

CAPÍTULO 5

Influencia de dos orificios circulares en la concentración de tensiones en una placa ortótropa con un orificio cuadrado con bordes redondeados.

5.1 INTRODUCCIÓN.

La ejecución de varios orificios en elementos estructurales es necesaria en distintas situaciones de la ingeniería. Por ejemplo, en aeronáutica, es muy importante la reducción del peso en las estructuras. Esta reducción de peso no debe disminuir significativamente la capacidad de carga del elemento estructural en cuestión. En estas situaciones es necesario un análisis del factor de concentración de tensiones ante las posibles ubicaciones y geometrías de los orificios en el elemento estructural.

Es claro que la proximidad entre los orificios, sus geometrías y las dimensiones relativas de los mismos afectan el campo de tensiones del elemento estructural. Es por ello que los resultados del factor de concentración de tensiones calculados para un simple orificio no son aplicables.

5.1.1 Concentración de tensiones en placa infinita con dos orificios circulares.

Para materiales isótropos se ha estudiado la concentración de tensiones generada por múltiples agujeros circulares en placas de dimensiones finitas o infinitas, sometidas a diferentes estados de carga en su plano medio. Varios de estos estudios se encuentran resumidos en libros que son de permanente consulta por los diseñadores e ingenieros^[1].

La importancia del análisis de la variación del factor de concentración de tensiones con múltiples orificios se pone de manifiesto en el siguiente caso. Considérese una placa, de espesor h , de dimensiones infinitas con dos orificios circulares, de diámetro d , cuyos centros se encuentran a una distancia f . En este sistema se aplica un estado uniaxial de tracción paralelo al eje que contiene a los centros de las circunferencias, como muestra la Figura 5.1, cuya magnitud por unidad de longitud se designa con N_x .

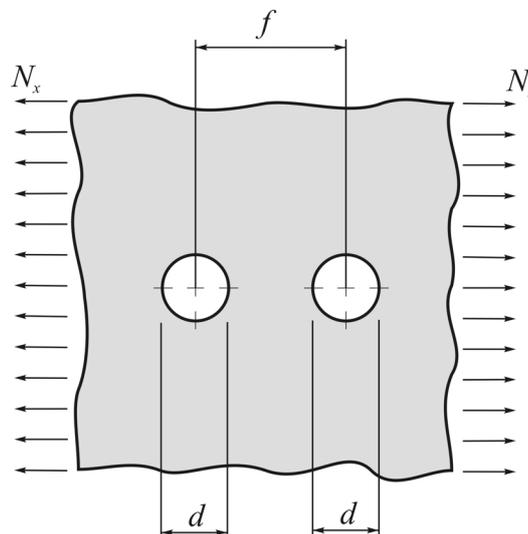


Figura 5.1. Tensión uniaxial, de magnitud N_x , en placa de dimensiones infinitas con dos orificios circulares.

Para este caso los resultados de K_+ en función de la relación f/d y para un material isótropo, Figura 5.2, se encuentran en la literatura^[1] en forma de curvas de diseño. Aquí se observa que cuando f/d tiende a infinito, el factor de concentración de tensiones tiende al valor 3, que es el resultado de K_+ para un orificio circular en una placa infinita sometida a un estado uniaxial de tracción, descrita en el capítulo 2 de la tesis presente. También es

notable que para ciertas relaciones f/d , el valor de K_+ es menor al caso en el que se considera un simple orificio circular.

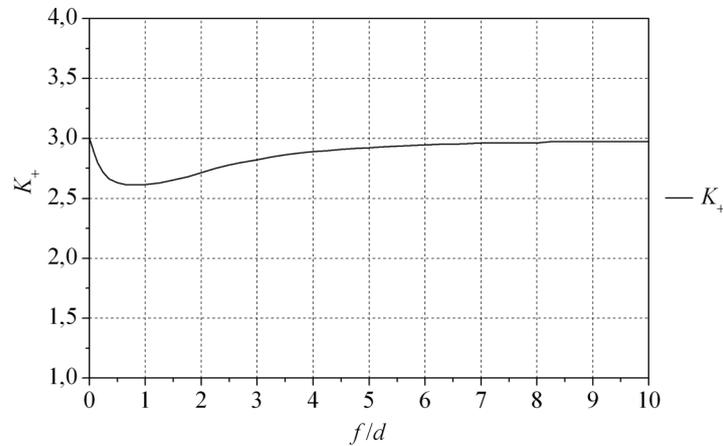


Figura 5.2. K_+ versus relación f/d para tensión uniaxial en placa infinita con dos orificios circulares.

Por otro lado, son escasos los estudios sobre el factor de concentración de tensiones en placas de material ortótropo con múltiples agujeros. Mientras numerosos investigadores han estudiado el efecto de un solo orificio en materiales ortótropos, poca información existe para el diseñador acerca del factor de concentración de tensiones en dichos materiales con múltiples orificios cercanos entre sí. Sin embargo, un estudio que considera distintas posiciones de tres orificios circulares, próximos entre sí, presente en una placa de material ortótropo se encuentra en la literatura ^[2]. En este análisis se concluye que la concentración de tensiones en el borde del orificio puede ser considerablemente aumentada con la práctica de los orificios secundarios, pero para algunas posiciones y tamaños relativos de los orificios secundarios, este valor puede disminuir.

5.1.2 Descripción del sistema analizado.

En el presente capítulo se analiza la influencia de dos orificios circulares en el factor de concentración de tensiones de una placa cuadrada de grandes dimensiones que presenta un orificio cuadrado de bordes redondeados. Un esquema general del problema se muestra en Figura 5.3.

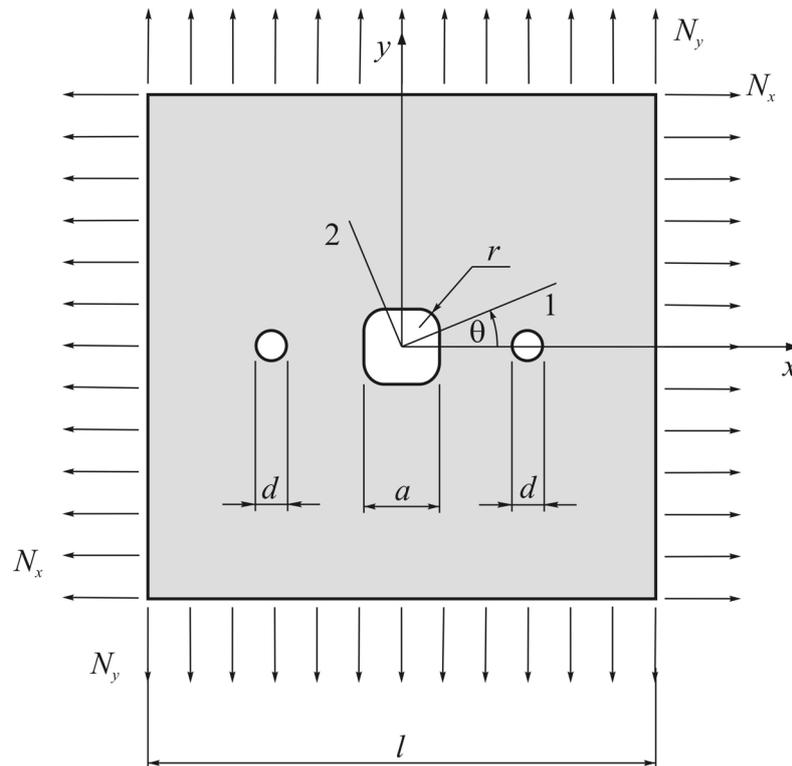


Figura 5.3. Esquema general del problema analizado.

Las características geométricas del orificio cuadrado de bordes redondeados son las mismas que se detallaron en el capítulo anterior, lo cual permite comparar los resultados.

Para el análisis, se consideró un estado biaxial de tracción, de magnitud por unidad de longitud $N_x=N_y=N$, en la dirección de los ejes coordenados. También se mantuvo constante en todo los modelos, la orientación de los ejes principales de elasticidad e igual a $\theta=45^\circ$ y la relación $a/l=0,05$. De esta manera, los resultados de los factores K_+ y K_- cuando el modelo presenta un solo orificio cuadrado de bordes redondeados, están calculados en los casos mostrados en el capítulo 4 de la presente tesis.

Se analizaron diferentes posiciones de los agujeros circulares con respecto al orificio central. Todas poseen simetría con respecto al centro de coordenadas y se pueden especificar definiendo dos parámetros ϕ y h_d , que se muestran en la Figura 5.4. El ángulo ϕ , denota el giro del segmento que une los centros de los dos orificios circulares, cuya magnitud positiva se mide en sentido antihorario desde el semieje positivo x . La magnitud h_d representa la distancia entre el centro del orificio cuadrado de bordes redondeados y la circunferencia de cualquiera de los orificios agregados. La expresión adimensional de esta magnitud, fue definida mediante la relación h_d/a .

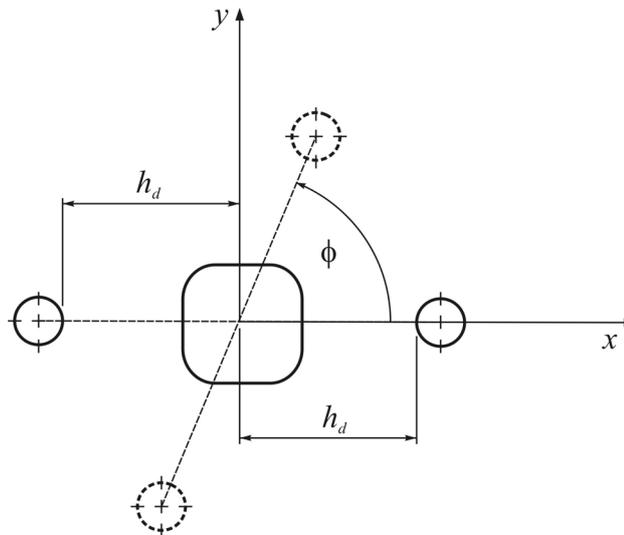


Figura 5.4. Parámetros definidos para especificar la posición de los agujeros secundarios.

Es claro que la distancia entre los centros del orificio central y uno de los agujeros circulares, medida sobre la línea que une los centros de los orificios, se puede calcular fácilmente con la expresión:

$$h_c = h_d + \frac{d}{2} \quad (5.1)$$

Otro factor que interviene en el estudio analizado es el tamaño de los orificios circulares, con respecto al tamaño del orificio cuadrado de bordes redondeados. Este parámetro queda definido mediante la relación adimensional d/a . En el presente estudio se analizó el sistema para dos valores de la relación $d/a=0,2$ y $0,4$. Es decir, dos orificios circulares de cuyo tamaño, diámetro d , es menor al ancho del orificio central, a .

La influencia de la cercanía de los orificios circulares al orificio central en el valor de K_+ o K_- del sistema, se analizó aumentando la relación h_d/a desde el valor $0,8$ hasta $1,25$ con incrementos de $0,05$. Además, para cada valor de h_d/a se adoptaron diferentes posiciones de los orificios circulares, ángulo ϕ . Los valores modelados son $\phi=0^\circ$, $22,5^\circ$, 45° , $67,5^\circ$, 90° , $112,5^\circ$, 135° y $157,5^\circ$.

Debido a la complejidad matemática del estudio planteado se utilizó el método de elementos finitos. Cabe hacer notar que la combinación de los diferentes valores de ϕ , h_d/a y d/a significa la construcción de 160 mallados de elementos finitos.

5.2 MODELADO CON ELEMENTOS FINITOS.

Debido a la gran cantidad de mallados que son necesarios construir, para obtener los resultados requeridos, se utilizó el software FlexPDE^[3]. Este código, permite definir el sistema de ecuaciones diferenciales a resolver, el dominio del problema y las condiciones de bordes a cumplir. Admite la utilización de elementos unidimensionales, elementos triangulares en 2D y elementos tetraédricos para 3D. En cada elemento se pueden utilizar funciones de forma lineal, cuadrática o cúbica.

Una característica importante en el proceso de solución, es la capacidad de realizar un proceso de refinamiento adaptativo del mallado. Este proceso consiste en construir automáticamente un mallado inicial del dominio definido, estimar el error de la solución y refinar la malla en zonas donde no se alcanza la precisión definida por el usuario.

Los sistemas a resolver se encuadran dentro de la elasticidad plana y por consiguiente las ecuaciones de equilibrio para el caso plano de tensiones en ausencia de fuerzas de volumen, son el sistema de ecuaciones diferenciales a resolver por el software, ecuaciones (5.2).

$$\begin{aligned}\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} &= 0\end{aligned}\quad (5.2)$$

Las relaciones entre los corrimientos en el plano, u en dirección x y v en dirección y , y las tensiones se obtienen de las relaciones constitutivas dadas en (5.3) para un material con características elásticas ortótropas.

$$\begin{aligned}\sigma_x &= C_{11} \frac{\partial u}{\partial x} + C_{12} \frac{\partial v}{\partial y} + C_{13} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \\ \sigma_y &= C_{12} \frac{\partial u}{\partial x} + C_{22} \frac{\partial v}{\partial y} + C_{23} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \\ \tau_{xy} &= C_{13} \frac{\partial u}{\partial x} + C_{23} \frac{\partial v}{\partial y} + C_{33} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)\end{aligned}\quad (5.3)$$

Donde las constantes C_{ij} , con $i, j=1, 2$ y 3 , se pueden expresar para un ángulo general de orientación de los ejes de elasticidad θ como muestran las expresiones (5.4) extraídas de la bibliografía ^[4].

$$\begin{aligned}C_{11} &= M_{11} \cos^4(\theta) + 2(M_{12} + 2M_{33}) \sin^2(\theta) \cos^2(\theta) + M_{22} \sin^4(\theta) \\ C_{12} &= (M_{11} + M_{22} - 4M_{33}) (\sin^2(\theta) \cos^2(\theta)) + M_{12} (\sin^4(\theta) + \cos^4(\theta)) \\ C_{13} &= (M_{11} - M_{12} - 2M_{33}) \sin(\theta) \cos^3(\theta) + (M_{12} - M_{22} + 2M_{33}) \cos(\theta) \sin^3(\theta) \\ C_{23} &= (M_{11} - M_{12} - 2M_{33}) \cos(\theta) \sin^3(\theta) + (M_{12} - M_{22} + 2M_{33}) \sin(\theta) \cos^3(\theta) \\ C_{22} &= M_{11} \sin^4(\theta) + 2(M_{12} + 2M_{33}) \sin^2(\theta) \cos^2(\theta) + M_{22} \cos^4(\theta) \\ C_{33} &= (M_{11} + M_{22} - 2M_{12} - 2M_{33}) \sin^2(\theta) \cos^2(\theta) + M_{33} (\sin^4(\theta) + \cos^4(\theta))\end{aligned}\quad (5.4)$$

Donde:

$$\begin{aligned}M_{11} &= \frac{E_1}{(1-\nu_1\nu_2)}, & M_{12} &= \frac{\nu_1 E_2}{(1-\nu_1\nu_2)} \\ M_{22} &= \frac{E_2}{(1-\nu_1\nu_2)}, & M_{21} &= \frac{\nu_2 E_1}{(1-\nu_1\nu_2)} \\ M_{33} &= G\end{aligned}\quad (5.5)$$

Junto a las ecuaciones anteriores se deben definir las condiciones de borde del problema. En todos los casos analizados, los bordes interiores se encuentran libres. Es decir que la tensión normal a la curva que define el borde interior es nula. Esto no es así para los bordes externos que, dependiendo de la carga aplicada, poseen valores de tensión no nulos.

Las ecuaciones explicitadas fueron codificadas en el programa mencionado. La definición del dominio del problema se establece a través de comandos particulares. Es así

que por medio de segmentos de rectas, arcos y trazadores cúbicos (spline) es posible definir el dominio. Las condiciones de borde, geométricas o naturales, también se codifican por medio de comandos particulares.

El elemento seleccionado para obtener los resultados es el elemento triangular cuadrático^[3].

5.2.1 Comparación con resultados de casos resueltos.

Para verificar la formulación programada en el software se compararon valores de K_+ para un caso ya estudiado. Son utilizados, para este fin, los resultados para el factor de concentración de tensiones en una placa de material isótropo, sometida a un estado uniaxial de tracción con tres orificios circulares alineados, Figura 5.5, que se encuentran publicados^[5].

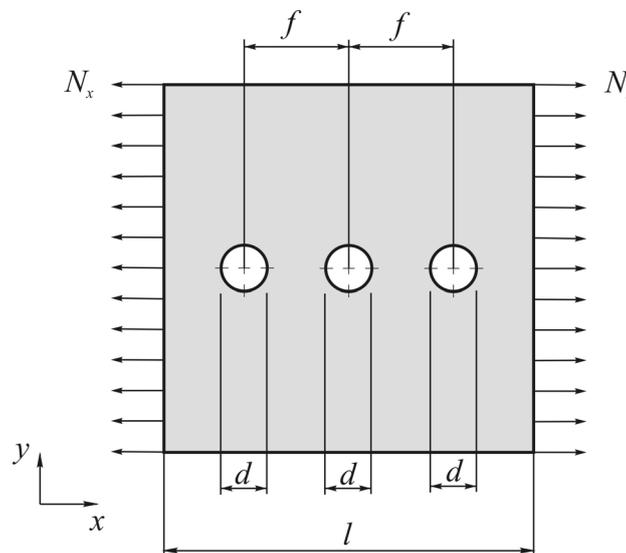


Figura 5.5. Esquema del problema con el cual se compara resultados.

Las características geométricas del sistema en estudio poseen una relación $d/l=0,1$ y presentan simetría con respecto a las rectas que pasan por los puntos medios de los lados externos. Los resultados de K_+ para las relaciones $f/d= 1,5, 2,0, 2,5$ y el caso de un único agujero circular es decir $f/d=0$ se muestran en la Tabla 5.1. El valor de K_+ se calcula con la siguiente relación $K_+=\sigma_{\alpha+}/(N_x/h)$, donde $\sigma_{\alpha+}$ es la mayor tensión de tracción en el modelo.

Los resultados expuestos en la referencia y los calculados se muestran en la Tabla 5.1.

f/d	K_+	
	Referencia ^[5]	Presente estudio
1,5	2,4956	2,5772
2,0	2,6153	2,6629
2,5	2,7761	2,7456
0,0	2,9681	3,0171

Tabla 5.1. Resultados de K_+ de la referencia y los calculados con FlexPDE para el caso descrito.

Los valores expuestos son, en ambos casos, aproximados y como se observa en la tabla anterior, concuerdan satisfactoriamente ya que las diferencias entre los resultados de la referencia y los calculados no sobrepasan el 3,3%.

En la Figura 5.6 se muestra el mallado final generado por FlexPDE para el caso en que $f/d=1,5$. Aquí se puede observar el aumento en la densidad de elementos triangulares, en las regiones próximas a los orificios donde la variación del campo de tensiones crece.

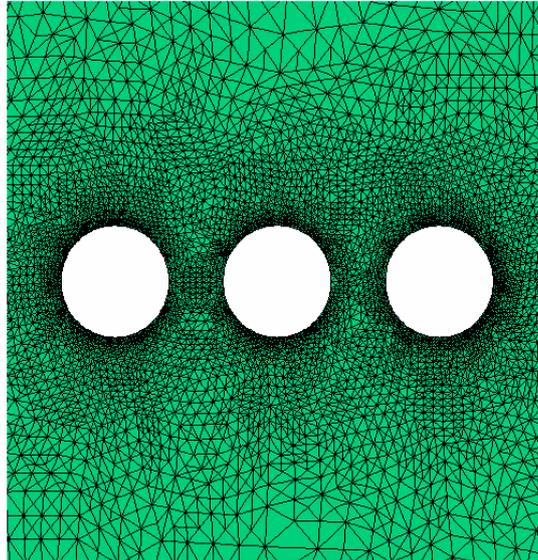


Figura 5.6. Mallado de elementos finitos para placa de material isótropo sometida a tracción uniaxial con tres orificios circulares, $f/d=1,5$.

En la Figura 5.7 se muestra la distribución de tensiones principales máximas en las cercanías de los orificios circulares.

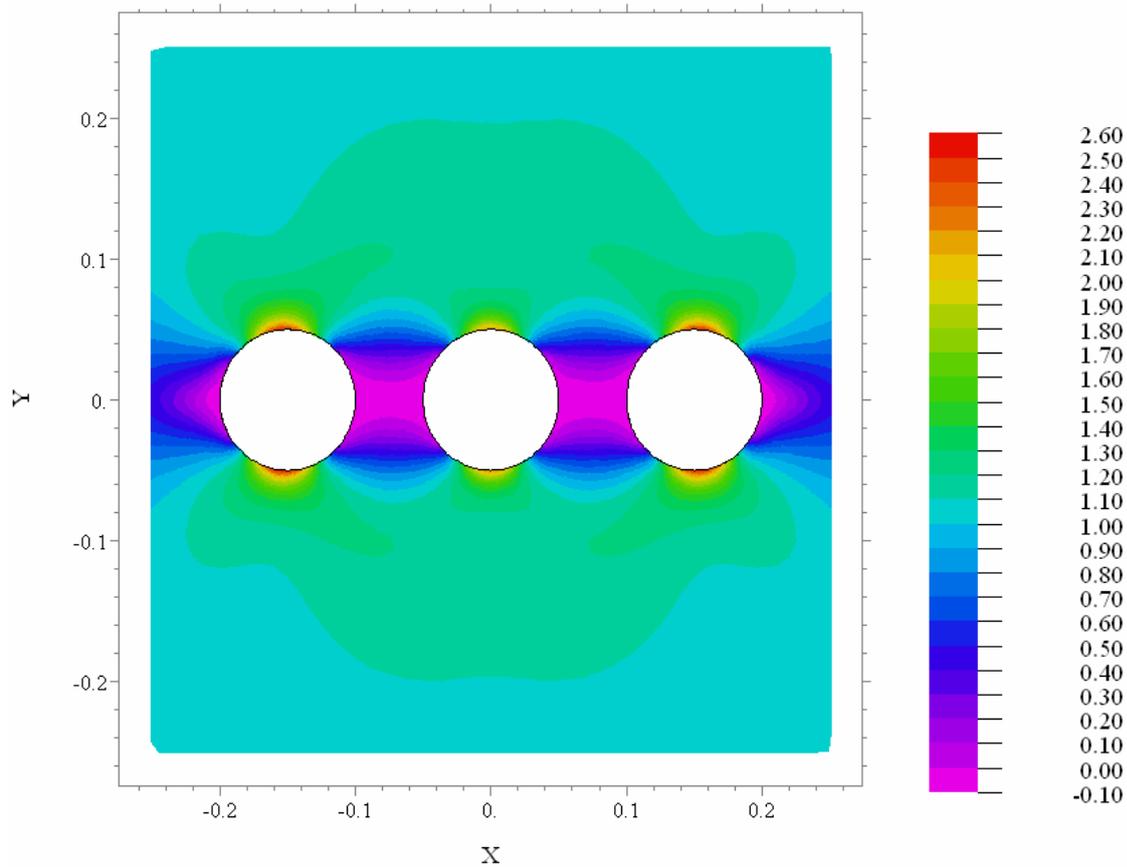


Figura 5.7. Distribución de tensiones principales máximas para placa de material isótropo sometida a tracción uniaxial con tres orificios circulares para el caso $f/d=1,5$.

También se utilizó para comparar resultados, uno de los modelos de elementos finitos construido con el software Algor, para los cálculos del capítulo anterior. Los detalles de este mallado, así como las características geométricas del modelo y los estados de cargas modelados fueron explicados en el capítulo anterior.

El caso seleccionado para modelar con el software FlexPDE, es el caso de la placa cuadrada con relación $a/l=0,05$ sometida a un estado biaxial de tracción de magnitud N . Las características elásticas del material ortótropo se tomaron del graphite/epoxy, Tabla 5.2, detalladas en el capítulo anterior.

Material	E_1 (GPa)	E_2 (GPa)	G (GPa)	ν_1	ν_2
Graphite/epoxy	181,00	10,30	7,77	0,28	0,01593

Tabla 5.2. Constantes elásticas del material graphite/epoxy.

Se recuerda que las relaciones entre las constantes elásticas de este material son: $E_1/E_2=17,57$ y $G/E_2=0,7544$.

Los valores que se comparan son los factores de concentración de tensiones en cuatro puntos, A, B, C y D, sobre el borde del orificio, Figura 5.8, y el valor de K_+ .

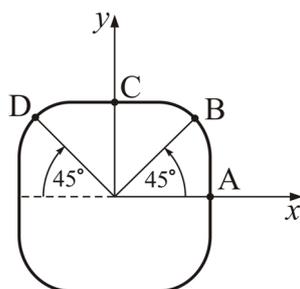


Figura 5.8. Ubicación de las posiciones A, B, C y D sobre el orificio.

Los factores K_A , K_B , K_C y K_D se definen en las relaciones mostradas en (5.6).

$$K_A = \frac{\sigma_{\alpha A}}{N} h; K_B = \frac{\sigma_{\alpha B}}{N} h; K_C = \frac{\sigma_{\alpha C}}{N} h; K_D = \frac{\sigma_{\alpha D}}{N} h \quad (5.6)$$

Donde $\sigma_{\alpha A}$, $\sigma_{\alpha B}$, $\sigma_{\alpha C}$ y $\sigma_{\alpha D}$ son las tensiones en dirección tangencial a el borde interno en los respectivos puntos. La Tabla 5.3 muestra los resultados de K_A , K_B , K_C y K_D arrojados por ambos códigos del método numérico, según distintas orientaciones de los ejes de elasticidad, ángulo θ .

θ°	K_A		K_B		K_C		K_D	
	Algor	FlexPDE	Algor	FlexPDE	Algor	FlexPDE	Algor	FlexPDE
-45,0	1,20	1,20	5,79	5,74	1,20	1,21	2,96	2,96
-22,5	1,36	1,35	3,22	3,22	0,84	0,85	2,89	2,88
0,0	1,41	1,41	2,80	2,78	-0,43	-0,45	2,80	2,79
22,5	1,36	1,36	2,89	2,88	0,84	0,85	3,22	3,22
45,0	1,20	1,20	2,96	2,95	1,20	1,20	5,80	5,76

Tabla 5.3. K_A , K_B , K_C y K_D calculados según Algor o FlexPDE para distintos valores de θ .

Los resultados expuestos, muestran una concordancia satisfactoria. Las diferencias son menores al 1,5% y en el caso de K_C para $\theta=0^\circ$, son un 4,65%. Esta comparación también es útil para comprobar los resultados encontrados en el capítulo anterior.

La Tabla 5.4 muestra los resultados para el factor K_+ para diferentes valores de θ , calculados con los diferentes programas.

θ°	K_+	
	Algor	FlexPDE
-45,0	5,79	5,85
-22,5	5,43	5,39
0,0	4,51	4,60
22,5	5,43	5,40
45,0	5,80	5,85

Tabla 5.4. K_+ calculados según Algor o FlexPDE para distintos valores de θ .

La diferencia entre los valores calculados no es superior al 2% para los diferentes valores de θ .

5.3 RESULTADOS NUMÉRICOS.

Los resultados expuestos a continuación corresponden al sistema referido en la Figura 5.3. Como se mencionó en el apartado 5.1.2 del capítulo presente, la relación d/a permite adimensionalizar el diámetro de los agujeros circulares con respecto al ancho a del orificio central. Valores de K_+ y K_- fueron calculados para las relaciones $d/a=0,2$ y $0,4$. Para cada una de las relaciones d/a , se consideró una serie de valores del ángulo ϕ y distintas distancias de los orificios circulares al orificio central, cuya relación adimensional es h_d/a , ver Figura 5.4.

5.3.1 K_+ y K_- cuando la relación $d/a=0,2$.

Los resultados de K_+ para la relación $d/a=0,2$ y para los diferentes valores de ϕ y h_d/a se exponen en la Tabla 5.5.

h_d/a	ϕ°							
	0,0	22,5	45,0	67,5	90,0	112,5	135,0	157,5
0,80	5,64	5,54	5,53	5,53	5,63	9,67	10,78	9,60
0,85	5,99	5,59	5,57	5,59	6,01	8,38	9,04	8,43
0,90	6,22	5,65	5,61	5,64	6,23	7,42	7,96	7,43
0,95	6,32	5,70	5,63	5,71	6,33	6,70	7,21	6,74
1,00	6,28	5,75	5,65	5,75	6,29	6,21	6,70	6,15
1,05	6,19	5,79	5,66	5,80	6,19	6,02	6,47	5,98
1,10	6,10	5,82	5,67	5,81	6,09	5,97	6,36	5,98
1,15	6,02	5,85	5,70	5,85	6,01	5,96	6,30	5,94
1,20	5,96	5,87	5,70	5,86	5,95	5,94	6,24	5,94
1,25	5,92	5,88	5,72	5,88	5,91	5,94	6,17	5,94

Tabla 5.5. K_+ para diferentes valores de ϕ y h_d/a cuando $d/a=0,2$. Estado biaxial de tracción. Material graphite/epoxy. Relación $a/l=0,05$.

Los resultados expuestos en la tabla anterior implicaron la realización de 80 mallados de elementos finitos. Se utilizaron elementos triangulares cuadráticos. Cada uno de los mallados es construido automáticamente por el software siguiendo un proceso de mallado adaptativo. A modo de ilustración de este proceso, se muestran los mallados finales de dos casos para los cuales K_+ tomó el valor máximo y mínimo. La Figura 5.9 muestra el mallado en la región cercana al orificio para el caso en que $\phi=135^\circ$ y $h_d/a=0,8$.

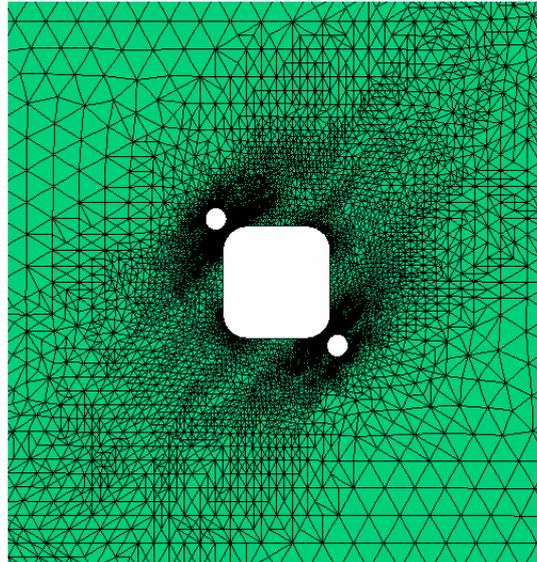


Figura 5.9. Mallado de elementos finitos para estado biaxial de carga en placa de material ortótropo. Posición de los orificios circulares $h_d/a=0,8$ y $\phi=135^\circ$. $d/a=0,2$.

En la Figura 5.10 se observa el mallado para la situación en que $\phi=45^\circ$ y $h_d/a=0,8$.

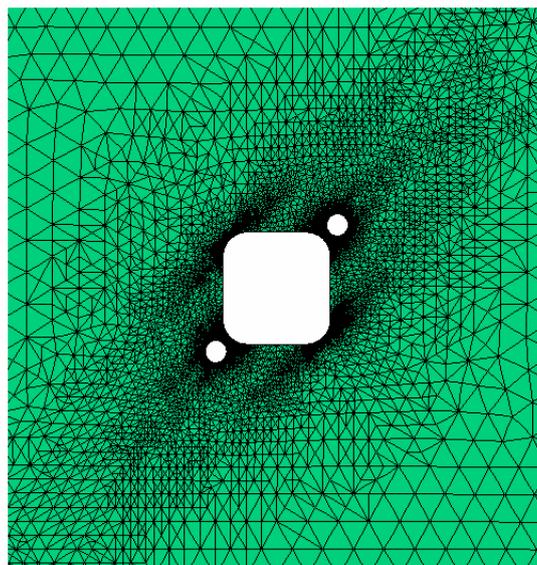


Figura 5.10. Mallado de elementos finitos para estado biaxial de carga en placa de material ortótropo. Posición de los orificios circulares $h_d/a=0,8$ y $\phi=45^\circ$. $d/a=0,2$.

En la Figura 5.11 se muestra en un gráfico los valores de la Tabla 5.5, en el que se puede observar la influencia en el valor de K_+ del ángulo ϕ para cada distancia entre los orificios, relación h_d/a . Es notable que para la posición más cercana de los orificios, $h_d/a=0,8$, las posiciones del ángulo $\phi=0^\circ$, $22,5^\circ$, 45° , $67,5^\circ$ y 90° producen los menores valores de K_+ mientras que para los demás valores de ϕ se producen las mayores magnitudes del factor K_+ .

Para los valores de $\phi=112,5^\circ$, 135° y $157,5^\circ$ la posición más alejada de los orificios circulares, $h_d/a=1,25$, produce los menores valores del factor K_+ .

La situación no es tan clara para valores de ϕ entre 0° y 90° donde por ejemplo la relación a $h_d/a=1$ produce el mayor valor de K_+ para $\phi=0^\circ$ o 90° , mientras que para el valor de $h_d/a=1,25$ los ángulos $\phi=22,5^\circ$, 45° y $67,5^\circ$ producen el mayor valor de K_+ .

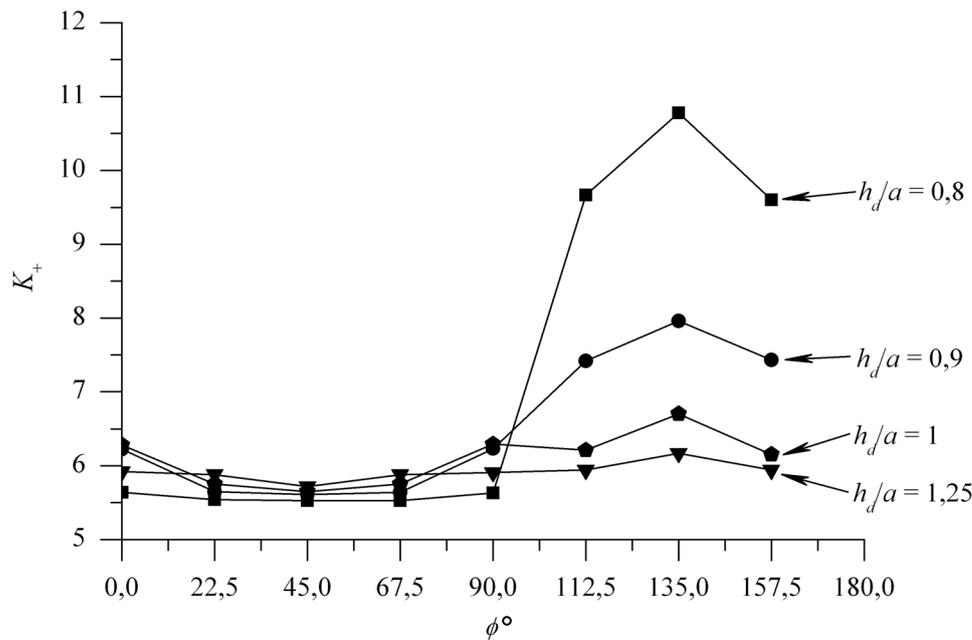


Figura 5.11. K_+ versus ϕ , para valores de $h_d/a=0,8, 0,9, 1$ y $1,25$. Relación $d/a=0,2$.

La variación de K_+ con respecto a la distancia entre los orificios, relación h_d/a , es afectada por el valor de ϕ . La Figura 5.12 y la Figura 5.13 muestran la variación de K_+ versus la relación h_d/a para diferentes valores de ϕ .

En la Figura 5.12 se observa el gráfico de K_+ versus h_d/a para los valores $\phi=112,5^\circ, 135^\circ$ y $157,5^\circ$. En ella se observa que, cuando aumenta la distancia entre los orificios, el factor K_+ disminuye. También se aprecia que se obtienen aproximadamente los mismos valores de K_+ para $\phi=112,5^\circ$ y $157,5^\circ$. Esto se debe a que las dos posiciones poseen simetría con respecto a la dirección definida por una recta, cuyo ángulo medido desde el semieje positivo de eje cartesiano x es 135° . Este comportamiento también se observa en la Figura 5.11, lo mismo que para las direcciones $22,5^\circ$ y $67,5^\circ$.

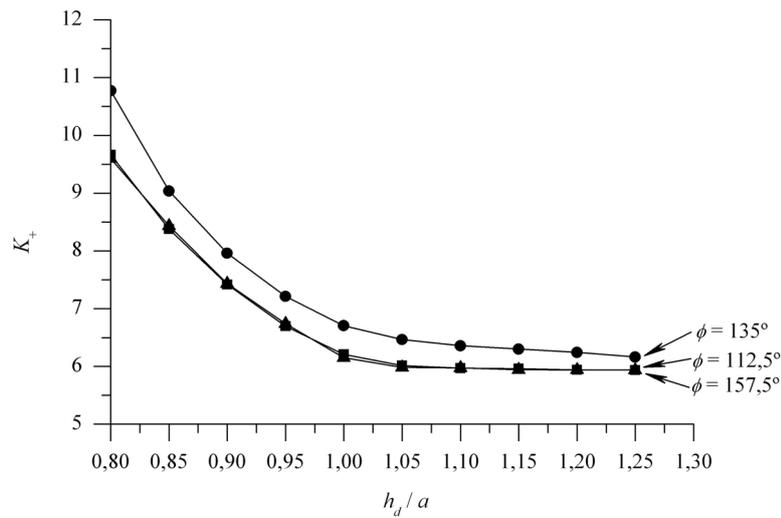


Figura 5.12. K_+ versus h_d/a para los valores de $\phi=112,5^\circ$, 135° y $157,5^\circ$, relación $d/a=0,2$.

La Figura 5.13 muestra el gráfico de K_+ versus h_d/a para los demás valores de ϕ . Aquí se observa que para valores de $\phi=0^\circ$ y 90° los valores de K_+ son similares. Para estos valores de ϕ , desde la relación $h_d/a=0,8$ se produce un aumento del valor de K_+ hasta la relación $h_d/a=0,95$ y para mayores distancias entre los orificios, el valor de K_+ desciende. En cambio para valores de $\phi=22,5^\circ$, $67,5^\circ$ y 45° , el valor mínimo de K_+ se obtiene cuando los orificios se encuentran a la mínima distancia, $h_d/a=0,8$, y aumenta cuando la relación h_d/a crece.

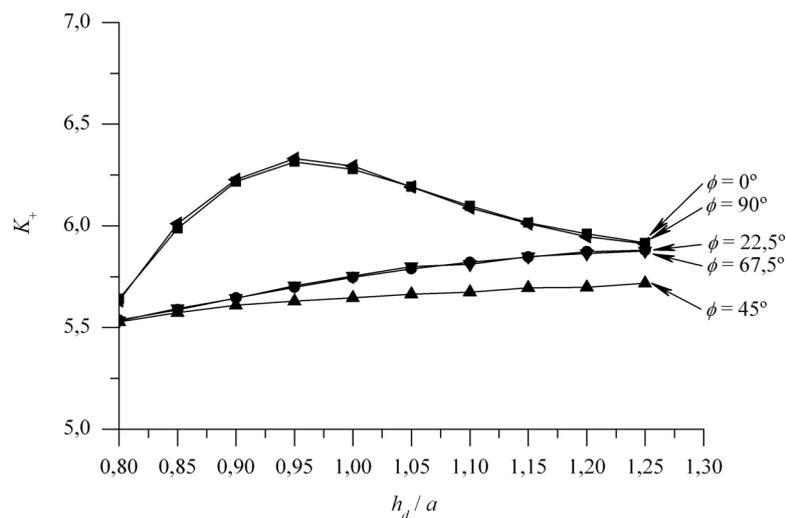


Figura 5.13. K_+ versus h_d/a para los valores de $\phi=0^\circ$, $22,5^\circ$, 45° , $67,5^\circ$ y 90° , relación $d/a=0,2$.

Los valores de K_+ y K_- calculados en el capítulo anterior para el caso del agujero central sin los orificios circulares se encuentran en la Tabla 4.33. Ellos son: $K_+=5,80$ y no existen valores de compresión, es decir valores de K_- . Es así que, con respecto al valor de K_+ cuando no están presentes los orificios circulares, se puede notar un aumento del 85,86%

cuando $\phi=135^\circ$ y $h_d/a=0,8$ y una disminución del 4,65% cuando la ubicación de los orificios circulares se encuentran en $\phi=45^\circ$ y $h_d/a=0,8$.

La distribución de tensiones principales para las posiciones $\phi=135^\circ$ y 45° , con la relación $h_d/a=0,8$, se muestran en la Figura 5.14 y Figura 5.15 respectivamente. En ellas se indica, de forma aproximada, los puntos en los cuales tienen lugar los valores de los factores K_+ y K_- .

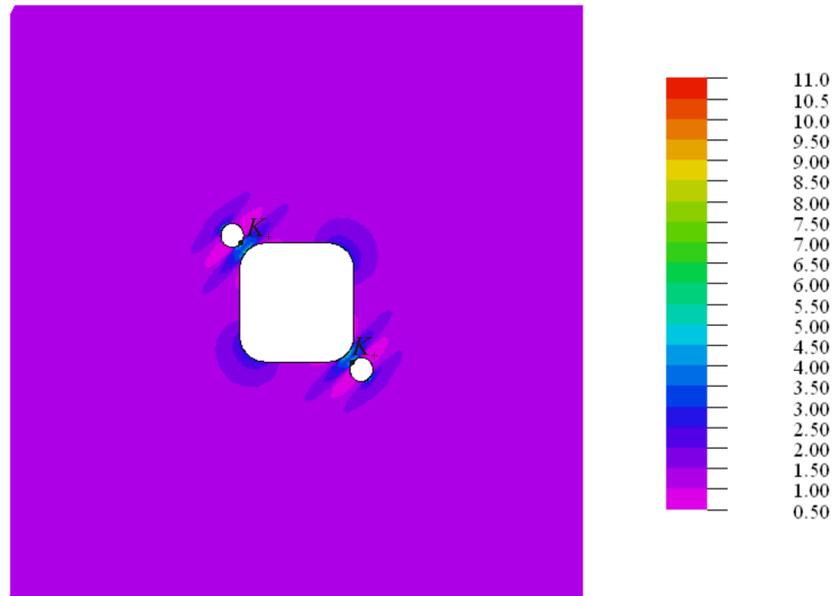


Figura 5.14. Distribución de tensiones principales máximas para la relación $d/a=0,2$. Posición de los orificios circulares definida por $h_d/a=0,8$ y $\phi=135^\circ$.

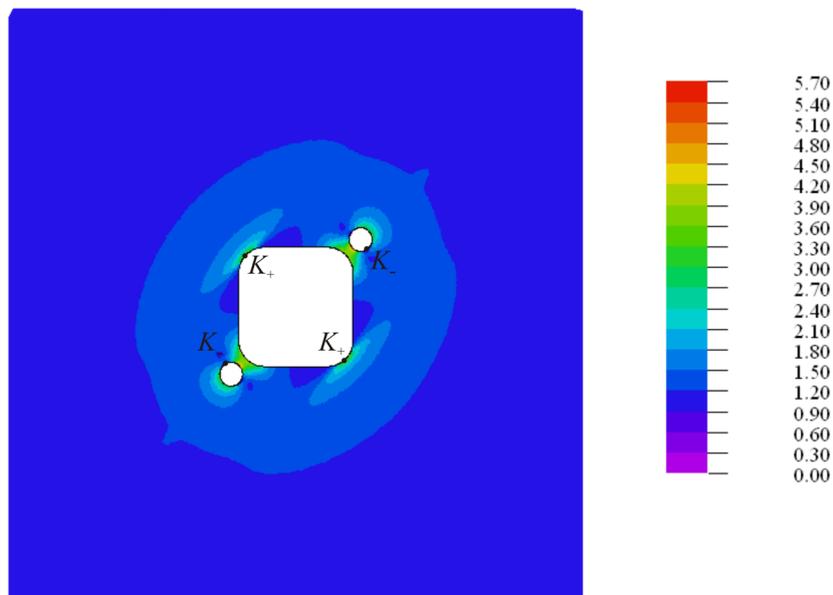


Figura 5.15. Distribución de tensiones principales máximas para la relación $d/a=0,2$. Posición de los orificios circulares definida por $h_d/a=0,8$ y $\phi=45^\circ$.

A continuación se exponen los resultados de K_- para la relación $d/a=0,2$ y para los diferentes valores de ϕ y h_d/a , Tabla 5.6.

h_d/a	ϕ°							
	0,0	22,5	45,0	67,5	90,0	112,5	135,0	157,5
0,80	-4,05	-6,48	-0,79	-6,48	-3,92	-0,06	-	-0,09
0,85	-2,97	-5,24	-	-5,23	-2,98	-	-	-
0,90	-2,10	-4,36	-	-4,35	-2,09	-	-	-
0,95	-1,32	-3,67	-	-3,70	-1,46	-	-	-
1,00	-0,77	-3,17	-	-3,19	-0,79	-	-	-
1,05	-0,34	-2,74	-	-2,72	-0,34	-	-	-
1,10	-0,06	-2,33	-	-2,31	-0,04	-	-	-
1,15	-	-1,96	-	-1,94	-	-	-	-
1,20	-	-1,64	-	-1,64	-	-	-	-
1,25	-	-1,35	-	-1,33	-	-	-	-

Tabla 5.6. K_- para diferentes valores de ϕ y h_d/a cuando $d/a=0,2$. Estado biaxial de tracción. Material graphite/epoxy. Relación $a/l=0,05$.

Como se mencionó anteriormente, cuando se consideró el orificio cuadrado de bordes redondeados sin orificios circulares no se encontraron valores del factor K_- . Esta situación cambia radicalmente cuando se consideran los orificios circulares como muestra la Tabla 5.6. Para posiciones con $\phi=45^\circ$, $112,5^\circ$. y $157,5^\circ$ los valores de K_- solamente aparecen cuando $h_d/a=0,8$ y su magnitud es relativamente pequeña. Los valores más altos de K_- se dan cuando $\phi=22,5^\circ$ y $67,5^\circ$ y $h_d/a=0,8$.

5.3.2 K_+ y K_- cuando la relación $d/a=0,4$.

Los resultados de K_+ para la relación $d/a=0,4$ y para los diferentes valores de ϕ y h_d/a se exponen en la Tabla 5.7.

h_d/a	ϕ°							
	0,0	22,5	45,0	67,5	90,0	112,5	135,0	157,5
0,80	7,16	5,67	4,96	5,67	7,15	7,23	8,84	7,25
0,85	7,06	5,83	5,09	5,83	7,05	6,70	8,33	6,71
0,90	6,86	5,94	5,14	5,95	6,85	6,51	7,91	6,52
0,95	6,61	6,01	5,20	6,01	6,64	6,40	7,61	6,42
1,00	6,40	6,02	5,25	6,03	6,39	6,34	7,40	6,33
1,05	6,23	6,04	5,28	6,03	6,23	6,29	7,19	6,28
1,10	6,08	6,03	5,32	6,04	6,09	6,26	7,07	6,24
1,15	5,99	6,03	5,34	6,03	6,00	6,23	6,91	6,22
1,20	5,92	5,99	5,38	5,99	5,94	6,21	6,82	6,21
1,25	5,88	5,99	5,41	5,97	5,89	6,18	6,74	6,19

Tabla 5.7. K_+ para diferentes valores de ϕ y h_d/a cuando $d/a=0,4$. Estado biaxial de tracción. Material graphite/epoxy. Relación $a/l=0,05$.

Los resultados expuestos en la tabla anterior implicaron la realización de 80 mallados de elementos finitos. Se utilizaron elementos triangulares cuadráticos, al igual que en el caso tratado anteriormente. A continuación se muestran los mallados finales de dos casos para los cuales K_+ tomó el valor máximo y mínimo. La Figura 5.16 muestra el mallado en la región cercana al orificio para el caso en que $\phi=135^\circ$ y $h_d/a=0,8$.

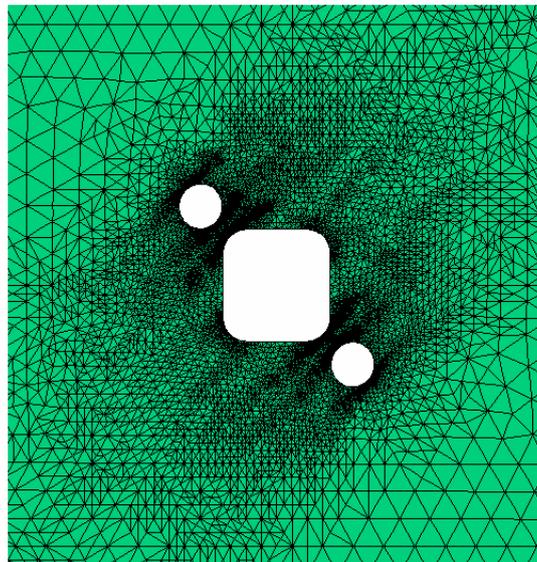


Figura 5.16. Mallado de elementos finitos para estado biaxial de carga en placa de material ortótropo. Posición de los orificios circulares $h_d/a=0,8$ y $\phi=135^\circ$. $d/a=0,4$.

En la Figura 5.17 se observa el mallado para la situación en que $\phi=45^\circ$ y $h_d/a=0,8$ para este caso de relación $d/a=0,4$.

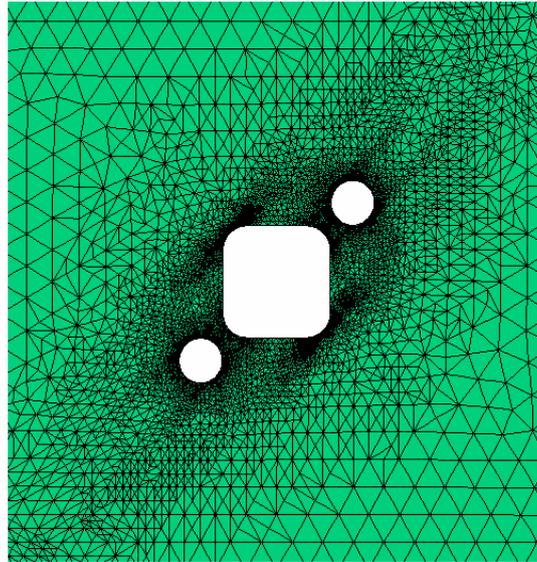


Figura 5.17. Mallado de elementos finitos para estado biaxial de carga en placa de material ortótropo. Posición de los orificios circulares $h_d/a=0,8$ y $\phi=45^\circ$. $d/a=0,4$.

Un análisis de los resultados muestra que el comportamiento de K_+ con respecto a distintos valores en los parámetros ϕ y h_d/a cambia con respecto al caso en que $d/a=0,2$. En la Figura 5.18 se muestran en un gráfico, los valores de la Tabla 5.7, en el que se puede observar la influencia en el valor de K_+ del ángulo ϕ para cada relación h_d/a considerada.

En la posición más cercana de los orificios, $h_d/a=0,8$, el valor del ángulo $\phi=45^\circ$ produce el menor valor de K_+ mientras que para $\phi=135^\circ$ el mayor. Para los valores de $\phi=90^\circ$, $112,5^\circ$, 135° y $157,5^\circ$ la posición más alejada, $h_d/a=1,25$, produce los menores valores del factor K_+ .

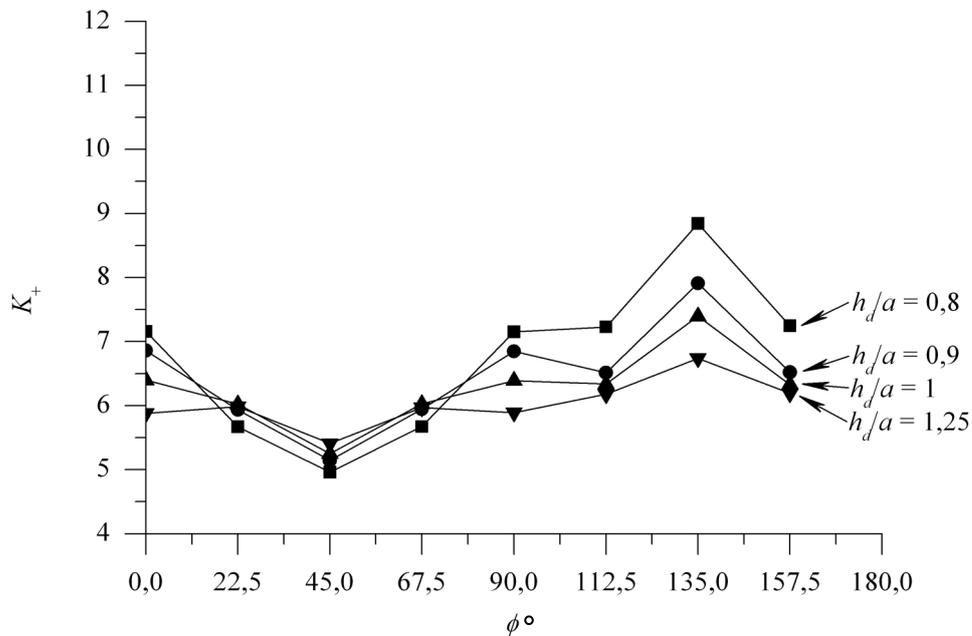


Figura 5.18. K_+ versus ϕ , para valores de $h_d/a=0,8, 0,9, 1$ y $1,25$. Relación $d/a=0,4$.

Por otro lado, en la Figura 5.19 se observa el gráfico de K_+ versus h_d/a para los valores $\phi=112,5^\circ$, 135° y $157,5^\circ$. Aquí se observa que, cuando aumenta la distancia entre los orificios el factor K_+ disminuye, este comportamiento es similar al obtenido para los mismos valores de ϕ pero para la relación $d/a=0,2$. También se aprecia que se obtienen aproximadamente los mismos valores de K_+ para $\phi=112,5^\circ$ y $157,5^\circ$.

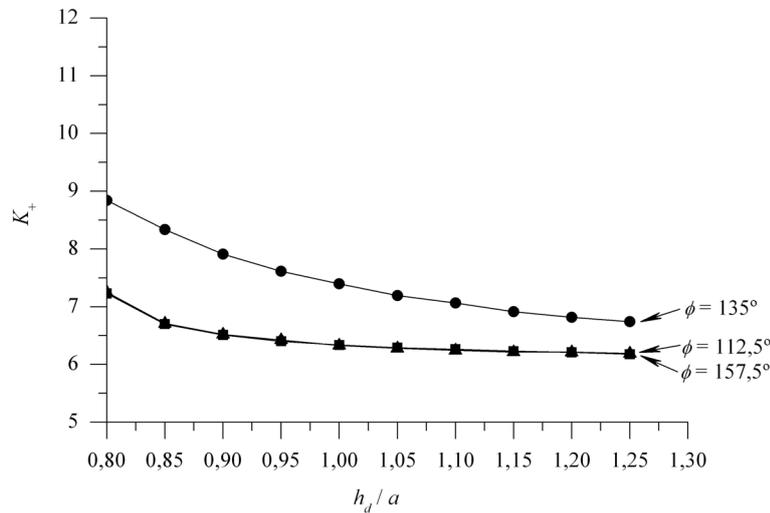


Figura 5.19. K_+ versus h_d/a para los valores de $\phi=112,5^\circ$, 135° y $157,5^\circ$, relación $d/a=0,4$.

La Figura 5.20 muestra el gráfico de K_+ versus h_d/a para los valores $\phi=0^\circ$, $22,5^\circ$, 45° , $67,5^\circ$ y 90° . Para valores de $\phi=0^\circ$ y 90° los valores de K_+ son similares y se produce una disminución del valor de K_+ al aumentar la relación h_d/a . Esta situación es completamente distinta a cuando $d/a=0,2$, para estos valores de ϕ , en el que el valor de K_+ aumenta y luego disminuye su valor a medida que la relación h_d/a aumenta, Figura 5.13. En cambio para valores de $\phi=22,5^\circ$, 45° y $67,5^\circ$, el valor mínimo de K_+ se obtiene cuando los orificios se encuentran a la mínima distancia, $h_d/a=0,8$, y aumenta cuando la relación h_d/a crece, similar al comportamiento obtenido para la relación $d/a=0,2$.

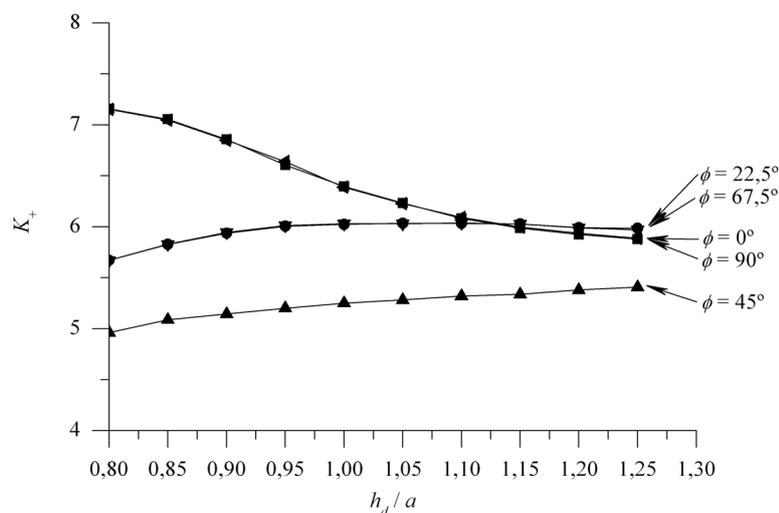


Figura 5.20. K_+ versus h_d/a para los valores de $\phi=0^\circ$, $22,5^\circ$, 45° , $67,5^\circ$ y 90° , relación $d/a=0,4$.

Comparando el valor K_+ entre los valores presentados para la relación $d/a=0,4$ con el valor de K_+ obtenido para el orificio central sin orificios circulares, se puede observar un aumento del 52,41% cuando los orificios circulares se posicionan en $\phi=135^\circ$ y $h_d/a=0,8$. Este aumento es menor que el aumento provocado por los orificios circulares que poseen $d/a=0,2$.

Cuando los orificios circulares se encuentran en $\phi=45^\circ$ y $h_d/a=0,8$ el valor de K_+ disminuye un 14,50% con respecto al valor que toma K_+ para el orificio central solo. Esta reducción del factor K_+ es similar a la reducción que experimenta el factor K_+ de una placa, sometida a esfuerzo uniaxial de tracción con un orificio circular, cuando se practican dos orificios circulares secundarios alineados con la dirección de la carga ^[5].

Las distribuciones de tensiones principales para las posiciones $\phi=135^\circ$ y 45° , con la relación $h_d/a=0,8$, se muestran en la Figura 5.21 y Figura 5.22 respectivamente. En ellas se indica, de forma aproximada, los puntos en los cuales tienen lugar los valores de los factores K_+ y K_- .

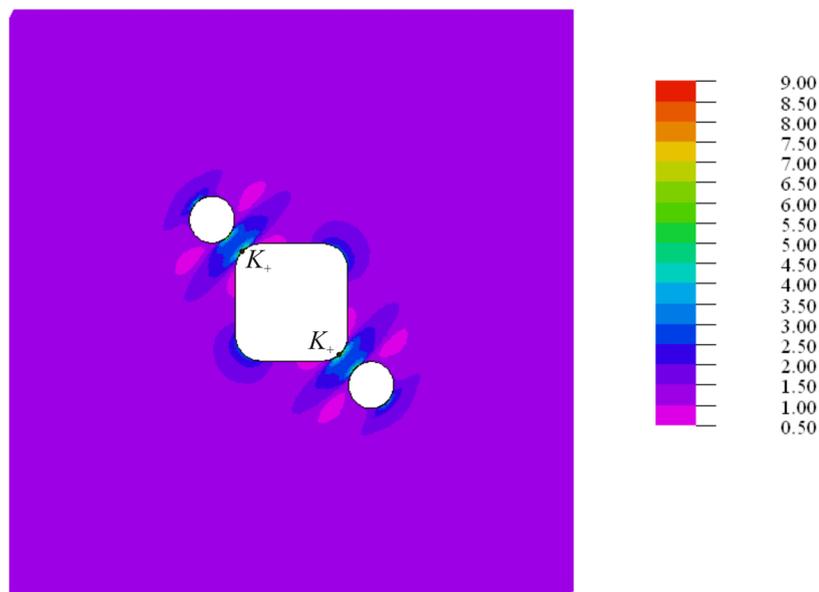


Figura 5.21. Distribución de tensiones principales máximas para la relación $d/a=0,4$. Posición de los orificios circulares definida por $h_d/a=0,8$ y $\phi=135^\circ$.

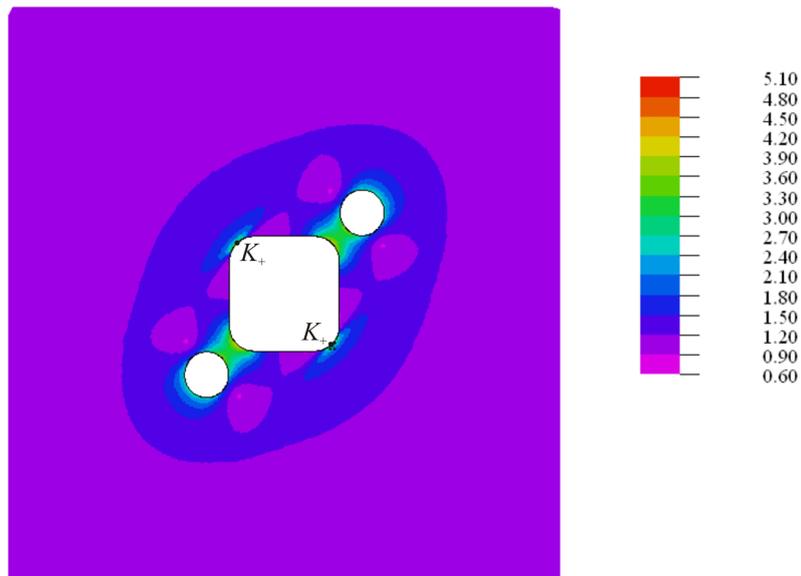


Figura 5.22. Distribución de tensiones principales máximas para la relación $d/a=0,4$. Posición de los orificios circulares definida por $h_d/a=0,8$ y $\phi=45^\circ$.

A continuación se exponen los resultados, en la Tabla 5.8, de K_x para la relación $d/a=0,4$ y para los diferentes valores de ϕ y h_d/a .

h_d/a	ϕ°							
	0,0	22,5	45,0	67,5	90,0	112,5	135,0	157,5
0,80	-2,20	-3,27	-	-3,32	-2,19	-	-	-
0,85	-1,48	-2,81	-	-2,81	-1,41	-	-	-
0,90	-0,82	-2,38	-	-2,40	-0,80	-	-	-
0,95	-0,35	-1,97	-	-1,98	-0,36	-	-	-
1,00	-0,03	-1,65	-	-1,66	-0,03	-	-	-
1,05	-	-1,34	-	-1,34	-	-	-	-
1,10	-	-1,09	-	-1,07	-	-	-	-
1,15	-	-0,84	-	-0,84	-	-	-	-
1,20	-	-0,61	-	-0,61	-	-	-	-
1,25	-	-0,41	-	-0,39	-	-	-	-

Tabla 5.8. K_x para diferentes valores de ϕ y h_d/a cuando $d/a=0,4$. Estado biaxial de tracción. Material graphite/epoxy. Relación $a/l=0,05$.

Cuando se consideró el orificio cuadrado de bordes redondeados sin orificios circulares, no se encontraron valores del factor K_x . No es así en este caso. Los valores más altos de K_x se dan cuando $\phi=22,5^\circ$ y $67,5^\circ$ para todas las relaciones h_d/a . Para posiciones con $\phi=45^\circ$, $112,5^\circ$, 135° y $157,5^\circ$ no se encontraron valores significativos de compresión.

5.4 CONCLUSIONES.

Los resultados mostrados anteriormente muestran una fuerte influencia del tamaño y posición de los orificios circulares, con respecto al orificio cuadrado de bordes redondeados, en los valores de los parámetros K_+ y K_- . Los valores extremos de los factores K_+ y K_- se producen cuando los orificios están alineados según los ejes principales de elasticidad E_1 y E_2 .

De todas las posiciones de los orificios circulares modeladas, los menores valores del factor K_+ se obtuvieron cuando $\phi=45^\circ$. Es decir, cuando los orificios están alineados en la misma dirección en la que el material posee el mayor valor en el módulo de elasticidad, E_1 . Para esta posición de los orificios circulares, se encontraron valores de K_- solamente para la relación $d/a=0,2$ y la menor distancia entre orificios $h_d/a=0,8$, aunque su valor es relativamente pequeño.

La posición de los orificios menos conveniente es para el valor $\phi=135^\circ$, posición en la cual los orificios están alineados en la misma dirección en la que el material posee el menor valor en el módulo de elasticidad, E_2 . Para este valor del ángulo ϕ no se registraron valores de K_- para ninguna de las relaciones d/a o h_d/a .

Es importante notar que, cuando no se encuentran los orificios circulares presentes en el modelo no se registran valores de K_- . Sin embargo, existen valores del factor K_- cuando se introducen los orificios y para algunas posiciones estos valores son importantes. Las posiciones de los orificios circulares definidas por $\phi=22,5^\circ$ y $67,5^\circ$ producen los mayores valores del factor K_- . Para estos valores del ángulo ϕ , los tamaños de los orificios circulares definidos con $d/a=0,4$ producen los menores valores del factor K_- .

Cabe destacar que una incorrecta posición de los orificios circulares ocasionan grandes valores del factor K_+ , así como valores importantes de compresión podrían provocar, dependiendo del espesor de la placa, pandeo localizado.

Las posiciones de los orificios circulares modeladas tienen simetría con respecto al centro de coordenadas, Figura 5.4. Una extensión al análisis realizado sería considerar posiciones que no posean esta clase de simetría. Además, un estudio posterior podría considerar distintas orientaciones de los ejes principales de elasticidad así como también distintas solitudes de los esfuerzos aplicados.

5.5 BIBLIOGRAFÍA.

- [1] W. D. Pilkey, “*Peterson’s stress concentration factors*”, John Wiley & Sons, Inc., New York (1997).
- [2] J. M. Henshaw, J. R. Sorem Jr., E. H. Glaessgen, “Finite element analysis of ply-by-ply and equivalent stress concentrations in composite plates with multiple holes under tensile and shear loading”, *Composite Structures*, Vol. 36, 45-58 (1996).
- [3] FlexPDE v.2.20. “*A flexible solution system for partial differential equations*”. PDE Solutions Inc. (2001).
- [4] R. M. Jones, “*Mechanics of composite materials*”, Taylor and Francis, Inc. (1999).

- [5] U. C. Jindal, “Reduction of stress concentration around a hole in a uniaxially loaded plate”, *Journal of Strain Analysis*, Vol. 18, N° 2, 135-41 (1983).