

CAPÍTULO 3 – METODOLOGÍA

En este capítulo se describe el modelo numérico que se utilizará para cumplir los objetivos de este trabajo. El mismo resuelve las ecuaciones básicas que regulan el movimiento del océano. La sección 3.1 se enfocará en analizar las aproximaciones físicas involucradas en el desarrollo de estas ecuaciones. Luego, en la sección 3.2 se detalla la implementación del modelo a la región de los Golfos Norpatagónicos.

3.1. Modelo Físico Matemático

3.1.1. Ecuaciones básicas

El modelo matemático de circulación oceánica parte de la hipótesis de que el agua de mar es un fluido newtoniano conductor y afectado por la rotación terrestre. Las ecuaciones básicas del continuo para ese material deducidas de los balances de masa, cantidad de movimiento y energía son las siguientes (ver por ejemplo Kundu, 1994):

Ecuación de continuidad

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \rho + \rho (\nabla \cdot \mathbf{v}) = 0 \quad (3.1)$$

Ecuación de movimiento

$$\rho \left[\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} + 2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{v} \right] = -\nabla p + \frac{\mu}{3} \nabla (\nabla \cdot \mathbf{v}) + \mu \nabla^2 \mathbf{v} + \rho \mathbf{g} \quad (3.2)$$

Ecuación de energía

$$\rho c_p \left[\frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla T \right] = T \beta \left[\frac{\partial p}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla p \right] + k_h \nabla^2 T + Q \quad (3.3)$$

Donde ρ es la densidad, p la presión, T la temperatura y \mathbf{v} la velocidad del fluido. El fluido está mecánicamente y termodinámicamente caracterizado por los siguientes

coeficientes: viscosidad dinámica μ , conductividad térmica kh , calor específico a presión constante c_p y coeficiente de expansión térmica β . Finalmente, Ω es el vector velocidad angular de rotación de la Tierra, g la aceleración de la gravedad (que incluye los efectos centrífugos de rotación), Q el aporte de calor por disipación interna y radiación y ∇ el operador gradiente.

Estas ecuaciones se complementan con una ecuación de estado de la forma:

$$\rho = \hat{\rho}(p, T, S) \quad (3.4)$$

la cual refleja la naturaleza binaria del fluido a través de la salinidad (S).

Para el cálculo de la salinidad se plantea una ecuación de balance del tipo:

$$\rho \left[\frac{\partial S}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla S \right] = k_s \nabla^2 S \quad (3.5)$$

con k_s el coeficiente de conductividad salina.

La ecuación de balance de energía (3.3) muestra que la temperatura del océano puede cambiar por transferencia de calor (los dos últimos términos del segundo miembro) pero también por compresión-expansión adiabática (el primer término). Esto indica que, habría variaciones de temperatura aún en el caso sin transferencia de calor (flujo adiabático). Con la idea de tener una cantidad equivalente a T pero que se conserve en flujo adiabático, se reemplaza T (también llamada temperatura in-situ) por la temperatura potencial:

$$\theta = T + \int_p^{p_0} \frac{\beta T'}{c_p \rho'} dp' \quad (3.6)$$

Físicamente, la temperatura potencial es la temperatura que tendría una parcela de agua de mar que es llevada de una presión dada a la presión de referencia (p_0) (generalmente la atmosférica). La diferencia entre ambas temperaturas es importante donde los efectos de compresión adiabática son significantes (grandes

profundidades). A partir de aquí, cada vez que se mencione la temperatura del fluido, en realidad se trata de la temperatura potencial del mismo. Reemplazando la temperatura potencial en la ecuación (3.3) la misma se reduce a:

$$\rho c_p \left[\frac{\partial \theta}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \theta \right] = k_h \nabla^2 \theta + Q \quad (3.7)$$

Tomando en cuenta (3.6) la ecuación de estado puede reescribirse como:

$$\rho = \hat{\rho}(p, \theta, S) \quad (3.8)$$

A continuación se enumeran las aproximaciones tradicionales que se aplican a las ecuaciones básicas, (3.1), (3.2), (3.5), (3.7), y (3.8), para resolver problemas de modelado oceánico regional.

3.1.2. Aproximación de Boussinesq

Consideramos la separación del fluido en un estado base de reposo y equilibrado hidrostáticamente y una perturbación sobre ese estado base:

$$\rho = \rho_r(p_r, \theta_r, S_r) + \rho_d(p_d, \theta_d, S_d) \quad (3.9)$$

donde θ_r y S_r , son valores constantes en el estado de referencia de temperatura y salinidad respectivamente, y p_d , θ_d y S_d son desviaciones de presión, temperatura y salinidad inducidas por el forzante y el movimiento del fluido.

$$\frac{dp_r(z)}{dz} = -\rho_r g \quad (3.10)$$

Si ahora consideramos las siguientes hipótesis físicas:

- a) El movimiento del océano se halla poco afectado por la propagación de ondas acústicas (aproximación anelástica, Vallis, 2006).
- b) La densidad media del océano varía muy poco de superficie a fondo ($\rho_r \sim \rho_0 = \text{constante}$).

c) La perturbación del campo de densidades inducido por el forzante y consiguiente movimiento del fluido es mucho menor que la densidad en reposo ($\rho_d \ll \rho_o$).

y las aplicamos a las ecuaciones básicas obtenemos la Aproximación de Boussinesq. Los efectos principales de esta aproximación son los siguientes [Kundu, 1994]

i) El campo de velocidades puede asumirse como no divergente; la conservación de la masa se reemplaza por conservación del volumen:

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (3.11)$$

ii) La densidad se reemplaza en la ecuación de movimiento por el valor constante ρ_o , excepto cuando se halla multiplicada por g .

$$\rho_o \left[\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} + 2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{v} \right] = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{v} + \rho_d \mathbf{g} \quad (3.12)$$

iii) Los coeficientes moleculares de viscosidad y conductividad y el calor específico C_p permanecen constantes e iguales a los del estado de referencia. Las ecuaciones de balance de temperatura y salinidad se pueden escribir de la siguiente manera:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \theta = k_{vh} \nabla^2 \theta + \frac{Q}{\rho_o C_p} \quad (3.13)$$

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla S = k_{vs} \nabla^2 S \quad (3.14)$$

donde k_{vh} y k_{vs} son los coeficientes de difusividad térmica y salina.

iv) Para mantener conservación de la masa, se desprecia la contribución de la presión desviadora en la ecuación de estado:

$$\rho = \rho_r(p_r, \theta_r, S_r) + \rho_d(\theta_d, S_d) = \rho_o(\theta_r, S_r) + \rho_d(z, \theta_d, S_d) \quad (3.15)$$

Es decir, la ecuación de estado depende de la presión sólo a través de la presión de referencia p_r , y en la última igualdad se ha incluido la dependencia de la presión de referencia en la densidad desviadora considerando el hecho de que $p_r = p_r(z)$.

3.1.3. Aproximación de Reynolds

El océano es un fluido en movimiento completamente turbulento. Por otro lado, las ecuaciones que consideran la aproximación de Boussinesq (3.11) a (3.15) describen todos los movimientos del océano con la excepción de las ondas acústicas. Por lo tanto, ante la imposibilidad de resolver la escala involucrada para el flujo turbulento, debemos introducir nuevas aproximaciones que reducen la física del problema. La siguiente aproximación está basada en la descomposición de Reynolds. El método consiste en descomponer el flujo en una parte media y otra fluctuante en la forma:

$$\mathbf{v} = \mathbf{V} + \mathbf{v}', \quad p = \tilde{p} + p', \quad \theta_d = \tilde{\theta}_d + \theta', \quad S_d = \tilde{S}_d + S', \quad \rho_d = \tilde{\rho} + \rho' \quad (3.16)$$

$$\mathbf{V} = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} \mathbf{v} dt, \quad \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} \mathbf{v}' dt = 0 \quad (3.17)$$

y definiciones análogas para el resto de las variables. τ es un tiempo característico lo suficientemente largo como para eliminar fluctuaciones de alta frecuencia (turbulentas) pero lo suficientemente pequeño para mantener las variaciones temporales de interés del flujo medio. Reemplazando (3.16) en las ecuaciones de Boussinesq e integrando las mismas entre 0 y τ se llega a las ecuaciones resultantes para el flujo medio (temporal):

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0 \quad (3.18)$$

$$\rho_o \left[\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla \mathbf{V} + 2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{V} \right] = -\nabla \tilde{p} + \nabla \cdot \boldsymbol{\Sigma}_R + \tilde{\rho}_d \mathbf{g} \quad (3.19)$$

$$\frac{\partial \tilde{\theta}_d}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla \tilde{\theta}_d = -\nabla \cdot \boldsymbol{\Psi}_\theta \quad (3.20)$$

$$\frac{\partial \tilde{S}_d}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla \tilde{S}_d = -\nabla \cdot \boldsymbol{\Psi}_S \quad (3.21)$$

$$\rho = \rho_o(\theta_r, S_r) + \tilde{\rho}_d(z, \tilde{\theta}_d, \tilde{S}_d) \quad (3.22)$$

$$\Sigma_R = \rho_o \int_0^{\tau} \mathbf{v}' \otimes \mathbf{v}' dt \quad (3.23)$$

$$\Psi_\theta = \rho_o \int_0^{\tau} \theta' \mathbf{v}' dt, \quad \Psi_S = \rho_o \int_0^{\tau} S' \mathbf{v}' dt \quad (3.24)$$

Donde la (3.23) describe el tensor de tensiones de Reynolds, y la (3.24) los flujos turbulentos o flujos de remolino (eddy fluxes) de temperatura y salinidad respectivamente. Para las escalas oceánicas de interés, los flujos moleculares de temperatura y salinidad pueden despreciarse completamente frente a los turbulentos.

3.1.4. Aproximaciones geométricas

Como el océano es un fluido que se mueve sobre una esfera rotante, las ecuaciones (3.18) a (3.22) deberían escribirse en coordenadas esféricas. Sin embargo, como estamos interesados en movimientos del océano en una escala horizontal limitada (modelos regionales) podemos utilizar estas características geométricas para introducir una métrica cartesiana centrada en una latitud y longitud de referencia que aproxime localmente la métrica esférica en esa región seleccionada de la superficie terrestre. El procedimiento consiste en definir coordenadas curvilíneas en la forma:

$$x = r_E (\lambda - \lambda_o) \cos \varphi_o, \quad y = r_E (\varphi - \varphi_o), \quad z = r - r_E \quad (3.25)$$

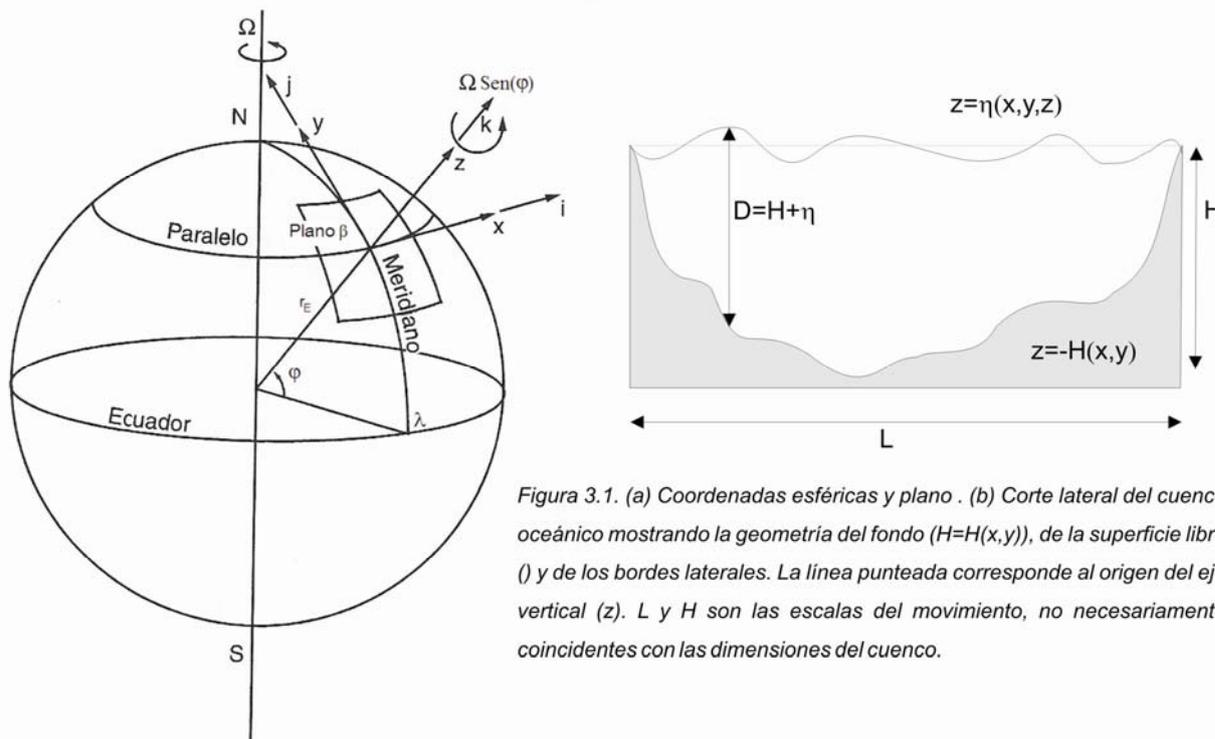


Figura 3.1. (a) Coordenadas esféricas y plano . (b) Corte lateral del cuenco oceánico mostrando la geometría del fondo ($H=H(x,y)$), de la superficie libre (η) y de los bordes laterales. La línea punteada corresponde al origen del eje vertical (z). L y H son las escalas del movimiento, no necesariamente coincidentes con las dimensiones del cuenco.

Donde r_E es el radio de la tierra, φ es la latitud y λ la longitud de un punto sobre la superficie terrestre y φ_0 , λ_0 la latitud y longitud de referencia. El origen de este sistema de coordenadas se establece sobre la superficie del océano sin disturbar ($r = r_E$) en una latitud φ_0 y longitud λ_0 . De esta manera las componentes de velocidad u , v y w se identifican con las direcciones de x (hacia el Este), y (hacia el Norte) y z (verticalmente hacia arriba) (Fig.3.1a). Posteriormente, se estima la escala horizontal del movimiento con L y la escala vertical del movimiento con H y se plantea que para los movimientos que se van a estudiar el océano cumple las siguientes hipótesis:

$$\gamma = H / r_E \ll 1 \tag{3.26}$$

$$(L / r_E)^2 \ll 1 \tag{3.27}$$

$$\tan \varphi_0 (L / R) \ll 1 \tag{3.28}$$

$$\delta = \text{relación de aspecto del movimiento} = H / L \ll 1 \tag{3.29}$$

La ecuación (3.26) indica que estamos tratando con una fina capa de fluido. La aproximación (3.27) indica que las escalas de movimiento horizontal del fluido deben ser menores que el radio terrestre. La ecuación (3.28) indica que la aproximación es sólo válida para latitudes medias o bajas. Finalmente (3.29) especifica que las escalas horizontales en el océano son de orden superior a la

escala vertical del mismo. Desarrollando los términos de las ecuaciones en coordenadas esféricas que involucran senos y cosenos de la latitud en serie de Taylor empleando el parámetro pequeño γ y considerando además que se cumplen (3.27) a (3.29) las ecuaciones (3.18) a (3.21) pueden escribirse como (el análisis detallado de la aproximación puede consultarse en Leblond y Mysak, 1978):

$$\nabla_H \cdot \mathbf{U} + \frac{\partial W}{\partial z} = 0 \quad (3.30)$$

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \mathbf{U} \cdot \nabla_H \mathbf{U} + W \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial z} + f\mathbf{k} \times \mathbf{U} = -\nabla_H p + \nabla \cdot \boldsymbol{\Sigma}_R \quad (3.31)$$

$$0 = -\frac{1}{\rho_o} \frac{\partial p}{\partial z} - \frac{\rho_d}{\rho_o} g \quad (3.32)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \mathbf{U} \cdot \nabla_H \theta + W \frac{\partial \theta}{\partial z} = \nabla \cdot \boldsymbol{\Psi}_\theta \quad (3.33)$$

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \mathbf{U} \cdot \nabla_H S + W \frac{\partial S}{\partial z} = \nabla \cdot \boldsymbol{\Psi}_s \quad (3.34)$$

Donde hemos separado el vector velocidad media (\mathbf{V}) en sus componentes horizontal y vertical:

$$\mathbf{V} = \mathbf{U}(x, y, z, t) + W(x, y, z, t), \quad \mathbf{U} = [U, V]^T$$

∇_H es el vector gradiente horizontal y ahora las variables sin tilde representan las variables medias temporales. De esta forma, a pesar de que las coordenadas x, y, z son por definición coordenadas curvilíneas, bajo las aproximaciones mencionadas x e y se comportan como coordenadas cartesianas ordinarias que se desarrollan en un plano que es tangente a la superficie $z=0$ y está centrado en la longitud y latitud de referencia (plano β). De esta manera, los efectos dinámicos de la esfericidad de la Tierra se retienen aproximando la componente radial del vector rotación (Ω) como una función lineal de y : $f=f_0+\beta y$, con $f_0=2\Omega \sin \varphi_0$ y $\beta=2\Omega \cos \varphi_0 / r_E$ (aproximación de plano β). Adicionalmente, y debido a que el factor de escala es muy pequeño ($\delta \ll 1$), la ecuación de movimiento en la dirección vertical se reduce a la ecuación hidrostática (3.32) (denominada aproximación hidrostática). Es interesante observar

que estas aproximaciones son básicamente geométricas y no involucran hipótesis sobre la magnitud de los términos en las ecuaciones de movimiento.

Si ahora integramos la ecuación (3.32) en la forma:

$$p = p_a + g \int_z^\eta \rho dz = p_a + g \int_z^\eta \rho_o dz + g \int_z^\eta \rho' dz = p_a + g \rho_o (\eta - z) + g \int_z^\eta \rho' dz \quad (3.35)$$

Donde η es la elevación de la superficie libre del océano respecto al nivel de referencia ($z=0$) (Fig. 3.1b) y despreciamos los efectos dinámicos de los gradientes de presión atmosférica, los gradientes horizontales de presión quedan:

$$-\frac{1}{\rho_o} \nabla_H p = -g \nabla_H \eta - \nabla_H \phi \quad (3.36)$$

$$\phi = g \int_z^\eta \frac{\rho_d}{\rho_o} dz \quad (3.37)$$

La Ec. (3.37) representa la flotabilidad (buoyancy) del fluido. Los vectores $g \nabla_H \eta$ y $g \nabla_H \phi$ suelen denominarse gradiente de presiones barotrópico y baroclínico respectivamente. El gradiente baroclínico es distinto de cero sólo si existe perturbación de densidad en el medio (flotabilidad no nula).

El sistema de ecuaciones (3.30) a (3.34), sólo puede ser resuelto si se parametrizan el tensor de Reynolds y los flujos turbulentos en función de las variables de flujo medio (problema de clausura turbulenta). En modelado oceánico se suelen parametrizar estos flujos por analogía con los flujos moleculares. Por otro lado, la variabilidad de escalas horizontal (del orden de los cientos de kilómetros) y vertical (del orden de los cientos de metros) del movimiento oceánico fuerza a que la separación de estos términos sea en una parte horizontal y otra vertical [Khanta y Clayson, 2004b]:

$$\nabla \cdot \Sigma_R = \mathbf{F}_H + \mathbf{F}_V = \nabla \cdot (A_M \nabla \mathbf{U}) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_M \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial z} \right) \quad (3.38)$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\Psi}_\theta = \mathbf{F}_\theta + \mathbf{F}_{V\theta} = \nabla_H \cdot (A_\theta \nabla_H \theta) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_\theta \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) \quad (3.39)$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\Psi}_S = \mathbf{F}_S + \mathbf{F}_{VS} = \nabla_H \cdot (A_S \nabla_H S) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_S \frac{\partial S}{\partial z} \right) \quad (3.40)$$

Donde A_M , A_θ y A_S son los coeficientes de difusividad turbulenta horizontal de cantidad de movimiento, temperatura y salinidad respectivamente y K_M , K_θ y K_S los correspondientes coeficientes de difusividad turbulenta en la vertical. En el contexto del modelo numérico que vamos a utilizar (ROMS), los coeficientes de viscosidad y difusividad turbulenta horizontales se suelen calcular mediante un coeficiente que depende del tamaño de la grilla, mientras que los coeficientes turbulentos de difusividad y viscosidad verticales se calculan mediante un modelo de clausura turbulenta (ver Apéndice A).

Reemplazando (3.38) a (3.40) en las componentes horizontales de las ecuaciones (3.31), (3.33), y (3.34), las ecuaciones finales de nuestro modelo matemático oceánico se reducen a:

$$\nabla_H \cdot \mathbf{U} + \frac{\partial W}{\partial z} = 0 \quad (3.41)$$

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \mathbf{U} \cdot \nabla_H \mathbf{U} + W \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial z} + f \mathbf{k} \times \mathbf{U} = -g \nabla_H \eta - \nabla_H \phi + \mathbf{F}_H + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_M \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial z} \right) \quad (3.42)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \mathbf{U} \cdot \nabla_H \theta + W \frac{\partial \theta}{\partial z} = F_\theta + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_H \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) \quad (3.43)$$

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \mathbf{U} \cdot \nabla_H S + W \frac{\partial S}{\partial z} = F_S + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_H \frac{\partial S}{\partial z} \right) \quad (3.44)$$

$$\rho = \rho_0 + \rho_d(z, \theta_d, S_d) \quad (3.45)$$

3.2. Física del modelo matemático

Las ecuaciones diferenciales (3.41) a (3.45), complementadas con las condiciones de borde adecuadas, son altamente no-lineales e imposibles de resolver analíticamente en forma general. Aún en el caso de obtener una solución numérica, la misma contendría información sobre una gran cantidad de fenómenos físicos acoplados que dificultarían el análisis. Es por ello de interés estudiar el comportamiento de las mismas en situaciones más simples pero que capturen la mayor parte de la física del problema oceánico. Por lo tanto, vamos a considerar el océano en estado estacionario y eliminaremos las contribuciones de los términos advectivos no-lineales (segundo y tercer término de la ecuación 3.42) y de difusión horizontal (F_H) (la importancia de los términos no-lineales en ciertas situaciones físicas será analizada en el Capítulo 4). El sistema de ecuaciones resultante es el siguiente:

$$\nabla_H \cdot \mathbf{U} + \frac{\partial W}{\partial z} = 0 \quad (3.46)$$

$$f\mathbf{k} \times \mathbf{U} = -\nabla_H (g\eta + \phi) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_M \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial z} \right) \quad (3.47)$$

En este caso, el balance de cantidad de movimiento es entre la fuerza de Coriolis (primer miembro), el gradiente de presiones (primer término del segundo miembro, con dos componentes, barotrópica y baroclínica) y la difusión vertical. La solución la podemos escribir como:

$$\mathbf{U} = \mathbf{U}_g + \mathbf{U}_a \quad (3.48)$$

Con la condición siguiente:

$$f\mathbf{k} \times \mathbf{U}_g = -\nabla_H (g\eta + \phi) \quad (3.49)$$

La Ec 3.49 refleja el denominado balance geostrófico (el gradiente de presiones es equilibrado por la fuerza de Coriolis). De esta manera suele denominarse a \mathbf{U}_g componente geostrófica y a \mathbf{U}_a componente ageostrófica. Reemplazando (3.49) en (3.47), la componente \mathbf{U}_a es gobernada por la ecuación:

$$f\mathbf{k} \times \mathbf{U}_a = \frac{\partial}{\partial z} \left(K_M \frac{\partial (\mathbf{U}_a + \mathbf{U}_g)}{\partial z} \right) \quad (3.50)$$

Si en nuestro problema físico la perturbación de densidad es nula ($\rho_d=0$) entonces el gradiente de presiones se reduce a

$$\nabla_H (g\eta + \phi) = g\nabla_H \eta \quad (3.51)$$

Notar que aunque en realidad $\phi=\phi(z)$ es distinto de cero, su contribución dinámica es nula. En el movimiento sólo los gradientes horizontales de ϕ son significativos. En un contexto oceanográfico suele denominarse a esta situación física como barotrópica.

Reemplazando en (3.49), la componente \mathbf{U}_g puede calcularse de:

$$f\mathbf{k} \times \mathbf{U}_g = -g\nabla_H \eta \quad (3.52)$$

Si ahora tomamos por separado la divergencia y la derivada con respecto a z de (3.52) obtenemos:

$$\nabla_H \cdot \mathbf{U}_g = 0, \quad \frac{\partial \mathbf{U}_g}{\partial z} = 0 \quad (3.53)$$

Es decir, la componente geostrófica del campo de velocidades horizontal es no divergente e independiente de z . La componente ageostrófica está gobernada por:

$$\nabla_H \cdot \mathbf{U}_a + \frac{\partial W_a}{\partial z} = 0 \quad (3.54)$$

$$f\mathbf{k} \times \mathbf{U}_a = \frac{\partial}{\partial z} \left(K_M \frac{\partial \mathbf{U}_a}{\partial z} \right) \quad (3.55)$$

En este contexto físico sin variaciones horizontales de densidad, existirá flujo ageostrófico si la difusividad turbulenta vertical (K_M) es distinta de cero y hay presencia de forzante dinámico en la superficie (i.e. vientos) o en el fondo (i.e. mareas) de la columna de agua. El flujo resultante (geostrófico + ageostrófico) se denomina barotrópico tridimensional, debido a que existen variaciones verticales del

campo horizontal de velocidad y además la componente vertical del campo de velocidades es distinta de cero (Ec. 3.54). Esta es la situación física analizada en el Capítulo 5. Si no hay forzante en superficie y fondo entonces la componente ageostrófica es nula, el flujo horizontal (ahora geostrófico) es independiente de z (Ec. 3.53), y la componente vertical del campo de velocidades es nula (usando la Ec. (3.46) y la condición de flujo nulo en el fondo). En definitiva el flujo se comporta como barotrópico y bidimensional.

Por otro lado, si en nuestro problema físico existen perturbaciones de densidad (inducidas por variaciones de temperatura y/o salinidad ya sea en la superficie o en los bordes laterales del dominio), tomando la derivada según z de la ecuación (3.49) se obtiene:

$$\frac{\partial \mathbf{U}_g}{\partial z} = \frac{1}{f} \frac{\partial}{\partial z} (\nabla_H \phi) = \frac{g}{\rho_o f} \mathbf{k} \times \nabla_H \rho_d \quad (3.56)$$

Es decir, en este caso la componente geostrófica varía con la vertical (a través de los gradientes horizontales de densidad) y la componente ageostrófica es distinta de cero aún en el caso de ausencia de forzante dinámico en superficie y fondo (Ec. 3.50). Debido a que no existe forzante dinámico, debe incluirse en el mismo algún mecanismo que inicie las perturbaciones de densidad para que se induzca movimiento (por ejemplo, experimentos forzados flujos de calor y humedad en la superficie). Exista o no forzante dinámico, en este caso el flujo resultante (geostrófico + ageostrófico) suele denominarse flujo baroclínico tridimensional, ya que las superficies de densidad constante no coinciden en general con las de presión constante. Esta es la situación analizada en el Capítulo 6 de este trabajo de tesis.

3.3. Física del modelo numérico

Las ecuaciones (3.41) a (3.45) se complementan con las condiciones de borde adecuadas en superficie, fondo y laterales del cuenco oceánico. Estas ecuaciones no tienen solución analítica en el caso general y por lo tanto se emplean modelos numéricos de diversas características para resolverlas. En este trabajo se utilizará el modelo numérico oceánico denominado Regional Ocean Model System (ROMS),

Shchepetkin y McWilliams (2005). Este modelo de diferencias finitas, resuelve las ecuaciones (3.41) a (3.45) empleando coordenadas curvilíneas ortogonales en la horizontal y coordenadas sigma generalizadas (que siguen la forma del terreno) en la vertical.

La elección de ROMS se basa en los siguientes factores: 1) El modelo ha sido empleado extensamente para simulaciones en áreas limitadas durante la última década, y su excelente respuesta se halla bien documentada (<http://www.myroms.org/>) 2) Emplea una forma de discretización vertical, llamada coordenada sigma, que permite una mejor representación de la topografía submarina que los modelos tradicionales basados en coordenada z. Existe evidencia experimental de que las coordenadas sigma pueden manejar cambios topográficos abruptos (Haidvogel *et al.*, 1991; Ezer & Mellor, 1992). 3) Los coeficientes de mezcla vertical se calculan por medio de esquemas de clausura turbulenta de segundo orden. La discretización vertical junto a este modelo de clausura genera capas de fondo realísticas las cuales son de gran importancia en aguas costeras y en regiones dominadas por el efecto de la marea. 4) Utiliza una técnica conocida como “mode splitting” (desdoblamiento de modos) la cual permite dividir el modelo en dos modos con diferentes pasos de tiempo. El uso de la misma está fundamentado en el hecho de que la circulación costera contiene ondas de gravedad externas más rápidas y ondas de gravedad internas viajando a una velocidad menor. De este modo es posible separar las ecuaciones verticalmente integradas (modo externo), de las ecuaciones de estructura en la vertical (modo interno). 5) La diferenciación del tiempo en la horizontal es explícita mientras en la vertical es semi-implícita. Esto último elimina restricciones en la coordenada vertical y permite el uso de una resolución más fina en las capas de fondo y superficial. 6) Entre las mejoras técnicas de ROMS frente a modelos tradicionales similares en coordenadas sigma (i.e, POM) se destacan: (i) empleo de un esquema temporal predictor-corrector tipo Adams-Moulton que amplía el rango de estabilidad por paso de tiempo, (ii) empleo de un esquema espacial sesgado de tercer orden para el operador advectivo que reduce la dispersión numérica y por lo tanto permite usar mínima difusión numérica horizontal; (iii) reformulación del esquema de cálculo del gradiente de presiones horizontal en coordenadas sigma para mejorar sus características numericas (iv) posibilidad de seleccionar entre al menos cuatro diferentes esquemas de clausura turbulenta, (vi) diseño optimizado del código para

emplearlo sobre arquitecturas de computadoras en paralelo. En la siguiente sección analizaremos algunas de las características físicas de funcionamiento de ROMS. Los detalles numéricos y otras parametrizaciones propias del modelo pueden consultarse en el Apéndice A.

3.3.1. Separación en modos físicos

Como fue expresado anteriormente, una forma que emplea ROMS para optimizar los recursos computacionales consiste en separar (físicamente) las ecuaciones en un modo externo, que regula la propagación de las ondas superficiales, del modo interno, cuya dinámica es más lenta. Las ecuaciones del modo externo se obtienen integrando las ecuaciones de movimiento y de continuidad en la vertical y empleando las condiciones de borde cinemáticas y dinámicas en superficie y fondo.

En la superficie del océano $z = \eta(x, y, t)$,

$$w|_{z=\eta} = \frac{\partial \eta}{\partial t} + u \frac{\partial \eta}{\partial x} + v \frac{\partial \eta}{\partial y} \quad (3.57)$$

$$K_M \left(\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial z} \right)_{z=\eta} = \boldsymbol{\tau}_w \quad (3.58)$$

Donde τ_w es el esfuerzo del viento. En el fondo $z = -H(x, y)$,

$$w|_{z=-H} = -u \frac{\partial H}{\partial x} - v \frac{\partial H}{\partial y} \quad (3.59)$$

$$K_M \left(\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial z} \right)_{-H} = \boldsymbol{\tau}_b \quad (3.60)$$

Donde $H(x,y)$ es la topografía del fondo y τ_b es el esfuerzo de fondo. Tanto τ_w como τ_b deben ser parametrizados adecuadamente (ver Apéndice A). Luego de la integración, las ecuaciones del modo externo quedan:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \nabla_H (D\bar{\mathbf{U}}) = 0 \quad (3.61)$$

$$\frac{\partial(\bar{\mathbf{U}}D)}{\partial t} + \nabla_H \cdot (D\bar{\mathbf{U}}\bar{\mathbf{U}}) + fD\mathbf{k} \times \bar{\mathbf{U}} = -gD\nabla_H \eta + \tau_{wy} - \tau_{by} + \bar{\mathbf{F}} + \bar{\mathbf{C}} \quad (3.62)$$

$$\bar{\mathbf{U}} = \frac{1}{D} \int_{-H}^{\eta} \mathbf{U} dz \quad (3.63)$$

Donde $\bar{\mathbf{U}}$ representa la velocidad media en la vertical, $D=H+\eta$ es la profundidad total, $\bar{\mathbf{F}}$ es el promedio vertical del tensor de Reynolds horizontal (F_H), y $\bar{\mathbf{C}}$ es el término de acoplamiento (acopla los modos externo e interno):

$$\mathbf{C} = -gD\nabla_H \left(\int_{z=-H}^{z=\eta} \phi dz' \right) - D\nabla_H \left(\int_{z=-H}^{z=\eta} (\mathbf{U} - \bar{\mathbf{U}})(\mathbf{U} - \bar{\mathbf{U}}) dz' \right) \quad (3.64)$$

El primer término del (3.64) es la integral del vector gradiente baroclínico y el segundo término (que mide las desviaciones de la velocidad de su promedio vertical) suele llamarse término de dispersión. Las ecuaciones a resolver por el modo interno son las (3.41) a (3.45), y donde el modo externo provee la elevación de la superficie libre y las velocidades medias horizontales para calcular el gradiente barotrópico de presiones ($g\nabla_H \eta$) y el término de dispersión en $\bar{\mathbf{C}}$.

3.3.2. Modos de funcionamiento del modelo numérico

a) Modo barotrópico bidimensional

En este modo se considera que en el problema físico a estudiar no existe dependencia del campo de velocidades con la coordenada z . Las ecuaciones a resolver son las del modo externo, (3-61) y (3-62) donde consistentemente con las hipótesis planteadas, se anula el término de acoplamiento. Este modo de funcionamiento no ha sido empleado aisladamente en el presente trabajo de tesis.

b) Modo barotrópico tridimensional

Este modo inicia con la temperatura y la salinidad constantes y se mantienen fijas durante la simulación, entonces la ecuación de estado se reduce a:

$$\rho = \rho_0 + \rho_d(z) \quad (3.65)$$

Notar que en esta aproximación, la densidad depende sólo de la coordenada z y las líneas de presión constante coinciden con las de densidad constante (fluido barotrópico) (Fig. 3.2a). Consistentemente, se anulan los términos que involucran al gradiente de presiones baroclínico en (3.42). Las ecuaciones resultantes del modo interno quedan en este caso:

$$\nabla \cdot \mathbf{U} + \frac{\partial W}{\partial z} = 0 \quad (3.66)$$

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \mathbf{U} \cdot \nabla_H \mathbf{U} + W \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial z} + f\mathbf{k} \times \mathbf{U} = -\frac{1}{\rho_0} \nabla_H \eta + \mathbf{F}_H + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_M \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial z} \right) \quad (3.67)$$

En el modo externo, el primer término del vector de acoplamiento es nulo pero persiste el acoplamiento de modos a través de la dependencia con la vertical de la velocidad horizontal y de la fricción de fondo. Una vez resuelta la ecuación (3.67), la componente vertical de la velocidad se obtiene diagnósticamente de la ecuación de continuidad (3.66):

$$W = -\int_z^{\eta} \nabla \cdot \mathbf{U} dz \quad (3.68)$$

Notar que en este modo de funcionamiento, es necesario además emplear las ecuaciones del modelo de clausura turbulenta para calcular el coeficiente de viscosidad cinemática turbulenta vertical K_M . Este modo de funcionamiento del modelo es el que se emplea en los experimentos numéricos del Capítulo 4 y 5.

c) Modo baroclínico tridimensional

En el caso que se induzcan variaciones de temperatura o salinidad en el transcurso de la simulación, existe perturbación de densidad y el gradiente baroclínico de

presiones no se anula. El modo interno emplea las ecuaciones completas (3.41) a (3.45) y el modo externo e interno se hallan totalmente acoplados. Este modo de funcionamiento del modelo es el que se emplea en los experimentos numéricos del Capítulo 6 donde θ_d y S_d son distintos de cero. Como en este caso las isolíneas de perturbación de densidad en general no coinciden con las de presión llamamos a este modo de funcionamiento del modelo modo baroclínico (Fig. 3.2b).

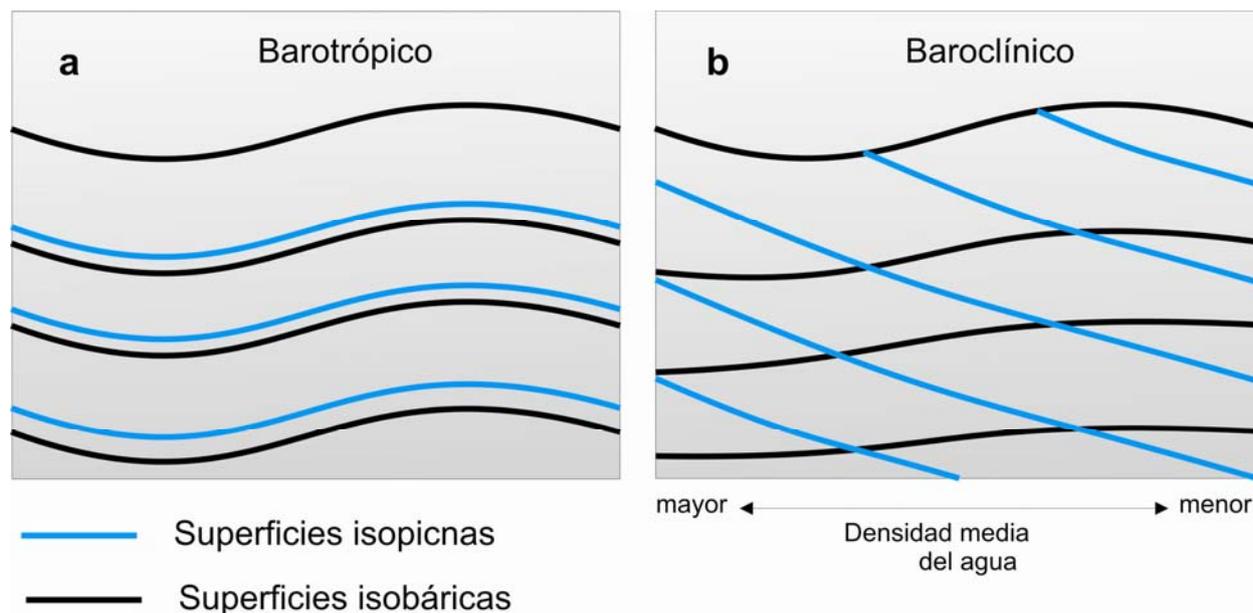


Figura 3.2. (a) Corte vertical del océano mostrando una situación física barotrópica y (b) una situación física baroclínica.

3.4. Implementación del modelo al área de estudio

3.4.1. Configuración del modelo de los golfos

Se construyó el modelo en un dominio computacional que comprende desde los 44°S hasta los $40^{\circ}30'\text{S}$ y desde los $65^{\circ}30'\text{W}$ hasta los 60°W (Fig. 3-3). La grilla curvilínea tiene una resolución espacial de $1/60$ de grado (~ 1 km de resolución media). La grilla posee una distribución telescópica de los nodos, con el sentido de obtener el máximo aprovechamiento de los recursos computacionales en función de la resolución espacial necesaria (número de nodos computacionales). La distribución de la resolución es en orden creciente de Sur a Norte y de Este a Oeste, obteniendo de esta manera en el interior de los golfos (sector Noroeste) la máxima resolución espacial. En la vertical el modelo es discretizado en 20 capas sigma con

menor espaciamiento en las capas de fondo y en la superficie para lograr una mejor representación de las capas límites. El paso de tiempo interno es de 360s para el modo barotrópico y 240s para el baroclínico. La topografía submarina se obtiene por interpolación bilineal de datos provistos por el Servicio de Hidrografía Naval, mediante digitalización de las cartas náuticas H-214, H-216, H-217 y H218.

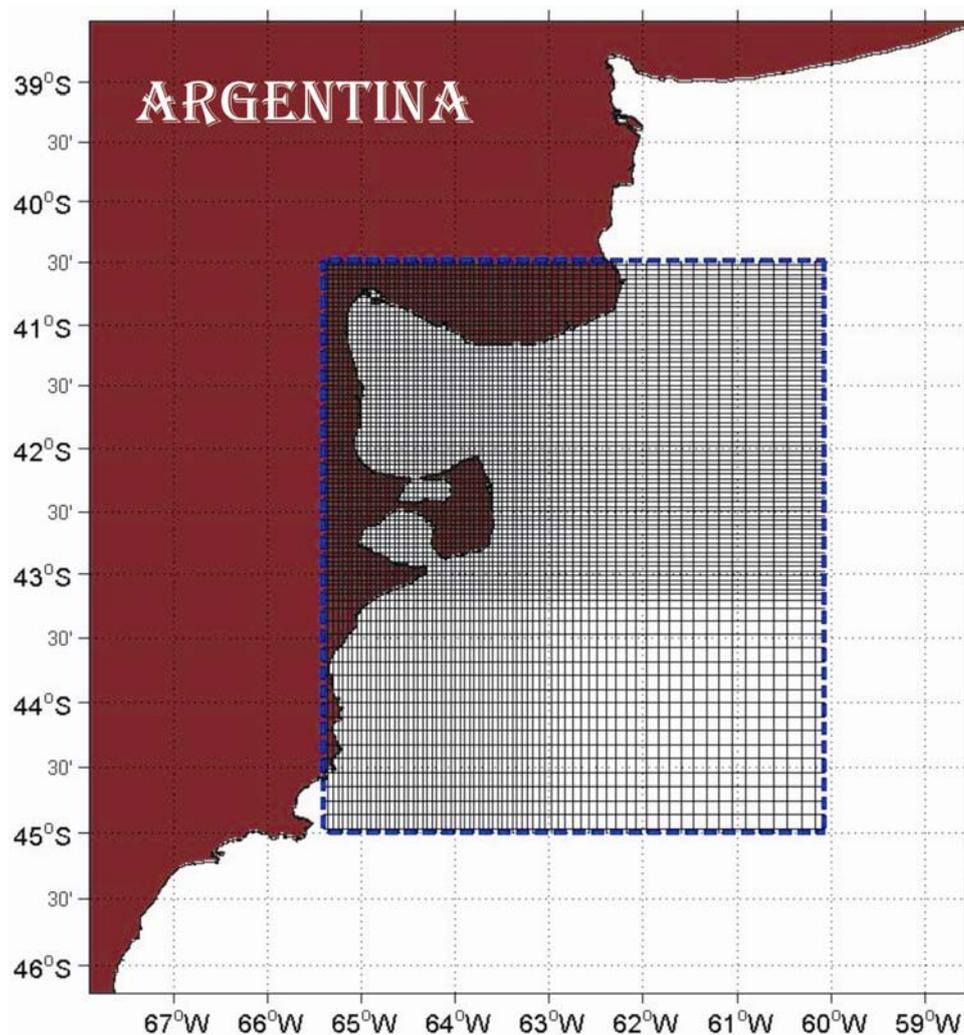


Figura 3.3. Grilla computacional telescópica utilizada para los experimentos numéricos. Las líneas punteadas azules indican el contorno de la grilla y las líneas negras llenas indican de manera representativa la división de los nodos (solo se muestra un nodo cada 3 de la grilla).

3.4.2. Condiciones de borde abierto

La simulación de procesos oceánicos costeros en dominios regionales se encuentra entre los mayores desafíos para el modelador numérico (Haidvogel y Beckmann, 1998). De acuerdo a la descripción previa, se trata de resolver las ecuaciones

primitivas para un fluido rotante en un dominio altamente variable tanto en la dirección horizontal (líneas de costas) como vertical (topografía de fondo) y que está sometido a la acción de intensos gradientes de densidad (calentamientos estacionales), vientos variables, la acción persistente de la marea y la interacción con corrientes de borde. Uno de los problemas fundamentales a resolver es la selección del tipo de condición de borde a ser impuesta en los bordes laterales (abiertos) para representar correctamente la física de la porción del océano que no está en el dominio computacional seleccionado, pero que eventualmente interactúa con él. Podemos identificar de manera general dos tipos básicos de Condiciones de Frontera Abierta:

- (a) *Condiciones pasivas*: En este tipo de condición no existe forzante externo en el borde abierto y se debe permitir la propagación de fenómenos generados en el interior sin distorsionar la solución.
- (b) *Condiciones activas*: En este tipo de condición de frontera se fuerza de manera activa la solución interior, de acuerdo a un forzante externo como por ej. mareas y ondas de tormenta.

En la práctica es muy complejo obtener condiciones de borde “puras” que no interfieran o modifiquen la solución en el interior, debido a que el problema es analíticamente mal condicionado (Bennet y Kloeden, 1978). En líneas generales, el investigador selecciona las condiciones de borde de acuerdo a experiencias previas con modelos similares y en situaciones similares de forzantes, tanto en modelos idealizados como realistas (para un extenso análisis al respecto ver por ejemplo Palma y Matano, 1998 y 2000 para el Princeton Ocean Model (POM) y Marchesiello *et al.*, 2001 para ROMS). Siguiendo a Marchesiello *et al.*, 2001 y nuestra propia experiencia previa con modelos similares (Tonini *et al.*, 2006) seleccionamos para nuestras simulaciones en los tres bordes laterales abiertos (Oeste, Sur y Norte) las siguientes condiciones de borde:

- a) Para las variables del modo externo empleamos una condición de borde de radiación tipo Flather (1976):

$$u = u_0(t) \pm \frac{c}{h} [\eta - \eta_0(t)] \quad (3.69)$$

Donde u es la velocidad normal al borde abierto, $c = \sqrt{gh}$ es la velocidad de fase, u_0 y η_0 son valores prescriptos, h es la profundidad local de la columna de agua y el signo depende del borde donde se aplica la condición.

b) Para las variables de modo interno ϕ (u , v , θ , S) empleamos una ecuación de radiación del tipo:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + C_\phi \frac{\partial \phi}{\partial n} = -\frac{\phi - \phi_{ref}}{\tau} \quad (3.70)$$

Donde τ es un tiempo de relajación, ϕ_{ext} representa forzante en el borde (p.e. mareas). Para el cómputo de la velocidad de fase C_ϕ se utiliza el siguiente esquema numérico implícito (Orlanski, 1976):

$$C_\phi = \frac{\phi_{B\pm 1}^{n-1} - \phi_{B\pm 1}^{n+1}}{\phi_{B\pm 1}^{n+1} + \phi_{B\pm 1}^{n-1} - 2\phi_{B\pm 2}^{n-1}} \quad (3.71)$$

Donde B es el nodo del borde, n es el índice que indica el nivel del tiempo y el signo (+) se aplica al borde Sur y el (-) a los restantes. Una vez calculada la velocidad de fase, esta es utilizada en la ecuación (3.70) para flujos salientes y se establece igual a cero para flujos entrantes.

3.4.3. Campos forzantes

En la región de los Golfos Norpatagónicos, las mareas semidiurnas constituyen uno de los forzantes principales del océano. Para imponer la onda de marea en los bordes laterales del dominio computacional empleamos amplitudes y fases de elevación y velocidad en el borde abierto interpolados de un modelo global inverso de mareas de Oregon State University (TPXO6, Egbert *et al.*, 1994). Los flujos netos

de calor y de evaporación y precipitación climatológicos se obtuvieron de bases de datos globales (COADS), (Da Silva *et al.*, 1994) y fueron interpolados bilinealmente a la grilla numérica. El ingreso de estos flujos al océano se parametriza siguiendo la formulación de Barnier (1998). Los flujos superficiales de vientos son extraídos de una climatología de datos satelitales. Los datos fueron obtenidos por C.M. Risien and D.B. Chelton, (2008) mediante el procesamiento de 8 años de medición (Septiembre del 1999 a Agosto del 2007) de campos de viento superficiales y esfuerzos de viento en la interfaz agua-aire realizados por el satélite QuikSCAT. Los ciclos estacionales de esta base de datos (SCOW) fueron comparados con ciclos estimados desde NCEP/NCAR y demuestran que los SCOW logran capturar características de pequeña escala que son dinámicamente importantes tanto para el océano como para la atmósfera (Riesen y Chelton, 2008).

En cada Capítulo subsiguiente presentará un análisis mas detallado de los forzantes a medida que se vayan incorporando en los experimentos.