. Modelo caja negra de alta frecuencia

Para el diseño del lazo de control, que se desarrolla en le Capítulo 6, es necesario contar con un modelo del parlante, que relacione la tensión de excitación con la aceleración del cono, incluso a mayores frecuencias que el modelo caja gris descripto

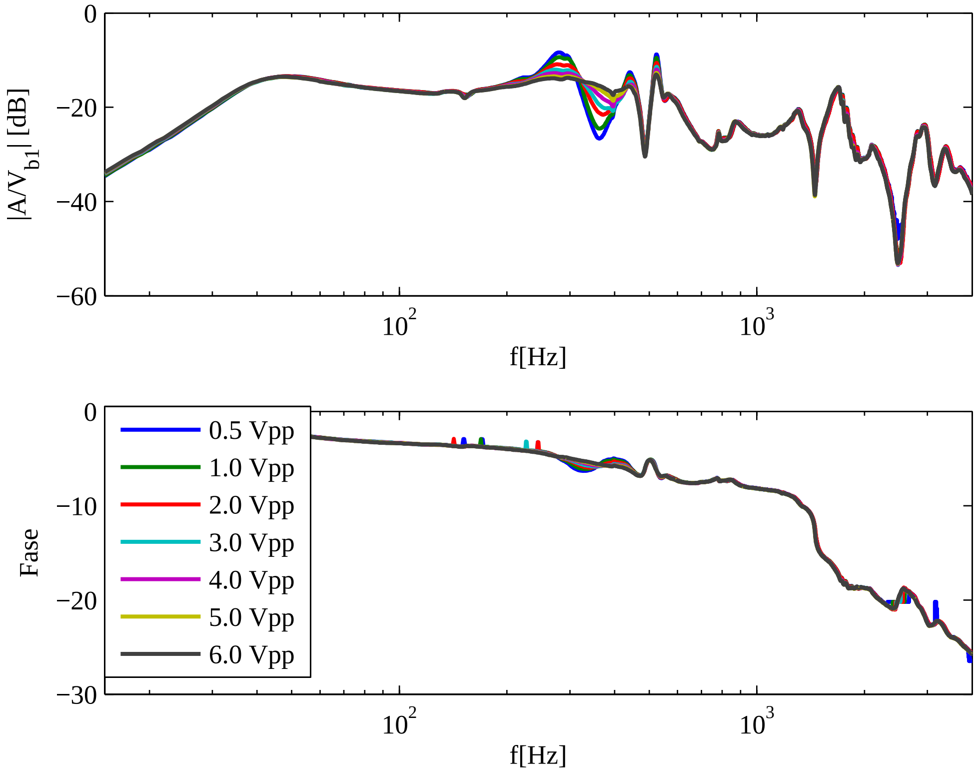


Figura 5.12: Respuestas en frecuencia A/V_{b1} medidas de lazo abierto para diferentes amplitudes de excitación.

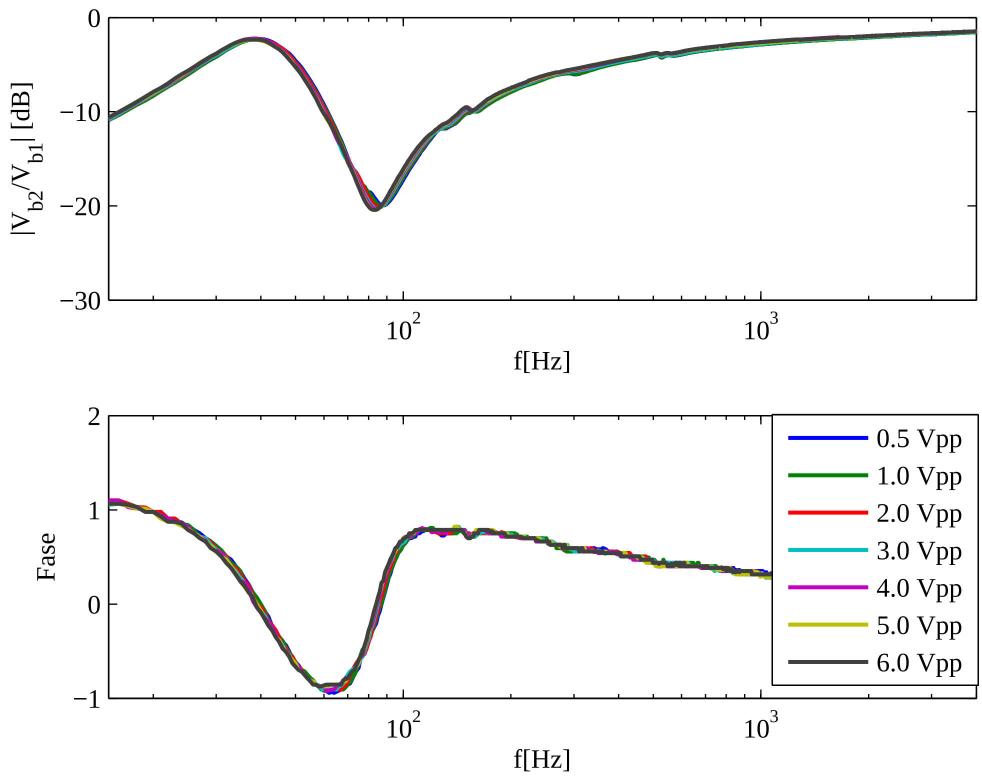


Figura 5.13: Respuestas en frecuencia V_{b2}/V_{b1} medidas de lazo abierto para diferentes amplitudes de excitación.

anteriormente. Si bien el objetivo de control que se plantea en el mencionado capítulo se especifica en el rango de las bajas frecuencias, con lo cual podría suponerse que el modelo presentado previamente es adecuado, es necesario que el modelo describa al menos parte del comportamiento de alta frecuencia (fuera del rango de interés desde el punto de vista de las especificaciones de control). Este requisito se determinó a partir de la experiencia práctica, la cual permitió detectar importantes resonancias y no linealidades dependientes de la amplitud de excitación en la aceleración del cono del parlante. En la Fig. 5.12 se muestra la respuesta en frecuencia extendida de la aceleración del cono del parlante para distintas amplitudes de excitación. Pueden observarse claramente las variaciones tanto en modulo como en fase de las resonancias presentes en el rango de frecuencia $250 - 650$Hz. Estas nolinealidades, son propias de la aceleración del cono y no se detectaron en otras variables: a modo de ejemplo, en la Fig. 5.13 se muestra la respuesta en frecuencia medida de V_{b2}/V_{b1} para diferentes amplitudes de excitación. En este caso las variaciones son mínimas.

Para intentar garantizar la estabilidad del lazo de control se decidió identificar parte del comportamiento de "alta frecuencia" (dinámica correspondiente a la resonancia en el rango $250 - 650$Hz). En particular se optó por identificar el modelo utilizando las mediciones correspondientes a una tensión de excitación de 1 VPP. Esta da como resultado una de las resonancias de mayor amplitud (ver Fig. 5.12), que corresponden a un modelo con polos más cerca del eje imaginario y por lo tanto es la situación más exigente para el diseño de lazo de control.

A partir de las mediciones obtenidas, usando como condiciones iniciales las obtenidas con el modelo de baja frecuencia, y empleando una herramienta de software para identificación de sistemas (System Identification Toolbox de MATLAB©) se obtuvo un modelo de "orden completo" G_{OC}, que resultó de dimensión 25. Para simplificar el diseño del controlador se redujo el orden, obteniéndose una planta de "orden reducido" G_{OR} de dimensión 9. Una característica de este modelo es la presencia de un par de ceros en el semiplano derecho. En la Fig. 5.14 se muestran las respuestas en frecuencia (módulo y fase) de ambos modelos junto a los datos experimentales obtenidos en el laboratorio. Como es natural, el modelo de orden completo G_{OC} aproxima con mayor precisión los datos experimentales, mientras que el modelo de orden reducido G_{OR} presenta pequeñas diferencias en algunos rangos de frecuencias. El modelo de orden completo G_{OC} se utilizará sólo para verificar el desempeño de los controladores

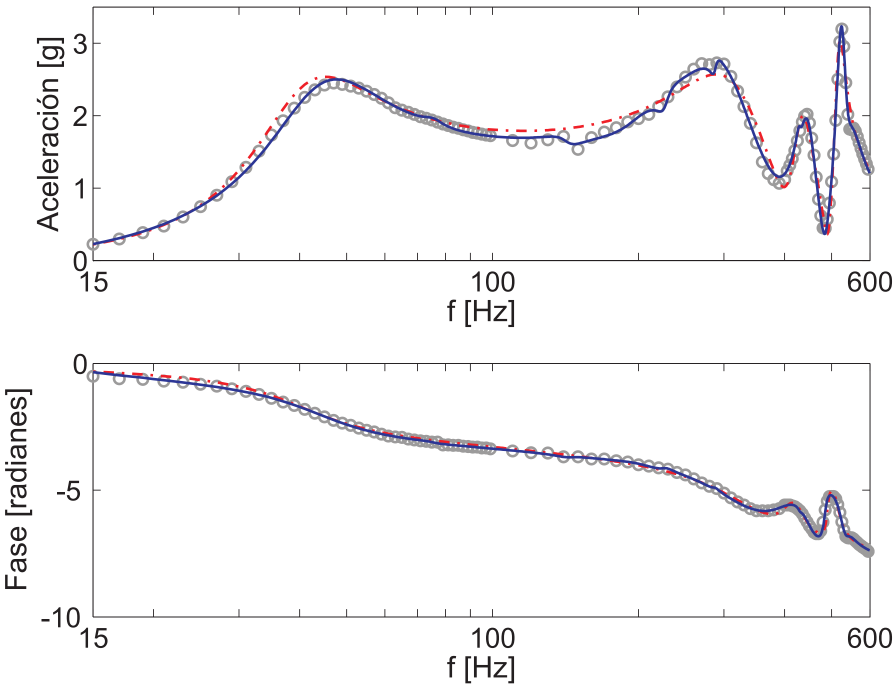


Figura 5.14: Respuesta en frecuencia de lazo abierto. Modelo de orden completo (—), modelo de orden reducido (-·-) y mediciones (∘).

Tabla 5.3: Coeficientes de la planta de orden reducido $G_{OR}(s)$

	$N(s)$	$D(s)$
s^9	0	1
s^8	-3.0935×10^3	1.1162×10^4
s^7	2.3238×10^7	3.8900×10^7
s^6	-1.1500×10^{11}	2.4625×10^{11}
s^5	3.5354×10^{14}	4.3732×10^{14}
s^4	-1.2955×10^{18}	1.6708×10^{18}
s^3	1.2680×10^{21}	1.5515×10^{21}
s^2	-4.5263×10^{24}	3.3971×10^{24}
s^1	0	5.6886×10^{26}
s^0	0	2.0155×10^{29}

diseñados utilizando el modelo de orden reducido G_{OR}; los coeficientes del numerador y denominador de este sistema se listan en la Tabla 5.3.

6

Realimentación de la aceleración del cono del Altavoz

...la bobina recibe las señales eléctricas del amplificador, lo que induce en ella un campo magnético que interactúa con el imán y, por lo tanto, se sacude de adelante hacia atrás arrastrando el cono (o diafragma), que de esta forma produce ondas de presión en el aire...
...si usted pone la mano delante de un gran parlante que está sonando más o menos fuerte sentirá que sale de allí algo así como viento. Es aire modulado, es viento bajo control... [1]

6.1. Introducción

La mejora del desempeño de los parlantes por medios electrónicos ha sido motivo de interés permanente. Desde estimar la fuerza contraelectromotriz en bobinados del parlante utilizando un circuito puente [105], hasta la aplicación de técnicas de control no lineal [106], una amplia variedad de métodos y sensores se han aplicado a lo largo del tiempo para reducir la distorsión, extender el ancho de banda de operación, ecualizar la curva de respuesta en frecuencia, etc.

Algunos enfoques intentan corregir estas características mediante compensaciones a lazo abierto (*feedforward*), como por ejemplo [107, 108, 109]. El inconveniente es que necesitan modelos muy precisos, y no toleran variaciones en los parámetros, causados,

[1] A. Torres; La fidelidad en los tiempos del MP3; Sección Tecnología, La Nación, septiembre de 2009

por ejemplo, por un incremento de la temperatura de operación. Por ello, la mayoría de las técnicas actuales intentan aplicar técnicas de control realimentado para mejorar el comportamiento del sistema regulando la velocidad o la aceleración del cono del parlante, metodología que se ha denominado *realimentación de movimiento* (motional feedback). La realimentación de velocidad permite regular el flujo volumétrico generado por el parlante, proporcional al producto de la velocidad del cono por el área efectiva del mismo, que es una magnitud adecuada para muchas aplicaciones en acústica [110]. Por otra parte, la realimentación de aceleración es apropiada para regular la presión acústica, que es directamente proporcional a la aceleración del cono cuando el parlante está montado en una caja acústica sellada [111].

Independientemente del tipo de lazo de control implementado, se han ensayado una gran variedad de sensores para determinar alguna variable mecánica asociada al desplazamiento del cono del parlante. Una de las primeras aplicaciones [112] propone utilizar como medida de velocidad la fuerza contraelectromotriz inducida en el bobinado del parlante por el movimiento del cono; Hanna [113] emplea en cambio un bobinado auxiliar. Este mismo sensor ha sido estudiado por varios autores; entre ellos merecen citarse los trabajos de Klaassen [114], y más recientemente, Radcliffe [110]. El inconveniente de este sensor es que la tensión inducida sufre distorsiones a causa de la estructura de las piezas polares y la bobina móvil, o debido al efecto transformador entre los bobinados principal y auxiliar.

También se ha propuesto la medición de la posición del cono con sensores ópticos [50] o capacitivos [115], y utilizar esta información para realimentar posición o velocidad. La necesidad de modificaciones en la estructura del parlante en el primer caso y el costo del sensor en el segundo, probablemente han influido en que estas dos alternativas no hayan tenido gran difusión. También merecen mencionarse las técnicas basadas en interferometría láser [92], o triangulación [96], aunque este enfoque ha sido utilizado más para el modelado que para el control.

La realimentación de la aceleración ha sido propuesto por primera vez en [114]. Se han explorado distintas alternativas a lo largo de los años, utilizando mediciones acústicas con micrófonos [116], sensores piezoeléctricos montados sobre un parlante común [117], hasta modificaciones del transductor para compensar problemas de los primitivos acelerómetros [118]. Debido a los inconvenientes de utilizar un micrófono en la realimentación, que capta no sólo la señal del parlante sino también la del ambiente, y al costo de los acelerómetros en ese entonces, el éxito comercial de esta técnica ha sido limitado. Sin embargo, gracias al avance de las nanotecnologías y los “mems” (la sigla corresponden a sistemas Microelectromecánicos, es decir sistemas electricos y/o mecánicos desarrollados en escala micrométrica), en la actualidad es posible disponer de acelerómetros de muy alta calidad a precios muy bajos, lo que ha revitalizado el interés en este enfoque.

Algunos autores han utilizado una “integración de sensores” combinando mediciones de corriente, velocidad y aceleración [119, 120]; sin embargo, estos esquemas multilazo no parecen mejorar significativamente el desempeño de los sistemas de lazo único.

Con respecto a los métodos de control, muchos enfoques se han aplicado para tratar este problema. Desde técnicas de control clásicas con controladores de tiempo continuo [50, 110, 115, 117, 119], pasando por controladores discretos robustos [116], controladores lineales discretos con estimadores de estado [51], controladores no lineales continuos utilizando filtros de Kalman [55] (aunque en este caso no se presentan resultados prácticos de implementación), hasta controladores no lineales discretos con estimadores de estados o parámetros discretos [106]. A pesar de la amplia gama de enfoques presentes en la literatura, los resultados desde el punto de vista de la extensión del rango de frecuencias y la disminución de la distorsión no son demasiado diferentes, y algunas propuestas recientes utilizan controladores lineales discretos, cuya implementación es más sencilla y económica, con resultados equivalentes [120].

En este capítulo se presenta un control por realimentación de un parlante reproductor de bajas frecuencias (“woofer”) sensando la aceleración del cono, usando controladores discretos. La técnica de diseño se basa en un método lineal algebraico que permite especificar de manera sencilla la respuesta en frecuencia del sistema de lazo cerrado. El diseño se ensaya sobre un procesador digital de señales de punto fijo, y se incluyen resultados de simulación y experimentales. Aunque el enfoque es simple, los resultados obtenidos en el laboratorio son similares a los presentados en la literatura con controladores mucho más complejos.

6.2. Sensor y modelo del parlante

El objetivo es diseñar un controlador que permita mantener constante la presión acústica en un rango determinado de frecuencias. Para ello es necesario contar con un

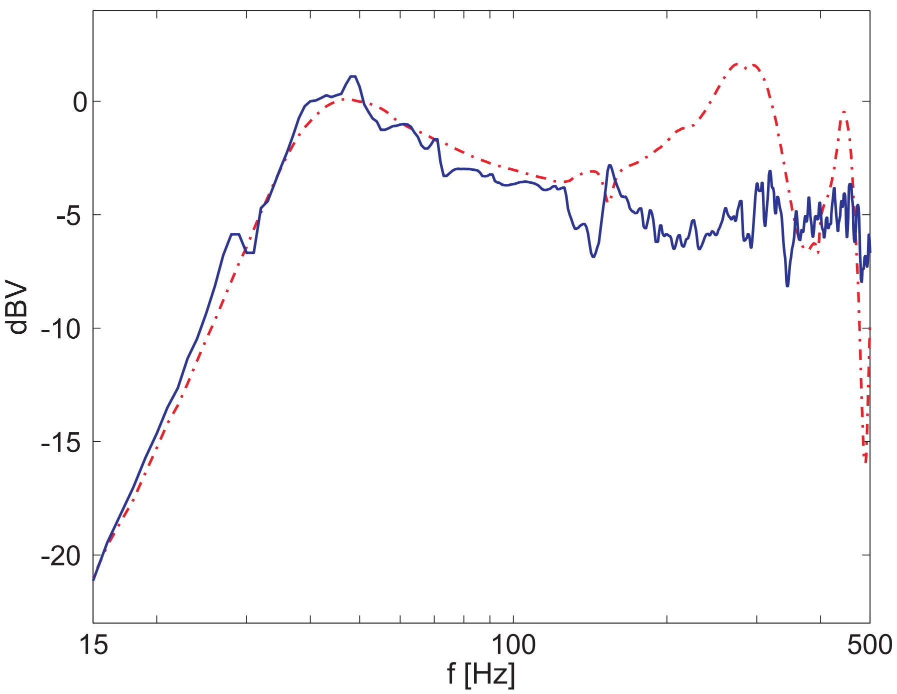


Figura 6.1: Comparación a-dimensional de las señales del micrófono (—) y del acelerómetro (-·-).

sensor que traduzca esta variable en una señal eléctrica adecuada para su procesamiento. En bajas frecuencias, donde el cono se comporta como un pistón rígido, existe una relación lineal entre la aceleración del cono y la presión sonora irradiada tanto en el campo cercano como en el campo lejano, siempre que el parlante está montado en un recinto acústico cerrado [111]. En la Fig. 6.1 se comparan, en una escala arbitraria, los valores eficaces de las tensiones de salida de un micrófono de precisión (Cirrus Research MK226) y de un acelerómetro integrado (Analog Devices ADW22035). Ambas mediciones revelan un desempeño similar hasta una frecuencia cercana a los 200 Hz, aunque, como es natural, la señal del micrófono es más sensible al ruido.

Para el diseño del lazo de control es necesario contar con un modelo del parlante que relacione la tensión de excitación con la aceleración del cono. Para esto se utilizó el modelo G_{OR} presentado en el Capítulo 5.

6.3. Diseño del controlador

A partir del modelo que relaciona la aceleración del cono del altavoz con la tensión de excitación del mismo, el problema de control a resolver se puede enunciar como: *obtener un controlador que permita obtener una respuesta en frecuencia plana* (3 dB) *entre los 20 Hz y 200 Hz.*

El enunciado propuesto presenta los requisitos de diseño en función de la respuesta en frecuencia de lazo cerrado, y no especifica características temporales tales como tiempos de trepada o de establecimiento, sobrepico, etc. lo que dificulta el diseño del controlador utilizando los métodos tradicionales como el lugar de las raíces, compensadores de retraso o de adelanto de fase, ubicación de polos, etc. Por este motivo, el diseño del controlador se basa en el método lineal algebraico desarrollado por Chen [121, 122], que permite calcular un controlador a partir de la especificación de una respuesta en frecuencia de lazo cerrado. Esta respuesta debe satisfacer una serie de condiciones, tal como se indica en la breve descripción que sigue a continuación.

6.3.1. Método lineal algebraico

Si el modelo de la planta es $G(s) = N(s)/D(s)$, la respuesta de lazo cerrado deseada $G_0(s) = N_0(s)/D_0(s)$ puede implementarse utilizando controladores que posean funciones transferencia racionales y propias si y sólo si:

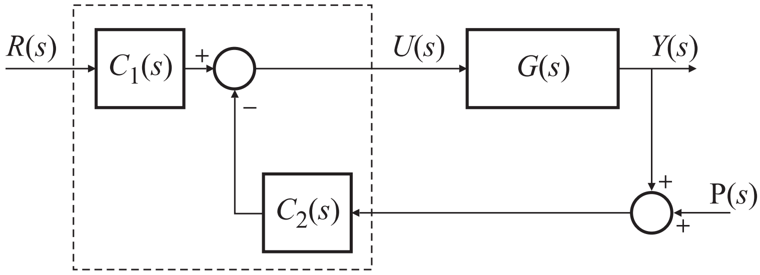


Figura 6.2: Esquema de control que permite la ubicación de polos y ceros de lazo cerrado.

1. $D_0(s)$ es Hurwitz (todos los ceros del polinomio se encuentran en el semiplano izquierdo).

2. $\mathrm{gr}\{D_0(s)\} - \mathrm{gr}\{N_0(s)\} \geq \mathrm{gr}\{D(s)\} - \mathrm{gr}\{N(s)\}$, donde $\mathrm{gr}\{\cdot\}$ indica el grado del polinomio.

3. Todos los ceros del semiplano derecho de $N(s)$ (incluyendo el eje imaginario) también son ceros de $N_0(s)$.

Para poder asignar tanto los ceros como los polos de la planta se utiliza el esquema de dos controladores representado en la Fig. 6.2, donde

$$C_1(s) = \frac{L(s)}{A(s)} \quad \text{y} \quad C_2(s) = \frac{M(s)}{A(s)} \tag{6.1}$$

tienen el mismo denominador. $R(s)$ y $P(s)$ son las transformadas de Laplace de la entrada de referencia y de una señal de perturbación respectivamente. La función transferencia de lazo cerrado resulta

$$Y(s) = \frac{C_1(s)C_2(s)G(s)}{1 + C_2(s)G(s)}R(s) - \frac{C_2(s)G(s)}{1 + C_2(s)G(s)}P(s) \tag{6.2}$$

El proceso de diseño comprende los siguientes pasos:

1. Se calcula el cociente

$$\frac{G_0(s)}{N(s)} = \frac{N_0(s)}{D_0(s)N(s)} \equiv \frac{N_p(s)}{D_p(s)}. \tag{6.3}$$

2. Una vez simplificados los factores comunes caben dos posibilidades:

- si $p \equiv \text{gr}\{D_p(s)\} < 2n-1$ (donde $n = \text{gr}\{D(s)\}$) entonces se introduce un polinomio arbitrario $\overline{D}_p(s)$ de grado $2n-1-p$. La selección de este polinomio es parte del proceso de diseño.
- Si $p = 2n-1$ entonces $\overline{D}_p(s) = 1$.

3. Se plantea el sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{aligned} L(s) &= N_p(s)\overline{D}_p(s) \\ A(s)D(s) + M(s)N(s) &= D_p(s)\overline{D}_p(s) \equiv F(s) \end{aligned} \tag{6.4}$$

que se puede representar matricialmente como

$$\begin{bmatrix} d_0 & n_0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ d_1 & n_1 & d_0 & n_0 & \cdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & 0 & 0 \\ d_n & n_n & d_{n-1} & n_{n-1} & \cdots & d_0 & n_0 \\ 0 & 0 & d_n & n_n & \cdots & d_1 & n_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & d_n & n_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ m_0 \\ a_1 \\ m_1 \\ \vdots \\ a_{n-1} \\ m_{n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_0 \\ f_1 \\ f_2 \\ \\ \vdots \\ \\ f_{2n-1} \end{bmatrix} \tag{6.5}$$

donde a_i y m_i son los coeficientes de los polinomios $A(s)$ y $M(s)$ (las incógnitas), d_i y n_i son los coeficientes de los polinomios $D(s)$ y $N(s)$ de la planta $G(s)$ y f_i son los coeficientes de $F(s)$, el polinomio que resulta de multiplicar $D_p(s)$, el denominador resultante del cociente $G_0(s)/N(s)$, por el polinomio $\overline{D}_p(s)$ diseñado en el paso 2.

4. Se calculan los polinomios $M(s)$ y $A(s)$ resolviendo la Ec. (6.5).

5. Se computa $L(s)$ usando la Ec. (6.4).

6. Se diseñan los controladores $C_1(s)$ y $C_2(s)$ aplicando la Ec. (6.1) y los resultados de los pasos 4 y 5.

6.3.2. Especificación de la respuesta de lazo cerrado

La elección de la respuesta deseada de lazo cerrado es crítica ya que el diseño de los controladores $C_1(s)$ y $C_2(s)$ depende de ella. Para especificarla no sólo deben

Tabla 6.1: Filtro Butterworth

Banda de paso:	$f_{p1} =$	20 Hz
	$f_{p2} =$	350 Hz
Banda de rechazo:	$f_{s1} =$	0,1 Hz
	$f_{s2} =$	600 Hz
Atenuación en la banda de paso:	$R_p =$	3 dB
Atenuación en la banda de rechazo:	$R_s =$	20 dB

satisfacerse las condiciones enunciadas previamente, sino que también deben tenerse en cuenta las restricciones físicas del problema.

Para obtener una respuesta plana de la intensidad acústica en función de la frecuencia, se elige como primera aproximación una caracterítica tipo Butterworth pasabanda de octavo orden, con una banda de paso comprendida entre los 20 Hz y los 350 Hz; el resto de las especificaciones se detallan en la Tabla 6.1.

De acuerdo al método de diseño reseñado en la sección anterior, a esta respuesta deben agregarse los ceros de fase no mínima de la planta (dos en este caso). Para relajar el diseño también se agregan cuatro polos y ceros complejos conjugados que modelan la resonancia que ocurre en el rango de frecuencias entre 390 Hz y 550 Hz, como se observa en la Fig. 5.14 (Pág. 136). Estas singularidades quedan fuera del rango de frecuencias de interés, y al incluirlas en la respuesta en frecuencia deseada para el sistema de lazo cerrado se evita que los controladores compensen este fenómeno, lo que resulta en un diseño más simple, sin degradación significativa del desempeño. La función transferencia de lazo cerrado deseada $G_0(s)$ resulta de orden 12, con grado relativo 2.

En la Fig. 6.3 se muestra la respuesta en frecuencia de lazo abierto $G(s)$ (G_{OR} de la Sección anterior) junto con la respuesta en frecuencia de lazo cerrado deseada ideal $G_0(s)$. El diseño logra disminuir la frecuencia de corte inferior de 35 Hz a 18 Hz (aproximadamente una octava por debajo) y además reduce la variación en la banda de frecuencias de interés (de 20 Hz a 200 Hz) de 15 dB a 3 dB.

Como la función transferencia de lazo cerrado deseada $G_0(s)$ satisface los requisitos de diseño del método de control utilizado, se puede implementar el sistema de control con la configuración mostrada en la Fig. 6.2. Los controladores $C_1(s)$ de la entrada de referencia y $C_2(s)$ de la realimentación son sistemas de orden 8, con grado relativo

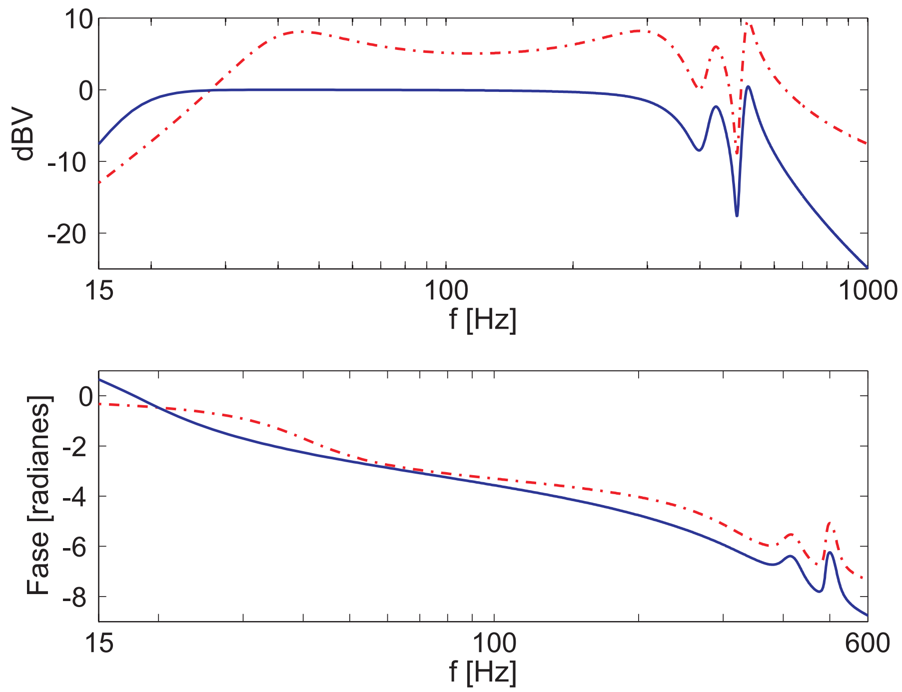


Figura 6.3: Respuesta en frecuencia de lazo abierto G (-·-) utilizada para el diseño del control, y respuesta ideal de lazo cerrado G_0 (—).

Tabla 6.2: Coeficientes de los controladores continuos

	$C_1(s)$		$C_2(s)$	
	$N(s)$	$D(s)$	$N(s)$	$D(s)$
s^8	0	1	4.1292×10^{-1}	1
s^7	-5.0675×10^{2}	2.1187×10^{4}	2.6790×10^{3}	2.1187×10^{4}
s^6	-1.2415×10^{7}	1.6480×10^{8}	-3.5417×10^{6}	1.6480×10^{8}
s^5	-1.2162×10^{11}	9.6978×10^{11}	3.8975×10^{10}	9.6978×10^{11}
s^4	-5.9543×10^{14}	2.2538×10^{15}	-1.7471×10^{14}	2.2538×10^{15}
s^3	-1.4569×10^{18}	5.2008×10^{18}	1.0996×10^{17}	5.2008×10^{18}
s^2	-1.4252×10^{21}	1.1068×10^{21}	-9.4335×10^{20}	1.1068×10^{21}
s^1	0	1.2774×10^{23}	-1.2409×10^{23}	1.2774×10^{23}
s^0	0	6.2822×10^{24}	-9.0310×10^{24}	6.2822×10^{24}

1 y 0, respectivamente. Los coeficientes de estas funciones transferencia se listan en la Tabla 6.2. Además en la Fig. 6.4 se muestra la respuesta en frecuencia de ambos controladores continuos ($C_1(s)$ ($\cdots$) y $C_2(s)$ (–)).

6.4. Implementación de los controladores en un DSP de punto fijo

El sistema de control se implementa sobre un procesador digital de señales de punto fijo Texas Instruments TMS320F2812. Para ello es necesario obtener una versión discreta de $C_1(s)$ y $C_2(s)$. Previamente se realiza una reducción de orden para disminuir el tiempo de cálculo de la acción de control. Los nuevos controladores $C_{1r}(s)$ y $C_{2r}(s)$ resultan de orden 6, lo que implica una reducción del tiempo de cómputo del 25 %.

Los controladores se discretizaron aplicando la transformación bilineal. Como la frecuencia de muestreo utilizada (44,1 kHz) es mucho mayor que la máxima frecuencia de interés (200 Hz), la distorsión de la respuesta en frecuencia no es significativa. Además, esta transformada garantiza la obtención de controladores discretos $C_{1d}(z)$ y $C_{2d}(z)$ estables siempre que $C_{1r}(s)$ y $C_{2r}(s)$ sean estables. En la Fig. 6.4 también se nuestra la respuesta en frecuencia de los controladores discretos $C_{1d}(z)$ y $C_{2d}(z)$ derivados a partir de los controladores de orden reducido $C_{1r}(s)$ y $C_{2r}(s)$. La mayor diferencia se

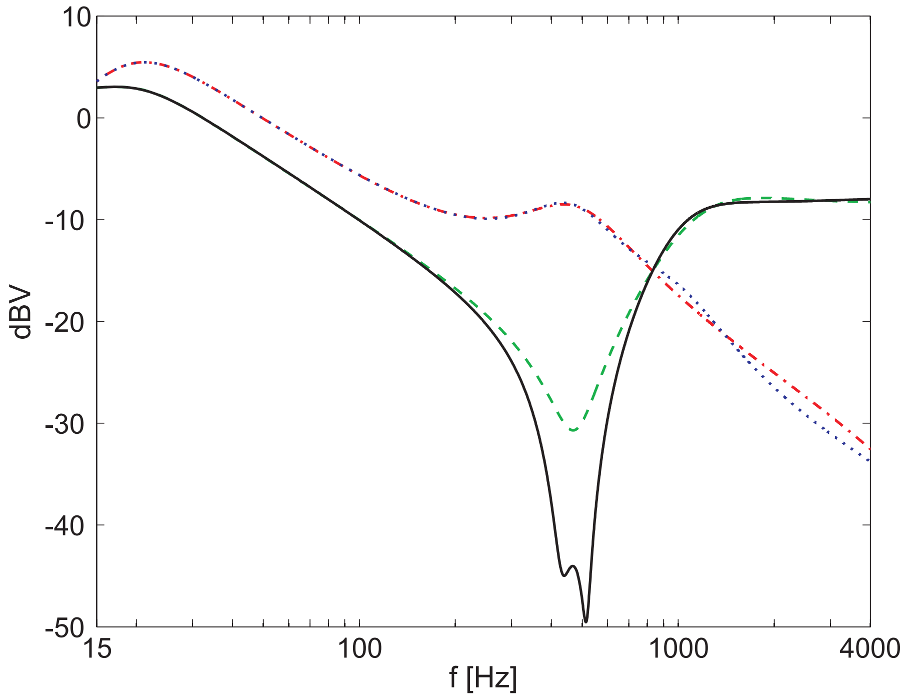


Figura 6.4: Respuesta en frecuencia de los controladores. Continuos $C_1(s)$ $(\cdots)$ y $C_2(s)$ (–) y discretos $C_{1d}(z)$ (-.-) y $C_{2d}(z)$(- -).

Tabla 6.3: Controladores discretos: secciones de segundo orden

	$C_{1d}(z)$		$C_{2d}(z)$	
	$N(z)$	$D(z)$	$N(z)$	$D(z)$
z^0	0.0220	1.0000	0.0871	1.0000
z^{-1}	−0.0440	−1.9970	−0.1739	−1.9970
z^{-2}	−0.0220	0.9970	0.0868	0.9970
z^0	8.3995	1.0000	3.7996	1.0000
z^{-1}	−16.1521	−1.9426	−7.6586	−1.8197
z^{-2}	7.7692	0.9472	3.8764	0.8443
z^0	−0.0288	1.0000	1.0639	1.0000
z^{-1}	0.0201	−0.8666	−1.2325	−0.9945
z^{-2}	−0.0432	−0.1309	0.0945	−0.0033

observa entre la respuesta de $C_{1d}(z)$ y la de $C_1(s)$, entre los 200 Hz y 700 Hz. Como este intervalo queda fuera del rango de frecuencias de interés se espera que el efecto sobre el desempeño del sistema sea mínimo.

El esquema en bloques de la Fig. 6.5 detalla los algoritmos, filtros y controladores digitales utilizados para implementar el lazo de control. La funcionalidad de varios de los bloques constructivos se describió en el Capítulo 3. La referencia del lazo de control pasa por un filtro anti-aliasing pasivo sencillo de primer orden, luego se realiza la conversión A/D en el DSP a una frecuencia $f_{s1} = 352{,}8$ kHz. Inmediatamente, se reduce la frecuencia de muestreo en $M = 8$ veces, llevándola a $f_{s2} = 44{,}1$ kHz, filtrando la señal con el filtro discreto $H_d(z)$ y posteriormente tomando una muestra cada M y descartando el resto. Este procedimiento se repite para la señal de realimentación (la aceleración), pero en este caso se pasa previamente por una etapa de acondicionamiento de la señal obtenida del acelerómetro. Los beneficios de muestrear a f_{s1} y luego decimar a f_{s2} respecto del ruido de cuantización fueron expuestos en Capítulo 3 (pág. 42); se reduce el ruido de cuantización y se incrementa la resolución en aproximadamente un bit y medio. Además, de esta manera el cálculo de los controladores se efectúa a la frecuencia f_{s2} reduciendo 8 veces la cantidad de operaciones por unidad de tiempo requeridas para el cálculo de los mismos.

Los controladores $C1$ de la referencia y $C2$ de la rama de realimentación son sis-

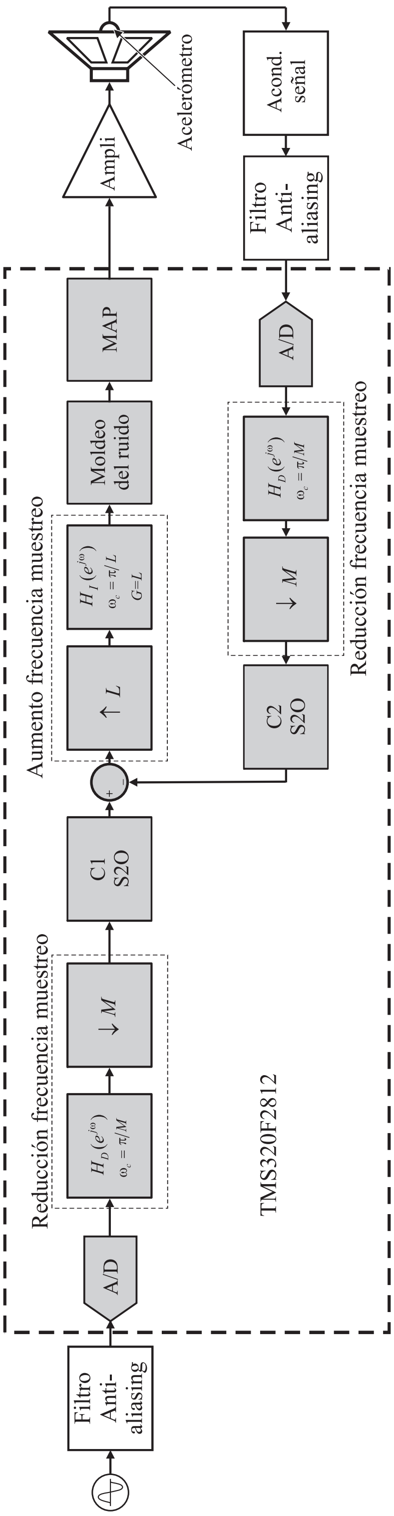


Figura 6.5: Diagrama en bloques detallado de los algoritmos implementados.

temas discretos con respuesta infinita al impulso (IIR). La implementación en forma directa de este tipo de sistemas discretos puede producir alteraciones de la respuesta en frecuencia ideal e incluso oscilaciones dado que los sistemas IIR (filtros o controladores discretos) son sistemas realimentados. Estos efectos no deseados se deben a la cuantización de los coeficientes y a efectos de desborde en las operaciones de adición y multiplicación. Existen formas alternativas de implementar sistemas discretos IIR que permiten mejorar su desempeño frente a los problemas mencionados. En el Apéndice **A** se aborda con más detalle esta problemática poniendo especial énfasis en la implementación como cascadas de secciones de segundo orden (S2O). Esta topología es menos sensible a la cuantización de los coeficientes y además permite escalar las sucesivas ganancias de manera de evitar la posibilidad de desborde. Por esta razón, en la Fig. 6.5 se muestran los controladores IIR digitales $C1$ y $C2$ como $C1$ $S2O$ y $C2$ $S2O$ respectivamente. En la Tabla 6.3 se listan los coeficientes de las secciones de segundo orden de cada controlador. El controlador $C_{1d}(z)$ se implementó como la cascada de las tres secciones de segundo orden mientras que el controlador $C_{2d}(z)$ se implementó como la cascada de la primera y segunda sección en paralelo con la tercera sección. Esta ultima modificación se debe a que se detectaron empíricamente problemas de oscilaciones cuando se implementaba el controlador como cascada de tres secciones.

Una vez calculados los controladores se dispone de muestras a una frecuencia $f_{s2} =$ 44,11 kHz, y previo a la modulación MAP digital, se realiza una interpolación por $L = 8$ veces, a través el filtro digital $H_i(z)$ (ganancia en la banda de paso $G = 8$), que permite obtener muestras a una frecuencia $f_{s1} = 352{,}8$ kHz. Como se explicó en el Capítulo 3 esto incrementa la relación señal ruido. La interpolación a una frecuencia superior permite ademas utilizar el algoritmo de moldeo del ruido como se muestra en la Fig. 6.5.

6.5. Resultados experimentales

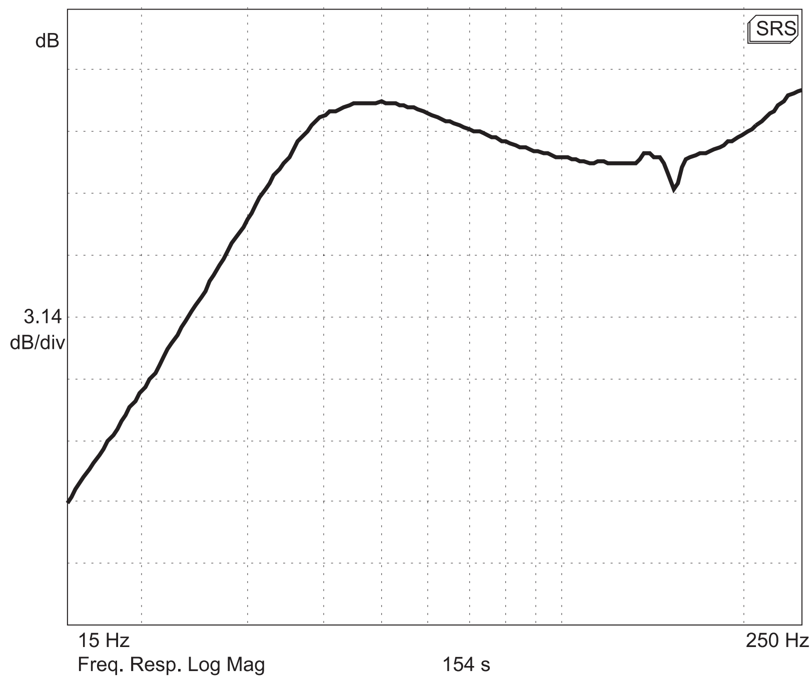
El propósito de esta sección es ensayar en el laboratorio el desempeño de los controladores C1 y C2 indicados en la Tabla 6.3, los que se basan en la hipótesis de que el amplificador es ideal. Esta suposición no es totalmente correcta, como se ha visto al estudiar las distintas técnicas de modulación (Capítulo 2) y los efectos de agregar tiempos muertos en las señales de excitación de los transistores de la etapa de potencia

Figura 6.6: Vista cercana del acelerómetro montado en el cono del parlante. También se observa el micrófono (izquierda) y el sonómetro de precisión (derecha).

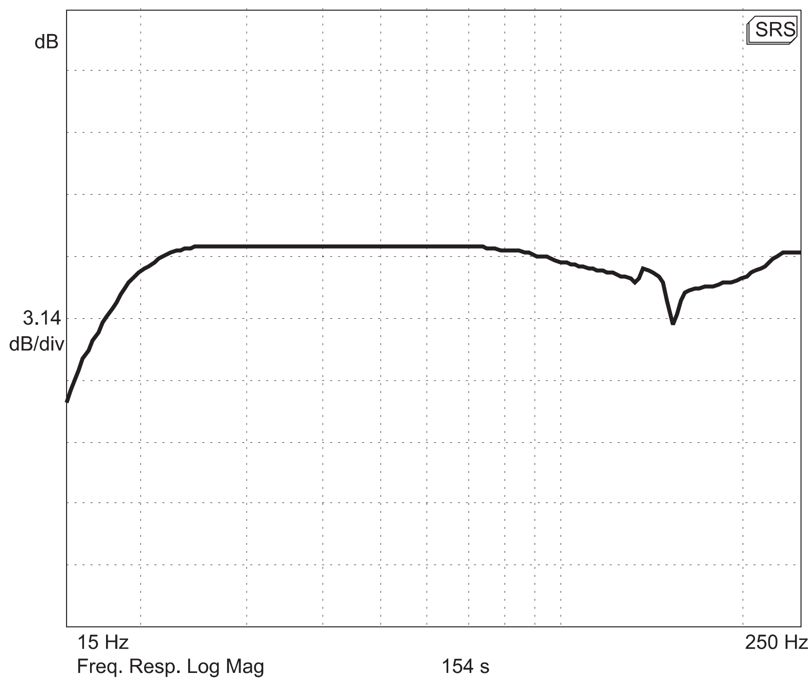
(Capítulo 4). Para minimizar este efecto y poder analizar el desempeño del lazo de control con mayor precisión, se evitó usar una etapa de potencia conmutada. En su lugar se demoduló la señal de baja potencia, a la salida del modulador digital por ancho de pulso, por medio de un filtro pasabajos de primer orden, y se utilizó esta señal como entrada de un amplificador lineal Clase AB que excita al altavoz. De esta manera, se logran separar los efectos de la etapa de potencia de los correspondientes al transductor analizado en este capítulo.

Para el análisis frecuencial se utilizó un analizador dinámico de espectro (SR785 de Stanford Research Systems) que permite obtener respuestas en frecuencias tanto en módulo como en fase. En la Fig. 6.6 se muestra una vista cercana del acelerómetro montado en el cono del altavoz.

En las Fig. 6.7(a) y 6.7(b) se muestran los módulos de las respuestas en frecuencia de lazo abierto y de lazo cerrado medidas en el laboratorio para el rango comprendido entre 15 Hz y 250 Hz. La Fig. 6.8 permite comparar las mediciones obtenidas en cada



(a) Lazo abierto



(b) Lazo cerrado

Figura 6.7: Respuesta en frecuencia de lazo abierto y de lazo cerrado.

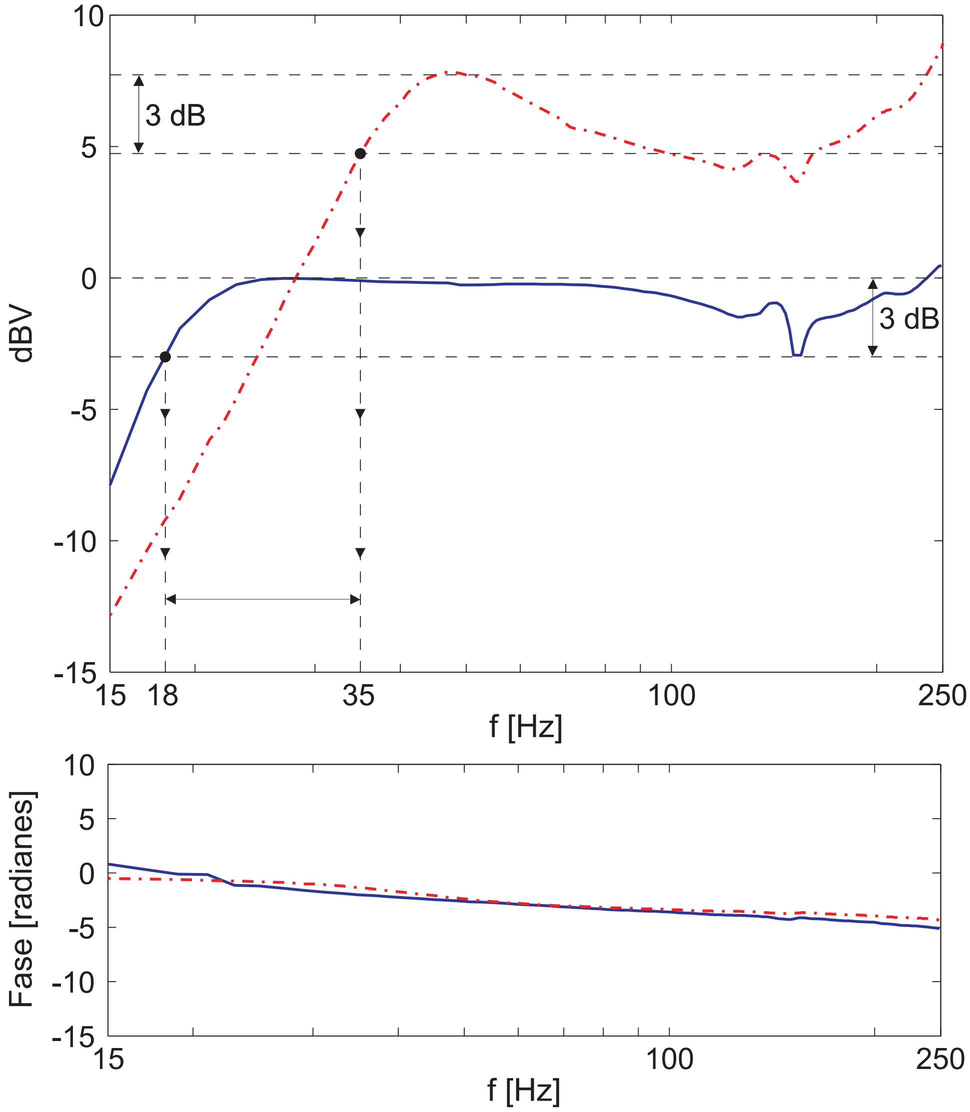


Figura 6.8: Comparación de las respuestas en frecuencia medidas. Lazo abierto (-··-) y cerrado (—).

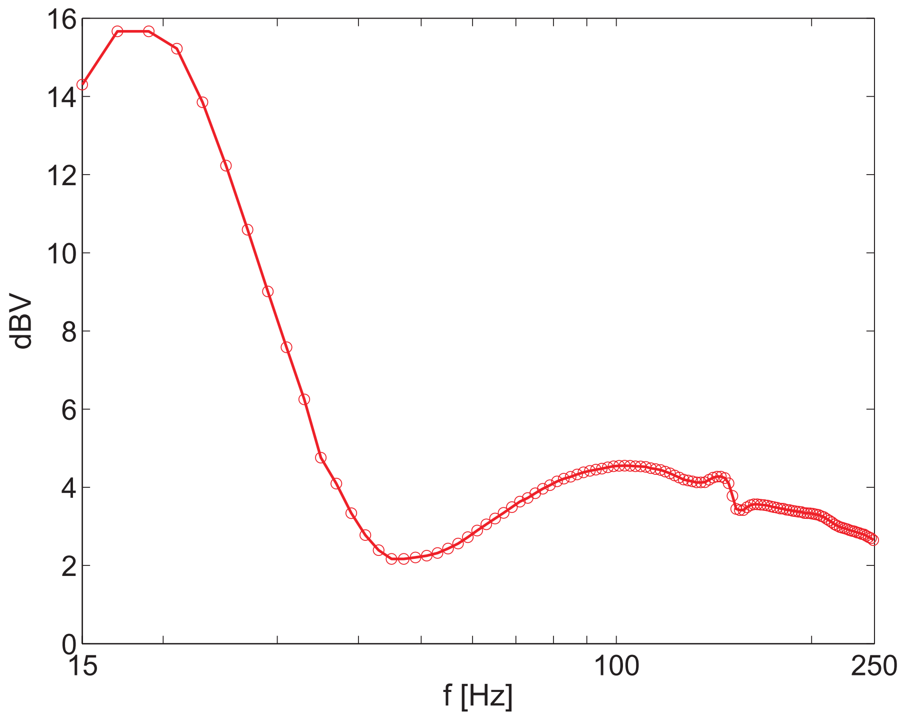


Figura 6.9: Acción de control. Espectro de la tensión en bornes del parlante.

caso. Se observa que el control permite extender la respuesta en baja frecuencia desde 35 Hz hasta 18 Hz, y aplana la curva de respuesta en frecuencia; la resonancia alrededor de 125 Hz no queda compensada porque no ha sido incluida en el modelo. La definición del ancho de banda de -3 dB para la curva de respuesta en frecuencia de lazo abierto presentada en la Fig. 6.8 toma (arbitrariamente) el valor de corte respecto del máximo de la respuesta en la banda de paso especificada por el fabricante del transductor. Una alternativa sería tomar, por ejemplo, los -3 dB respecto de la zona localizada en un entorno de los 100 Hz en cuyo caso el ancho de banda de lazo abierto se extendería hasta aproximadamente 30 Hz en lugar de los 35 Hz mencionados anteriormente. La diferencia entre la sensibilidad de lazo abierto (≈ 5 dB) y la sensibilidad de lazo cerrado (0 dB) se debe a un escalamiento de la señal de referencia para obtener una ganancia de lazo cerrado unitaria.

En la Fig. 6.9 se muestra la respuesta en frecuencia desde la referencia hasta la acción de control, que brinda una idea del mayor esfuerzo de control que es necesario aplicar en la zona de bajas frecuencias para obtener la respuesta de la Fig. 6.8 y mantener la

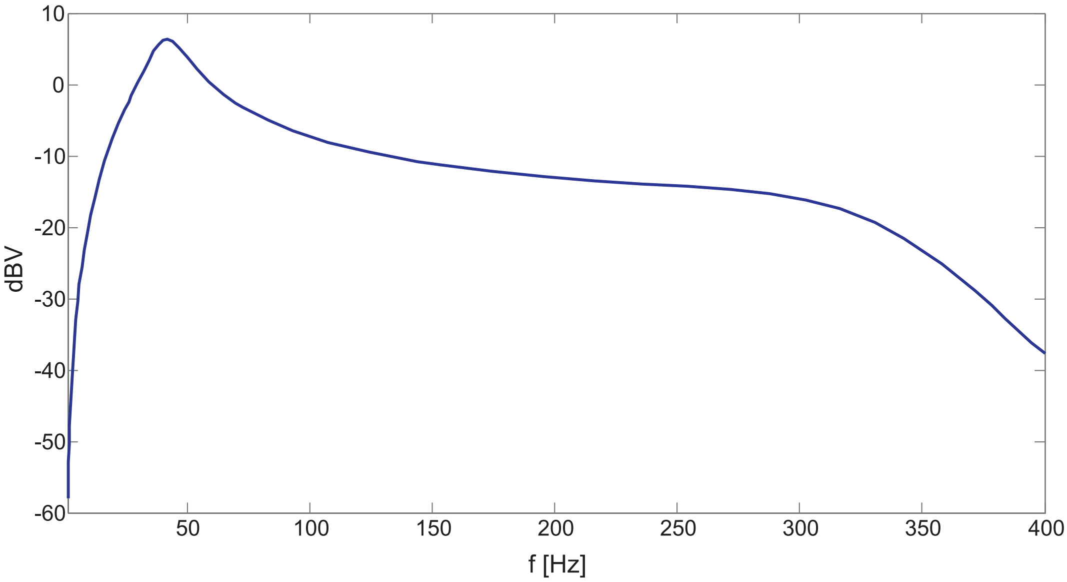


Figura 6.10: Modulo de la función transferencia desde la señal de error de medición hasta la salida.

presión acústica relativamente constante en este rango.

Si bien la tensión aplicada en bornes tiene una amplitud importante en el rango 15-25 Hz, se verificó que en todo momento el parlante opere en su zona de operación recomendada sin superar los niveles máximos de excursión del altavoz.

6.5.1. Análisis de la distorsión

El diseño del lazo de realimentación de la Sección 6.3 y los detalles de la implementación de la Sección 6.4 están orientados a mantener constante la presión acústica en una banda de frecuencias, suponiendo que se utiliza un amplificador ideal. Aunque en el diseño del modulador se han implementado distintas técnicas para mantener acotada la distorsión, es inevitable que en una implementación experimental aparezca cierto nivel de distorsión remanente. Por otra parte, el elemento sensor de la variable de salida (el acelerómetro) presenta un determinado nivel de ruido que afecta la calidad del lazo de control. El propósito de esta sección es investigar el desempeño del prototipo de laboratorio y analizar la eficacia del controlador diseñado bajo estas circunstancias.

En el acelerómetro utilizado es posible ajustar la relación entre la precisión de la medida y el tiempo de respuesta, de acuerdo a las características frecuenciales de un filtro pasabajos colocado a la salida del sensor. El nivel de ruido disminuye con el ancho de banda del filtro, pero al mismo tiempo el desfasaje introducido por el mismo desmejora el desempeño del lazo de control. De acuerdo a la especificación de diseño de la Sección 6.3, que busca obtener una curva de respuesta en frecuencia plana hasta los 200 Hz, se elige un ancho de banda de 2 kHz para el filtro del acelerómetro, de manera que el aporte de fase sea mínimo en el rango de frecuencias de interés.

El ruido del acelerómetro es de tipo blanco, con distribución gaussiana. La relación entre el valor eficaz del ruido de medición y el ancho de banda del acelerómetro utilizado está dada por

$$\mathrm{p_{eficaz}} = 130(\sqrt{1{,}6\mathrm{AB}})[\mathrm{mg}] \tag{6.6}$$

donde AB es el ancho de banda del filtro de salida. Resulta entonces un valor eficaz de ruido de 7,35 mg, que con una sensibilidad de 100 mV/g se traduce en un valor de tensión de 0,73 mV eficaces. Teniendo en cuenta que el valor de amplitud eficaz máxima de la salida del acelerómetro es de $2{,}5\sqrt{2}$ V eficaces, el nivel de ruido de la medida de aceleración es como mínimo de $-67{,}8$ dB.

El efecto del lazo de control sobre esta señal se puede analizar con la ayuda de la Ec. 6.2 La relación entre la señal de salida y el ruido de medición está dada por

$$Y(s) = -\frac{C_2(s)G(s)}{1 + C_2(s)G(s)}P(s) \tag{6.7}$$

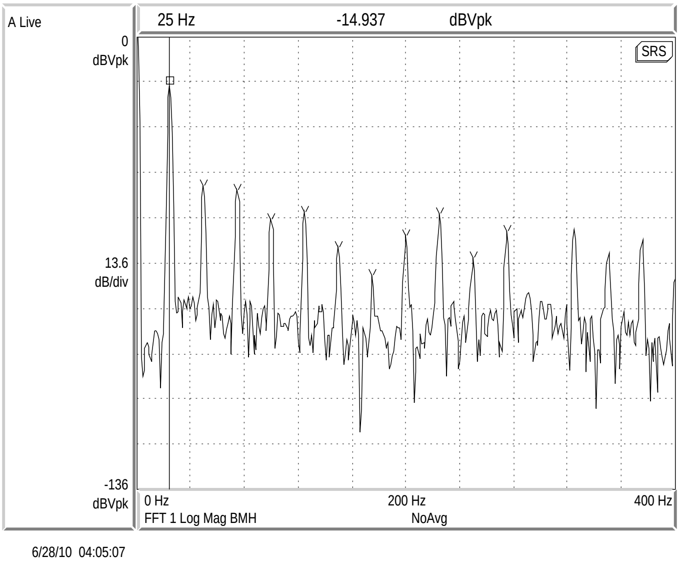
cuya respuesta en frecuencia se representa en la Fig. 6.10. En general, el lazo de control atenúa el ruido de medición en el rango de frecuencias de interés, con excepción de una pequeña banda en el rango entre los 30 Hz y 60 Hz, donde se alcanza un pico de ganancia de unos 6 dB, aproximadamente. Por lo tanto, el ruido a la salida será un ruido coloreado, con un valor eficaz ligeramente superior al ruido propio del sensor en esta pequeña banda de frecuencias.

El desempeño del sistema a lazo cerrado desde el punto de vista de la distorsión se analizó a partir de dos señales de referencia de tipo sinusoidal, de 25 Hz y 35 Hz, respectivamente. La amplitud de las mismas se ajustó de manera de asegurar que el cono del parlante excursionara dentro de su rango nominal. Las mediciones se efectuaron a lazo abierto y cerrado, a fin de comparar los comportamientos.

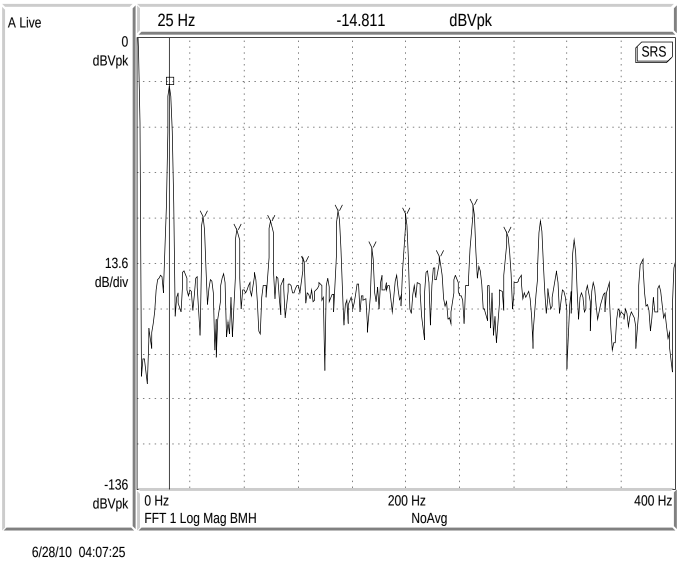
En la Fig. 6.11(a) se representa el espectro de la señal de salida (la aceleración del cono del parlante) cuando el sistema se excita con el tono de 25 Hz. Se observa una gran cantidad de armónicas, debidas al comportamiento no lineal del parlante, aún cuando está funcionando dentro del rango de operación nominal. Se observa un piso de ruido de unos -68 dB, causado tanto por el sensor como por los efectos espectrales de la modulación. En la Fig. 6.11(b) se muestra el espectro de la aceleración cuando se cierra el lazo de control. Es notoria la reducción de la amplitud de algunas armónicas cercanas a la frecuencia de interés, aunque las armónicas de más alta frecuencias se incrementan ligeramente. El piso de ruido también crece a unos -55 dB aproximadamente. De todos modos, la distorsión armónica total determinada en base a la amplitud de las 10 primeras armónicas se reduce de unos $-26{,}5$ dB (4,76 %) a lazo abierto a unos -30 dB (2,96 %) a lazo cerrado.

La Fig. 6.12 muestra los mismos resultados para un tono de excitación de 35 Hz. El desempeño cualitativo es muy similar al caso anterior, pero los niveles de distorsión armónica son menores. El lazo de control permite disminuir la DAT de -33 dB (2,24 %) a lazo abierto a -37 dB (1,39 %) a lazo cerrado. En este caso el nivel del piso de ruido también crece, y las magnitudes son aproximadamente las mismas que las medidas para las señal de 25 Hz. El mejor desempeño del sistema para el tono de 35 Hz puede explicarse con la ayuda de la Fig. 6.9 que muestra los valores de la acción de control en función de la frecuencia. Se aprecia que la acción de control para la señal de 25 Hz es mucho mayor que para la señal de 35 Hz, lo que justifica la mayor distorsión en el primer caso.

En resumen, el lazo de control también ayuda a reducir la distorsión armónica total a costa de un ligero incremento del piso de ruido. Para lograr un mejor control de la distorsión sería necesario utilizar mejores modelos del amplificador y del parlante, que tengan en cuenta los efectos dinámicos no modelados en esta tesis, y eventualmente utilizar estrategias de control más elaboradas.

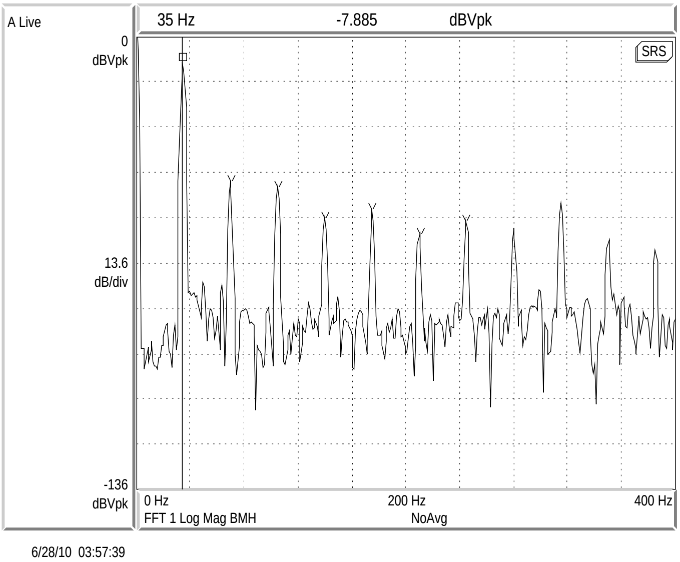


(a) Lazo Abierto. DAT 4,76 %.

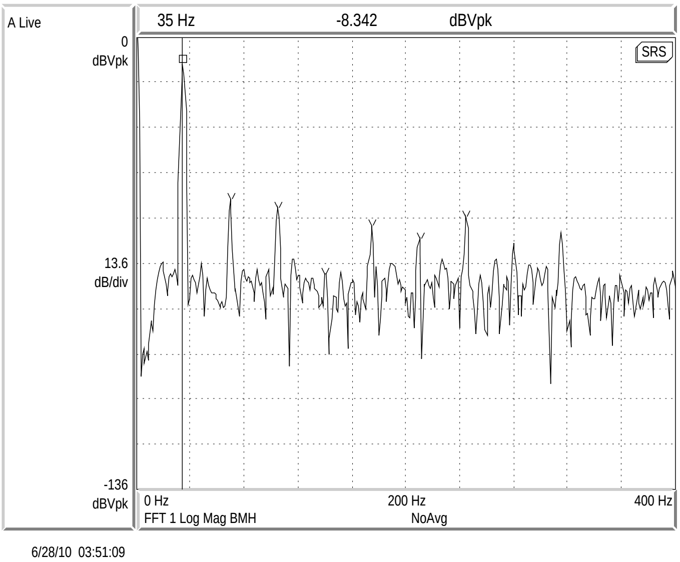


(b) Lazo cerrado. DAT 2,96 %.

Figura 6.11: Espectro en frecuencia de la señal de aceleración. $f_m = 25$ Hz.



(a) Lazo Abierto. DAT 2,24 %.



(b) Lazo cerrado. DAT 1,39 %.

Figura 6.12: Espectro en frecuencia de la señal de aceleración. $f_m = 35$ Hz.

7

Conclusiones y futuras líneas de investigación

..but in the natural sciences, whose conclusions are true and necessary and have nothing to do with human will, one must take care not to place oneself in the defense of error.. [1]

7.1. Conclusiones

Se analizaron algunas de las principales causas de distorsión de las etapas que componen a un amplificador conmutado. Las conclusiones de cada una de estas se presentan a continuación.

Etapa de potencia: se analizó el efecto de los tiempos muertos para señales moduladoras multitonales armónicamente relacionadas. Los resultados previos, que solo son válidos para señales moduladoras compuestas por una sinusoidal de frecuencia única, se extendieron al caso multitonal que es útil para la determinación de los efectos del tiempo muerto en amplificadores clase D o en otro tipo de aplicaciones como generación de formas de ondas o filtrado activo. Se mostró que los tiempos muertos limitan la posibilidad de reducir la distorsión de la MAP aumentando la frecuencia de conmutación y que se requieren semiconductores de potencia con tiempos de respuesta más veloces para disminuir la distorsión en estos casos.

[1] Galileo Galilei (15 Febrero 1564 – 8 Junio 1642) físico y astrónomo italiano

Etapa de procesamiento y modulación digital: Se realizó un repaso del estado del arte de los algoritmos de procesamiento digital de señales utilizados en amplificadores conmutados, entre ellos los métodos de sobremuestreo, decimación, interpolación, moldeo del ruido y MAP digital. Se analizaron diez combinaciones de estos algoritmos teniendo en cuenta la carga computacional y la distorsión generada. El índice elaborado es independiente del hardware y solo tiene en cuenta la cantidad de operaciones (sumas y multiplicaciones) y el tipo de salida del amplificador (simple o diferencial). Dependiendo de la situación en particular o del nivel de distorsión aceptado es posible determinar qué esquema brinda la mejor relación nivel de distorsión a costo computacional. La implementación práctica permitió comprobar que el desempeño teórico de algunos esquemas de MAP puede verse altamente empeorado por los efectos del ruido de cuantización debido a la utilización de un DSP de punto fijo. La implementación en un DSP de bajo costo muestra la posibilidad de implementar los esquemas digitales en hardware dedicado de alto nivel de integración (VLSI por sus siglas en ingles) en caso de tratarse de productos comerciales.

Modelo del transductor y realimentación de la aceleración: Se identificó el modelo de un altavoz para graves de doble bobinado. El modelo incluye no solo la impedancia del parlante, sino también una serie de funciones de transferencia que relacionan los dominios eléctrico y mecánico. Se incluyó el efecto del acoplamiento mutuo entre los dos bobinados. El lazo de control digital, diseñado en base al modelo identificado, se implementó como parte de los algoritmos de procesamiento digital. El sobremuestreo y la posterior decimación e interpolación permiten calcular el lazo de control a una frecuencia de 44,1 kHz que es ocho veces menor a la frecuencia de conmutación ($f_c = 352{,}8$ kHz), esto reduce la carga computacional pero a la vez mantiene una frecuencia de conmutación lo suficientemente alta como para alejar las componentes frecuenciales de la señal portadora de la banda de frecuencia de interés. La realimentación mediante la utilización de un acelerómetro integrado permitió obtener una respuesta en frecuencia plana y extender la respuesta del sistema completo hacia las bajas frecuencia aproximadamente en una octava. Desde el punto de vista de la reducción de distorsión, las restricciones físicas impuestas por el transductor y el piso de ruido del sensor, establecen una cota en el desempeño dinámico que es posible obtener del sistema completo operando a lazo cerrado. Esto se traduce una una limitada reducción de la distorsión en el lazo de aceleración.

7.2. Futuras líneas de investigación

En la tesis de discutieron algoritmos que permiten obtener las señal MAPN a partir de las muestras uniformes de la señal moduladora. Esto produce una reducción en la distorsión dado que la MAPN posee menor distorsión en banda base que la MAPU. Sin embargo, aun en el caso de lograr un desempeño idéntico al de la modulación analógica, no se elimina completamente el contenido armónico espurio de la portadora y sus bandas laterales lo que obliga a utilizar frecuencias de conmutación relativamente altas (al menos unas 10 veces superior a la máxima frecuencia de la señal moduladora). Existen esquemas alternativos que aseguran una banda libre de frecuencias sin distorsión. La complejidad involucrada en su cálculo hace que las implementaciones en línea de la misma sean altamente costosas. Esto deja abierta la posibilidad al desarrollo de sistemas discretos que obtengan los ciclos de trabajo de estos esquemas alternativos a partir del muestreo uniforme de la señal moduladora. Esto permitiría no solo reducir los niveles de distorsión, sino también reducir las frecuencias de conmutación de manera de aumentar la eficiencia.

Otra posible línea de investigación es estudiar la factibilidad de implementar esquemas de compensación de tiempo muerto. Existen algoritmos en la literatura que proponen modificaciones en la forma de realizar la conmutación de cada pierna del amplificador basados en el conocimiento del signo de la corriente. Estos esquemas son promisorios dado que, modificando el esquema de modulación, eliminan teóricamente la necesidad de incorporar los tiempos muertos. El principal problema es determinar los cruces por cero de la corriente que en condiciones prácticas posee componentes de ripple y ruido.

El estudio de esquemas alternativos de realimentación desde variables intermedias (como las salidas conmutadas de las piernas) anteriores a la aceleración es un campo abierto de estudio. La naturaleza conmutada del amplificador incrementa la dificultad de implementar los lazos de control.

Existen técnicas que proponen reducir las interferencias electromagnéticas (EMI) del amplificador conmutado suavizando las transiciones abruptas de las señales MAP. No se encuentra un estudio acabado en la literatura respecto de los efectos que estas modificaciones producen en el contenido espectral de la señal MAP por lo que se trata de una posible futura línea de investigación.

8

Apéndice A: Representación numérica e implementación de sistemas discretos en un DSP de punto fijo

...reality is the murder of a beautiful theory by a gang of ugly facts...

..in theory there is no difference between theory and practice. In practice there is...

Introducción

Una de las características principales que distingue a dos procesadores digitales de señales (DSP) es si la unidad de procesamiento central (CPU) realiza operaciones en punto fijo o en punto flotante.

En este apéndice se hace hincapié en las características de la representación numérica y operaciones aritméticas de un DSP punto fijo. En este tipo de procesadores, se debe tener en cuenta el rango dinámico de las variables, dado que solo puede representarse un rango mucho más limitado que en los DSP de punto flotante. En estos últimos, para la mayoría de las aplicaciones puede virtualmente ignorarse la representación numérica mientras que los DSP de punto fijo requieren un mayor esfuerzo de codificación para obtener resultados correctos [123].

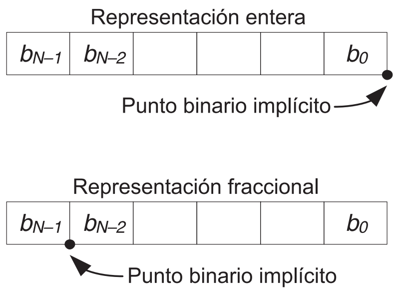


Figura 8.1: Punto decimal implícito.

Representación en formato-Q en DSPs de punto fijo

El valor decimal de un numero binario en complemento a 2, $B = b_{N-1}b_{N-2}\cdots b_1 b_0$ con $b_i \epsilon [0,1)$ esta dado por

$$D(B) = -b_{N-1}2^{N-1} + b_{N-2}2^{N-2} + \cdots b_1 2^1 + b_0 2^0. \tag{8.1}$$

La representación en complemento a 2 permite al procesador realizar sumas y restas utilizando el mismo hardware.

Existe una limitación en el rango numérico que puede ser representado. Por ejemplo en un sistema de 16-bits pueden representarse números enteros en el rango $-2^{15} = 32768$ y $2^{15} - 1 = 32767$. Una forma de mejorar la performance respecto de esta limitación es normalizar a los números para trabajar en el rango $[-1, 1)$, es decir trabajar con fracciones. Es importante destacar que esto solo implica desplazar el punto binario imaginario como se muestra en la Fig. 8.1 (figura extraída de [123] y traducida).

A este esquema de representación se lo denomina formato-Q. Si por ejemplo se dispone de un procesador de 16 bits entonces la representación Q15 de 16 bits utiliza un bit de signo y 15 bits para representar al numero fraccional. Si se multiplican dos de estos números en el DSP se obtiene un numero en formato Q30, como se trabaja con números fracciones menores que un entero el resultado obtenido permanece en este rango. El bit 31 es el bit de signo mientras que el bit 32 es denominado bit de signo extendido. Dado que solo se pueden almacenar 16 bits, se seleccionan los más significativos del resultado (desplazamiento a derecha de 15 bits) almacenando al mismo en formato Q15 y descartando el resto.

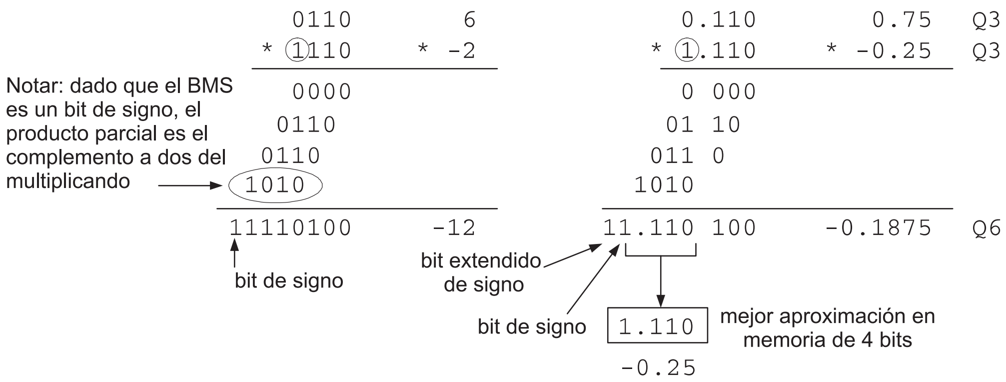


Figura 8.2: Ejemplo de multiplicación en formato-Q.

Ejemplo de multiplicación en formato-Q

Como se muestra en la Fig. 8.2 (figura extraída de [123] y traducida) la multiplicación de 0110 por 1110 utilizando la representación entera, es equivalente a multiplicar 6 por -2 en decimal lo que debería dar como salida -12, que se encuentra fuera del rango dinámico que puede ser representado utilizando 4 bits (entre -4 y $+3$). Si se utiliza la representación Q3 de 4 bits los números corresponden a 0,75 y $-0{,}25$ respectivamente. El resultado es $-0{,}1875$ que cae en el rango fraccional de partida. Por supuesto que el resultado generado en ambos casos es el mismo, lo que varía es la interpretación.

En definitiva, si bien la representación en formato-Q resuelve el problema de desborde en la multiplicación, las restas y las sumas siguen teniendo este inconveniente. Por esta razón el rango dinámico y escalado de las variables es fundamental cuando se utiliza un DSP de punto fijo.

Estructuras de implementación de sistemas discretos en DSP de punto fijo.

La implementación de sistemas discretos basados en diseños teóricos puede ser difícil en la practica. Este es generalmente el caso en sistemas con respuesta infinita al impulso (IIR) [124].

La Fig. 8.3 muestra la implementación de un filtro IIR en la *Forma Directa I* compuesta por la linea de retardos de la entrada y la linea de retardos de la salida. La Fig. 8.4(a) muestra la implementación en la *Forma Directa I modificada* en donde las

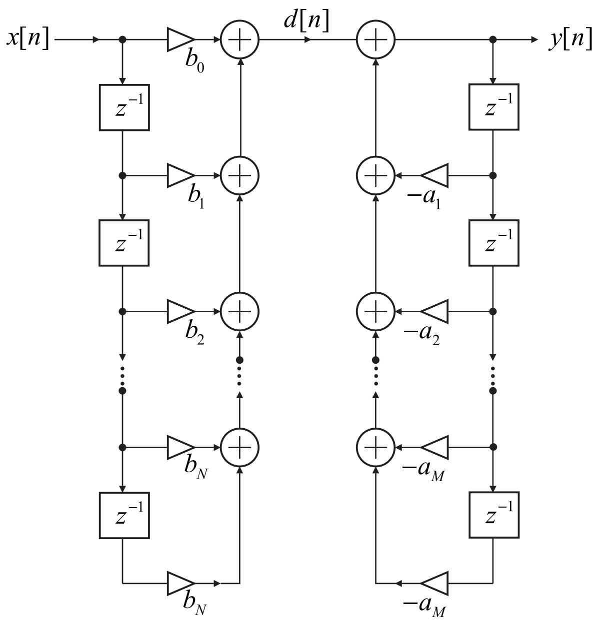


Figura 8.3: Filtro IIR en Forma Directa I.

lineas de retardo se pasan de las variables de entrada $x[n]$ y de salia $y[n]$ a la misma variable intermedia $g[n]$. Por ultimo la Fig. 8.4(b) muestra la implementación en la *Forma Directa II* en donde solo permanece una linea común de retardos.

Estos esquemas son conocidos como esquemas de implementación en Forma Directa (I y II) porque son equivalentes a directamente implementar la expresión en el dominio temporal del filtro IIR dada por la ecuación a diferencias

$$\begin{aligned} y[n] =& b_0x[n] + b_1x[n-1] + b_2x[n-2] + \cdots + b_Nx[n-N] \\ & + a_1y[n-1] + a_2y[n-2] + \cdots + a_My[n-M]. \end{aligned}$$

La implementación de un sistema discreto IIR puede traer aparejados problemas de estabilidad y alteraciones de las respuestas en frecuencia esperadas. Estos problemas surgen debido que al utilizar un DSP de punto fijo obliga a almacenar los coeficientes y los resultados de las variables intermedias utilizando una representación numérica con un rango dinámico limitado debido a la longitud finita de palabra. De acuerdo a Lyons [124] existen tres tipos de errores en la implementación de los sistemas discretos IIR:

- *Cuantización de los coeficientes*: resulta en un desplazamiento de los polos y ceros en el plano complejo Z, esto se traduce en alteraciones de la respuesta en frecuencia

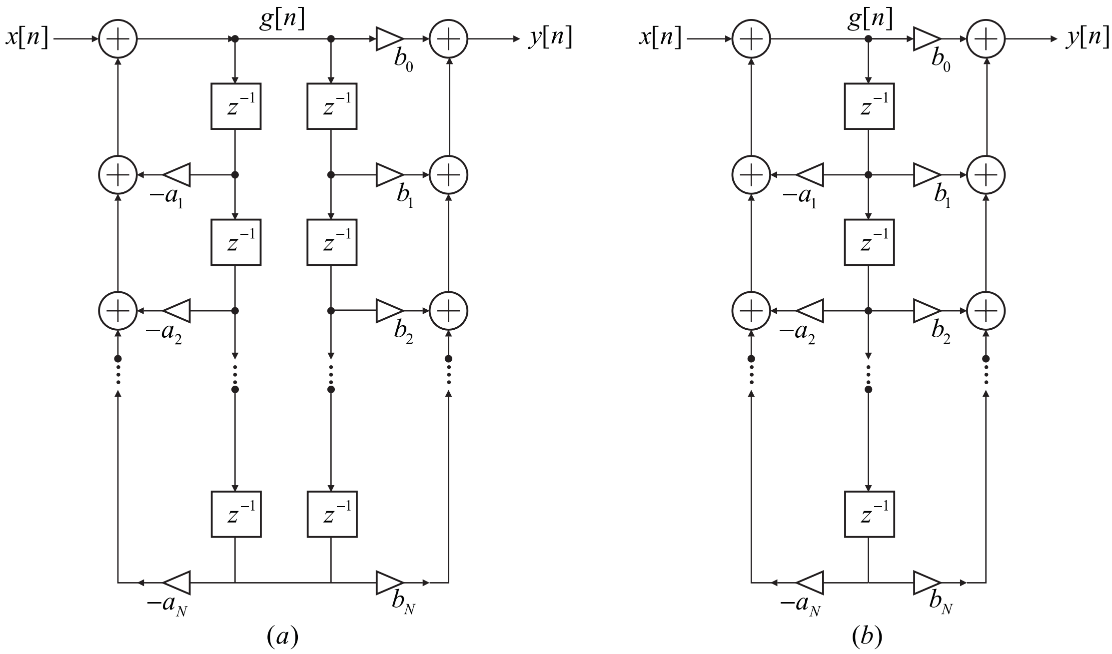


Figura 8.4: Reacomodamiento de la estructura del filtro IIR (Forma Directa I Modificada) (a);Filtro IIR en Forma Directa II (b)

esperada. A medida que los IIR son de mayor orden aumenta la diferencia entre la respuesta teórica y la obtenida al implementar el sistema discreto en un DSP de punto fijo.

- *Desborde de las variables intermedias o de salida*: ocurre cuando el resultado de una operación aritmética es demasiado grande como para ser representado en el formato numérico utilizado. Dado que se realizan gran cantidad de sumas para implementar al sistema IIR (también puede ocurrir con los sistemas FIR) este es un caso potencial de desborde, incluso cuando se utiliza un formato-Q como el que se explicó previamente. Este tipo de errores pueden causar fenómenos oscilatorios de gran amplitud.

- *Errores por redondeo*: Una de las maneras más comunes de solucionar el fenómeno de desborde es truncar el resultado aritmético al numero de bits disponible en el DSP. Bajo ciertas condiciones, que suelen darse en la practica, los errores de redondeo pueden causar que el sistema discreto oscile. Estos fenómenos son conocidos como *ciclos límites* o de *banda muerta*.

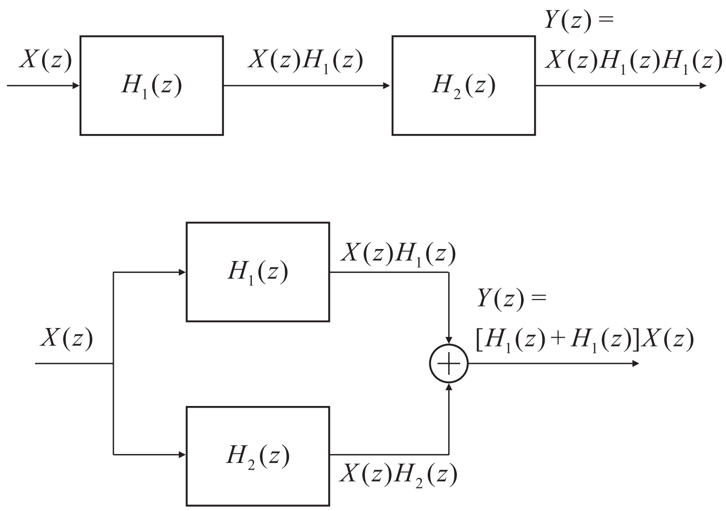


Figura 8.5: Conexión de sistemas discretos de menor orden. Sistemas discretos en cascada (a); Sistemas discretos en paralelo (b).

Sistemas discretos IIR con estructuras en cascada y paralelo

Existen estructuras alternativas a las presentadas previamente que permiten minimizar los problemas de estabilidad y distorsión de la respuesta en frecuencia. Estos esquemas se basan en utilizar conexiones cascada y paralelo de sistemas de menor orden como los que se muestran en la Fig. 8.5.

Es tarea usual para la implementación de los sistemas IIR utilizar secciones de segundo orden en cascada. Esto se muestra en la Fig. 8.6 en donde el sistema original de orden 6 con estructura en la *Forma Directa II* es implementado como tres secciones de segundo orden cada una en la *Forma Directa II* para minimizar el número de retardos. Cada uno de estos sistemas de menor orden son más sencillos de diseñar, son menos susceptibles a los errores de cuantización de los coeficientes y a problemas de estabilidad además permiten un escalamiento por etapas de las ganancias lo que permite adecuar los rangos dinámicos de las variables intermedias para evitar problemas de desborde.

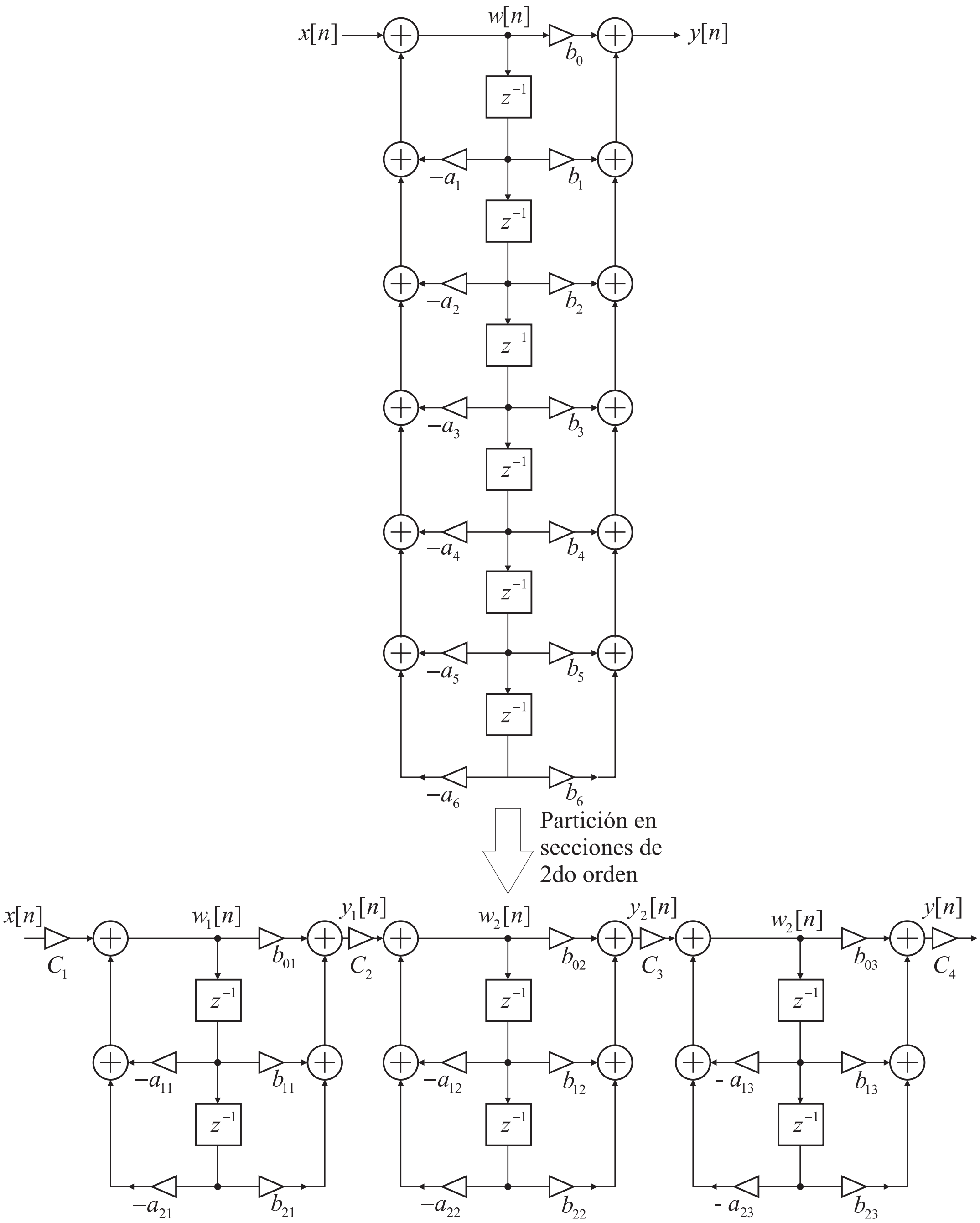


Figura 8.6: Sistema de orden 6 en *Forma Directa II*, y su conversión a 3 secciones de segundo orden en cascada.

Referencias

[1] D. R. von Recklinghausen. **Electronic Home Music Reproducing Equipment**. *J. Audio Eng. Soc*, **25**(10/11):759–771, 1977. 1

[2] L. Forest. **Audion (vacuum tube triode)**. *U.S. patent 879532*, 1907. 1

[3] J. A. Fleming. **Vacuum diode (valve)**. *U.S. patent 803684*, 1905. 1

[4] H. S. Black. **Inventing the negative feedback amplifier**. *IEEE spectrum*, **14**(12):55–61, 1977. 1

[5] R. Kline. **Harold Black and the negative-feedback amplifier**. *Control Systems Magazine, IEEE*, **13**(4):82 –85, August 1993. 1

[6] D. T. N. Williamson. **Design for a High Quality Amplifier**. *Wireless World*, 118–121, 1947. 1

[7] M. H. Rashid. *Microelectronic circuits: analysis and design*. PWS Publishing Co. Boston, MA, USA, 1998. 1

[8] L. E. Barton. **High Audio Output from Relatively Small Tubes**. *Proc. IRE*, **19**:1131–1149, 1931. 2

[9] R. Tobey and J. Dinsdale. **Transistor Audio Power Amplifier**. *Wireless World*, 565–570, 1961. 2

[10] D. Self. *Audio power amplifier design handbook*. Focal Press, 2009. 2, 113

[11] P. E. Ross. **Top 11 technologies of the decade**. *Spectrum, IEEE*, **48**(1):27 –63, 2011. 3

[12] B. Santo. **25 microchips that shook the world**. *Spectrum, IEEE*, **46**(5):34 –43, May 2009. 3

[13] V. Adrian, J. S. Chang, and B. H. Gwee. **A low-voltage micropower digital class-D amplifier modulator for hearing aids**. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, **56**(2):337–349, 2009. 3

[14] Widex Digital hearing aids. **The Widex Sound**, 2010. 3

[15] J. Fritzin, C. Svensson, and A. Alvandpour. **A Class-D outphasing RF amplifier with harmonic suppression in 90nm CMOS**. In *ESSCIRC, 2010 Proceedings of the*, 310 –313, 2010. 4

[16] F. H. Raab. **Class-D power amplifier with RF pulse-width modulation**. In *Microwave Symposium Digest (MTT), 2010 IEEE MTT-S International*, 924 –927, May 2010. 4

[17] H. S. Black. *Modulation Theory*. D. van Nostrand Co, Inc, Princeton, NJ, 1953. 4, 7, 11, 13, 29, 89

[18] A. Knott, A. T. Stegenborg, O. C. Thomsen, D. Bortis, J. W. Kolar, G. Pfaffinger, and M. A. E. Andersen. **Modeling Distortion Effects in Class-D Amplifier Filter Inductors**. In *Audio Engineering Society Convention 128*, 5 2010. 6

[19] Inc. Maxim Integrated Products. **Efficient low EMI switching output stages and methods**. *U.S. Patent 7190225*, 2007. 6

[20] C. Pascual, Z. Song, P. T. Krein, D. V. Sarwate, P. Midya, and W. J. Roeckner. **High-fidelity PWM inverter for digital audio amplification: Spectralanalysis, real-time DSP implementation, and results**. *IEEE Transactions on Power Electronics*, **18**(1):473 – 485, jan 2003. 7, 47, 52, 89

[21] Z. Song and D. V. Sarwate. **The frequency spectrum of pulse width modulated signals**. *Signal Processing*, **83**(10):2227–2258, 2003. 7, 11, 13, 21, 23, 25, 34, 35, 90

[22] D. G. Holmes and T. A. Lipo. *Pulse width modulation for power converters: principles and practice*. Wiley-IEEE Press, 2003. 7, 13, 36, 38, 100

[23] V. Adrian, B. H. Gwee, and J. S. Chang. **A Review of Design Methods for Digital Modulators**. In *International Symposium on Integrated Circuits, 2007. ISIC '07.*, 85 –88, 2007. 7

[24] V. V. Mananov. **Single-polarity Pulse-width Modulation of the Third Kind**. *Telecomm. Rad. Eng*, **22**(2):67–71, 1967. 7, 51

[25] Bah-Hwee Gwee, J.S. Chang, V. Adrian, and H. Amir. **A novel sampling process and pulse generator for a low distortion digital pulse-width modulator for digital class D amplifiers**. In *International Symposium on Circuits and Systems, 2003. ISCAS '03.*, **4, IV–504 – IV–507 vol.4, 25-28 2003. 7, 52**

[26] S. P. Leigh, P. H. Mellor, and B. M. G. Cheetham. **Distortion minimisation in pulse width modulated systems using a digital sampling process. *Electronics Letters*, 26(16):1310–1311, 1990. 7, 52**

[27] J. M. Goldberg and M. B. Sandler. **Pseudo-natural pulse width modulation for high accuracy digital-to-analogue conversion. *Electronics Letters*, 27(16):1491–1492, 1991. 7, 52**

[28] V. Adrian, B. H. Gwee, and J. S. Chang. **A combined interpolatorless interpolation and high accuracy sampling process for digital class D amplifiers. In *IEEE International Symposium on Circuits and Systems, 2005. ISCAS 2005*, 5405 – 5408 Vol. 6, 23-26 2005. 7, 52**

[29] K. C. Nguyen and D. V. Sarwate. **Up-sampling and Natural Sample Value Computation for Digital Pulse Width Modulators. In *40th Annual Conference on Information Sciences and Systems*, 1096 –1101, 22-24 2006. 7, 52**

[30] G. Smecher. ***Discrete-Time Crossing-Point Estimation for Switching Power Converters*. PhD thesis, Department of Electrical and Computer Engineering, McGill University, Montreal, Canada, 2008. 8, 47**

[31] G. Fedele and D. Frascino. **Spectral Analysis of a Class of DC-AC PWM Inverters by Kapteyn Series. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 25(4):839 –849, april 2010. 8**

[32] R. Kumaresan and Y. Wang. **On representing signals using only timing information.** *The Journal of the Acoustical Society of America*, 110:2421, 2001. 8

[33] B. F. Logan Jr. **Click modulation.** *AT&T Bell Laboratories technical journal*, 63(3):401–423, 1984. 8, 47

[34] A. R. Oliva, E. E. Paolini, and S. S. Ang. **A new audio format for low-cost, high-fidelity, portable audio amplifiers.** *Texas Instruments Inc. white paper*, SPRY076, 2005. 8

[35] A. A. G. Requicha. **The zeros of entire functions: theory and engineering applications.** *Proceedings of the IEEE*, 68(3):308–328, 2005. 8

[36] L. Stefanazzi, A. R. Oliva, and E. E. Paolini. **Nuevo formato de audio para amplificadores conmutados.** 11–14. Escuela Argentina de Microelectrónica, Tecnología y Aplicaciones EAMTA 07, 2007. 8

[37] L. Stefanazzi, A. R. Oliva, and E. E. Paolini. **Modulación click para amplificadores de audio conmutados.** 229. XII Reunión de Trabajo en Procesamiento de la Información y Control RPIC, 2007. 8

[38] L. Stefanazzi, E. E. Paolini, and A. Oliva. **Click modulation: an offline implementation.** In *51st Midwest Symposium on Circuits and Systems, 2008. MWSCAS 2008.*, 946–949. IEEE, 2008. 8

[39] J. M. Goldberg and M. B. Sandler. **Noise Shaping and Pulse-Width Modulation for an All-Digital Audio Power Amplifier.** *J. Audio Eng. Soc*, 39(6):449–460, 1991. 8, 52

[40] M. Norris, L. M. Platon, E. Alarcon, and D. Maksimovic. **Quantization noise shaping in digital PWM converters.** In *IEEE Power Electronics Specialists Conference (PESC)*, 127 –133, 15-19 2008. 8, 48

[41] S. Saponara, L. Fanucci, and P. Terreni. **Oversampled and Noise-Shaped Pulse-Width Modulator for High-Fidelity Digital Audio Amplifier.** In *IEEE International Conference on Electronics, Circuits and Systems, 2006. ICECS '06.*, 830–833, 10-13 2006. 8, 48

[42] Jin-Whi J. and M. J. Hawksford. An oversampled digital PWM linearization technique for digital to analog conversion. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, 51(9):1781 – 1789, sept. 2004. 8, 52

[43] F. Koeslag, H. T. Mouton, and H. J. Beukes. An investigation into the separate and combined effect of pulse timing errors on harmonic distortion in a class D audio amplifier. In *IEEE Power Electronics Specialists Conference, 2008. PESC 2008*, 1055–1061, 2008. 9, 89

[44] K. Nielsen. Linearity and Efficiency Performance of Switching Audio Power Amplifier Output Stages-A Fundamental Analysis. In *Audio Engineering Society Convention 105*, 9 1998. 9

[45] C. M. Wu and W. Lau. Analytical technique for calculating the output harmonics of an H-bridge inverter with dead time. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, 46(5):617–627, 1999. 9, 11, 89, 95

[46] R. Esslinger, G. Gruhler, and R. W. Stewart. Feedback Strategies in Digitally Controlled Class-D Amplifiers. In *Audio Engineering Society Convention 114*, 3 2003. 9

[47] H. Ihs and C. Dufaza. Digital-Input Class-D Audio Amplifier. In *Audio Engineering Society Convention 128*, 5 2010. 9

[48] Z. L. Zhang and F. D. Zong. Numerical Analysis of Total Harmonic Distortion of a Loudspeaker in a Low-Frequency Range. In *Audio Engineering Society Convention 117*, 10 2004. 9

[49] F. Rumsey. DSP in Loudspeakers. *J. Audio Eng. Soc*, 56(1/2):65–72, 2008. 10

[50] W. Geiger. Servo Control of Loudspeaker Cone Motion Using an Optical Linear Displacement Sensor. *J. Audio Eng. Soc*, 53(6):518–524, 2005. 10, 140, 141

[51] M. Bai and C. Lee. DSP-based Sensorless Velocity Observer with Audio Applications in Loudspeaker Compensation. In *Audio Engineering Society Convention 118*, 5 2005. 10, 141

[52] B. Pedersen and P. Rubak. **Musical Transducer-less Indentification of Linear Loudspeaker Parameters**. In *Audio Engineering Society Conference: 32nd International Conference: DSP For Loudspeakers*, 9 2007. 10

[53] F. Kadlec, P. Lotton, A. Novak, and L. Simon. **A New Method for Identification of Nonlinear Systems Using MISO Model with Swept–Sine Technique: Application to Loudspeaker Analysis**. In *Audio Engineering Society Convention 124*, 5 2008. 10

[54] F. Agerkvist. **Modelling Loudspeaker Non-Linearities**. In *Audio Engineering Society Conference: 32nd International Conference: DSP For Loudspeakers*, 9 2007. 10

[55] R. R. Adriano, S. A. Joaquim, and P. M. Simões. **Nonlinear Loudspeaker Adaptive Controllers using Kalman and RLS Adaptive Algorithms**. In *Audio Engineering Society Convention 118*, 5 2005. 10, 141

[56] A. Bright. **Adaptive IIR Filters for Loudspeaker Parameter Tracking**. In *Audio Engineering Society Conference: 32nd International Conference: DSP For Loudspeakers*, 9 2007. 10

[57] W. Klippel. **Tutorial: Loudspeaker Nonlinearities Causes, Parameters, Symptoms**. *J. Audio Eng. Soc*, 54(10):907–939, 2006. 10, 114

[58] F. Gonzalez-Espin, E. Figueres, G. Garcera, and J. Sandia. Stability Analysis of Closed Loop Switching Power Amplifiers based on an Accurate Model of a Loudspeaker Installed in a Bass Reflex Enclosure. In *IEEE Int. Symp. Ind. Electron. ISIE 2007*, 713–718, Vigo, Spain, June 4-7 2007. 10, 113

[59] Z. Song. *Digital pulse width modulation: Analysis, algorithms, and applications*. PhD thesis, University of Illinois at Urbana-Champaign Champaign, IL, USA, 2002. 11, 13, 47, 52

[60] F. Chierchie and E. E. Paolini. Analytical and numerical analysis of dead-time distortion in power inverters. In *Argentine School of Micro-Nanoelectronics Technology and Applications (EAMTA), 2010*, 6 –11, 2010. 11

[61] F. Chierchie and E. E. Paolini. **Quasi-Analytical Spectrum of PWM Signals with Dead-Time for Multiple Sinusoidal Input.** In *IEEE International Symposium on Circuits and Systems (ISCAS) 2011 (Acepatado para su presentación)*, 2011. 11

[62] F. Chierchie and E. E. Paolini. **Modelo de un Altavoz de Doble Bobinado Incluyendo Efecto Semi-Inductivo.** In *XXII Congreso argentino de Control Automático AADECA 2010*, Agosto 2010. 11

[63] F. Chierchie and E. E. Paolini. **Realimentación de aceleración de un altavoz para graves utilizando un procesador digital de señales.** In *XXII Congreso argentino de Control Automático AADECA 2010*, Agosto 2010. 12

[64] A. V. Oppenheim, R. W. Schafer, and J. R. Buck. *Discrete-time signal processing*. Prentice Hall Englewood Cliffs, NJ, 1989. 20, 42, 45, 48, 50, 99

[65] E. T. Whittacker and G. N. Watson. *A Course of Modern Analysis*. Cambridge University Press, 1952. 25

[66] S. J. Orfanidis. *Introduction to signal processing*. Prentice-Hall, 1995. 50

[67] K. Nielsen. **A Review and Comparison of Pulse-Width Modulation (PWM) Methods for Analog and Digital Input Switching Power Amplifiers.** In *Audio Engineering Society Convention 102*, 3 1997. 51

[68] C. Pascual and B. Roeckner. **Computationally Efficient Conversion from Pulse-Code Modulation to Naturally Sampled Pulse-Width Modulation.** In *Audio Engineering Society Convention 109*, 9 2000. 52

[69] S. Jang and V. Shimanskiy. **Iterative Method for Natural Sampling.** In *Audio Engineering Society Convention 121*, 10 2006. 52

[70] P. Midya, B. Roeckner, and T. Paulo. **Recursive Natural Sampling for Digital PWM.** In *Audio Engineering Society Convention 123*, 10 2007. 52

[71] B. Metzler. *Audio measurement handbook*. Audio Precision, 1993. 59

[72] W. Kester. **MT-001: Taking the Mystery out of the Infamous Formula, SNR= 6.02 N+ 1.76 dB, and Why You Should Care. Technical report, Analog Devices, 2005, Rev.A 10/08.** 63

[73] P. Andreani, K. Chao, M. Pate, and L. Risbo. **Distortion and Error Reduction in a Class-D Power Stage using Feedback. In *Audio Engineering Society Conference: 27th International Conference: Efficient Audio Power Amplification*, 9 2005.** 89

[74] H. C. Foong and M. T. Tan. **An analysis of THD in class D amplifiers. In *IEEE Asia-Pacific Conference on Circuits and Systems APCCAS 2006, Singapur*, 724–727, 2006.** 89

[75] J. Andersen, D. Chieng, S. Harris, Klaas., M. Kost, and S. Taylor. **All Digital High Resolution Class D Amplifier Designs Using Power Supply Feed-Forward and Signal Feedback. In *Audio Engineering Society Conference: 31st International Conference: New Directions in High Resolution Audio*, 6 2007.** 89

[76] C. Neesgaard and L. Risbo. **PWM Amplifier Control Loops with Minimum Aliasing Distortion. In *Audio Engineering Society Convention 120*, 5 2006.** 89

[77] Xiaoming Z. and Yun C. **The analysis and compensation of dead-time effects on Active Power Filter in α-β coordinate. In *International Conference on Electrical Machines and Systems, 2008. ICEMS 2008.*, 2045 –2048, 17-20 2008.** 90, 111

[78] I. D. Mosely, P. H. Mellor, and C. M. Bingham. **Effect of dead time on harmonic distortion in class-D audio power amplifiers. *Electronics Letters*, 35(12):950 –952, jun. 1999.** 90

[79] A. Oliva, H. Chiacchiarini, A. Aymonino, and P. Mandolesi. **Reduction of total harmonic distortion in power inverters. *Lat. Am. App. Res.*, 35(2):89–93, 2005.** 90

[80] L. Chen and F. Z. Peng. **Dead-time elimination for voltage source inverters. *IEEE Trans. Power Electron*, 23(2):574–580, 2008.** 90

[81] Y. Murai, T. Watanabe, and H. Iwasaki. **Waveform distortion and correction circuit for PWM inverters with switching lag-times.** *IEEE transactions on Industry Applications*, 23(5):881–886, 1987. 90

[82] N. Mohan and T. M. Undeland. *Power electronics: converters, applications, and design*. Wiley-India, 2009. 91

[83] Lihua Chen and Fang Zheng Peng. **Dead-Time Elimination for Voltage Source Inverters.** *IEEE Transactions on Power Electronics*, 23(2):574 –580, march 2008. 111

[84] F. J. Gonzalez-Espin, E. Figueres, G. Garcera, and J. Sandia. **Design of closed loop audio power amplifiers by means of an accurate model of vented box loudspeakers.** In *2007 European Conf. Power Electron. App. EPE 2007*, 1–9, Aalberg, September 2-5 2007. 113

[85] R. Bortoni and S. H. Sette. **Loudspeakers' Electric Models for Study of the Efforts in Audio Power Amplifiers.** In *Audio Engineering Society Convention 115*, 10 2003. 113

[86] M. R. Gander. **Fifty Years of Loudspeaker Developments as Viewed Through the Perspective of the Audio Engineering Society.** *J. Audio Eng. Soc*, 46(1/2):43–58, 1998. 113

[87] R. H. Small. **Closed-Box Loudspeaker Systems-Part 2: Synthesis.** *J. Audio Eng. Soc*, 21(1):11–18, 1973. 113, 115

[88] A. J. M. Kaizer. **Modeling of the Nonlinear Response of an Electrodynamic Loudspeaker by a Volterra Series Expansion.** *J. Audio Eng. Soc*, 35(6):421–433, 1987. 114

[89] W. Klippel. **Dynamic Measurement and Interpretation of the Nonlinear Parameters of Electrodynamic Loudspeakers.** *J. Audio Eng. Soc*, 38(12):944–955, 1990. 114

[90] A. Dobrucki and C. Szmal. **Nonlinear Distortions of Woofers in Fundamental Resonance Region.** In *Audio Engineering Society Convention 80*, 3 1986. 114

[91] J. W. Norris. **Nonlinear Dynamical Behavior of a Moving Voice Coil.** In *Audio Engineering Society Convention 105*, 9 1998. 114

[92] R. Ravaud, G. Lemarquand, and T. Roussell. Time-varying non linear modeling of electrodynamic louspeakers. *A. Acoust.*, 70:450–458, 2009. 114, 140

[93] A. Bright. Discrete-time Loudspeaker Modelling. In *Audio Engineering Society Convention 114*, 3 2003. 114

[94] J. Vanderkooy. A Model of Loudspeaker Driver Impedance Incorporating Eddy Currents in the Pole Structure. *J. Audio Eng. Soc*, 37(3):119–128, 1989. 114, 115, 119

[95] Jr. Leach and W. Marshall. Loudspeaker Voice-Coil Inductance Losses: Circuit Models, Parameter Estimation, and Effect on Frequency Response. *J. Audio Eng. Soc*, 50(6):442–450, 2002. 114

[96] W. Klippel and J. Schlechter. Measurement and Visualization of Loudspeaker Cone Vibration. In *Audio Engineering Society Convention 121*, 10 2006. 114, 140

[97] K. Thorborg and A. D. Unruh. Electrical Equivalent Circuit Model for Dynamic Moving-Coil Transducers Incorporating a Semi-Inductor. *J. Audio Eng. Soc*, 56(9):696–709, 2008. 114, 115, 119

[98] D. Valerio, M. D. Ortigueira, and J. S. da Costa. Identifying a transfer function from a frequency response. *J. Comput. Nonlinear Dynam.*, 3(1):021207–1–021207–7, 2008. 114

[99] D. Xue, Y. Chen, and D. P. Atherton. *Linear Feedback Control, Analysis and Design with MATLAB*. Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, 2007. 114

[100] R. W. Buntenbach. A comprehensive circuit model for the electromechanical/acoustical transducer. *IEEE Trans. Audio Electroacoust.*, AC-19(3):249–252, September 1971. 114

[101] R. H. Small. Closed-Box Loudspeaker Systems-Part 1: Analysis. *J. Audio Eng. Soc*, 20(10):798–808, 1972. 115

[102] N. Thiele. Loudspeakers in Vented Boxes: Part 1. *J. Audio Eng. Soc*, 19(5):382–392, 1971. 115

[103] N. Thiele. Loudspeakers in Vented Boxes: Part 2. *J. Audio Eng. Soc*, 19(6):471–483, 1971. 115

[104] L. L. Beranek. *Acoustics*. Amer. Inst. Physics, Woodbury, New York, EE.UU., 1949. 116

[105] D. T. N. Willimason. More views on loudspeaker damping. *Wireless World*, 53(8):309, August 1947. 139

[106] A. Bright. *Active Control of loudspeakers: an investigation of practical applications*. PhD thesis, Ørsted·DTU, Technical University of Denmark, Lyngby, Dinamarca, 2002. 139, 141

[107] W. Klippel. The Mirror Filter-A New Basis for Reducing Nonlinear Distortion and Equalizing Response in Woofer Systems. *J. Audio Eng. Soc*, 40(9):675–691, 1992. 139

[108] H. Schurer, A. G. J. Nijmeijer, M. A. Boer, C. H. Slump, and O. E. Herrmann. Identification and compensation of the electrodynamic transducer nonlinearities. In *Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1997. ICASSP-97., 1997 IEEE International Conference on*, 3, 2381 –2384 vol.3, April 1997. 139

[109] A. Farina, E. Ugolotti, A. Bellini, G. Cibelli, and C. Morandi. Inverse Numerical Filters for linearization of loudspeaker response. In *DAFX-98 Conference*, Barcelona, Spain, November 19-21 1998. 139

[110] C. J. Radcliffe and S. D. Gogate. Velocity Feedback Compensation of Electromechanical Speakers for Acoustic Applications. In *Triennial World Congress*, 01–06, San Francisco, June 30 - July 5 1996. IFAC. no. 3a-07-1. 140, 141

[111] J. Christophorou. Low-Frequency Loudspeaker Measurements with an Accelerometer. *J. Audio Eng. Soc*, 28(11):809–816, 1980. 140, 143

[112] P. G. A. H. Voigt. Improvements in or relating to thermoionic amplifying circuits for telephony. Patente UK231972, April 1924. 140

[113] C. R. Hanna. Loud-speaking telephone. Patente 1645282, October 1927. 140

[114] J. A. Klaassen and S. H. de Koning. Motional Feedback with loudspeakers. *Philips Technical Review*, 29:148–157, 1968. 140

[115] J. A. Catrysse. On the Design of Some Feedback Circuits for Loudspeakers. *J. Audio Eng. Soc*, 33(6):430–435, 1985. 140, 141

[116] K. M. Al-Ali. *Loudspeakers: modeling and control*. PhD thesis, University of Californa at Berkeley, California, 1999. 140, 141

[117] D. DeGreef and J. Vandewege. Acceleration Feedback Loudspeaker. *Wireless World*, 32–36, September 1981. 140, 141

[118] D. S. Hall. Design Considerations for an Accelerometer-Based Dynamic Loudspeaker Motional Feedback System. In *Audio Engineering Society Convention 87*, 10 1989. 140

[119] R. A. Greiner and Travis M. Sims, Jr. Loudspeaker Distortion Reduction. *J. Audio Eng. Soc*, 32(12):956–963, 1984. 141

[120] S. Willems and G. DHoogh. On the Use of Motion Feedback as Used in 4th Order Systems. In *Audio Engineering Society Convention 126*, 5 2009. 141

[121] C. T. Chen. *Linear system theory and design*. Saunders College Publishing Philadelphia, PA, USA, 1984. 143

[122] C. T. Chen. Introduction to the linear algebraic method for control system design. *IEEE Control Systems Magazine*, 7(5):36–42, 1987. 143

[123] N. Kehtarnavaz. *Real-time digital signal processing based on the TMS320C6000*. Newnes, 2005. 167, 168, 169

[124] R. G. Lyons. *Understanding digital signal processing*. Prentice Hall PTR Upper Saddle River, NJ, USA, 2004. 169, 170