Departamento de Economía – Universidad Nacional del Sur

Trabajo de Grado de la Licenciatura en Economía

“Economía y Talmud: Un análisis con teoría de juegos”

Ezequiel Nudelman

Director: Dr. Fernando Tohmé

Septiembre, 2018

Este trabajo está dedicado a mi rabino y maestro, Rab Moshe Freedman Hakohen, de bendita memoria, quien en su paso por este mundo se encargó de enseñarme y transmitirme no solo conocimientos y valores judaicos, sino un ejemplo de vida.

“Hermosas son las advertencias de aquellos cuyas vidas concuerdan con sus enseñanzas” (Talmud)

Índice 1

1. Introducción

El *Talmud* es una obra legislativa-filosófica judía, con más de 2000 años de antigüedad, que utiliza métodos de estudio y análisis diferentes a los convencionales. Basado en un razonamiento y perspectiva diferente, el *Talmud* ofrece una gran cantidad de herramientas e interpretaciones cuanto menos interesantes, que pueden ser estudiadas e incluso complementados con la teoría económica moderna. De esta forma, este trabajo buscará demostrar la utilidad que puede surgir de utilizar fuentes de estudio diferentes y aparentemente alternativas a las convencionales (incluso cuando se trata de una obra con más de dos milenios de antigüedad), combinando las ciencias económicas con el desarrollo y estudio minucioso del Talmud. Por otra parte, siendo que las leyes económicas que se tratan en el *Talmud* son mayormente conflictos entre individuos (por ejemplo: cómo resuelve la ley judía ante el incumplimiento de un pago entre dos personas), se utilizará la teoría de juegos para modelizar y analizar las situaciones, ya que es la herramienta que mejor permite explicar este tipo de circunstancias.

Para ello, será necesario hacer previamente una explicación y descripción de qué es el *Talmud* y sus implicancias, además de una revisión de los trabajos más significativos en esta temática, siendo que de esta forma se podrá divisar la manera óptima de estudio y análisis, para complementar ambas metodologías. El trabajo con mayor incidencia en esta área tan particular, es el realizado por Aumann (1985) con la colaboración de Maschler[1], en el cual resuelve una discusión talmúdica mediante la utilización de teoría de juegos. Por otra parte, afirma que esta resolución aplicada en el *Talmud* es consistente no solo de manera conceptual (como habían arribado los sabios de la época), sino que matemáticamente. Por ello, a pesar de que los sabios no contaban con los métodos matemáticos modernos, resulta cuanto menos sorprendente la forma en que conceptualmente arribaron a resultados que, en muchos casos, se condicen con la teoría académica más reciente (no solo con la teoría económica, sino que con una variedad de áreas diversas).

---

[1] Aumann realizó dos trabajos sobre este mismo tema. El original es en colaboración con Maschler, el cual es más matemático y formal, mientras que el otro lo realizó individualmente en el 2002 y es un trabajo más conceptual.

Si bien este trabajo está lejos de intentar encontrar una solución a una de las discusiones no resueltas del *Talmud*, sí buscará utilizar las herramientas que brinda la teoría de juegos para plantear formalmente una situación de conflicto entre empleados y empleador – basada en una discusión y la resolución de la ley del capítulo 6 del tratado *Bava Metzia* – e intentar mostrar cómo se podría resolver; y a su vez compararla con el resultado arribado por los sabios en el *Talmud*. De esta manera, se analizará cuáles son las implicancias de la formalización de las discusiones conceptuales que le permitían a los sabios establecer la legislación judía.

2. Introducción a una fuente alternativa de conocimiento: el Talmud

El *Talmud* es una obra legislativa-filosófica judía, llamada comúnmente "*Torá Oral*" (siendo que fue transmitida durante generaciones de forma oral hasta que fue recopilada, a diferencia del Pentateuco que desde un inicio fue transmitido en forma de pergamino), que data de hace más de 2300 años. Incluye leyes y discusiones que se han dado a lo largo de la historia judía referidas a una amplía cantidad de temáticas diferentes: ya sean cuestiones enteramente religiosas o de fe, así como también asuntos legales, filosóficos y económicos, entre otros. Es por eso que el Talmud en conjunto con el Pentateuco (comúnmente llamada "*Torá Escrita*"), resultan hasta el día de hoy como la principal fuente de conocimiento, estudio y consulta para la cultura judía ortodoxa y no ortodoxa.

De acuerdo a la tradición judía, el pueblo de Israel hace más de 3300 años recibió la *Torá Escrita* y *Oral* en el Monte Sinaí, y se relata que Moisés, después de 40 días, bajó con las tablas de los Diez Mandamientos. Luego, por mandato divino, escribió 13 rollos de la *Torá* durante los 40 años de travesía por el desierto, y el resto de la *Torá Escrita* la revelarían los Reyes y Profetas de Israel durante los siguientes 1200 años. Esto se denomina *Naj*, debido a sus siglas que significan: *Neviim* (profetas) y *Ketubim* (escrituras). A toda esta *Torá Escrita* se la denomina *Tanaj*, por las siglas de *Torá*, *Neviim* y *Ketubim*.

Por otra parte, la creencia judía explica que Moisés recibió la *Torá Oral* de Di-s, y luego se la transmitió a su alumno, Josué, éste se la transmitió a los ancianos de la magna asamblea, y así fue pasando sucesivamente, de forma exclusivamente oral, de maestro a alumno, y de padres a hijos durante las distintas generaciones[2].

La *Torá Oral* es el comentario de la *Torá Escrita*. En la *Torá Escrita* se encuentran 613 *Mitzvot* (preceptos): 365 negativos ("no harás") y 248 positivos ("harás") que debe cumplir el pueblo judío. Sin embargo, de lo que está escrito es imposible conocer o entender directamente su significado preciso, su definición, sus medidas o límites. Es por eso que, junto a la *Torá Escrita*, Moisés recibió su comentario: la *Torá Oral*. De todas maneras, no todos los casos que pueden llegar a presentarse están esclarecidos en la *Torá Oral*, ya que se encarga de casos determinados, a modo de ejemplo, para que se entienda la definición, y se pretende que a partir de ellos se deduzcan los demás casos. De esta forma, dentro de este marco, existe lugar para la lógica humana, que debe entender cuál es la definición que se deriva de las enseñanzas explícitas, y esta lógica debe ser capaz de entender los casos implícitos. Así, habrá distintas opiniones como personas haya, siendo que cada una tiene su forma de entender y comprender las cosas. Por lo tanto, cada opinión humana que se menciona con relación a la *Torá*, será la *Torá* misma, siempre y cuando esta opinión obedezca a los lineamientos y reglas explícitas contenidas en el marco de la *Torá*. Por este motivo, cuando se presenta una discrepancia, la *Torá* brinda las herramientas para determinar de acuerdo a qué opinión será tomada la ley (por ejemplo, cuando todos los Sabios menos uno opinan de una manera, se sigue a la opinión de la mayoría).

El *Talmud* se compone de la *Mishná*, que es el texto base, y de la *Guemará*, que se encarga de analizar y completar a la *Mishná*. Por otra parte, el *Talmud* cuenta con dos versiones muy distintas entre sí: el *Talmud* de Jerusalén y el *Talmud* de Babilonia, y a pesar de que cada una de ellos parte de la misma *Mishná*, son diferentes en cuanto a su análisis y tipo de comentarios.

2.1. *Halajá*: la ley proveniente de la Torá Oral

La *Halajá*, en su sentido amplio, incluye todas las leyes de la *Torá Oral*, a diferencia de las *Mitzvot* (preceptos y ordenanzas) que surgen y se manifiestan en la *Torá Escrita*, la cual no puede ser refutada ni contradicha siendo que, de acuerdo a la tradición judía,

[2] La *Guemará* cuenta que utilizaban reglas mnemotécnicas y canciones para ayudarse en la memorización de tan amplia y difícil información.

tienen origen directamente divino. Por otra parte, las leyes que surgen de la *Torá Oral* parten de las decisiones tomadas por los Sabios (poseídos de autoridad), que dedicaban su vida al estudio y a la enseñanza de la *Torá Oral*.

Estas leyes, comúnmente denominadas de *Rabanán* (es decir, que surgían a partir de las discusiones de los sabios de la época), abarcan una gran variedad de temáticas y ramificaciones diversas. Por otra parte, no sólo incluye leyes sumamente antiguas como las referidas al calendario, *Shjitá* (matarife), luto, divorcio y otros, sino que también se encuentran leyes y reglas que fueron implantadas posteriormente por Rabinos más recientes, como la prohibición de la poligamia por parte de Rabí Guershom Maor Hagolá, hace aproximadamente 1000 años. Es decir, ciertamente no cualquiera puede dictaminar *Halajá*, sino que debe ser una persona que posea autoridad y reconocimiento frente al resto, debido al impacto que sus decisiones tienen en la vida de la comunidad. Por otra parte, la obra *halájica* más importante y reciente, que es aceptada por las distintas autoridades rabínicas es el *Shulján Aruj* (traducido literalmente como "mesa servida"), que se trata de una guía completa de las distintas leyes de acuerdo a la *Torá Escrita* y *Oral* del rabino Yosef Karo (Siglo XVI de la era común).

A su vez, existen ciertas leyes llamadas *Halajá LeMoshe MiSinai* (*Halajá de Moises en Sinaí*), que los Sabios atestiguaron que se han recibido de generación en generación, y de Rabino en Rabino hasta llegar a Moisés en Sinaí. Rabí Moshé ben Maimón (Maimónides) explica que los Sabios denominaron con este nombre a las *Halajot* antiguas de las cuales no hay señales en la *Torá* y que tampoco están relacionadas con ninguna escritura de la Biblia. Por ejemplo, el hecho de que los *tefilín* (traducidos como "filacterias") sean cuadrados y negros, se explica que es una *Halajá* que recibió Moisés en Sinaí.

2.2. *La Mishná*

Luego de la destrucción del Segundo Templo de Jerusalén a manos del Emperador Tito de Roma, en el año 70 de la era común, la vida judía se volvió difícil. Tras la persecución, mantener las distintas tradiciones y el estudio de la *Torá* era sumamente arriesgado y peligroso. En consecuencia, existía un gran temor de que se perdiera este tesoro tan importante para el judaísmo que era la *Torá Oral*. Fue por esto que, a pesar de la prohibición de poner por escrito la *Torá Oral*, Rabí Yehuda Hanasí se encargó de recopilar, ordenar y escribir todas las enseñanzas orales hasta esa época, bajo el nombre de *Mishná* (proveniente de *Meshanenim*, es decir, “los que la memorizaban”, y quienes se encargaban de memorizar la *Mishná* eran llamados *Tanaím*), culminando su obra en el año 190 de la era común. A cada una de las enseñanzas las llamó *Mishná* y fueron clasificadas por temas en seis *Sedarim* (órdenes):

- *Zraim*: leyes relacionadas con la tierra. Por ejemplo, la ley de *Pea* (campo no cosechado designado a los pobres).
- *Moed*: leyes del *Shabat* (sábado) y festividades de Israel.
- *Nashim*: leyes sobre nupcias y divorcios.
- *Nezikim*: leyes sobre *mamonot* (dinero), *nezikim* (daños), *jabalot* (lesiones) y la autoridad del *Beit Din* (tribunal).
- *Kedoshim*: leyes sobre *korbanot* (sacrificios animales) y *Minjot* (ofrendas).
- *Taharot*: leyes sobre *Dinei Tumá y Tahará* (leyes sobre impureza y pureza).

Cada uno de estos órdenes, está formado por un total de 63 tratados. Cada uno de los cuales contiene de 7 a 12 capítulos, sumando 523. A su vez, cada capítulo se divide entre 8 y 10 *Mishnaiot* (plural de *Mishná*), y dentro de cada *Mishná* hay una o varias *Halajot* (plural de *Halajá* – leyes).

El idioma de la *Mishná* es el hebreo, pero no es el mismo hebreo que está en la *Torá*, sino que es uno que utilizaron los Sabios para que sea más breve y claro. De esta forma, el idioma no obstaculizaría el entendimiento y comprensión de las leyes.

Por último, cabe destacar, que muchas enseñanzas orales quedaron fuera de la *Mishná*, ya sea porque no llegaron antes del cierre de la compilación o porque no estaban corroboradas. Estas enseñanzas reciben el nombre de *Baraita*, y otras fueron recopiladas en distintas obras como, por ejemplo, la *Tosefta*. A pesar de que estas tienen la misma vigencia que la *Mishná*, esta última es más autoritativa que las otras dos.

2.3. La *Guemará*

Desde el siglo III hasta el siglo VI de la era común, durante el exilio en Babilonia, los alumnos y Sabios se dedicaron a estudiar, discutir y ampliar toda la *Mishná* en las distintas casas de estudio de entonces (de hecho, el comentario y explicación de la *Mishná* tomó el principal lugar a la hora de estudiar). Por eso, los Sabios de esa época son llamados *Amoraim*, del verbo *emor* que significa “explicar” en arameo.

Los *Amoiraim* explicaron en la *Mishná* las palabras y los temas. A su vez, aclaraban palabras obstruidas, extrañas y olvidadas. Se encargaron de definir conceptos y términos de la *Mishná* con definiciones claras y exactas (siendo que la *Mishná*, en muchos casos, era tan escueta que podría no entenderse bien). También, fijaron medidas y valores en las *Halajot* que no las tuvieran, para facilitar su comprensión. Por esto, se concluye que los *Amoraim* lograron crear un estilo especial para el aprendizaje y estudio de la *Mishná*, desde una gran variedad de puntos de vista, como por ejemplo:

- Relaciones entre la *Mishná* y la *Torá*, o con otras escrituras.
- Buscar la justificación de las distintas *Halajot* y los motivos de su creación
- Decisiones de leyes en polémicas de la *Mishná*, siendo que la *Guemará* se percibe como un espacio de discusiones entre los distintos *Amoraim*.
- Encontrar cuestiones ocultas o no entendidas en la *Mishná*, y buscar soluciones a las controversias por medio de análisis, complementaciones y correcciones.
- La inclusión de reglas según ejemplos que se encuentran en la *Mishná*.

La *Guemará* no fue ordenada como un libro aparte, sino que, a pesar de su lenguaje y estilo único, se trata como una complementación y agregado de la *Mishná*, formando conjuntamente el *Talmud*. De esta forma, la *Guemará* generó una extensión considerable de análisis, siendo que mientras que la *Mishná* es muy escueta en su redacción (en algunos casos basta con un solo párrafo), la *Guemará* se puede extender por varias hojas de discusiones entre los distintos Sabios, que argumentan su opinión desde diversas ópticas y formas, utilizando en muchos casos alegorías o parábolas para explicar cuestiones complejas.

2.4. El *Talmud Bablí*

Ravina y *Rav Ashi* se encargaron de recopilar todas las discusiones y enseñanzas en torno a la *Mishná*, poniendo por escrito a cada una con su correspondiente *Guemará*. Esta inmensa obra es la que se conoce como *Talmud Bablí* (de Babilonia), la cual culminó en torno al año 500 de la era común. Luego, Babilonia dejó de ser el centro de la vida judía y, en consecuencia, los judíos fueron dispersos por todo el mundo.

En los siguientes 1000 años, el *Talmud* sufrió ampliaciones, acotaciones y correcciones de los distintos sabios que sucedieron a los *Amoraim*. Entre ellos, están los *Saboraim*, *Gueonim* y *Rishonim*, que se encargaron no solo de estudiar y comentar la *Torá Oral*, sino que tenían la inmensa labor de transmitirla a un pueblo ya disperso y diseminado por el mundo.

El idioma del *Talmud Bablí* es el arameo babilónico mezclado con hebreo y expresiones idiomáticas fijas. De hecho, es bastante frecuente que, dentro de una misma explicación, se cambie de idioma sin ningún tipo de aclaración.

El *Talmud* no fue ordenado como una colección de fuentes sucesivas, cada una con su correspondiente *Mishná*; sino que se trataba de una labor más ardua y compleja. Se encargaron de comparar distintas *Mishnaiot*, revisaban sus versiones, se detuvieron en las aparentes contradicciones en la búsqueda de una respuesta que logre conciliarlas. Las discusiones de los Sabios son escritas en forma de diálogo vivo y fluido, generando cierta unicidad y congruencia entre las conclusiones, a pesar de ser discusiones sumamente minuciosas, y opiniones completamente opuestas. De hecho, muchas de las discusiones que se presentan en el *Talmud* ni siquiera sucedieron en el mismo momento, ni entre personas contemporáneas, pero está redactado de tal manera que aparenta ser un diálogo continuo, sucedido simultáneamente.

También, es importante destacar acerca de la jerarquía entre los distintos Sabios. Existe una regla clara en la *Guemará*: la grandeza de los *Amoraim* no se aproxima a la de los *Tanaim*. Es por esto, que un *Amorá* no puede disentir con las enseñanzas de un *Taná*; sin embargo, cuando hay una diferencia de opinión entre dos *Tanaim*, el *Amorá* se puede inclinar por alguna de estas y determinar la ley en base a esto. Por este motivo, cuando se generaba una discusión entre *Amoraim*, los Sabios y alumnos se encargaban de buscar si existía alguna contradicción o prueba a sus dichos en lo que explicaron los *Tanaim*, siendo que de esta forma se podría saber si su opinión era rechazada o aceptada (dependiendo de si su argumento se contradecía o era respaldado con el de un *Taná*).

Por último, el *Talmud Bablí* se extendió y fue bien acogido por todo el pueblo de Israel (a diferencia del *Talmud Ierushalmi* – de Jerusalén). Entre los Sabios convinieron que todo el pueblo y sus tribunales se conducirían según sus dictámenes. De esta forma, la tarea del estudio de la *Torá*, en las distintas generaciones hasta la actualidad, consiste en esclarecer y comprender las enseñanzas del *Talmud*. Por esto, cualquier ley o novedad se revisa con extrema minuciosidad para ver si tiene pruebas o si contradice las enseñanzas de la *Guemará*, siendo que es la base para determinar la ley.

2.5. Sabios posteriores y comentaristas famosos

Los Sabios que siguieron inmediatamente al periodo posterior en el que se selló el *Talmud* eran llamados *Seboraim*. Su principal tarea fue la de enseñar y difundir la *Guemará*, labor que realizaron hasta fines del siglo VI de la era común. Luego le siguieron los *Gueonim*, que, al ser relativamente cercanos a la época de la *Guemará*, tomaron la enorme responsabilidad de responder las inquietudes de la comunidad judía en temas *Halájicos*, en las distintas partes del mundo, basándose en lo que enseñaron los *Sabios* previos. Estuvieron por un período bastante extenso, hasta el fallecimiento de su último exponente *Rav Hai haGaón*, en el año 1037.

Posteriormente, los *Sabios* que le siguieron son los *Rishonim*. Esta época comienza con *Rashi* (uno de los más grandes y famosos comentaristas de toda la *Torá*, ya sea escrita como oral, que vivió durante los siglos XI y XII en Troyes, Francia), y se extiende hasta la expulsión de España en 1492. *Rabí Shlomó Yitzjakí* (cuyo acrónimo es *Rashi*) con sus comentarios, se encarga de hacer entender al alumno las distintas discusiones del *Talmud*. Su exégesis está escrita en forma resumida, clara y minuciosa, logrando corregir explicaciones complejas, definir conceptos y términos, traducir expresiones arameas, y a su vez comentar las discusiones de los Sabios de la *Guemará*.

Por otra parte, otro gran comentarista reconocido no solo por sus obras talmúdicas y bíblicas, sino también por sus aportes a la filosofía y medicina, es *Rabí Moshé ben Maimón* (por su acrónimo *Rambam* - Maimónides), quien hizo el primer comentario completo sobre toda la *Mishná*. Su estilo de comentario es exponerla en un contexto general, uniendo los detalles para generalizarlos, pero sin detenerse ante cada particularidad y concluyendo en el fallo de la ley, es decir, la *Halajá*. Además, es el autor de la obra *Mishné Torá*, siendo éste un libro de leyes y códigos de la *Halajá* judía, en el cual concentra todas las leyes y códigos que se escribieron o comentaron sobre determinado asunto en todo lugar y en todo tema del *Talmud* hasta su época. Resume la *Halajá* sin señalar nombres de los que transmiten o dictaminan, ni sus fuentes ni argumentos, sino que simplemente menciona a la *Halajá* en su forma definitiva, de una manera clara y exacta, siendo de fácil lectura y comprensión.

Desde ese momento y hasta la fecha, se conoce a los sabios con el nombre de *Ajaronim*. La primera generación de *Ajaronim* fue la de *Rabí Yosef Caro*, quien nació a fines del siglo XV en Toledo, España, y tuvo que abandonar su hogar debido a la inquisición. A pesar de la persecución, se encargó de escribir y recopilar una gran obra *Halájica* mundialmente reconocida como es el *Shulján Aruj* ("mesa servida").

Luego, entre los siglos XVIII y XIX se escribieron varios y diversos libros de *Halajot* que buscaban resumir la *Halajá* hasta la época de sus escritores, en temas que los judíos necesitaban diariamente y que no sabían cómo afrontar. Dentro de los más conocidos se encuentra el *Shulján Aruj Harav*, de *Rabí Shneor Zalman de Liadi* (1747-1813), quien es el fundador del movimiento *Jabad*, y también es el autor del *Tania*, una obra filosófica-jasídica de gran renombre.

3. Economía y *Talmud*

Previo al análisis original que pueda proporcionar esta tesis, es necesario demostrar cuál se considera la forma óptima de combinar estas dos metodologías de estudio. Para ello, se presentarán y desarrollarán los trabajos más significativos en esta área tan particular. De esta manera, se intentará explicar mediante un análisis detallado, cuál es la utilidad que surge de combinar herramientas modernas de estudio, como es la economía, con el *Talmud*.

Siendo que el trabajo académico con mayor influencia en esta temática es el de Aumann, se procederá a explicarlo no solo de una manera minuciosa, sino que también se buscará argumentar la metodología óptima de estudio, para de esta forma lograr demostrar el fin último de este trabajo de grado (que también se intentará exhibir en el aporte original). Por otra parte, el trabajo de Aumann están explicado de tal forma que no es necesario tener conocimientos sobre el *Talmud* ni sus técnicas de estudio, ya que no se centra en las posturas particulares de los sabios ni en cuestiones metodológicas de la discusión. Principalmente, él busca demostrar cómo los sabios arribaron a soluciones óptimas y consistentes, sin las herramientas económicas modernas, y para ello utiliza los métodos científicos actuales para comprobarlo formalmente. Por otra parte, en uno de sus trabajos, encuentra que los sabios hablan de la “aversión al riesgo”, una cuestión que surgirá en las ciencias económicas cientos de años después, pero que aun así tiene un registro en el *Talmud*[3].

3.1. Análisis de un problema de bancarrota en el *Talmud*

En este primer trabajo realizado en 1985, Aumann (con la colaboración de Maschler), describe y explica, en base a una *Mishná,* una forma consistente y justa de división de bienes en el caso de una herencia (la cual también puede ser aplicada al caso de bancarrota, y cualquier otro tipo de división patrimonial). Por lo tanto, se procederá a explicar este trabajo resaltando las cuestiones más relevantes que puedan aportar utilidad a esta tesis de grado.

Aumann presenta el trabajo de la siguiente forma: supongamos que una persona muere, teniendo una cantidad de deudas d_1, …, d_n, mayores a su patrimonio E. ¿De qué forma podría ser dividido entre todos los acreedores? Establece que, según la ley moderna, básicamente hay dos formas de resolver este problema: la división proporcional y la división igualitaria (en caso de que el patrimonio no exceda a la deuda más pequeña). De todas formas, ninguna de estas divisiones resulta obvia, ya que se puede optar por una u otra dependiendo del caso, y también resulta irrelevante si la deuda de una persona excede el monto total, ya que no se puede conseguir más allá del patrimonio que hay en disputa.

Si bien este trabajo de Aumann busca ser de interés en dos esferas particulares, que son el estudio del *Talmud* y de la teoría de juegos, es menester especificar que no se trata de una obra legislativa. Por otra parte, en ese trabajo se hace un foco especial en la parte matemática y de teoría de juegos, por lo que se omiten ciertos análisis específicos del *Talmud,* como el hecho de que no se citan de manera detallada las discusiones de los sabios ni los pasajes talmúdicos.

Resulta cuanto menos sorprendente que una discusión de “quiebra” se desarrolla en el *Talmud*, en el tratado de *Ketubot* 93a. La *Mishná* explica la situación en la que una persona que tiene tres esposas, fallece. Y con cada una de ellas tenía un contrato de matrimonio distinto, pero que fueron realizados en la misma fecha para que ninguna tenga

[3] Si bien Aumann ha desarrollado dos *papers* en lo que respecta a “Economía y Talmud”, en este trabajo solamente se expondrá el elaborado en 1985 (“*Game-Theoretic Analysis of a Bankruptcy Problem from the Talmud*”).

prioridad sobre la otra. A partir de esto surge la duda de cuál es la mejor forma de repartir el patrimonio entre todas sus esposas.

Se supondrá que los montos a reclamar son de 100, 200 y 300 unidades monetarias para cada una de las esposas respectivamente. Y se utilizarán tres casos distintos del total del patrimonio a dividir, que son de 100, 200 y 300. En base a la *Mishná*, la división de los bienes se presenta de la siguiente manera:

		Reclama		
		100	**200**	**300**
Patrimonio	**100**	**33 1/3**	**33 1/3**	**33 1/3**
	200	**50**	**75**	**75**
	300	**50**	**100**	**150**

Cuando E = 100, se realiza una división equitativa, dado que el monto mínimo de reclamo es al menos igual al monto total del patrimonio a dividir, por lo que esta forma de división tiene sentido. Por otra parte, si E = 300, la repartición está basada en el – según Aumann – inconsistente principio de la división proporcional. Así, al momento de observar el caso de E = 200, resulta un tanto extraño. Se puede visualizar que no se trata de una división proporcional ni equitativa, por lo que, aparentemente, no se está tratando de una forma integrada a los tres casos.

Durante cientos de años, este pasaje de la *Mishná* ha sido discutido y criticado, no solo por los sabios, sino también por académicos recientes. Incluso algunos estudiosos han implicado un error de transcripción, ya que no se podía entender esta forma tan particular y poco intuitiva de división.

En este trabajo, el objetivo de Aumann es encontrar una solución a este problema de la *Mishná*. No busca presentar la mejor forma de división, sino explicar, mediante teoría de juegos, cuál fue el método utilizado por los sabios hace casi 2000 años. Mediante un análisis complejo, Aumann y Maschler decidieron trasladar los resultados presentados en la *Mishná* en modelos de teoría de juegos, para de esta forma observar si algún concepto se condice con lo planteado en la *Mishná*. Sorprendentemente, encontraron que el concepto de *nucleolus* daba el mismo resultado que el planteado en la tabla de arriba. Si bien parecía que por fin se había hallado una solución a esta *Mishná*, aún prevalecía un inconveniente y es que el concepto de *nucleolus* fue desarrollado en 1969 por Schmeidler, por lo que resulta imposible que *Rabí Natán* (el autor de esta *Mishná*) hubiera sabido de este avanzado concepto. Por lo tanto, tenía que haber otra explicación a los números de la tabla, y fue así que Aumann encuentra una pista en un trabajo de Sobolev en el cual provee un sistema de axiomas que caracterizan al *nucleolus*; principalmente, el axioma de consistencia. Por esto, demuestra que la división que se presenta en la *Mishná* está implícita en ciertas formas sofisticadas de teoría de juegos moderna. Por último, afirma que los sabios sí estaban al tanto de estas nociones conceptuales, más allá de no tener las herramientas que son proporcionadas por la teoría moderna.

Previo al desarrollo formal de este análisis, Aumann se plantea dos interrogantes: qué y por qué. La *Mishná* da explícitamente solo tres ejemplos numéricos, por lo tanto, surge la pregunta básica de qué regla general tenían en mente para establecer esa *Mishná*. La segunda pregunta es por qué *Rabí Natán* elige la regla que eligió. Si bien resulta difícil saber el motivo por el cual se optó por esta regla, se pueden encontrar respuestas que dejan un muy pequeño espacio a dudas a la pregunta de qué regla general fue utilizada.

3.1.1. La prenda disputada

Aumann encuentra una conexión con la siguiente *Mishná*, que aparece en el tratado *Bava Metzia* 2a del *Talmud*: “Dos sostienen una prenda; ambos la reclaman completamente. Uno es conferido con la mitad, y el otro con la mitad. Dos sostienen una prenda; uno lo reclama todo, y el otro reclama la mitad. Uno es conferido con 3/4, el otro 1/4.”

Partiendo de esta *Mishná*, se encuentran dos formas de división diferentes. El primer caso, resulta más intuitivo, siendo que se trata de una división equitativa, ya que ambos tienen igual reclamo sobre la prenda. Por otra parte, el segundo caso, es el que resulta de mayor interés analizar para este trabajo.

Uno reclama la totalidad de la prenda, mientras que el otro reclama solamente la mitad. En este caso, la decisión de los sabios establece que quien reclama la totalidad reciba 3/4 de la prenda, y quien reclama la mitad reciba “solamente” 1/4. ¿Cómo se interpreta esta división y de qué forma fue alcanzada? *Rabí Shlomó Yitjzakí* (*Rashi*) interpreta la decisión de la siguiente manera: quien reclama la mitad de la prenda "concede… que la mitad le pertenece al otro, por lo tanto lo que queda en disputa gira solamente alrededor de la otra mitad. Consecuentemente, cada uno de ellos recibe la mitad de la cantidad en disputa." De esta forma, la división es de 3/4 y 1/4.

A partir de esta interpretación, Aumann pretende explicar el segundo caso de división de la tabla, y generalizarlo para otros casos, mediante la formalización matemática. Llama a esta particular forma de repartición con el nombre de "División Equitativa de la Suma Disputada" (*Equal Division of the Contested Sum* – EDCS). Ciertamente, esta forma de división no es obvia, ya que se podría haber dividido proporcionalmente (2/3 - 1/3) o equitativamente (1/2 - 1/2). Aun así, la *Mishná* rechaza directamente estas dos formas de división y la establece de acuerdo al principio de EDCS.

Este principio – EDCS – puede ser aplicado incluso para casos en los que algunas de las demandas, o incluso todas ellas, exceden el monto total disponible para distribución. Por ejemplo: un hombre con 2 acreedores muere. El reclamo de uno es de 100 unidades monetarias, y el del otro de 200, pero el patrimonio del deudor es de 50. Dado que ambos reclaman la cantidad total (más de 50), la suma disputada es el total del monto a dividir (50), por lo que se divide equitativamente (25 para cada uno de los acreedores). Si, por otra parte, el patrimonio fuera de 125, quien demanda 100 le concede 25 en favor del acreedor de 200 (al igual que en el caso de la prenda). Por lo tanto, los 100 restantes son divididos equitativamente entre los dos acreedores, haciendo que, en total, uno reciba 50 (demanda 100) y el otro 75 (demanda 200).

		Reclama	
		100	**200**
Patrimonio	**50**	**25**	**25**
	125	**50**	**75**

3.1.2. Explicando la Mishná

En la *Mishná* se cuenta un caso de un hombre con tres esposas con las que realizó distintos contratos de matrimonio por sumas de 100, 200 y 300, respectivamente. De acuerdo a la ley, estas sumas se le pagan a la mujer cuando el esposo muera. Desafortunadamente, el esposo muere y resulta que su patrimonio total es menos que 600. ¿Cómo se debería dividir entre las viudas? La *Mishná* de *Rabí Natán* discute tres casos: el patrimonio es 100, el patrimonio es 200, y el patrimonio es 300.

Su división se presenta en la siguiente tabla (también expuesta más arriba):

		Reclama		
		100	**200**	**300**
Patrimonio	**100**	**33 1/3**	**33 1/3**	**33 1/3**
	200	**50**	**75**	**75**
	300	**50**	**100**	**150**

De acuerdo a esta tabla, hay división igualitaria entre las viudas cuando el patrimonio es 100; división proporcional cuando el patrimonio es 300, pero, como se mencionó anteriormente, no es de ninguna manera clara la forma de dividir cuando el patrimonio es 200. Por lo tanto, procederemos a explicar esta forma de división. Para ello, llamaremos a las esposas de la siguiente manera: aquella con una demanda de 100 será Keturá, la que tiene una demanda de 200 será Hagar, y, por último, Sará será quien tiene la demanda de 300.

Suponiendo que el patrimonio es de 200, de acuerdo a esta tabla, Keturá recibe 50 y Hagar recibe 75 – juntas 125. De acuerdo al principio de la prenda disputada (EDCS), los 125 recibidos por Hagar y Keturá deberían ser divididos entre ellas manteniendo este principio. De hecho, efectivamente esto es lo que sucede si miramos la tabla del apartado anterior, donde una división de 125 con demandas de 100 y 200 se divide en 50 y 75, respectivamente. En otras palabras, la distribución de la *Mishná* refleja una división de la suma que Hagar y Ketura reciben conjuntamente de acuerdo al principio de EDCS.

Esto mismo aplica para Sará y Keturá. La división entre ellas dos será de 50 y 75, de acuerdo al principio de EDCS, ya que se trata de un caso similar al de Hagar y Ketura (con la diferencia que el monto es de 300, en lugar de 200, pero siendo que ambos casos exceden el monto total a dividir, es irrelevante en esta comparación). Por último, el caso de Hagar y Sará, muestra que conjuntamente reciben 150 y la división es de 75 y 75. Esto es así, porque no hay un monto que sea “cedido” (o un monto que no sea disputado), ya que la demanda de ambas excede el patrimonio total, por lo que la división es directamente equitativa, de la forma que muestra la división de la *Mishná*. Es decir, si comparamos por parejas, vemos que todas las divisiones planteadas en la *Mishná* son de acuerdo a este principio.

En conclusión, la división del patrimonio entre los 3 acreedores es tal que cualquiera 2 de ellos pueden dividir la suma que reciben juntos de acuerdo al principio de EDCS; y este es precisamente el método utilizado por *Rabí Natán* en la *Mishná*, que resuelve el conflicto de la prenda disputada. Por lo tanto, Aumann plantea que se puede referir a cualquier división que satisfaga esta condición (EDCS) como “prenda disputada consistente” (CG-consistente, por sus siglas en inglés).

Aun así, Aumann afirma que esta condición de CG-consistente, no delimita clara e inequívocamente un método cierto de división. De hecho, plantea que no se está frente a un método de división, sino más bien que se trata de una condición. Es decir, dada una cierta división, se puede corroborar si cumple la condición de ser CG-consistente. Aun así, puede no estar claro al principio cómo se arriba a una división que sea CG-consistente, y más aún, bajo qué circunstancias existe una división de este tipo. Por lo tanto, a pesar de haber mostrado que las tres divisiones planteadas en la *Mishná* son CG-consistentes, no es obvio que no haya más de una forma.

Cuando se examinaron las diferentes formas de dividir propuestas al comienzo (proporcional e igualitaria), se encontró que ninguna de ellas es CG-consistente. Por ejemplo, cuando el patrimonio es de 200; en este caso, una división igualitaria sería de 66 para cada uno. Por lo tanto, dos de los tres acreedores recibirían en conjunto 133. Sará y Hagar dividen esta suma de acuerdo a la regla de la prenda disputada (CG), pero Hagar y Keturá, al aplicar la regla CG, dividirían esta suma 83-50 y no 66-66, por ello, esta división no es CG-consistente. Incluso considerando el caso de la división proporcional (33-66-100), se encuentra que tampoco se trata de un caso que sea CG-consistente.

De hecho, hay solamente una división que sea CG-consistente en los tres casos presentados en la *Mishná*, y son precisamente los que la *Mishná* especifica. Incluso, afirma Aumann que, si se cambian las cantidades, así como el patrimonio propuesto, habrá solamente un caso de división que será CG-consistente. Tampoco cambia si se trata de dos acreedores o tres, o un millón, ya que la regla es la siguiente: sin importar la cantidad de acreedores, ni el reclamo de cada uno, siempre hay una forma exacta de dividir el patrimonio que sea CG-consistente.

3.1.3. Formalización matemática

Aumann realiza la formalización del concepto de EDCS (división equitativa de la suma disputada) de la siguiente manera: se puede traspasar este problema de bancarrota a un caso de dos acreedores con un patrimonio de E y reclamos d_1, d_2. La cantidad que cada demandante i concede al demandante j es $(E - d_i)_+$, donde el signo (+) representa que la expresión tiene un valor de 0 si $E - d_i < 0$ (y lo mismo vale para el individuo j).

La cantidad en disputa es, por lo tanto: $E - (E - d_1)_+ - (E - d_2)_+$;

Esta es dividida equitativamente entre los dos demandantes, y, adicionalmente, cada uno recibe la cantidad resignada por el otro. Así, la cantidad que recibe el individuo i es:

$$x_i = \frac{E - (E - d_1)_+ - (E - d_2)_+}{2} + (E - d_j)_+$$

Por lo tanto, se dirá que esta división (de E, para reclamos de d_1, d_2) está prescrito por el principio CG ("prenda disputada").

Si se ve la solución como una función de E, se obtiene el siguiente procedimiento: sea $d_1 \leq d_2$. Cuando E es chico, es dividido equitativamente. Esto continúa hasta que cada demandante haya recibido $d_1/2$. Cada peso adicional va al que demanda un mayor monto, hasta que cada demandante haya recibido todo salvo $d_1/2$ de su reclamo. Es decir, este principio es monótono, en el sentido que por cada reclamo fijo d_1 y d_2, cada una de las dos adjudicaciones es una función monótona del patrimonio E.

3.1.4. Interpretación física del principio de la prenda disputada

En el segundo trabajo realizado por Aumann (2002), dice que siguiendo el principio del "racionamiento hidráulico" de Kaminski (2000) se puede imitar, en un conjunto de recipientes, las distintas acciones de los acreedores de acuerdo a la regla de la prenda disputada. Aumann utiliza este método para lograr explicar, de una manera más sencilla, no sólo el funcionamiento del principio de la prenda disputada, sino también para demostrar por qué existe una única solución que sea CG-consistente.

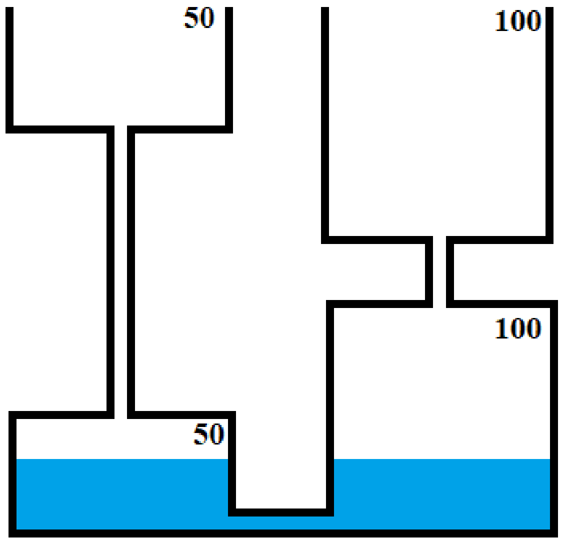
Se supondrá, por ejemplo, un patrimonio con dos reclamos, de 100 y 200. Luego, se considerarán dos recipientes de distintos tamaños que representan estos dos reclamos, en los cuales se les pondrá un líquido, que representa el patrimonio. Como se muestra en los diagramas 1–4 (expuestos en los ejemplos a continuación), cada recipiente está compuesto por dos partes conectadas por un estrecho cuello. El volumen de cada parte del recipiente es igual a la mitad del reclamo del correspondiente acreedor. También, los dos recipientes están conectados por una estrecha tubería, y, considerando que es irrelevante para este caso, se supondrá que tanto el volumen del cuello como el de la tubería es cero, ya que su único propósito es el de transferir líquido. Además, se debe considerar que la base, así como la altura de los recipientes, es la misma. Por último, siendo que las demandas d_1 y d_2 en este caso satisfacen que $d_1 < d_2$, se alcanza la misma altura al construir un cuello más largo para el primer recipiente (el que representa d_1).

Se representa el patrimonio E como un líquido cuyo volumen es igual a E. Al volcar este fluido (E) en uno de los recipientes, se puede notar que el líquido permanecerá en los recipientes, dado que $E \leq d_1 + d_2$. Así, el fluido (patrimonio) que es volcado dentro de uno de los recipientes, logra pasar a través del estrecho pasaje que lo conecta con el otro recipiente, alcanzando últimamente el mismo nivel en ambos. Este simple fenómeno físico es conocido con el nombre de "agua que busca su propio nivel". Por esto, la cantidad de líquido en cada uno de los dos recipientes será precisamente lo que le corresponde a cada acreedor de acuerdo al principio de la prenda disputada. Aumann llama a esto con el nombre de "Regla de los Recipientes Vinculados".

Para una mejor comprensión, se desarrollarán cuatro ejemplos basados en un capítulo del libro de Gura y Maschler (2008):

En el primer caso se supondrá que el patrimonio es de 80, las deudas son de 100 y 200. Es decir, se trata de un caso en el que ambos reclamos superan el patrimonio a dividir.

Diagrama 1

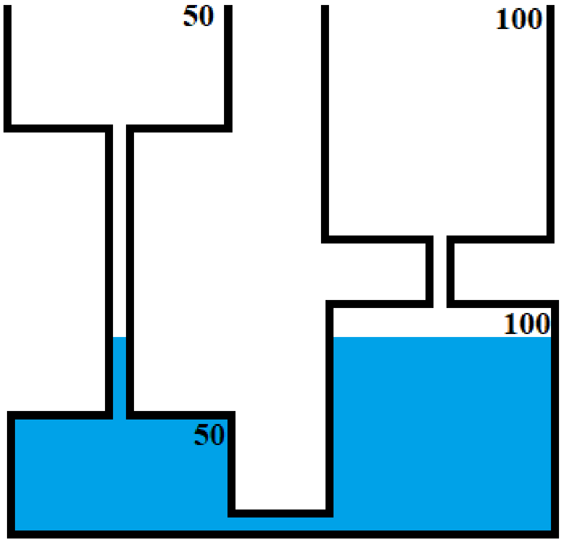


El líquido que fue volcado sobre uno de los recipientes logra pasar al otro a través del estrecho pasaje que hay entre ambos, alcanzando últimamente el mismo nivel en los dos.

Si se divide un patrimonio de 80 entre dos acreedores de 100 y 200, de acuerdo al principio de la prenda disputada, se encuentra que a cada uno le corresponde 40, ya que no hay suma que no esté disputada y pueda ser cedida al otro acreedor, por lo que el monto total es dividido entre ambos de manera equitativa (80/2 = 40). Como se puede observar en el Diagrama 1, esta cantidad es justamente lo que hay en ambos recipientes.

En el segundo caso, se supondrá que el patrimonio a dividir es de 140, mientras que las deudas siguen siendo las mismas que el caso anterior.

Diagrama 2

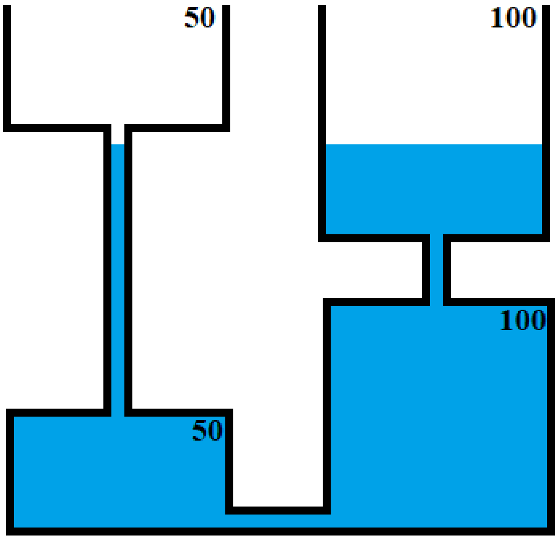


Se vuelca el líquido (patrimonio), y en este caso la parte inferior del recipiente más chico está llena, pero como se muestra en el Diagrama 2, el fluido no alcanza la parte superior. En este caso, el patrimonio es mayor que el reclamo más chico, pero menor que el reclamo más grande. Cuando se vuelca un volumen de 140 en los recipientes, uno se llenará por la mitad, mientras que el otro tendrá 90 unidades de fluido.

Si se calcula la forma de dividir este patrimonio entre los demandantes de acuerdo al principio de la prenda disputada, se encuentra que se corresponde con lo expuesto anteriormente en el Diagrama 2. En este caso, la suma que no está en disputa, y por lo tanto es cedida por el acreedor del monto menor, es de 40 unidades (140 – 100 = 40), y luego, los 100 restantes son divididos equitativamente, otorgando 50 unidades a cada uno. De esta forma, un demandante obtiene 50 y el otro 90.

En este tercer caso, se supondrá que el patrimonio es de 180, y las deudas siguen siendo de 100 y 200.

Diagrama 3



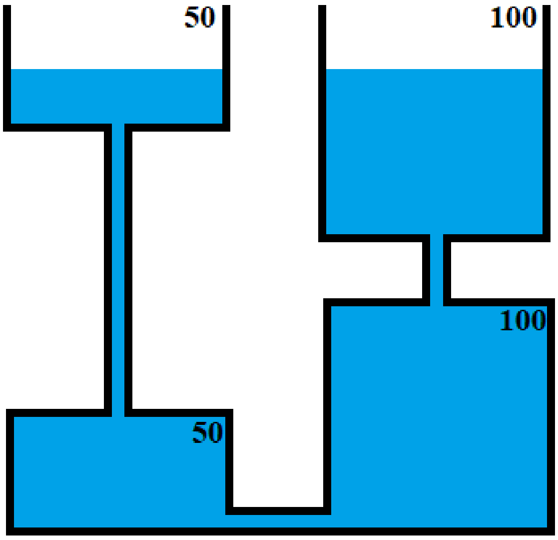
Como se puede apreciar en el Diagrama 3, al volcar el líquido en este caso, la parte inferior más pequeña también es llenada completamente, pero el fluido no alcanza la parte superior. El patrimonio es mayor que el monto menor, pero sigue siendo más chico que el monto mayor. A diferencia del caso anterior, el fluido logra llenar la parte inferior del segundo recipiente. Además, el líquido ocupa solo la mitad del recipiente y, de un total de 180 unidades, ocupa 130 del otro.

La división de acuerdo al principio de la prenda disputada es como sigue: la cantidad cedida es de 80 (ya que 180 – 100 = 80), por lo que el acreedor con la demanda que excede el patrimonio obtiene estos 80 sin disputárselos con el otro acreedor. Por otra parte, los 100 restantes son disputados entre ambos, por lo que se dividen equitativamente otorgando 50 a cada uno. De esta forma, el acreedor con la menor deuda recibe un total de 50 y el acreedor con la mayor deuda recibe un total de 130 (80 no disputados más 50 que fueron repartidos equitativamente).

Por último, en el cuarto caso, se supondrá que el patrimonio es de 240, mientras que las deudas siguen siendo de 100 y 200. En este caso, como muestra el Diagrama 4, el fluido alcanza la parte superior de ambos recipientes. Por otra parte, la suma de ambas deudas es igual a 300, y el patrimonio es igual a 240. Hay un faltante de 60 unidades de líquido el cual está representado por partes vacías de 30 unidades en cada recipiente.

El cálculo de la división correspondiente con el principio de la prenda disputada se condice con lo que se presenta en el diagrama. En este caso, se tienen 2 montos distintos que no son disputados. Por un lado, el demandante de menor monto le cede al otro una cantidad igual a 140 (240 – 100 = 140), los cuales recibe sin conflicto. Por otra parte, el demandante de mayor monto le cede al de menor monto una cantidad de 40, y esto es así porque el patrimonio excede a su deuda en un total de 40 unidades (240 – 200 = 40). Luego, se dividen equitativamente los 60 no disputados, obteniendo cada acreedor una cantidad de 30. Por ello, el acreedor de menor deuda recibe un total de 70 (40 + 30), mientras que el acreedor de mayor deuda recibe un total de 170 (140 + 30). Siendo esto lo que se muestra en el Diagrama 4.

Diagrama 4



Estos ejemplos permitieron ilustrar que, para dos acreedores, la construcción de los recipientes se corresponde exactamente con la división de un patrimonio E de acuerdo con el principio de la prenda disputada. Esto es así siempre y cuando $d_1 + d_2 \geq E$, ya que de otra forma, no habría necesidad de dividir el patrimonio, y se le podría otorgar a cada acreedor lo que le corresponde.

En base a esta demostración física, Aumann concluye dos cuestiones simples pero relevantes. Por un lado, si se volcara líquido en los recipientes y se les permite alcanzar su propio nivel, la cantidad de líquido en cada recipiente será igual a la cantidad de fluido que prescribe el principio de la prenda disputada. Por otro lado, si se desconectaran los dos recipientes y se volcara el líquido (de manera separada) que le corresponde a cada acreedor de acuerdo al principio de la prenda disputada, el fluido alcanzará la misma altura en ambos recipientes; y esto es así debido a la regla de los recipientes vinculados citada anteriormente, y por el hecho de que el principio de la prenda disputada determina inequívocamente cómo el patrimonio debe ser dividido entre los dos acreedores.

Estos ejemplos también se pueden verificar considerando la formalización planteada anteriormente en la sección 3.1.3:

$$x_i = \frac{E - (E - d_1)_+ - (E - d_2)_+}{2} + (E - d_j)_+$$

Donde el signo (+) representa que la expresión tiene un valor de 0 si $E - d_i < 0$

En el ejemplo 1, donde E = 80, d_1 = 100 y d_2 = 200, se obtuvo como resultado que x_i = 40 y x_j = 40. Esto se puede verificar de la siguiente manera:

$$x_i = \frac{80 - (80 - 100)_+ - (80 - 200)_+}{2} + (80 - 200)_+$$

$$x_i = \frac{80 - 0 - 0}{2} + 0 = 40$$

El mismo resultado se obtiene para x_j, siendo que ambas deudas exceden el patrimonio a dividir.

Por otra parte, utilizaremos esta fórmula para resolver el ejemplo 4, que posee mayor complejidad, y se verá que los resultados obtenidos son los que anticipa el principio de la prenda disputada, y los arribados en la explicación conceptual del ejemplo.

E = 240, d_1 = 100, d_2 = 200.

$$x_i = \frac{240 - (240 - 100)_+ - (240 - 200)_+}{2} + (240 - 200)_+$$

$$x_i = \frac{240 - 140 - 40}{2} + 40 = 70$$

Mientras que al individuo j le corresponde:

$$x_j = \frac{240 - (240 - 100)_+ - (240 - 200)_+}{2} + (240 - 100)_+$$

$$x_j = \frac{240 - 140 - 40}{2} + 140 = 170$$

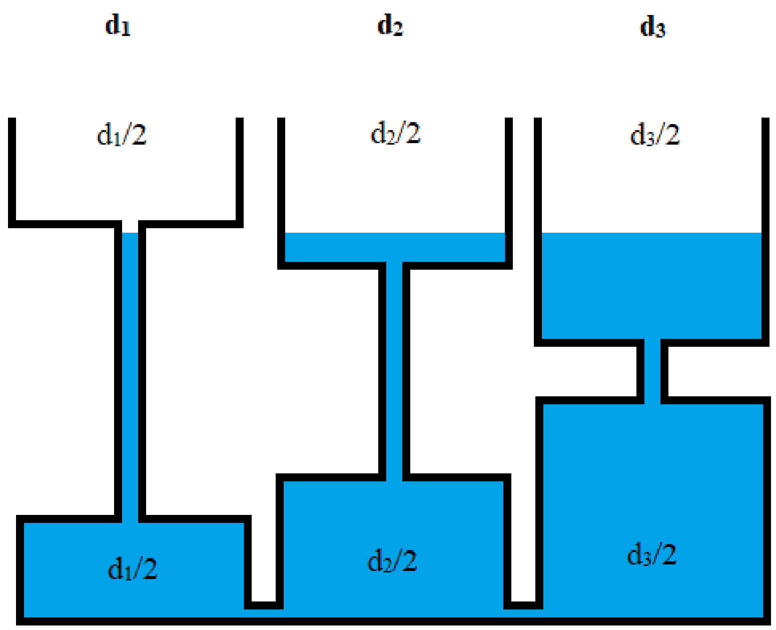
Por lo que se verifica de manera matemática el resultado hallado previamente. Lo mismo sucede en los demás ejemplos si se aplicara esta fórmula, siendo que fue tenida en cuenta implícitamente para la explicación conceptual. Por otra parte, la ventaja que proporciona esta formalización es la obtención del resultado de acuerdo al principio de la prenda disputada en los casos más complejos de resolver conceptualmente.

3.1.5. La prueba de que siempre hay una sola división CG-consistente

Sea E el patrimonio, y d_1, d_2, …, d_n los reclamos no negativos contra el patrimonio demandado por los acreedores 1,2, …, n. En donde, para ser una situación de bancarrota se debe cumplir que $E \leq d_1 + d_2 + \ldots + d_n$.

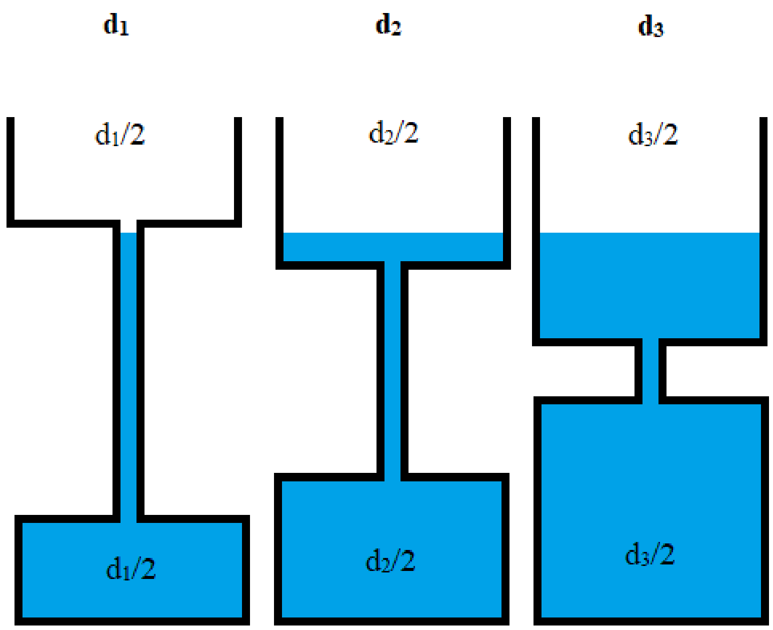
Para observar esto, se pueden construir n recipientes como los graficados en la sección anterior y conectarlos como se muestra en el siguiente diagrama (consideramos un n = 3).

Diagrama 5



Tanto la base como la altura de los recipientes debe ser la misma. Al volcar un fluido dentro de los recipientes, éste no rebalsará dado que $E \leq d_1 + d_2 + \ldots + d_n$. Además, el fluido se acomodará de acuerdo a la ley del “agua que busca su propio nivel”. Si se desconectan las tuberías que separan a los recipientes, se obtiene un diagrama como el siguiente (diagrama 6):

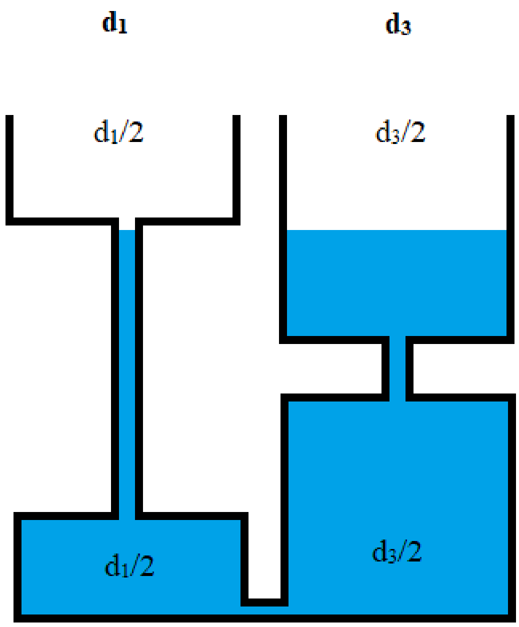
Diagrama 6



La cantidad de fluido en cada recipiente representa la porción que le corresponde a cada acreedor. Cabe destacar, que el fluido alcanza la misma altura en los tres recipientes.

Por otro lado, al tomar dos recipientes cualesquiera y conectarlos, se obtiene el siguiente resultado (diagrama 7):

Diagrama 7



Se puede observar que el fluido no fluye de un recipiente a otro, dado que la altura del fluido en ambos recipientes ya es la misma. Por lo tanto, el fluido en los recipientes i y j obedece la regla de los “recipientes vinculados”. Esto prueba que la porción que se propuso es consistente con el principio de la prenda disputada.

En conclusión, se arriba al siguiente teorema: *para cualquier número de acreedores y un patrimonio en una situación de bancarrota, siempre existe una porción del patrimonio que es consistente con el principio de la prenda disputada.*

Además, Aumann también afirma que esta forma de división es la única que es CG-consistente. Es decir: *existe una única manera de dividir el patrimonio E con los acreedores $d_1, d_2, \ldots, d_n$ que sea consistente con el principio de la prenda disputada y es el descrito en el teorema previo.*

Esto se puede probar de la siguiente forma: sea $e_1, e_2, \ldots, e_n$ una porción de E que es consistente de acuerdo al principio de la prenda disputada. Si se consideran recipientes como los previos, pero sin estar conectados (diagrama 6), luego de volcar cantidades de fluido $e_1, e_2, \ldots, e_n$, se pueden tomar dos de ellos (i y j) y conectarlos (diagrama 7). El fluido estará en el mismo nivel dado que la solución ($e_1, e_2, \ldots, e_n$) es consistente de acuerdo al principio de la prenda disputada. Dado que esto es cierto para cualquier par de recipientes (acreedores), el fluido alcanza el mismo nivel en todos los recipientes. Luego, si se reconectan los recipientes, se puede observar que la altura del fluido no cambia. Es decir, la división mostrada es idéntica a aquella obtenida cuando una cantidad de fluido igual al patrimonio es volcada en un sistema de recipientes vinculados.

3.1.6. Descripción explícita de una división CG-consistente

Además de la construcción de los recipientes y su correspondiente volcado de fluido, también se puede calcular la división de manera explícita. Este cálculo está dividido en dos partes. En primer lugar, si el patrimonio no excede la mitad de la suma de los reclamos, cada persona recibirá la misma cantidad, siempre y cuando esto no exceda la mitad que una persona reclama. En la *Mishná* que analiza Aumann (sección 3.1.2), en el caso que el patrimonio es de 200, este es menor que la suma de los tres reclamos (300). Por lo tanto, cada acreedor recibe la misma cantidad – 75 – excepto Keturá, que recibe 50 dado que no puede obtener más de la mitad de lo que demanda.

Esto se puede ver en la siguiente tabla (Tabla 1), donde los reclamos son de 100, 200 y 300. En este caso cuando el patrimonio es chico, es dividido equitativamente entre las viudas (como muestra la primera columna desde la izquierda). Es decir, cada unidad de dinero del patrimonio es dividido equitativamente entre todas las viudas. Es así hasta que la primera viuda obtenga la mitad de su contrato (como muestra la segunda columna desde la izquierda). En este punto el patrimonio es de 150. A partir de este escenario, cada unidad adicional de dinero es dividido equitativamente entre la segunda y tercera viuda (tercera columna desde la izquierda). Nuevamente, cada unidad monetaria es dividida entre la segunda y tercera viuda hasta que la segunda viuda obtenga la mitad de su contrato de casamiento. En este punto el patrimonio es de 250. Entonces, a partir de este escenario, cada unidad adicional de dinero es dada solamente a la tercera viuda (como muestra la quinta columna desde la izquierda). Por lo tanto, cada unidad adicional es dada a la tercera viuda hasta que ella obtenga la mitad de su contrato de matrimonio. En este punto el patrimonio es de 300.

Tabla 1:

					Patrimonio		
			150		250		300
	100	α	50	50	50	50	50
Reclamo	200	α	50	50 + β	100	100	100
	300	α	50	50 + β	100	150 + γ	150

Por otra parte, cuando el patrimonio excede la mitad de la suma de los reclamos, el cálculo se realiza de acuerdo a la pérdida de cada acreedor. Es decir, la diferencia entre su reclamo y lo que efectivamente se le paga. La regla, dice Aumann, es que todos los acreedores pierden la misma cantidad, siempre y cuando ninguno pierda más de la mitad de su reclamo. Por ejemplo, si los reclamos son como los planteados en la *Mishná*, cuando el patrimonio es de 400, Sará y Hagar pierden 75 cada una, mientras que la pérdida de Keturá está limitada a 50. En otras palabras, Sará recibe 225, Hagar 125 y Keturá 50.

Nuevamente, esto será mejor explicado con una tabla, que es presentada a continuación (Tabla 2), donde se supondrá que los reclamos son de 100, 200 y 300. Como se ha dicho previamente, en este caso se analizan las pérdidas. Si el patrimonio es 600 o más, no hay inconvenientes en dividirlo, ya que cada viuda recibirá lo que le corresponde (como muestra la primera columna desde la derecha). Pero, cuando el patrimonio es menor a 600 unidades, las viudas incurren en pérdidas iguales (segunda columna desde la derecha). Es decir, incurren en pérdidas iguales hasta que la primera viuda pierde la mitad de su contrato de matrimonio. En este punto el patrimonio es de 450 unidades. A partir de este escenario, cada unidad adicional de pérdida es dividida equitativamente solamente entre la segunda y la tercera viuda (cuarta columna desde la derecha), hasta que la segunda viuda pierda la mitad de su contrato de matrimonio. El patrimonio en este punto es de 350 unidades. Es a partir de este escenario que solamente la tercera viuda incurre en pérdida (sexta columna desde la derecha), hasta que ella pierda la mitad de su contrato, siendo el patrimonio de 300 unidades.

Tabla 2:

		Patrimonio						
		300		350		450		600
Reclamo	100	50	50	50	50	50	100 - α	100
	200	100	100	100	150 - β	150	200 - α	200
	300	150	200 - γ	200	250 - β	250	300 - α	300

Ciertamente, luego de analizar los diferentes casos y las formas en las que un patrimonio puede ser dividido entre todos sus acreedores (manteniendo el principio de que sea CG-consistente), esto puede ser generalizado a cualquier número de acreedores y para cualquier tipo de montos. Distinguiendo primeramente si el patrimonio a dividir es menor a la mitad del total de los reclamos, donde debe ser dividido en términos de ganancias, y, por otra parte, es dividido en términos de pérdidas si el patrimonio es mayor a la mitad de los reclamos.

En conclusión, este análisis muestra que el procedimiento para la división de un patrimonio (como el previamente descrito), resulta en una división consistente con el principio de la prenda disputada para cada par de acreedores. Siendo esto así, que con la utilización de cualquier otra división, habrá al menos un par de acreedores a quienes las cantidades que reciban no serán CG-consistente. Por lo tanto, cualquier división que se realice utilizando este método será consistente con el principio de la prenda disputada.

3.1.7. Conclusiones

Aumann en su trabajo ha logrado demostrar, mediante teoría de juegos y otras herramientas, que la postura de *Rabí Natán* en la *Mishná* no era ilógica ni arbitraria, sino que simplemente no poseía los métodos de formalización para sustentar su particular postura en la división de bienes. A partir de esto, Aumann logra deducir a qué se estaba refiriendo y lo demuestra, para luego explicar que se trata de algo más amplio, como es el caso de un método de división diferente a los habituales. Es decir, a partir de una postura de un sabio del *Talmud*, Aumann ha logrado sustentarla formalmente y explayarla a algo más general como es un caso de bancarrota.

Ciertamente, se ha logrado demostrar que, partiendo del principio de la prenda disputada, se pueden hallar soluciones alternativas para la división de bienes en el caso de bancarrota, que sean consistentes. Si bien no se puede establecer cuál es el mejor método de división de todos los existentes, cabe considerar que esta alternativa ya ha sido planteada en el *Talmud* como una forma "justa" y equitativa de división (partiendo de la división equitativa de la suma en disputa).

4. Un desarrollo original a partir del *Talmud*

En la sección anterior se ha explicado un *paper* de Aumann en el cual no solo logra dilucidar una postura del *Talmud* que no se había logrado entender, sino que también proporciona (en base a eso), un método de cálculo consistente y original para la división de bienes en caso de bancarrota. Principalmente, demuestra la utilidad que puede surgir de utilizar fuentes alternativas de conocimiento, e incluso aquellas que han sido discutidas y elaboradas hace casi 2000 años. Sorprende, también, que en aquellos tiempos hayan logrado desarrollar conceptos tan profundos de manera exclusivamente conceptual (siendo que no poseían las herramientas de la ciencia moderna).

Ciertamente, Aumann en su trabajo analiza una sola discusión de la *Guemará*, pero hay cientos, y en cada una de ellas se pueden encontrar elementos que sean de utilidad en la actualidad (no solo en términos específicamente académicos como los aquí abordados). A partir de esto, en este apartado se buscará combinar elementos del *Talmud* con teoría de juegos, en base al capítulo 6 del tratado *Bava Metzia* de la *Guemará*. Si bien en este trabajo no se cuentan con las herramientas talmúdicas ni académicas para resolver una discusión pendiente del *Talmud*, sí se confía en que se podrán obtener resultados cuanto menos interesantes con el análisis de este capítulo de la *Guemará* al ser combinado con herramientas económicas.

4.1. Introducción al capítulo 6 del tratado *Bava Metzia*

Para comenzar, se considera pertinente traducir una gran parte de esta *Mishná*, aunque luego se hará uso de solo una porción de ella, pero es relevante la consideración del capítulo en una forma más amplia para comprender el contexto del mismo[4]. Sin embargo, teniendo en cuenta que su correspondiente *Guemará* es sumamente extensa, solo se hará mención y traducción a las partes que sean de mayor interés para el desarrollo de este trabajo[5].

La *Mishná* del capítulo 6 del tratado *Bava Metzia* trata acerca de las leyes respecto de la contratación de trabajadores y animales domésticos. Comienza hablando de varias situaciones en las cuales los trabajadores o empleadores fallan en acatar con los términos de su acuerdo: "Si alguien contrató artesanos[6,] y ellos se engañaron uno al otro, no tienen nada más que una queja entre ellos, y la parte engañada no tienen ningún tipo de reclamo monetario. Si uno contrató un conductor de burro o un conductor de carreta, para transportar madera para la construcción de un dosel nupcial, o para llevar flautas para la novia o el difunto[7], o si uno contrató trabajadores para remover su lino de aguas

[4] Cabe recordar que el texto original es en hebreo, por lo que se buscará que la traducción sea lo más fiel posible a la original.

[5] De todas formas, si el lector desea adentrarse en la compleja lectura de esta *Guemará*, se lo invita a que lea su versión traducida al inglés en el siguiente enlace: https://www.sefaria.org/Bava_Metzia.76a?lang=bi

[6] El *Talmud* generalmente menciona dos tipos de trabajadores: un "jornalero" y un "contratista". Donde el primero es contratado por día mientras que el segundo es contratado para un trabajo determinado. En este caso, se utiliza el término "artesanos" para denotar a ambos tipos de trabajadores.

[7] Las flautas eran tocadas durante el casamiento para traer alegría al novio y la novia, o eran tocadas en un funeral para llorar al difunto. Si bien el incumplimiento de los trabajadores con esta tarea no le produciría a la familia (empleadores) una pérdida monetaria, se considera que dado que estos objetos son útiles

empinadas, o si los contrató para hacer cualquier cosa, la cual si no es llevada a cabo implicaría una pérdida, y ellos renegaron de su compromiso y se negaron a trabajar, la ley es como sigue: en un lugar donde no hay otras personas que el empleador pueda contratar a un salario similar, el empleador puede contratar otros trabajadores, incluso a salarios exorbitantes, para remplazar a los primeros trabajadores, y los primeros trabajadores deberán subsidiar estos salarios; o el empleador podrá engañar a los primeros trabajadores para que trabajen para él[8]."

Si bien en este trabajo se desarrollará principalmente el caso en el que la pérdida por incumplimiento es irrecuperable (como los casos expuestos anteriormente en la *Mishná*), el capítulo sigue planteando una cuestión interesante que se considera pertinente traducir para una mejor comprensión de toda esta *Mishná* (si bien no se trata de un caso de una pérdida irrecuperable, que es el que será tratado en este trabajo): "Si uno contrató artesanos y en el medio de la labor reniegan de su compromiso y se negaron a completar el trabajo, tienen la "mano baja"; es decir, sus salarios son calculados en la manera menos favorable para ellos[9]." Luego, la *Mishná* sigue diciendo: "Si el empleador reniega de su compromiso y no les permite a los trabajadores completar la tarea asignada a ellos, él tiene la "mano baja"; es decir, los salarios que pagará serán de la forma menos favorable para él." Así, la *Mishná* concluye: "Cualquier trabajador que se desvía de las especificaciones de su tarea, tiene la "mano baja" en el reclamo de la compensación por su trabajo, y cualquiera que reniega de su compromiso [ya sea empleador como empleado] tiene la "mano baja".

A partir de esta *Mishná*, la *Guemará* comienza a discutir y elaborar opiniones respecto de cuáles son las situaciones y formas en las que esta ley debe ser cumplida. También,

---

solamente en un momento determinado (y no después), se estima que la familia tuvo una gran y significativa pérdida, aunque se trate de una que no pueda ser medida en términos monetarios.

[8] La *Guemará* se encargará de discutir y especificar las formas y circunstancias en la que los trabajadores que incumplieron deberán subsidiar el salario de los nuevos, y también la manera de cómo el empleador puede engañarlos para que retomen su trabajo.

[9] Como el trabajador renegó en mitad del trabajo, será compensado, obviamente, solo por la parte del trabajo que completó. Hay, sin embargo, dos formas concebibles de calcular el pago, y dependiendo de la circunstancia, cada una arroja un resultado diferente. La primera es simplemente prorratear su salario: si el trabajador hizo la mitad del trabajo, se le paga la mitad del salario acordado. La segunda manera, es pagarle todo el salario menos la cantidad que sea necesaria por el empleador para contratar a alguien que termine el trabajo. La diferencia entre ambos métodos surge cuando el precio del trabajo disminuye o aumenta en el tiempo en el que fueron contratados y en el que renuncian. En estos casos, la *Mishná* enseña que el salario será calculado de acuerdo al método que más le convenga a la ventaja del empleador y a la desventaja del trabajador. A esto se refiere con que una de las partes tiene la "mano baja".

explica los motivos y circunstancias en las que opera esta ley, dado que en muchos casos (traídos luego por la *Guemará*), no se trata de un simple incumplimiento de un compromiso de trabajo, y es por eso que se requiere de una explicación más detallada y sofisticada, que fue incorporada por los sabios en las discusiones de la *Guemará*.

En este trabajo, partiendo de la *Mishná* y su respectiva *Guemará*, se elaborarán dos modelos económicos utilizando teoría de juegos. Por un lado, a partir de la frase "y ellos se engañaron uno al otro, [...] no tienen ningún tipo de reclamo monetario" se desarrollará un pequeño modelo de seguros, con el objetivo de observar si darles esta alternativa a los trabajadores influye en su decisión, y por otro lado, a partir de cómo resuelve la ley que "el empleador podrá engañar a los primeros trabajadores para que trabajen para él", se desarrollará y elaborará un modelo que represente esta situación de manera estratégica, mediante teoría de juegos, para ver cuál es el resultado que predice la ciencia moderna y si se condice con lo que plantea el *Talmud*.

4.2. Modelo de seguros basado en el *Talmud*

En este apartado, se desarrollará un modelo de seguros para determinar si la alternativa de asegurarse influye en las decisiones de los trabajadores a la hora de optar por una propuesta laboral. Como se dijo anteriormente, se elaborará a partir de la explicación que proporcionan los sabios a la frase "y se engañaron uno al otro", la cual será explicada y detallada en la siguiente sección.

El principal objetivo de este modelo es ir un poco más allá de lo que presenta el *Talmud* y proporcionar una aparente solución al conflicto planteado en la *Mishná*. Ciertamente, el *Talmud* nos brinda cómo debe cumplirse la ley en estos casos, por lo que el objetivo de este trabajo es evitar que surja el problema, o al menos propiciarle una alternativa a los trabajadores en caso de que resulten engañados, dado que en dicho contexto no tienen posibilidad para un reclamo monetario, por lo que consideramos que un sistema de seguros puede ser una solución para este conflicto.

4.2.1. Explicando la primera parte de la *Guemará*

La *Mishná* comienza diciendo "y se engañaron uno al otro", pero debido al lenguaje de la *Mishná*, no queda inmediatamente claro si se refiere a que un empleador y un trabajador se engañaron mutuamente o si los trabajadores se engañaron entre ellos. Es por eso que en primer lugar la *Guemará* buscará clarificar este punto, y llegando a una primera conclusión que por modismos del lenguaje hebreo (que resultan difíciles de traducir literalmente y que cobren sentido), se trata de un caso en el que los trabajadores se engañaron entre ellos (un trabajador engañó a otro trabajador).

Luego, la *Guemará* busca descifrar cuál es específicamente el caso que tuvieron en cuenta los *Tanaim* (sabios de la época de la *Mishná*) al plantear este caso en la ley. Si bien la discusión es sumamente extensa y compleja, se intentará resumirla de la forma más simple y sencilla posible. A pesar de que se traten diversas opiniones respecto de este mismo tema (con sus correspondientes críticas realizadas por otros sabios), se presentará aquella que se considera relevante para el desarrollo del modelo[10].

En primer lugar, los sabios opinan que se trata de un caso en el que un empleador contrata a un trabajador para que contrate a otros trabajadores, siendo este "contratista" (el trabajador que contrata a otros trabajadores) quien engaña a los trabajadores, y es por eso que la *Mishná* se refiere a "los trabajadores que se engañaron uno al otro". En segundo lugar, discuten acerca de cómo y cuál es el caso específico en el que fueron engañados y por qué motivo no tienen derecho a un reclamo monetario, ya que, si efectivamente fueran engañados de una manera "convencional", es decir, si el contratista dijo que él mismo iba a pagarles ese salario e incumplió con su palabra, ellos podrían hacer dicho reclamo, ya que está contemplado por la ley. Por ello, explican que fue el contratista quien los engañó cuando éste no es quien les paga el salario. Esto es, cuando el empleador le pidió que contrate trabajadores por 3 unidades monetarias, el contratista les ofreció 4 unidades monetarias, y ellos decidieron aceptar el trabajo, pero no es el contratista quien les pagará por su labor, sino el empleador, que le había dicho al contratista que pagaría 3 unidades monetarias (el contratista no tenía responsabilidad alguna para ofrecer un mayor salario).

Ciertamente, la *Guemará* discute esta postura y plantea otras alternativas. Si bien no serán tratadas en este trabajo debido a su extensión, cabe resaltar que la principal crítica que se le hace a esta opinión es la siguiente: los sabios plantean que se debe considerar por qué salario son contratados otros trabajadores normalmente. Si el salario tradicionalmente es de 4 unidades monetarias (lo ofrecido por el contratista), entonces los trabajadores

[10] De hecho, luego se mostrará que esta postura es rechazada posteriormente en la *Guemará*, pero aun así ha sido considerado de interés y relevancia para el desarrollo en este trabajo.

efectivamente pueden reclamar que se les pague esa unidad monetaria adicional, ya que ese es el salario comúnmente pagado. Por otra parte, si el salario normalmente pagado es de 3 unidades monetarias, entonces los trabajadores no tienen derecho a reclamar la unidad monetaria adicional, ya que de todas formas no es lo que corresponde pagar por ese trabajo, y tampoco podrán reclamarle al contratista. Es a partir de esta crítica, que comienzan a discutir otros casos posibles, como es la alternativa de que varíe la tasa de salario convencional, o que se trate de una persona que es dueña de sus propios campos y lo contratan para trabajar por un salario más elevado que el convencional, siendo esto así que él únicamente aceptó el trabajo debido al pago más alto, ya que no tiene la necesidad de trabajar por un salario convencional.

A partir de estas posturas, es decir, incorporando la opinión del "salario convencional" al contratista que engaña a otros trabajadores, comienzan a discutir respecto de las formas en cómo fueron contratados los obreros. Esto es, explican que es relevante saber qué les dijo el contratista cuando les ofreció el trabajo, y, por otra parte, de qué manera aceptaron los trabajadores (por ejemplo, si estos dijeron que harían de acuerdo a lo que él dice – el contratista – o si aceptaban de acuerdo a lo que dijo el empleador, a pesar de no saber qué fue lo que dijo). Esto deriva en que relacionan las responsabilidades de cada parte por como lo resuelve otra *Guemará* en la cual se trata el tema del divorcio, y cuáles son las potestades que tiene cada parte. Es decir, explican que la esposa puede contratar a alguien para que busque el *get* (contrato de divorcio) a lo de su futuro divorciado. Debido a esto, la situación se torna compleja ya que el divorcio es efectivo cuando el *get* llega a las manos de la esposa o si la esposa le transfirió la potestad a su empleado para que éste tenga el poder de que el divorcio se efectivice ni bien éste reciba el *get* (y no cuando se lo lleve a su empleadora). Es por eso, que el esposo al transferir el *get* al empleado de su futura divorciada, no sabe si éste tiene la potestad de aceptar el divorcio o simplemente es un mensajero (ya que a pesar de lo que le diga, no sabrá si lo está engañando o no, al igual que en el caso de los trabajadores). Muchas discusiones se dan en torno a cómo se resuelve esto, las cuales no serán tratadas aquí ya que no representan un particular interés, pero cabe destacar que incide en la resolución si el marido confía en la palabra del mensajero o no lo hace, por lo que extrapolan esta resolución al caso del contratista.

En base a esto, la *Guemará* sigue discutiendo y concluye descartando que lo que plantea la *Mishná* se trate del caso en el que un trabajador engaña a otros. Si bien afirman que se adjudica a un conflicto de confianza entre empleador y trabajador, concluyen que la palabra “engañaron” debe ser interpretada como “renegaron”, haciendo referencia a que “renegaron de su trabajo”. Esto es, de acuerdo a esta respuesta, la *Mishná* se refiere a que cuando los trabajadores se niegan a trabajar, o el empleador se niega a dejarlos trabajar, la parte afectada no tiene derecho a un reclamo monetario contra la otra. Luego, la *Baraita* se encargará de explicar que se trata únicamente de casos muy específicos, los cuales no serán traídos en este trabajo.

En conclusión, a pesar de que la postura en la que un contratista que engaña a otros trabajadores es rechazada posteriormente en la *Guemará,* como se ha explicado anteriormente, resulta de sumo interés su análisis y estudio, ya que mediante un modelo de seguros se buscará determinar si se puede solucionar el conflicto del engaño, y a pesar de que no es la resolución al caso específico tratado en esta *Guemará,* es un inconveniente que puede acontecer e incluso ser generalizado a otros aspectos del *Talmud* y la cotidianeidad.

4.2.2. Desarrollo del modelo

Se elaborará a partir de la opinión que surge en esta *Guemará* respecto de “y se engañaron uno al otro”, que afirma que se trata de un caso en el cual un contratista – un empleado que fue contratado para contratar a otros empleados – engaña a los trabajadores a los cuales contrata, ofreciéndoles un pago mayor del que les va a pagar el empleador. Si bien esta postura es luego refutada por la *Guemará,* en términos de que no es esto específicamente a lo que se referían en la *Mishná,* resulta interesante modelizar esta situación con la consideración de que los trabajadores tengan la posibilidad de asegurarse con un agente externo, el cual les pagará en caso de que el salario ofrecido por el contratista (x) sea mayor que el efectivamente pagado por el empleador (y). Es decir, el seguro les pagará una cuantía que varíe entre la diferencia de x - y, donde x > y.

Mediante un análisis de teoría de juegos[11], se buscará determinar dos cuestiones sumamente relevantes para la toma de decisiones de los empleados. Por un lado, bajo qué circunstancias le conviene al trabajador asegurarse, y por el otro, determinar la relación

[11] Se recomienda la lectura de cualquier libro o manual al respecto para mayor comprensión de los temas teóricos a tratar. Por ejemplo, se sugiere el libro “Game Theory in Action” de los autores Schecter y Gintis.

entre el precio de una unidad de seguro y lo que debería pagarse por unidad en caso de que el contratista incumpla con su palabra.

Se desarrollará un modelo con información incompleta. Esto es, el contratista será tenido en cuenta como si actuase la "naturaleza", ya que los empleados no saben qué tipo de persona es, por lo que se considerará con probabilidad de α de que sea de tipo cumplidor y probabilidad 1-α en el caso de que se trate de tipo no cumplidor. Por lo tanto, si es cumplidor, el pago recibido por los trabajadores será el pactado y si es no cumplidor, el pago que recibirán no será el ofrecido por el contratista, sino que será uno menor.

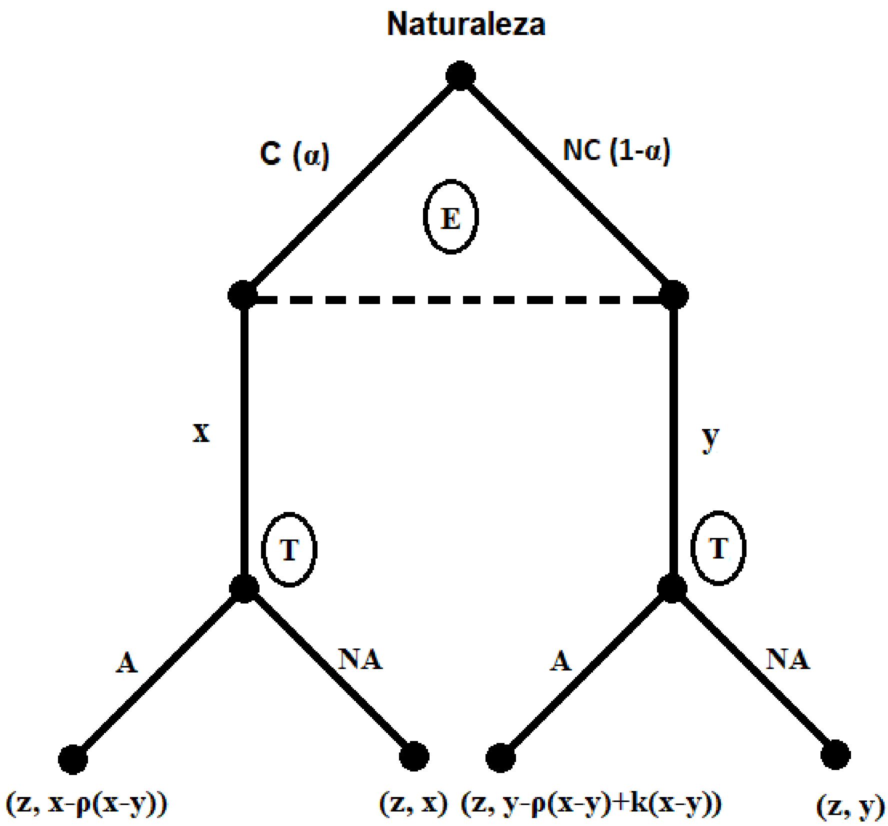
Dado que los empleados no saben a qué se están enfrentando, por lo que desconocen si recibirán un pago menor del pactado, se les proporciona implícitamente la posibilidad de asegurarse con un agente externo para obtener mediante un seguro ese dinero adicional que no se les pagó. Es decir, no se incorporará directamente al modelo un agente asegurador (como si se tratase de un jugador más), sino que simplemente los empleados tienen como estrategia frente a la aleatoriedad de la naturaleza la posibilidad de asegurarse o no hacerlo, y es a partir de esta estrategia que se determinarán los pagos correspondientes a los trabajadores.

En primer lugar, se considera pertinente la presentación de las variables a considerar, que luego serán utilizadas en el desarrollo del modelo:

- E: empleador (contratista)
- T: trabajador
- C: tipo "cumplidor" de E
- NC: tipo "no cumplidor" de E
- x: pago pactado
- y: pago no pactado (donde $x>y$)
- α: probabilidad de que E sea de tipo C
- 1-α: probabilidad de que E sea de tipo NC
- z: pago de la realización de la tarea para E
- ρ: costo de una unidad de seguro
- k: pago por unidad asegurada
- A: asegura
- NA: no asegura

Luego, se considerará que el cálculo del pago para asegurarse es determinado en base a la diferencia entre x e y, esto es, el pago pactado y el pago no pactado, multiplicado por el costo de una unidad de seguro (ρ). En el caso del pago del seguro al empleado, será la diferencia entre lo pactado y no pactado, multiplicado por el pago por unidad asegurada (k). Tanto el pago pactado como el no pactado al momento del cálculo serán considerados en su "potencial", esto es, al momento de tomar la decisión se calculará la diferencia de cuánto se les ofreció y cuál es el salario que efectivamente se les pagará, para que de esta forma siempre se cumpla que x > y.

En base a estas variables y en consideración con el modelo conceptual descrito anteriormente, se arriba a un árbol de decisión como el siguiente:



Se puede ver de una manera sencilla en este árbol cuáles son las alternativas que tiene el trabajador a partir de la incertidumbre de desconocer el tipo de su empleador (contratista), y cuáles serán los pagos correspondientes en cada uno de los casos. Esto es, el trabajador tiene la posibilidad de asegurarse en cualquiera de los casos, pero la dificultad de la decisión radica en que no sabe el tipo del empleador que lo está contratando. Por eso, en caso de que la "naturaleza" sea de tipo cumplidor, con una probabilidad de α, si el obrero optó por asegurarse, su pago será el que reciba por el cumplimiento de su trabajo (x) menos lo que haya pagado para asegurarse (ρ(x-y)), siendo que el seguro no se hará efectivo en este caso porque se le pagó lo pactado. Por otra parte, si ante este escenario de la naturaleza el trabajador decide no asegurarse, su pago será el que reciba por el cumplimiento de su labor. Por otro lado, si se enfrenta a un empleador de tipo no cumplidor, el resultado de asegurarse será diferente, ya que el seguro se hará efectivo. Esto es, se le descontará de su pago total (y) que es menor al pactado (y<x), una diferencia del monto por asegurarse (ρ(x-y)), y se le sumará el pago que le proporciona el seguro (k(x+y)). Mientras que en el caso de que no se asegure frente a este escenario, su pago será de y, que es menor al pactado (x). Por último, se supone que al empleador (contratista) le es indiferente el resultado de sus empleados, siempre y cuando cumplan con su trabajo, por lo que su pago será siempre el de z. Además, se supone que el pago se efectiviza una vez completado el trabajo, por lo que los empleados no sabrán si son engañados o no hasta que hayan cumplido con su labor.

A partir de este árbol se sabe cuáles serán los pagos recibidos en cada caso, por lo que resta saber en qué casos se asegurará el trabajador y, por otro lado, cuál es la relación entre el precio de una unidad de seguro y lo que se pagaría por unidad de seguro en caso de que el empleador no pague lo pactado.

El trabajador elegirá asegurarse sí y solo sí el valor esperado de asegurarse es mayor o igual que el valor esperado de no asegurarse. Esto es:

$VE(A) \geq \alpha x - \alpha\rho(x-y) + (1-\alpha)y - (1-\alpha)\rho(x-y) + (1-\alpha)k(x-y)$

$\mathrm{VE}(NA) \geq \alpha x + (1-\alpha)y$

Donde para que el trabajador elija asegurarse se debe cumplir que VE(A) ≥ VE(NA):

$$\alpha x - \alpha\rho(x-y) + (1-\alpha)y - (1-\alpha)\rho(x-y) + (1-\alpha)k(x-y) \geq \alpha x + (1-\alpha)y$$

$$-\alpha\rho(x-y) - (1-\alpha)\rho(x-y) + (1-\alpha)k(x-y) \geq 0$$

$$\rho(x-y)(-\alpha - 1 + \alpha) + (1-\alpha)k(x-y) \geq 0$$

$$-\rho(x-y) + (1-\alpha)k(x-y) \geq 0$$

$$(x - y)(-\rho + (1 - \alpha)k) \geq 0$$

$$(1 - \alpha)k \geq \rho$$

$$\boldsymbol{(1 - \alpha) \geq \frac{\rho}{k}}$$

Es decir, que la empresa de seguros, para pagar lo mínimo posible, ofrece:

$$\boldsymbol{(1 - \alpha) = \frac{\rho}{k}}$$

Para comprender mejor su significado, se mostrarán un par de ejemplos numéricos:

Ejemplo 1: se supondrá que el costo por unidad asegurada es de ρ = 1 y la probabilidad de que el empleador sea NC (1-α) = 0.4.

$$0.4 = \frac{1}{k}$$

$$k = \frac{1}{0.4}$$

$$k = 2.5$$

Se puede observar que el monto que pagará el seguro al trabajador bajo estas condiciones es de 2.5$ por unidad asegurada.

Ejemplo 2: se supondrá que la probabilidad de que el empleador sea de tipo no cumplidor permanece igual que el ejemplo anterior (1-α) = 0.4, con la diferencia de que el costo por unidad de seguro (ρ) se duplica (ρ=2)

$$k = \frac{2}{0.4}$$

$$k = 5$$

En este caso, el pago por unidad asegurada también se duplica.

Ejemplo 3: se supondrá que ρ = 1 (al igual que el ejemplo 1), pero se considerará un 1-α = 0.8. Es decir, que hay un 80% de probabilidades de que el empleador sea de tipo no cumplidor.

$$k = \frac{1}{0.8} = 1.25$$

En este caso, el pago será de 1.25$ por unidad asegurada, por lo que disminuye a medida que aumenta la probabilidad de que el empleador sea de tipo NC (1-α).

4.2.3. Conclusiones del primer modelo

Resulta interesante destacar que a medida que aumenta la probabilidad de que el empleador (contratista) sea de tipo no cumplidor, el pago ofrecido por el seguro será menor (y viceversa). Lo cual es compatible con las nociones básicas de riesgo (a menor riesgo, menor pago). Esto es, si se sabe que el contratista suele ser de tipo no cumplidor, el seguro tendrá esto en consideración y le pagará al trabajador una menor cuantía por unidad asegurada, ya que es más probable que el "daño" se produzca. Por otra parte, siendo que el asegurador no busca perder dinero, para hacer frente a una mayor probabilidad de ocurrencia bajará la tasa de pago por unidad asegurada.

Por otro lado, una conclusión obtenida a partir del modelo previo es que si el costo por unidad de seguro (ρ) se duplicara, el monto a pagar por unidad asegurada (k) también lo hace (si permanece todo lo demás constante), por lo que se puede ver que el principal determinante del pago del seguro es la probabilidad de ocurrencia de que el contratista sea de tipo no cumplidor, es decir, la probabilidad de ocurrencia del pago por parte del seguro (siempre y cuando el trabajador haya optado por asegurarse).

En conclusión, si bien en la realidad resulta difícil determinar las probabilidades de ocurrencia del incumplimiento (por lo que los seguros optarán por pagar una menor cuantía por unidad asegurada), este modelo permite observar cómo incide en las decisiones de los trabajadores la incorporación de la posibilidad de asegurarse frente al engaño por parte de su empleador (contratista). Por otra parte, se consideró interesante la incorporación de este modelo en el trabajo ya que se trata de un modelo de seguros no convencional; debido a que normalmente el pago del seguro es respecto a un daño provocado (generalmente a un bien), mientras que en este caso se trata de una ganancia no obtenida (se le prometió al trabajador x y se le pagó y, donde y<x). Además, cabe recordar que este modelo está basado en una problemática planteada en el *Talmud*, la cual dependiendo de las circunstancias podría evitarse al brindarle a los trabajadores la alternativa de asegurarse frente al incumplimiento de su empleador (contratista).

4.3. Explicando la ley del *Talmud*

A diferencia del apartado anterior donde se buscó modelizar una de las opiniones surgidas en la discusión de la *Guemará*, aquí se pretende explicar y modelizar una de las formas en las que se resuelve la ley en el capítulo 6 del tratado *Bava Metzia*. Esto es, se hará hincapié en la parte de la ley que afirma que "el empleador podrá engañar a los primeros trabajadores para que trabajen para él". Si bien la ley resulta de una ardua y compleja discusión entre los distintos casos a considerar y bajo qué circunstancias el empleador tiene permitido obrar de acuerdo a esta ley (engañando a los trabajadores), cabe destacar que en este trabajo no se busca desarrollar de una manera completa la *Guemará*, entrando en cada detalle de la discusión, sino más bien utilizarla como herramienta complementaria de análisis[12].

Previo al análisis y desarrollo del modelo, se debe explicar de qué manera se resuelve esta ley, es decir, a qué se refiere con "engañar" y bajo qué circunstancias. La *Baraita* explica que ante una situación en la que el empleador obtiene pérdidas por la interrupción del trabajo, éste tiene dos posibilidades: por un lado, puede contratar otros trabajadores a expensas de los anteriores, y por el otro, tiene la posibilidad de engañarlos para que retomen su trabajo. Aquí, se desarrollará la parte de la ley que le permite al empleador engañar a los trabajadores, mientras que la alternativa de contratar a otros empleados a expensas de los primeros será dejada de lado en el análisis de este trabajo.

Resumidamente, la ley resuelve la posibilidad de que el empleador engañe a sus trabajadores para que continúen su labor en el caso de que no haya otros trabajadores que puedan realizar ese trabajo (ya sea por lo específico del mismo, como por cuestiones de falta de obreros en la zona). Por otra parte, cabe destacar que la ley permite esta alternativa únicamente en el caso de que se trate de una pérdida irrecuperable (como plantea en el caso de las flautas para la boda), y solamente si el empleado no tiene una causa de fuerza mayor que justifique su incumplimiento (por ejemplo, el fallecimiento de un familiar o que el trabajador esté enfermo).

Ahora bien, una vez explicadas las situaciones en las que está permitido obrar de esta forma según la ley, resta definir a qué se refiere específicamente el *Talmud* con "engañar".

[12] La explicación aquí brindada es sumamente resumida y condensada, por lo que se invita al lector interesado en profundizar en este campo que lea la discusión directamente de la *Guemará*.

Esto es, sencillamente, que el empleador les ofrezca un pago mayor para que completen su trabajo (el cual renegaron en algún punto), y luego les paga lo primeramente acordado[13].

4.3.1 Modelizando la ley del *Talmud*

En este caso, el modelo a realizar será uno que tome la ley del *Talmud* y la plantee de manera estratégica de acuerdo a la teoría de juegos. Es decir, no será como en el modelo previo en el cual se realizó un agregado distinto de lo que planteaba una de las opiniones de la *Guemará*, sino que se buscará modelizar la situación que determina la ley y, en base a esto, comprobar si los resultados, arribados con la implementación de una herramienta que permite modelizar las estrategias de los agentes, se condice con lo planteado conceptualmente en el *Talmud*.

Para esto se tendrá en consideración un modelo en el cual hay dos agentes, un empleado y un empleador, donde el empleado comenzará decidiendo si elige trabajar o no hacerlo (una vez que ya se ha determinado el contrato y el salario está fijado), por lo que, en caso de que el trabajador decida negarse a trabajar, el empleador podrá ofrecerle una nueva oferta salarial. Es a partir de allí que el empleado, sin saber si el empleador decidirá o no engañarlo, podrá elegir si aceptar o no la nueva oferta salarial y a partir de allí el empleador decidirá si pagarle la nueva oferta salarial o la original. Por otra parte, se supondrá una tasa de descuento en la renegociación (ρ), ya que no es lo mismo el pago que reciba el trabajador en una primera instancia que luego de la renegociación por otra oferta salarial. Además, se supondrá que esta tasa de descuento ρ también afectará el pago del empleador, ya que se podría considerar como una pérdida debido a la renegociación (por ejemplo: el estrés provocado por la renegociación genera que su pago pierda valor). Por último, se supondrá que el obrero renegará de su trabajo luego de haber realizado al menos una pequeña parte, por lo que siempre recibirá un pago (mínimo) por lo trabajado, mientras que el empleador solamente recibirá un pago cuando se haya completado el trabajo (caso contrario, se supondrá un pago nulo).

---

[13] Resulta interesante que incluso la ley va más allá de esto, a tal punto de permitirle al empleador, una vez pagada la unidad adicional, la posibilidad de exigirles a los trabajadores que le devuelvan el monto extra de salario.

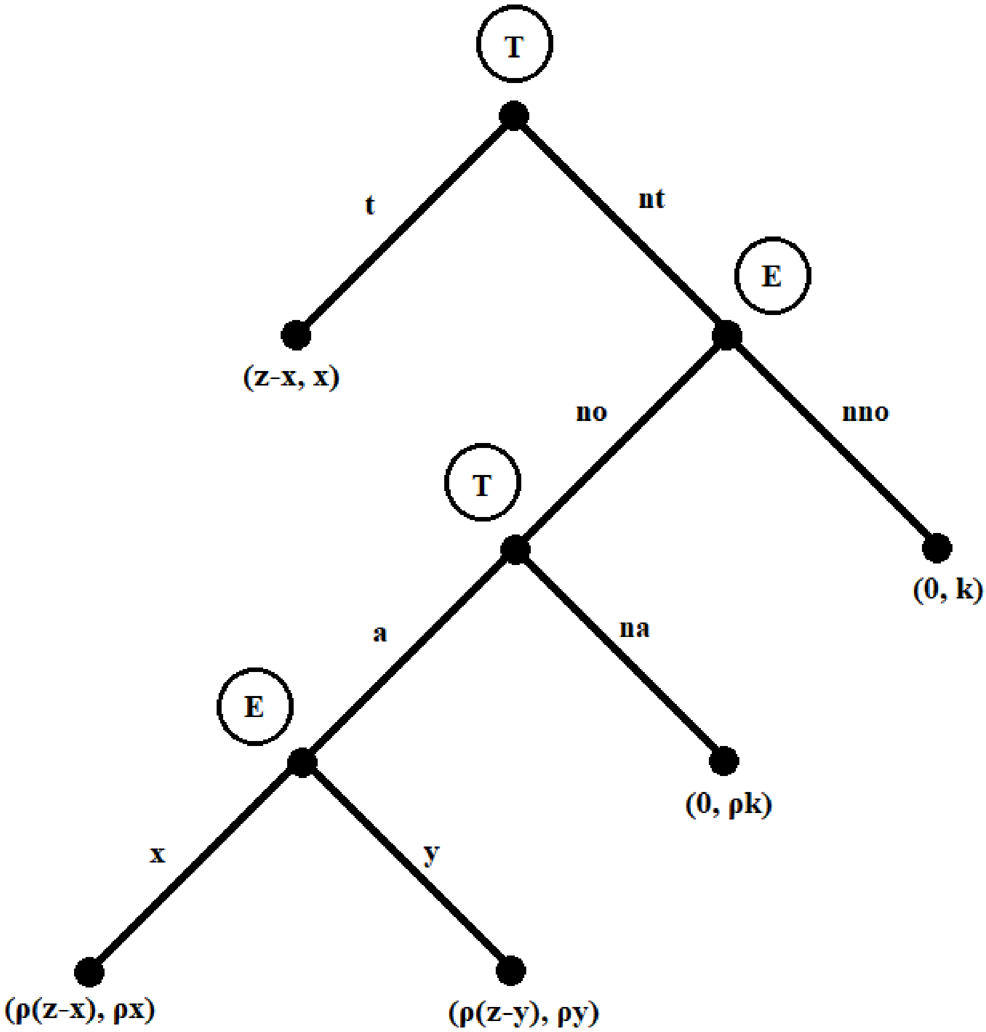
Previo al desarrollo del árbol de decisión, se presentarán las variables a utilizar en el modelo:

- E: empleador
- T: trabajador
- t: cumple el trabajador (T)
- nt: no cumple el trabajador (T)
- x: pago del cumplimiento original
- y: pago ofrecido en segunda ronda
- z: pago de la tarea
- no: nueva oferta
- nno: no nueva oferta
- a: T acepta
- na: T no acepta
- k: pago del T si no hace la tarea[14]
- ρ: tasa de descuento en la renegociación ($\rho<1$)

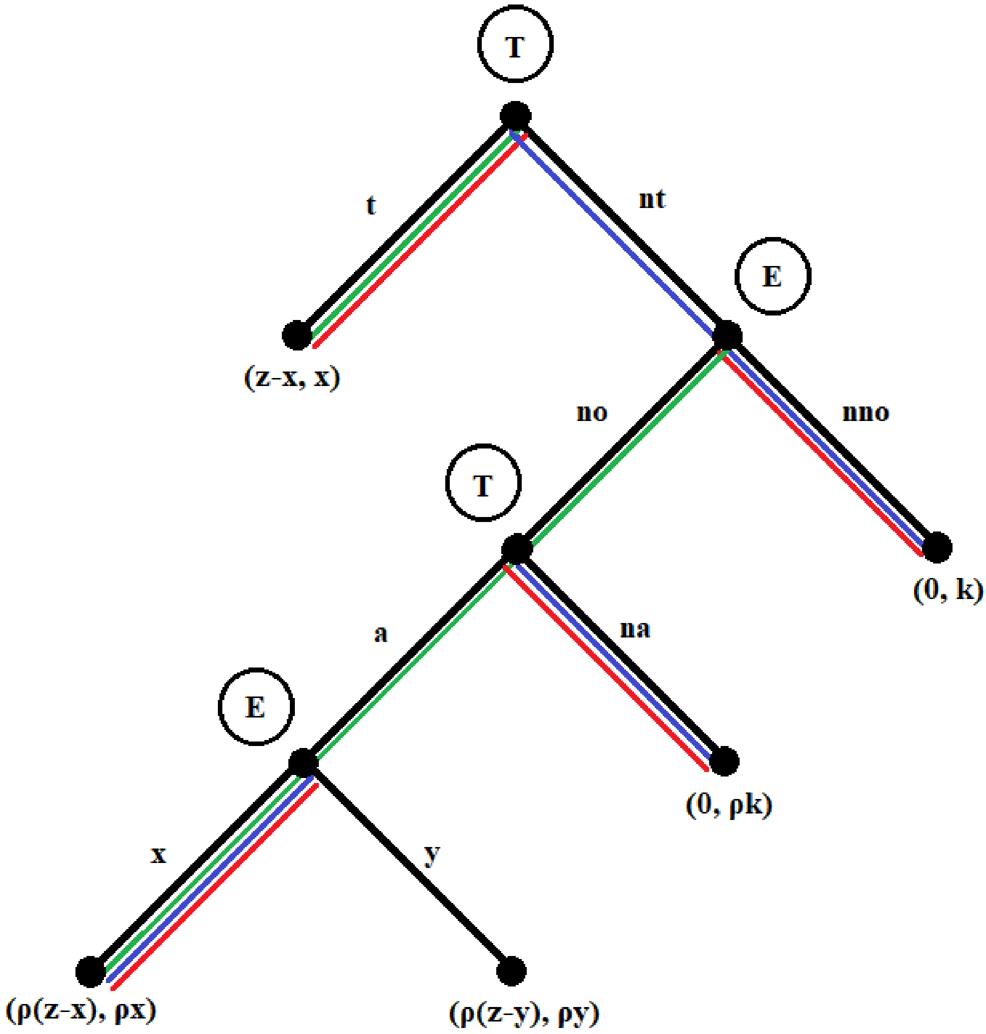
En los pagos (. , .) el primer pago le corresponde a E y el segundo a T.

El árbol de decisión en base a estas variables y a la descripción conceptual realizada previamente será el siguiente:

[14] Puede ser considerado como un pago monetario (salario) o como la satisfacción que obtiene el empleado por no ir a trabajar.



Luego, mediante *backward induction*, se podrán determinar los distintos equilibrios perfectos en subjuegos, marcando en color los diferentes equilibrios encontrados, como muestra el siguiente árbol de decisión:



Dado que se trata de un juego finito y con información perfecta, se pueden obtener los equilibrios perfectos en subjuegos mediante una variante de *backward induction*, y estos son los mostrados en los tres colores diferentes (verde, azul y rojo). Para poder determinarlos, en cada uno se tuvo que suponer los valores de las variables en distintas instancias, que son:

- $(\rho x > k)$
- $(k > x)$
- $x > k > \rho x$

A partir de esto, se puede observar que el equilibrio perfecto en subjuegos depende de los valores del pago originalmente comprometido, la tasa de descuento y el resultado que los trabajadores obtienen si no cumplen con la tarea. Siendo esto así, para poder determinar los distintos equilibrios de Nash, se deberán suponer tres casos distintos, cada uno de acuerdo a lo hallado en los distintos equilibrios perfectos en subjuegos.

A continuación, se expondrán primeramente las decisiones en forma estratégica, lo cual permitirá obtener el equilibrio de Nash. Para ello, primeramente, se mostrará de forma matricial con las variables correspondientes, y luego, de acuerdo a lo hallado en los distintos equilibrios perfectos en subjuegos, se inventarán valores de acuerdo a los supuestos para mayor facilidad en la comprensión y la determinación de un equilibrio de Nash.

Estrategia de E:

- no, x
- no, y
- nno, x
- nno, y

Estrategia de T:

- t, a
- t, na
- nt, a
- nt, na

En forma matricial, las estrategias de los distintos jugadores con sus respectivos pagos quedan representadas de la siguiente manera:

			T	
	t, a	**t, na**	**nt, a**	**nt, na**
no, x	**z-x, x**	**z-x, x**	**ρ(z-x), ρx**	**0, ρk**
no, y	**z-x, x**	**z-x, x**	**ρ(z-y), ρy**	**0, ρk**
E **nno, x**	**z-x, x**	**z-x, x**	**0, k**	**0, k**
nno, y	**z-x, x**	**z-x, x**	**0, k**	**0, k**

Primero, consideraremos el supuesto para hallar el equilibrio perfecto en subjuegos de color verde, cuyo equilibrio es (no x, t a). Esto es: ($\rho x > k$), y por transitividad esto significa que $x > k$. Es decir, el pago original afectado por la tasa de descuento es mayor que el pago que pueda recibir el trabajador por no realizar su labor. A partir de esto, las variables tomarán valores numéricos que permitirán encontrar los equilibrios de Nash.

Las variables tomarán los siguientes valores:

- $z = 100$
- $x = 20$
- $k = 15$
- $\rho = 0.8$
- $y = 30$

Con estos valores, se puede observar que $\rho x > k$, donde $0.8(20) = 16 > 15$ (k). Y, en base a esto, la matriz con sus correspondientes equilibrios de Nash (valores encuadrados), será la siguiente:

		T: t, a	t, na	nt, a	nt, na
E	no, x	80, 20	80, 20	64, 16	0, 12
	no, y	80, 20	80, 20	56, 24	0, 12
	nno, x	80, 20	80, 20	0, 15	0, 15
	nno, y	80, 20	80, 20	0, 15	0, 15

En este caso, los equilibrios de Nash alcanzados son cuando el empleado elige trabajar en primera instancia. Esto es comprensible, dado que luego, a causa de la tasa de descuento y también considerando que el empleador lo puede engañar, no le conviene al trabajador pasar a otra ronda, sino que su mejor estrategia, de acuerdo a lo que puede hacer su empleador, es trabajar en base a lo estipulado en la primera ronda. Es decir, ya que el empleador nunca elegirá pagarle lo ofrecido en segunda ronda (debido a que le proporciona un pago menor), el trabajador debe optar entre un pago de ρx y uno de k, pero siendo que $\rho x > k$, elegirá ρx, y por transitividad $x > \rho x$, por lo tanto, le convendrá elegir cualquier pago que le brinde x, y este es el ofrecido por trabajar en primera instancia.

En segundo lugar, se considerará el supuesto para hallar el equilibrio perfecto en subjuegos de color azul, cuyo equilibrio es (nno x, nt na). Esto es, que $k > x$. Es decir, el pago recibido por el trabajador por no realizar el trabajo es mayor que el que obtendría por realizarlo. A partir de esto, se utilizarán los siguientes valores numéricos para las variables:

- $z = 100$
- $x = 10$
- $k = 20$
- $\rho = 0.8$
- $y = 15$ (es indistinto para el resultado final si $y > k$ o $y < k$, ya que el empleador nunca elegirá esta acción)

Ciertamente, se puede ver que k > x, donde 20 > 15. De esto se desprende la siguiente matriz con sus correspondientes equilibrios de Nash:

T

		t, a	t, na	nt, a	nt, na
	no, x	90, 10	90, 10	72, 8	0, 16
	no, y	90, 10	90, 10	68, 12	0, 16
E	nno, x	90, 10	90, 10	0, 20	0, 20
	nno, y	90, 10	90, 10	0, 20	0, 20

De acuerdo al resultado mostrado en la tabla, se puede observar que cuando el pago obtenido por el empleado por no realizar el trabajo es mayor que el salario ofrecido por el empleador (k > x), el obrero siempre elegirá no trabajar y en caso de que se le haga una nueva oferta, la rechazará. De esta forma, se alcanzan los distintos equilibrios de Nash donde el trabajador elegirá no trabajar y tampoco aceptará la nueva oferta. Por otra parte, como se dijo anteriormente, si y > k, esto no incidiría en el resultado final dado que el empleador nunca pagará la segunda oferta, por lo que no sería un equilibrio de Nash.

A partir de esto, se puede suponer que los trabajadores están al tanto de que sus empleadores tienen la posibilidad de engañarlos (además de estar permitido legalmente), por lo que el *Talmud*, sabiendo el posible accionar de cada uno de los agentes de acuerdo a sus incentivos (es decir, que los empleados prefieran no ir a trabajar), le brindó al empleador la alternativa de contratar a otros trabajadores a expensas de los primeros, en caso de que los trabajadores decidan abandonar su trabajo y tampoco quieran aceptar nuevas ofertas (ser engañados), para que de esta forma ellos no quieran renegar de su trabajo. Siendo esto así, el pago de los empleados sería negativo debido a que tendrían que pagarles a nuevos trabajadores para que terminen el trabajo. Ciertamente no desearán llegar a esta instancia de pérdida, por lo que optarán por trabajar.

Por último, se considerará el supuesto para hallar el equilibrio perfecto en subjuegos de color rojo, esto es que x > k > ρx, cuyo equilibrio perfecto en subjuegos es (nno x, t na). Es decir, el pago obtenido para el trabajador por el cumplimiento en primera ronda es mayor que el abandono del trabajo, pero este último es mayor que el salario obtenido que se ve afectado por la tasa de descuento (ρ). Donde los valores numéricos a utilizar serán los siguientes:

- z = 100
- x = 20
- k = 17
- ρ = 0.8
- y = 30

A partir de esto, se puede apreciar que ρx = 16, por lo que se cumple que x > k > ρx (20 > 17 > 16). La matriz obtenida con sus correspondientes equilibrios de Nash, será la siguiente:

E \ T	t, a	t, na	nt, a	nt, na
no, x	$\boxed{80, 20}$	$\boxed{80, 20}$	64, 16	0, 13.6
no, y	80, 20	80, 20	56, 24	0, 13.6
nno, x	$\boxed{80, 20}$	$\boxed{80, 20}$	0, 17	0, 17
nno, y	$\boxed{80, 20}$	$\boxed{80, 20}$	0, 17	0, 17

Este caso es muy similar al primero analizado, ya que los equilibrios de Nash encontrados son aquellos donde el obrero elige trabajar en primera instancia, por lo que el juego terminaría allí otorgando un pago de (z-x, x). Es decir, a pesar de que el pago obtenido por no trabajar sea mayor que el obtenido por hacerlo en segunda instancia, el pago por trabajar en primera ronda es ciertamente mayor que ambos (ya que no se ve afectado por la tasa de descuento), por lo que al empleado le convendrá elegir trabajar y evitarse cualquier tipo de inconvenientes que perjudiquen su pago (por ejemplo, ser engañado).

4.3.2. Conclusiones del segundo modelo

A partir de la ley establecida en el capítulo 6 del tratado *Bava Metzia*, que concluye que el empleador podrá engañar a los trabajadores en caso de que estos abandonen su trabajo (siempre y cuando esto genere una pérdida irrecuperable), se elaboró un modelo que buscó plasmar esta situación de manera estratégica utilizando teoría de juegos.

Los resultados arribados en los modelos son coincidentes con los establecidos por los sabios del *Talmud* hace 2000 años. Esto es, se podría pensar que determinaron la ley de acuerdo a cómo actúan los individuos y sus incentivos. Si bien no poseían las herramientas científicas modernas, no resulta extraño que consideraran la forma de actuar de las personas y como éstas, racionalmente, buscan maximizar su beneficio. Es decir, si el hecho de rescindir un contrato de trabajo genera una pérdida para ambos (medida por una tasa de descuento), será un resultado más beneficioso para los dos que nunca se llegue a esa instancia, sino que directamente la ley evite este resultado al "obligar" al trabajador – una vez acordado el contrato – a cumplir con su labor, dado que sino la ley le permite al empleador "castigar" al trabajador en términos económicos. Esto lo hace mediante dos formas: por un lado, la ley le proporciona al empleador la posibilidad de engañar al trabajador para que cumpla con su tarea, y en caso de que rechace la nueva oferta salarial le da la posibilidad al empleador de contratar a otro trabajador a expensas del primero, generando así una pérdida mayor para el obrero inicial.

Por otra parte, un detalle no menor que se debe considerar, es que los sabios, generalmente, solían ponerse del lado del trabajador, por lo que si en esta ley parece que busca beneficiar exclusivamente al empleador (a pesar de que el obrero incumplió con su palabra), no se tendría que descartar la posibilidad de que los sabios hayan considerado distintas alternativas como soluciones a esta ley, pero, finalmente hayan concluido que ésta es la mejor forma para actuar de acuerdo a los incentivos de cada una de las partes. Por este motivo, que el modelo haya arrojado los mismos resultados que los posiblemente considerados por los sabios al dictaminar la ley, resulta de una importancia significativa. Esto es, al igual que en el trabajo de Aumann, se puede observar de una manera clara la relevancia del *Talmud*, y cómo se podrían extraer grandes enseñanzas para la modernidad a partir de éste, ya que con su sabiduría milenaria se han determinado cuestiones que se condicen con ciencias de lo más modernas.

5. Conclusiones finales

A partir de esta tesis de grado se ha logrado desarrollar un trabajo que continúa la línea iniciada por Aumann y Maschler; combinando una fuente de estudio y conocimiento alternativa como es el *Talmud*, en conjunto con las herramientas que son proporcionadas por la teoría de juegos. Se parte de una base explicativa e introductoria de los conceptos más elementales para la comprensión de un tema sumamente complejo, tanto para los inmersos en su estudio, como para aquellos que no lo están. Por otro lado, se presentó la dificultad de explicar y traducir de la forma más clara y simple posible el particular razonamiento y método de análisis que es necesario para la dilucidación del *Talmud*. En conjunto con esto, también mostró complicaciones la falta de bibliografía al respecto, siendo que se trata de un tema muy particular y específico de estudio.

Luego de una introducción a los términos más elementales para la comprensión de qué es el *Talmud* y cómo surge, fue necesario explicar y desarrollar el *paper* de Aumann, siendo que se trata de la mejor referencia para los objetivos de este trabajo. Las conclusiones allí arribadas son cuanto menos sorprendentes, dado que demuestra cómo los sabios del *Talmud* hace casi 2000 años lograron desarrollar de manera puramente conceptual una forma de división de bienes aplicable al caso de bancarrota (originalmente utilizada para herencia). Por otra parte, Aumann logró demostrar teóricamente que los resultados arribados por la ciencia se condicen con aquellos que los sabios estipularon en el *Talmud*, lo cual genera un interés particular en la forma de pensar y desarrollar que tuvieron los eruditos de la época, dado que cada uno de ellos trataba todos los temas sin importa de qué índole fueran.

Tomando esto como base, el principal objetivo de este trabajo fue el desarrollo de un modelo original basado en un capítulo del *Talmud*. Por un lado, se elaboró un modelo de seguros como solución a una opinión presentada en la *Guemará*, y por el otro se buscó desarrollar en forma de modelo la solución que plantea la ley, para así comprobar si el resultado aquí encontrado se condice con lo estipulado por los sabios. Ciertamente, la teoría de juegos es la mejor herramienta económica para lograr plasmar las estrategias y decisiones de los individuos, y siendo que la ley está basada en el comportamiento de las personas, esta particular herramienta permitió la mejor elaboración y desarrollo posible de los modelos.

Por último, más allá de las conclusiones particulares de cada modelo (las cuales fueron explicadas anteriormente), lo que sí es necesario destacar y reiterar, es el hecho de cómo se condice lo estipulado en el *Talmud* con los resultados que revela, particularmente, el segundo modelo (siendo que en este caso se trata de una representación más genuina que en el primer modelo). Esto es, los resultados de este trabajo muestran que lo encontrado y demostrado por Aumann en su *paper* no se trata de algo casual y único, sino más bien de algo que, con las herramientas adecuadas, puede expandirse a otros temas desarrollados en el *Talmud*, dándole así continuidad y relevancia en la actualidad.

Referencias bibliográficas

Aminoaj, N., & Nitzan, Y. (1987). *Tora La Tradición Oral: esbozo de la Literatura Rabínica a través de las épocas*. Biblioteca Eliner.

Aumann, R. J., & Maschler, M. (1985). Game theoretic analysis of a bankruptcy problem from the Talmud. *Journal of economic theory*, *36*(2), 195-213.

Aumann, R. J. (2002). *Game theory in the Talmud*. Bar-Ilan University, Department of economics, Research center on Jewish law and economics.

Gura, E., & Maschler, M. (2008). *Insights Into Game Theory: An Alternative Mathematical Experience.* Cambridge University Press.

Kaminski, M. M. (2000). 'Hydraulic'rationing. *Mathematical Social Sciences*, *40*(2), 131-155.

Katz, M. (2006). *Ayer, Hoy y Siempre: Explorando el judaísmo contemporáneo desde la perspectiva de la historia judía*. Editorial Bnei Sholem.

Rabinovitch, M., & Horowitz, T. (2001). *The Gemara: the classic Vilna edition, with an annotated, interpretative elucidation, as an aid to Talmud study.* Mesorah Publications, ltd. Tractate Bava Metzia, Vol II.

Schecter, S., & Gintis, H. (2016). *Game Theory in Action*. Economics Books, Princeton University Press.